

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta
za gradbeništvo
in geodezijo



Jamova cesta 2
1000 Ljubljana, Slovenija
<http://www3.fgg.uni-lj.si/>

DRUGG – Digitalni repozitorij UL FGG
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

To je izvirna različica zaključnega dela.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujete na bibliografske podatke, kot je navedeno:

Petovar, B., 2016. Primerjava geoidnih višin v testnem poligonu Krvavec. Diplomaska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. (mentor Kuhar, M.): 21 str.

<http://drugg.fgg.uni-lj.si/5917/>

Datum arhiviranja: 3-10-2016

University
of Ljubljana

Faculty of
Civil and Geodetic
Engineering



Jamova cesta 2
SI – 1000 Ljubljana, Slovenia
<http://www3.fgg.uni-lj.si/en/>

DRUGG – The Digital Repository
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

This is original version of final thesis.

When citing, please refer to the publisher's bibliographic information as follows:

Petovar, B., 2016. Primerjava geoidnih višin v testnem poligonu Krvavec. B.Sc. Thesis. Ljubljana, University of Ljubljana, Faculty of civil and geodetic engineering. (supervisor Kuhar, M.): 21 pp.

<http://drugg.fgg.uni-lj.si/5917/>

Archiving Date: 3-10-2016

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta za
*gradbeništvo in
geodezijo*



Jamova 2
1000 Ljubljana, Slovenija
telefon (01) 47 68 500
faks (01) 42 50 681
fgg@fgg.uni-lj.si

**UNIVERZITETNI ŠTUDIJSKI
PROGRAM PRVE STOPNJE
GEODEZIJA IN
GEOINFORMATIKA**

Kandidat:

BLAŽ PETOVAR

**PRIMERJAVA GEOIDNIH VIŠIN V TESTNEM
POLIGONU KRVAVEC**

Diplomska naloga št.: 120/GIG

**COMPARISON OF GEODIAL HEIGHTS IN TEST
POLYGON KRVAVEC**

Graduation thesis No.: 120/GIG

Mentor:

doc. dr. Miran Kuhar

Ljubljana, 22. 09. 2016

STRAN ZA POPRAVKE

Stran z napako

Vrstica z napako

Namesto

Naj bo

IZJAVE

Spodaj podpisani študent Blaž Petovar, vpisna številka 26203514, avtor pisnega zaključnega dela študija z naslovom: »Primerjava geoidnih višin v testnem poligonu Krvavec«

IZJAVLJAM1. *Obkrožite eno od variant a) ali b)*

- a) da je pisno zaključno delo študija rezultat mojega samostojnega dela;
- b) da je pisno zaključno delo študija rezultat lastnega dela več kandidatov in izpolnjuje pogoje, ki jih Statut UL določa za skupna zaključna dela študija ter je v zahtevanem deležu rezultat mojega samostojnega dela;

2. da je tiskana oblika pisnega zaključnega dela študija istovetna elektronski obliki pisnega zaključnega dela študija;

3. da sem pridobil vsa potrebna dovoljenja za uporabo podatkov in avtorskih del v pisnem zaključnem delu študija in jih v pisnem zaključnem delu študija jasno označil;

4. da sem pri pripravi pisnega zaključnega dela študija ravnal v skladu z etičnimi načeli in, kjer je to potrebno, za raziskavo pridobil soglasje etične komisije;

5. soglašam, da se elektronska oblika pisnega zaključnega dela študija uporabi za preverjanje podobnosti vsebine z drugimi deli s programsko opremo za preverjanje podobnosti vsebine, ki je povezana s študijskim informacijskim sistemom članice;

6. da na UL neodplačno, neizključno, prostorsko in časovno neomejeno prenašam pravico shranitve avtorskega dela v elektronski obliki, pravico reproduciranja ter pravico dajanja pisnega zaključnega dela študija na voljo javnosti na svetovnem spletu preko Repozitorija UL;

7. da dovoljujem objavo svojih osebnih podatkov, ki so navedeni v pisnem zaključnem delu študija in tej izjavi, skupaj z objavo pisnega zaključnega dela študija.

V/Na: _____

Datum: _____

Podpis študenta:

BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

UDK:	528.242(497.4Krvavec)(043.2)
Avtor:	Blaž Petovar
Mentor:	doc. dr. Miran Kuhar
Naslov:	Primerjava geoidnih višin v testnem poligonu Krvavec
Tip dokumenta:	Diplomska naloga – univerzitetni študij
Obseg in oprema:	21 str., 11 pregl., 3 sl., 20 en.
Ključne besede:	Geoid, modeli geoida, SLOG2010, GNSS-višinomerstvo, ploskev lokalnega geoida

Izvleček

V diplomski nalogi primerjamo geoidne višine interpolirane iz uradnega modela geoida Slovenije SLOG2000, testnega izračuna novega geoida SLOG2010 ter globalnega geopotencialnega modela EGM2008 na območju južnega pobočja Krvavca. Primerjamo tudi geoidne višine izračunane iz meritev GNSS in trigonometričnega višinomerstva. V nalogi smo predstavili tudi teoretična ozadja višinskih sistemov, geoida ter različnih metod izračuna geoida. Opisali smo posamezne modele geoidov, ki smo jih uporabili. Izračunali smo odstopanja posameznih modelov od »merjenih« vrednosti in jih ocenili po kakovosti. Iz meritev smo določili tudi potek lokalnega geoida, ki smo ga izračunali kot regresijsko ploskev.

BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRACT

UDC:	528.242(497.4Krvavec)(043.2)
Author:	Blaž Petovar
Supervisor:	Assist. Prof. Miran Kuhar, Ph. D.
Title:	Comparison of geoidal heights in test polygon Krvavec
Document type:	Graduation Thesis – University studies
Scope and tools:	21 p., 11 tab., 3 fig., 20 eq.
Keywords:	Geoid, geoid models, SLOG2010, GNSS-heighting, local geoid plane

Abstract

In the graduation thesis we compared geoidal heights interpolated from Slovenian national geoid model SLOG2000, preliminary calculations of new model SLOG2010 and global geopotential model EGM2008, on the southern slope of Krvavec. Also compared are geoidal heights calculated from GPS measurements and trigonometric levelling. In the thesis we also present theoretical basics of height systems, geoid and different methods of geoid determination. We described the specific geoid models used and calculated deviations of those from »measured« values, then evaluated them by quality. On the basis of measurements we calculated the local geoid plane as a regression surface.

ZAHVALA

Zahvaljujem se mentorju doc. dr. Miranu Kuharju za koristne nasvete ter vodstvo pri izdelavi diplomske naloge. Zahvala gre tudi moji družini, ki me je podpirala tekom študija. Seveda ne gre pozabiti kolegov, skupaj smo se marsikaj naučili v predavalnicah kot tudi izven njih.

KAZALO VSEBINE

IZJAVE	II
BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK	III
BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRACT	IV
ZAHVALA	V
KAZALO VSEBINE	VI
Kazalo preglednic	VII
Kazalo slik.....	VIII
1 UVOD	1
2 VIŠINSKI SISTEMI.....	2
3 GEOID	3
3.1 Metode določitve modela geoida	3
3.1.1 Astrogeodetska metoda	4
3.1.2 Gravimetrična metoda.....	5
3.1.3 Dinamične satelitske metode.....	6
3.1.4 Geometrijska satelitska metoda	6
3.1.5 Kolokacija po metodi najmanjših kvadratov	8
3.2 Uporabljeni modeli geoida.....	8
3.2.1 SLOG2000	8
3.2.2 SLOG2010	9
3.2.3 EGM2008.....	10
4 PODATKI POLIGONA KRVAVEC.....	11
5 IZRAČUN PLOSKVE LOKALNEGA GEOIDA	16
6 ZAKLJUČEK	20
VIRI	21

Kazalo preglednic

Preglednica 1: Koordinate točk poligona določene z GNSS izmero, v ETRS89 k.s., s pripadajočimi natančnostmi	12
Preglednica 2: Koordinate točk v D96/TM k.s. ter ortometrične višine določene z višinomerstvom ...	12
Preglednica 3: Geoidne višine določene iz različnih modelov	13
Preglednica 4: Razlike geoidnih višin glede na referenčno točko 1001	14
Preglednica 5: Odstopanja posameznega modela geoida od "merjenih" vrednosti za posamezno razliko višin	14
Preglednica 6: Statistični kazalci odstopanj posameznega modela.....	15
Preglednica 7: Statistični kazalci odstopanj posameznega modela, brez upoštevanja odstopanj na točki 1010	15
Preglednica 8: Vrednosti koeficientov ploskve za izračunano rešitev	17
Preglednica 9: Geoidne višine in razlike višin na posamezni točki, izračunane iz ravnine	18
Preglednica 10: Statistični kazalci odstopanj posameznega modela od ravnine	18
Preglednica 11: Statistični kazalci odstopanj posameznega modela od ravnine, brez upoštevanja točke 1010.....	18

Kazalo slik

Slika 1: Zenitna kamera in njene komponente (Hirt in sod., 2010: str. 4)	5
Slika 2: Povezava med elipsoidno, geoidno in nadmorsko višino, na ravni referenčne točke (Kuhar, 2012: str. 89).....	7
Slika 3: Prikaz točk poligona Krvavec (Marko Grabljevec, osebna izmenjava)	11

1 UVOD

Geodezija je veda, ki se ukvarja z opisovanjem in prikazovanjem oblike in velikosti Zemlje ter fizičnega prostora okoli nas. Meritve v prostoru lahko izvajamo s tehnikami klasične terestrične geodezije, razvoj tehnologije pa danes kaže vse bolj v smeri izmere GNSS (angl. *Global Navigation Satellite System*). Določitev koordinat z GNSS izmero deluje popolnoma matematično definirano, Zemlja pa je fizikalno telo s težnostnim poljem. Iz tega razloga se pojavi težava predvsem pri določanju višin z GNSS instrumenti, merjene elipsoidne višine (h) je potrebno transformirati v državni višinski sistem. Za transformacijo potrebujemo dobro določen model geoida iz katerega pridobimo geoidne višine (N). Transformacijo v ortometrične višine (H) izvedemo s preprosto enačbo:

$$H = h - N \quad (1)$$

Tako imenovano GNSS višinomerstvo je uporabno predvsem v hribovitih in razgibanih predelih, kjer je težko izvesti geometrični nivelman in trigonometrično višinomerstvo. Če želimo dobro določeno višino, potrebujemo poleg kakovostnih opazovanj tudi kakovosten model geoida. Ta bi v idealnih razmerah naj dosegal centimetrsko natančnost enakovredno GNSS višinomerstvu. Podobno razgiban višinski teren je tudi območje obdelave te diplomske naloge, gre za pobočje Krvavca.

Diplomska naloga je razdeljena na teoretični in praktični del. V teoretičnem delu so predstavljeni različni višinski sistemi, geoid ter modeli geoida in možnosti določitve tega. Predstavljeni so tudi pomembnejši modeli geoidov, ki so na voljo v Sloveniji. V praktičnem delu diplomske naloge primerjamo geoidne višine pridobljene iz terenskih meritev in iz različnih modelov geoida. V nadaljevanju pa iz merjenih geoidnih višin izračunamo tudi lokalno ploskev geoida.

2 VIŠINSKI SISTEMI

Položaj točke v prostoru je v geodeziji tradicionalno predstavljen s položajno – horizontalno komponento ter višinsko komponento. Medtem ko položajne koordinate dokaj enostavno enolično predstavimo na referenčnem elipsoidu, je pri vzpostavitvi višin potrebno upoštevati težnostno polje Zemlje. Določene so torej na fizikalni osnovi. Zaradi tega se pojavljajo različni sistemi višin, ki imajo svoje prednosti in slabosti. Ob vzpostavitvi sistema je potrebno upoštevati predvsem njegov namen uporabe in tako izbrati tistega, ki najbolje zadosti uporabniškim zahtevam.

Osnova fizikalno določenim višinskim sistemom so geopotencialne kote. Te predstavljajo višine na osnovi težnostnega potenciala, vsaka točka je povezana z eno ekvipotencialno ploskvijo. Problem takih višin je, da niso geometrično definirane, njihova enota pa niso metri ampak geopotencialno število (GPU). Uporabljajo se za izravnavo nivelmanskih mrež. Podobno kot geopotencialne kote so tudi dinamične višine brez geometričnega pomena. Dobimo jih z deljenjem geopotencialne kote s konstantno vrednostjo težnostnega pospeška na nivoju elipsoida na neki geografski širini. Uporabljajo pa se v inženirske namene.

Višinski sistemi držav so večinoma vzpostavljeni v okviru ortometričnih, normalnih ali normalnih ortometričnih višin. Ortometrične višine so definirane vzdolž ukrivljene težiščnice med točko na površju in referenčno ploskvijo – geoidom. Za izračun bi potrebovali merjene vrednosti težnega pospeška vzdolž težiščnice, ker pa teh nimamo, se tukaj pojavljajo različne predpostavke o razporeditvi mas v notranjosti. V izogib predpostavkam o notranjosti Zemlje so v uporabi normalne višine. Normalne višine so definirane vzdolž težiščnice v normalnem težnostnem polju. Določijo se iz vrednosti normalne težnosti na elipsoidu in ploskvi teluroida. V praksi pa se postopek obrne tako, da višine potekajo od površja do referenčne ploskve kvazigeoida. Normalne višine so vse bolj razširjene in so v uporabi za vzpostavitev novega evropskega referenčnega sistema. Normalne ortometrične višine pa so višine, ki tvorijo trenutni uradni sistem v Sloveniji. Te v glavnem veljajo za zastarele, vendar pa je bil v preteklosti tak sistem vzpostavljen, ker so bile meritve težnosti težavne. Iz tega razloga so za popravke merjenih višinskih razlik uporabili vrednosti normalnega težnega pospeška. Višinska referenčna ploskev je tu ničelna nivojska ploskev, na njo pa je vpeta geoidna ploskev (Koler in sod. 2007).

Seveda pa so med najpomembnejšimi sistemi višin dandanes elipsoidne višine, na katerih temelji GNSS izmera. Te višine niso določene v Zemljinem težnostnem polju ampak so popolnoma geometrično določene z elipsoidno normalo. Zato niso primerne kot uradni državni sistem, saj lahko točke z isto elipsoidno višino odstopajo od nivojske ploskve tudi za več kot 100m. Za preračun elipsoidnih višin v uradni višinski sistem potrebujemo dober model geoida.

3 GEOID

Površje Zemlje ter dogajanje na njem je bistveno vezano na silo teže, zato lahko obliko Zemlje dobro prikažemo s ploskvami enakega težnostnega potenciala. Rečemo jim tudi nivojske ploskve težnostnega potenciala. Ena izmed takšnih ploskev je tudi geoid, ta se fizikalno najboljše prilega obliki Zemlje. Kot je ugotovil že Gauss, si geoid najboljše predstavljamo, kot srednjo gladino svetovnih morij navidezno podaljšano tudi pod celinami. Sicer pa ta od trenutne nivojske ploskve odstopa za 1 do 2 metra. Geoid je torej najpomembnejša ploskev za določanje višin in višinskih razlik (Kuhar, 2012). Z enačbo ga lahko predstavimo kot:

$$W = W(x, y, z) = konst = W_0 \quad (2)$$

Ploskev geoida je zvezna in se razteza delno nad in pod zemeljskim površjem. Zaradi razgibanosti terena in različnih gostot zemeljskih mas je ploskev precej ukrivljena. Ker je geoid torej praktično nemogoče podati z enostavnimi matematičnimi izrazi, je neprimeren za geodetske izračune. Primeren pa je za analizo težnostnega potenciala in s tem za določanje težnostnih in višinskih razlik z gravimetričnimi oziroma nivelmanskimi meritvami. Za geodetske izračune položaja je primeren matematično definiran elipsoid.

Za dobro določitev geoida bi morali poznati razporeditev gostot zemeljskih mas v notranjosti. Le teh pa ne poznamo, zato geoid določamo posredno, na osnovi merjenih težnosti reduciranih na nivojsko ploskev in na osnovi predpostavk o porazdelitvi gostot zemeljskih mas v notranjosti. Ker se želimo predpostavkam o porazdelitvi mas čim bolj izogniti, je M. S. Molodenski podal novo idejo geoida. Celoten izračun je »prestavil« na površje Zemlje, tako namesto geoida obravnavamo težnostno polje na površju. S tem se znebimo potrebe po predpostavkah o razporeditvi zemeljskih mas. Takšno rešitev imenujemo kvazigeoid, ploskev pa je le referenčna ploskev ne pa tudi ekvipotencialna. Slaba stran tega je kompleksnejši izračun. Trenutno se kot »rešitev« za prikaz in obravnavo površja Zemlje v glavnem uporabljajo kvazigeoidi, zaradi že prej omenjenih prednosti. V povezavi z kvazigeoidi so v uporabi sistemi normalnih višin (Kuhar in sod., 2011).

3.1 Metode določitve modela geoida

Za praktično uporabo geoid potrebujemo kot geoidno višino v neki diskretni točki. Posamezno geoidno višino pridobimo iz modela geoida, ki ga imamo na voljo. Geoidni modeli so lahko izračunani na ravni celotne Zemlje, na regionalni ravni, na ravni države ali pa samo za posamezno lokalno območje. Lokalni geoidi običajno boljše odražajo značilnosti posameznega območja. Končni rezultat

modela geoida je predstavitev v obliki matematične enačbe, iz katere na podlagi vnesene geografske širine in dolžine pridobimo geoidno višino. Tak način predstavitve velja predvsem za geopotencialne modele. Drug način predstavitve modela geoida je mreža oziroma »grid« geoidnih višin, ki zajema določeno območje. Na podlagi interpolacije (npr. bilinearne) geoidnih višin najbližjih vozlišč pridobimo višino na želeni točki. Na ta način so običajno podani modeli lokalnih geoidov. Sama metoda izračuna geoida je vezana na vrsto podatkov, ki jih imamo na voljo za izračun. Uporabimo lahko sledeče merske količine (Kuhar, 2012):

- meritve težnosti (težnega pospeška),
- astronomska opazovanja,
- koordinate točk določene z metodami satelitske geodezije,
- opazovanja do umetnih Zemljinih satelitov in med njimi,
- meritve satelitske altimetrije.

Glede na podatke katere imamo na voljo za izračun, obstaja več metod določitve ploskve geoida, ki nam dajejo zadovoljive rezultate. Pogoj za dober rezultat je gosta mreža točk, kjer je izvedena posamezna vrsta opazovanj oziroma kombinacija le teh. Metode izračuna v grobem ločimo na tri skupine (Pribičević, 2001):

- terestrične metode (astrogeodetska metoda, gravimetrična metoda),
- satelitske metode (dinamične satelitske metode, satelitska altimetrija, tridimenzionalna satelitska določitev položaja),
- kombinirane metode (dinamične in gravimetrične metode, astrogravimetrični nivelman, kombinirana določitev geoida s pomočjo vseh razpoložljivih podatkov – kolokacija po metodi najmanjših kvadratov).

V nadaljevanju so na kratko predstavljene metode določitve geoida, ki so bile uporabljene za izračun modelov uporabljenih v tej diplomski nalogi. Podrobneje, tudi o ostalih metodah, govorijo Kuhar (2012), Pribičević (2001) in Torge (2001).

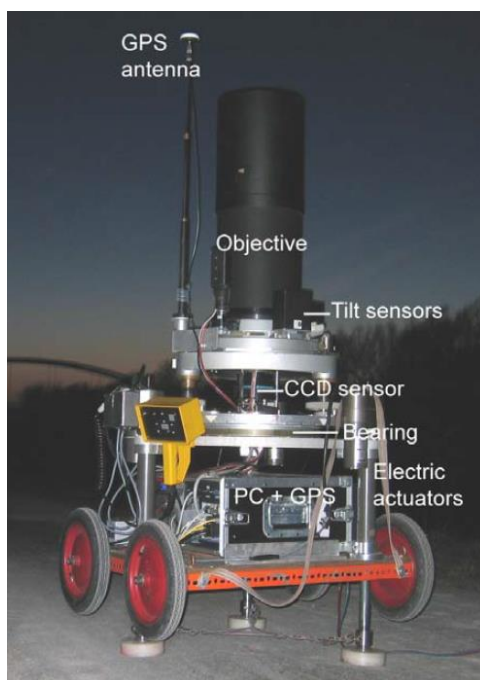
3.1.1 Astrogeodetska metoda

Gre za najstarejšo metodo določitve geoida, katere osnove je podal že F. R. Helmert v 19. stol. Kljub starosti gre za eno najnatančnejših metod določitve, predvsem na lokalnih območjih, saj nam pove veliko o poteku in obliki geoida. Prav tako je potrebno za dosego cilja manj opazovanj kot pri gravimetrični metodi. V postopku obdelujemo astrogeodetske odklone navpičnic. Te določimo na

posameznih točkah iz geodetskih koordinat (φ, λ) in astronomskih koordinat (Φ, Λ), ki jih določimo z opazovanji do Sonca in zvezd. Dobimo komponente odklona navpičnic ξ (v smeri sever – jug), η (v smeri vzhod – zahod) in ε (v smeri poljubnega azimuta A) kot (Pribičević, 2001):

$$\begin{aligned}\xi &= \Phi - \varphi \\ \eta &= (\Lambda - \lambda) \cdot \cos(\varphi) \\ \varepsilon &= \xi \cdot \cos(A) + \eta \cdot \sin(A)\end{aligned}\quad (3)$$

Iz komponent odklona navpičnic lahko računamo razlike geoidnih višin vzdolž profilov. Postopek bi lahko primerjali z nivelmanom. Profile navežemo v mrežo in izravnamo, vse skupaj pa priključimo na točko z znano referenčno geoidno višino. Slabost metode je, da ni primerna na morjih ter da je postopek določitve odklonov navpičnic drag in dolgotrajen (Kuhar, 2012). Se pa v zadnjih letih pojavlja nov način določanja odklonov navpičnic, t.i. zenitne kamere (slika 1), ki, s primerno natančnostjo, izmero opravijo na do 20 točkah na noč.



Slika 1: Zenitna kamera in njene komponente (Hirt in sod., 2010: str. 4)

3.1.2 Gravimetrična metoda

Gravimetrična metoda določanja geoida je še danes najpomembnejša izmed metod. Uporabna je na morju in kopnem, na kopnem pa nam daje največ informacij o težnostnem polju. Podatek, ki se uporablja za izračun, so anomalije težnosti, torej odstopanja dejanske težnosti od težnosti normalnega

elipsoida. Rešitev je podana v obliki Stokesovega integrala, ki podaja zvezo med geoidno višino in anomalijo težnosti. Integracija se izvede za območje celotne Zemlje, tako da lahko dobimo geoidne višine v katerikoli točki. Ena izmed težav izračuna je potreba po redukciji opazovanj na geoid. Možnost ki pa to reši, je izračun po Molodenskem, torej direktno na površju, s čimer dejansko dobimo kvazigeoidne višine (Kuhar, 2012). V primerjavi z astrogeodetsko metodo za določitev potrebujemo tudi do 40 krat večjo gostoto merjenih točk (Pribečević, 2001).

3.1.3 Dinamične satelitske metode

Dinamične satelitske metode temeljijo na opazovanjih satelitov in njihovih tirnic na nižjih višinah. Glede na odstopanja od pravilne tirnice je mogoče modelirati model težnostnega polja Zemlje. Prav uporabnost na globalni ravni je največja prednost dinamičnih satelitskih metod oziroma globalnih geopotencialnih modelov, kateri so rezultat dela. Osnovo izračuna predstavlja Brunsova enačba, ki podaja razmerje med geoidno višino N , motečim potencialom T in težnostjo γ :

$$N_P = \frac{T_P}{\gamma_Q} \quad (4)$$

Enačba se naprej upošteva pri razvoju geoidnih višin v vrsto sfernih funkcij. Kako dober bo model je odvisno od števila koeficientov razvoja, ki so uporabljeni. Satelitskim opazovanjem lahko priključimo še terestrična, kar omogoča določitev koeficientov višjega reda (Kuhar, 2012). Globalni geopotencialni modeli so predvsem uporabni za modeliranje dolgovalovnih vplivov pri manjših lokalnih geoidih.

3.1.4 Geometrijska satelitska metoda

Geometrijsko satelitska metoda določitve geoida združuje satelitska opazovanja ter meritve klasične terestrične izmere. Z GNSS sistemi določimo tridimenzionalne koordinate in s tem elipsoidno višino na točki. Meritve klasične izmere, torej geometrični nivelman ali trigonometrično višinomerstvo, pa nam dajo nadmorske višine točk. Tako lahko določimo geoidno višino na vsaki merjeni točki z znano enačbo:

$$N = h - H \quad (5)$$

Geoidne višine pa lahko primerjamo tudi relativno, torej le razlike višin. Za mrežo točk izberemo izhodiščno (referenčno) točko, na katero se navezujejo vse višinske razlike. (Prikazano tudi na sliki 2.)

Enačba je v tem primeru:

$$\Delta N = \Delta h - \Delta H = N_P - N_{P_0} \quad (6)$$



Slika 2: Povezava med elipsoidno, geoidno in nadmorsko višino, na ravni referenčne točke (Kuhar, 2012: str. 89)

Z dovolj merjenimi točkami in določenimi geodnimi višinami na manjšem območju lahko sestavimo analitično enačbo poteka ploskve geoida. Natančnost te je odvisna predvsem od natančnosti meritev GNSS in klasičnega višinomerstva. Na manjših območjih, s kakovostnimi meritvami, pa se običajno boljše prilega dejanskemu poteku kot globalni in državni modeli. Regresijsko funkcijo ploskve obravnavamo z dvema spremenljivkama (Kuhar, 2012):

$$N = N(e, n) \quad (7)$$

Funkcijo razvijemo v polinom poljubne stopnje. V primeru polinoma prve stopnje bomo dobili ravnino:

$$N(e, n) = Ae + Bn + C \quad (8)$$

V nadaljevanju pa ukrivljeno ploskev. Kvadratni polinom ima šest členov:

$$N(e, n) = Ae + Bn + Ce^2 + Dn^2 + Een + F \quad (9)$$

V primeru da koordinate prilagodimo na težišče mreže, imajo členi naslednji geometrijski pomen (Pogarčič, 2014):

- A kot med geoidno ploskvijo in tangento na elipsoid v smeri vzhod – zahod,
- B kot med geoidno ploskvijo in tangento na elipsoid v smeri sever – jug,
- C, D, E razlika ukrivljenosti ploskve geoida in elipsoida,
- F vzporedni odmik od elipsoida.

Za izračun šestih koeficientov potrebujemo šest enačb oblike (9) in šest določenih geoidnih višin. Kadar imamo na voljo več geoidnih višin, rešimo sistem z metodo najmanjših kvadratov.

3.1.5 Kolokacija po metodi najmanjših kvadratov

Za določitev geoida imamo običajno na voljo več vrst podatkov, zato je smiselno za izračun uporabiti metodo, ki vzame v zajem vse razpoložljive podatke. Kolokacija po metodi najmanjših kvadratov je takšna kombinirana metoda, ki se danes uporablja za izračune večine modelov. Kolokacija omogoča združitev različnih podatkov, različnih natančnosti, drugačne prostorske razporeditve in podobno. Matematično je kolokacija zasnovana z enačbo:

$$l = Ax + s + n \quad (10)$$

kjer je:

- l merjena vrednost
- Ax sistematični, »pravilni« del (parametri oz. neznanke)
- s signal, ki predstavlja sistematično nepravilne vrednosti (moteče težnostno polje)
- n šum, ki predstavlja slučajne pogoške

Kolokacija v enem rešuje probleme izravnave, filtriranja in predikcije. Sodobna računalniška oprema hitro rešuje problem velikega števila zahtevnih računskih operacij, ki so potrebne v okviru metode (Pribičević, 2001).

3.2 Uporabljeni modeli geoida

Z metodami opisanimi v poglavju 3.1 se izračunajo globalni, regionalni, državni ali lokalni modeli geoidov. Zaradi večje uporabnosti je večina modelov izračunanih na osnovi raznovrstnih podatkov. V nadaljevanju so opisani trije modeli, ki so na voljo za uporabo v Sloveniji in so bili uporabljeni v okviru te diplomske naloge. Ti so bili izbrani kot najaktualnejše rešitve trenutno na voljo.

3.2.1 SLOG2000

SLOG2000 je trenutno uradno veljavna ploskev geoida v Sloveniji izračunana leta 2000 v okviru doktorske disertacije Boška Pribičevića. Gre za kombinirano rešitev geoida izračunano s kolokacijo po metodi najmanjših kvadratov. Uporabljene so bile tri vrste informacij (Pribičević, 2001):

- dolgovalovne strukture Zemljinega težnostnega polja (globalni geopotencialni model EGM96),
- srednjevalovni del spektra Zemljinega težnostnega polja (opazovane komponente odklona navpičnice ξ in η , anomalije težnosti prostega zraka Δg in podatke GNSS/nivelman o geoidnih višinah),
- kratkovalovni in ultrakratkovalovni del spektra (digitalni model reliefa, DMR in digitalni model gostote površinskih mas, DMG).

Uporabljenih je bilo 99 točk z merjenimi odkloni navpičnic, od tega 51 v Sloveniji, ostale na mejnih območjih Hrvaške, Avstrije in Madžarske. 4605 uporabljenih točkastih vrednosti anomalij težnosti je razporejenih čez Slovenijo in Hrvaško. Izvirna datoteka, ki je nastala v okviru doktorske disertacije pa je tudi digitalni model gostote za območje $44^{\circ} < \varphi < 47^{\circ}$ in $11^{\circ} < \lambda < 19^{\circ}$. Izračunana geoidna ploskev je vpeta v državni višinski datum na 163 GNSS/nivelmanskih točkah. Model geoida je za praktične namene podan v pravilni gridni mreži $1' \times 1,5'$, od koder se lahko interpolirajo geoidne višine vsake točke. Natančnost določitve ploskve na območju Slovenije je v okviru naloge ocenjena na 2–3 cm, kasnejše analize (Urbanč, 2008; Kuhar, 2011; Pogarčič, 2014) pa dajejo nekoliko bolj konservativne ocene natančnosti do 10 cm.

3.2.2 SLOG2010

SLOG2010 je testni izračun geoidne ploskve na območju Slovenije, izdelan leta 2010 v okviru projekta »Vzpostavljanje evropskega prostorskega referenčnega sistema v Sloveniji«. V testnem izračunu so bili uporabljeni podatki dolgovalovnega spektra globalnega geopotencialnega modela EGM2008, dva nova digitalna modela višin in gostote ter podatki težnega pospeška. Uporabljenih je bilo skoraj 12.000 vrednosti anomalij težnosti. Izračunana rešitev je tako opredeljena kot gravimetrična. Način izračuna ploskve je numerična integracija Stokesove enačbe po metodi hitre Fourierjeve transformacije. Model geoida je podan v gridni mreži dimenzij $30'' \times 45''$, od koder naprej interpoliramo geoidne višine. Ker gre za testni izračun, ima model še možnosti izboljšanja. Za uradni izračun je potrebno pridobiti še kvalitetnejše gravimetrične podatke z mejnih območij Italije in Madžarske. Prav tako v izračunu še niso bili uporabljeni podatki o odklonih navpičnic. Ob takšnem končnem izračunu z vsemi vrstami podatkov bi bila metoda izračuna znova kolokacija po metodi najmanjših kvadratov. Želja je zagotoviti centimetrsko natančnost določitve geoida povsod po Sloveniji. Trenutna natančnost izračunana iz 347 kontrolnih GNSS/nivelman točk dosega 0,04m (Kuhar, 2010).

3.2.3 EGM2008

EGM2008 (angl. *Earth Gravitational Model*) je najnovejši globalni geopotencialni model, izdelan leta 2008 pod vodstvom organizacije National Geospatial-Intelligence Agency. Gre za sferni harmonični model Zemljinega gravitacijskega potenciala, izračunan na podlagi metode najmanjših kvadratov iz podatkov gravitacijskega modela ITG-GRACE03S in anomalij težnosti definiranih na globalnem gridu dimenzije $5' \times 5'$. Le-ta je bil določen na osnovi terestričnih opazovanj, opazovanj satelitske altimetrije in dinamičnih satelitskih opazovanj. Na območjih z manj kakovostnimi podatki o težnosti pa je dopolnjen še s topografskimi podatki. Vrsta sfernih funkcij modela EGM2008 je razvita do stopnje in reda $n = m = 2159$ (predhodnik EGM96 je razvit do $n = m = 360$). Analize natančnosti kažejo, da se, na predelih s kakovostnimi podatki težnosti, geoidne višine pridobljene iz modela, glede na neodvisne meritve GNSS/nivelman, razlikujejo od 5 do 10cm. Odkloni navpičnic pa glede na astrogeodetske meritve odstopajo do 1,3". Na takšnih območjih daje EGM2008 rezultate, primerljive tudi z regionalnimi modeli geoidov. V primerjavi z modelom EGM96 predstavlja EGM2008 šestkratno izboljšanje v ločljivosti - EGM96 je bil podan v pravilni mreži $30' \times 30'$ (kasneje izboljššan na $15' \times 15'$), EGM2008 pa v mreži $5' \times 5'$ (danes izboljššan v mrežo $1' \times 1'$). EGM2008 pa glede na svojega predhodnika daje tudi tri do šestkrat boljšo natančnost določitve, predvsem odvisno od območja. Z izboljšano kakovostjo je EGM2008 tako prvi model, ki je zmožen zadovoljiti potrebe raznih aplikacij na globalnem nivoju (Pavlis in sod., 2012).

4 PODATKI POLIGONA KRVAVEC

Naše območje obravnave geoida je bilo južno pobočje Krvavca. Na območju je bila v namene več raziskovalnih del vzpostavljena geodetska mreža, ki je grobo ločena na dva dela. Prvi del mreže predstavlja večinoma ravninski del, kjer je bil za določitev višin izveden geometrični nivelman na znane reperje v bližini (4_3_96, 4_2_23 in 4_5T5). Z geometričnim nivelmanom je tako bila vzpostavljena prva točka (1001) dela mreže, ki se nahaja na pobočju (prikazano tudi na sliki 3), ta je za nas tudi predmet obdelave. Na pobočju je bilo vzpostavljenih še dodatnih 9 točk (1002 - 1010), katerim so bile višine določene s trigonometričnim višinerstvom. Vsem desetim točkam pa so bile z GNSS statično izmero določene tudi položajne koordinate ter višine v sistemu elipsoidnih višin. Točke so bile vzpostavljene povprečno na 150m višinske razlike. Izmero in obdelavo geometričnega nivelmana ter trigonometričnega višinerstva je v okviru svoje magistrske naloge izvedel Marko Grabljevec. Prav tako je bila GNSS izmera izvedena v okviru druge magistrske naloge.



Slika 3: Prikaz točk poligona Krvavec (Marko Grabljevec, osebna izmenjava)

Rezultati obdelave obeh magistrskih nalog so v preglednicah 1 in 2. Rezultat GNSS opazovanj so položajne koordinate v ETRS89 koordinatnem sistemu ter merjene elipsoidne višine s pripadajočimi natančnostmi. Koordinate v D96/TM koordinatnem sistemu so bile pretvorjene iz prej omenjenih v spletni aplikaciji SitraNet, ortometrične višine poleg njih pa so izravnane iz meritev geometričnega nivelmana in trigonometričnega višinomerstva.

Preglednica 1: Koordinate točk poligona določene z GNSS izmero, v ETRS89 k.s., s pripadajočimi natančnostmi

	φ	λ	$h[m]$	$\sigma_h[m]$
1001	46° 15' 37,99047" S	14° 29' 37,05082" V	471,3594	0,0039
1002	46° 15' 46,34736" S	14° 30' 10,85488" V	588,3800	0,0086
1003	46° 15' 42,88747" S	14° 31' 13,38714" V	717,1938	0,0047
1004	46° 16' 21,17796" S	14° 30' 31,53221" V	753,2151	0,0099
1005	46° 16' 05,92912" S	14° 31' 35,55385" V	965,1870	0,0047
1006	46° 16' 31,04488" S	14° 31' 42,34929" V	1133,2450	0,0047
1007	46° 16' 52,75117" S	14° 31' 26,36356" V	1349,0334	0,0067
1008	46° 17' 06,34551" S	14° 31' 58,74859" V	1473,1067	0,0046
1009	46° 17' 34,58471" S	14° 32' 16,26473" V	1523,7481	0,0046
1010	46° 17' 47,88622" S	14° 31' 47,12205" V	1740,1525	0,0042

Preglednica 2: Koordinate točk v D96/TM k.s. ter ortometrične višine določene z višinomerstvom

	n	e	$H_{meritve}[m]$	$\sigma_H[m]$
1001	124659,517	460962,990	424,4404	0,00386
1002	124912,945	461688,493	541,3857	0,00486
1003	124797,881	463026,868	670,1836	0,00554
1004	125985,535	462137,925	706,0959	0,00745
1005	125506,409	463505,786	918,0539	0,00972
1006	126280,958	463655,896	1086,0231	0,01030
1007	126953,158	463317,691	1301,7402	0,01150
1008	127368,743	464013,400	1425,7534	0,01243
1009	128238,397	464393,410	1476,3739	0,01288
1010	128652,734	463772,148	1692,5855	0,01312

V nadaljevanju smo pričeli z izračunom geoidnih višin iz različnih modelov. Prva skupina geoidnih višin je izračunana na podlagi meritev GNSS/nivelman oziroma v našem primeru tudi trigonometričnega višinomerstva. Izračun je potekal po že znani enačbi (5). Preostale tri skupine geoidnih višin so bile izračunane iz dveh državnih ploskev geoida (SLOG2000, SLOG2010) ter iz globalnega geopotencialnega modela (EGM2008). Višine za oba državna modela smo interpolirali s programom za bilinearno interpolacijo in sicer iz gridne mreže geoidnih višin 1'×1,5' za SLOG2000 in mreže 30"×45" za testni model SLOG2010. Tudi višine modela EGM2008 so bile bilinearno interpolirane iz zadnje mreže 1'×1'. Rezultati vseh geoidnih višin so v preglednici 3.

Preglednica 3: Geoidne višine določene iz različnih modelov

	N_{meritve} [m]	N_{SLOG2000} [m]	N_{SLOG2010} [m]	N_{EGM2008} [m]
1001	46,919	47,043	46,971	47,515
1002	46,994	47,084	47,018	47,541
1003	47,010	47,116	47,049	47,554
1004	47,119	47,198	47,151	47,620
1005	47,133	47,200	47,152	47,609
1006	47,222	47,277	47,247	47,666
1007	47,293	47,335	47,320	47,707
1008	47,354	47,388	47,389	47,748
1009	47,374	47,474	47,501	47,814
1010	47,567	47,492	47,523	47,833

Absolutnih vrednosti geoidnih višin kot takih še ni bilo mogoče primerjati, saj model geoida EGM2008 ni vpet v slovenski višinski datum, kot je to pri ostalih. Primerjane vrednosti tako ne bi bile realne. Namesto tega smo primerjali relativno, torej višinske razlike geoidnih višin. Kot je že opisano v poglavju 3.1.4, smo izbrali referenčno točko ter od le te računali posamezne višinske razlike. Za referenčno točko smo izbrali z geometričnim nivelmanom določeno točko 1001. Rezultati razlik geoidnih višin so v preglednici 4.

Preglednica 4: Razlike geoidnih višin glede na referenčno točko 1001

	$\Delta N_{\text{meritve}}$ [m]	$\Delta N_{\text{SLOG2000}}$ [m]	$\Delta N_{\text{SLOG2010}}$ [m]	$\Delta N_{\text{EGM2008}}$ [m]
1001	/	/	/	/
1002	0,075	0,041	0,047	0,026
1003	0,091	0,073	0,078	0,039
1004	0,200	0,155	0,180	0,105
1005	0,214	0,157	0,181	0,094
1006	0,303	0,234	0,276	0,151
1007	0,374	0,292	0,349	0,192
1008	0,435	0,345	0,418	0,233
1009	0,455	0,431	0,530	0,299
1010	0,648	0,449	0,552	0,318

Relativne geoidne višine pridobljene iz različnih modelov smo nato primerjali s tistimi iz »meritev« ter tako dobili odstopanja modelov od le teh. Odstopanja so mera kateri model se najbolje ujema z meritvami. Odstopanja smo zapisali v preglednico 5. Računali smo jih po preprosti enačbi:

$$Ods_i = \Delta N_{\text{meritve}} - \Delta N_i \quad (11)$$

Preglednica 5: Odstopanja posameznega modela geoida od "merjenih" vrednosti za posamezno razliko višin

	Ods_{SLOG2000} [m]	Ods_{SLOG2010} [m]	Ods_{EGM2008} [m]
1001	/	/	/
1002	0,034	0,028	0,049
1003	0,018	0,013	0,052
1004	0,045	0,020	0,095
1005	0,057	0,033	0,120
1006	0,069	0,027	0,152
1007	0,082	0,025	0,182
1008	0,090	0,017	0,202
1009	0,024	-0,075	0,156
1010	0,199	0,096	0,330

Preglednica 6: Statistični kazalci odstopanj posameznega modela

	Sr. Vrednost [m]	Min. [m]	Maks. [m]	Stan. odklon [m]
SLOG2000	0,069	0,018	0,199	0,052
SLOG2010	0,020	-0,075	0,096	0,041
EGM2008	0,149	0,049	0,330	0,082

V preglednici 6 smo izračunali tudi statistične kazalce odstopanj. Ob pregledu smo ugotovili, da so standardni odkloni odstopanj nekoliko večji od pričakovanih. Iz odstopanj lahko razberemo, da je vrednost odstopanj na višinski razliki 1010 precej večja od ostalih in to v primeru vseh treh modelov geoida. Zaradi možnosti pogreška smo statistične kazalce izračunali še enkrat, tokrat brez tega opazovanja in jih predstavili v preglednici 7.

Preglednica 7: Statistični kazalci odstopanj posameznega modela, brez upoštevanja odstopanj na točki 1010

	Sr. Vrednost [m]	Min. [m]	Maks. [m]	Stan. odklon [m]
SLOG2000	0,052	0,018	0,090	0,025
SLOG2010	0,011	-0,075	0,033	0,033
EGM2008	0,126	0,049	0,202	0,053

Z drugo primerjavo smo dobili znatno boljše rezultate. Modela SLOG2000 in SLOG2010 se kažeta kot zelo primerljiva s standardnim odklonom okoli 3 cm. Globalni model je pričakovano nekoliko slabši, na kar kaže tudi precej večji variacijski razmik.

5 IZRAČUN PLOSKVE LOKALNEGA GEOIDA

Eden izmed ciljev naloge je bil tudi izračun lokalnega geoida v obliki regresijske ploskve. O razvoju funkcije polinoma in pomenu koeficientov je več napisano že v poglavju 3.1.4. V našem primeru pa smo se zaradi razgibanosti in strmine terena odločili prav za izračun z polinomom druge stopnje, ki upošteva še razliko ukrivljenosti med ploskvijo elipsoida in geoida. Za določitev šestih koeficientov ploskve potrebujemo šest (n_0) določenih geoidnih višin. Mi smo jih iz meritev imeli na voljo deset. Za izračun smo se jih odločili uporabiti osem (m), dve sta preostali za neodvisen preračun v ploskev. Izvedli smo posredno izravnavo po metodi najmanjših kvadratov. Kot natančnosti opazovanj smo upoštevali empirične natančnosti geoidnih višin, izračunane iz natančnosti opazovanj elipsoidnih in nadmorskih višin. Kot prvo smo morali položajne koordinate (e, n) preračunati na težišče mreže:

$$e_i' = e_i - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m e_i \quad n_i' = n_i - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m n_i \quad (12)$$

Tako dobimo kot enačbo ploskve:

$$N(e', n') = Ae' + Bn' + Ce'^2 + Dn'^2 + Ee'n' + F \quad (13)$$

Zapišemo 8 enačb popravkov ($i = 1, \dots, 8$):

$$F_i: \hat{N}_i - Ae_i' - Bn_i' - Ce_i'^2 - Dn_i'^2 - Ee_i'n_i' - F = 0 \quad (14)$$

Iščemo rešitev matričnega modela izravnave:

$$v + B \cdot \Delta = f \quad (15)$$

kjer so:

- v vektor popravkov,
- B matrika koeficientov,
- Δ vektor neznank,
- f vektor odstopanj.

Vektor približnih vrednosti neznank, matriko koeficientov in vektor odstopanj smo sestavili kot:

$$\delta_0 = \begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \\ C_0 \\ D_0 \\ E_0 \\ F_0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial A} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial F} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_8}{\partial A} & \dots & \frac{\partial F_8}{\partial F} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} -N_1 + A_0 e_1' + B_0 n_1' + C_0 e_1'^2 + D_0 n_1'^2 + E_0 e_1' n_1' + F_0 \\ \vdots \\ -N_8 + A_0 e_8' + B_0 n_8' + C_0 e_8'^2 + D_0 n_8'^2 + E_0 e_8' n_8' + F_0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Kot končni rezultat smo računali vektor popravkov neznank (Δ), vektor popravkov opazovanj (v) in vektor izravnanih opazovanj (\hat{l}). Sistem smo rešili:

$$\begin{aligned} \mathbf{N} &= \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{B} \\ \mathbf{t} &= \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{f} \\ \Delta &= \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{t} \\ \mathbf{v} &= \mathbf{f} - \mathbf{B} \cdot \Delta \\ \hat{l} &= l + v \end{aligned} \quad (19)$$

Zanimale so nas numerične vrednosti koeficientov izračuna ploskve, saj jo ti tudi določajo in omogočajo izračun poljubnih geodnih višin na območju. V izračun smo kot rečeno vzeli 8 vrednosti »merjenih« geoidnih višin. Zaradi že prej omenjene možnosti pogreška na točki 1010 smo se odločili to kot prvo izpustiti. Najboljšo rešitev smo dobili z izborom točk: 1001, 1002, 1003, 1004, 1005, 1007, 1008, 1009. V preglednici 8 so vrednosti posameznih koeficientov ploskve.

Preglednica 8: Vrednosti koeficientov ploskve za izračunano rešitev

A	$6,3644 \cdot 10^{-5}$
B	$8,4532 \cdot 10^{-5}$
C	$-0,0037 \cdot 10^{-5}$
D	$-0,0053 \cdot 10^{-5}$
E	$0,0071 \cdot 10^{-5}$
F	47,200

V nadaljevanju smo lahko zapisali končno enačbo za izračun geoidne višine na območju. Izračunali smo geoidne višine točk poligona v ploskvi za preostali točki 1006 in 1010, ostale smo lahko prepisali kar iz vektorja izravnanih opazovanj. Enačba ravnine:

$$N(e', n') = 6,3644 \cdot 10^{-5} \cdot e' + 8,4532 \cdot 10^{-5} \cdot n' - 0,0037 \cdot 10^{-5} \cdot e'^2 - 0,0053 \cdot 10^{-5} \cdot n'^2 + 0,0071 \cdot 10^{-5} \cdot e'n' + 47,200 \quad (20)$$

Preglednica 9: Geoidne višine in razlike višin na posamezni točki, izračunane iz ravnine

	N_{ploskev} [m]	$\Delta N_{\text{ploskev}}$ [m]
1001	46,913	/
1002	47,003	0,090
1003	47,005	0,092
1004	47,130	0,217
1005	47,139	0,226
1006	47,257	0,344
1007	47,282	0,369
1008	47,350	0,437
1009	47,378	0,465
1010	47,252	0,339

Glede na razlike geoidnih višin modelov iz preglednice 4 smo znova izračunali odstopanja, tokrat od razlik geoidnih višin iz ploskve, ki so v preglednici 9. Statistični kazalci so v preglednici 10 in 11.

Preglednica 10: Statistični kazalci odstopanj posameznega modela od ravnine

	Sr. vrednost [m]	Min. [m]	Maks. [m]	Stan. odklon [m]
SLOG2000	0,045	-0,110	0,110	0,061
SLOG2010	-0,004	-0,213	0,068	0,082
EGM2008	0,125	0,021	0,204	0,063

Preglednica 11: Statistični kazalci odstopanj posameznega modela od ravnine, brez upoštevanja točke 1010

	Sr. vrednost [m]	Min. [m]	Maks. [m]	Stan. odklon [m]
SLOG2000	0,064	0,019	0,110	0,028
SLOG2010	0,023	-0,065	0,068	0,037
EGM2008	0,138	0,053	0,204	0,054

Rezultati so bili z upoštevanjem odstopanj na višinski razliki do 1010 spet nekaj slabši. Natančnosti so vse tja do 10cm. Prav tako so bile vrednosti variacijskih razmikov velike. Iz vrednosti brez upoštevanja 1010 smo dobili predstavo kakšno natančnost lahko pričakujemo od posameznega modela geoida. Nekoliko nepričakovano se je najbolje odnesel model SLOG2000 z natančnostmi določitve do 3cm. Vsekakor pa sta s testnim izračunom SLOG2010 na ravni našega poligona zelo primerljiva. Globalni geopotencialni model EGM2008 je za manjša, lokalna območja nekoliko manj primeren, kar je pokazal tudi nekoliko večji variacijski razmik in seveda slabša natančnost. Srednje vrednosti odstopanj so prikazale značilen razmik ploskev različnih modelov, SLOG2010 je glede na ploskev zamaknjen za približno 2cm, SLOG2000 glede na novejši model še 4cm, dodatnih 8cm zamika pa je do ploskve modela EGM2008.

6 ZAKLJUČEK

V diplomski nalogi smo primerjali geoidne višine pridobljene iz uradnega modela geoida Slovenije SLOG2000, testnega izračuna novega geoida SLOG2010 ter globalnega geopotencialnega modela EGM2008 na višinskem območju južnega pobočja Krvavca. Geoidne višine smo izračunali tudi iz merjenih elipsoidnih in nadmorskih višin. V namene določitve višin je bil že predhodno vzpostavljen in izmerjen geodetski poligon. Dober geoidni model in določene geoidne višine so nujen pogoj za kvalitetno določitev višin v državnem višinskem koordinatnem sistemu z GNSS višinomerstvom. Takšna metoda višinomerstva je na strmih, razgibanih terenih, kot je tudi Krvavec, najlažje izvedljiva.

Ugotavljali smo kateri model geoida se najboljše ujema z geoidnimi višinami pridobljenimi iz t.i. GNSS/nivelman točk na danem območju. Rezultati naloge kažejo, da od merjenih vrednosti povprečno najmanj odstopa testni model SLOG2010, kar smo tudi pričakovali. Sledi pa mu državni model SLOG2000. Natančnosti odstopanj so med obema modeloma zelo primerljive, SLOG2000 daje tukaj celo malenkost boljše rezultate, kar je nekoliko presenetljivo. Sicer pa natančnosti v rangi 5cm in manj potrjujejo prejšnje analize, ki so bile opravljene na območju celotne države. Za še bolj natančno predstavo o kakovosti posameznega modela bi lahko na območju vzpostavili in izmerili še večje število primerjalnih točk. Pričakovano kažejo rezultati primerjave globalnega geopotencialnega modela najslabše rezultate. Ker imamo na voljo boljše modele lahko rečemo, da ta za direktno geodetsko uporabo pri nas ni primeren. Seveda pa je v odlično pomoč pri izračunih državnih geoidov. Za doseg najboljših rezultatov je potreben dokončen izračun novega modela geoida SLOG2010. Glede na trenutne rezultate ter podatke, ki bodo še vključeni v izračun smo lahko prepričani, da bo to najboljši model geoida na voljo pri nas.

V okviru naloge smo izračunali tudi ploskev lokalnega geoida in sicer z razvojem v polinom druge stopnje. Določitev lokalne ravnine je na manjših območjih z kvalitetnimi meritvami tudi najboljša rešitev za izračun geoidne višine. Natančnost dobljene ravnine je neposredno vezana na natančnosti meritev, zato je te potrebno opraviti korektno, rezultate pa preveriti za morebitne pogreške. Ker smo v okviru naloge na eni izmed točk dobili nadpovprečno velika odstopanja, smo to iz izračuna tudi izločili. Za nadaljnjo odločitev ali gre za pogrešek bi bila potrebna ponovna izmera, na kateri bi lahko vzpostavili tudi večje število točk in tako zagotovili še boljši izračun lokalne ploskve.

VIRI

Hirt, C., Bürki, B., Somieski, A., Seeber, G. 2010. Modern determination of vertical deflections using digital zenith cameras. *Journal of Surveying Engineering* 136, 1: 1-12.

Koler, B., Urbančič, T., Medved, K., Vardjan, N., Berk, S., Omang, O. C. D., Solheim, D., Kuhar, M. 2012. Novi višinski sistem Slovenije in testni izračun geoida. Ljubljana. 17. strokovno srečanje Slovenskega združenja za geodezijo in geofiziko, Ljubljana, 26. januar 2012. Ljubljana: Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 90-101.

Koler, B., Medved, K., Kuhar, M. 2007. M. Uvajanje sodobnega višinskega sistema v Sloveniji. *Geodetski vestnik* 51, 4: 777-792.

Kuhar, M. 2012. Fizikalna geodezija. Ljubljana. Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 106 str.

Kuhar, M. 2010. Testni izračun geoida. Osebna komunikacija. (30. 6. 2016)

Kuhar, M., Berk, S., Koler, B., Medved, K., Omang, O., Solheim, D. 2011. Vloga kakovostnega višinskega sistema in geoida za izvedbo GNSS-višinomerstva. *Geodetski vestnik*, 55, 2: 226-234.

Pavlis, N.K., Holmes, S.A., Kenyon, S.C., Factor, J.K. 2012. The Development and Evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). *Journal of Geophysical Research, Solid Earth* 117, B4: 1-38.

Pogarčič, M. 2014. Analiza različnih modelov geoida na območju Slovenije. Diplomaska naloga. Ljubljana. Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo (samozaložba M. Pogarčič): 50 str.

Pribičević, B. 2001. Uporaba geološko-geofizičnih in geodetskih baz podatkov za računanje ploskve geoida Republike Slovenije. Doktorska disertacija. Ljubljana. Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo (samozaložba B. Pribičević): 115 str.

Torge, W. 2001. *Geodesy*. New York. Walter de Gruyter, II. Izdaja: 416 str.

Urbanč, M. 2008. Ocena natančnosti geoidnega modela Slovenije. Diplomaska naloga. Ljubljana. Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo (samozaložba M. Urbanč): 41 str.