

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta
za gradbeništvo
in geodezijo



Jamova cesta 2
1000 Ljubljana, Slovenija
<http://www3.fgg.uni-lj.si/>

DRUGG – Digitalni repozitorij UL FGG
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

To je izvirna različica zaključnega dela.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujete na bibliografske podatke, kot je navedeno:

Močnik, R., 2016. Analiza vpliva temperature na armiranobetonske stebre za opazovanje premikov. Magistrsko delo. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. (mentor Ambrožič, T., somentor Koler, B.): 87 str.

Datum arhiviranja: 01-09-2016

University
of Ljubljana

Faculty of
Civil and Geodetic
Engineering



Jamova cesta 2
SI – 1000 Ljubljana, Slovenia
<http://www3.fgg.uni-lj.si/en/>

DRUGG – The Digital Repository
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

This is original version of final thesis.

When citing, please refer to the publisher's bibliographic information as follows:

Močnik, R., 2016. Analiza vpliva temperature na armiranobetonske stebre za opazovanje premikov. M.Sc. Thesis. Ljubljana, University of Ljubljana, Faculty of civil and geodetic engineering. (supervisor Ambrožič, T., co-supervisor Koler, B.): 87 pp.

Archiving Date: 01-09-2016

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta za
*gradbeništvo in
geodezijo*

Jamova 2
1000 Ljubljana, Slovenija
telefon (01) 47 68 500
faks (01) 42 50 681
fgg@fgg.uni-lj.si



**PODIPLOMSKI ŠTUDIJSKI
PROGRAM GEODEZIJA**

Kandidat:

ROBERT MOČNIK

**ANALIZA VPLIVA TEMPERATURE NA
ARMIRANOBETONSKE STEBRE ZA OPAZOVANJE
PREMIKOV**

Magistrsko delo št.: 55/GE

**TEMPERATURE EFFECT ANALYSIS OF REINFORCED
CONCRETE OBSERVATION COLUMNS**

Graduation – Master Thesis No.: 55/GE

Mentor:

izr. prof. dr. Tomaž Ambrožič

Somentor:

doc. dr. Božo Koler

Ljubljana, 30. 08. 2016

STRAN ZA POPRAVKE

Stran z napako

Vrstica z napako

Namesto

Naj bo

IZJAVE

Podpisani **ROBERT MOČNIK**, vpisna številka 26202786, avtor zaključnega dela z naslovom **ANALIZA VPLIVA TEMPERATURE NA ARMIRANOBETONSKE STEBRE ZA OPAZOVANJE PREMIKOV**

IZJAVLJAM

1. *Obkrožite eno od variant a) ali b)*

a) da je pisno zaključno delo študija rezultat mojega samostojnega dela;

b) da je pisno zaključno delo študija rezultat lastnega dela več kandidatov in izpolnjuje pogoje, ki jih Statut UL določa za skupna zaključna dela študija ter je v zahtevanem deležu rezultat mojega samostojnega dela;

2. da je tiskana oblika pisnega zaključnega dela študija istovetna elektronski obliki pisnega zaključnega dela študija;

3. da sem pridobil vsa potrebna dovoljenja za uporabo podatkov in avtorskih del v pisnem zaključnem delu študija in jih v pisnem zaključnem delu študija jasno označil;

4. da sem pri pripravi pisnega zaključnega dela študija ravnal v skladu z etičnimi načeli in, kjer je to potrebno, za raziskavo pridobil soglasje etične komisije;

5. soglašam, da se elektronska oblika pisnega zaključnega dela študija uporabi za preverjanje podobnosti vsebine z drugimi deli s programsko opremo za preverjanje podobnosti vsebine, ki je povezana s študijskim informacijskim sistemom članice;

6. da na UL neodplačno, neizključno, prostorsko in časovno neomejeno prenašam pravico shranitve avtorskega dela v elektronski obliki, pravico reproduciranja ter pravico dajanja pisnega zaključnega dela študija na voljo javnosti na svetovnem spletu preko Repozitorija UL;

7. da dovoljujem objavo svojih osebnih podatkov, ki so navedeni v pisnem zaključnem delu študija in tej izjavi, skupaj z objavo pisnega zaključnega dela študija.

V Ljubljani, 10. 7. 2016

Podpis študenta:

BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN Z IZVLEČKOM

UDK:	528.481(043.2)
Avtor:	Robert Močnik, univ. dipl. inž. geod.
Mentor:	izr. prof. dr. Tomaž Ambrožič
Somentorja:	doc. dr. Božo Koler prof. dr. Dejan Zupan
Naslov:	Analiza vpliva temperature na armiranobetonske stebre za opazovanje premikov
Tip dokumenta:	magistrsko delo
Obseg in oprema:	87 str., 5 pregl., 73 sl., 5 pril., 238 en.
Ključne besede:	vplivi na meritve, temperaturne spremembe, pomik stebra, elipsa pogreškov

Izveček

Za geodetska opazovanja pomikov tal in grajenih objektov potrebujemo dobro stabilizirane referenčne točke, iz katerih merimo kontrolne točke na objektu ali v njegovi okolici. Te so najpogosteje stabilizirane z armiranobetonskimi stebri, ki so včasih neprimerno izgrajeni. To ima lahko v primeru temperaturnih razlik v stebru vpliv na položaj vijaka za prisilno centriranje, ki za precizne meritve ni zanemarljiv. V nalogi je s pomočjo prenosa varianc in kovarianc ter s simulacijo Monte Carlo analiziran vpliv pogreška položaja stojišča, orientacijske točke in kontrolne točke na rezultate izmere. Izveden je bil tudi poskus, pri katerem smo iz ene strani ogrevali steber in opazovali, kolikšen je dejanski pomik vijaka za prisilno centriranje. V času ogrevanja stebra smo tudi opazovali, kako se temperatura prenaša po stebru in kolikšno temperaturno razliko v stebru to povzroči. Ugotovili smo, da je pri temperaturni razliki 16,8 °C v stebru dejanski pomik vijaka približno 1 mm, kar za precizne meritve ni zanemarljivo.

BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION

UDC: 528.481(043.2)
Author: Robert Močnik, B.Sc.
Supervisor: Assoc. Prof. Tomaž Ambrožič, Ph.D.
Co-Supervisors: Assist. Prof. Božo Koler, Ph.D.
Prof. Dejan Zupan, Ph.D.
Title: Temperature effect analysis of reinforced concrete observation columns
Document type: M. Sc. Thesis
Scope and tools: 87 p., 5 tab., 73 fig., 5 ann., 238 eq.
Keywords: observational effects, temperature gradient, cantilever column displacement, error ellipse

Abstract

Geodetic observations of displacements of the ground and engineering structures require well-stabilized reference points, used for measuring control points on the structure itself or in its surroundings. These points are most commonly stabilized with reinforced concrete columns, which are sometimes built improperly. If there are temperature differences within a column, this can have an impact on the position of the fixed screw for forced centering which is not negligible for precision measurements. By using the propagation of variances and covariances and Monte Carlo simulation, the thesis provides an analysis of the impact of error of the station position, orientation point and control point on the surveying results. We also carried out an experiment where we heated a column from one side and then observed the actual extent of screw displacement. While heating the column we also observed temperature transmission through the column and temperature difference this causes in the column. We have found that there was 1 mm screw displacement at temperature difference of 16,6 °C within the column which is not negligible for precision measurements.

ZAHVALA

Iskreno se zahvaljujem mentorju izr. prof. dr. Tomažu Ambrožiču, somentorjema doc. dr. Božu Kolerju in prof. dr. Dejanu Zupanu za vse nadvse koristne strokovne nasvete in spodbude pri nastajanju naloge. Vsem trem velja izredna zahvala za res hitro odzivnost in konstruktivnost pri podajanju predlogov in rešitev.

Hvala Zavodu za gradbeništvo Slovenije in dr. Urošu Bohincu za omogočeno izvedbo poskusa v Laboratoriju za konstrukcije.

Iskrena hvala vsem sodelavcem na Zavodu za gradbeništvo Slovenije za pomoč in nasvete pri izvedbi poskusa. Posebna hvala sodelavcem, Vladimirju, Aleksandru, Primožu in Matjažu, ki so mi pomagali pri izvedbi poskusa.

Hvala izr. prof. dr. Miralemu Hadžiselimoviću za strokovne nasvete pri opisovanju delovanja uporabljenih merilnikov.

Tatjani Vučajnk hvala za lektoriranje besedila.

Hvala staršem in moji družini, Meliti, Lari in Vikiju, za spodbudo, podporo in potrpežljivost. Posebna zahvala gre Meliti za ideje pri iskanju rešitev in pomoč pri pridobivanju rezultatov s programskim paketom R.

KAZALO VSEBINE:

Stran za popravke	I
Izjave	II
Bibliografsko-dokumentacijska stran in izvleček	III
Bibliographic-documentalistic information and abstract	IV
Zahvala	V
Kazalo vsebine	VI
Kazalo preglednic	VIII
Kazalo slik	IX
List of Tables	XIII
List of Figures	XIV
1 UVOD	1
1.1 Namen in cilj magistrskega dela	3
1.2 Delovna hipoteza	3
2 PREGLED PODROČJA	4
2.1 Temperaturna obremenitev armiranobetonskega stebra	4
2.1.1 Temperaturna obstojnost betona in jekla	4
2.1.2 Kinematične enačbe linijskega nosilca	5
2.1.3 Konstitucijske enačbe linijskega nosilca	6
2.1.4 Vpliv spremembe temperature na linijski nosilec	6
2.2 Preprosti primer konzole (ravninski primer)	7
2.3 Vpliv pomika stebra na geodetska opazovanja	10
2.4 Prenos varianc in kovarianc	12
2.4.1 Simulacija Monte Carlo	18
3 METODE	21
3.1 Izgradnja armiranobetonskega stebra	21
3.2 Merska oprema	24
3.2.1 Dajalnik pomika	25
3.2.2 Merjenje temperature na principu termoelektričnega pojava (termočlen)	28
3.3 Temperaturna obremenitev stebra in meritev pomikov	30
3.4 Vpliv pomika stebra na rezultate izmere in položaj kontrolne točke	34
3.4.1 Pogrešek na orientacijski točki <i>B</i>	34
3.4.2 Pogrešek na kontrolni točki <i>C</i>	44
3.4.3 Pogrešek na stojšču <i>A</i>	48
4 REZULTATI	58

5	ANALIZA	65
5.1	Vpliv pogreška položaja orientacijske točke na rezultate izmere	65
5.2	Vpliv pogreška položaja stojišča na rezultate izmere	71
6	DISKUSIJA	78
7	POVZETEK (SUMMARY)	81
7.1	Povzetek	81
7.2	Summary	83
	VIRI	85
	SEZNAM PRILOG	

KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 1:	Linearni temperaturni razteznostni koeficienti materialov (Srpčič, 2015)	4
Preglednica 2:	Izračun pomikov w za različne vrednosti spremembe temperature ΔT_1	9
Preglednica 3:	Natančnosti določitve položaja kontrolne točke C in elementi standardne elipse pogreškov zaradi pogreška na orientacijski točki B za $\sigma_{y_B}^2 = \sigma_{x_B}^2 = 1 \text{ mm}^2$, $\sigma_{yx_B} = 0 \text{ mm}^2$ pri različnih kotih in dolžinah med točkama A (stojišče) in C (kontrolna točka) pri različnih dolžinah do točke B ; smerni kot ν_A^B znaša v vseh primerih 45°	C1
Preglednica 4:	Natančnosti dolžine in horizontalnega kota za $\sigma_{y_A}^2 = \sigma_{x_A}^2 = 1 \text{ mm}^2$, $\sigma_{yx_A} = 0 \text{ mm}^2$ pri različnih kotih in dolžinah med točkama A (stojišče) in C (kontrolna točka) pri različnih dolžinah do orientacijske točke B ; smerni kot ν_A^B znaša v vseh primerih 45°	D1
Preglednica 5:	Natančnosti položaja točke C in elementi standardne elipse pogreškov zaradi pogreška na stojišču za $\sigma_{y_A}^2 = \sigma_{x_A}^2 = 1 \text{ mm}^2$, $\sigma_{yx_A} = 0 \text{ mm}^2$ pri različnih kotih in dolžinah med točkama A (stojišče) in C (točka, katere položaj merimo) ter pri različnih dolžinah do točke B , smerni kot ν_A^B znaša v vseh primerih 45°	E1

KAZALO SLIK

Slika 1:	Prikaz različnih stebrov referenčnih točk	2
Slika 2:	Levo: trirazsežno telo; desno: računski model linijskega telesa	5
Slika 3:	Levo: prečni prerez linijskega nosilca; desno: model linijskega nosilca	7
Slika 4:	Odvisnost pomika od temperaturne razlike	9
Slika 5:	Polarna metoda izmere	11
Slika 6:	Gostota porazdelitve dveh normalno porazdeljenih slučajnih spremenljivk	14
Slika 7:	Prikaz enakomerno porazdeljene slučajne spremenljivke ($\min = 0$, $\max = 1$, $n = 10\ 000$)	19
Slika 8:	Prikaz normalno porazdeljene slučajne spremenljivke ($\mu = 0$, $\sigma = 1$, $n = 10\ 000$)	20
Slika 9:	Nameščanje tipal temperature na nosilno mrežo	22
Slika 10:	Prikaz detajla pritrditve temperaturnih tipal na nosilno mrežo	22
Slika 11:	Vstavljanje nameščenih tipal v cev; levo: pred vstavljanjem; sredina: delno vstavljena tipala; desno: tipala, vstavljena v cev	23
Slika 12:	Levo: betonski blok; desno: sidranje armaturnih palic v betonski blok	23
Slika 13:	Levo: pripravljena cev za betoniranje; desno: betoniran steber v pripravi za poskus	24
Slika 14:	Potenciometrični dajalnik pomika	24
Slika 15:	Elementi običajnega senzorskega sistem (Hočevar, 2009)	25
Slika 16:	Preprosti dajalnik pomika	26
Slika 17:	Ločljivost dajalnika pomika	26
Slika 18:	Princip potenciometričnega dajalnika pomika	26
Slika 19:	Nelinearnost dajalnika pomika	28
Slika 20:	Termospoj železa in bakra	28
Slika 21:	Zavarjeni termožici (vroči konec)	29
Slika 22:	Merilna shema termočlena	29
Slika 23:	Razporeditev temperature na deski, postavljeni pred steber	30
Slika 24:	Položaj tipal pomika na vrhu stebra	30
Slika 25:	Položaj tipal za merjenje temperature v stebru	31
Slika 26:	Shematski prikaz poskusa	31
Slika 27:	Postavitve merskih mest in grelcev (dimenzije v metrih)	32
Slika 28:	Levo: preverjanje enakomernosti temperaturne porazdelitve na površini deske pred stebrom; desno: ogrevanje stebra in merjenje pomika med poskusom	32
Slika 29:	Levo: temperatura na površini stebra 5 minut po pričetku ogrevanja; sredina: temperatura na površini stebra 25 minut po pričetku ogrevanja; desno: detajl slike v sredini	33
Slika 30:	Levo: zaslonska slika podokna aplikacije za merjenja temperature; desno: zaslonska slika aplikacije za merjenja pomika	33
Slika 31:	Pogrešek orientacijske točke B	34
Slika 32:	Pogrešek kontrolne točke C	44

Slika 33:	Pogrešek na stojišču A	48
Slika 34:	Prikaz spreminjanja temperature znotraj stebra v odvisnosti od časa na višini stebra 150 mm (levo); 750 mm (sredina) in 1350 mm (desno); s črtkanimi črtami so prikazani trenutki, za katere je prikazan prerez stebra s porazdelitvijo temperature	58
Slika 35:	Prikaz temperature znotraj stebra na višini stebra 150 mm (levo), 750 mm (sredina) in 1350 mm (desno) pred začetkom segrevanja ($t = 0$ ur)	59
Slika 36:	Prikaz temperature znotraj stebra na višini stebra 150 mm (levo), 750 mm (sredina) in 1350 mm (desno) 2,5 ure po začetku segrevanja	60
Slika 37:	Prikaz temperature znotraj stebra na višini stebra 150 mm (levo), 750 mm (sredina) in 1350 mm (desno) 5,7 ure po začetku segrevanja (pred izklopom grelca)	60
Slika 38:	Prikaz temperature znotraj stebra na višini stebra 150 mm (desno), 750 mm (sredina) in 1350 mm (levo) 8 ur po začetku segrevanja	61
Slika 39:	Levo: odvisnost temperaturne spremembe in pomika od časa segrevanja za prereze stebra I, II in III; desno: odvisnost pomika od temperaturne razlike za prereze stebra I, II in III	61
Slika 40:	Prikaz regresijske premice za vse temperaturne razlike za čas ogrevanja	62
Slika 41:	Prikaz regresijske premice z vsiljeno konstanto 0	63
Slika 42:	Simulirani položaji kontrolne točke C za $d_{AB} = 50$ m, $\nu_A^B = 45^\circ$, $d_{AC} = 50$ m, 100 m, 150 m, $\nu_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$	66
Slika 43:	Simulirani položaji kontrolne točke C za $d_{AB} = 100$ m, $\nu_A^B = 45^\circ$, $d_{AC} = 50, 100, 150$ m, $\nu_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$	66
Slika 44:	Simulirani položaji kontrolne točke C za $d_{AB} = 150$ m, $\nu_A^B = 45^\circ$, $d_{AC} = 50, 100, 150$ m, $\nu_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$	67
Slika 45:	Elipse pogreškov kontrolne točke C zaradi vpliva pogreška na orientacijski točki B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 50 m na orientacijsko točko B, smerni kot na točko C znaša 0°	68
Slika 46:	Elipse pogreškov na kontrolni točki C zaradi pogreška na orientacijski točke B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 100 m na orientacijsko točko B, smerni kot na točko C znaša 0°	69
Slika 47:	Elipse pogreškov kontrolne točke C za vpliv pogreška orientacijske točke B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 150 m na orientacijsko točko B, smerni kot na točko C znaša 0°	70
Slika 48:	Simulirani položaji kontrolne točke C za $d_{AB} = 50$ m, $\nu_A^B = 45^\circ$, $d_{AC} = 50, 100, 150$ m, $\nu_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$	72
Slika 49:	Simulirani položaji kontrolne točke C za $d_{AB} = 100$ m, $\nu_A^B = 45^\circ$, $d_{AC} = 50, 100, 150$ m, $\nu_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$	72
Slika 50:	Simulirani položaji kontrolne točke C za $d_{AB} = 150$ m, $\nu_A^B = 45^\circ$, $d_{AC} = 50, 100, 150$ m, $\nu_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$	73
Slika 51:	Elipse pogreškov na kontrolni točki C zaradi pogreška na stojiščni točki A na	

različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 50 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 0°	74
Slika 52: Elipse pogreškov položaja kontrolne točke C zaradi pogreška na stojišču A na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 100 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 0°	75
Slika 53: Elipse pogreškov položaja kontrolne točke C zaradi pogreška na stojišču A na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 150 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 0°	76
Slika 54: Elipse pogreškov kontrolne točke C zaradi vpliva pogreška na orientacijski točki B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 50 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 0°	A1
Slika 55: Elipse pogreškov kontrolne točke C zaradi vpliva pogreška na orientacijski točki B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 100 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 0°	A2
Slika 56: Elipse pogreškov kontrolne točke C za vpliv pogreška orientacijske točke B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 150 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 0°	A3
Slika 57: Elipse pogreškov kontrolne točke C za vpliv pogreška orientacijske točke B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 50 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 30°	A4
Slika 58: Elipse pogreškov kontrolne točke C za vpliv pogreška orientacijske točke B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 100 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 30°	A5
Slika 59: Elipse pogreškov kontrolne točke C za vpliv pogreška orientacijske točke B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 150 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 30°	A6
Slika 60: Elipse pogreškov kontrolne točke C za vpliv pogreška orientacijske točke B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 50 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 60°	A7
Slika 61: Elips pogreškov kontrolne točke C za vpliv pogreška orientacijske točke B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 100 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 60°	A8
Slika 62: Elips pogreškov kontrolne točke C za vpliv pogreška orientacijske točke B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 150 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 60°	A9
Slika 63: Elips pogreškov kontrolne točke C za vpliv pogreška orientacijske točke B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 50 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 90°	A10
Slika 64: Elipse pogreškov kontrolne točke C za vpliv pogreška orientacijske točke B na	

- različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 100 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 90° A11
- Slika 65: Elipse pogreškov kontrolne točke C za vpliv pogreška orientacijske točke B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 50 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 90° A12
- Slika 66: Elipse pogreškov na kontrolni točki C zaradi pogreška na stojiščni točki A na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 50 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 0° B1
- Slika 67: Elipse pogreškov položaja kontrolne točke C zaradi pogreška na stojišču A na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 100 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 0° B2
- Slika 68: Elipse pogreškov položaja kontrolne točke C zaradi pogreška na stojišču A na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 150 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 0° B3
- Slika 69: Elipse pogreškov kontrolne točke C na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 50 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 30° B4
- Slika 70: Elipse pogreškov kontrolne točke C na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 100 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 30° B5
- Slika 71: Elipse pogreškov kontrolne točke C na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 150 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 30° B6
- Slika 72: Elipse pogreškov kontrolne točke C na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 50 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 60° B7
- Slika 73: Elipse pogreškov kontrolne točke C na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 50 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 90° B8

LIST OF TABLES

Table 1:	Linear temperature expansion coefficients of materials (Srpčič, 2015)	4
Table 2:	Calculated deflection w for different temperature gradient values ΔT_1	9
Table 3:	Location precision of control point C and elements of standard error ellipse due to error in the orientation point B for $\sigma_{y_B}^2 = \sigma_{x_B}^2 = 1 \text{ mm}^2$, $\sigma_{yx_B} = 0 \text{ mm}^2$ at different angles and distances between points A (stand point) and C (control point) at different distances to point B ; direction ν_A^B is in all cases 45°	C1
Table 4:	Precision of distance and horizontal angle due to error in the stand point A for $\sigma_{y_A}^2 = \sigma_{x_A}^2 = 1 \text{ mm}^2$, $\sigma_{yx_A} = 0 \text{ mm}^2$ at different angles and distances between points A (stand point) and C (control point) at different distances to orientation point B ; direction ν_A^B is in all cases 45°	D1
Table 5:	Location precision of control point C and elements of standard error ellipse due to error in the orientation point B for $\sigma_{y_B}^2 = \sigma_{x_B}^2 = 1 \text{ mm}^2$, $\sigma_{yx_B} = 0 \text{ mm}^2$ at different angles and distances between points A (stand point) and C (control point) at different distances to point B ; direction ν_A^B is in all cases 45°	E1

LIST OF FIGURES

Figure 1: Different reference point columns	2
Figure 2: Left: a three-dimensional body; right: the numerical model of the beam	5
Figure 3: Left: the cross-section of the beam; right: the numerical model of the beam	7
Figure 4: The deflection dependence on the temperature difference	9
Figure 5: The polar method	11
Figure 6: The density distribution of two normally distributed random variables	14
Figure 7: Uniformly distributed random variables ($\min = 0$, $\max = 1$, $n = 10\,000$)	19
Figure 8: Normally distributed random variables ($\mu = 0$, $\sigma = 1$, $n = 10\,000$)	20
Figure 9: Installing the temperature sensors to the carrier net	22
Figure 10: The detail of temperature sensor attachment to the carrier net	22
Figure 11: Inserting the sensor into the tube; left: before loading; middle: partly inserted sensors; right: sensors inserted into the tube	23
Figure 12: Left: a concrete block; right: the anchoring of reinforcing bars into the concrete block	23
Figure 13: Left: a tube ready for concreting; right: a concrete column in preparation for the test	24
Figure 14: A potentiometric position transducer	24
Figure 15: The elements of a typical sensor system (Hočevar, 2009)	25
Figure 16: A basic position transducer	26
Figure 17: Position transducer resolution	26
Figure 18: Principle of potentiometric transducer	26
Figure 19: Position transducer nonlinearity	28
Figure 20: Thermocouple of iron and copper	28
Figure 21: Welded thermocouple wire (hot end)	29
Figure 22: Thermocouple measurement scheme	29
Figure 23: The temperature distribution on the board placed in front of the column	30
Figure 24: The position of sensor moves on the top of the column	30
Figure 25: The position of sensors for measuring the temperature in concrete column	31
Figure 26: The scheme of the experiment	31
Figure 27: Installing of measurement sites and heaters (dimensions in meters)	32
Figure 28: Left: the uniformity of the temperature distribution control on the surface of the board in front of the column; right: the heating of the column and displacement measurement during experiment	32
Figure 29: Left: the temperature at the surface of the column 5 minutes after the start of the heating; middle: the temperature at the surface of the column 25 minutes after the start of the heating; right: a detail of the image in the middle	33
Figure 30: Left: a screenshot of applications panel for temperature measurement; right: a screenshot of the applications for the position measurement	33
Figure 31: Orientation point <i>B</i> error	34

Figure 32: Control point C error	44
Figure 33: Station point A error	48
Figure 34: The temperature curve as a function of time at the height 150 mm (left); 750 mm (middle) and 1350 mm (right); dashed lines show discrete times at which temperature distribution over cross-sections are shown	58
Figure 35: The temperature inside the column at the height of 150 mm (left), 750 mm (middle) and 1350 mm (right) just before the start of the heating ($t = 0$ h)	59
Figure 36: The temperature inside the column at the height of 150 mm (left), 750 mm (middle) and 1350 mm (right) 2.5 hours after the start of the heating	60
Figure 37: The temperature inside the column at the height of 150 mm (left), 750 mm (middle) and 1350 mm (right) 5.7 hours after the start of the heating	60
Figure 38: The temperature inside the column at the height of 150 mm (left), 750 mm (middle) and 1350 mm (right) 8 hours after the start of the heating	61
Figure 39: Left: the dependence of temperature change and displacement on heating time for the column sections I, II and III; right: dependence of displacement on the temperature difference for the column sections I, II and III	61
Figure 40: Regression line for heating time temperature change	62
Figure 41: Regression line with intercept equal to zero	63
Figure 42: Simulated positions of control point C for $d_{AB} = 50$ m, $v_A^B = 45^\circ$, $d_{AC} = 50$ m, 100 m, 150 m, $v_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$	66
Figure 43: Simulated positions of control point C for $d_{AB} = 100$ m, $v_A^B = 45^\circ$, $d_{AC} = 50$, 100, 150 m, $v_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$	66
Figure 44: Simulated positions of control point C for $d_{AB} = 150$ m, $v_A^B = 45^\circ$, $d_{AC} = 50$, 100, 150 m, $v_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$	67
Figure 45: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 50 m to the orientation point B, angle to the control point C is 0°	68
Figure 46: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 100 m to the orientation point B, the direction angle to control point C is 0°	69
Figure 47: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 150 m to the orientation point B, angle to the control point C is 0°	70
Figure 48: Simulated positions of control point C for $d_{AB} = 50$ m, $v_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$	72
Figure 49: Simulated positions of control point C for $d_{AB} = 100$ m, $v_A^B = 45^\circ$, $d_{AC} = 50, 100, 150$ m, $v_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$	72
Figure 50: Simulated positions of control point C for $d_{AB} = 150$ m, $v_A^B = 45^\circ$, $d_{AC} = 50, 100, 150$ m, $v_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$	73

- Figure 51: Error ellipses for location of control point C due to error in the stand point A at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 50 m to the orientation point B , the direction angle to the control point C is 0° 74
- Figure 52: Error ellipses for location of control point C due to error in the stand point C at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 100 m to the orientation point B , the direction angle to the control point C is 0° 75
- Figure 53: Error ellipses for location of control point C due to error in the stand point at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 150 m to the orientation point B , the direction angle to the control point C is 0° 77
- Figure 54: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 50 m to the orientation point B , angle to the control point C is 0° A1
- Figure 55: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 100 m to the orientation point B , angle to the control point C is 0° A2
- Figure 56: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 150 m to the orientation point B , angle to the control point C is 0° A3
- Figure 57: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 50 m to the orientation point B , angle to the control point C is 30° A4
- Figure 58: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 100 m to the orientation point B , angle to the control point C is 30° A5
- Figure 59: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 150 m to the orientation point B , angle to the control point C is 30° A6
- Figure 60: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 50 m to the orientation point B , angle to the control point C is 60° A7
- Figure 61: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 100 m to the orientation point B , angle to the control point C is 60° A8
- Figure 62: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 150 m to the orientation point B , angle to the control point C is 60° A9
- Figure 63: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 50 m to the orientation point B , angle to the control point C is 90° A10

- Figure 64: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 100 m to the orientation point B , angle to the control point C is 90° A11
- Figure 65: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 50 m to the orientation point B , angle to the control point C is 90° A12
- Figure 66: Error ellipses for location of control point C due to error in the stand point A at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 50 m to the orientation point B , the direction angle to the control point C is 0° B1
- Figure 67: Error ellipses for location of control point C due to error in the stand point A at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 100 m to the orientation point B , the direction angle to the control point C is 0° B2
- Figure 68: Error ellipses for location of control point C due to error in the stand point at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 150 m to the orientation point B , the direction angle to the control point C is 0° B3
- Figure 69: Error ellipses for location of control point C due to error in stand point at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 50 m to the orientation point B , angle to the control point C is 30° B4
- Figure 70: Error ellipses for location of control point C due to error in stand point at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 100 m to the orientation point B , angle to the control point C is 30° B5
- Figure 71: Error ellipses for location of control point C due to error in stand point at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 150 m to the orientation point B , angle to the control point C is 30° B6
- Figure 72: Error ellipses for location of control point C due to error in stand point at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 50 m to the orientation point B , angle to the control point C is 60° B7
- Figure 73: Error ellipses for location of control point C due to error in stand point at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 50 m to the orientation point B , angle to the control point C is 90° B8

Ta stran je namenoma prazna

1 UVOD

Za geodetska opazovanja pomikov tal in grajenih objektov potrebujemo dobro stabilizirane referenčne točke, iz katerih merimo kontrolne točke na objektu ali v njegovi okolici. Referenčne točke morajo biti primerno stabilizirane, saj služijo kot izhodišče za določitev pomikov velikostnega reda milimeter. Da lahko določimo tako majhne pomike, je ob precizni izmeri, izravnavi in upoštevanju vseh poznanih sistematičnih vplivov zelo pomembna tudi lastna stabilnost referenčnih točk, na podlagi katerih določamo pomike. V praksi poznamo več načinov stabilizacije referenčnih točk, od količkov, jeklenih klinov, pa vse do armiranobetonskih stebrov oziroma pilotov s prisilnim centriranjem, vendar je tako za namene preciznih izmer primerna klasična stabilizacija geodetskih referenčnih točk z armiranobetonskimi stebri s prisilnim centriranjem kot tudi uporaba ekscentričnih stojišč. Taka stabilizacija, če je pravilno izvedena, omogoča stabilnost referenčne točke skozi vse obdobje meritev objektov ali njegove okolice.

Za klasično stabilizacijo točk uporabljamo armiranobetonske stebre okroglega prereza s premeri od 20 cm do 60 cm, ki segajo do višine 150 cm. Poznamo tudi stabilizacije točk s piramidnimi betonskimi bloki. V nekaterih primerih so stebri zaščiteni z zunanjim ovojem. V tem primeru je vmesni prostor zapolnjen s toplotno izolacijo, ki zmanjša temperaturne vplive zaradi sevanja sonca.

Stabilizacija z armiranobetonskimi stebri ima veliko pozitivnih lastnosti, če je primerno izvedena. V sedanjem času je mogoče opaziti, da se stabilizacija referenčnih točk z armiranobetonskimi stebri izvaja premalo skrbno. Na to ima zagotovo velik vpliv trenutna gospodarska kriza, predvsem v gradbeništvu, z nenehnim zmanjševanjem stroškov. Tako je mogoče v praksi opaziti nestrokovno stabiliziranje referenčnih točk z armiranobetonskimi stebri. Te se stabilizira na nestabilnih tleh, z neprimerno izvedenim temeljenjem ter z neprimernim ovojem (črne cevi PVC).

V današnjem času za izvedbo stabilizacije običajno izvrtajo luknjo v tla. Vanjo vstavijo cev PVC, ki služi kot opaž. V to cev, ki je običajno premera približno 20 cm, vstavijo armaturni koš in zalijejo z betonom. Na vrhu cevi v še nestrjen beton zasidrajo jekleno ploščo z vijakom za prisilno centriranje. V praksi žal v večini primerov po zaključenem strjevanju betona izvajalci ne odstranijo cevi, ki je služila kot opaž. Te cevi so lahko različnih barv, tudi črne.

Relativno majhni prečni prerezi in temna, predvsem črna barva cevi, ki ostane na stebri, tudi po končanem procesu strjevanja betona, lahko predstavlja resen problem, predvsem ob nizkih temperaturah, ko takšno cev obsije sonce. Zaradi velikega faktorja emisivnosti črne cevi okrog armiranobetonskega stebra glede na faktor emisivnosti golega betona je mogoče pričakovati lokalne temperaturne spremembe v armiranobetonskem stebri. Te lokalne spremembe temperature v armiranobetonskem stebri, ko je ena stran stebra izpostavljena radiaciji sonca, lahko povzročijo raztezanje osončenega dela in posledično upogib stebra. Zaradi upogiba stebra, kot posledice

temperaturnih vplivov, se lahko pojavita vertikalni in horizontalni pomik vijaka za prisilno centriranje, ki pa nista več nujno zanemarljiva, kar pomembno vpliva na stabilnost referenčne točke.

Slika 1 prikazuje tri stebre referenčnih točk, postavljene na različnih lokacijah v Sloveniji. Leva slika prikazuje steber, ki se nahaja v neposredni bližini ekodukta (zeleni premostitveni objekt za živali) na hitri cesti Lipovci–Gančani. Slika v sredini prikazuje steber, ki se nahaja na pregradi v Melju, in slika desno prikazuje steber, ki se nahaja ob hitri cesti Vučja vas–Cogetinci.



Slika 1: Prikaz različnih stebrov referenčnih točk

Figure 1: Different reference point columns

Pričakujemo, da so pri pojavu dominantni horizontalni pomiki, zato se v tej nalogi osredotočamo le nanje, vertikalni pomiki pa niso predmet obravnave. Dodaten razlog za to je še, da stebre običajno uporabljamo kot referenčne točke v horizontalnih mrežah, zato so predmet raziskave te naloge.

Glede na to, da se stabilizacija referenčnih točk uporablja predvsem za precizne geodetske meritve, predstavlja horizontalni pomik vrha stebra za 1 mm velik sistematični pogrešek. Take pomike realno pričakujemo pri upogibu teh stebrov zaradi temperaturnih vplivov. Ker referenčno točko v horizontalni geodetski mreži obravnavamo kot dano točko, pomik le-te vpliva na rezultate meritev in posledično na izračunan položaj kontrolne točke, stabilizirane na objektu ali v njegovi okolici. Zaradi tega lahko sprejmemo napačen sklep, da je nastopil pomik kontrolne točke na objektu, čeprav je pomik posledica napake v položaju referenčne točke zaradi temperaturne obtežbe stebra. Upogib stebra lahko nastopi tudi na kontrolni točki.

Nepoznavanje temperaturnega vpliva na lego referenčne točke, stabilizirane z armiranobetonskim stebrom, ima lahko ključen pomen pri določanju pomikov kontrolnih točk na objektih oziroma v njegovi okolici. Za kvalitetno določanje pomikov je potrebno upoštevati tudi možnost pomika stebra

zaradi temperaturne razlike v stebri. Z dobro izvedbo stabilizacije referenčne točke bi zmanjšali temperaturni vpliv na armiranobetonski steber in s tem tudi pomik stebra. V nalogi se osredotočamo na določitev vpliva lokalne temperaturne obremenitve na armiranobetonski steber referenčne točke in določitev posledic, ki se izražajo v horizontalnem pomiku vijaka za prisilno centriranje, pogrešenih meritvah smeri in dolžin ter posledično položaja kontrolne točke.

1.1 NAMEN IN CILJ MAGISTRSKEGA DELA

Glavni namen magistrskega dela je proučitev temperaturnega vpliva na armiranobetonski steber, ki je v geodetskih mrežah lahko referenčna ali kontrolna točka. Temperaturni vpliv lahko povzroči upogib stebra in s tem pomik vijaka za prisilno centriranje. Neupoštevanje tega vpliva na referenčnih točkah pa lahko vodi v napačno razlaganje pomikov kontrolnih točk na objektu ali v njegovi okolici.

Cilj magistrskega dela je izgradnja armiranobetonskega stebra in izmera dejanskega pomika vijaka za prisilno centriranje zaradi temperaturne obremenitve stebra ter ugotavljanje vpliva tega pogreška na rezultate izmere in posledično odkrivanje pomika objekta.

1.2 DELOVNA HIPOTEZA

V magistrskem delu želimo določiti temperaturni vpliv na pomike armiranobetonskih stebrov, s katerimi so navadno stabilizirane točke v preciznih geodetskih mrežah. Postavimo naslednjo hipotezo, ki jo v nalogi testiramo:

»Temperaturni vplivi na steber pri preciznih meritvah v geodetskih mrežah niso zanemarljivi.«

2 PREGLED PODROČJA

V nalogi bo predstavljen vpliv temperaturne obremenitve na upogib armiranobetonskega stebra. Še posebej nas bo zanimal temperaturni vpliv na horizontalni pomik vrha stebra in s tem na rezultate geodetskih meritev.

2.1 TEMPERATURNI OBREMENITEV ARMIRANOBETONSKEGA STEBRA

Konstrukcije so pogosto izpostavljene temperaturnim vplivom. Najbolj pogosti in očitni vpliv na konstrukcije je osončenje. Nastopajo seveda tudi še drugi temperaturni vplivi na konstrukcije, ki so posledica vplivov izvorov toplote (peči), požara, asfaltiranja in podobno.

Temperaturne spremembe vplivajo na konstrukcije podobno kot mehanska obtežba. Povzročajo namreč deformiranje konstrukcijskih elementov, lahko pa se v njih posledično pojavijo tudi napetosti. Zato temperaturne spremembe pogosto imenujemo kar temperaturna obtežba (Srpčič, 2015).

2.1.1 Temperaturna obstojnost betona in jekla

Otrdeli beton rahlo spreminja prostornino zaradi temperaturnih sprememb. V Sloveniji se za pripravo betona najpogosteje uporablja drobljeni mineralni agregat, kjer prevladujejo karbonatni agregati na osnovi apnenca in dolomita (Žarnić, 2005). Lopatič (2012) navaja, da se za linearni temperaturni razteznostni koeficient betona lahko upošteva vrednost $\alpha_T = 1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

Preglednica 1: Linearni temperaturni razteznostni koeficienti materialov (Srpčič, 2015)

Table 1: Linear temperature expansion coefficients of materials (Srpčič, 2015)

Material	Linearni temperaturni razteznostni koeficient α_T [K^{-1}]
jeklo	$1,25 \cdot 10^{-5}$
aluminij	$2,29 \cdot 10^{-5}$
baker	$1,67 \cdot 10^{-5}$
beton	$1,25 \cdot 10^{-5}$

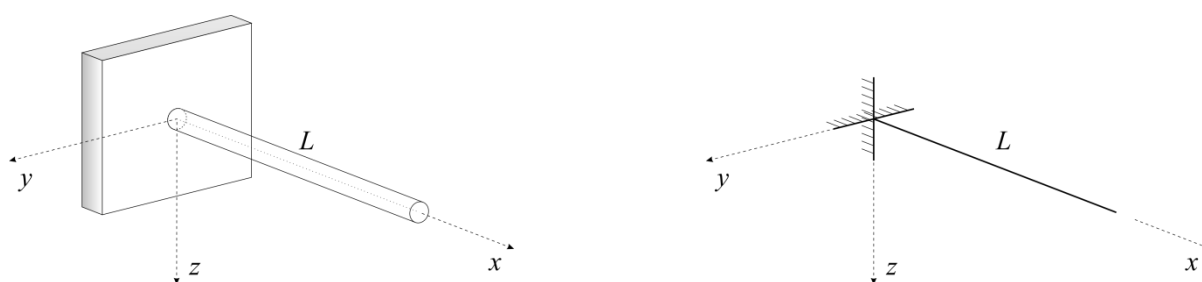
Ker je predmet obravnave armiranobetonski steber, je potrebno vedeti tudi podatek o linearnem temperaturnem razteznostnem koeficientu konstrukcijskega jekla, ki v stebru nastopa kot armatura. Na podlagi podatkov, ki jih prikazuje preglednica 1, vidimo, da imata beton in konstrukcijsko jeklo enak linearni razteznostni koeficient.

Za račun bomo uporabili zgornje vrednosti in izbrali linearni temperaturni razteznostni koeficient

$\alpha_T = 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, saj nas zanimajo največje deformacije kot posledica temperaturnega vpliva na armiranobetonski steber.

2.1.2 Kinematične enačbe linijskega nosilca

Linijski nosilec predstavlja izrazito podolgovato telo, za katerega je značilno, da je ena od treh dimenzij mnogo večja od preostalih dveh. Za obravnavanje takšnih teles vpeljemo računski model linijskega elementa. Tako dejansko trirazsežno telo opišemo s krivuljo na njegovi osi in prečnimi prerezi, ki med deformiranjem ne spreminjajo velikosti in oblike. Privzeli bomo, da je os nosilca ravna in leži vzdolž koordinatne osi x .



Slika 2: Levo: trirazsežno telo; desno: računski model linijskega telesa

Figure 2: Left: a three-dimensional body; right: the numerical model of the beam

Na tak način poenostavimo reševanje osnovnih enačb mehanike trdnega telesa. V območju majhnih deformacij ob upoštevanju predpostavke o nedeformabilnosti prečnih prerezov velja (Srpčič, 2015)

$$\varepsilon_{yy} \approx \varepsilon_{zz} \approx \varepsilon_{yx} \approx 0. \quad (2.1)$$

Dodatno privzamemo še, da so zasuki okrog osi nosilca zanemarljivi, kar pomeni (Srpčič, 2015)

$$\varepsilon_{xy} \approx \varepsilon_{xz} \approx 0. \quad (2.2)$$

Deformacijsko stanje takšnega nosilca torej izrazimo zgolj z eno neničelno komponento deformacijskega tenzorja

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{xx}(x, y, z). \quad (2.3)$$

Deformacije nosilca povežemo s pomiki težiščne osi nosilca

$$\mathbf{u} = u \mathbf{e}_x + v \mathbf{e}_y + w \mathbf{e}_z, \quad (2.4)$$

kjer u označuje osni pomik v in w pa prečna pomika v smereh y in z .

Z odvajanjem enačbe (2.4), upoštevanjem predpostavk modela in definicije ε_{xx} , dobimo

$$\varepsilon_{xx} = \frac{du}{dx} - y \frac{d^2v}{dx^2} - z \frac{d^2w}{dx^2}. \quad (2.5)$$

2.1.3 Konstitucijske enačbe linijskega nosilca

Deformacije sestavljajo deformacije zaradi mehanskih, temperaturnih in drugih vplivov. Za idealno linearno elastično, homogeno izotropno telo velja (Srpčič, 2015)

$$\varepsilon_{xx}(x, y, z) = \alpha_T \Delta T(x, y, z), \quad (2.6)$$

kjer je α_T linearni razteznostni koeficient snovi in $\Delta T(x, y, z)$ sprememba temperature poljubnega delca v nosilcu.

2.1.4 Vpliv spremembe temperature na linijski nosilec

Obravnavali bomo poenostavljen primer, pri katerem so temperaturne spremembe tako majhne, da lahko zanemarimo mehanske spremembe lastnosti materiala. Prav tako privzamemo, da v izbranem času poznamo razporeditev spremembe temperature v vsakem prečnem prerezu nosilca.

Sprememba temperature ΔT v nosilcu je odvisna od opazovanega delca

$$\Delta T = \Delta T(x, y, z). \quad (2.7)$$

V splošnem je sprememba temperature nelinearna, vendar jo lahko pri izrazito podolgovatem nosilcu dovolj natančno opišemo kar z linearnim nastavkom (Srpčič, 2015)

$$\Delta T(x, y, z) = \Delta T_x(x) + \Delta T_y(x) y + \Delta T_z(x) z. \quad (2.8)$$

Koeficienti ΔT_x , ΔT_y in ΔT_z se lahko vzdolž osi nosilca spreminjajo.

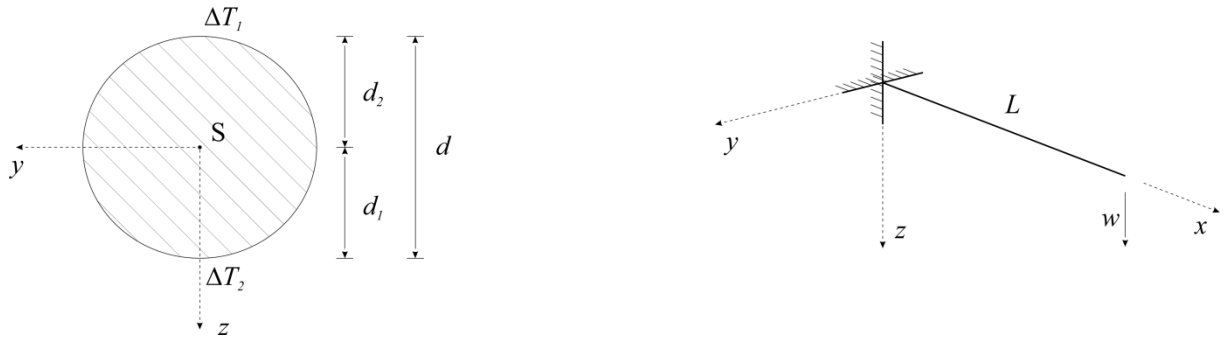
Iz primerjave enačb (2.5) in (2.6) ob upoštevanju (2.8) dobimo

$$\begin{aligned} \frac{du}{dx} &= \alpha_T \Delta T_x, \\ -\frac{d^2v}{dx^2} &= \alpha_T \Delta T_y, \\ -\frac{d^2w}{dx^2} &= \alpha_T \Delta T_z. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Enačbe (2.9) so enačbe upogiba ravnega linijskega nosilca zaradi temperaturnih sprememb.

2.2 PREPROSTI PRIMER KONZOLE (RAVNINSKI PRIMER)

Zanemarimo osne pomike in predpostavimo, da je sprememba temperature neodvisna od koordinate y ($\Delta T_y = 0$).



Slika 3: Levo: prečni prerez linijskega nosilca; desno: model linijskega nosilca

Figure 3: Left: the cross-section of the beam; right: the numerical model of the beam

$$\Delta T = \Delta T_x + z \Delta T_z. \quad (2.10)$$

Pri vrednosti $z = -d_2$ in $z = d_1$ je

$$\begin{aligned} z = -d_2: \quad \Delta T &= \Delta T_1, \\ z = d_1: \quad \Delta T &= \Delta T_2. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Zapišemo enačbi za ΔT_1 in ΔT_2

$$\begin{aligned} \Delta T_1 &= \Delta T_x - d_2 \Delta T_z, \\ \Delta T_2 &= \Delta T_x + d_1 \Delta T_z. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Odštejmo drugo enačbo od prve

$$\Delta T_1 - \Delta T_2 = -d_2 \Delta T_z - d_1 \Delta T_z = -(d_1 + d_2) \Delta T_z. \quad (2.13)$$

Vemo, da je

$$d = d_1 + d_2 \quad (2.14)$$

in enačbo (2.14) vstavimo v enačbo (2.13)

$$\Delta T_z = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{d}. \quad (2.15)$$

Enačbo (2.15) vstavimo v prvo enačbo (2.12)

$$\begin{aligned}\Delta T_1 &= \Delta T_x - d_2 \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{d}, \\ \Delta T_x &= \Delta T_1 + d_2 \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{d} = \frac{d \Delta T_1 + d_2 (\Delta T_2 - \Delta T_1)}{d} = \frac{(d_1 + d_2) \Delta T_1 + d_2 (\Delta T_2 - \Delta T_1)}{d}, \\ \Delta T_x &= \frac{d_1 \Delta T_1 + d_2 \Delta T_1 + d_2 \Delta T_2 - d_2 \Delta T_1}{d}, \\ \Delta T_x &= \frac{d_1 \Delta T_1 + d_2 \Delta T_2}{d}.\end{aligned}\tag{2.16}$$

Za naš primer določimo prečni pomik iz enačbe (2.9)

$$\begin{aligned}\frac{d^2 w}{dx^2} &= -\alpha_T \Delta T_z, \\ \frac{dw}{dx} &= -\alpha_T \Delta T_z x + C_1, \\ w &= -\alpha_T \Delta T_z \frac{x^2}{2} + C_1 x + C_2.\end{aligned}\tag{2.17}$$

Za določitev C_1 in C_2 uporabimo robne pogoje

$$x = 0 \quad \dots \quad \left. \frac{dw}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad \Rightarrow \quad C_1 = C_2 = 0.\tag{2.18}$$

Tako smo dobili zaključeno enačbo za prečni pomik konzole zaradi temperaturne spremembe

$$w(x) = -\alpha_T \Delta T_z \frac{x^2}{2},\tag{2.19}$$

za prosti konec potem velja

$$w(L) = -\alpha_T \Delta T_z \frac{L^2}{2}.\tag{2.20}$$

Za izbrane podatke izračunajmo pomike

$$L = 1,5 \text{ m},$$

$$d = 0,22 \text{ m},$$

$$\Delta T_1 = 20 \text{ K},$$

$$\Delta T_2 = 0 \text{ K},$$

$$\alpha_T = 12,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}.$$

Enačba (2.15) se ob $\Delta T_2 = 0 \text{ K}$ poenostavi v

$$\Delta T_z = \frac{-\Delta T_1}{d}\tag{2.21}$$

ter enačba (2.19) v

$$w = \frac{\alpha_T \Delta T_1 L^2}{2 d}. \quad (2.22)$$

Podatke vstavimo v enačbo in izračunamo pomik

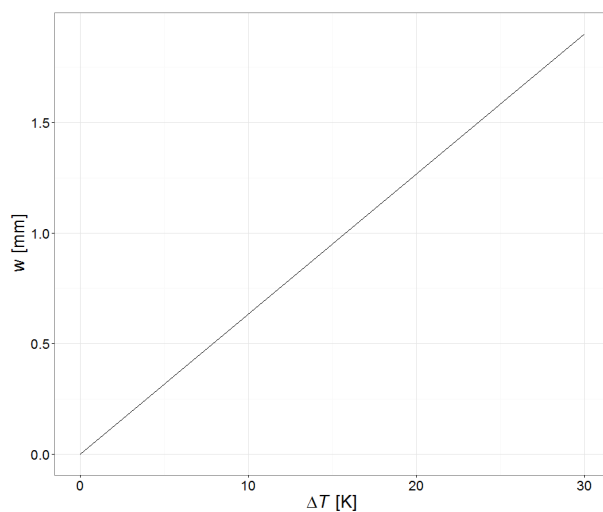
$$w = \frac{12,5 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 1,5^2}{2 \cdot 0,22} = 0,0013 \text{ m.}$$

Preglednica 2: Izračun pomikov w za različne vrednosti spremembe temperature ΔT_1

Table 2: Calculated deflection w for different temperature gradient values ΔT_1

ΔT_1 [K]	w [mm]
0	0,0
5	0,3
10	0,6
15	1,0
20	1,3
25	1,6
30	1,9

Slika 4 prikazuje linearno odvisnost pomika od temperaturne razlike.



Slika 4: Odvisnost pomika od temperaturne razlike

Figure 4: The deflection dependence on the temperature difference

2.3 VPLIV POMIKA STEBRA NA GEODETSKA OPAZOVANJA

Povečane vrednosti merljivih parametrov so lahko pokazatelj zmanjšane varnosti konstrukcije. Skrbno spremljanje obremenitev na objektu in odzivov objekta na obremenitve lahko pomaga pri določitvi njegove morebitne poškodovanosti. Zaradi velikega vpliva gradbenih objektov na okolje in varnost prebivalcev je potrebno redno pregledovati njihovo stanje, da bi preprečili morebitno uničenje imetja ter življenj zaradi nastalih poškodb. Zato je potrebno pomembnejše objekte redno pregledovati in določati njihovo stanje.

Opazovanje hidrotehničnih in geotehničnih objektov je zahtevna naloga zaradi razmeroma velikih dimenzij samih objektov, ki lahko presegajo tudi nekaj sto metrov. Zaradi tega je potrebno glede na pričakovane pomike uporabiti ustrezno stabilizacijo, signalizacijo, mersko opremo in metodo izmere, ki zagotavlja določitev pomikov z zadostno natančnostjo.

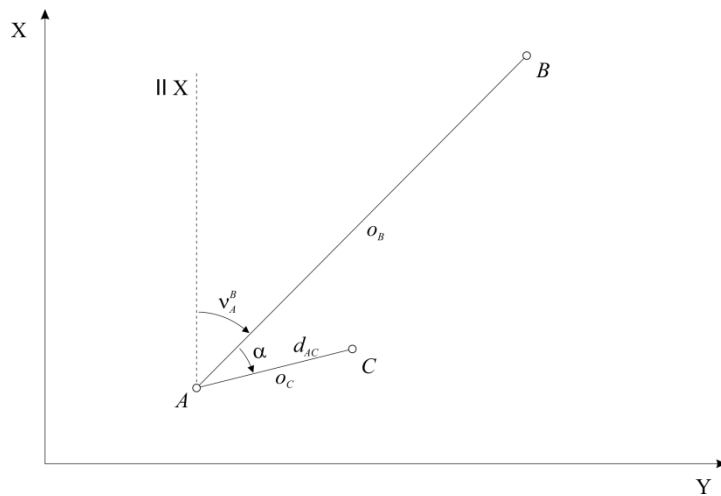
Osnovni namen spremljanja in analize deformacij objekta je preveriti, ali je obnašanje pregledovanega objekta in njegove okolice skladno s predvidenim vzorcem, zaradi česar so lahko vse nepredvidene deformacije odkrite v začetni fazi. V primeru nenormalnega obnašanja je potrebno, kolikor je mogoče, natančno opisati dejansko deformacijo, da se lahko na podlagi tega odkrije vzroke, ki so sprožili nastanek deformacije.

Pomiki točk, stabiliziranih na objektu, predstavljajo obnašanje objekta glede na stabilno območje točk, ki ga predstavlja zunanja referenčna geodetska mreža. Referenčne točke so običajno stabilizirane odmaknjeno od opazovanega objekta, kontrolne točke pa locirane neposredno na samem objektu ali v njegovi bližini. Vsaka referenčna točka mora zadoščati zahtevi dolgoročne stabilnosti, saj le-te neposredno vplivajo na zanesljivost podatkov o pomikih kontrolnih točk, ki smo jih dobili na podlagi meritev. Če referenčna točka ni dolgoročno stabilna, moramo poznati tudi njen pomik.

Referenčne točke, v nekaterih primerih pa tudi kontrolne točke, so običajno stabilizirane z armiranobetonskim stebrom. Armiranobetonski steber za opazovanja je lahko okroglega ali kvadratnega prereza. Premer okroglih stebrov je običajno med 20 in 40 cm, prav tako je dimenzija stranice stebrov pravokotnih prerezov med 20 in 40 cm. Višina stebrov nad terenom se običajno giblje med 1,0 in 1,5 m. Kadar je steber vgrajen v zemljini, ga je potrebno vgraditi tako globoko, da se izniči vpliv zamrzovanja zemljine. Tipično je na vrhu stebra plošča iz nerjavečega jekla, ki je vgrajena v steber z jeklenimi sidri, ki so privarjeni na spodnjo stran jeklene plošče. Na sredino plošče na zgornji strani je privarjen vijak, ki omogoča centriranje merske opreme.

Za določitev pomikov kontrolnih točk na objektu običajno merimo smeri in dolžine med referenčnimi in kontrolnimi točkami v več serijah (girusih). Preprost primer take izmere je polarna metoda (slika 5), pri kateri iz referenčne točke *A* (stojišče) merimo smer na drugo referenčno točko *B* (orientacija) ter

smer in dolžino na kontrolno točko C .



Slika 5: Polarna metoda izmere

Figure 5: The polar method

Slika 5 prikazuje polarno metodo izmere, kjer o_B in o_C predstavljata odčitke na horizontalnem krogu, imenovane smeri. Glede na kontrolno točko C je merjena horizontalna dolžina d_{AC} . Horizontalni kot α izračunamo kot razliko horizontalnih smeri

$$\alpha = o_C - o_B. \quad (2.23)$$

Smerni kot med referenčnima točkama A in B je

$$\tan v_A^B = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\Delta y_A^B}{\Delta x_A^B}. \quad (2.24)$$

Koordinate kontrolne točke C izračunamo po (Ulbl in Berdajs, 2010)

$$\begin{aligned} y_C &= y_A + \Delta y_A^C, \\ x_C &= x_A + \Delta x_A^C, \end{aligned} \quad (2.25)$$

pri čemer so koordinatne razlike

$$\begin{aligned} \Delta y_A^C &= d_{AC} \cdot \sin v_A^B, \\ \Delta x_A^C &= d_{AC} \cdot \cos v_A^B. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Natančno centriranje instrumenta in reflektorja na točko je ključnega pomena pri izvajanju meritev za potrebe določitve pomikov. Natančno centriranje lahko pomeni tudi stabilno referenčno ali kontrolno točko, saj v primeru pomika referenčne ali kontrolne točke nastopi podoben oz. enak pogrešek kot v primeru pogrešenega centriranja instrumenta ali reflektorja. V nadaljevanju bomo obravnavali vplive pomikov posamezne referenčne ali kontrolne točke na merjenje dolžin in smeri ter na položaj kontrolne točke. Pri tem privzamemo, da merjene smeri in dolžine niso podvržene pogreškom.

2.4 PRENOS VARIANC IN KOVARIANC

Med najpogosteje uporabljene metode ocenjevanja v geodeziji in podobnih disciplinah spada izravnava po metodi najmanjših kvadratov. Pri vsakem geodetskem merjenju, tako po posrednem kot tudi neposrednem načinu, se ne moremo izogniti vplivom slučajnih in sistematičnih pogreškov, prenosu varianc in kovarianc, ocenam natančnosti in točnosti, testiranju hipotez ... Uspešen inženir geodezije mora za vsak projekt izmere biti sposoben pripraviti projektno nalogo, ki temelji na optimizaciji in vsebuje premislek o izboru instrumentarija, metode izmere in o geometriji geodetske mreže. S pomočjo simulacijskih študij, v katerih je zahtevana le pričakovana natančnost izmere, je optimalno obliko geodetske mreže, metodo izmere in ustrezni instrumentarij mogoče doseči veliko pred dejansko izmero na terenu, kar zmanjša stroške projekta (Leick, 1980).

Izravnava po metodi najmanjših kvadratov je ena izmed mnogih tehnik ocenjevanja parametrov v statistiki. Na številnih področjih je njena uporaba smiselna, ker so zahteve po opazovanjih minimalne, zveze med količinami blizu linearnim in posledično enostavno rešljive. Za enostavno izpeljavo modela izravnave ter dobro razumevanje nadaljnjih analiz in statističnega testiranja je potrebno globoko poznavanje linearne algebre in statistike (Leick, 1980).

Pri geodetski izmeri nastopajo tako slučajni kot tudi sistematični in grobi pogreški. Grobim in sistematičnim pogreškom se lahko izognemo oz. jih zmanjšamo s skrbno uporabo instrumentarija, kalibracijo tega, izračunom ustreznih popravkov in izvedbo opazovanj v primernih pogojih. Slučajnim pogreškom se pri izmeri ne moremo izogniti. Pri uporabi izravnave predpostavljamo, da imamo v izmeri le slučajne pogreške (Leick, 1980).

Geodetska opazovanja so z ostalimi parametri običajno povezana preko nelinearne funkcije. Za potrebe izravnave je takšno funkcijo potrebno najprej linearizirati. To je mogoče doseči z razvojem funkcije v Taylorjevo vrsto, pri čemer upoštevamo le linearne člene (Leick, 1980).

Za primer nelinearne funkcije

$$y = f(x) \tag{2.27}$$

z le eno neodvisno spremenljivko x se njen razvoj v Taylorjevo vrsto glasi (Vidav, 1973)

$$y = f(x_0) + \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x_0} (x - x_0) + \frac{1}{2!} \cdot \left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{x_0} (x - x_0)^2 + \dots \tag{2.28}$$

Linearizirana oblika te enačbe se glasi (Vidav, 1973)

$$\bar{y} = f(x_0) + \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x_0} (x - x_0). \tag{2.29}$$

Točka, kjer je $x = x_0$, se imenuje točka širitve. V tej točki linearizirana in nelinearizirana funkcija

sovpadata. Če nelinearno funkcijo nadomestimo z linearno, pogrešek $\varepsilon = y - \bar{y}$ narašča z oddaljevanjem spremenljivke x od vrednosti x_0 . Zaradi dovolj točne predstavitve nelinearne funkcije z linearno za določena y in x moramo zagotoviti, da je x_0 dovolj blizu x .

Običajno so odvisne spremenljivke odvisne od več neodvisnih spremenljivk. Linearni del Taylorjeve vrste za funkcijo dveh spremenljivk $z = f(x, y)$ se glasi

$$z = f(x_0, y_0) + \left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{x_0, y_0} (x - x_0) + \left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_{x_0, y_0} (y - y_0) \quad (2.30)$$

in predstavlja tangencialno ravnino ploskve v točki širitve.

V splošnem imamo n funkcij z u parametri

$$\mathbf{Y} = \mathbf{F}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{X}) \\ \vdots \\ f_n(\mathbf{X}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_u) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_u) \end{bmatrix}, \quad (2.31)$$

kar lahko lineariziramo kot

$$\mathbf{Y} = \mathbf{F}(\mathbf{X}_0) + \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}_0} (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0), \quad (2.32)$$

kjer je

$$\frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_u} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_u} \end{bmatrix}. \quad (2.33)$$

Izravnava običajno poteka po več parametrih (neodvisnih spremenljivkah) istočasno, zato je za uspešno uporabo le-te potrebno dobro poznavanje multivariatne statistike, ki vodi do koncepta variančno-kovariančne matrike. Za izravnavo so pomembne tehnike prenosa srednjih vrednosti ter varianc in kovarianc (Leick, 1980).

Zanima nas, kolikšna je pričakovana vrednost parametra \bar{x}_i in njegov standardni odklon, ki nam pove razpršenost parametra. Pričakovano vrednost parametra \bar{x}_i izračunamo po enačbi (Leick, 1980)

$$\mu_{x_i} = E[\bar{x}_i] = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} x_i \cdot f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n, \quad (2.34)$$

kjer je $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ gostota porazdelitve slučajnega vektorja. Zanj velja, da je strogo pozitivna in da je njen integral po vseh spremenljivkah enak ena.

Pričakovano vrednost parametra \mathbf{X} lahko zapišemo matrično

$$\mathbf{E}(\bar{\mathbf{X}}) = \begin{bmatrix} E(\bar{x}_1) \\ \vdots \\ E(\bar{x}_n) \end{bmatrix}. \quad (2.35)$$

Varianco parametra \bar{x}_i izračunamo po (Leick, 1980)

$$\sigma_{x_i}^2 = E[(\bar{x}_i - \mu_i)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} (x_i - \mu_i)^2 \cdot f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n. \quad (2.36)$$

Kvadratni koren variance predstavlja standardni odklon σ_{x_i} slučajne spremenljivke:

$$\sigma_{x_i} = \sqrt{\sigma_{x_i}^2}. \quad (2.37)$$

Kadar imamo več spremenljivk, torej v primeru multivariatnih porazdelitev, lahko izračunamo tudi kovarianco, ki opisuje statistično odvisnost med dvema slučajnima spremenljivkama. Kovarianca je izračunana po (Leick, 1980)

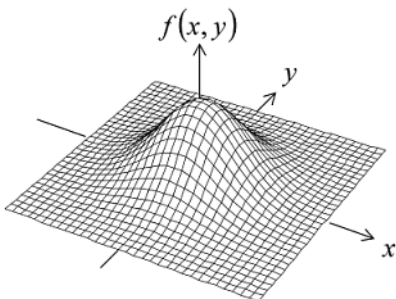
$$\sigma_{x_i, x_j} = E[(\bar{x}_i - \mu_i)(\bar{x}_j - \mu_j)] = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} (x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j) f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n. \quad (2.38)$$

Medtem ko je varianca vedno pozitivna, je kovarianca lahko tudi manjša kot 0. V neposredni povezavi z variancama in kovarianco dveh slučajnih spremenljivk je tudi korelacijski koeficient (Leick, 1980)

$$\rho_{x_i, x_j} = \frac{E[(\bar{x}_i - \mu_i) \cdot (\bar{x}_j - \mu_j)]}{\sigma_{x_i} \cdot \sigma_{x_j}} = \frac{\sigma_{x_i, x_j}}{\sigma_{x_i} \cdot \sigma_{x_j}}. \quad (2.39)$$

Vrednosti korelacijskega koeficienta se gibljejo med -1 in 1 . Kovarianca in korelacijski koeficient služita geometrijski interpretaciji funkcije gostote porazdelitve.

Prikaz funkcije gostote porazdelitve dveh normalno porazdeljenih slučajnih spremenljivk ima obliko, kot jo prikazuje slika 6.



Slika 6: Gostota porazdelitve dveh normalno porazdeljenih slučajnih spremenljivk

Figure 6: The density distribution of two normally distributed random variables

Prikaz gostote porazdelitve dveh normalno porazdeljenih slučajnih spremenljivk ima v vsaki prerezni ravnini, vzporedni k ravnini xy , obliko elipse, ki je odvisna od korelacijskega koeficienta, torej standardnih odklonov obeh slučajnih spremenljivk in njune kovariance. Za primer, ko je korelacijski koeficient enak ± 1 , je elipsa izrojena in postane daljica. Korelacijski koeficient torej predstavlja mero koncentracije okoli daljše osi elipse. Ko je korelacijski koeficient blizu ena, ena spremenljivka pozitivno vpliva na drugo, večja kot bo prva, večja bo tudi druga spremenljivka. V primeru korelacije blizu -1 med spremenljivkama nastopa obratno sorazmerje (Leick, 1980).

V primeru n slučajnih spremenljivk lahko za vsak par slučajnih spremenljivk izračunamo varianci po enačbah (2.36) in kovarianco po enačbi (2.38). Rezultate sestavimo v matriko, imenovano variančno-kovariančna matrika.

Če imamo

$$(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu}) = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 - \mu_1 \\ \vdots \\ \bar{x}_n - \mu_n \end{bmatrix}, \quad (2.40)$$

potem se $n \times n$ variančno-kovariančna matrika glasi

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{XX}} = E((\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{X}}) \cdot (\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{X}})^T) = \begin{bmatrix} \sigma_{x_1}^2 & \cdots & \sigma_{x_1 x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{x_n x_1} & \cdots & \sigma_{x_n}^2 \end{bmatrix}. \quad (2.41)$$

$\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{XX}}$ je simetrična matrika. Velja namreč $\sigma_{x_i x_j} = \sigma_{x_j x_i}$, kjer sta $i, j = 1, \dots, n$.

Za potrebe izračuna zakona o prenosu varianc in kovarianc pogledjmo najprej nekaj pravil za pričakovane vrednosti.

Naj bo $\bar{y} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2$ vsota dveh slučajnih spremenljivk. Potem je njena pričakovana vrednost enaka vsoti pričakovanih vrednosti teh dveh slučajnih spremenljivk (Rice, 2007)

$$E(\bar{x}_1 + \bar{x}_2) = E(\bar{x}_1) + E(\bar{x}_2). \quad (2.42)$$

Pričakovana vrednost konstante je konstanta (Rice, 2007)

$$E(c) = c, \text{ če je } c \text{ konstantna.} \quad (2.43)$$

Pričakovana vrednost produkta slučajne spremenljivke in konstante je produkt konstante in pričakovane vrednosti slučajne spremenljivke (Rice, 2007)

$$E(c \bar{x}) = c E(\bar{x}). \quad (2.44)$$

Sestavimo sistem več enačb z več spremenljivkami in več konstantami

$$\bar{y}_1 = j_{10} + j_{11} \cdot \bar{x}_1 + j_{12} \cdot \bar{x}_2 + \dots + j_{1n} \cdot \bar{x}_n, \quad (2.45)$$

$$\bar{y}_2 = j_{20} + j_{21} \cdot \bar{x}_1 + j_{22} \cdot \bar{x}_2 + \dots + j_{2n} \cdot \bar{x}_n, \quad (2.46)$$

⋮

$$\bar{y}_m = j_{m0} + j_{m1} \cdot \bar{x}_1 + j_{m2} \cdot \bar{x}_2 + \dots + j_{mn} \cdot \bar{x}_n. \quad (2.47)$$

To lahko zapišemo v matrični obliki:

$$\bar{\mathbf{Y}} = \mathbf{J}_0 + \mathbf{J} \cdot \bar{\mathbf{X}}, \quad (2.48)$$

kjer so

$$\bar{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \bar{y}_1 \\ \vdots \\ \bar{y}_m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J}_0 = \begin{bmatrix} j_{10} \\ \vdots \\ j_{m0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J} = \begin{bmatrix} j_{11} & \dots & j_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ j_{m1} & \dots & j_{mn} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}, \quad (2.49)$$

pri čemer so elementi matrike \mathbf{J} (j_{ij}) konstante.

Enačba za pričakovano vrednost za $\bar{\mathbf{Y}}$ se glasi

$$E(\bar{\mathbf{Y}}) = \mathbf{J}_0 + \mathbf{J} \cdot E(\bar{\mathbf{X}}), \quad (2.50)$$

kar imenujemo zakon o prenosu povprečja (Leick, 1980).

Na podoben način pridobimo tudi enačbo za prenos varianc in kovarianc. Za enačbi

$$\bar{y}_1 = j_{10} + j_{11} \cdot \bar{x}_1 + j_{12} \cdot \bar{x}_2, \quad (2.51)$$

$$\bar{y}_2 = j_{20} + j_{21} \cdot \bar{x}_1 + j_{22} \cdot \bar{x}_2, \quad (2.52)$$

z znano porazdelitveno funkcijo $f(x_1, x_2)$, dobimo (Leick, 1980)

$$\sigma_{\bar{y}_1}^2 = E[(\bar{y}_1 - \mu_{\bar{y}_1})^2] = E[(j_{10} + j_{11} \cdot \bar{x}_1 + j_{12} \cdot \bar{x}_2 - j_{10} - j_{11} \cdot \mu_{x_1} - j_{12} \cdot \mu_{x_2})^2], \quad (2.53)$$

$$\sigma_{\bar{y}_1}^2 = E\left[\left(j_{11} \cdot (\bar{x}_1 - \mu_{x_1}) + j_{12} \cdot (\bar{x}_2 - \mu_{x_2})\right)^2\right], \quad (2.54)$$

$$\sigma_{\bar{y}_1}^2 = E\left[j_{11}^2 \cdot (\bar{x}_1 - \mu_{x_1})^2 + 2 \cdot j_{11} \cdot j_{12} \cdot (\bar{x}_1 - \mu_{x_1}) \cdot (\bar{x}_2 - \mu_{x_2}) + j_{12}^2 \cdot (\bar{x}_2 - \mu_{x_2})^2\right], \quad (2.55)$$

$$\sigma_{\bar{y}_1}^2 = j_{11}^2 \cdot \sigma_{x_1}^2 + 2 \cdot j_{11} \cdot j_{12} \cdot \sigma_{x_1 x_2} + j_{12}^2 \cdot \sigma_{x_2}^2. \quad (2.56)$$

Na podoben način dobimo tudi (Leick, 1980)

$$\sigma_{\bar{y}_2}^2 = j_{21}^2 \cdot \sigma_{x_1}^2 + 2 \cdot j_{21} \cdot j_{22} \cdot \sigma_{x_1 x_2} + j_{22}^2 \cdot \sigma_{x_2}^2. \quad (2.57)$$

Kovarianco izračunamo po (Leick, 1980)

$$\sigma_{y_1 y_2} = E [(\bar{y}_1 - \mu_{y_1}) \cdot (\bar{y}_2 - \mu_{y_2})], \quad (2.58)$$

$$\sigma_{y_1 y_2} = E [j_{11} \cdot j_{21} (\bar{x}_1 - \mu_{x_1})^2 + (j_{11} \cdot j_{22} + j_{12} \cdot j_{21}) (\bar{x}_1 - \mu_{x_1}) (\bar{x}_2 - \mu_{x_2}) + j_{12} \cdot j_{22} (\bar{x}_2 - \mu_{x_2})^2], \quad (2.59)$$

$$\sigma_{y_1 y_2} = j_{11} \cdot j_{21} \cdot \sigma_{x_1}^2 + (j_{11} \cdot j_{22} + j_{12} \cdot j_{21}) \cdot \sigma_{x_1 x_2} + j_{12} \cdot j_{22} \cdot \sigma_{x_2}^2. \quad (2.60)$$

Enačbe (2.56), (2.57), (2.60) lahko zapišemo tudi v matrični obliki (Leick, 1980)

$$\begin{bmatrix} \sigma_{y_1}^2 & \sigma_{y_1 y_2} \\ \sigma_{y_1 y_2} & \sigma_{y_2}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j_{11} & j_{12} \\ j_{21} & j_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{x_1}^2 & \sigma_{x_1 x_2} \\ \sigma_{x_1 x_2} & \sigma_{x_2}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} j_{11} & j_{12} \\ j_{21} & j_{22} \end{bmatrix}^T \quad (2.61)$$

oziroma

$$\Sigma_{YY} = J \cdot \Sigma_{XX} \cdot J^T, \quad (2.62)$$

kjer je Σ_{YY} variančno-kovariančna matrika odvisne spremenljivke y_i . To se imenuje zakon o prenosu varianc in kovarianc.

Rezultate v variančno-kovariančni matriki želimo velikokrat prikazati grafično. Temu služi elipsa pogreškov. Ta je izredno pomembna v izravnavi horizontalnih mrež, ker je relativna moč lokacijske določenosti povzeta iz orientacije, velikosti in oblike elipse. Lahko jo izrišemo za vsako točko.

Za variančno-kovariančna matriko odvisne spremenljivke Y

$$\Sigma_{YY} = \begin{bmatrix} \sigma_{y_1}^2 & \sigma_{y_1 y_2} \\ \sigma_{y_1 y_2} & \sigma_{y_2}^2 \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

so a , b , in θ parametri elipse pogreškov.

Daljšo polos elipse pogreškov a izračunamo po enačbi (Leick, 1986)

$$a^2 = \frac{\sigma_{y_i}^2 + \sigma_{x_i}^2 + \sqrt{(\sigma_{y_i}^2 - \sigma_{x_i}^2)^2 + 4 \cdot \sigma_{y_i x_i}^2}}{2}, \quad (2.64)$$

krajšo polos elipse pogreškov b pa po enačbi (Leick, 1986)

$$b^2 = \frac{\sigma_{y_i}^2 + \sigma_{x_i}^2 - \sqrt{(\sigma_{y_i}^2 - \sigma_{x_i}^2)^2 + 4 \cdot \sigma_{y_i x_i}^2}}{2} \quad (2.65)$$

kot med vzporednico osi x in daljšo polosjo elipse pa po enačbi (Leick, 1986)

$$\tan 2\theta = \frac{2 \cdot \sigma_{y_i x_i}}{\sigma_{x_i}^2 - \sigma_{y_i}^2}, \quad (2.66)$$

kjer so

$\sigma_{x_i}^2$ – varianca parametra x_i ,

$\sigma_{y_i}^2$ – varianca parametra y_i ,

$\sigma_{y_i x_i}$ – kovarianca med parametroma y_i in x_i .

2.4.1 Simulacija Monte Carlo

Simulacija Monte Carlo je metoda s področja matematične fizike, katere razvoj je bil tesno povezan z začetkom in razvojem računalništva in s slučajnim vzorčenjem (Metropolis, 1987).

Metoda temelji na generiranju velikega števila vzorcev neodvisnih spremenljivk in opazovanju vpliva teh na odvisno spremenljivko. Ta ni definirana znotraj nekega območja z gotovostjo, temveč z neko natančnostjo (Metropolis in Ulam, 1949).

Postopek simulacije je razdeljen na dva dela:

- generiranje slučajnega vzorca, s katerim je pogrešena neodvisna spremenljivka s pripadajočo porazdelitveno funkcijo,
- izračun vrednosti odvisne spremenljivke in pripadajoče natančnosti.

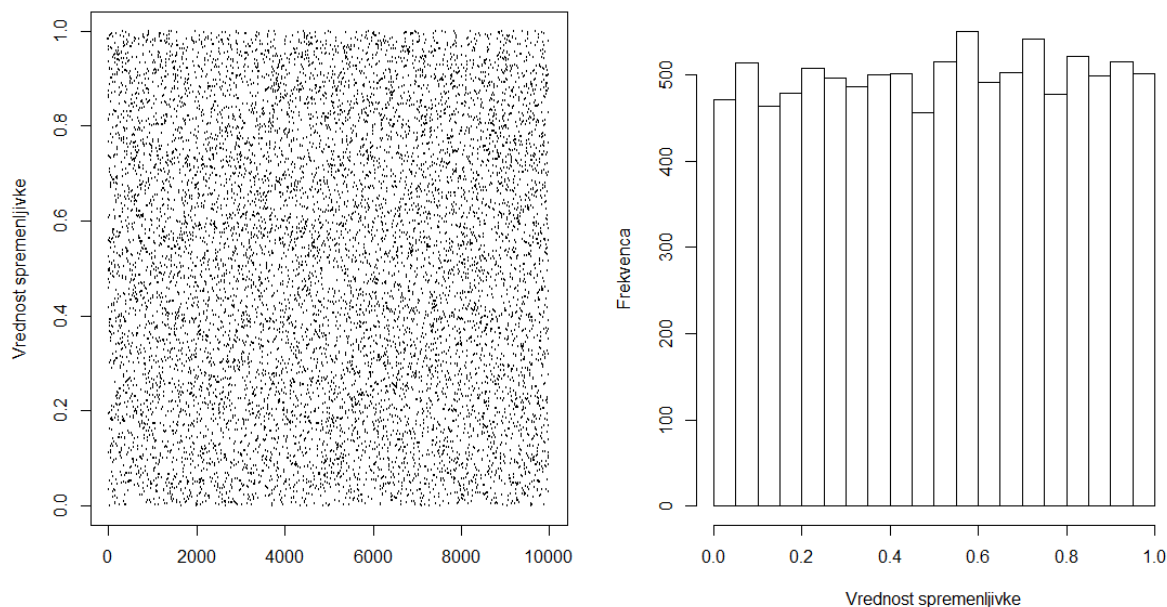
Slučajni vzorec predstavljajo števila, ki jih ločimo na (Press in sod, 2007):

- Resnična slučajna števila, ki so v naprej nepredvidljiva in jih lahko ustvarimo le s fizičnim slučajnim procesom (npr. metanje poštene kocke). Se ne uporabljajo za izračune;
- Pseudoslučajna števila so ustvarjena z numeričnim algoritmom in so najpogosteje uporabljena pri računalniških simulacijah slučajnih števil. Zaradi načina njihovega nastanka so delno predvidljiva, vendar se uporabniku, ki ne pozna algoritma, zdijo slučajna. Za ta števila ne moremo reči, da so nepovezana in da njihovo zaporedje ni ponovljivo.
- Kvazislučajna števila so ustvarjena z numeričnim algoritmom, vendar zanje uporabnik nima občutka, da bi predstavljala slučajen niz števil. Uporabna so za optimizacijo računanja.

Za simulacije Monte Carlo so kljub odsotnosti izpolnitve zahtev statistike po neponovljivosti in nepovezanosti najbolj primerna pseudoslučajna števila (Podobnikar, 1998).

Dobri generatorji slučajnih števil morajo zadostiti mnogim statističnim testom. Za simulacije Monte Carlo je zelo primeren algoritem Park in Miller z Bays-Durham mešanjem (Kang, 2003). Ta algoritem prestane vse statistične teste, razen testa ponovitev. Perioda ponovitve je večja od 10^8 (Press in sod., 2007), ni pa neskončna.

Slika 7 prikazuje enakomerno porazdeljeno slučajno spremenljivko, katere $n = 10\,000$ vrednosti se nahaja v intervalu $[0, 1]$.



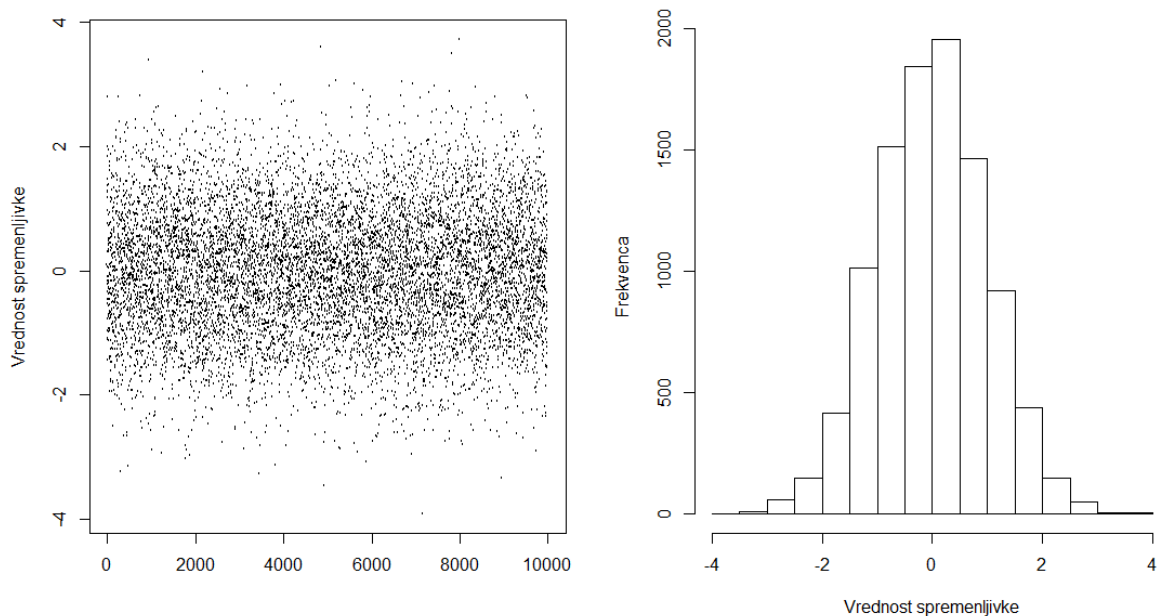
Slika 7: Prikaz enakomerno porazdeljene slučajne spremenljivke (min = 0, max = 1, $n = 10\,000$)

Figure 7: Uniformly distributed random variables (min = 0, max = 1, $n = 10\,000$)

Za simulacije Monte Carlo občasno zadošča elementarno ustvarjena slučajna porazdelitev podatkov. Običajno moramo prvotni niz psevdoslučajnih števil pretvoriti v primerno enolično porazdelitev. Za to najpogosteje uporabimo kumulativne porazdelitve, ki so lahko zelo zapletene. Med te spada transformacija enakomerne porazdelitve diskretne slučajne spremenljivke v normalno porazdelitev (Podobnikar, 1998).

Slika 8 prikazuje normalno porazdeljeno slučajno spremenljivko za $\mu = 0$ in $\sigma = 1$. Število generiranih števil je $n = 10\,000$.

Generatorji slučajnih števil so vgrajeni v večino statističnih programskih orodij. V tej nalogi je za izračune uporabljeno statistično programsko orodje R (R core team, 2014).



Slika 8: Prikaz normalno porazdeljene slučajne spremenljivke ($\mu = 0$, $\sigma = 1$, $n = 10\,000$)

Figure 8: Normally distributed random variables ($\mu = 0$, $\sigma = 1$, $n = 10\,000$)

Simulacija Monte Carlo je enostavna in učinkovita na področju ocenjevanja učinka nezanesljivosti neodvisnih spremenljivk (npr. položaj referenčnih točk, izmerjene smeri, dolžine) in prenosa pogreškov na odvisne spremenljivke (npr. horizontalni kot, položaj izmerjene točke). Neodvisne spremenljivke generiramo z generatorjem slučajnih števil oz. jih s slučajnim številom pogrešimo. Za vsak vhodni podatek izračunamo odvisno spremenljivko in opazujemo njeno porazdelitev. Na tak način izračunamo vrednost odvisne spremenljivke in pripadajočo natančnost.

3 METODE

V nalogi želimo ugotoviti, kakšen vpliv ima pomik stebra na rezultate meritev. Proučevanje v naši analizi razdelimo na več delov:

- izgradnja armiranobetonskega stebra,
- izvedba poskusa,
- analiza poskusa z ugotavljanjem vpliva velikosti pomika stebra od temperaturne razlike,
- ugotavljanje vpliva pomika stebra kot orientacijske točke na rezultate meritev in izračunan položaj kontrolne točke ter morebiten napačen sklep o pomiku objekta,
- ugotavljanje vpliva pomika stebra kot kontrolne točke na rezultate meritev in morebiten napačen sklep o pomiku objekta,
- ugotavljanje vpliva pomika stebra kot stojišča na rezultate meritev in izračunan položaj kontrolne točke ter morebiten napačen sklep o pomiku objekta.

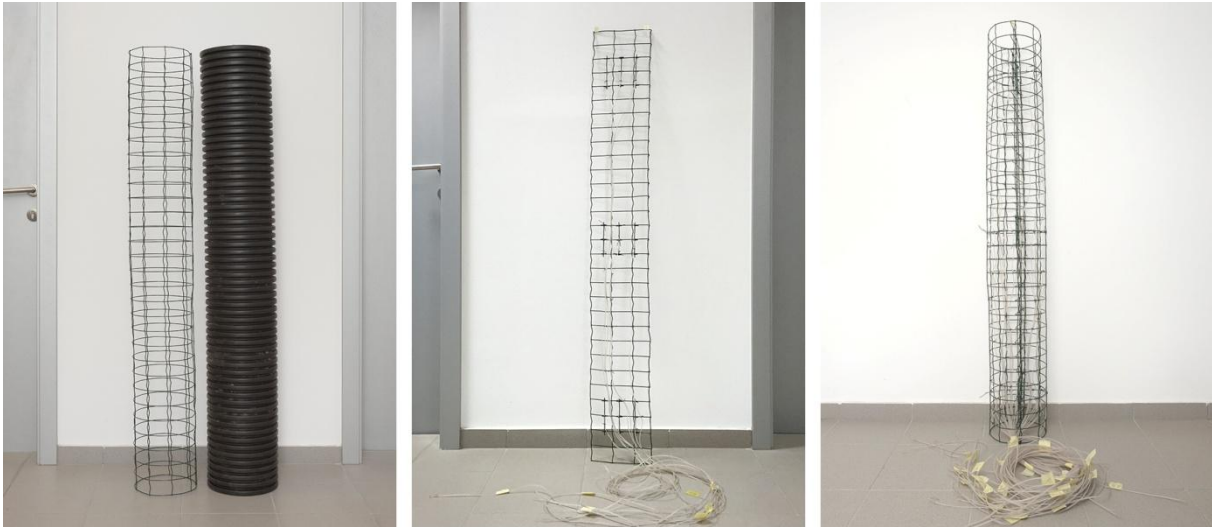
Armiranobetonski (v nadaljevanju AB) steber je bil izdelan, meritve temperatur ter pomiki zaradi ogrevanja stebra pa opazovani v Laboratoriju za konstrukcije Zavoda za gradbeništvo Slovenije.

3.1 IZGRADNJA ARMIRANOBETONSKEGA STEBRA

Dimenzije poskusnega stebra smo izbrali na podlagi dimenzij dejanskega vzorčnega stebra na terenu, ki ga prikazuje slika 1 levo. Vzorčni steber se nahaja v neposredni bližini ekodukta (pokriti vkop) na hitri cesti Lipovci–Gančani. Vzorčni steber je postavljen na betonskem temelju kvadratne oblike, katere stranica meri 1 m. Globine temelja nismo preverjali, saj nas zanima predvsem, kakšen vpliv ima ogrevanje stebra nad terenom. Vzorčni steber je visok 1470 mm in ima premer 217 mm. Betoniran je v dvoslojni rebrasti cevi iz umetne mase, na vrhu stebra je vgrajena plošča iz nerjavnega jekla s pritrjenim vijakom za prisilno centriranje geodetskega instrumentarija in pribora.

Za opaž pri izgradnji stebra smo uporabili dvoslojno rebrasto cev iz umetne mase (v nadaljevanju cev PVC) zunanjšega premera 250 mm in notranjšega premera 217 mm. Za višino cevi PVC smo izbrali 1500 mm na eno rebro natančno. Tako je dejanska višina stebra 1510 mm.

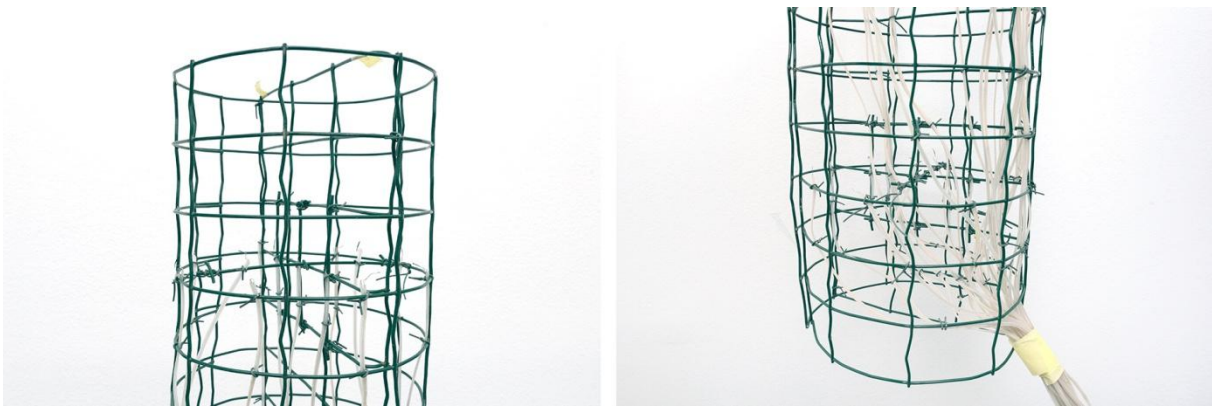
V obliko valja smo zvili varjeno žično ograjo (slika 9 levo), izrezano na primerno dimenzijo, tako da se je prilegala v cev PVC. Znotraj žične ograje oblike valja smo vstavili še žično ograjo oblike ravnine (slika 9 sredina). Žična ograja je služila pritrjevanju temperaturnih tipal (termočlenov). Slika 9 levo prikazuje zvito mrežo v obliko valja in cev PVC, v sredini prikazuje pritrjena temperaturna tipala, ki bodo nameščena v vzdolžni smeri glede na smer ogrevanja, desni del slike pa prikazuje na nosilno mrežo pritrjena vsa tipala temperature.



Slika 9: Nameščanje tipal temperature na nosilno mrežo

Figure 9: Installing the temperature sensors to the carrier net

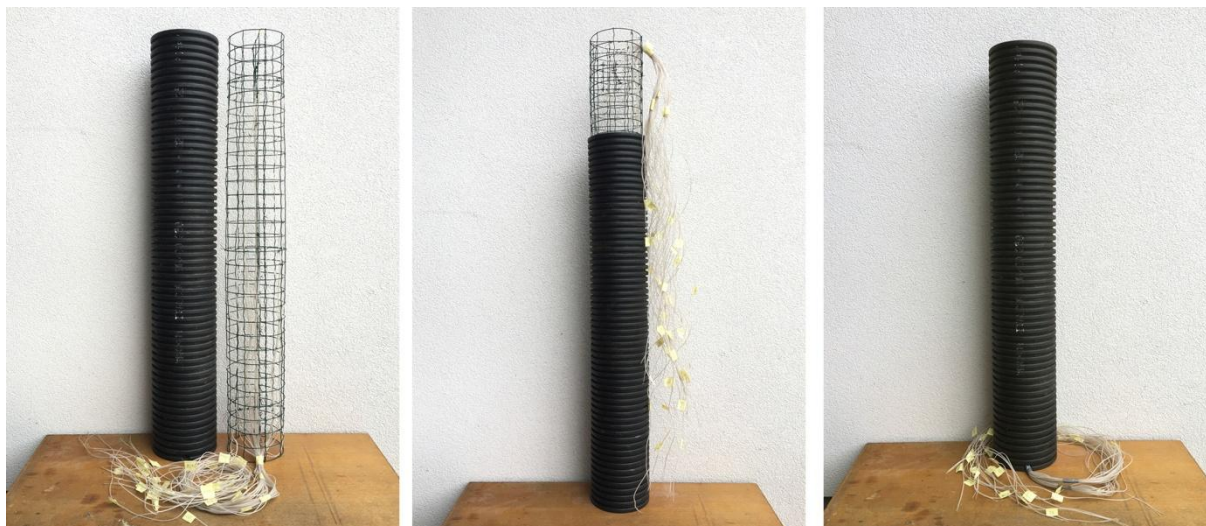
Slika 10 levo prikazuje detajl nosilne mreže s pritrjenimi tipali temperature v prečnem prerezu na vrhu stebra (prerez III), desno je prikazan detajl nosilne mreže s pritrjenimi tipali v prečnem prerezu pri dnu stebra (prerez I).



Slika 10: Prikaz detajla pritrditve temperaturnih tipal na nosilno mrežo

Figure 10: The detail of temperature sensor attachment to the carrier net

Potek vstavljanja pritrjenih tipal temperature prikazuje slika 11; levo je prikazano stanje pred vstavljanjem nosilne mreže s tipali temperature v cev PVC, v sredini med vstavljanjem, desno je prikazana vstavljena nosilna mreža v cevi PVC.



Slika 11: Vstavljanje nameščenih tipal v cev; levo: pred vstavljanjem; sredina: delno vstavljena tipala; desno: tipala, vstavljena v cev

Figure 11: Inserting the sensor into the tube; left: before loading; middle: partly inserted sensors; right: sensors inserted into the tube

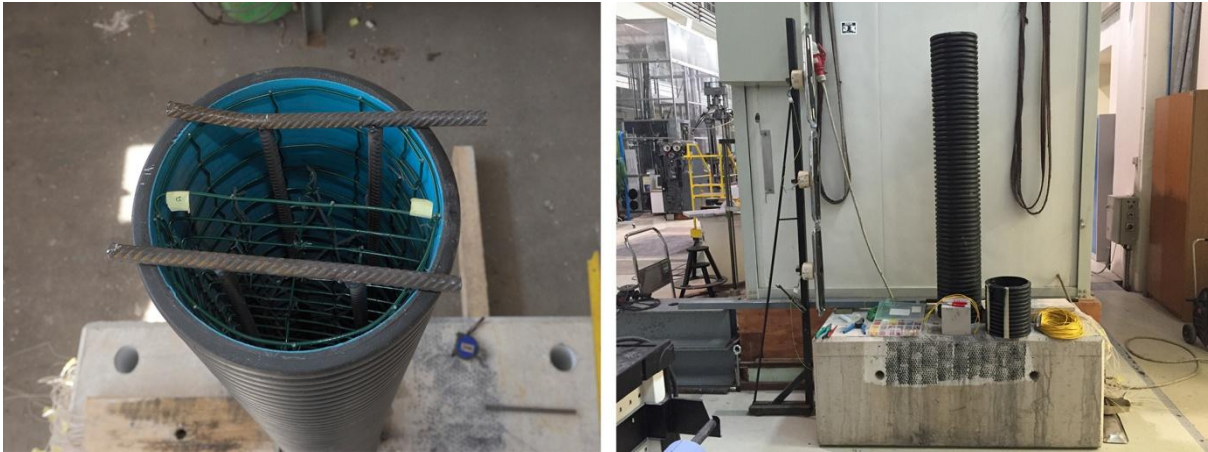
Betonski temelj stebra prikazuje slika 12 levo, desno je prikazana že sidrana rebrasta armatura stebra. Rebraste armaturne palice premera 12 mm smo v izvrtane luknje v betonskem bloku sidrali s sistemom za kemično sidranje Hilti HIT-HY 150 MAX.



Slika 12: Levo: betonski blok; desno: sidranje armaturnih palic v betonski blok

Figure 12: Left: a concrete block; right: the anchoring of reinforcing bars into the concrete block

Na vrhu sidranih armaturnih palic smo prečno privarili palice, da smo stabilizirali cev PVC med betoniranjem (slika 13 levo). Za betoniranje smo uporabili že pripravljeno suho betonsko mešanico HobbyBeton trdnostnega razreda C25/30 (Baumit gradbeni materiali d.o.o., 2015). Slika 13 desno prikazuje že betoniran steber.

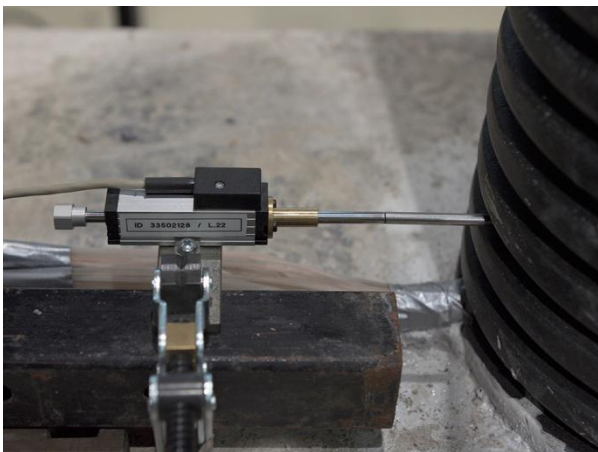


Slika 13: Levo: pripravljena cev za betoniranje; desno: betoniran steber v pripravi za poskus

Figure 13: Left: a tube ready for concreting; right: a concrete column in preparation for the test

3.2 MERSKA OPREMA

Pomik stebra smo merili s potenciometričnim dajalnikom pomika TR25 proizvajalca Novotechnik, ki je bil priključen na instrumentacijski ojačevalnik signala HBM MGCplus AB22A in je s programsko opremo HBM Catman AP V3.5.1 omogočal zajemanje, analiziranje in vizualizacijo podatkov. Slika 14 prikazuje potenciometrični dajalnik pomika Novotechnik TR25. Podokno aplikacije za merjenje pomika prikazuje slika 30 desno. Ponovljivost meritev znaša po podatkih proizvajalca 0,002 mm (Novotechnik, 2014).

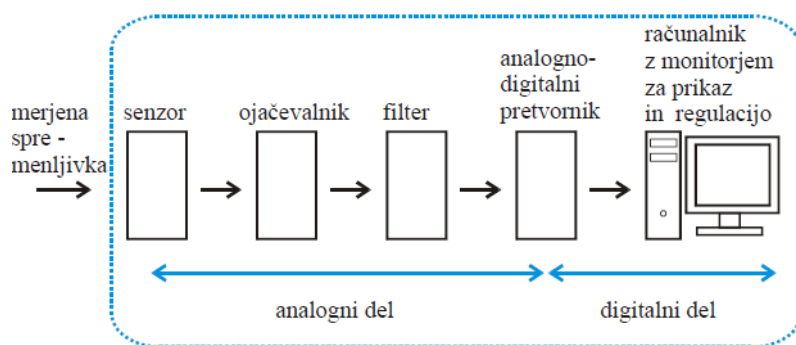


Slika 14: Potenciometrični dajalnik pomika

Figure 14: A potentiometric position transducer

Temperaturo v stebru smo merili s termočleni. Slika 25 prikazuje položaj tipal za merjenje temperature v stebru. Za zajem podatkov iz termočlenov smo uporabili sistem Dewetron za zajem podatkov in aplikacijo Agilent VEE Pro. Podokno aplikacije prikazuje slika 30 levo.

Merilni pretvorniki (senzorji) so naprave, ki pretvarjajo fizično merjeno spremenljivko v električno veličino, ki je lahko napetost, tok ali frekvenca. Pri pasivnih merilnih pretvornikih je potrebno za pretvorbo signala uporabiti ustrezna prilagoditvena vezja. Izhodni električni signal iz merilnega pretvornika se z instrumentacijskim ojačevalnikom ojači na nivo, ki ustreza vhodu analogno-digitalnega pretvornika. Po potrebi se lahko nezaželeni motilni signali (šum) s posebnimi filtri ločijo od koristnega merjenega signala. Slika 15 prikazuje elemente običajnega senzorskega sistema.



Slika 15: Elementi običajnega senzorskega sistem (Hočevar, 2009)

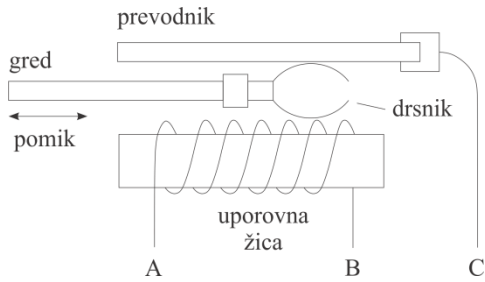
Figure 15: The elements of a typical sensor system (Hočevar, 2009)

3.2.1 Dajalnik pomika

V tem podpoglavju bo podrobno razloženo delovanje potenciometričnega dajalnika pomika, ki je bil uporabljen za merjenje pomika stebra.

Dajalnik pomika je naprava, ki neelektrično fizikalno količino, torej pomik, prevede v električni signal. Potenciometrični dajalnik pomika je elektromehanska naprava, sestavljena iz uporovnega elementa, ki je v stiku s premikajočim se drsnikom. Uporovni element je najpogosteje na jedro navita uporabna žica, napanjen film ogljika ali plastični film. Premikanje drsnika povzroči spremembo upora, ki je lahko linearna, logaritemska ali druga, odvisno od načina navitja uporabne žice (Cooper, 1978).

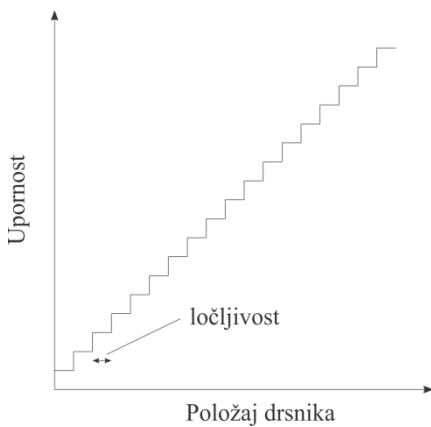
Potenciometer je uporovni element iz uporabne žice, navite na neprevodni material. Pri premikanju po sledi potenciometra je drsnik v stiku z zaporednim ovojem žičnega navitja (slika 16). Ta lastnost določa ločljivost tipala na dolžino med sosednjima ovojem. Mnogo boljše merske ločljivost je dosežena s potenciometri, katerih uporovni element sestoji iz filma ogljika ali filma iz prevodne plastike. Teoretično je pri slednjih dveh tipih potenciometrov ločljivost omejena zgolj z velikostjo zrna delcev v filmu. Dejansko je ločljivost omejena z mehanskimi omejitvami v konstrukciji sistema vzmeti, ki vzdržujejo drsnik v stiku z uporabno sledjo. Še vedno je ločljivost takšnih potenciometrov občutno boljše od potenciometrov iz uporabne žice (Morris, 2001).



Slika 16: Preprosti dajalnik pomika

Figure 16: A basic position transducer

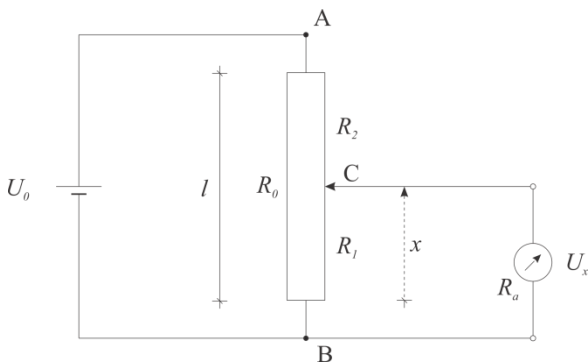
Izhodna upornost drsnika na potenciometru je funkcija pomika stopničaste oblike (slika 17). Ločljivost potenciometra je L/n , kjer je n število ovojev žice in L dolžina navitja.



Slika 17: Ločljivost dajalnika pomika

Figure 17: Position transducer resolution

Za določanje položaja je drsnik dajalnika pomika običajno preko grede povezan z opazovanim objektom. Tako je upornost med drsnikom in enim od koncev uporovnega elementa odvisna od lege objekta. Za določanje položaja je drsnik običajno vezan kot delilnik napetosti (slika 18).



Slika 18: Princip potenciometričnega dajalnika pomika

Figure 18: Principle of potentiometric transducer

Uporovni element se na kontaktih A in B napaja z napajano napetostjo U_0 . V odvisnosti od položaja drsnika na uporovnem elementu med kontaktoma C in B izmerimo izhodno napetost U_x . Med izhodno napetostjo U_x in dolžino x nastopa linearna povezava, v kolikor ima voltmeter notranjo upornost R_a neskončno veliko (idealni voltmeter) (Morris, 2001)

$$\frac{U_x}{U_0} = \frac{x}{l} \quad (3.1)$$

Življenjska doba potenciometrov je običajno podana s številom pomikov naprej in nazaj po uporovni sledi. Navajajo se vrednosti 1 milijon za tip potenciometra iz uporovne žice, 5 milijonov za potenciometer iz ogljikovega filma in 30 milijonov za potenciometer iz filma prevodne plastične mase.

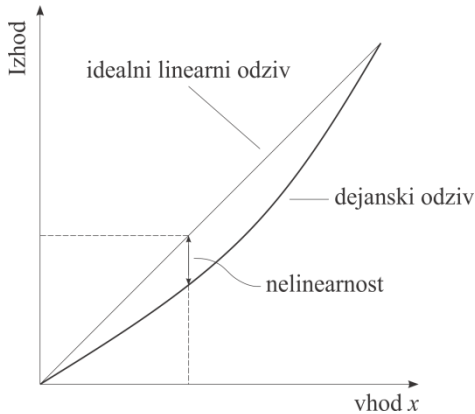
V oziru na pričakovano življenjsko dobo in mersko ločljivost so potenciometri iz ogljikovega filma in filma plastične mase očitno superiorni. Potenciometri iz žičnega navitja imajo prednost v njihovem nizkem temperaturnem koeficientu. To pomeni, da ob spreminjanju ambientalne temperature mnogo manj spreminjajo svoje karakteristike (Morris, 2001).

Običajna vrednost nenatančnosti, ki se navaja za translatorne uporovne potenciometre, je $\pm 1\%$ celotnega merskega območja. Proizvajajo se potenciometri različnih merilnih območjih, od le nekaj mm do celo ± 1 m (Morris, 2001).

Upornost merilnega inštrumenta pri merjenju izhodne napetosti na drsniku potenciometra lahko prav tako vpliva na vrednost izhodnega odčitka. Med premikanjem drsnika po potenciometru se spreminja razmerje med izmerjeno upornostjo ter upornostjo merskega instrumenta. To spreminjanje kviri linearno povezavo merjenim pomikom in izhodni napetosti (enačba (3.1)). Ta pojav minimiziramo z uporabo majhne upornosti potenciometra in z veliko upornostjo merilnega instrumenta. To je v nasprotju z doseganjem visoke merilne občutljivosti, za kar potrebujemo potenciometre visokih upornosti. Zato je nujno potreben kompromis med tema dvema faktorjema (Morris, 2001).

Skladno s sliko 18 velja za napetostni delilnik, da bo pogrešek linearnosti manjši od 0,15 %, če je notranja upornost merilnega inštrumenta R_a vsaj 100-krat večja od upornosti potenciometra R_0 .

Nelinearnost je odmik dejanskega odziva tipala od idealnega linearnega odziva. Slika 19 prikazuje nelinearnost dajalnika pomika.



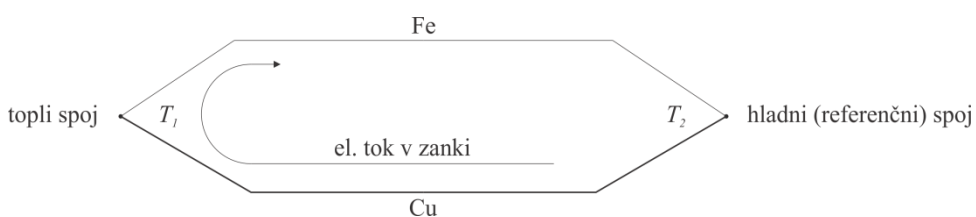
Slika 19: Nelinearnost dajalnika pomika

Figure 19: Position transducer nonlinearity

3.2.2 Merjenje temperature na principu termoelektričnega pojava (termočlen)

Temperatura v stebru je med izvajanjem poskusa bila merjena na principu termoelektričnega pojava. Delovanje termoelektričnega pojava bo opisano v tem podpoglavju.

Pojav termonapetosti je opazil Thomas Johan Seebeck pri opazovanju na prostih koncih sklenjenih dveh žic iz različnih kovin (na primer iz železa in bakra). Sklenjena prosta konca imata temperaturo T_1 in T_2 . Pri segrevanju enega prostega konca (topli spoj, na primer T_1), drugi prosti konec je imel temperaturo okolice (hladni spoj T_2), je ugotovil, da v tako sklenjenem tokokrogu steče od bakra proti železu električni tok. V nadaljnjih raziskavah je ugotovil, da je velikost električnega toka odvisna od uporabljenih kovin, kar je povezano s termoelektričnimi lastnostmi posamezne kovine (Zajc, 2006).

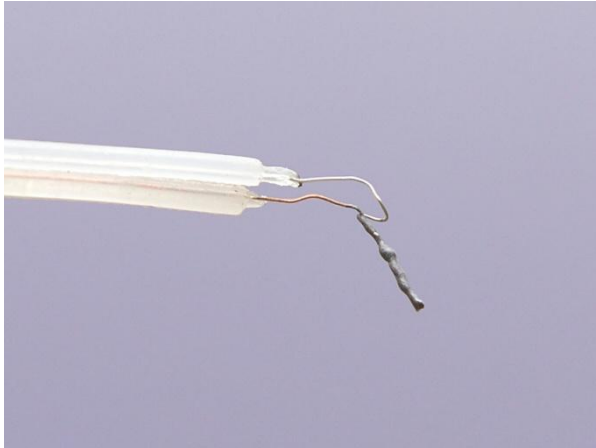


Slika 20: Termospoj železa in bakra

Figure 20: Thermocouple of iron and copper

Običajno termonapetosti podajamo tako, da en material, ki ga pogosto uporabljamo za izvedbo termoelementa, uporabimo kot primerjalni material (baker, platina), kot primerjalno temperaturo pa $T_1 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$. Za temperaturo drugega merilnega stika izberemo $T_2 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$, torej podajamo vrednosti za $\Delta T = 100 \text{ K}$. Termoelement meri razliko temperatur med merilnim in primerjalnim stičnim mestom $\Delta T = T_2 - T_1$. V kolikor želimo določiti dejansko vrednost temperature vročega spoja T_1 , moramo izmeriti temperaturo hladnega spoja T_2 (Zajc, 2006).

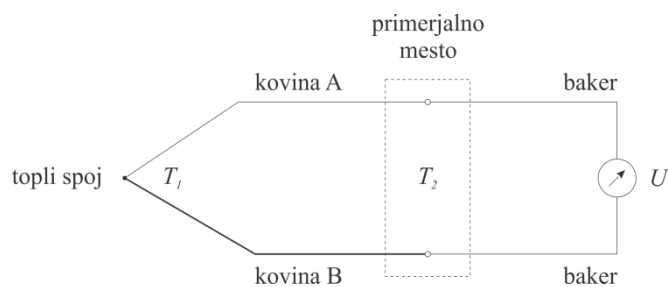
Termoelement je sestavljen iz dveh žic iz različnih materialov, znanih kot termožici, ki sta na enem koncu zavarjeni. Zavarjeno mesto poznamo kot vroči konec, torej tisto stično mesto, ki ima merilno temperaturo T_1 (slika 21). Drugi odprti konec termoelementa je namenjen priključitvi merilnika napetosti. Ta del termoelementa imenujemo hladni konec ali boljše primerjalno merilno mesto, ki ima neko primerjalno temperaturo T_2 (Zajc, 2006).



Slika 21: Zavarjeni termožici (vroči konec)

Figure 21: Welded thermocouple wire (hot end)

Najpreprostejše merjenje temperature s termoelementom izvedemo tako, da preko hladnega spoja priključimo občutljivi milivoltmeter. Sprememba napetosti na milivoltmetru je tako skoraj neposredno proporcionalna temperaturni razliki med toplim in referenčnim spojem (Morris, 2001).

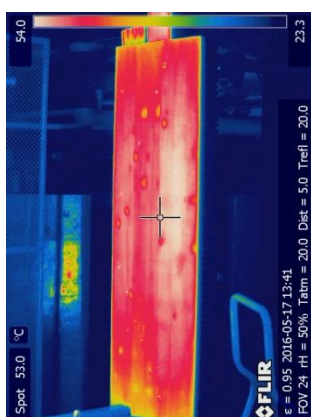


Slika 22: Merilna shema termočlena

Figure 22: Thermocouple measurement scheme

3.3 TEMPERATURNI OBREMENTEV STEBRA IN MERITEV POMIKOV

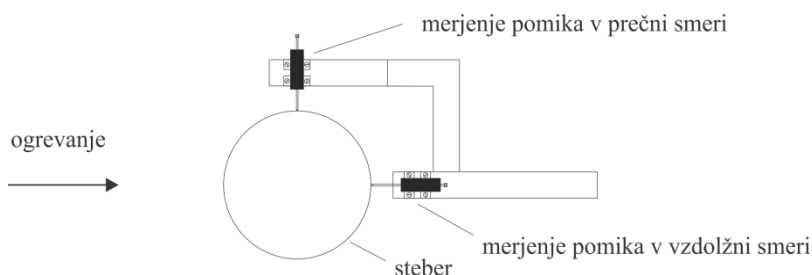
Poskus smo izvajali 37. dan po betoniranju stebra. Za ogrevanje smo uporabili tri grelce RADE KONČAR INFRATERM 2000 LUX moči 2 kW, ki smo jih postavili na konzolo pred steber, kot prikazujeta sliki 26 in 27. Pred začetkom ogrevanja stebra smo izvedli kontrolo ogrevanja. Pred poskusni steber smo postavili desko (slika 23) z namenom ugotavljanja enakomernosti razporeditve temperature. S termo kamero FLIR ThermaCAM SC640 smo preverili razporeditev temperature po nekajminutnem ogrevanju deske. Izkazalo se je, da je temperatura na sredini stebra višja kot na vrhu in pri dnu deske. Zaradi tega smo grelce odmaknili od deske oziroma posledično tudi od stebra in izključili eno grelno telo od skupnih dveh v srednjem grelcu (slika 26).



Slika 23: Razporeditev temperature na deski, postavljeni pred steber

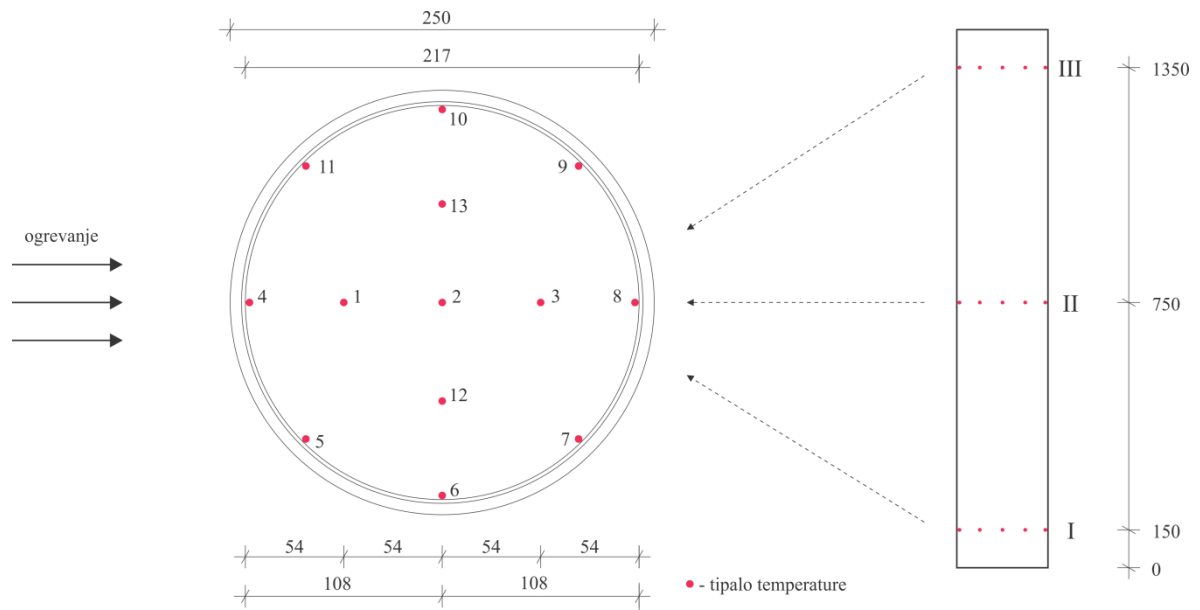
Figure 23: The temperature distribution on the board placed in front of the column

Tipala za merjenje pomikov smo preko kvadratnega profila pritrdili na jekleni I-profil, ki je služil kot referenčno izhodišče za določitev pomika (slika 26). Pomik smo merili s tremi tipali. Na vrhu stebra je bilo eno tipalo nameščeno v vzdolžni smeri glede na smer ogrevanja, drugo tipalo pa pravokotno na smer ogrevanja (slika 24). Podatka pomika iz obeh tipal sta služila za račun največjega pomika vrha stebra. Tretje tipalo pomika je bilo nameščeno pri dnu stebra in je merilo pomik v vzdolžni smeri glede na smer ogrevanja. Podatek pomika iz tega tipala je bil le kontrolnega pomena, da smo lahko preverjali, ali se morda ni premaknil celoten steber.



Slika 24: Položaj tipal pomika na vrhu stebra

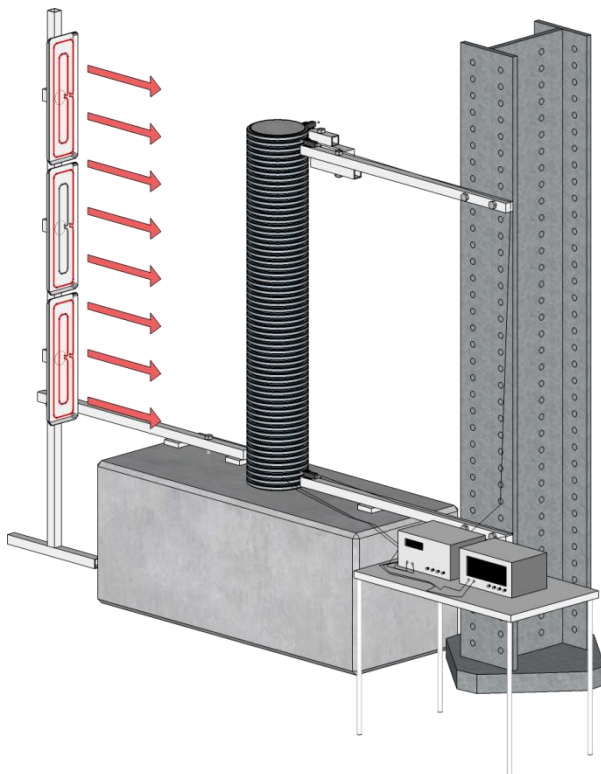
Figure 24: The position of sensor moves on the top of the column



Slika 25: Položaj tipal za merjenje temperature v stebru

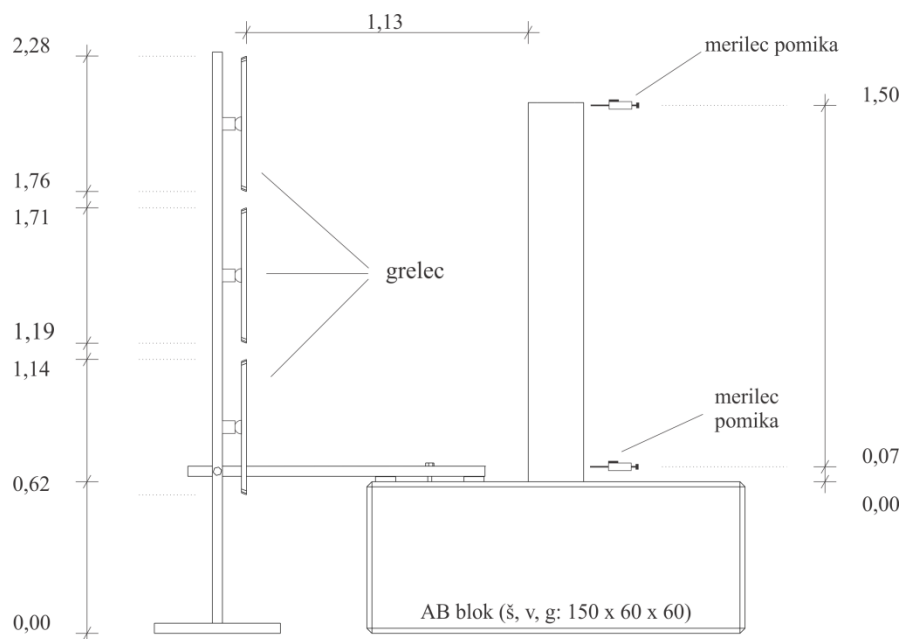
Figure 25: The position of sensors for measuring the temperature in concrete column

Shematski prikaz izvedbe poskusa prikazuje slika 26, kjer lahko vidimo pritrditev merilcev pomika na referenčni jekleni I-profil in prikaz vključenih grelnih elementov v grelcih.



Slika 26: Shematski prikaz poskusa

Figure 26: The scheme of the experiment



Slika 27: Postavitve merskih mest in grelcev (dimenzije v metrih)

Figure 27: Installing of measurement sites and heaters (dimensions in meters)

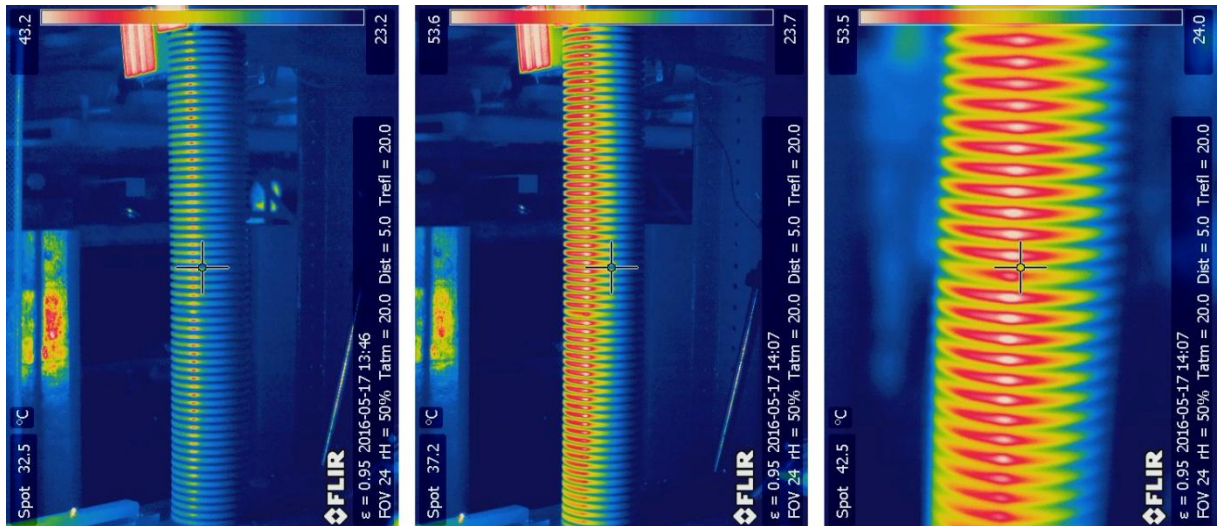
Leva slika 28 prikazuje operaterja s termo kamero pri preverjanju temperaturne porazdelitve na deski, ki je nameščena pred steber. Desna slika 28 prikazuje realizacijo poskusa.



Slika 28: Levo: preverjanje enakomernosti temperaturne porazdelitve na površini deske pred stebrom; desno: ogrevanje stebra in merjenje pomika med poskusom

Figure 28: Left: the uniformity of the temperature distribution control on the surface of the board in front of the column; right: the heating of the column and displacement measurement during experiment

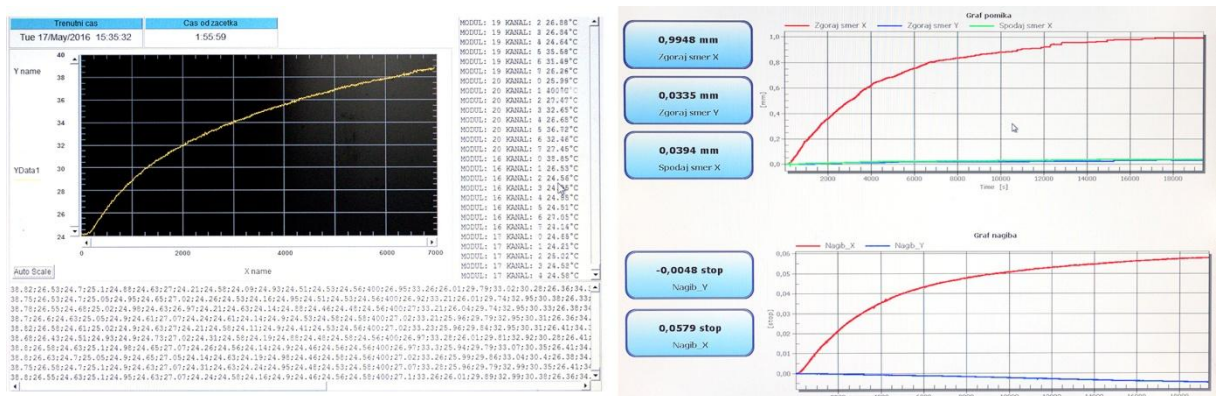
Že kmalu po pričetku poskusa in vključitvi ogrevanja smo lahko opazili, da nam ni uspelo zagotoviti enakomernega toplotnega toka po celotni višini stebra. Sliki 29 levo in v sredini prikazujeta neenakomerno temperaturno porazdelitev po višini stebra. Slika 29 desno prikazuje detajl iz slike v sredini, kjer lahko opazimo očitno anomalijo v cevi, saj je temperatura enega rebra cevi drugače razporejena kot na okoliških rebrih.



Slika 29: Levo: temperatura na površini stebra 5 minut po pričetku ogrevanja; sredina: temperatura na površini stebra 25 minut po pričetku ogrevanja; desno: detajl slike v sredini

Figure 29: Left: the temperature at the surface of the column 5 minutes after the start of the heating; middle: the temperature at the surface of the column 25 minutes after the start of the heating; right: a detail of the image in the middle

Za zapisovanje podatkov temperature in pomika smo izbrali časovni interval 10 sekund. V realnem času smo lahko opazovali temperaturo in pomik na prikazu aplikacije HBM catmanAP V3.5.1 za pomik (slika 30 levo) in Agilent VEE Pro za temperaturo (slika 30 desno).



Slika 30: Levo: zaslonska slika podokna aplikacije za merjenja temperature; desno: zaslonska slika aplikacije za merjenja pomika

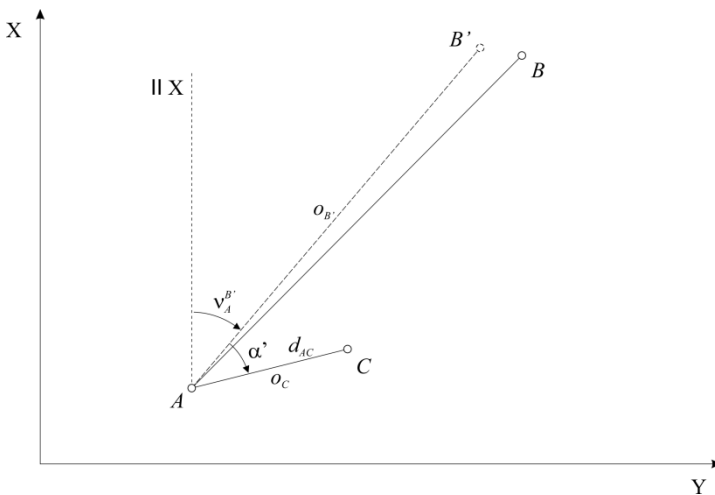
Figure 30: Left: a screenshot of applications panel for temperature measurement; right: a screenshot of the applications for the position measurement

3.4 VPLIV POMIKA STEBRA NA REZULTATE IZMERE IN POLOŽAJ KONTROLNE TOČKE

Zanima nas, kako pogrešek na stojišču (točka A), orientacijski točki (točka B) in kontrolni točki C (slika 5) vpliva na horizontalni kot z vrhom v stojišču in krakoma proti orientacijski točki B in kontrolni točki C ter na dolžino med stojiščem A in kontrolno točko C . Prav tako nas zanima, kako pogrešek na stojišču in na orientacijski točki vpliva na položaj kontrolne točke C .

3.4.1 Pogrešek na orientacijski točki B

Najprej si oglejmo primer, ko je pogrešen položaj orientacijske točke B . Zaradi tega pogreška pri izmeri namesto na točko $B(y_B, x_B)$ viziramo na točko $B'(y_{B'}, x_{B'})$, pri čemer sta $y_{B'} = y_B + \delta_{y_B}$ in $x_{B'} = x_B + \delta_{x_B}$ in δ_{y_B} ter δ_{x_B} pogreška položaja točke B .



Slika 31: Pogrešek orientacijske točke B

Figure 31: Orientation point B error

Pri merjenju namesto smeri na točko B izmerimo smer na točko B' . Posledično namesto horizontalnega kota α , ki ga izračunamo kot razliko merjene smeri na točko C in merjene smeri na točko B , dobimo $\alpha' = \alpha + \delta_\alpha$.

$$\alpha' = o_A^C - o_A^{B'}, \quad (3.2)$$

kjer so

- o_A^C – merjena smer s stojiščem v točki A in smerjo proti točki C ,
- $o_A^{B'}$ – pogrešena merjena smer s stojiščem v točki A in smerjo proti pogrešeni točki B' ,
- α' – pogrešen horizontalni kot s stojiščem v točki A in krakoma proti točki C in pogrešeni točki B' .

Merjenih smeri ne moremo izračunati. Vemo pa, da enako kot merjeni smeri na horizontalni kot vplivata tudi smerna kota v_A^C in $v_A^{B'}$. Dobimo

$$\alpha' = v_A^C - v_A^{B'}, \quad (3.3)$$

kjer sta

- v_A^C – smerni kot iz točke A na točko C ,
- $v_A^{B'}$ – pogrešen smerni kot iz točke A na pogrešeno točko B' .

Smerna kota izračunamo iz koordinat točk

$$v_A^C = \operatorname{atan} \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A}, \quad (3.4)$$

$$v_A^{B'} = \operatorname{atan} \frac{y_{B'} - y_A}{x_{B'} - x_A}. \quad (3.5)$$

3.4.1.1 Vpliv pogreška viziranja na orientacijski točki B na horizontalni kot α

Najprej si oglejmo vpliv pogreška orientacijske točke B na horizontalni kot z vrhom v točki A in krakoma proti točkama B in C . Če poznamo standardna odklona za y_B in x_B (σ_{y_B} , σ_{x_B}) ter njuno kovarianco (σ_{xy_B}), lahko ob predpostavki, da so vsi ostali rezultati izmere in položaji točk točni, s pomočjo prenosa varianc in kovarianc izračunamo standardni odklon horizontalnega kota α .

Enačba odnosa med pogrešenim horizontalnim kotom in pogrešenima koordinatama orientacijske točke B' se glasi

$$F_1 \equiv \alpha' - \operatorname{atan} \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} + \operatorname{atan} \frac{y_{B'} - y_A}{x_{B'} - x_A} = 0. \quad (3.6)$$

Za izračun variančno-kovariančne matrike najprej izračunamo parcialne odvode po obeh koordinatah pogrešene točke B'

$$\frac{\partial F_1}{\partial y_{B'}} = \frac{x_{B'} - x_A}{(x_{B'} - x_A)^2 + (y_{B'} - y_A)^2} \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial x_{B'}} = -\frac{y_{B'} - y_A}{(x_{B'} - x_A)^2 + (y_{B'} - y_A)^2}. \quad (3.8)$$

V zgornje enačbe za $y_{B'}$ in $x_{B'}$ vstavimo približne vrednosti $y_{B'} = y_B$ in $x_{B'} = x_B$ in sestavimo matriko \mathbf{J}_1

$$\mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial y_{B'}} & \frac{\partial F_1}{\partial x_{B'}} \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

Podatke o natančnosti položaja orientacijske točke B vnesemo v kovariančno matriko

$$\Sigma_{\mathbf{X}\mathbf{X}_B} = \begin{bmatrix} \sigma_{y_B}^2 & \sigma_{xy_B} \\ \sigma_{xy_B} & \sigma_{x_B}^2 \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

kjer so

- σ_{y_B} – natančnost y -koordinate orientacijske točke B ,
- σ_{x_B} – natančnost x -koordinate orientacijske točke B ,
- σ_{xy_B} – kovarianca med koordinatama x in y orientacijske točke B .

Variančno-kovariančno matriko s podatki o natančnosti izmerjenega horizontalnega kota izračunamo po enačbi

$$\Sigma_{\mathbf{X}\mathbf{X}_\alpha} = \mathbf{J}_1 \cdot \Sigma_{\mathbf{X}\mathbf{X}_B} \cdot \mathbf{J}_1^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial y_{B'}} & \frac{\partial F_1}{\partial x_{B'}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{y_B}^2 & \sigma_{xy_B} \\ \sigma_{xy_B} & \sigma_{x_B}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial y_{B'}} & \frac{\partial F_1}{\partial x_{B'}} \end{bmatrix}^T = [\sigma_\alpha^2]. \quad (3.11)$$

Če rezultate za parcialne odvode vstavimo v enačbo za $\Sigma_{\mathbf{X}\mathbf{X}_\alpha}$, dobimo

$$\sigma_\alpha^2 = \left(\frac{\partial F_1}{\partial y_{B'}} \right)^2 \cdot \sigma_{y_B}^2 + 2 \cdot \frac{\partial F_1}{\partial y_{B'}} \cdot \frac{\partial F_1}{\partial x_{B'}} \cdot \sigma_{xy_B} + \left(\frac{\partial F_1}{\partial x_{B'}} \right)^2 \cdot \sigma_{x_B}^2. \quad (3.12)$$

Za primer $\sigma_{y_B}^2 = \sigma_{x_B}^2 = \sigma_B^2$ in $\sigma_{xy_B} = 0$ ob upoštevanju približnih vrednosti $y_{B'} = y_B$ in $x_{B'} = x_B$ dobimo

$$\sigma_\alpha^2 = \sigma_B^2 \cdot \left(\left(\frac{\partial F_1}{\partial y_{B'}} \right)^2 + \left(\frac{\partial F_1}{\partial x_{B'}} \right)^2 \right), \quad (3.13)$$

$$\sigma_\alpha^2 = \sigma_B^2 \cdot \frac{(x_B - x_A)^2}{((x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2)^2} + \sigma_B^2 \cdot \frac{(y_B - y_A)^2}{((x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2)^2}, \quad (3.14)$$

$$\sigma_\alpha^2 = \sigma_B^2 \cdot \frac{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}{((x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2)^2} = \sigma_B^2 \cdot \frac{1}{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}. \quad (3.15)$$

Upošteevamo, da dolžino med točkama A in B izračunamo po enačbi

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \quad (3.16)$$

in dobimo

$$\sigma_\alpha^2 = \frac{\sigma_B^2}{d_{AB}^2} \quad (3.17)$$

oziroma

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_B}{d_{AB}}. \quad (3.18)$$

Vidimo, da na natančnost izmerjenega horizontalnega kota za primer $\sigma_{y_B}^2 = \sigma_{x_B}^2 = \sigma_B^2$ in $\sigma_{xy_B} = 0$

vpliva le dolžina med stojiščem A in orientacijsko točko B ter natančnost položaja orientacijske točke. Natančnost horizontalnega kota je obratno sorazmerna z dolžino med točkama A in B . Iz tega je razviden pomen dolgih dolžin med stojiščem in orientacijsko točko.

3.4.1.2 Vpliv pogreška horizontalnega kota α na položaj točke C – posredni način izračuna

Položaj točke C izmerimo po polarni metodi izmere. Zaradi pogreška na orientacijski točki B je pogrešen horizontalni kot α (poglavje 3.4.1.1). Posledično v enačbah za položaj točke C namesto horizontalnega kota α nastopa pogrešen horizontalni kot α'

$$y_C = y_A + d_{AC} \cdot \sin(v_A^B + \alpha'), \quad (3.19)$$

$$x_C = x_A + d_{AC} \cdot \cos(v_A^B + \alpha'), \quad (3.20)$$

kjer sta

$$d_{AC} = \sqrt{(y_C - y_A)^2 + (x_C - x_A)^2}, \quad (3.21)$$

$$v_A^B = \operatorname{atan} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad (3.22)$$

in

- y_C – y -koordinata kontrolne točke C ,
- x_C – x -koordinata kontrolne točke C ,
- d_{AC} – dolžina med stojiščem A in kontrolno točko C ,
- α' – pogrešen horizontalni kot z vrhom v stojišču A in krakoma proti pogrešeni orientacijski točki B' in kontrolni točki C ,
- v_A^B – smerni kot iz stojišča A na orientacijsko točko B ,
- y_A – y -koordinata stojišča A ,
- x_A – x -koordinata stojišča A ,
- y_B – y -koordinata orientacijske točke B ,
- x_B – x -koordinata orientacijske točke B .

Če poznamo standardni odklon σ_α za horizontalni kot α , lahko ob predpostavki, da so vsi ostali rezultati izmere in položaji točk točni, s pomočjo prenosa varianc in kovarianc izračunamo standardni odklon položaja kontrolne točke C . Za te potrebe sestavimo enačbi za izračun posamezne koordinate točke C .

$$F_2 \equiv y_C - y_A - d_{AC} \cdot \sin(v_A^B + \alpha') = 0, \quad (3.23)$$

$$F_3 \equiv x_C - x_A - d_{AC} \cdot \cos(v_A^B + \alpha') = 0. \quad (3.24)$$

Za izračun variančno-kovariančne matrike kontrolne točke C izračunamo parcialne odvode po

pogrešenem horizontalnem kotu α'

$$\frac{\partial F_2}{\partial \alpha'} = -d_{AC} \cdot \cos(v_A^B + \alpha'), \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial \alpha'} = d_{AC} \cdot \sin(v_A^B + \alpha') \quad (3.26)$$

in sestavimo matriko

$$J_2 = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_2}{\partial \alpha'} \\ \frac{\partial F_3}{\partial \alpha'} \end{bmatrix}. \quad (3.27)$$

Enačba za variančno-kovariančno matriko položaja točke C se glasi

$$\Sigma_{XX_C} = J_2 \cdot \Sigma_{XX_\alpha} \cdot J_2^T = \begin{bmatrix} \sigma_{y_C}^2 & \sigma_{xy_C} \\ \sigma_{xy_C} & \sigma_{x_C}^2 \end{bmatrix}, \quad (3.28)$$

kjer je

$$\Sigma_{XX_\alpha} = [\sigma_\alpha^2], \quad (3.29)$$

pri tem sta

Σ_{XX_α} – variančno kovariančna matrika za horizontalni kot α ,

σ_α^2 – varianca horizontalnega kota α .

Za primer $\sigma_{y_B}^2 = \sigma_{x_B}^2 = \sigma_B^2$ in $\sigma_{xy_B} = 0$ ob upoštevanju približkov $\alpha' = \alpha = v_A^C - v_A^B$ in posledično $v_A^B + \alpha' = v_A^C$, prav tako pa tudi enačbe za σ_α (enačba (3.18)), dobimo

$$\sigma_{y_C}^2 = \left(\frac{\partial F_2}{\partial \alpha'} \right)^2 \cdot \frac{\sigma_B^2}{d_{AB}^2} = (-d_{AC} \cdot \cos v_A^C)^2 \cdot \frac{\sigma_B^2}{d_{AB}^2} = d_{AC}^2 \cdot \cos^2 v_A^C \cdot \frac{\sigma_B^2}{d_{AB}^2}, \quad (3.30)$$

$$\sigma_{y_C} = \sigma_B \cdot \frac{d_{AC}}{d_{AB}} \cdot \cos v_A^C, \quad (3.31)$$

$$\sigma_{x_C}^2 = \left(\frac{\partial F_3}{\partial \alpha'} \right)^2 \cdot \frac{\sigma_B^2}{d_{AB}^2} = (d_{AC} \cdot \sin v_A^C)^2 \cdot \frac{\sigma_B^2}{d_{AB}^2} = d_{AC}^2 \cdot \sin^2 v_A^C \cdot \frac{\sigma_B^2}{d_{AB}^2}, \quad (3.32)$$

$$\sigma_{x_C} = \sigma_B \cdot \frac{d_{AC}}{d_{AB}} \cdot \sin v_A^C, \quad (3.33)$$

$$\sigma_{xy_C} = \frac{\partial F_2}{\partial \alpha'} \cdot \frac{\partial F_3}{\partial \alpha'} \cdot \frac{\sigma_B^2}{d_{AB}^2} = -d_{AC}^2 \cdot \cos v_A^C \cdot \sin v_A^C \cdot \frac{\sigma_B^2}{d_{AB}^2}, \quad (3.34)$$

$$\sigma_{xy_C} = -\sigma_B^2 \cdot \frac{d_{AC}^2}{d_{AB}^2} \cdot \sin v_A^C \cdot \cos v_A^C. \quad (3.35)$$

Rezultat bi lahko upoštevali tudi na osnovi pravil računanja z matrikami. Ob upoštevanju natančnosti horizontalnega kota α oz. variančno-kovariančne matrike $\Sigma_{\mathbf{xx}_\alpha}$ (enačba(3.11)), tako dobimo

$$\Sigma_{\mathbf{xx}_c} = \mathbf{J}_2 \cdot \mathbf{J}_1 \cdot \Sigma_{\mathbf{xx}_B} \cdot \mathbf{J}_1^T \cdot \mathbf{J}_2^T = \begin{bmatrix} \sigma_{y_c}^2 & \sigma_{xy_c} \\ \sigma_{xy_c} & \sigma_{x_c}^2 \end{bmatrix}. \quad (3.36)$$

Iz dobljenih varianc in kovariance izračunamo veliko (a) in malo polos (b) ter smerni kot (θ) standardne elipse pogreškov po enačbah (2.64), (2.65), (2.66).

Pomožni računi

$$\sigma_{x_c}^2 + \sigma_{y_c}^2 = \sigma_B^2 \cdot \frac{d_{AC}^2}{d_{AB}^2} \cdot \sin^2 \nu_A^c + \sigma_B^2 \cdot \frac{d_{AC}^2}{d_{AB}^2} \cdot \cos^2 \nu_A^c = \sigma_B^2 \cdot \frac{d_{AC}^2}{d_{AB}^2} \cdot (\sin^2 \nu_A^c + \cos^2 \nu_A^c),$$

$$\sigma_{x_c}^2 + \sigma_{y_c}^2 = \sigma_B^2 \cdot \frac{d_{AC}^2}{d_{AB}^2}, \quad (3.37)$$

$$\sigma_{x_c}^2 - \sigma_{y_c}^2 = \sigma_B^2 \cdot \frac{d_{AC}^2}{d_{AB}^2} \cdot \sin^2 \nu_A^c - \sigma_B^2 \cdot \frac{d_{AC}^2}{d_{AB}^2} \cdot \cos^2 \nu_A^c,$$

$$\sigma_{x_c}^2 - \sigma_{y_c}^2 = \sigma_B^2 \cdot \frac{d_{AC}^2}{d_{AB}^2} \cdot (\sin^2 \nu_A^c - \cos^2 \nu_A^c), \quad (3.38)$$

$$(\sigma_{x_c}^2 - \sigma_{y_c}^2)^2 + 4 \cdot \sigma_{xy_c}^2 = \sigma_B^4 \cdot \frac{d_{AC}^4}{d_{AB}^4} \cdot ((\sin^2 \nu_A^c - \cos^2 \nu_A^c)^2 + 4 \sin^2 \nu_A^c \cdot \cos^2 \nu_A^c),$$

$$(\sigma_{x_c}^2 - \sigma_{y_c}^2)^2 + 4 \cdot \sigma_{xy_c}^2 = \sigma_B^4 \cdot \frac{d_{AC}^4}{d_{AB}^4} \cdot (\sin^4 \nu_A^c + \cos^4 \nu_A^c - 2 \sin^2 \nu_A^c \cdot \cos^2 \nu_A^c + 4 \sin^2 \nu_A^c \cdot \cos^2 \nu_A^c),$$

$$(\sigma_{x_c}^2 - \sigma_{y_c}^2)^2 + 4 \cdot \sigma_{xy_c}^2 = \sigma_B^4 \cdot \frac{d_{AC}^4}{d_{AB}^4} \cdot (\sin^4 \nu_A^c + \cos^4 \nu_A^c + 2 \sin^2 \nu_A^c \cdot \cos^2 \nu_A^c),$$

$$(\sigma_{x_c}^2 - \sigma_{y_c}^2)^2 + 4 \cdot \sigma_{xy_c}^2 = \sigma_B^4 \cdot \frac{d_{AC}^4}{d_{AB}^4} \cdot (\sin^2 \nu_A^c + \cos^2 \nu_A^c)^2,$$

$$(\sigma_{x_c}^2 - \sigma_{y_c}^2)^2 + 4 \cdot \sigma_{xy_c}^2 = \sigma_B^4 \cdot \frac{d_{AC}^4}{d_{AB}^4}. \quad (3.39)$$

Rezultate pomožnih računov (3.37) in (3.39) vstavimo v enačbe elipse pogreškov (2.64) in (2.65) ter enačbo (2.66) v enačbo (2.66) in dobimo

$$a^2 = \frac{\sigma_{x_c}^2 + \sigma_{y_c}^2 + \sqrt{(\sigma_{x_c}^2 - \sigma_{y_c}^2)^2 + 4\sigma_{x_c y_c}^2}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \left(\sigma_B^2 \cdot \frac{d_{AC}^2}{d_{AB}^2} + \sigma_B^2 \cdot \frac{d_{AC}^2}{d_{AB}^2} \right) = \sigma_B^2 \cdot \frac{d_{AC}^2}{d_{AB}^2},$$

$$a = \sigma_B \cdot \frac{d_{AC}}{d_{AB}}, \quad (3.40)$$

$$b^2 = \frac{\sigma_{x_c}^2 + \sigma_{y_c}^2 - \sqrt{(\sigma_{x_c}^2 - \sigma_{y_c}^2)^2 + 4\sigma_{x_c y_c}^2}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \left(\sigma_B^2 \cdot \frac{d_{AC}^2}{d_{AB}^2} - \sigma_B^2 \cdot \frac{d_{AC}^2}{d_{AB}^2} \right),$$

$$b = 0, \quad (3.41)$$

$$\tan 2\theta = \frac{-2\sigma_B^2 \cdot \frac{d_{AC}^2}{d_{AB}^2} \cdot \sin v_A^c \cdot \cos v_A^c}{\sigma_B^2 \cdot \frac{d_{AC}^2}{d_{AB}^2} \cdot (\sin^2 v_A^c - \cos^2 v_A^c)} = -2 \cdot \frac{\sin v_A^c \cdot \cos v_A^c}{(\sin^2 v_A^c - \cos^2 v_A^c)}. \quad (3.42)$$

Vidimo, da ima v primeru pogreška na orientacijski točki B za primer $\sigma_{y_B}^2 = \sigma_{x_B}^2 = \sigma_B^2$ in $\sigma_{xy_B} = 0$ standardna elipsa pogreškov obliko daljice z dolžino

$$2 \cdot a = 2 \cdot \sigma_B \cdot \frac{d_{AC}}{d_{AB}}. \quad (3.43)$$

Torej se njena dolžina z večanjem dolžine med stojiščem in kontrolno točko C in krajšanjem dolžine do orientacijske točke B veča. Iz tega je razviden bistven pomen daljših dolžin med stojiščem in orientacijo glede na dolžine med stojiščem in kontrolno točko C . Razmerje med dolžino do kontrolne točke C in dolžino do orientacijske točke B je premo sorazmerno z dolžino daljše polosi elipse pogreškov. Opazimo lahko, da na kot elipse vpliva le smerni kot iz stojišča na kontrolno točko C , torej nanj nima vpliva položaj orientacijske točke B oz. horizontalni kot s stojiščem v točki A in krakoma proti točkama B in C .

3.4.1.3 Vpliv pogreška viziranja na orientacijski točki na položaj točke C – neposredni način izračuna

Natančnost kontrolne točke C lahko izračunamo tudi neposredno iz pogreška na orientacijski točki B . Zaradi pogreška orientacijske točke sta pogrešena horizontalni kot α in dolžina med točkama A in C . Položaj kontrolne točke C dobimo po

$$y_C = y_A + d_{AC} \cdot \sin(v_A^B + \alpha'), \quad (3.44)$$

$$x_C = x_A + d_{AC} \cdot \cos(v_A^B + \alpha'), \quad (3.45)$$

pri tem je

$$v_A^B = \operatorname{atan} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}, \quad (3.46)$$

$$d_{AC} = \sqrt{(y_C - y_A)^2 + (x_C - x_A)^2}, \quad (3.47)$$

$$\alpha' = \operatorname{atan} \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} - \operatorname{atan} \frac{y_{B'} - y_A}{x_{B'} - x_A}, \quad (3.48)$$

kjer so

- y_C – y -koordinata točke C ,
- x_C – x -koordinata točke C ,
- d_{AC} – dolžina med stojiščem A in točko C ,
- α' – pogrešen horizontalni kot z vrhom v točki A in krakoma proti točkama B' in C ,
- v_A^B – smerni kot iz točke A na točko B ,
- y_A – y -koordinata točke A ,
- x_A – x -koordinata točke A ,
- y_B – y -koordinata točke B ,
- x_B – x -koordinata točke B .

Enačbi, v katerih v linearni obliki nastopata koordinati točke C

$$F_4 \equiv y_C - y_A - d_{AC} \sin \left(\operatorname{atan} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} + \operatorname{atan} \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} - \operatorname{atan} \frac{y_{B'} - y_A}{x_{B'} - x_A} \right) = 0, \quad (3.49)$$

$$F_5 \equiv x_C - x_A - d_{AC} \cos \left(\operatorname{atan} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} + \operatorname{atan} \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} - \operatorname{atan} \frac{y_{B'} - y_A}{x_{B'} - x_A} \right) = 0. \quad (3.50)$$

Za izračun variančno-kovariančne matrike točke C izračunamo parcialne odvode po obeh koordinatah točke C

$$\frac{\partial F_4}{\partial y_{B'}} = d_{AC} \cos \left(\operatorname{atan} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} + \operatorname{atan} \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} - \operatorname{atan} \frac{y_{B'} - y_A}{x_{B'} - x_A} \right) \left(\frac{x_{B'} - x_A}{(x_{B'} - x_A)^2 + (y_{B'} - y_A)^2} \right),$$

$$\frac{\partial F_4}{\partial y_{B'}} = d_{AC} \cos \left(\operatorname{atan} \frac{\Delta y_A^B}{\Delta x_A^B} + \alpha' \right) \cdot \frac{\Delta x_A^{B'}}{d_{AB'}^2}, \quad (3.51)$$

$$\frac{\partial F_4}{\partial x_{B'}} = -d_{AC} \cos \left(\operatorname{atan} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} + \operatorname{atan} \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} - \operatorname{atan} \frac{y_{B'} - y_A}{x_{B'} - x_A} \right) \left(\frac{y_{B'} - y_A}{(x_{B'} - x_A)^2 + (y_{B'} - y_A)^2} \right),$$

$$\frac{\partial F_4}{\partial x_{B'}} = -d_{AC} \cos \left(\operatorname{atan} \frac{\Delta y_A^B}{\Delta x_A^B} + \alpha' \right) \cdot \frac{\Delta y_A^{B'}}{d_{AB'}^2}, \quad (3.52)$$

$$\frac{\partial F_5}{\partial y_{B'}} = -d_{AC} \sin \left(\operatorname{atan} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} + \operatorname{atan} \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} - \operatorname{atan} \frac{y_{B'} - y_A}{x_{B'} - x_A} \right) \left(\frac{x_{B'} - x_A}{(x_{B'} - x_A)^2 + (y_{B'} - y_A)^2} \right),$$

$$\frac{\partial F_5}{\partial y_{B'}} = -d_{AC} \sin \left(\operatorname{atan} \frac{\Delta y_A^B}{\Delta x_A^B} + \alpha' \right) \cdot \frac{\Delta x_A^{B'}}{d_{AB'}^2}, \quad (3.53)$$

$$\frac{\partial F_5}{\partial x_{B'}} = d_{AC} \sin \left(\operatorname{atan} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} + \operatorname{atan} \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} - \operatorname{atan} \frac{y_{B'} - y_A}{x_{B'} - x_A} \right) \left(\frac{y_{B'} - y_A}{(x_{B'} - x_A)^2 + (y_{B'} - y_A)^2} \right),$$

$$\frac{\partial F_5}{\partial x_{B'}} = d_{AC} \sin \left(\operatorname{atan} \frac{\Delta y_A^B}{\Delta x_A^B} + \alpha' \right) \cdot \frac{\Delta y_A^{B'}}{d_{AB'}^2} \quad (3.54)$$

in sestavimo matriko \mathbf{J}_3

$$\mathbf{J}_3 = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_4}{\partial y_{B'}} & \frac{\partial F_4}{\partial x_{B'}} \\ \frac{\partial F_5}{\partial y_{B'}} & \frac{\partial F_5}{\partial x_{B'}} \end{bmatrix}. \quad (3.55)$$

V zgornje enačbe za $y_{B'}$ in $x_{B'}$ vstavimo približne vrednosti $y_{B'} = y_B$ in $x_{B'} = x_B$.

Če za položaj točke $B(y_B, x_B)$ poznamo standardna odklona $\sigma_{x_B}, \sigma_{y_B}$ in kovarianco σ_{xy_B} , lahko izračunamo standardni odklon in kovarianco za koordinati točke C po

$$\Sigma_{xx_C} = \mathbf{J}_3 \cdot \Sigma_{xx_B} \cdot \mathbf{J}_3^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_4}{\partial y_{B'}} & \frac{\partial F_4}{\partial x_{B'}} \\ \frac{\partial F_5}{\partial y_{B'}} & \frac{\partial F_5}{\partial x_{B'}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{y_B}^2 & \sigma_{xy_B} \\ \sigma_{xy_B} & \sigma_{x_B}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial F_4}{\partial y_{B'}} & \frac{\partial F_4}{\partial x_{B'}} \\ \frac{\partial F_5}{\partial y_{B'}} & \frac{\partial F_5}{\partial x_{B'}} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \sigma_{y_C}^2 & \sigma_{xy_C} \\ \sigma_{xy_C} & \sigma_{x_C}^2 \end{bmatrix}, \quad (3.56)$$

pri tem so podatki o natančnosti položaja orientacijske točke B navedeni v variančno-kovariančni matriki

$$\Sigma_{xx_B} = \begin{bmatrix} \sigma_{y_B}^2 & \sigma_{xy_B} \\ \sigma_{xy_B} & \sigma_{x_B}^2 \end{bmatrix}, \quad (3.57)$$

kjer so:

- σ_{y_B} – natančnost y -koordinate orientacijske točke B ,
- σ_{x_B} – natančnost x -koordinate orientacijske točke B ,
- σ_{xy_B} – kovarianca med koordinatama y in x orientacijske točke B .

Za $\sigma_{y_B}^2 = \sigma_{x_B}^2$ in $\sigma_{xy_B} = 0$ ob upoštevanju približkov $x_{B'} = x_B$ in $y_{B'} = y_B$ in posledično

$$\operatorname{atan} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} + \operatorname{atan} \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} - \operatorname{atan} \frac{y_{B'} - y_A}{x_{B'} - x_A} = \operatorname{atan} \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \nu_A^C, \quad (3.58)$$

dobimo

$$\begin{aligned} \sigma_{y_C}^2 &= \left(\frac{\partial F_4}{\partial y_{B'}} \right)^2 \sigma_{y_B}^2 + \left(\frac{\partial F_4}{\partial x_{B'}} \right)^2 \sigma_{x_B}^2 = \sigma_B^2 \cdot \frac{d_{AC}^2}{d_{AB}^4} \cdot (\cos^2 \nu_A^C \cdot (\Delta x_A^B)^2 + \cos^2 \nu_A^C \cdot (\Delta y_A^B)^2), \\ \sigma_{y_C}^2 &= \sigma_B^2 \cdot \frac{d_{AC}^2}{d_{AB}^4} \cdot \cos^2 \nu_A^C \cdot ((\Delta x_A^B)^2 + (\Delta y_A^B)^2) = \sigma_B^2 \cdot \frac{d_{AC}^2}{d_{AB}^4} \cdot \cos^2 \nu_A^C \cdot d_{AB}^2, \\ \sigma_{y_C}^2 &= \sigma_B^2 \cdot \frac{d_{AC}^2}{d_{AB}^2} \cdot \cos^2 \nu_A^C, \end{aligned} \quad (3.59)$$

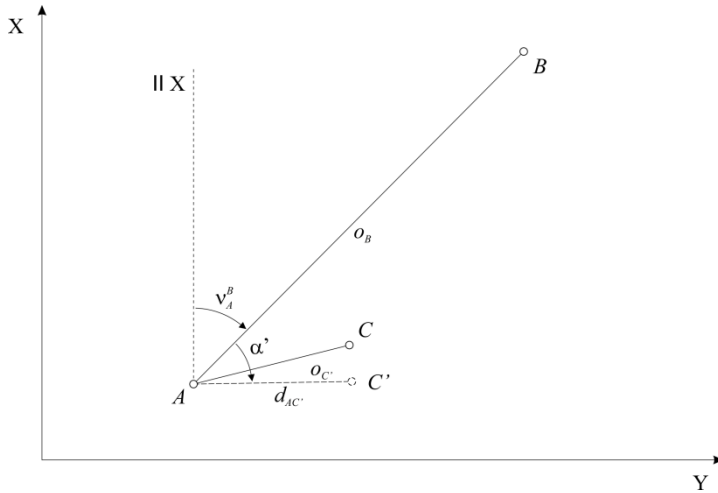
$$\begin{aligned} \sigma_{x_C}^2 &= \left(\frac{\partial F_5}{\partial y_{B'}} \right)^2 \sigma_{y_B}^2 + \left(\frac{\partial F_5}{\partial x_{B'}} \right)^2 \sigma_{x_B}^2 = \sigma_B^2 \cdot \frac{d_{AC}^2}{d_{AB}^4} \cdot (\sin^2 \nu_A^C \cdot (\Delta x_A^B)^2 + \sin^2 \nu_A^C \cdot (\Delta y_A^B)^2), \\ \sigma_{x_C}^2 &= \sigma_B^2 \cdot \frac{d_{AC}^2}{d_{AB}^4} \cdot \sin^2 \nu_A^C \cdot ((\Delta x_A^B)^2 + (\Delta y_A^B)^2) = \sigma_B^2 \cdot \frac{d_{AC}^2}{d_{AB}^4} \cdot \sin^2 \nu_A^C \cdot d_{AB}^2, \\ \sigma_{x_C}^2 &= \sigma_B^2 \cdot \frac{d_{AC}^2}{d_{AB}^2} \cdot \sin^2 \nu_A^C, \end{aligned} \quad (3.60)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xy_C} &= \frac{\partial F_4}{\partial y_{B'}} \cdot \frac{\partial F_5}{\partial y_{B'}} \cdot \sigma_{y_B}^2 + \frac{\partial F_4}{\partial x_{B'}} \cdot \frac{\partial F_5}{\partial x_{B'}} \cdot \sigma_{x_B}^2, \\ \sigma_{xy_C} &= -\sigma_B^2 \cdot \frac{d_{AC}^2}{d_{AB}^4} \cdot \sin \nu_A^C \cdot \cos \nu_A^C \cdot ((\Delta y_A^B)^2 + (\Delta x_A^B)^2), \\ \sigma_{xy_C} &= -\sigma_B^2 \cdot \frac{d_{AC}^2}{d_{AB}^2} \cdot \sin \nu_A^C \cdot \cos \nu_A^C. \end{aligned} \quad (3.61)$$

Rezultat je enak kot pri posrednem izračunu (glej enačbe (3.40), (3.41) in (3.42)).

3.4.2 Pogrešek na kontrolni točki C

V primeru, ko je pogrešen položaj kontrolne točke C , namesto na točko $C(y_C, x_C)$ viziramo na točko $C'(y_{C'}, x_{C'})$, pri čemer sta δ_{y_C} ter δ_{x_C} pogreška položaja kontrolne točke C .



Slika 32: Pogrešek kontrolne točke C

Figure 32: Control point error

$$y_{C'} = y_C + \delta_{y_C}, \quad (3.62)$$

$$x_{C'} = x_C + \delta_{x_C}. \quad (3.63)$$

Pri merjenju namesto horizontalne smeri na kontrolno točko C izmerimo horizontalno smer na pogrešeno kontrolno točko C' . Posledično namesto horizontalnega kota α , ki ga izračunamo kot razliko merjene smeri na pogrešeno kontrolno točko C' in merjene smeri na točko B , dobimo α' , namesto dolžine d_{AC} pa $d_{AC'}$

$$\alpha' = \alpha + \delta_\alpha, \quad (3.64)$$

$$\alpha' = o_A^{C'} - o_A^B, \quad (3.65)$$

kjer so

- $o_A^{C'}$ – pogrešena merjena smer s stojiščem v točki A in smerjo proti pogrešeni kontrolni točki C' ,
- o_A^B – merjena smer s stojiščem v točki A in smerjo proti orientacijski točki B ,
- α' – pogrešen horizontalni kot s stojiščem v točki A in krakoma proti pogrešeni kontrolni točki C' in orientacijski točki B .

Merjenih horizontalnih smeri ne moremo izračunati. Vemo pa, da enako kot merjeni horizontalni smeri na horizontalni kot vplivata tudi smerna kota $v_A^{C'}$ in v_A^B

$$\alpha' = v_A^{C'} - v_A^B, \quad (3.66)$$

kjer sta

- $v_A^{C'}$ – pogrešeni smerni kot iz stojišča A na pogrešeno kontrolno točko C' ,
- v_A^B – smerni kot iz stojišča A na orientacijsko točko B .

Smerna kota izračunamo iz koordinat točk

$$v_A^{C'} = \text{atan} \frac{y_{C'} - y_A}{x_{C'} - x_A}, \quad (3.67)$$

$$v_A^B = \text{atan} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}. \quad (3.68)$$

Če za y_C in x_C poznamo standardna odklona σ_{y_C} , σ_{x_C} ter njuno kovarianco σ_{xy_C} , lahko ob predpostavki, da so vsi ostali rezultati izmere in položaji točk točni, s pomočjo prenosa varianc in kovarianc izračunamo standardni odklon horizontalnega kota α .

Enačbi odnosov med pogrešenim horizontalnim kotom in pogrešeno dolžino med točkama A in C' ter pogrešenima koordinatama točke C' se glasita

$$d_{AC'} = \sqrt{(x_{C'} - x_A)^2 + (y_{C'} - y_A)^2}, \quad (3.69)$$

$$\alpha' = v_A^{C'} - v_A^B = \text{atan} \frac{y_{C'} - y_A}{x_{C'} - x_A} - \text{atan} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}. \quad (3.70)$$

3.4.2.1 Vpliv pogreška viziranja na kontrolni točki C na dolžino d_{AC} in horizontalni kot α

Natančnost horizontalnega kota in dolžine izračunamo iz natančnosti na kontrolni točki C . Zaradi pogreška kontrolne točke C sta pogrešena horizontalni kot α in dolžina med točkama A in C .

$$F_6 \equiv d_{AC'} - \sqrt{(x_{C'} - x_A)^2 + (y_{C'} - y_A)^2} = 0, \quad (3.71)$$

$$F_7 \equiv v_A^{C'} - v_A^B - \text{atan} \frac{y_{C'} - y_A}{x_{C'} - x_A} + \text{atan} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = 0. \quad (3.72)$$

Za izračun variančno-kovariančne matrike za horizontalni kot in dolžino izračunamo parcialne odvode po obeh koordinatah pogrešene točke C' .

$$\frac{\partial F_6}{\partial y_{C'}} = - \frac{y_{C'} - y_A}{\sqrt{(x_{C'} - x_A)^2 + (y_{C'} - y_A)^2}} = - \frac{\Delta y_A^{C'}}{d_{AC'}}, \quad (3.73)$$

$$\frac{\partial F_6}{\partial x_{C'}} = -\frac{x_{C'} - x_A}{\sqrt{(x_{C'} - x_A)^2 + (y_{C'} - y_A)^2}} = -\frac{\Delta x_A^{C'}}{d_{AC'}}, \quad (3.74)$$

$$\frac{\partial F_7}{\partial y_{C'}} = -\frac{y_{C'} - y_A}{(x_{C'} - x_A)^2 + (y_{C'} - y_A)^2} = -\frac{\Delta y_A^{C'}}{d_{AC'}^2}, \quad (3.75)$$

$$\frac{\partial F_7}{\partial x_{C'}} = \frac{y_{C'} - y_A}{(x_{C'} - x_A)^2 + (y_{C'} - y_A)^2} = \frac{\Delta y_A^{C'}}{d_{AC'}^2}, \quad (3.76)$$

kjer so

$$\Delta y_A^{C'} = y_{C'} - y_A, \quad (3.77)$$

$$\Delta x_A^{C'} = x_{C'} - x_A, \quad (3.78)$$

$$d_{AC'}^2 = \Delta y_A^{C'^2} + \Delta x_A^{C'^2}. \quad (3.79)$$

Sestavimo matriko \mathbf{J}_4

$$\mathbf{J}_4 = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_6}{\partial y_{C'}} & \frac{\partial F_6}{\partial x_{C'}} \\ \frac{\partial F_7}{\partial y_{C'}} & \frac{\partial F_7}{\partial x_{C'}} \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

in za $y_{C'}$ in $x_{C'}$ upoštevamo približne vrednosti: $y_{C'} = y_C$ in $x_{C'} = x_C$.

Enačba za variančno-kovariančno matriko položaja točke C se glasi

$$\Sigma_{\mathbf{xx}_C} = \begin{bmatrix} \sigma_{y_C}^2 & \sigma_{xy_C} \\ \sigma_{xy_C} & \sigma_{x_C}^2 \end{bmatrix}, \quad (3.81)$$

kjer so

$\sigma_{y_C}^2$ – varianca y -koordinate točke C ,

$\sigma_{x_C}^2$ – varianca x -koordinate točke C ,

σ_{xy_C} – kovarianca koordinat točke C .

Če poznamo standardna odklona σ_{y_C} , σ_{x_C} za y_C in x_C ter njuno kovarianco σ_{xy_C} , lahko izračunamo standardni odklon in kovarianco dolžine in horizontalnega kota

$$\Sigma_{\mathbf{xx}_{da}} = \mathbf{J}_4 \cdot \Sigma_{\mathbf{xx}_C} \cdot \mathbf{J}_4^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_6}{\partial y_{C'}} & \frac{\partial F_6}{\partial x_{C'}} \\ \frac{\partial F_7}{\partial y_{C'}} & \frac{\partial F_7}{\partial x_{C'}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{y_C}^2 & \sigma_{xy_C} \\ \sigma_{xy_C} & \sigma_{x_C}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial F_6}{\partial y_{C'}} & \frac{\partial F_6}{\partial x_{C'}} \\ \frac{\partial F_7}{\partial y_{C'}} & \frac{\partial F_7}{\partial x_{C'}} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \sigma_d^2 & \sigma_{da} \\ \sigma_{da} & \sigma_\alpha^2 \end{bmatrix}. \quad (3.82)$$

Če rezultate za parcialne odvode vstavimo v enačbo za $\Sigma_{\mathbf{xx}_{d\alpha}}$ in predpostavljamo

$$\sigma_{y_c}^2 = \sigma_{x_c}^2 = \sigma_c^2, \quad (3.83)$$

ter

$$\sigma_{xy_c}^2 = 0 \quad (3.84)$$

dobimo

$$\sigma_d^2 = \left(\frac{\partial F_6}{\partial y_{c'}}\right)^2 \sigma_{y_c}^2 + \left(\frac{\partial F_6}{\partial x_{c'}}\right)^2 \sigma_{x_c}^2 = \sigma_c^2 \cdot \frac{(\Delta y_A^c)^2 + (\Delta x_A^c)^2}{d_{AC}^2},$$

$$\sigma_d^2 = \sigma_c^2, \quad (3.85)$$

$$\sigma_\alpha^2 = \left(\frac{\partial F_7}{\partial y_{c'}}\right)^2 \sigma_{y_c}^2 + \left(\frac{\partial F_7}{\partial x_{c'}}\right)^2 \sigma_{x_c}^2 = \sigma_c^2 \left(\frac{(\Delta y_A^c)^2 + (\Delta x_A^c)^2}{d_{AC}^4}\right) = \sigma_c^2 \left(\frac{d_{AC}^2}{d_{AC}^4}\right),$$

$$\sigma_\alpha^2 = \frac{\sigma_c^2}{d_{AC}^2}, \quad (3.86)$$

$$\sigma_{d\alpha} = \frac{\partial F_6}{\partial y_{c'}} \cdot \frac{\partial F_7}{\partial y_{c'}} \sigma_{y_c}^2 + \frac{\partial F_6}{\partial x_{c'}} \cdot \frac{\partial F_7}{\partial x_{c'}} \sigma_{x_c}^2 = \sigma_c^2 \left(\frac{\Delta y_A^c \cdot \Delta x_A^c}{d_{AC}^3} - \frac{\Delta x_A^c \cdot \Delta y_A^c}{d_{AC}^3}\right),$$

$$\sigma_{d\alpha} = 0. \quad (3.87)$$

Natančnost izmerjene dolžine med stojščem in točko C je za primer $\sigma_{y_c}^2 = \sigma_{x_c}^2 = \sigma_c^2$ ter $\sigma_{xy_c}^2 = 0$ enaka natančnosti položaja kontrolne točke C . Natančnost izmerjenega horizontalnega kota je v tem primeru neodvisna od lege orientacijske točke B , kar je logično, in se veča z večjo dolžino med stojščem in točko C . Rezultat za natančnost horizontalnega kota je podoben kot v primeru pogrešenega položaja orientacijske točke B , le da v tem primeru na natančnost horizontalnega kota vpliva dolžina med stojščem in kontrolno točko C . Daljša dolžina med stojščem in kontrolno točko C povečuje natančnost horizontalnega kota. Dolžina in horizontalni kot nista korelirana.

3.4.3 Pogrešek na stojišču A

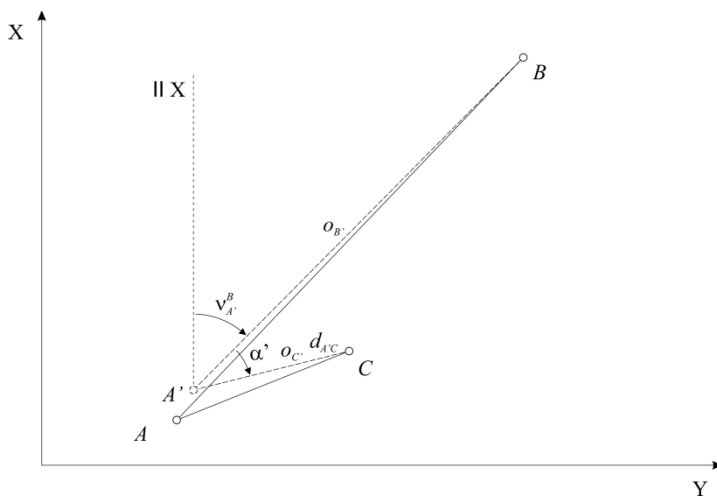
V primeru, ko je pogrešen položaj stojišča A, pri izmeri namesto na točki $A(y_A, x_A)$ stojimo na točki $A'(y_{A'}, x_{A'})$, pri čemer sta

$$y_{A'} = y_A + \delta_{y_{A'}} \quad (3.88)$$

in

$$x_{A'} = x_A + \delta_{x_{A'}} \quad (3.89)$$

δ_{y_A} ter δ_{x_A} pa pogreška položaja točke A.



Slika 33: Pogrešek na stojišču A

Figure 33: Station point A error

Pri merjenju namesto horizontalnih smeri iz točke A izmerimo horizontalne smeri in dolžine iz točke A' . Namesto dolžine d_{AC} tako dobimo pogrešeno dolžino

$$d_{A'C} = d_{AC} + \delta_{d_{AC}}, \quad (3.90)$$

in namesto horizontalnega kota α dobimo pogrešen kot

$$\alpha' = \alpha + \delta_{\alpha}, \quad (3.91)$$

ki ga izračunamo kot razliko merjene smeri na točko C in merjene smeri na točko B

$$\alpha' = o_{A'}^C - o_{A'}^B, \quad (3.92)$$

kjer so

$o_{A'}^C$ – pogrešena merjena smer iz pogrešenega stojišča v točki A' in smerjo proti kontrolni točki C,

- $\alpha_{A'}^B$ – pogrešena merjena smer iz pogrešenega stojišča v točki A' in smerjo proti orientacijski točki B ,
- α' – pogrešen horizontalni kot s stojiščem v pogrešeni točki A' in krakoma proti kontrolni točki C in orientacijski točki B .

Opazovanih smeri ne moremo izračunati. Vemo pa, da enako kot merjeni smeri na horizontalni kot vplivata tudi smerna kota $\nu_{A'}^C$ in $\nu_{A'}^B$. Imamo torej

$$\alpha' = \nu_{A'}^C - \nu_{A'}^B, \quad (3.93)$$

kjer sta

$\nu_{A'}^C$ – pogrešen smerni kot iz pogrešene točke A' na kontrolno točko C ,

$\nu_{A'}^B$ – pogrešen smerni kot iz pogrešene točke A' na orientacijsko točko B .

$$\nu_{A'}^C = \text{atan} \frac{y_C - y_{A'}}{x_C - x_{A'}}, \quad (3.94)$$

$$\nu_{A'}^B = \text{atan} \frac{y_B - y_{A'}}{x_B - x_{A'}}. \quad (3.95)$$

Pri merjenju namesto dolžine d_{AC} izmerimo $d_{A'C}$, namesto horizontalnega kota α pa izmerimo α' .

$$d_{A'C} = \sqrt{(x_C - x_{A'})^2 + (y_C - y_{A'})^2}, \quad (3.96)$$

$$\alpha' = \nu_{A'}^C - \nu_{A'}^B = \text{atan} \frac{y_C - y_{A'}}{x_C - x_{A'}} - \text{atan} \frac{y_B - y_{A'}}{x_B - x_{A'}}. \quad (3.97)$$

Zanima nas, kako natančnost na stojišču vpliva na izmerjen horizontalni kot in dolžino med točkama ter na položaj izmerjene točke C .

3.4.3.1 Vpliv pogreška centriranja na stojišču A na dolžino d_{AC} in horizontalni kot α

$$F_8 \equiv d_{AC} - \sqrt{(x_C - x_{A'})^2 + (y_C - y_{A'})^2} = 0, \quad (3.98)$$

$$F_9 \equiv \alpha - \text{atan} \frac{y_C - y_{A'}}{x_C - x_{A'}} + \text{atan} \frac{y_B - y_{A'}}{x_B - x_{A'}} = 0. \quad (3.99)$$

Za izračun variančno-kovariančne matrike najprej izračunamo parcialne odvode po obeh pogrešenih koordinatah

$$\frac{\partial F_8}{\partial y_{A'}} = \frac{y_C - y_{A'}}{\sqrt{(x_C - x_{A'})^2 + (y_C - y_{A'})^2}} = \frac{\Delta y_{A'}^C}{d_{A'C}}, \quad (3.100)$$

$$\frac{\partial F_8}{\partial x_{A'}} = \frac{x_C - x_{A'}}{\sqrt{(x_C - x_{A'})^2 + (y_C - y_{A'})^2}} = \frac{\Delta x_{A'}^C}{d_{A'C}}, \quad (3.101)$$

$$\frac{\partial F_9}{\partial y_{A'}} = \frac{x_C - x_{A'}}{(x_C - x_{A'})^2 + (y_C - y_{A'})^2} - \frac{x_B - x_{A'}}{(x_B - x_{A'})^2 + (y_B - y_{A'})^2} = \frac{\Delta x_{A'}^C}{d_{A'C}^2} - \frac{\Delta x_{A'}^B}{d_{A'B}^2}, \quad (3.102)$$

$$\frac{\partial F_9}{\partial x_{A'}} = -\frac{y_C - y_{A'}}{(x_C - x_{A'})^2 + (y_C - y_{A'})^2} + \frac{y_B - y_{A'}}{(x_B - x_{A'})^2 + (y_B - y_{A'})^2} = -\frac{\Delta y_{A'}^C}{d_{A'C}^2} + \frac{\Delta y_{A'}^B}{d_{A'B}^2}, \quad (3.103)$$

kjer so

$$\Delta y_i^j = y_j - y_i, \quad (3.104)$$

$$\Delta x_i^j = x_j - x_i, \quad (3.105)$$

$$d_{ij}^2 = \Delta y_i^j{}^2 + \Delta x_i^j{}^2, \quad (3.106)$$

$$i = A', \quad (3.107)$$

$$j = B, C. \quad (3.108)$$

V zgornje enačbe za $y_{A'}$ in $x_{A'}$ vstavimo približne vrednosti

$$y_{A'} = y_A, \quad (3.109)$$

$$x_{A'} = x_A \quad (3.110)$$

in sestavimo matriko \mathbf{J}_5

$$\mathbf{J}_5 = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_8}{\partial y_{A'}} & \frac{\partial F_8}{\partial x_{A'}} \\ \frac{\partial F_9}{\partial y_{A'}} & \frac{\partial F_9}{\partial x_{A'}} \end{bmatrix}. \quad (3.111)$$

Variančno-kovariančno matriko s podatki o natančnosti izmerjenega horizontalnega kota in dolžine izračunamo po enačbi

$$\Sigma_{\mathbf{xx}_{d\alpha}} = \mathbf{J}_5 \cdot \Sigma_{\mathbf{xx}_A} \cdot \mathbf{J}_5^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_8}{\partial y_{A'}} & \frac{\partial F_8}{\partial x_{A'}} \\ \frac{\partial F_9}{\partial y_{A'}} & \frac{\partial F_9}{\partial x_{A'}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{y_A}^2 & \sigma_{xy_A} \\ \sigma_{xy_A} & \sigma_{x_A}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial F_8}{\partial y_{A'}} & \frac{\partial F_8}{\partial x_{A'}} \\ \frac{\partial F_9}{\partial y_{A'}} & \frac{\partial F_9}{\partial x_{A'}} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \sigma_d^2 & \sigma_{d\alpha} \\ \sigma_{d\alpha} & \sigma_\alpha^2 \end{bmatrix}, \quad (3.112)$$

kjer so

- σ_{y_A} – natančnost y -koordinate točke A ,
- σ_{x_A} – natančnost x -koordinate točke A ,
- σ_{xy_A} – kovarianca med koordinatama x in y točke A .

Če rezultate za parcialne odvode vstavimo v enačbo za $\Sigma_{\mathbf{xx}_{d\alpha}}$ in predpostavljamo, da je

$$\sigma_{y_A}^2 = \sigma_{x_A}^2 = \sigma_A^2, \quad (3.113)$$

ter

$$\sigma_{xy_A} = 0, \quad (3.114)$$

dobimo

$$\sigma_d^2 = \left(\frac{\partial F_8}{\partial y_{A'}}\right)^2 \sigma_{y_A}^2 + \left(\frac{\partial F_8}{\partial x_{A'}}\right)^2 \sigma_{x_A}^2 = \sigma_A^2 \cdot \frac{(\Delta y_A^C)^2 + (\Delta x_A^C)^2}{d_{AC}^2},$$

$$\sigma_d^2 = \sigma_A^2, \quad (3.115)$$

$$\sigma_\alpha^2 = \left(\frac{\partial F_9}{\partial y_{A'}}\right)^2 \sigma_{y_A}^2 + \left(\frac{\partial F_9}{\partial x_{A'}}\right)^2 \sigma_{x_A}^2,$$

$$\sigma_\alpha^2 = \sigma_A^2 \left(\frac{(\Delta y_A^C)^2 + (\Delta x_A^C)^2}{d_{AC}^4} + \frac{(\Delta y_A^B)^2 + (\Delta x_A^B)^2}{d_{AB}^4} - 2 \frac{\Delta y_A^B \Delta y_A^C + \Delta x_A^B \Delta x_A^C}{d_{AC}^2 \cdot d_{AB}^2} \right),$$

$$\sigma_\alpha^2 = \frac{\sigma_A^2}{d_{AC}^2 \cdot d_{AB}^2} (d_{AB}^2 + d_{AC}^2 - 2(\Delta y_A^B \cdot \Delta y_A^C + \Delta x_A^B \cdot \Delta x_A^C)), \quad (3.116)$$

$$\sigma_{d\alpha} = \frac{\partial F_8}{\partial y_{A'}} \cdot \frac{\partial F_9}{\partial y_{A'}} \sigma_{y_A}^2 + \frac{\partial F_8}{\partial x_{A'}} \cdot \frac{\partial F_9}{\partial x_{A'}} \sigma_{x_A}^2 = \sigma_A^2 \left(\frac{\Delta y_A^C \Delta x_A^C}{d_{AC}^3} - \frac{\Delta y_A^C \Delta x_A^B}{d_{AC} d_{AB}^2} - \frac{\Delta x_A^C \Delta y_A^C}{d_{AC}^3} + \frac{\Delta x_A^C \Delta y_A^B}{d_{AC} d_{AB}^2} \right),$$

$$\sigma_{d\alpha} = \frac{\sigma_A^2}{d_{AC} \cdot d_{AB}^2} (-\Delta y_A^C \cdot \Delta x_A^B + \Delta x_A^C \cdot \Delta y_A^B). \quad (3.117)$$

V primeru, da sta obe koordinati točke stojišča enako pogrešeni, velja podobno kot v primeru pogrešenega položaja kontrolne točke C . Velja torej, da je natančnost izmerjene dolžine enaka natančnosti položaja točke A , kar je edino logično. Relativni odnosi med položaji vseh treh točk vplivajo na pogrešek horizontalnega kota in kovarianco med horizontalnim kotom in dolžino.

3.4.3.2 Vpliv pogreška dolžine in horizontalnega kota na položaj točke C – posreden vpliv

Izračunajmo še vpliv pogreška dolžine in horizontalnega kota na natančnost določitve položaja kontrolne točke C.

Izračun

$$y_C = y_A + d_{A'C} \cdot \sin(\nu_A^B + \alpha'), \quad (3.118)$$

$$x_C = x_A + d_{A'C} \cdot \cos(\nu_A^B + \alpha'), \quad (3.119)$$

kjer je

$$\nu_A^B = \operatorname{atan} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}. \quad (3.120)$$

$$F_{10} \equiv y_C - y_A - d_{A'C} \cdot \sin(\nu_A^B + \alpha') = 0, \quad (3.121)$$

$$F_{11} \equiv x_C - x_A - d_{A'C} \cdot \cos(\nu_A^B + \alpha') = 0, \quad (3.122)$$

kjer so

$$\Delta y_i^j = y_j - y_i, \quad (3.123)$$

$$\Delta x_i^j = x_j - x_i, \quad (3.124)$$

$$d_{ij}^2 = \Delta y_i^j{}^2 + \Delta x_i^j{}^2, \quad (3.125)$$

$$i = A', \quad (3.126)$$

$$j = B, C. \quad (3.127)$$

Za izračun variančno-kovariančne matrike najprej izračunamo parcialne odvode po dolžini in horizontalnem kotu

$$\frac{\partial F_{10}}{\partial d_{A'C}} = -\sin(\nu_A^B + \alpha'), \quad (3.128)$$

$$\frac{\partial F_{10}}{\partial \alpha'} = -d_{A'C} \cdot \cos(\nu_A^B + \alpha'), \quad (3.129)$$

$$\frac{\partial F_{11}}{\partial d_{A'C}} = -\cos(\nu_A^B + \alpha'), \quad (3.130)$$

$$\frac{\partial F_{11}}{\partial \alpha'} = d_{A'C} \cdot \sin(\nu_A^B + \alpha'), \quad (3.131)$$

$$\mathbf{J}_6 = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_{10}}{\partial d_{A'C}} & \frac{\partial F_{10}}{\partial \alpha'} \\ \frac{\partial F_{11}}{\partial d_{A'C}} & \frac{\partial F_{11}}{\partial \alpha'} \end{bmatrix}. \quad (3.132)$$

Variaciono-kovariančno matriko s podatki o natančnosti položaja kontrolne točke C izračunamo po enačbi

$$\Sigma_{xx_c} = \mathbf{J}_6 \cdot \Sigma_{xx_{da}} \cdot \mathbf{J}_6^T = \begin{bmatrix} \sigma_{y_c}^2 & \sigma_{xy_c} \\ \sigma_{xy_c} & \sigma_{x_c}^2 \end{bmatrix}, \quad (3.133)$$

oziroma, če upoštevamo enačbo (3.112), dobimo

$$\Sigma_{xx_c} = \mathbf{J}_6 \cdot \Sigma_{xx_{da}} \cdot \mathbf{J}_6 = \mathbf{J}_6 \cdot \mathbf{J}_5 \cdot \Sigma_{xx_A} \cdot \mathbf{J}_5^T \cdot \mathbf{J}_6^T = \mathbf{J}_6 \cdot \mathbf{J}_5 \cdot \Sigma_{xx_A} \cdot (\mathbf{J}_5 \cdot \mathbf{J}_6)^T = \begin{bmatrix} \sigma_{y_c}^2 & \sigma_{xy_c} \\ \sigma_{xy_c} & \sigma_{x_c}^2 \end{bmatrix}, \quad (3.134)$$

pri čemer za $y_{A'}$ in $x_{A'}$ uporabimo približne vrednosti $y_{A'} = y_A$ in $x_{A'} = x_A$, kjer sta

$\Sigma_{xx_{da}}$ – matrika podatkov o natančnosti horizontalnega kota in dolžine (enačba(3.112)),

Σ_{xx_A} – matrika podatkov o natančnosti položaja točke A (enačba (3.111)).

Če rezultate za parcialne odvode vstavimo v enačbo za Σ_{xx_c} in upoštevamo

$$\sigma_{y_A}^2 = \sigma_{x_A}^2 = \sigma_{A'}^2, \quad (3.135)$$

$$\sigma_{xy_A} = 0 \quad (3.136)$$

ter približne vrednosti $y_{A'} = y_A$ in $x_{A'} = x_A$ in posledično

$$\nu_A^B + \alpha' = \nu_A^C, \quad (3.137)$$

dobimo $\sigma_{y_c}^2$, $\sigma_{x_c}^2$ in σ_{xy_c} .

$$\mathbf{J}_6 \cdot \mathbf{J}_5 = - \begin{bmatrix} \sin \nu_A^C & d_{AC} \cdot \cos \nu_A^C \\ \cos \nu_A^C & -d_{AC} \cdot \sin \nu_A^C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\Delta y_A^C}{d_{AC}} & \frac{\Delta x_A^C}{d_{AC}} \\ \frac{\Delta x_A^C}{d_{AC}^2} - \frac{\Delta x_A^B}{d_{AB}^2} & -\frac{\Delta y_A^C}{d_{AC}^2} + \frac{\Delta y_A^B}{d_{AB}^2} \end{bmatrix}, \quad (3.138)$$

$$\mathbf{J}_5 \cdot \mathbf{J}_6 = - \begin{bmatrix} \sin v_A^C \cdot \frac{\Delta y_A^C}{d_{AC}} + d_{AC} \cos v_A^C \left(\frac{\Delta x_A^C}{d_{AC}^2} - \frac{\Delta x_A^B}{d_{AB}^2} \right) & \sin v_A^C \cdot \frac{\Delta x_A^C}{d_{AC}} - d_{AC} \cos v_A^C \left(\frac{\Delta y_A^C}{d_{AC}^2} - \frac{\Delta y_A^B}{d_{AB}^2} \right) \\ \cos v_A^C \cdot \frac{\Delta y_A^C}{d_{AC}} - d_{AC} \sin v_A^C \left(\frac{\Delta x_A^C}{d_{AC}^2} - \frac{\Delta x_A^B}{d_{AB}^2} \right) & \cos v_A^C \cdot \frac{\Delta x_A^C}{d_{AC}} + d_{AC} \sin v_A^C \left(\frac{\Delta y_A^C}{d_{AC}^2} - \frac{\Delta y_A^B}{d_{AB}^2} \right) \end{bmatrix} \quad (3.139)$$

Iz dobljenih varianc in kovarianc izračunamo veliko (a) in malo polos (b) ter smerni kot (θ) standardne elipse pogreškov po enačbah (2.64), (2.65) in (2.66).

3.4.3.3 Vpliv pogreška centriranja na stojišču A na položaj kontrolne točke C – neposreden način izračuna

Natančnost točke C lahko izračunamo tudi neposredno iz pogreška na stojišču A . Zaradi pogreška stojišča sta pogrešena horizontalni kot α in dolžina med točkama A in C .

Izračun

$$y_C = y_A + d_{A'C} \cdot \sin(v_A^B + \alpha'), \quad (3.140)$$

$$x_C = x_A + d_{A'C} \cdot \cos(v_A^B + \alpha'), \quad (3.141)$$

kjer so

$$v_A^B = \operatorname{atan} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}, \quad (3.142)$$

$$\alpha' = \operatorname{atan} \frac{y_C - y_{A'}}{x_C - x_{A'}} - \operatorname{atan} \frac{y_B - y_{A'}}{x_B - x_{A'}}, \quad (3.143)$$

$$d_{A'C} = \sqrt{(x_C - x_{A'})^2 + (y_C - y_{A'})^2}. \quad (3.144)$$

$$F_{12} \equiv y_C - y_A - \sqrt{(x_C - x_{A'})^2 + (y_C - y_{A'})^2} \cdot \sin \left(\operatorname{atan} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} + \operatorname{atan} \frac{y_C - y_{A'}}{x_C - x_{A'}} - \operatorname{atan} \frac{y_B - y_{A'}}{x_B - x_{A'}} \right) = 0, \quad (3.145)$$

$$F_{13} \equiv x_C - x_A - \sqrt{(x_C - x_{A'})^2 + (y_C - y_{A'})^2} \cdot \cos \left(\operatorname{atan} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} + \operatorname{atan} \frac{y_C - y_{A'}}{x_C - x_{A'}} - \operatorname{atan} \frac{y_B - y_{A'}}{x_B - x_{A'}} \right) = 0. \quad (3.146)$$

Parcialni odvodi

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{12}}{\partial y_{A'}} &= \frac{y_C - y_{A'}}{\sqrt{(x_C - x_{A'})^2 + (y_C - y_{A'})^2}} \cdot \sin\left(v_A^B + \operatorname{atan}\frac{y_C - y_{A'}}{x_C - x_{A'}} - \operatorname{atan}\frac{y_B - y_{A'}}{x_B - x_{A'}}\right) \\ &- \sqrt{(x_C - x_{A'})^2 + (y_C - y_{A'})^2} \cdot \cos\left(\operatorname{atan}\frac{y_B - y_{A'}}{x_B - x_{A'}} + \operatorname{atan}\frac{y_C - y_{A'}}{x_C - x_{A'}} - \operatorname{atan}\frac{y_B - y_{A'}}{x_B - x_{A'}}\right) \\ &\cdot \left(-\frac{x_C - x_{A'}}{(x_C - x_{A'})^2 + (y_C - y_{A'})^2} + \frac{x_B - x_{A'}}{(x_B - x_{A'})^2 + (y_B - y_{A'})^2}\right), \end{aligned}$$

$$\frac{\partial F_{12}}{\partial y_{A'}} = \frac{\Delta y_{A'}^C}{d_{A'C}} \cdot \sin(v_A^B + \alpha') + d_{A'C} \cdot \cos(v_A^B + \alpha') \cdot \left(\frac{\Delta x_{A'}^C}{d_{A'C}^2} - \frac{\Delta x_{A'}^B}{d_{A'B}^2}\right). \quad (3.147)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{12}}{\partial x_{A'}} &= \frac{x_C - x_{A'}}{\sqrt{(x_C - x_{A'})^2 + (y_C - y_{A'})^2}} \cdot \sin\left(\operatorname{atan}\frac{y_B - y_{A'}}{x_B - x_{A'}} + \operatorname{atan}\frac{y_C - y_{A'}}{x_C - x_{A'}} - \operatorname{atan}\frac{y_B - y_{A'}}{x_B - x_{A'}}\right) \\ &- \sqrt{(x_C - x_{A'})^2 + (y_C - y_{A'})^2} \cdot \cos\left(\operatorname{atan}\frac{y_B - y_{A'}}{x_B - x_{A'}} + \operatorname{atan}\frac{y_C - y_{A'}}{x_C - x_{A'}} - \operatorname{atan}\frac{y_B - y_{A'}}{x_B - x_{A'}}\right) \\ &\cdot \left(\frac{y_C - y_{A'}}{(x_C - x_{A'})^2 + (y_C - y_{A'})^2} - \frac{y_B - y_{A'}}{(x_B - x_{A'})^2 + (y_B - y_{A'})^2}\right), \end{aligned}$$

$$\frac{\partial F_{12}}{\partial x_{A'}} = \frac{\Delta x_{A'}^C}{d_{A'C}} \cdot \sin(v_A^B + \alpha') - d_{A'C} \cdot \cos(v_A^B + \alpha') \cdot \left(\frac{\Delta y_{A'}^C}{d_{A'C}^2} - \frac{\Delta y_{A'}^B}{d_{A'B}^2}\right), \quad (3.148)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{13}}{\partial y_{A'}} &= \frac{y_C - y_{A'}}{\sqrt{(x_C - x_{A'})^2 + (y_C - y_{A'})^2}} \cdot \cos\left(\operatorname{atan}\frac{y_B - y_{A'}}{x_B - x_{A'}} + \operatorname{atan}\frac{y_C - y_{A'}}{x_C - x_{A'}} - \operatorname{atan}\frac{y_B - y_{A'}}{x_B - x_{A'}}\right) \\ &+ \sqrt{(x_C - x_{A'})^2 + (y_C - y_{A'})^2} \cdot \sin\left(\operatorname{atan}\frac{y_B - y_{A'}}{x_B - x_{A'}} + \operatorname{atan}\frac{y_C - y_{A'}}{x_C - x_{A'}} - \operatorname{atan}\frac{y_B - y_{A'}}{x_B - x_{A'}}\right) \\ &\cdot \left(-\frac{x_C - x_{A'}}{(x_C - x_{A'})^2 + (y_C - y_{A'})^2} + \frac{x_B - x_{A'}}{(x_B - x_{A'})^2 + (y_B - y_{A'})^2}\right), \end{aligned}$$

$$\frac{\partial F_{13}}{\partial y_{A'}} = \frac{\Delta y_{A'}^C}{d_{A'C}} \cdot \cos(v_A^B + \alpha') - d_{A'C} \cdot \sin(v_A^B + \alpha') \cdot \left(\frac{\Delta x_{A'}^C}{d_{A'C}^2} - \frac{\Delta x_{A'}^B}{d_{A'B}^2}\right), \quad (3.149)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{13}}{\partial x_{A'}} &= \frac{x_C - x_{A'}}{\sqrt{(x_C - x_{A'})^2 + (y_C - y_{A'})^2}} \cdot \cos\left(\frac{\text{atan}(y_B - y_A)}{x_B - x_A} + \frac{\text{atan}(y_C - y_{A'})}{x_C - x_{A'}} - \frac{\text{atan}(y_B - y_{A'})}{x_B - x_{A'}}\right) \\ &+ \frac{y_C - y_{A'}}{\sqrt{(x_C - x_{A'})^2 + (y_C - y_{A'})^2}} \cdot \sin\left(\frac{\text{atan}(y_B - y_A)}{x_B - x_A} + \frac{\text{atan}(y_C - y_{A'})}{x_C - x_{A'}} - \frac{\text{atan}(y_B - y_{A'})}{x_B - x_{A'}}\right) \\ &\cdot \left(\frac{y_C - y_{A'}}{(x_C - x_{A'})^2 + (y_C - y_{A'})^2} - \frac{y_B - y_{A'}}{(x_B - x_{A'})^2 + (y_B - y_{A'})^2}\right), \end{aligned}$$

$$\frac{\partial F_{13}}{\partial x_{A'}} = \frac{\Delta x_{A'}^C}{d_{A'C}} \cdot \cos(v_A^B + \alpha') + d_{A'C} \cdot \sin(v_A^B + \alpha') \cdot \left(\frac{\Delta y_{A'}^C}{d_{A'C}^2} - \frac{\Delta y_{A'}^B}{d_{A'B}^2}\right), \quad (3.150)$$

kjer so

$$\Delta y_i^j = y_j - y_i, \quad (3.151)$$

$$\Delta x_i^j = x_j - x_i, \quad (3.152)$$

$$d_{ij}^2 = \Delta y_i^j{}^2 + \Delta x_i^j{}^2, \quad (3.153)$$

$$v_i^j = \text{atan} \frac{y_j - y_i}{x_j - x_i}, \quad (3.154)$$

$$i = A', \quad (3.155)$$

$$j = B, C, \quad (3.156)$$

$$\alpha' = \text{atan} \frac{\Delta y_{A'}^C}{\Delta x_{A'}^C} - \text{atan} \frac{\Delta y_{A'}^B}{\Delta x_{A'}^B}. \quad (3.157)$$

Podatke o natančnosti položaja stojišča A vnesemo v variančno-kovariančno matriko

$$\Sigma_{\mathbf{xx}_A} = \begin{bmatrix} \sigma_{y_A}^2 & \sigma_{xy_A} \\ \sigma_{xy_A} & \sigma_{x_A}^2 \end{bmatrix}, \quad (3.158)$$

kjer so

σ_{y_A} – natančnost y -koordinate orientacijske točke A ,

σ_{x_A} – natančnost x -koordinate orientacijske točke A ,

σ_{xy_A} – kovarianca med koordinatama x in y orientacijske točke A .

Podatke parcialnih odvodov navedemo v matriko \mathbf{J}_7

$$\mathbf{J}_7 = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_{12}}{\partial y_{A'}} & \frac{\partial F_{12}}{\partial x_{A'}} \\ \frac{\partial F_{13}}{\partial y_{A'}} & \frac{\partial F_{13}}{\partial x_{A'}} \end{bmatrix}. \quad (3.159)$$

Variančno-kovariančno matriko kontrolne točke C izračunamo po enačbi

$$\Sigma_{xx_c} = \mathbf{J}_7 \cdot \Sigma_{xx_A} \cdot \mathbf{J}_7^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_{12}}{\partial y_{A'}} & \frac{\partial F_{12}}{\partial x_{A'}} \\ \frac{\partial F_{13}}{\partial y_{A'}} & \frac{\partial F_{13}}{\partial x_{A'}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{y_A}^2 & \sigma_{xy_A} \\ \sigma_{xy_A} & \sigma_{x_A}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial F_{12}}{\partial y_{A'}} & \frac{\partial F_{12}}{\partial x_{A'}} \\ \frac{\partial F_{13}}{\partial y_{A'}} & \frac{\partial F_{13}}{\partial x_{A'}} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \sigma_{y_c}^2 & \sigma_{xy_c} \\ \sigma_{xy_c} & \sigma_{x_c}^2 \end{bmatrix}. \quad (3.160)$$

Dobimo enak rezultat kot v primeru posrednega izračuna (enačba (3.139)).

$$\mathbf{J}_7 = \mathbf{J}_6 \cdot \mathbf{J}_5. \quad (3.161)$$

4 REZULTATI

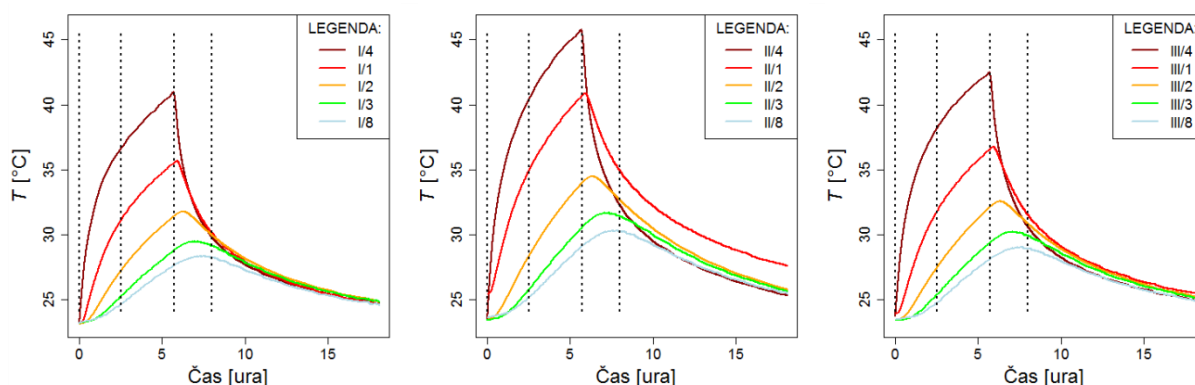
Vsi izračuni in grafični prikazi so opravljani v statističnem programskem orodju R (R Core Team, 2014).

Med trajanjem poskusa smo hkrati spremljali pomike stebra v treh točkah in temperaturo v 39 različnih točkah, opremljenih s tipalom temperature znotraj stebra. Slika 25 prikazuje razporeditev tipal temperature v treh prerezih (označenih z I, II in III) na različnih višinah znotraj stebra. Pomik tik pod vrhom stebra smo merili v vzdolžni in prečni smeri glede na smer ogrevanja.

Na kontrolnem merilcu pomika (višina 70 mm nad temeljem; slika 17) ni bil zaznan pomik, torej se steber tekom izvajanja poskusa ni premaknil.

Slika 34 prikazuje spreminjanje temperature v prerezih stebra I, II in III v odvisnosti od časa. Prikazano spreminjanje temperature se nanaša na tipala v točkah (1, 2, 3, 4 in 8) v posameznem prerezu (I, II, III). Tipala so razporejena po prerezih stebra v vzdolžni smeri glede na smer ogrevanja (slika 25). Na slikah so označena tako, da prva oznaka označuje prerez stebra, na katerem leži točka, druga oznaka pa lego tipala v samem prerezu stebra. Slika 25 prikazuje, da se tipala prereza I nahajajo na višini 150 mm, tipala prereza II na višini 750 mm in tipala prereza III na višini 1350 mm nad temeljem. Prav tako slika 25 prikazuje, da so tipala temperature v točkah I/4, II/4 in III/4 najbližje grelcu (na čelni strani stebra), tipala v točkah I/8, II/8 in III/8 pa najdlje od grelca (na zadnji strani stebra).

S pikčastimi črtami (slika 34) so označeni časi, ob katerih so prikazane porazdelitve temperature v posameznem prečnem prerezu stebra (slika 35, slika 36, slika 37 in slika 38).



Slika 34: Prikaz spreminjanja temperature znotraj stebra v odvisnosti od časa na višini stebra 150 mm (levo); 750 mm (sredina) in 1350 mm (desno); s črtkanimi črtami so prikazani trenutki, za katere je prikazan prerez stebra s porazdelitvijo temperature

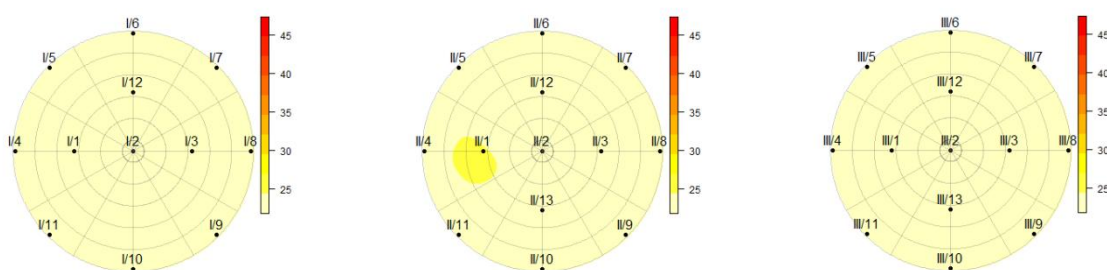
Figure 34: The temperature curve as a function of time at the height 150 mm (left); 750 mm (middle) and

1350 mm (right); dashed lines show discrete times at which temperature distribution over cross-sections are shown

Slika 34 kaže, da temperatura na tipalih na čelni strani stebra (I/4, II/4 in III/4) narašča vse do trenutka, dokler grelca ne izklopimo (5,7 ure po začetku ogrevanja). Na teh tipalih opazimo najprej hipen močan padec temperature po izklopu grelca, nato se padanje temperature umiri. Na ostalih tipalih (v točkah 1, 2, 3 in 8 v vseh prerezih I, II in III) opazimo, da temperatura po izklopu grelca še nekaj časa narašča, nato začne padati. Opazimo, da je začetek padca odvisen od lege tipala. Temperatura začne padati kasneje na tipalih, ki so od čelne strani stebra bolj oddaljena. Prav tako na tipalih, ki so bolj oddaljena (so bližje hrbtni strani), najvišja temperatura vztraja dlje časa preden začne padati.

Slika 35, slika 36, slika 37 in slika 38 prikazujejo razporeditev temperature znotraj stebra v treh prerezih (na višini 150 mm, 750 mm in 1350 mm) v različnih časovnih trenutkih. Iz podatkov meritev smo opazili, da tipalo na prerezu I v točki 13 ves čas trajanja meritev kaže temperaturo 400 °C. Ker napake nismo opazili na kablu, smo sklepali, da je znotraj stebra bilo poškodovano tipalo. Iz nadaljnje obdelave smo zato izločili vse podatke, ki smo jih pridobili za to točko.

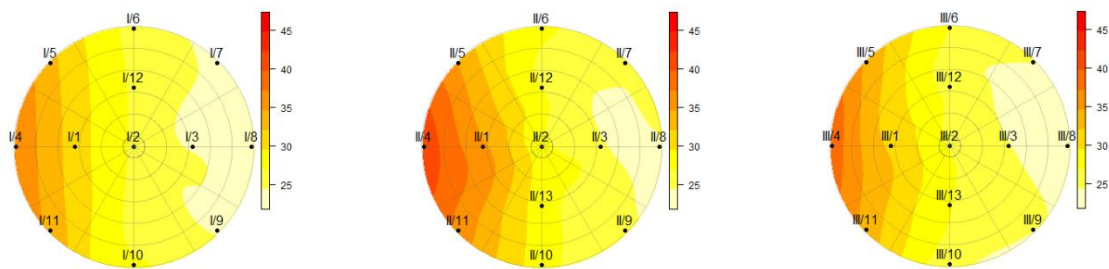
Slika 35 v sredini prikazuje manjšo anomalijo v razporeditvi temperature v prerezu II v točki 1 za trenutek, ko še nismo vključili ogrevanja. Po pregledu merskih podatkov temperatur in primerjanju le teh s podatki iz okoliških tipal smo ugotovili, da tipalo v točki 1 na drugem prerezu prikazuje za približno 2 °C višjo izmerjeno temperaturo kot ostala tipala. Razen te manjše anomalije je temperatura v času pred vključitvijo ogrevanja znotraj stebra homogena.



Slika 35: Prikaz temperature znotraj stebra na višini stebra 150 mm (levo), 750 mm (sredina) in 1350 mm (desno) pred začetkom segrevanja ($t = 0$ ur)

Figure 35: The temperature inside the column at the height of 150 mm (left), 750 mm (middle) and 1350 mm (right) just before the start of the heating ($t = 0$ h)

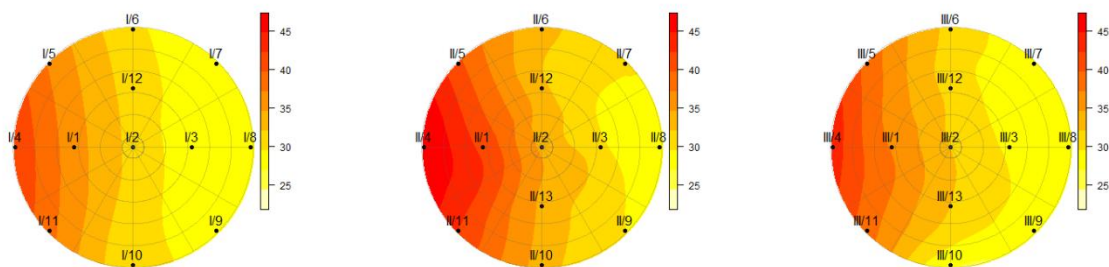
Na podlagi prikaza razporeditve temperatur po času 2,5 ure ogrevanja lahko ugotovimo, da se na hrbtni strani stebra (I/8, II/8 in III/8) temperatura še ni spremenila (slika 36).



Slika 36: Prikaz temperature znotraj stebra na višini stebra 150 mm (levo), 750 mm (sredina) in 1350 mm (desno) 2,5 ure po začetku segrevanja

Figure 36: The temperature inside the column at the height of 150 mm (left), 750 mm (middle) and 1350 mm (right) 2.5 hours after the start of the heating

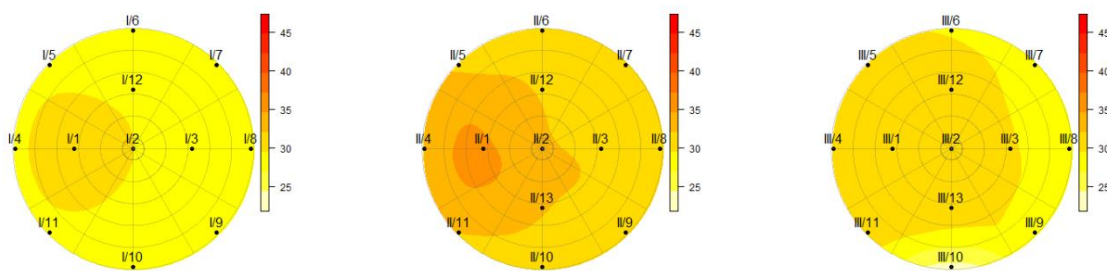
Iz prikazanih porazdelitev temperatur v prerezih I, II in III (slika 36 in slika 37) lahko ugotovimo, da nismo uspeli zagotoviti homogenega ogrevanja po celotni višini stebra, saj na prerezu II nastopajo višje temperature kot v prerezih I in III. Prav zato smo, iz želje po homogenem ogrevanju po celotni višini stebra, izključili eno grelno spiralo na grelcu v sredini. Slika 36 tako kaže na to, da se najhitreje in najbolj ogreva steber na srednji višini (750 mm). Višjo temperaturo na površini stebra v srednji višini potrjuje tudi fotografija termovizijske kamere (slika 29).



Slika 37: Prikaz temperature znotraj stebra na višini stebra 150 mm (levo), 750 mm (sredina) in 1350 mm (desno) 5,7 ure po začetku segrevanja (pred izklopom grelca)

Figure 37: The temperature inside the column at the height of 150 mm (left), 750 mm (middle) and 1350 mm (right) 5.7 hours after the start of the heating

V trenutku izklopa ogrevanja kaže slika 37 na to, da se je ogrela tudi hrbtna stran stebra v točki 8 v vseh treh prerezih I, II in III.

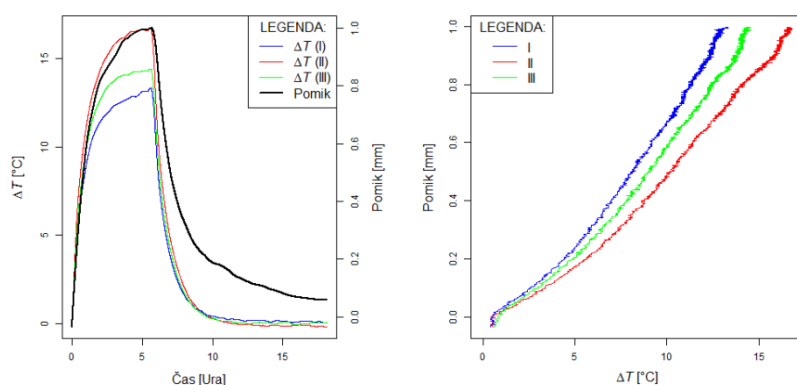


Slika 38: Prikaz temperature znotraj stebra na višini stebra 150 mm (desno), 750 mm (sredina) in 1350 mm (levo) 8 ur po začetku segrevanja

Figure 38: The temperature inside the column at the height of 150 mm (left), 750 mm (middle) and 1350 mm (right) 8 hours after the start of the heating

Iz prikaza (slika 38) vidimo, da se je temperatura v točki 8 na prerezu II dve uri po izklopu dvignila v primerjavi s temperaturo, ki je bila v času trenutka izklopa ogrevanja. Prav tako opazimo najvišje temperature v prerezu II (višina 750 mm) v primerjavi s prerezoma I in III. Iz temperaturne razporeditve po prerezih se prav tako vidi, da se najhitreje ohlaja steber po robovih, najbolj na prerezu I oz. na spodnjem delu, saj je tam steber togo vpet v betonski blok.

Ker na steber ni delovala nobena izrazita mehanska obtežba, na deformiranje stebra vpliva predvsem temperaturna razlika (enačba (2.22)). Za rezultate temperaturnih razlik smo uporabili razliko temperatur na tipalih v točki 4 in 8. Slika 39 na levem prikazu prikazuje spreminjanje pomika na vrhu stebra v odvisnosti od časa na istem grafu z gibanjem temperaturne razlike.

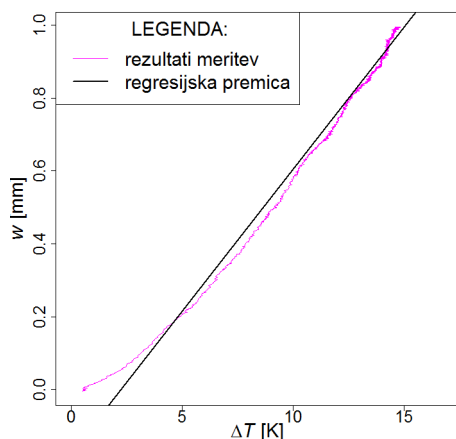


Slika 39: Levo: odvisnost temperaturne spremembe in pomika od časa segrevanja za prereze stebra I, II in III; desno: odvisnost pomika od temperaturne razlike za prereze stebra I, II in III

Figure 39: Left: the dependence of temperature change and displacement on heating time for the column sections I, II and III; right: dependence of displacement on the temperature difference for the column sections I, II and III

Na sliki 39 je prikazana odvisnost temperaturne razlike od časa na treh prečnih prerezih stebra. Desni prikaz prikazuje odvisnost pomika od temperaturne razlike za čas ogrevanja stebra na treh prečnih prerezih stebra. Sklepamo lahko, da sta horizontalni pomik in temperaturna razlika povezana linearno.

Izračunali smo enačbo regresijske premice za zvezo med temperaturno spremembo in horizontalnim pomikom na vrhu stebra, pri čemer smo za temperaturno razliko vzeli povprečno temperaturno razliko v vseh treh prerezih (I, II in III). Regresijsko premico prikazuje slika 40.



Slika 40: Prikaz regresijske premice za vse temperaturne razlike za čas ogrevanja

Figure 40: Regression line for heating time temperature change

Slika 40 kaže, da regresijska premica ne gre skozi točko (0,0), kar bi glede na enačbo (2.22) morala. Opazimo odstopanje od regresijske premice za majhne temperaturne razlike.

Statistično orodje R poda enačbo regresijske premice

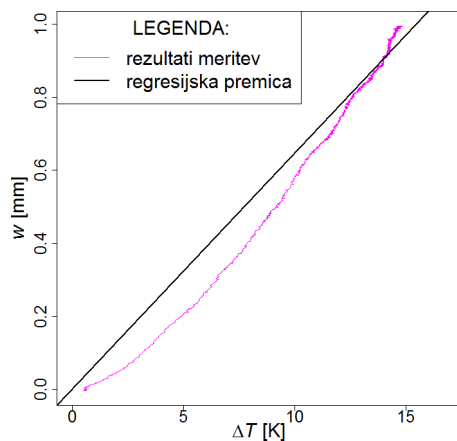
$$F_{14} \equiv w = -0,177 \text{ mm} + 0,078 \text{ mm K}^{-1} \cdot \Delta T_1. \quad (4.1)$$

Ker vemo, da v začetnem trenutku ni pomika, v enačbo regresijske premice vsilimo vrednost konstante 0.

Statistično orodje R poda enačbo te regresijske premice

$$F_{15} \equiv w = +0,064 \text{ mm K}^{-1} \cdot \Delta T_1. \quad (4.2)$$

in natančnost koeficienta $k \sigma_k = 9,901 \cdot 10^{-5} \text{ mm K}^{-1}$.



Slika 41: Prikaz regresijske premice z vsiljeno konstanto 0

Figure 41: Regression line with intercept equal to zero

Enačbo (2.22) zapišemo drugače

$$w = k \cdot \Delta T_1 \quad (4.3)$$

kjer je

$$k = \frac{\alpha_T \cdot L^2}{2 \cdot d}. \quad (4.4)$$

Iz enačbe (4.4) izrazimo linearni razteznostni koeficient

$$F_{16} \equiv \alpha_T = \frac{2 \cdot d \cdot k}{L^2}. \quad (4.5)$$

Za k uporabimo koeficient iz regresijske premice in upoštevamo dimenzijske podatke stebra

$$k = 0,064 \text{ mm K}^{-1},$$

$$L = 1500 \text{ mm},$$

$$d = 217 \text{ mm}.$$

Te podatke vstavimo v enačbo (4.5)

$$\alpha_T = \frac{2 \cdot 217 \text{ mm} \cdot 0.064 \text{ mm K}^{-1}}{1500^2 \text{ mm}^2}$$

in dobimo

$$\alpha_T = 1,241 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}.$$

V skladu z zakonom o prenosu varianc in kovarianc izračunamo standardni odklon za temperaturni razteznostni koeficient po enačbi

$$\Sigma_{\alpha_T \alpha_T} = \left[\frac{\partial F_{17}}{\partial k} \right] \cdot [\sigma_k^2] \cdot \left[\frac{\partial F_{17}}{\partial k} \right]^T = [\sigma_{\alpha_T}^2], \quad (4.6)$$

kjer je

$$\frac{\partial F_{17}}{\partial k} = \frac{2 \cdot d}{L^2}. \quad (4.7)$$

Dobimo

$$\sigma_{\alpha_T} = \frac{2 \cdot d}{L^2} \cdot \sigma_k. \quad (4.8)$$

V to enačbo vstavimo podatke $d = 217 \text{ mm}$, $L = 1500 \text{ mm}$ ter za $\sigma_k = 9,901 \cdot 10^{-5} \text{ mm K}^{-1}$ in dobimo

$$\sigma_{\alpha_T} = \frac{2 \cdot 217 \text{ mm}}{(1500 \text{ mm})^2} \cdot 9,901 \cdot 10^{-5} \text{ mm K}^{-1} = 0,002 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}. \quad (4.9)$$

Izračunamo 95-odstotni interval zaupanja za srednjo vrednost linearnega razteznostnega koeficienta

$$[\alpha_T - 1,96 \cdot \sigma_{\alpha_T}, \alpha_T + 1,96 \cdot \sigma_{\alpha_T}], \quad (4.10)$$

kar je

$$[1.237, 1.244] \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}. \quad (4.11)$$

5 ANALIZA

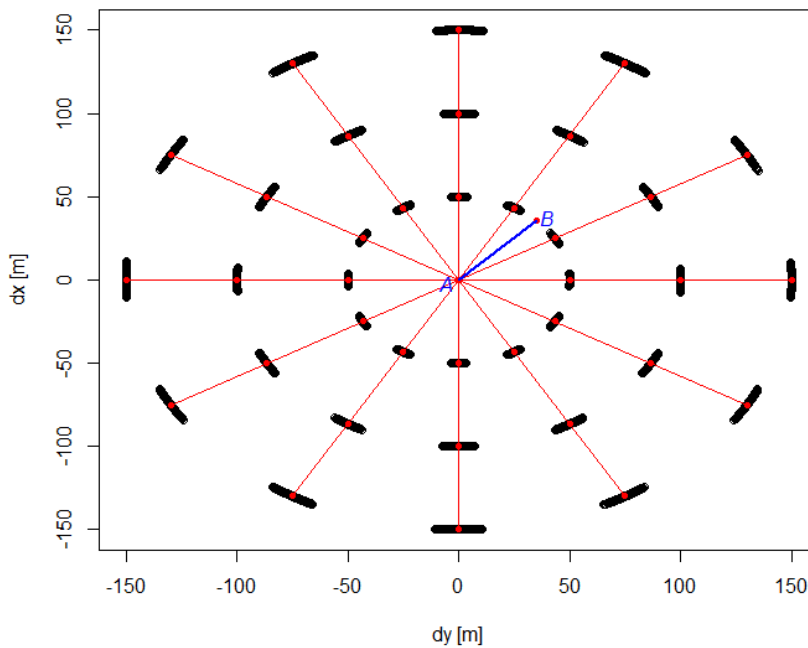
Zanima nas, kako dejanski pomik stebra vpliva na horizontalni kot z vrhom v stojišču in krakoma proti orientacijski točki B in kontrolni točki C ter na dolžino med stojiščem A in kontrolno točko C , če steber predstavlja stojišče (točka A), orientacijsko točko (točka B) in kontrolno točko C (slika 5). Prav tako nas zanima, kako pomik stebra, kadar ta predstavlja stojišče oz. orientacijsko točko, vpliva na položaj kontrolne točke C .

5.1 VPLIV POGREŠKA POLOŽAJA ORIENTACIJSKE TOČKE NA REZULTATE IZMERE

Za različne koordinatne razlike Δy_A^C , Δx_A^C med točkama A in C in za različne dolžine med točkama A in B smo izračunali elemente standardne elipse pogreškov in standardne elipse pogreškov tudi izrisali. Za standardne elipse pogreškov velja, da je verjetnost nahajanja izravnane točke znotraj elipse enaka 39,4 odstotkov za 95-odstotne elipse pogreškov pa, da je verjetnost nahajanja izravnane točke znotraj elipse 95 odstotkov. Ambrožič, T. in Turk, G. (2000) sta ugotovila, da se vrednosti elementov elipse pogreškov, izračunanih iz oblaka točk, z naraščanjem števila ponovitev izravnave približujejo vrednostim, izračunanim iz kovariančne matrike ocenjenih neznank. Ugotavljata, da se simulirani rezultati in iz kovariančne matrike ocenjenih neznank izračunani rezultati pri 39,4-odstotni verjetnosti nahajanja točk znotraj elipse pogreškov bolj ujemajo kot pri 95-odstotni verjetnosti. Trdita, da je to posledica simulacije po metodi Monte Carlo in da bi potrebovali veliko več ponovitev izravnave, če bi želeli večje ujemanje pri veliki verjetnosti.

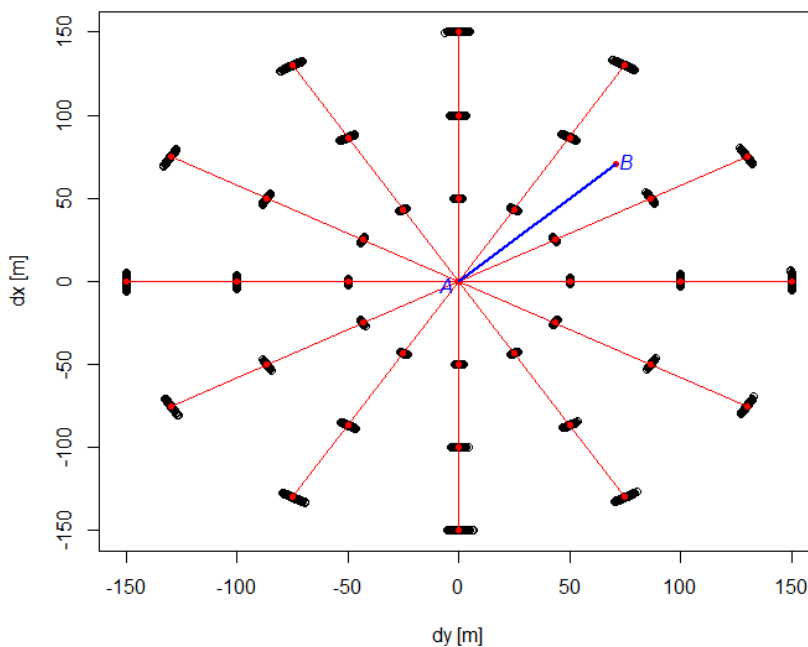
Preglednica 3 v prilogah navaja natančnost določitve položaja točke C za izračun iz variančno-kovariančne matrike in za rezultate, izračunane po simulaciji Monte Carlo, ter elemente elipse pogreškov. Kaže, da so rezultati natančnosti položaja točke C zelo podobni v primeru obeh načinov izračuna ter da med standardnimi elipsami pogreškov, izračunanimi iz variančno-kovariančne matrike in iz simuliranih podatkov, skoraj ni razlik oz. so te izredno majhne.

Slika 42, slika 43 in slika 44 prikazujejo smer in obliko standardnih elips pogreškov kot posledico pogreška položaja orientacijske točke za različne položaje kontrolne točke C . Zaradi lažjega prikaza je uporabljen standardni odklon na točki A $\sigma_{x_A} = 1$ m in $\sigma_{y_A} = 1$ m. Prikazane so slike lokacije simuliranih točk za različne smerne kote med točko A in C ($\nu_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$) in za različne dolžine ($d_{AC} = 50$ m, 100 m, 150 m) oziroma za različne koordinatne razlike med točkama A in C . Smerni kot iz stojišča na orientacijsko točko B znaša na vseh treh slikah $\nu_A^C = 45^\circ$, dolžine med točko A in točko B znašajo na slikah 50 m (slika 42), 100 m (slika 43) in 150 m (slika 44).



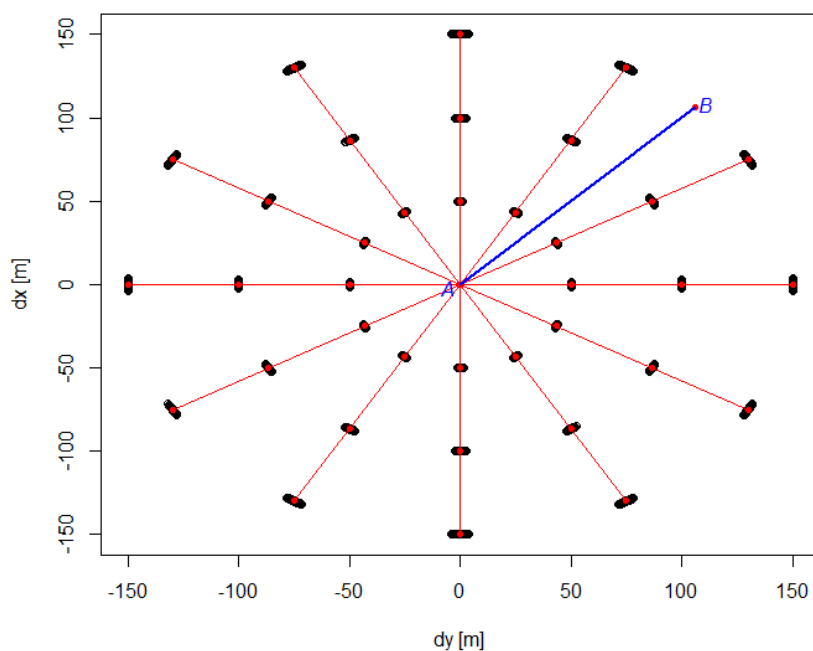
Slika 42: Simulirani položaji kontrolne točke C za $d_{AB} = 50$ m, $v_A^B = 45^\circ$, $d_{AC} = 50$ m, 100 m, 150 m, $v_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$

Figure 42: Simulated positions of control point C for $d_{AB} = 50$ m, $v_A^B = 45^\circ$, $d_{AC} = 50$ m, 100 m, 150 m, $v_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$



Slika 43: Simulirani položaji kontrolne točke C za $d_{AB} = 100$ m, $v_A^B = 45^\circ$, $d_{AC} = 50, 100, 150$ m, $v_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$

Figure 43: Simulated positions of control point C for $d_{AB} = 100$ m, $v_A^B = 45^\circ$, $d_{AC} = 50, 100, 150$ m, $v_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$

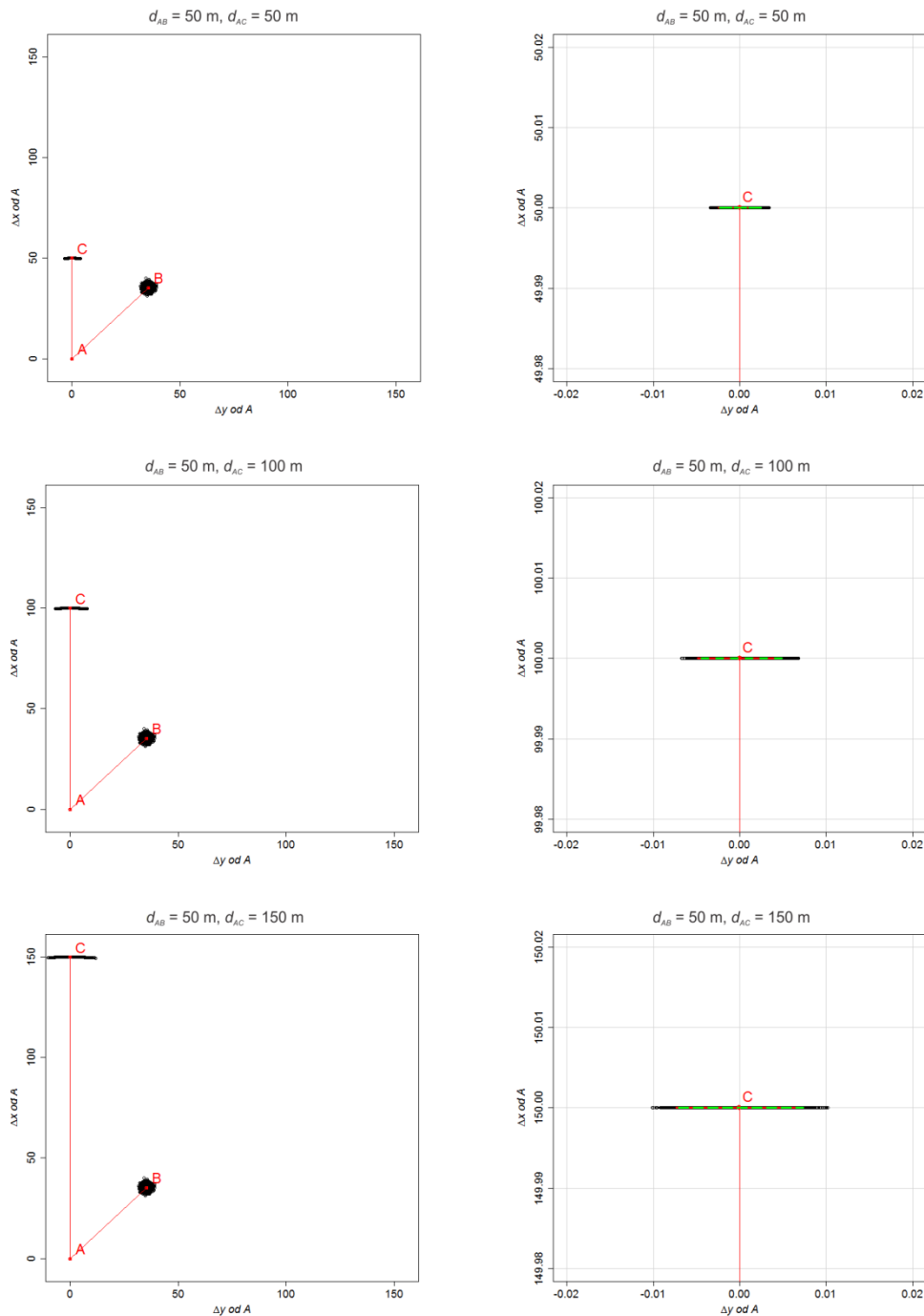


Slika 44: Simulirani položaji kontrolne točke C za $d_{AB} = 150$ m, $\nu_A^B = 45^\circ$, $d_{AC} = 50, 100, 150$ m, $\nu_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$

Figure 44: Simulated positions of control point C for $d_{AB} = 150$ m, $\nu_A^B = 45^\circ$, $d_{AC} = 50, 100, 150$ m, $\nu_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$

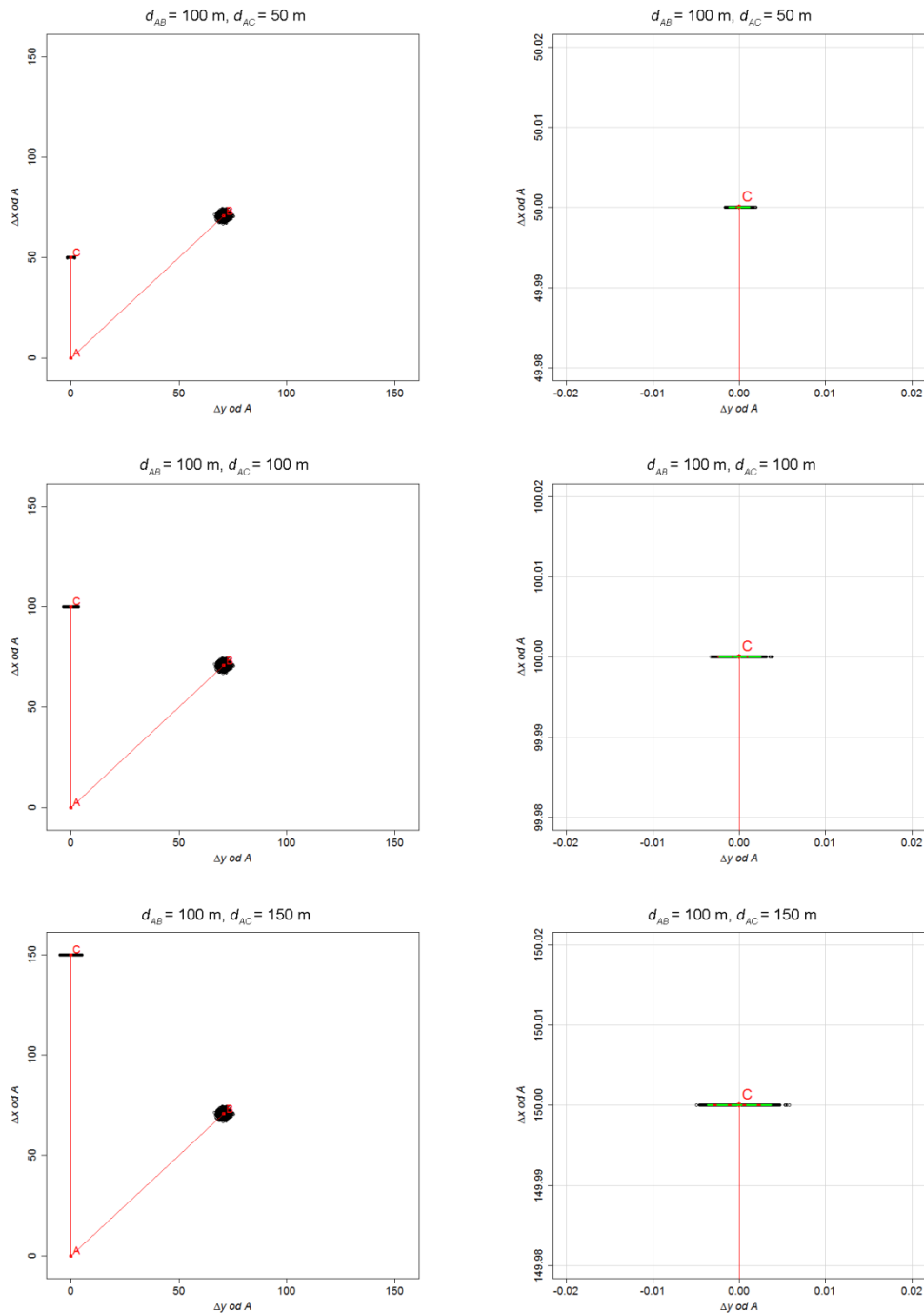
Za različne koordinatne razlike Δy_A^C , Δx_A^C med točkama A in C in za različne dolžine med točkama A in B smo izrisali tudi standardne elipse pogreškov ter 95-odstotne elipse pogreškov.

Slike 45, 46 in 47 prikazujejo elipse pogreškov na kontrolni točki C zaradi vpliva pogreška orientacijske točke B na treh lokacijah. Na slikah so s črno barvo prikazane točke, izračunane s pomočjo simulacije z 10 000 ponovitvami, z rdečo barvo so prikazane 95-odstotne elipse pogreškov iz teh podatkov, za primerjavo so z zeleno barvo prikazane 95-odstotne elipse pogreškov iz variančno-kovariančne matrike.



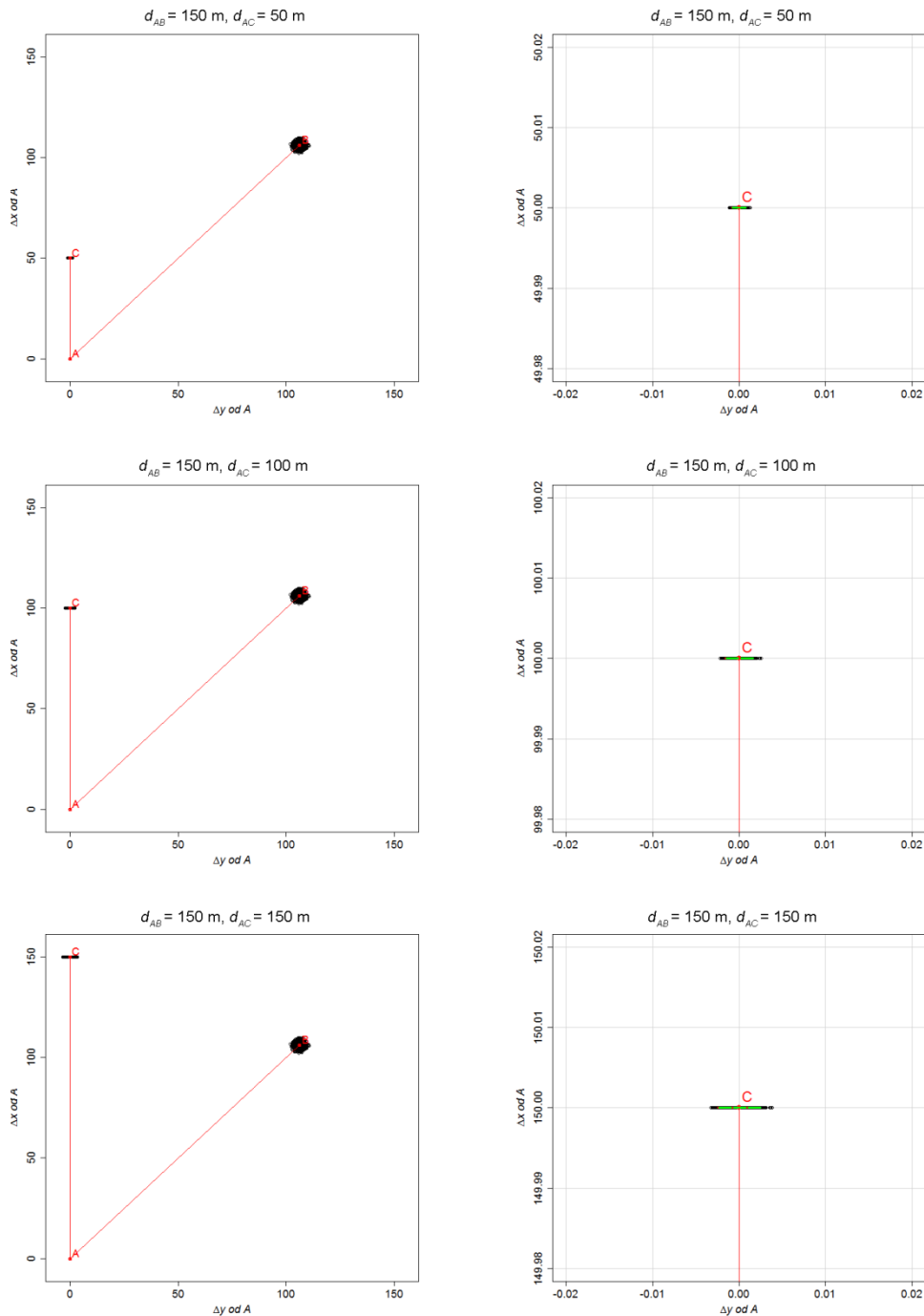
Slika 45: Elipse pogreškov kontrolne točke C zaradi vpliva pogreška na orientacijski točki B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150 \text{ m}$) pri smernem kotu 45° in dolžini 50 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 0°

Figure 45: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150 \text{ m}$) at the angle of 45° and distance of 50 m to the orientation point B , angle to the control point C is 0°



Slika 46: Elipse pogreškov na kontrolni točki C zaradi pogreška na orientacijski točke B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150\text{ m}$) pri smernem kotu 45° in dolžini 100 m na orientacijsko točko B, smerni kot na točko C znaša 0°

Figure 46: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150\text{ m}$) at the angle of 45° and distance of 100 m to the orientation point B, the direction angle to control point is 0°



Slika 47: Elipse pogreškov kontrolne točke C za vpliv pogreška orientacijske točke B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 150 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 0°

Figure 47: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 150 m to the orientation point B , angle to the control point C is 0°

V prilogi A (slika 54 – slika 65) so prikazane še elipse pogreškov za različne dolžine od stojišča do orientacijske točke, za različne smerne kote iz stojišča na kontrolno točko C in za različne dolžine do kontrolne točke C .

Iz prikazov elips pogreškov je zelo razvidna povezanost dolžin orientacij oz. dolžin od stojišča do točke C in velikosti elipse pogreškov. Večja kot je dolžina med stojiščem in orientacijo, manjša je elipsa, in večja kot je dolžina med stojiščem in točko C , manjša je elipsa. Vidimo, da imajo elipse pogreškov oblike daljic.

5.2 VPLIV POGREŠKA POLOŽAJA STOJIŠČA NA REZULTATE IZMERE

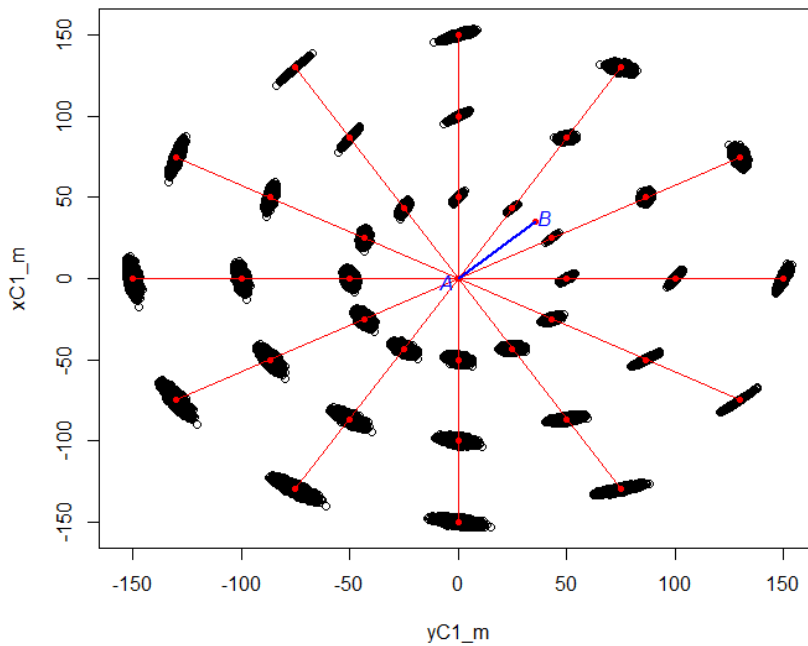
Izračunali smo pogrešek na kontrolni točki C zaradi pogreška na stojišču s pomočjo simulacije. Rezultate izračuna na osnovi variančno-kovariančne matrike in simuliranih vrednosti prikazuje preglednica 4 v prilogah.

Izračunali smo tudi elipse pogreškov za primer pogrešenega položaja stojišča A , in sicer iz variančno-kovariančne matrike in s pomočjo simulacije Monte Carlo z 10 000 ponovitvami, pri čemer smo točko A pogrešili z δ_{y_A} in δ_{x_A} , ki sta porazdeljeni po normalni porazdelitvi s srednjo vrednostjo 0 in standardnima odklonoma enakima standardnim odklonom koordinat točke A : $\delta_{y_A} \sim N(0, \sigma_{y_A}^2)$ in $\delta_{x_A} \sim N(0, \sigma_{x_A}^2)$.

Za smerni kot 45° iz stojišča na orientacijsko točko ter za različne smerne kote ($0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$) in različne dolžine (50 m, 100 m in 150 m) med stojiščem A in kontrolno točko C ter med stojiščem A in orientacijsko točko B (50 m, 100 m in 150 m) smo izračunali natančnosti kontrolne točke C in elemente standardne elipse pogreškov simuliranih podatkov. Rezultate skupaj z rezultati, izračunanimi iz variančno-kovariančne matrike, podaja preglednica 5 (priloga E).

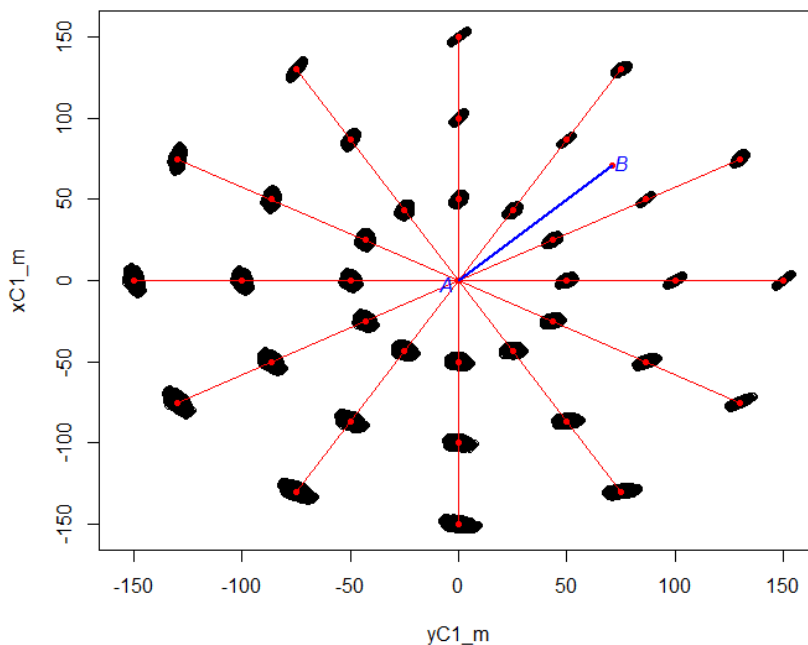
Preglednica 5 kaže, da so rezultati natančnosti položaja točke C zelo podobni za oba načina izračuna.

V nadaljevanju sledijo slike položaja simuliranih točk. Na slikah je zaradi lažje ponazoritve uporabljen standardni odklon na točki A $\sigma_{x_A} = 1$ m in $\sigma_{y_A} = 1$ m. Prikazane so slike položaja simuliranih točk za različne smerne kote med točko A in C ($\nu_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ$) in za različne dolžine ($d_{AC} = 50$ m, 100 m, 150 m) oziroma za različne koordinatne razlike med točkama A in C . Smerni kot iz stojišča na orientacijsko točko B znaša na vseh treh slikah $\nu_A^C = 45^\circ$, dolžine med točko A in točko B znašajo na izrisih 50 m (slika 48), 100 m (slika 49) in 150 m (slika 50). Slike prikazujejo porazdelitev lokacije simuliranih točk za različne lokacije kontrolne točke C glede na stojišče A .



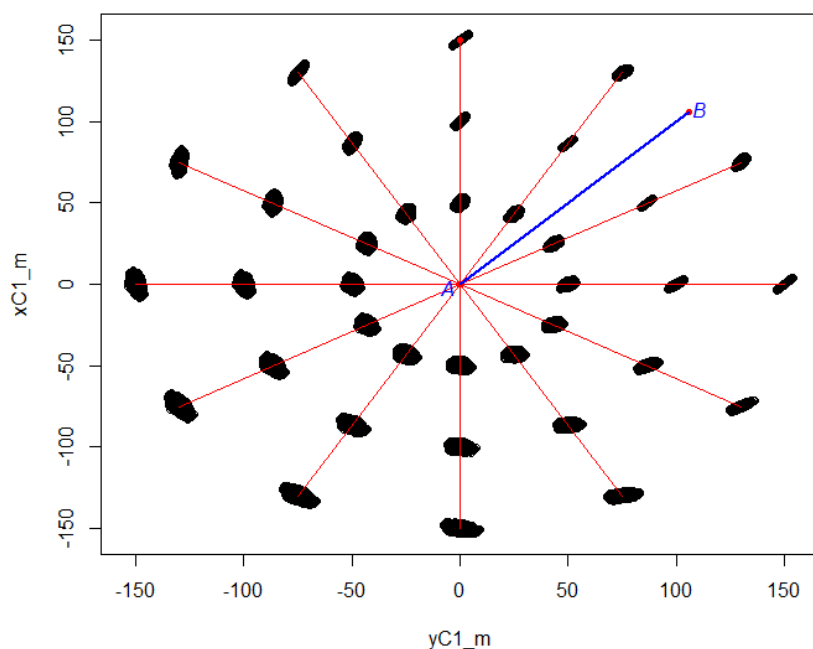
Slika 48: Simulirani položaji kontrolne točke C za $d_{AB} = 50$ m, $v_A^B = 45^\circ$, $d_{AC} = 50, 100, 150$ m, $v_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$

Figure 48: Simulated positions of control point C for $d_{AB} = 50$ m, $v_A^B = 45^\circ$, $d_{AC} = 50, 100, 150$ m, $v_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$



Slika 49: Simulirani položaji kontrolne točke C za $d_{AB} = 100$ m, $v_A^B = 45^\circ$, $d_{AC} = 50, 100, 150$ m, $v_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$

Figure 49: Simulated positions of control point C for $d_{AB} = 100$ m, $v_A^B = 45^\circ$, $d_{AC} = 50, 100, 150$ m, $v_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$



Slika 50: Simulirani položaji kontrolne točke C za $d_{AB} = 150$ m, $\nu_A^B = 45^\circ$, $d_{AC} = 50, 100, 150$ m, $\nu_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$

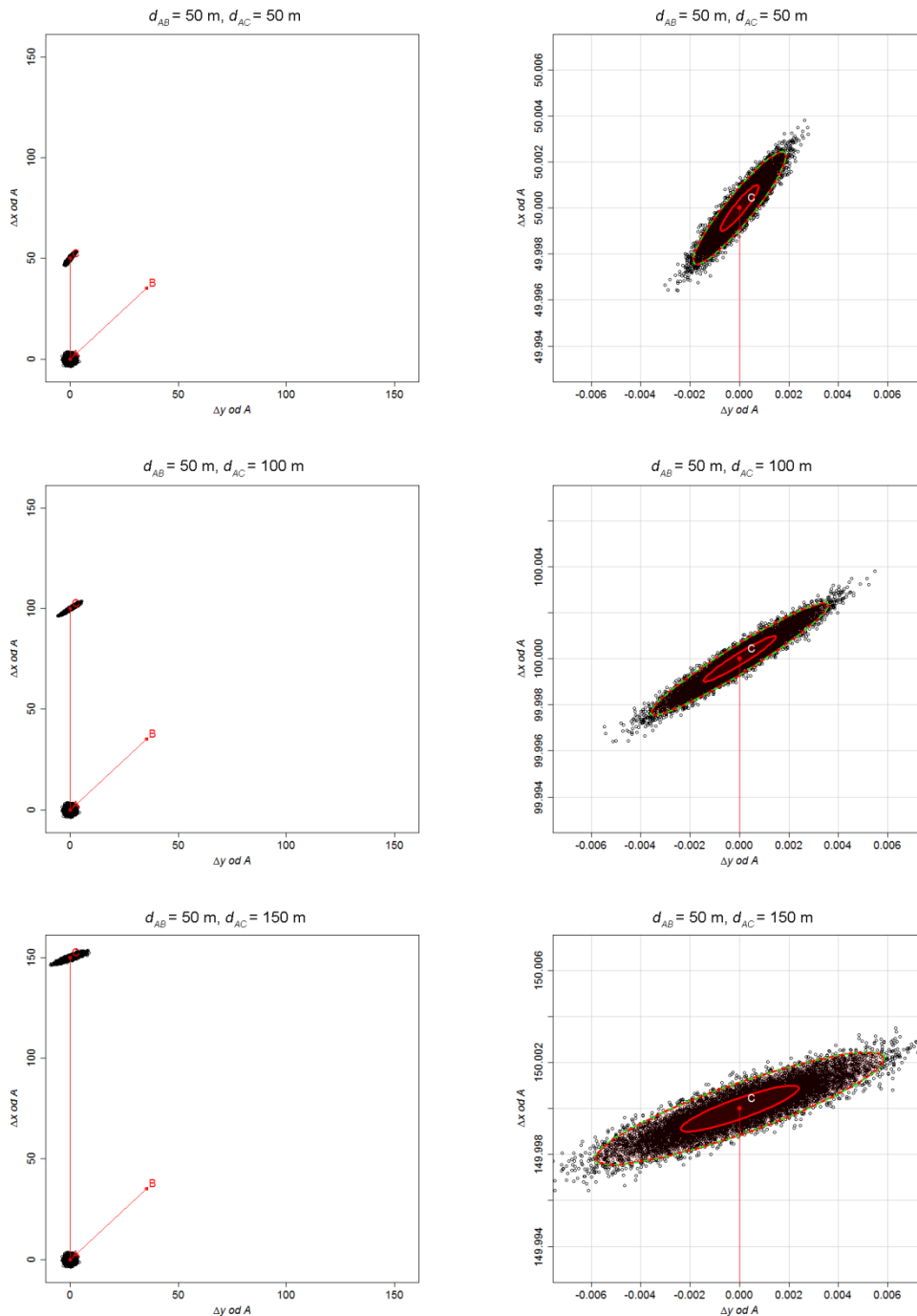
Figure 50: Simulated positions of control point C for $d_{AB} = 150$ m, $\nu_A^B = 45^\circ$, $d_{AC} = 50, 100, 150$ m, $\nu_A^C = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$

Iz slik lahko opazimo vpliv dolžine in horizontalnega kota med stojiščem in orientacijsko točko na natančnost kontrolne točke C glede na dolžino med točkama A in C :

- če je dolžina med stojiščem A in orientacijsko točko B tretjino krajša od dolžine med točko A in točko C (50 m) opazimo zelo velike elipse pogreškov (slika 48 – zunanje elipse);
- podoben rezultat dobimo tudi v primeru, ko je dolžina med stojiščem in orientacijsko točko dvakrat krajša od dolžine med stojiščem in točko C (slika 48 – srednje elipse; slika 49 – zunanje elipse); pri teh elipsah je viden prevladujoč vpliv pogreška horizontalnega kota pred pogreškom dolžine;
- bolj ko se dolžina med stojiščem in orientacijsko točko B večja, manjši vpliv ima pogrešek horizontalnega kota na izmero točke C , prevladovati začne pogrešek dolžine;
- v primeru trikrat daljših dolžin med stojiščem A in točko B od dolžin med stojiščem A in točko C pri majhnih horizontalnih kotih prevladuje pogrešek dolžine; smer daljše polosi elipse pogreškov se z večanjem razmerja med dolžino do kontrolne točke C in dolžino do orientacijske točke spreminja od smeri, pravokotne na smer od A do C do smeri iz A na C . Iz slike je dobro viden tudi vpliv horizontalnega kota na obliko elipse pogreškov: večji kot je horizontalni kot, večja je krajša polos elipse pogreškov.

Pobljže si oglejmo še nekaj elips pogreškov na točki C za primer, ko je $\sigma_{y_A}^2 = \sigma_{x_A}^2 = 1$ mm², $\sigma_{yxC} = 0$ mm². Na slikah (slika 51, slika 52, slika 53) so s črno barvo prikazane točke, izračunane s pomočjo

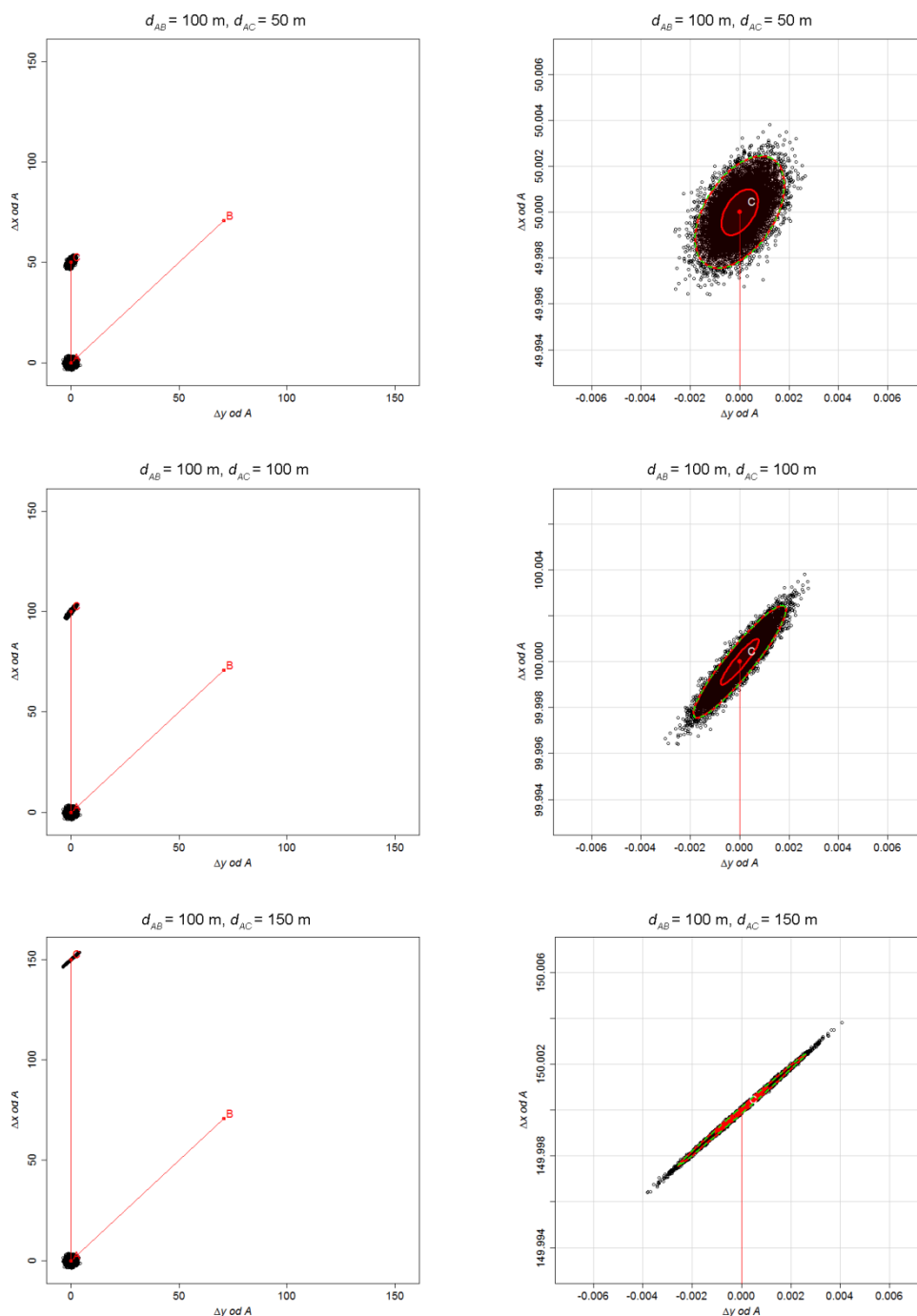
simulacije z 10 000 ponovitvami, z rdečo barvo sta prikazani standardna in 95-odstotna elipsa pogreškov iz teh podatkov, za primerjavo sta z zeleno barvo prikazani standardna in 95-odstotna elipsa pogreškov iz variančno-kovariančne matrike.



Slika 51: Elipse pogreškov na kontrolni točki C zaradi pogreška na stojiščni točki A na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 50 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 0°

Figure 51: Error ellipses for location of control point C due to error in the stand point A at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 50 m to the orientation point B , the direction angle to the control point C is 0°

Iz slike 51 je dobro viden vpliv razmerja med dolžino do kontrolne točke C in dolžino do orientacijske točke B . Vidimo, da je elipsa pogreškov pri majhnih razmerjih med dolžino do orientacijske točke in dolžino do točke C (desna slika) bistveno večja kot pri večjih razmerjih (leva slika). Z manjšanjem razmerja med dolžino do orientacijske točke in dolžino do točke C elipsa pogreškov spreminja smer iz smeri od točke A proti točki C v smer pravokotno na smer med stojiščem A in točko C .

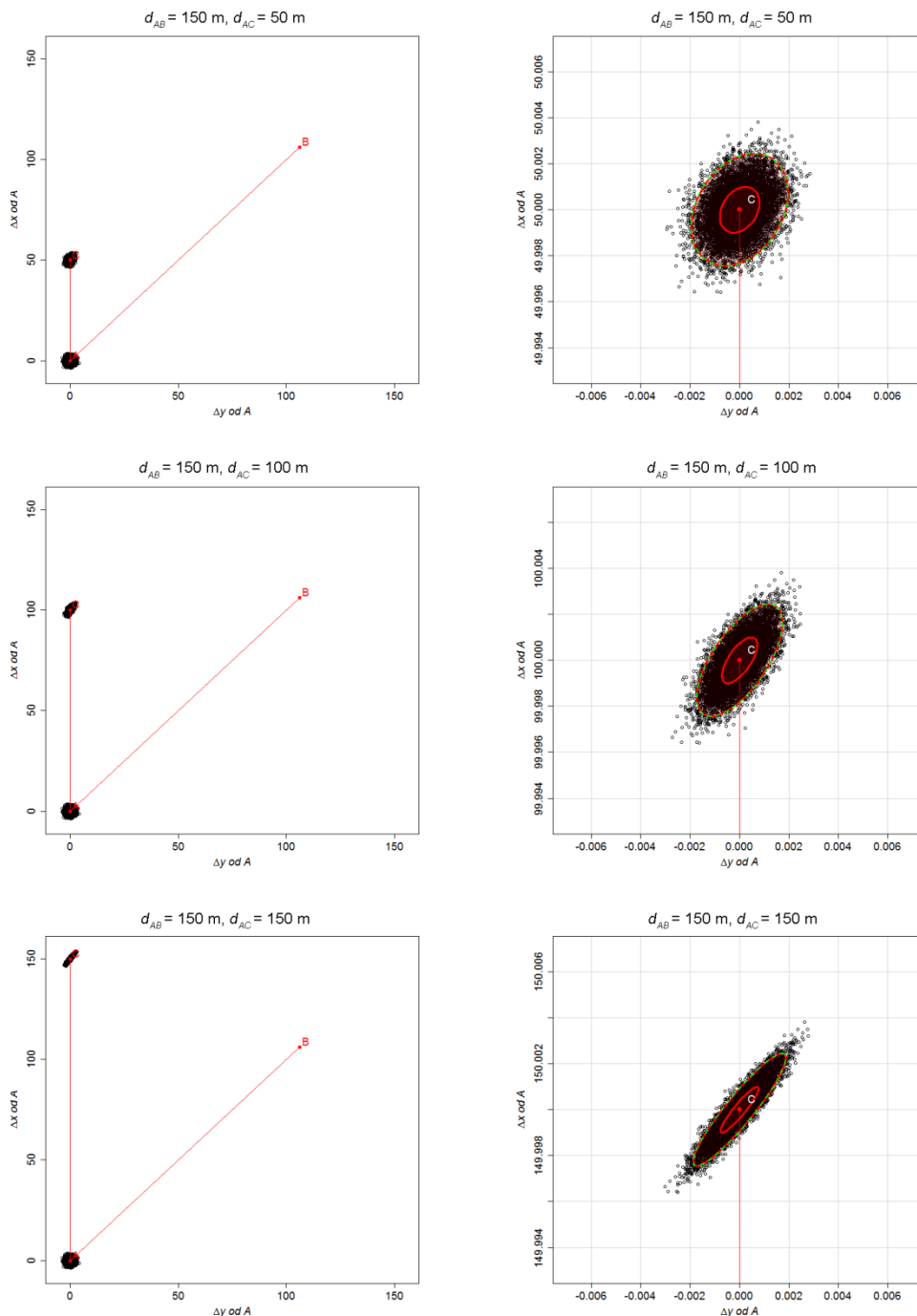


Slika 52: Elipse pogreškov položaja kontrolne točke C zaradi pogreška na stojišču A na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150\text{ m}$) pri smernem kotu 45° in dolžini 100 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 0°

Figure 52: Error ellipses for location of control point C due to error in the stand point A at different locations

($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 100 m to the orientation point B , the direction angle to the control point C is 0°

Če primerjamo to kombinacijo slik (slika 52) s predhodno kombinacijo (slika 51), opazimo, da pri daljših orientacijah postajajo elipse pogreškov manjše, vpliv horizontalnega kota se manjša na račun vpliva dolžine.



Slika 53: Elipse pogreškov položaja kontrolne točke C zaradi pogreška na stojišču A na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 150 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 0°

Figure 53: Error ellipses for location of control point C due to error in the stand point at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 150 m to the orientation point B , the direction angle to the control point C is 0°

Iz vseh treh sklopov slik 51, 52 in 53 skupaj opazimo, da pri kratkih orientacijah prevladuje vpliv pogreška kota na elipso. Bolj ko dolžina med stojiščem in orientacijsko točko narašča, manjše postajajo elipse in vedno večji vpliv na natančnost določitve kontrolne točke dobiva natančnost dolžine.

Več izrisov elips pogreškov na kontrolni točki C , nastalih zaradi pogrešenega položaja stojišča A , je v prilogi B (od slike 69 do slike 73).

6 DISKUSIJA

Na osnovi teoretičnih računskih modelov in eksperimentalnega dela smo ugotovili velikostni red horizontalnih pomikov na vrhu stebra. Za temperaturno razliko 13,4 °C v prerezu I (na višini stebra 150 mm, 16,8 °C v prerezu II (na višini stebra 750 mm) in 14,5 °C v prerezu III (na višini stebra 1350 mm) v stebri, znaša največji pomik 0,99 mm vrha stebra višine 1510 mm in premera 217 mm.

Na osnovi rezultatov izmere pomika in temperature ter posledično temperaturne razlike smo izračunali linearni razteznosti koeficient stebra v poskusu. Ta znaša

$$\alpha_T = 1,241 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}.$$

Predpostavimo, da bi se v naravi temperatura stebra spreminjala enako kot ocenjeno računsko in eksperimentalno in bi takšen steber uporabili za geodetsko izmero. Natančnost določitve položaja stebra bi bila enaka korenu srednjega kvadratnega pogreška pomika, če ne bi upoštevali vpliva temperaturnih razlik v stebri (Walther in Moore, 2005), (Schwartz in Snay, 2009).

$$\sigma_w = \text{RMSE}_w = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n W_i^2}{n}}.$$

Ta v našem primeru za čas ogrevanja stebra (5,7 ur) znaša $\sigma_w = 0,83$ mm.

Če bi tak steber s pogrešenim položajem predstavljal orientacijsko točko *B*, bi imel pomik stebra na rezultate izmere najmanjši vpliv. Večji vpliv bi imel, če bi tak steber predstavljal točko stojišča *A*.

V primeru, ko bi steber s pogrešenim položajem predstavljal orientacijsko točko *B*, bi to vplivalo le na natančnost izmerjenega horizontalnega kota. Natančnost določitve položaja orientacijske točke *B* bi v tem primeru znašala $\sigma_B = 0,83$ mm. Tako bi v idealnih pogojih, razen pogrešenega položaja orientacijskega stebra, in z idealnim tahimetrom iz stojišča izmerili horizontalni kot z vrhom v stojišču in krakoma proti orientacijski in kontrolni točki z natančnostjo, odvisno od dolžine med stojiščem in orientacijsko točko. Natančnost kota bi tako znašala (glej enačbo (3.18))

$$\sigma_\alpha = \frac{0,83 \text{ mm}}{d_{AB}}.$$

Standardno elipso pogreškov na kontrolni točki *C* bi predstavljala daljica, katere daljša polos bi bila enaka (glej enačbo (3.40))

$$a = 0,83 \text{ mm} \cdot \frac{d_{AC}}{d_{AB}},$$

kar bi pri orientacijah, ki so 3-krat daljše od razdalje do kontrolne točke znašalo 0,27 mm. Pri orientacijah, enako oddaljenih kot je kontrolna točka, pa bi znašala kar 0,83 mm. Krajša polos elipse

pogreškov bi znašala 0 mm, kar pomeni, da bi elipsa imela obliko daljice. Iz tega lahko opazimo bistveni pomen dovolj oddaljene orientacijske točke v primerjavi s kontrolno točko. Vpliv pogreška, ki zaradi ogrevanja stebra nastane na orientacijski točki, lahko torej bistveno zmanjšamo z večjo dolžino do orientacijsko točke glede na dolžino do kontrolne točke.

V primeru, da bi položajno pogrešen steber nastopal kot kontrolna točka, bi pogrešeno izmerili tako dolžino med stojiščem in kontrolno točko kot tudi horizontalni kot z vrhom v stojišču in smerema proti orientacijski in kontrolni točki. V tem primeru bi natančnost določitve položaja kontrolne točke C znašala $\sigma_C = 0,83$ mm, kar pomeni, da bi v idealnih pogojih, razen pogrešenega položaja stebra kontrolne točke, in z idealnim tahimetrom dolžino med stojiščem in kontrolno točko izmerili s srednjim kvadratnim odklonom $\sigma_{d_{AC}} = 0,83$ mm (enačba (3.85)). Natančnost izmerjenega horizontalnega kota z idealnim tahimetrom v idealnih pogojih, razen pogrešenega položaja stebra kontrolne točke, bi bila odvisna od dolžine med stojiščem in kontrolno točko in bi znašala (glej enačbo (3.86))

$$\sigma_{\alpha} = \frac{0,83 \text{ mm}}{d_{AC}}.$$

Pogrešek položaja stebra zaradi temperaturne spremembe na kontrolni točki C je bistvenega pomena za odkrivanje pomika na tej točki. Z geometrijsko razporeditvijo točk ga ne moremo eliminirati.

Kadar bi tak steber s pogrešenim položajem predstavljal točko stojišča, bi znašala natančnost določitve položaja stebra $\sigma_A = 0,83$ mm, kar pomeni, da bi v idealnih pogojih, razen pogrešenega položaja stojišča, in z idealnim tahimetrom dolžino med stojiščem in kontrolno točko izmerili s srednjim kvadratnim odklonom $\sigma_{d_{AC}} = 0,83$ mm (enačba (3.115)). Natančnost izmerjenega horizontalnega kota z idealnim tahimetrom v idealnih pogojih, razen pogrešenega položaja stojiščne točke, bi bila odvisna od koordinatnih razlik med stojiščem in orientacijsko točko ter med stojiščem in kontrolno točko in bi znašala (glej enačbo (3.117))

$$\sigma_{\alpha} = \frac{(0,83 \text{ mm})^2}{d_{AC} \cdot d_{AB}^2} \cdot (d_{AB}^2 + d_{AC}^2 - 2(\Delta y_A^B \cdot \Delta y_A^C + \Delta x_A^B \cdot \Delta x_A^C)).$$

Pogrešek na orientacijski točki B torej vpliva le na pogrešek izmerjene smeri iz stojišča A na orientacijsko točko B in posledično na horizontalni kot z vrhom v točki A in krakoma proti orientacijski točki B in kontrolni točki C .

Pogrešek na kontrolni točki C vpliva, podobno kot pogrešek na orientacijski točki B , na pogrešek merjene smeri iz stojišča A na kontrolno točko C in posledično na horizontalni kot z vrhom v točki A in krakoma proti orientacijski točki B in kontrolni točki C . Za razliko od pogreška na orientacijski točki pogrešek na točki C vpliva še na izmerjeno dolžino med stojiščem A in točko C .

Pogrešek na stojišču *A* vpliva na vse meritve, torej na izmerjeni horizontalni smeri na točki *B* in *C*, prav tako pa tudi na dolžino med stojiščem *A* in kontrolno točko *C*.

Torej lahko zaključimo, da je pogrešek položaja stebra zaradi temperaturne razlike mogoče zelo zmanjšati ali celo eliminirati le, kadar je pogrešen položaj stebra orientacijske točke. V vseh ostalih primerih pa ne. Vpliv temperaturne spremembe lahko eliminiramo z zasnovo izmere v takšnih pogojih, da ne bodo nastopale temperaturne razlike v stebru (na primer izvajanje izmer v oblačnem vremenu ali z uporabo stebra z ovojem toplotne izolacije).

Zaradi pogreška, ki nastopi zaradi temperaturne razlike, bi lahko sprejeli napačen sklep o pomiku kontrolne točke. V praksi dejansko nastopa kombinacija naštetih pogreškov, kar lahko privede do velikih napak pri odločanju. Za določanje pomikov je torej bistvenega pomena, da izvajamo izmere v čim bolj podobnih temperaturnih pogojih med izmerami.

Da bi vedeli, kako se takšna točka na stebru dejansko obnaša v naravnih pogojih, bi morali tak steber stabilizirati na terenu in ga tam opazovati. Steber v naravnem okolju bi morali opremiti s sistemom za merjenje pomika v daljšem časovnem obdobju. Idealno bi bilo, če bi lahko opazovanja opravljali vse leto in istočasno merili temperaturo. Zaradi izredno dragih instrumentov, ki bi jih pri tem potrebovali, je tak poskus težko izvedljiv.

Glede na izveden poskus lahko potrdimo hipotezo tega magistrskega dela:

»Temperaturni vplivi na steber pri preciznih meritvah v geodetskih mrežah niso zanemarljivi.«

7 POVZETEK (SUMMARY)

7.1 POVZETEK

Za geodetska opazovanja pomikov potrebujemo dobro stabilizirane referenčne točke, ki se morajo med posameznimi izmerami nahajati na istem mestu. Ker so te točke najpogosteje stabilizirane v naravi, so dnevno izpostavljene naravnim pogojem. Na položaje teh točk poleg morebitnih pomikov v zemljini lahko vplivajo še temperaturne spremembe na različnih straneh stebra. Na strani, kjer ga sonce ali drugo grelno telo ogreva, in nasprotni strani, ki je v senci, sta spremembi temperatur različni, zato se steber upogne. S tem pa se premakne tudi vijak za prisilno centriranje, ki je pritrjen na vrhu stebra in na katerega privijemo tahimeter. Zaradi tega pri merjenju na takšni točki ali na takšno točko izmerimo napačno dolžino in napačno horizontalno smer oz. smeri.

Pri kontrolnih meritvah nas zanima, ali se je nek objekt premaknil. Zaradi upogiba stebra, ki lahko pri večjih temperaturnih razlikah povzroči pogrešek meritev, ki ni zanemarljiv, lahko sprejmemo napačen sklep. Tako lahko sklenemo, da do pomika objekta ni prišlo, kljub temu, da je pomik dejansko nastal. Lahko pa sprejmemo tudi nasproten napačen sklep, da je do pomika prišlo, kljub temu da objekt miruje.

V tej nalogi smo zato izvedli poskus, v katerem smo izdelali poskusni armiranobetonski steber podobnih dimenzij, kot jih uporabljamo za stabilizacijo geodetskih točk v naravi. Tako smo izdelali steber višine 1510 mm in premera 217 mm. Za določitev temperatur v stebru smo vanj med betoniranjem vgradili temperaturna tipala. Napravo za merjenje horizontalnega pomika stebra smo pritrdili na referenčni jekleni I-profil. V bližini stebra smo postavili infra grelce, s katerimi smo ogrevali steber in opazovali spreminjanje temperature v stebru. Na podlagi temperatur, merjenih na 39 senzorjih, razporejenih v treh prečnih profilih (profil I na višini 150 mm od tal, profil II na višini 750 mm od tal in profil III na višini 1350 mm od tal). Po enačbi (2.22) smo izračunali, da pri temperaturni razliki 20 °C lahko pričakujemo horizontalni pomik vrha stebra oz. vijaka za prisilno centriranje za 1,3 mm.

V poskusu smo za izvedeno postavitvev grelcev uspeli doseči največjo temperaturno razliko 13,4 °C v prerezu I na višini 150 mm, 16,8 °C v prerezu II na višini 750 mm in 14,5 °C v prerezu III na višini stebra 1350 mm. Pri teh temperaturnih razlikah je največji horizontalni pomik vrha stebra znašal skoraj 1 mm.

Iz podatkov pomika stebra za čas ogrevanja smo izračunali koren srednjega kvadratnega pogreška (RMSE), ki je znašal 0,83 mm. Ugotovili smo, da tak pogrešek, kadar nastopa na orientacijski točki, lahko minimiziramo z dovolj dolgo dolžino med stojiščem in referenčno točko. Kadar tak pogrešek nastopa na stojiščni ali kontrolni točki, ga ne moremo eliminirati z geometrijo razporeditve točk,

temveč ga lahko poskušamo minimizirati z merjenjem ob pogojih, ki v stebru ne povzročajo temperaturnih razlik.

Naloga predstavlja analizo vplivov na izmero horizontalnih smeri in dolžin zaradi temperaturnih obremenitev na stebre v naravnem okolju. Pokaže, da lahko temperaturna obremenitev stebra vpliva na rezultate izmere. Potrdimo lahko hipotezo, postavljeno v uvodu, da temperaturni vplivi na steber pri preciznih meritvah v geodetskih mrežah niso zanemarljivi.

7.2 SUMMARY

Geodetic observations of displacements require well-stabilized reference points that need to maintain their position from one surveying to another. Since these points are most commonly stabilized in natural settings, they are exposed to natural conditions on a daily basis. In addition to potential soil displacements, the position of these points can also be impacted by the potential temperature load on different sides of the column. The temperature load results in a temperature difference between the side of the column heated by the sun or any other heater and the opposite side of the column located in the shade. The temperature difference causes buckling of the column. As a result of column buckling, there is displacement of the screw for forced centering fixed at the top of the column and used for electronic tachymeter attachment. This leads to erroneous measurements of length and direction or directions when measuring at/on such a point.

In control measurements, we were interested to know, whether displacement of a certain structure occurred. A wrong conclusion could be reached as a result of column bending that can cause a non-negligible error at major temperature differences. We might conclude that structure displacement has not occurred, even though the displacement has in fact occurred. However, we could also reach the opposite false conclusion – namely, that the displacement has occurred despite the fact there was no movements of the structure.

The thesis, thus, includes an experiment, in which we have made an experimental column of similar dimensions as those of the real columns in natural settings. We have built a 1510 mm high concrete column with a diameter of 217 mm. For the determination of temperatures in the column, we have built temperature sensors into the column during concrete work. A device for horizontal displacement measurement has been attached to the reference steel profile I. In the vicinity of the column we have set up infrared heaters to heat up the column and then observed the changes in temperatures inside the column. On the basis of temperatures measured with 39 sensors, arranged throughout three transverse profiles (profile I at a height of 150 mm from the ground, profile II at a height of 750 mm from the ground and profile III at a height of 1350 mm from the ground). The equation (2.22) has been used to calculate that 1.3 mm horizontal displacement of top of the column or screw can be expected at the temperature difference of 20 °C.

For the relevant layout of the heaters in the experiment, the maximum temperature difference attained was 13.4 °C in profile I at a height of 150 mm, 16.8 °C in profile II at a height of 750 mm and 14.5 °C in profile III at the height of the column 1350 mm. The largest horizontal displacement of top of the column at these temperature differences was almost 1 mm.

Using column displacement data obtained at heating interval, we calculated the root mean square error (RMSE) of 0.83 mm. We found that when such an error occurs at the orientation point, it can be

minimized with a sufficient length between the station and the reference point. If such an error occurs at the station or control point, it cannot be eliminated by the geometry of point distribution, but we can try to minimize it with measuring in conditions that do not cause temperature differences in the column.

The thesis, thus, represent the analysis of impacts on surveying due to temperature loads on the columns in natural settings. The thesis shows that the impacts on surveying can occur.

VIRI

Al-Naimi, I. 2012. Transducers and sensors. str. 42.

<http://www.philadelphia.edu.jo/academics/inaimi/uploads/Chapter%20Three%2016-4-2012.pdf>

(Pridobljeno 20. 5. 2016.)

Ambrožič, T., Turk, G. 2000. Analiza natančnosti določitve koordinat točk v ravninski mreži z metodo Monte Carlo. Geodetski vestnik 44, 1 & 2: 11 – 22.

<http://www.geodetski-vestnik.com/44/gv44-12.pdf> (Pridobljeno 20. 12. 2015.)

Baumit gradbeni materiali d.o.o. 2015. HobbyBeton.

http://www.baumit.si/pimdami/pdb/PDBL_HobbyBeton.pdf (Pridobljeno 6. 4. 2016.)

Bedenik, B. 2012. Statika konstrukcij. Druga izdaja. Maribor, Univerza v Mariboru, Fakulteta za gradbeništvo: str. 461.

Cooper, W. D. 1978. Electronic instrumentation and measurement techniques. 2nd edition. Englewood Cliffs, Prentice-Hall: str. 500.

Činklovič, N. 1983. Metode preciznih geodetskih merjenja. Beograd, Građevinski fakultet univerziteta u Beogradu: str. 205.

Foundation, T. R. R-project.

<http://www.R-project.org/> (Pridobljeno 12. 4. 2016.)

Hearn, E. J. 1997. Mechanics of materials 1. 3rd edition. Oxford, Butterworth-Heinemann: str. 456.

http://nguyen.hong.hai.free.fr/EBOOKS/SCIENCE%20AND%20ENGINEERING/MECANIQUE/MATERIAUX/Mechanics%20of%20Materials.rar_FILES/Mechanics%20of%20Materials/Volume%201/32658_05.pdf (Pridobljeno 22. 2. 2016.)

Hočevar, M. 2009. Tehnične meritve. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za Strojništvo: str. 48.

<http://lab.fs.uni-lj.si/lvts/datoteke/tehnice%20meritve%20predavanja.pdf> (Pridobljeno 20. 5. 2016.)

Kang, M. 2005. Efficiency test of pseudorandom number generators using random walks. Journal of computational and applied mathematics 174: 165 – 177.

[doi:10.1016/j.cam.2004.04.005](https://doi.org/10.1016/j.cam.2004.04.005)

Kladnik, R. 1969. Osnove fizike – II. del. Druga, popravljena in dopolnjena izdaja. Ljubljana, Državna založba Slovenije: str. 342.

Leick, A. 1980. Adjustment Computation. Orono, University of Maine at Orono: str. 245.

Leick, A., Humpheyy, D. 1986. Adjustment with examples. Orono, University of Main at Orono: str. 450.

Lopatič, J. 2012. Betonske konstrukcije I. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: str. 27.

<http://klancek.si/sites/default/files/datoteke/files/bkigradivo2012-1del.pdf> (Pridobljeno 13. 12. 2015.)

Mass, H. G., Hampel, U. 2006. Photogrammetric techniques in civil engineering material testing and structure monitoring. Photogrammetric Engineering & Remote Sensing: str. 39 – 45.

http://www.asprs.org/a/publications/pers/2006journal/january/2006_jan_39-45.pdf (Pridobljeno 18. 2. 2016.)

Metropolis, N., Ulam, S. 1949. The Monte Carlo Method. Journal of the American Statistical Association 44, 247: 335 – 341.

Morris, A. S. 2001. Measurement and Instrumentation Principles. Third edition. Oxford, Butterworth-Heinemann: str. 475.

<http://computerju.com/Materials/Measurement/Measurement%20and%20Instrumentation%20Principles.pdf> (Pridobljeno 23. 5. 2016.)

Northrop, R. B. 2005. Instrumentation and measurements. Second Edition. Boca Raton, Taylor & Francis Group: str. 736.

http://www.dii.unipd.it/~gobbo/didattica/corsi/misure2_energetici/introduction-to-instrumentation-and-measurements-2-edition-by-robert-b-northrop.pdf (Pridobljeno 23. 5. 2016.)

Novotechnik 2014. Novotechnik.

<http://www.novotechnik.com/pdfs/TRTRS.pdf> (Pridobljeno 3. 5. 2016.)

Podobnikar, T. 1998. Metode Monte Carlo simulacij v prostorskih analizah. Magistrska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: str. 186.

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. , Flannery, B. P. 2007. Numerical recipes – The Art of Scientific Computing. Third edition. Cambridge [etc.], Cambridge University Press: str. 1235.

R Core Team 2014. R: A language and environment for statistical computing. Vienna, R Fondation for Statistical Computing.

Rice, J. A. 2007. Mathematical Statistics and Data Analysis. Third Edition. Belmont, Thomson Brooks/Cole: str. 603.

Rubinstein, R. Y., Kroese, D. P. 2004. Simulation and the Monte Carlo Method. New York, Springer: str. 345.

Rzevski, V., Novik, G. 1971. The physics of rocks. Moskva, Mir.

Schwartz, C. R., Snay, R. A. 2009. Accuracy assessment of the National Geodetic Survey's OPUS-RS utility. GPS Solut 13: 119 – 132.

<http://www.ngs.noaa.gov/CORS/Articles/SchwarzetalGPSSOL09.pdf> (Pridobljeno 20. 5. 2016.)

Srpčič, S. 2015. Trdnost I. Ljubljana, Univerza v Ljubljana, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: str. 420.

Srpčič, S. 2015. Trdnost II. Ljubljana, Univerza v Ljubljana, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: str. 387.

stackoverflow.

<http://stackoverflow.com/questions/10856882/r-interpolated-polar-contour-plot> (Pridobljeno 15. 4. 2016.)

Ulbl, M., Berdajs, A. 2010. Inženirska geodezija. Ljubljana, Narodna in univerzitetna knjižnica: str. 97.

Valič, M. I. 2004. Fizikalne meritve. Portorož, Univerza v Ljubljani Fakulteta za pomorstvo in promet: str. 206.

http://studentski.net/get/ulj_fpp_ls1_thm_sno_gradivo_01.pdf (Pridobljeno 21. 5. 2016.)

Vidav, I. 1973. Višja matematika I. Četrta nespremenjena. Ljubljana, DZS: str. 477.

Walther, B. A., Moore, J. L. 2005. The Concepts of bias, precision and accuracy, and their use in testing the performance of species richness estimators, with a literature review of estimator performance. Ecography 28, 6: 815 – 829.

<http://viceroy.eeb.uconn.edu/estimates/EstimateSPages/EstSUsersGuide/References/WaltherAndMoore2005.pdf> (Pridobljeno 11. 4. 2016.)

Zajc, P. 2006. Poglavje 9 – Merjenje temperature. Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko str. 23.

http://lrtme.fe.uni-lj.si/lrtme/slo/UNIVSS/daja_pret/

PREDAVANJE_6_Merjenje%20temperature_1del.pdf (Pridobljeno 23. 5. 2016.)

Žarnić, R. 2005. Lastnosti gradiv. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: str. 351.

Ta stran je namenoma prazna

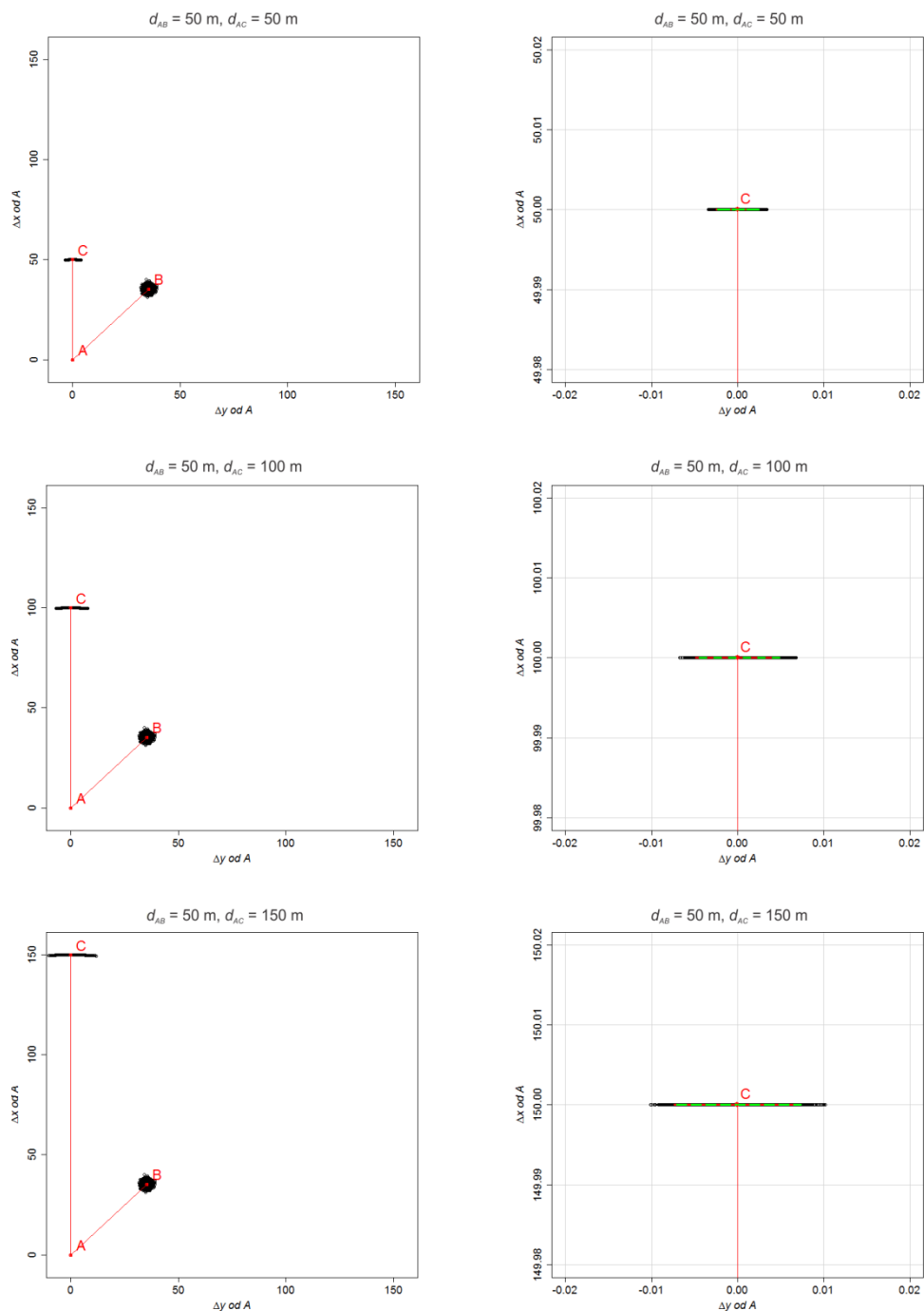
SEZNAM PRILOG

Priloga A:	Elipse pogreškov na kontrolni točki <i>C</i> zaradi vpliva pogreška na orientacijski točki <i>B</i>	A1
Priloga B:	Elipse pogreškov na kontrolni točki <i>C</i> zaradi vpliva pogreška na stojišču <i>A</i>	B1
Priloga C:	Natančnosti določitve položaja kontrolne točke <i>C</i> in elementi standardne elipse pogreškov zaradi pogreška na orientacijski točki <i>B</i> za $\sigma_{y_B}^2 = \sigma_{x_B}^2 = 1 \text{ mm}^2, \sigma_{yx_B} = 0 \text{ mm}^2$ pri različnih kotih in dolžinah med točkama <i>A</i> (stojišče) in <i>C</i> (kontrolna točka) pri različnih dolžinah do točke <i>B</i> ; smerni kot ν_A^B znaša v vseh primerih 45°	C1
Priloga D:	Natančnosti dolžine in horizontalnega kota za $\sigma_{y_A}^2 = \sigma_{x_A}^2 = 1 \text{ mm}^2, \sigma_{yx_A} = 0 \text{ mm}^2$ pri različnih kotih in dolžinah med točkama <i>A</i> (stojišče) in <i>C</i> (kontrolna točka) pri različnih dolžinah do orientacijske točke <i>B</i> ; smerni kot ν_A^B znaša v vseh primerih 45°	D1
Priloga E:	Natančnosti položaja točke <i>C</i> in elementi standardne elipse pogreškov zaradi pogreška na stojišču za $\sigma_{y_A}^2 = \sigma_{x_A}^2 = 1 \text{ mm}^2, \sigma_{yx_A} = 0 \text{ mm}^2$ pri različnih kotih in dolžinah med točkama <i>A</i> (stojišče) in <i>C</i> (točka, katere položaj merimo) ter pri različnih dolžinah do točke <i>B</i> , smerni kot ν_A^B znaša v vseh primerih 45°	E1

Ta stran je namenoma prazna

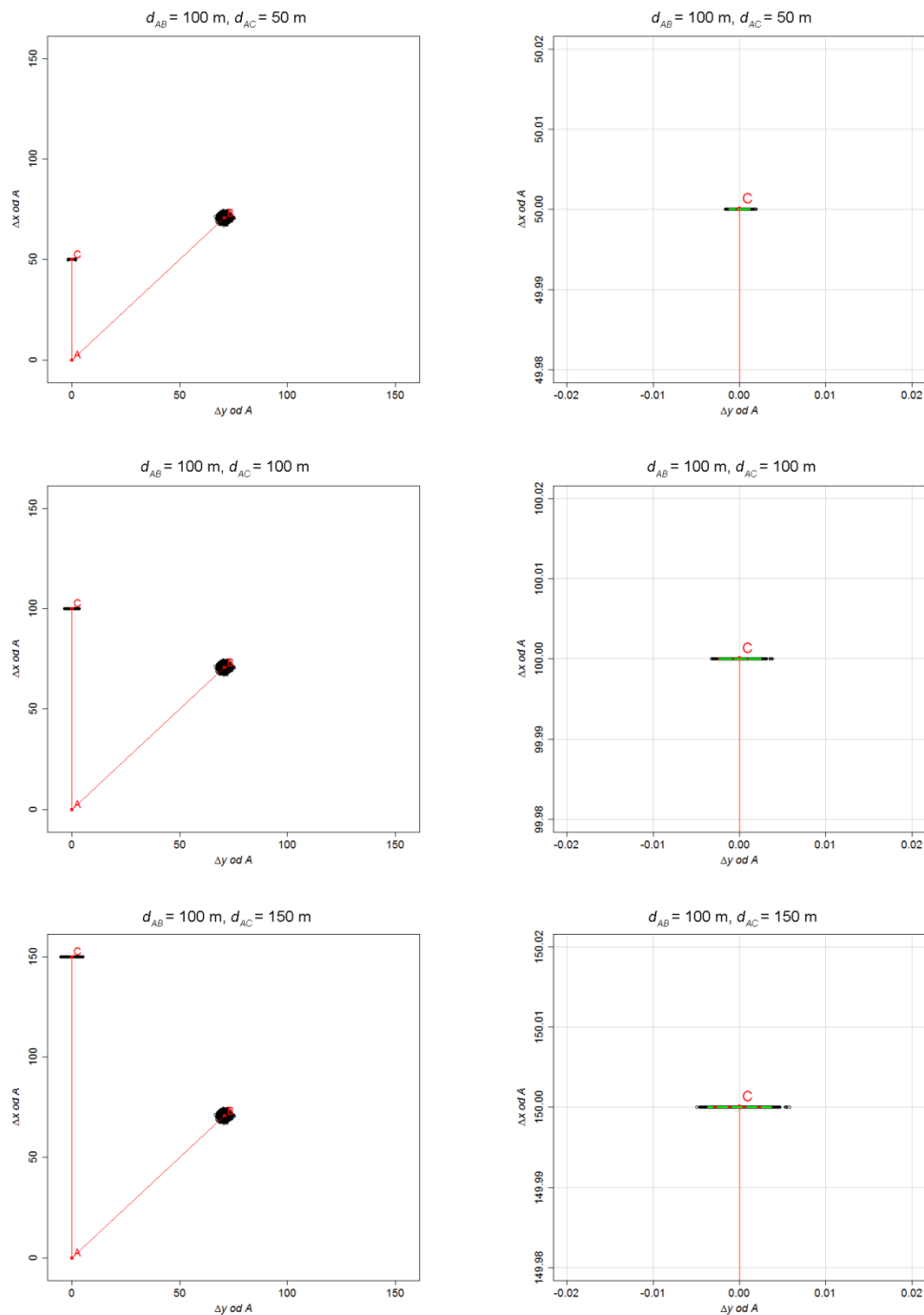
Priloga A

Elipse pogreškov na kontrolni točki C zaradi vpliva pogreška na orientacijski točki B



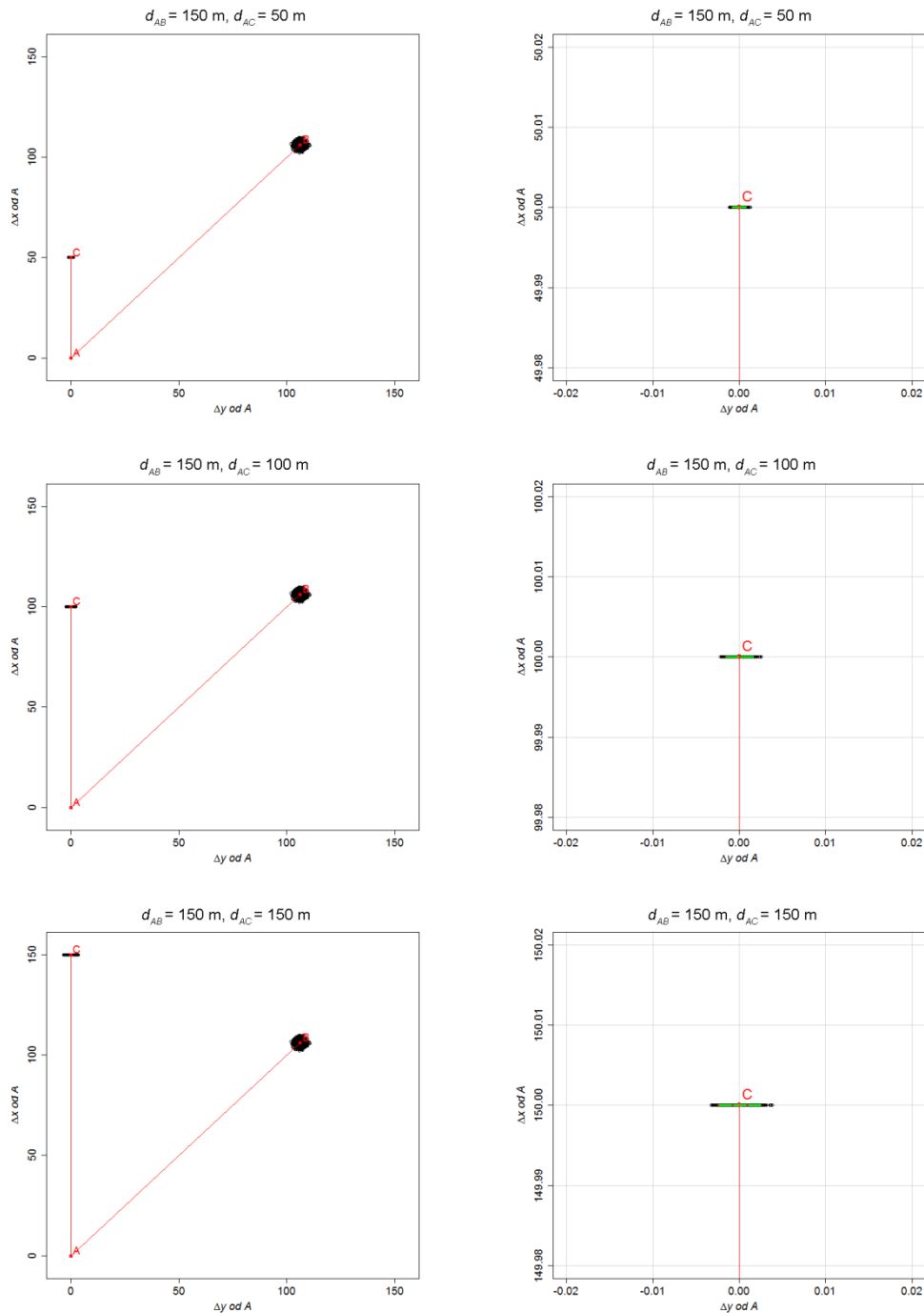
Slika 54: Elipse pogreškov kontrolne točke C zaradi vpliva pogreška na orientacijski točki B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150 \text{ m}$) pri smernem kotu 45° in dolžini 50 m na orientacijsko točko B, smerni kot na točko C znaša 0°

Figure 54: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150 \text{ m}$) at the angle of 45° and distance of 50 m to the orientation point B, angle to the control point C is 0°



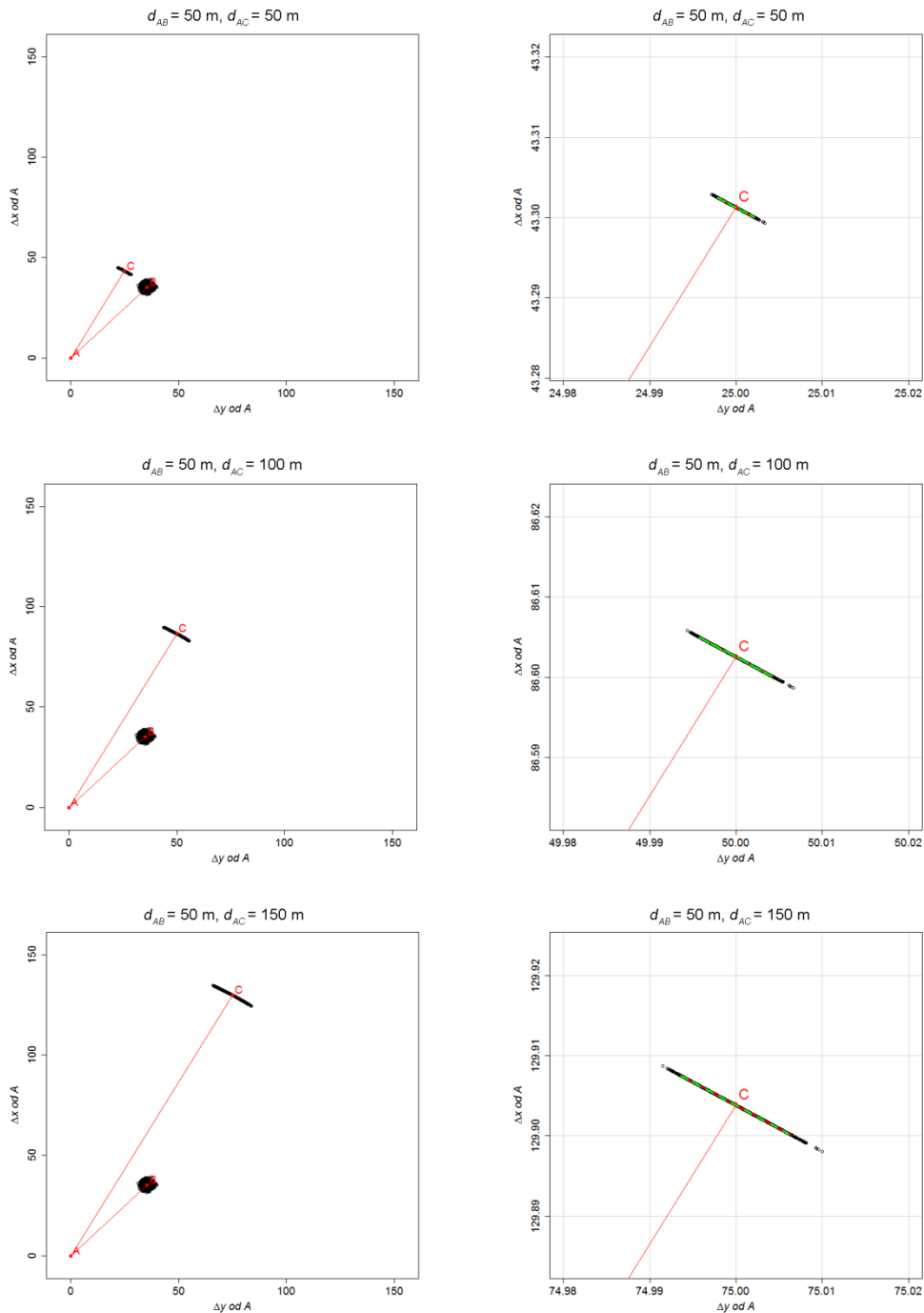
Slika 55: Elipse pogreškov kontrolne točke C zaradi vpliva pogreška na orientacijski točki B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150\text{ m}$) pri smernem kotu 45° in dolžini 100 m na orientacijsko točko B, smerni kot na točko C znaša 0°

Figure 55: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150\text{ m}$) at the angle of 45° and distance of 100 m to the orientation point B, angle to the control point C is 0°



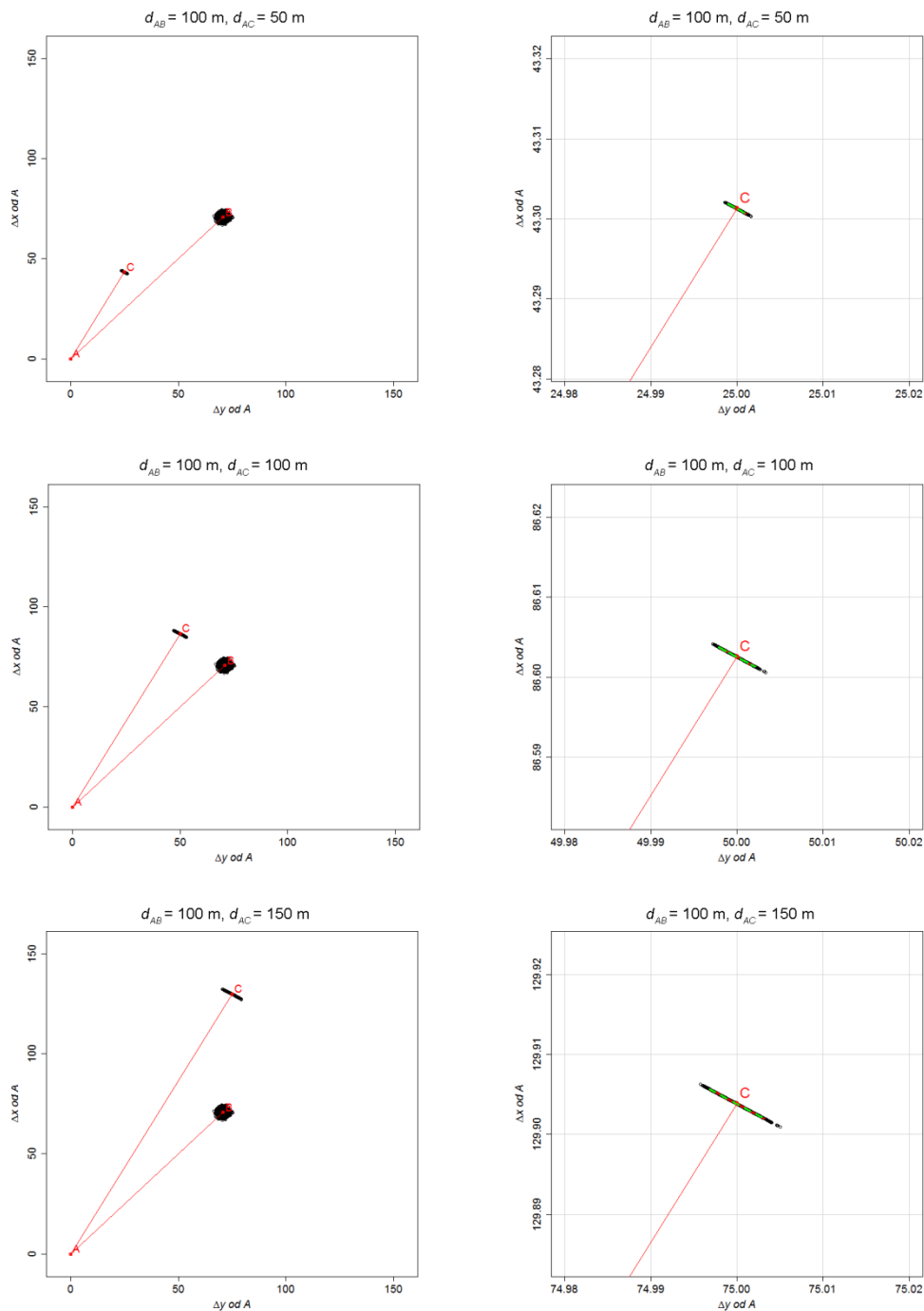
Slika 56: Elipse pogreškov kontrolne točke C za vpliv pogreška orientacijske točke B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 150 m na orientacijsko točko, smerni kot na točko C znaša 0°

Figure 56: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 150 m to the orientation point, angle to the control point C is 0°



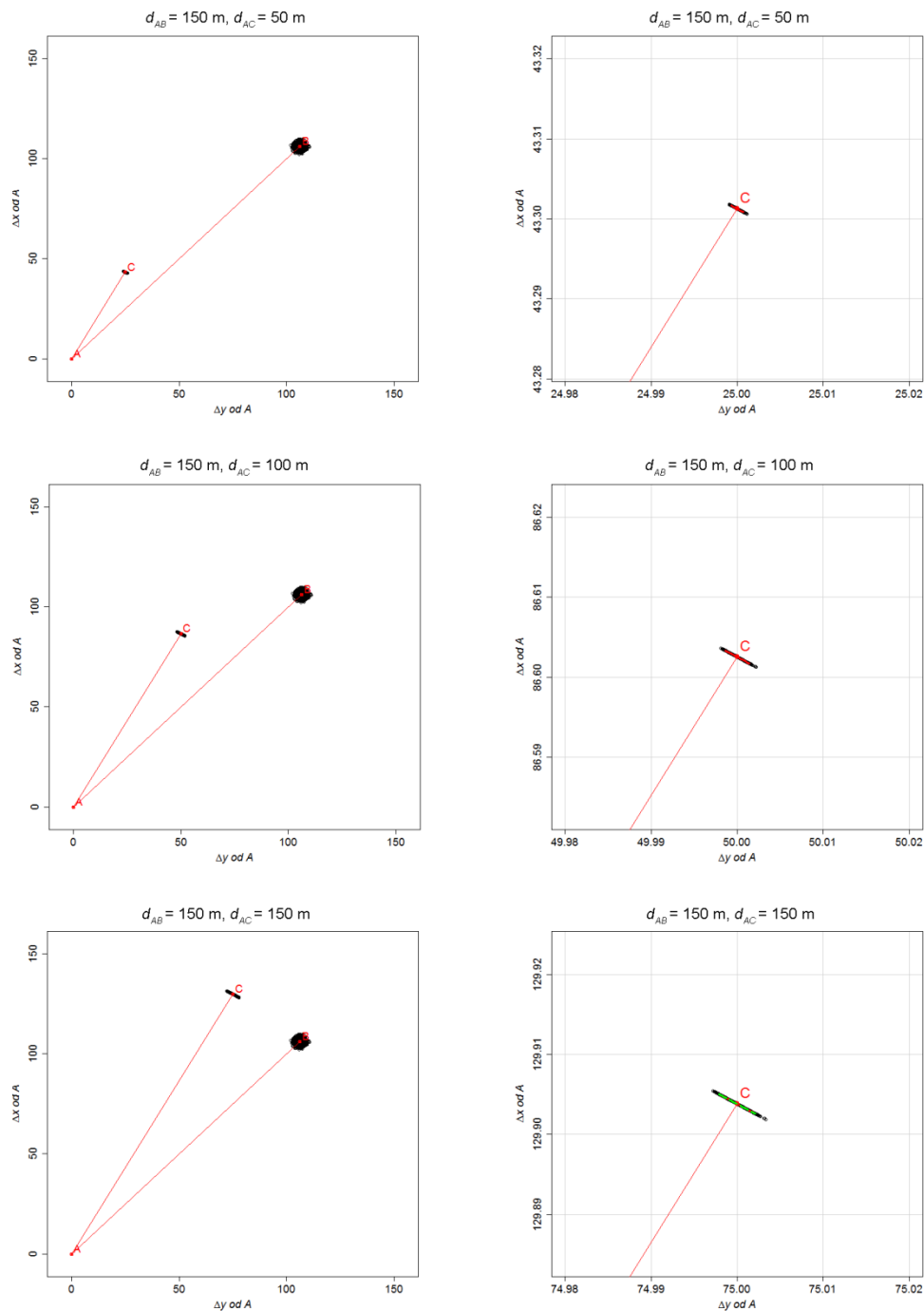
Slika 57: Elipse pogreškov kontrolne točke C za vpliv pogreška orientacijske točke B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150 \text{ m}$) pri smernem kotu 45° in dolžini 50 m na orientacijsko točko B, smerni kot na točko C znaša 30°

Figure 57: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150 \text{ m}$) at the angle of 45° and distance of 50 m to the orientation point B, angle to the control point C is 30°



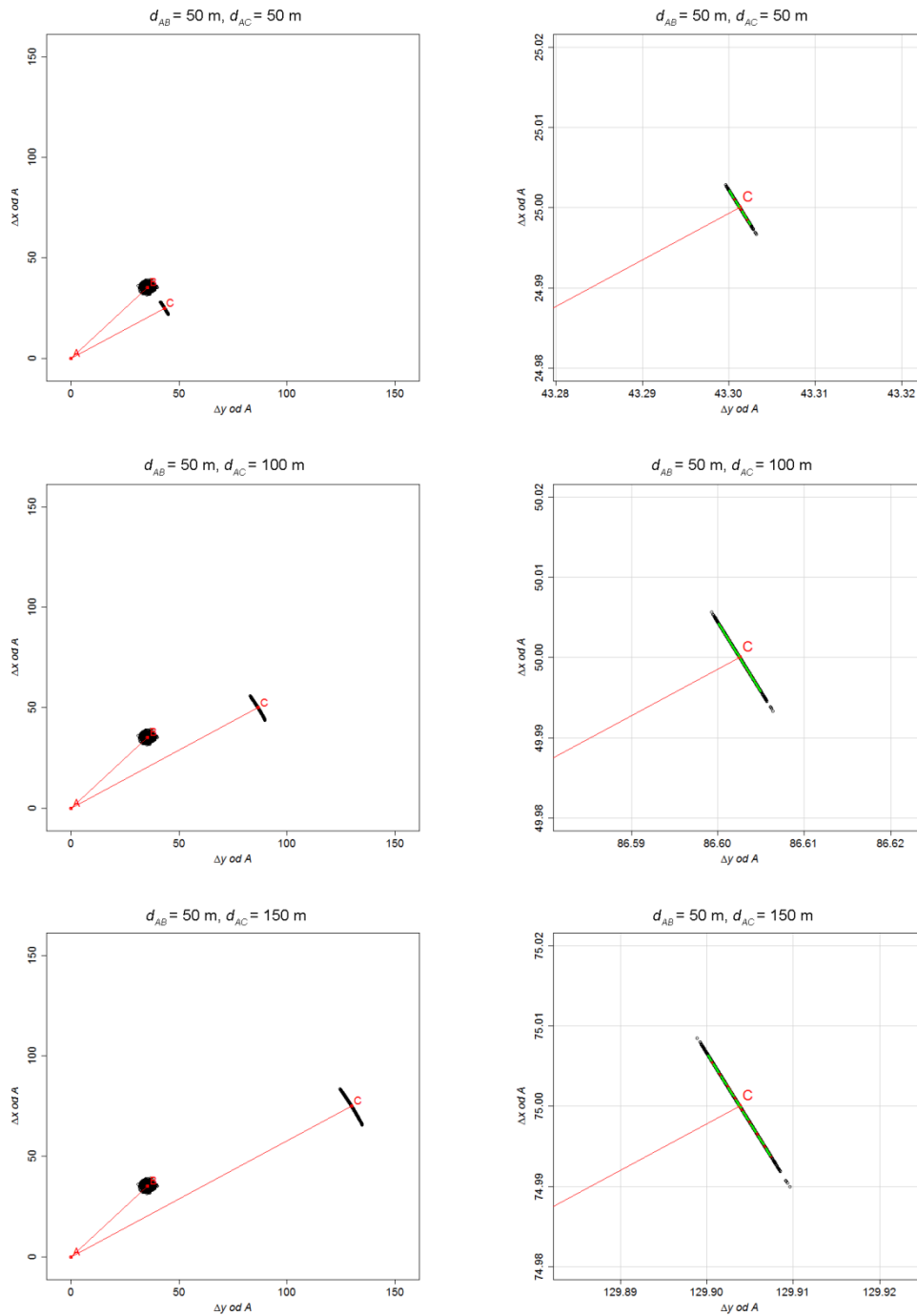
Slika 58: Elipse pogreškov kontrolne točke C za vpliv pogreška orientacijske točke B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 100 m na orientacijsko točko B, smerni kot na točko C znaša 30°

Figure 58: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 100 m to the orientation point B, angle to the control point C is 30°



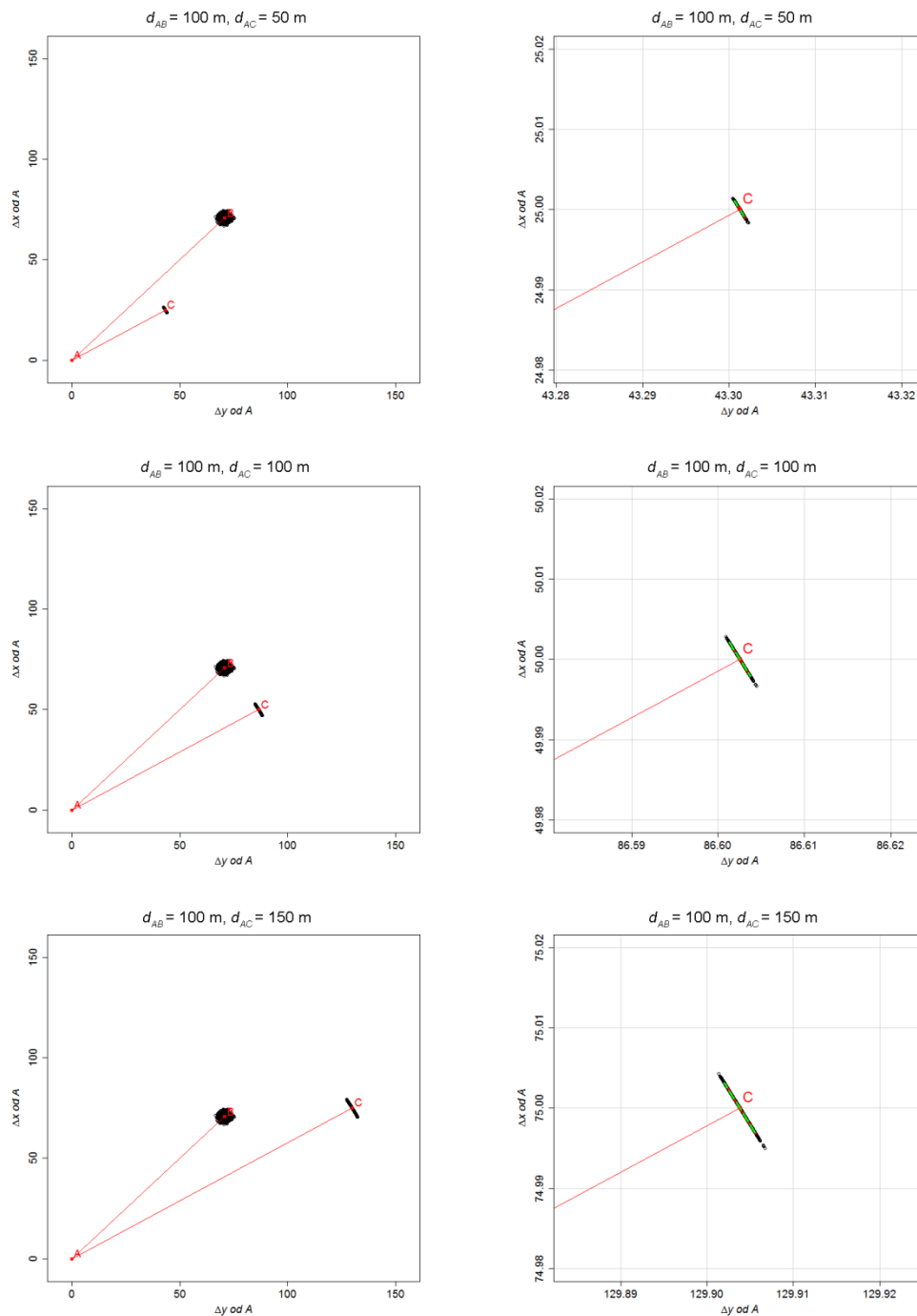
Slika 59: Elipse pogreškov kontrolne točke C za vpliv pogreška orientacijske točke B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 150 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 30°

Figure 59: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 150 m to the orientation point B , angle to the control point C is 30°



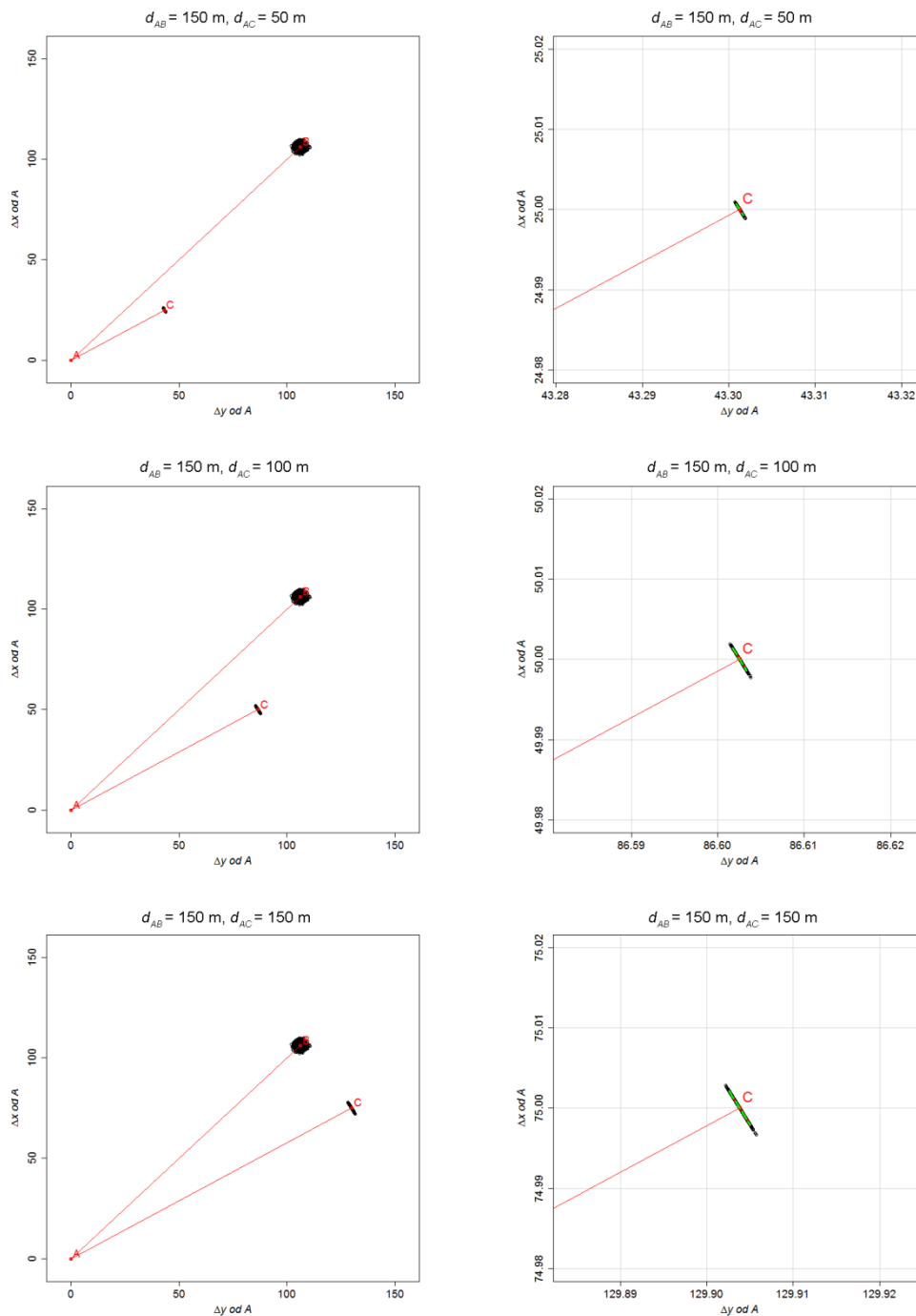
Slika 60: Elipse pogreškov kontrolne točke C za vpliv pogreška orientacijske točke B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150 \text{ m}$) pri smernem kotu 45° in dolžini 50 m na orientacijsko točko B, smerni kot na točko C znaša 60°

Figure 60: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150 \text{ m}$) at the angle of 45° and distance of 50 m to the orientation point B, angle to the control point C is 60°



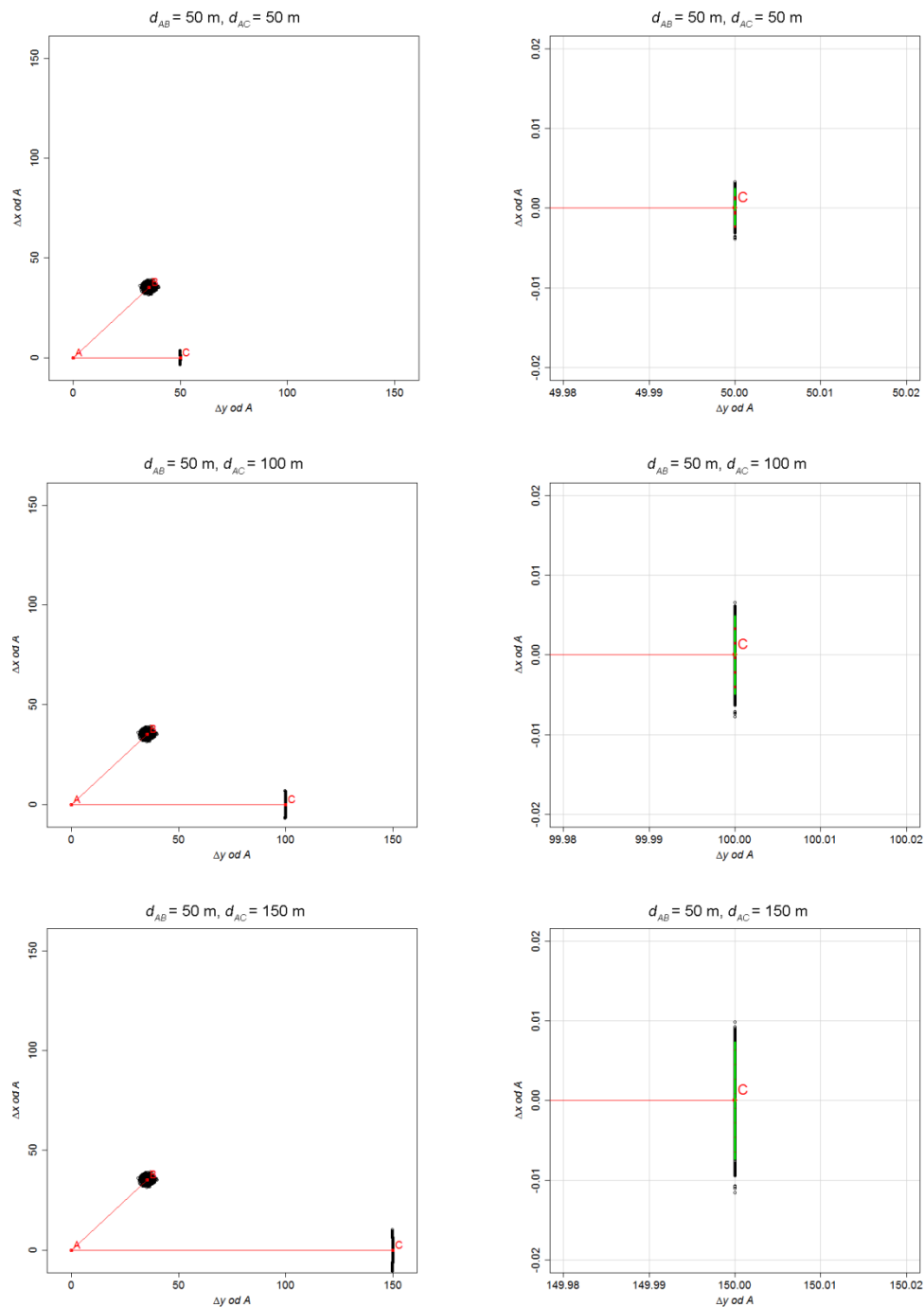
Slika 61: Elips pogreškov kontrolne točke C za vpliv pogreška orientacijske točke B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 100 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 60°

Figure 61: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 100 m to the orientation point B , angle to the control point C is 60°



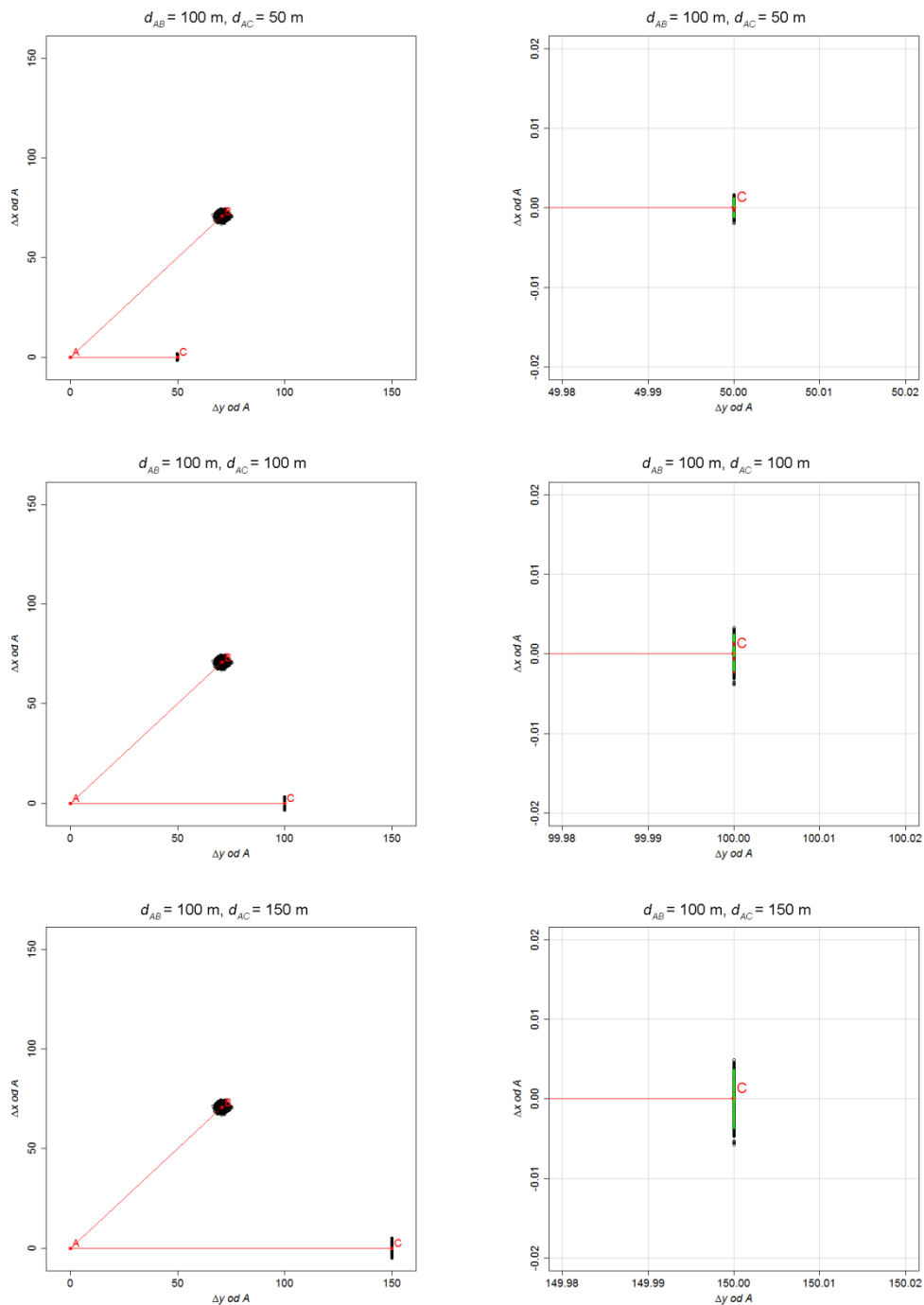
Slika 62: Elips pogreškov kontrolne točke C za vpliv pogreška orientacijske točke B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150\text{ m}$) pri smernem kotu 45° in dolžini 150 m na orientacijsko točko B, smerni kot na točko C znaša 60°

Figure 62: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150\text{ m}$) at the angle of 45° and distance of 150 m to the orientation point B, angle to the control point C is 60°



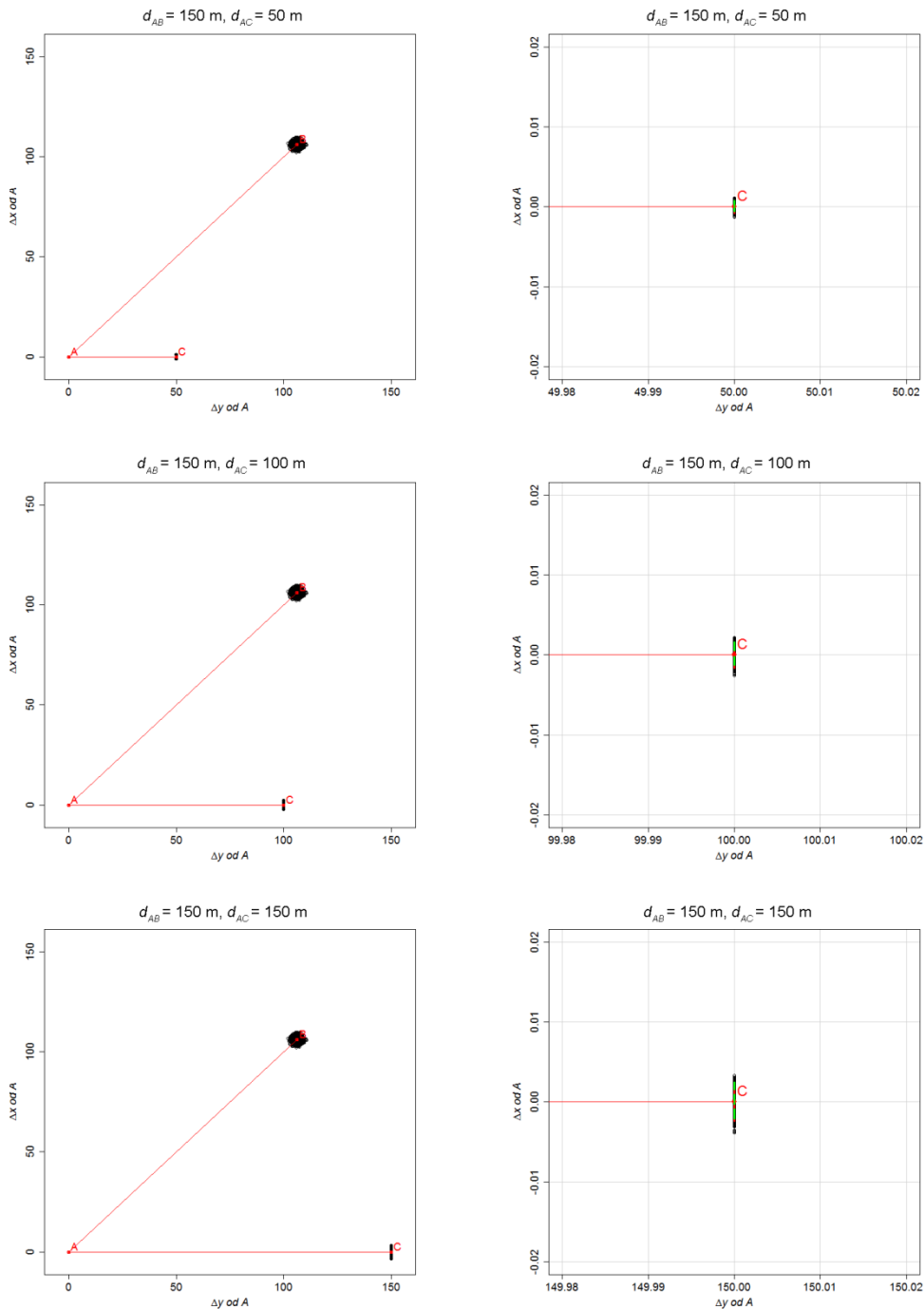
Slika 63: Elips pogreškov kontrolne točke C za vpliv pogreška orientacijske točke B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 50 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 90°

Figure 63: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 50 m to the orientation point B , angle to the control point C is 90°



Slika 64: Elipse pogreškov kontrolne točke C za vpliv pogreška orientacijske točke B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 100 m na orientacijsko točko B, smerni kot na točko C znaša 90°

Figure 64: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 100 m to the orientation point B, angle to the control point C is 90°

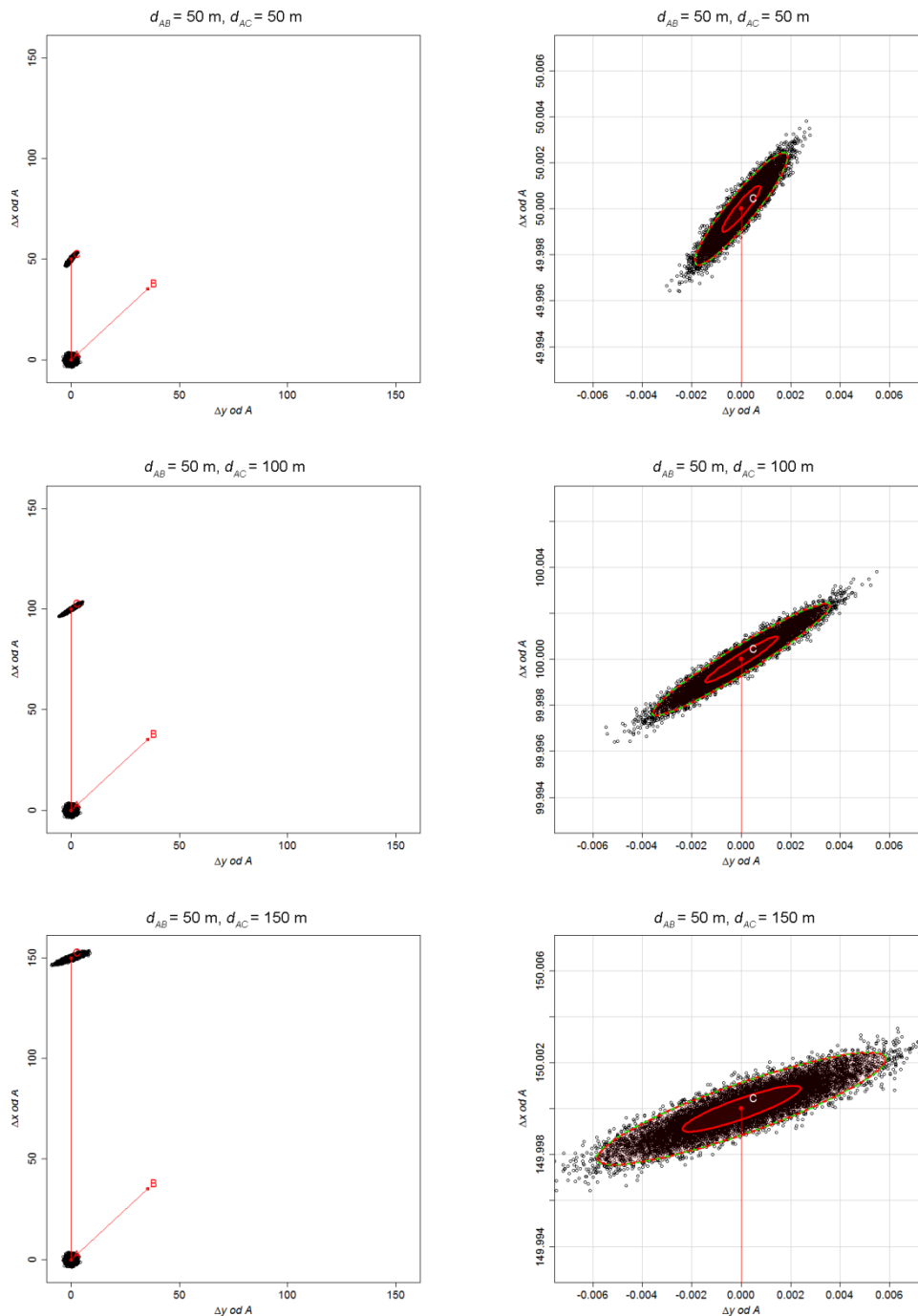


Slika 65: Elipse pogreškov kontrolne točke C za vpliv pogreška orientacijske točke B na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 50 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 90°

Figure 65: Error ellipses for location of control point C due to error in orientation point B at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 50 m to the orientation point B , angle to the control point C is 90°

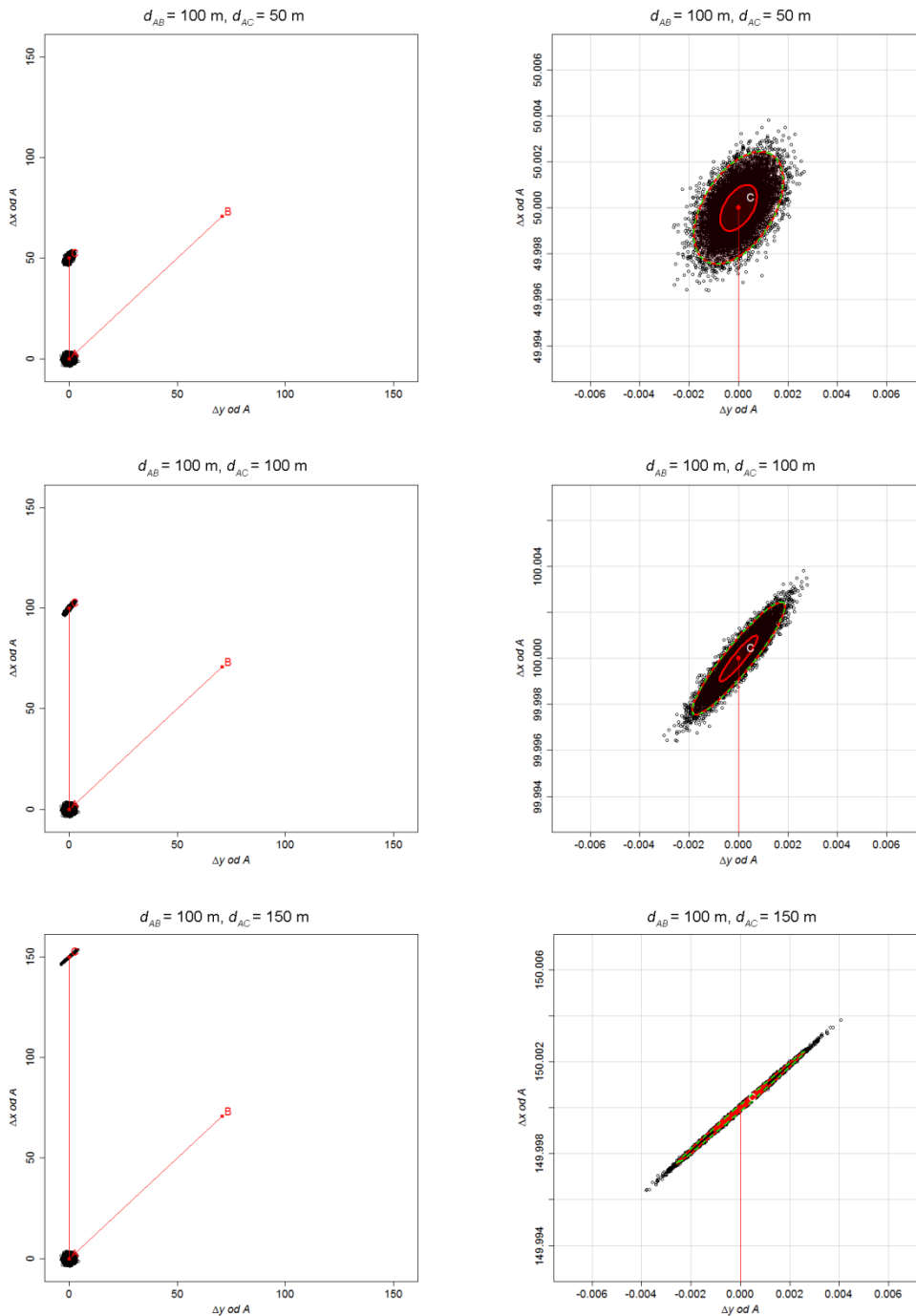
Priloga B

Elipse pogreškov na kontrolni točki C zaradi vpliva pogreška na stojišču A



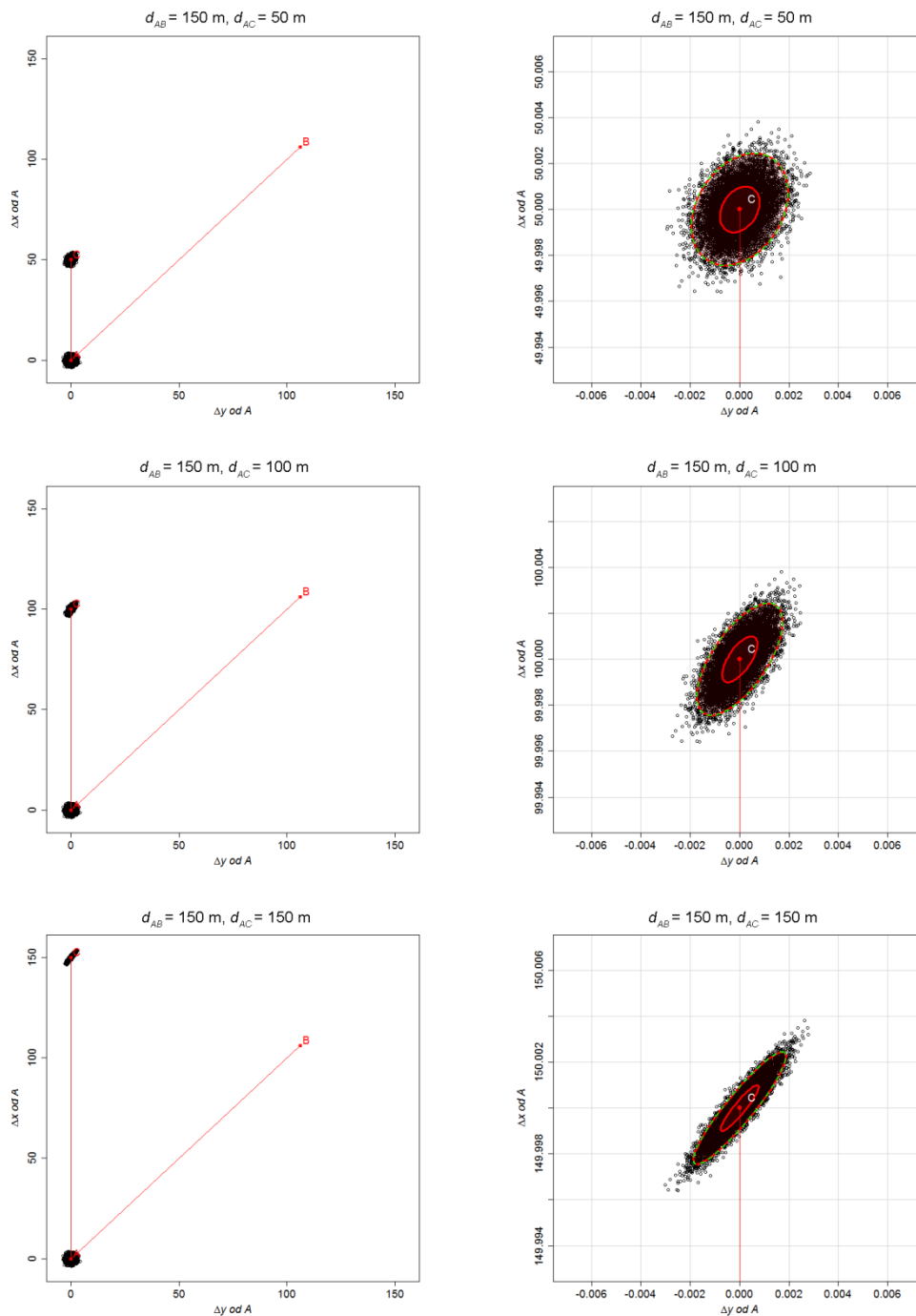
Slika 66: Elipse pogreškov na kontrolni točki C zaradi pogreška na stojiščni točki A na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150\text{ m}$) pri smernem kotu 45° in dolžini 50 m na orientacijsko točko B, smerni kot na točko C znaša 0°

Figure 66: Error ellipses for location of control point C due to error in the stand point A at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150\text{ m}$) at the angle of 45° and distance of 50 m to the orientation point B, the direction angle to the control point C is 0°



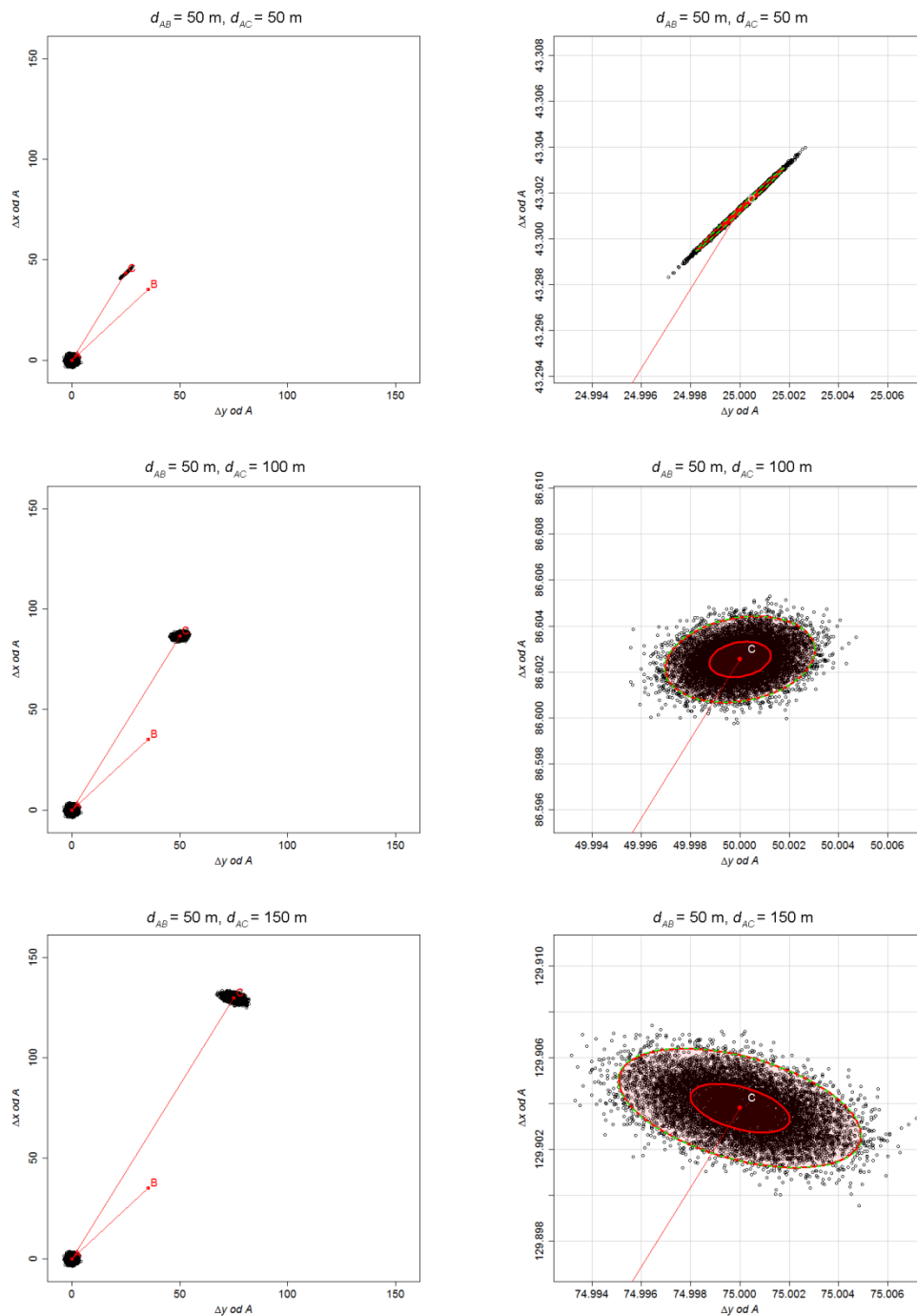
Slika 67: Elipse pogreškov položaja kontrolne točke C zaradi pogreška na stojšču A na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 100 m na orientacijsko točko B, smerni kot na točko C znaša 0°

Figure 67: Error ellipses for location of control point C due to error in the stand point A at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 100 m to the orientation point B, the direction angle to the control point C is 0°



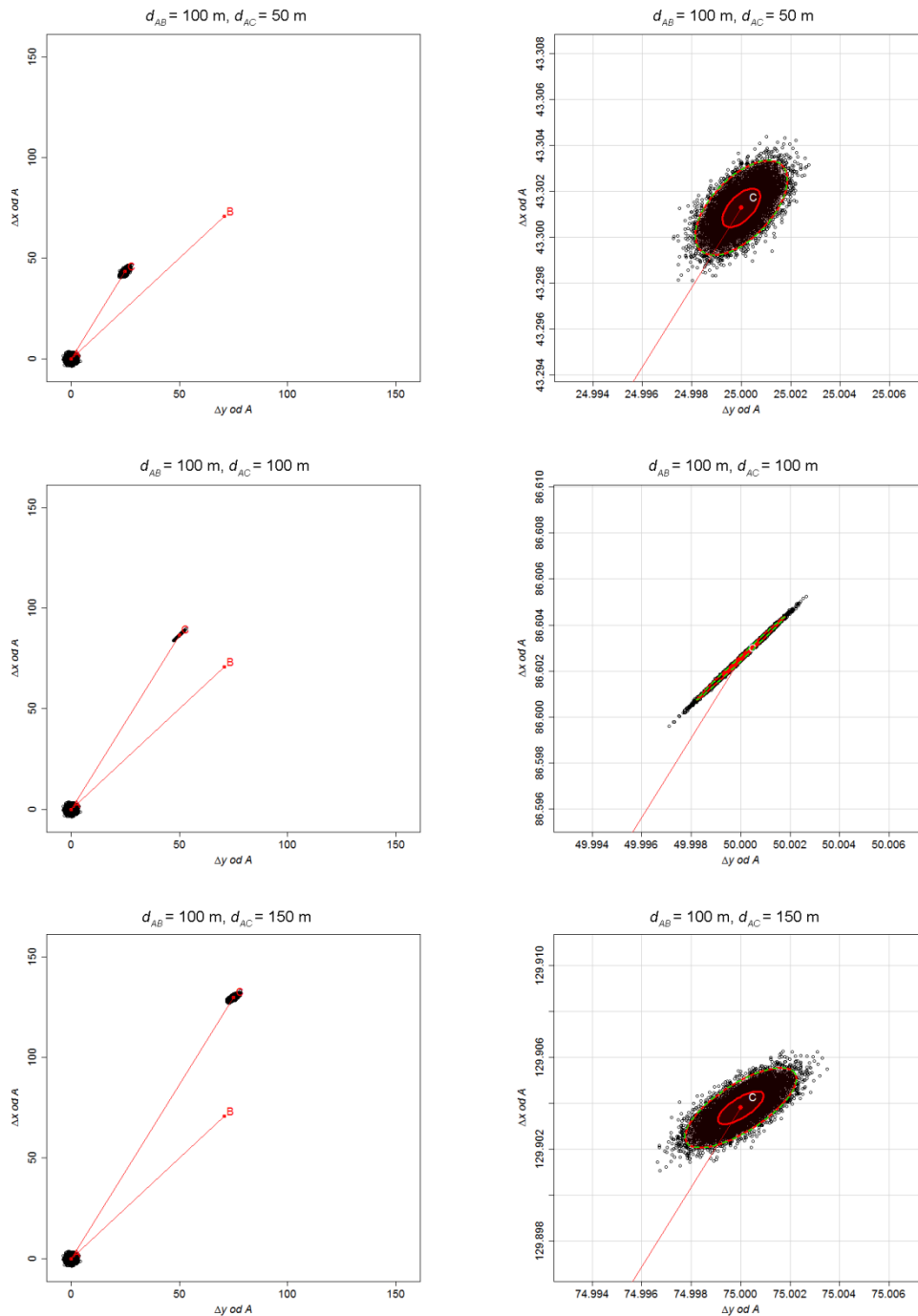
Slika 68: Elipse pogreškov položaja kontrolne točke C zaradi pogreška na stojišču A na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150\text{ m}$) pri smernem kotu 45° in dolžini 150 m na orientacijsko točko B, smerni kot na točko C znaša 0°

Figure 68: Error ellipses for location of control point C due to error in the stand point at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150\text{ m}$) at the angle of 45° and distance of 150 m to the orientation point B, the direction angle to the control point C is 0°



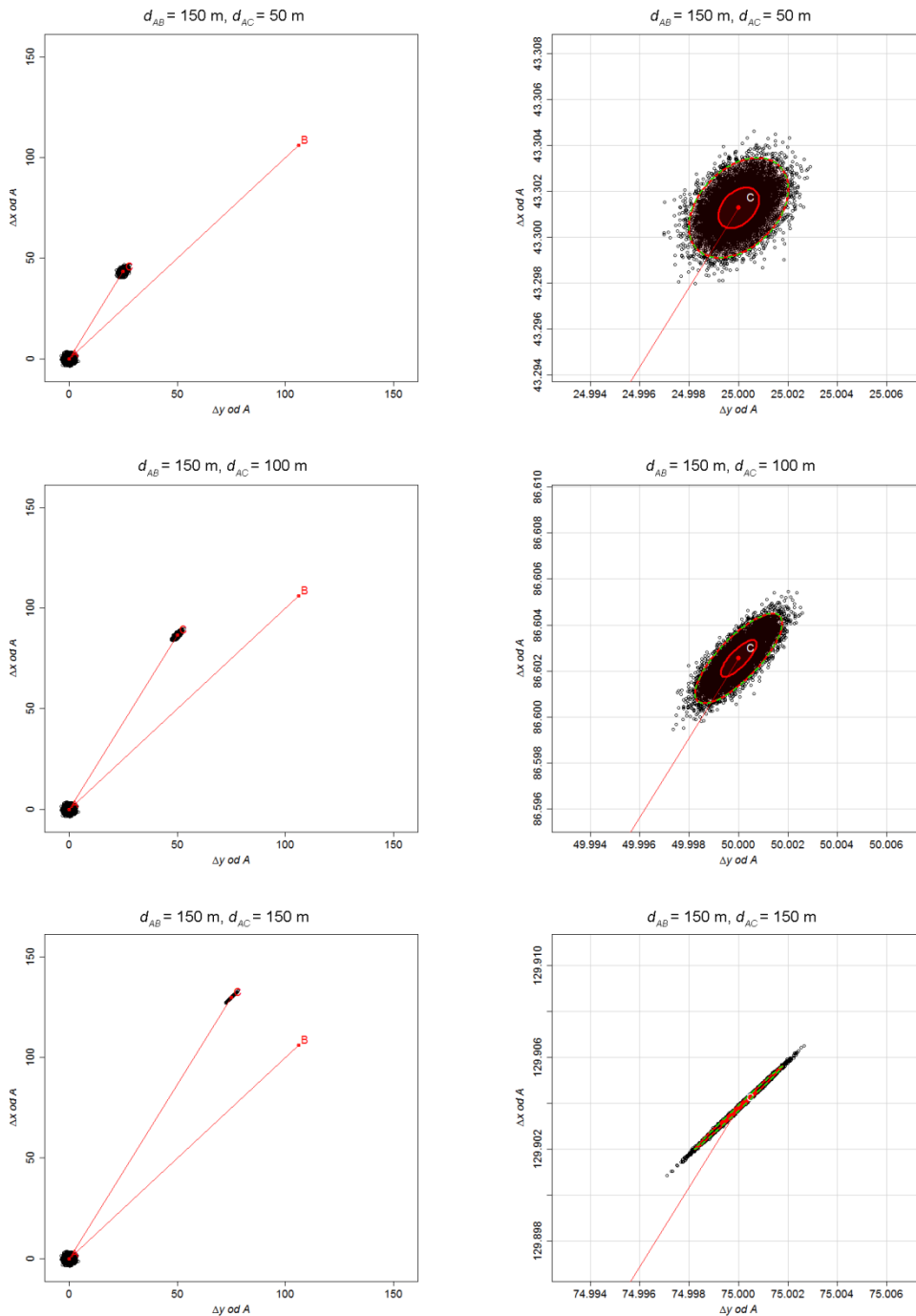
Slika 69: Elipse pogreškov kontrolne točke C na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 50 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 30°

Figure 69: Error ellipses for location of control point C due to error in stand point at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 50 m to the orientation point B , angle to the control point C is 30°



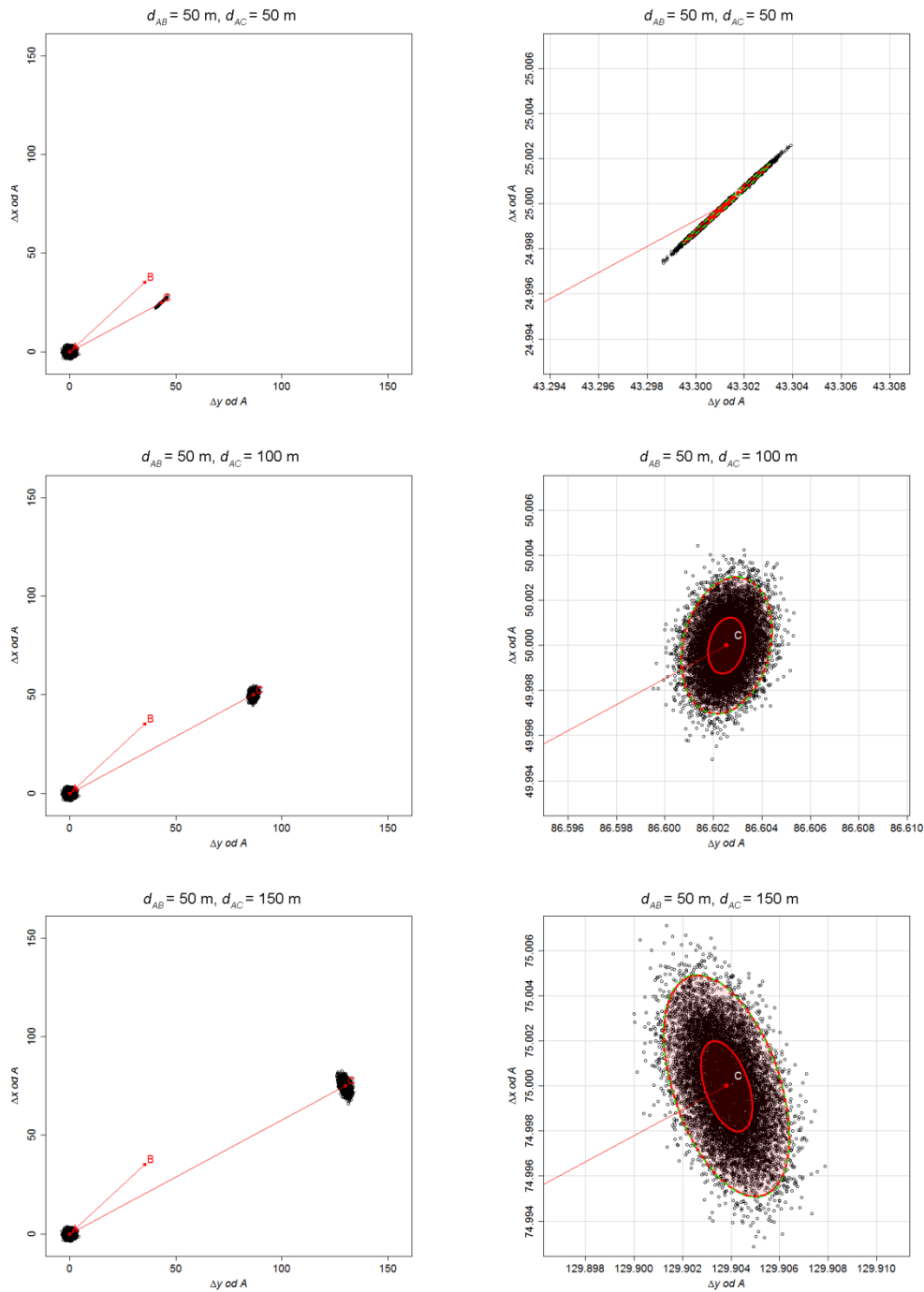
Slika 70: Elipse pogreškov kontrolne točke C na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150\text{ m}$) pri smernem kotu 45° in dolžini 100 m na orientacijsko točko B, smerni kot na točko C znaša 30°

Figure 70: Error ellipses for location of control point C due to error in stand point at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150\text{ m}$) at the angle of 45° and distance of 100 m to the orientation point B, angle to the control point C is 30°



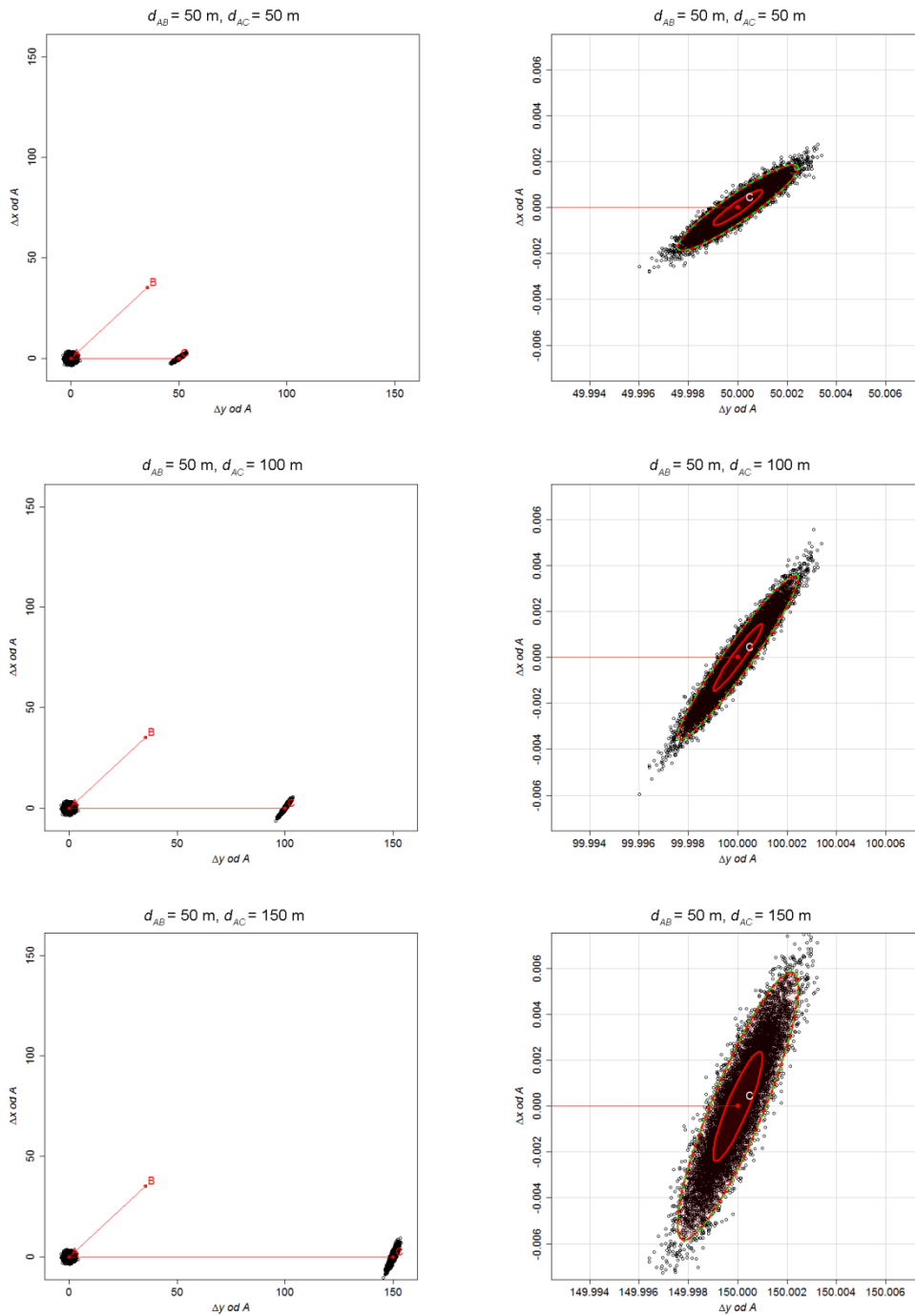
Slika 71: Elipse pogreškov kontrolne točke C na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 150 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 30°

Figure 71: Error ellipses for location of control point C due to error in stand point A at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 150 m to the orientation point B , angle to the control point C is 30°



Slika 72: Elipse pogreškov kontrolne točke C na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 50 m na orientacijsko točko B, smerni kot na točko C znaša 60°

Figure 72: Error ellipses for location of control point C due to error in stand point A at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 50 m to the orientation point B, angle to the control point C is 60°



Slika 73: Elipse pogreškov kontrolne točke C na različnih lokacijah ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) pri smernem kotu 45° in dolžini 50 m na orientacijsko točko B , smerni kot na točko C znaša 90°

Figure 73: Error ellipses for location of control point C due to error in stand point A at different locations ($d_{AC} = 50, 100, 150$ m) at the angle of 45° and distance of 50 m to the orientation point B , angle to the control point C is 90°

Priloga C

Preglednica 3: Natančnosti določitve položaja kontrolne točke C in elementi standardne elipse pogreškov zaradi pogreška na orientacijski točki B za $\sigma_{y_B}^2 = \sigma_{x_B}^2 = 1 \text{ mm}^2$, $\sigma_{yx_B} = 0 \text{ mm}^2$ pri različnih kotih in dolžinah med točkama A (stojišče) in C (kontrolna točka) pri različnih dolžinah do točke B ; smerni kot v_A^B znaša v vseh primerih 45°

Table 3: Location precision of control point C and elements of standard error ellipse due to error in the orientation point B for $\sigma_{y_B}^2 = \sigma_{x_B}^2 = 1 \text{ mm}^2$, $\sigma_{yx_B} = 0 \text{ mm}^2$ at different angles and distances between points A (stand point) and C (control point) at different distances to point B ; direction v_A^B is in all cases 45°

				Iz variančno-kovariančne matrike			Simulirani podatki		Elementi standardne elipse pogreškov iz variančno-kovariančne matrike		
v_A^B [°]	v_A^C [°]	d_{AB} [m]	d_{AC} [m]	σ_{xy_C} [mm ²]	σ_{y_C} [mm]	σ_{x_C} [mm]	σ_{y_C} [mm]	σ_{x_C} [mm]	a [mm]	b [mm]	θ [°]
45	0	50	50	0.000	1.000	0.000	0.999	0.000	1.000	0.000	0.000
45	0	50	100	0.000	2.000	0.000	1.997	0.000	2.000	0.000	0.000
45	0	50	150	0.000	3.000	0.000	2.996	0.000	3.000	0.000	0.000
45	0	100	50	0.000	0.500	0.000	0.499	0.000	0.500	0.000	0.000
45	0	100	100	0.000	1.000	0.000	0.999	0.000	1.000	0.000	0.000
45	0	100	150	0.000	1.500	0.000	1.498	0.000	1.500	0.000	0.000
45	0	150	50	0.000	0.333	0.000	0.333	0.000	0.333	0.000	0.000
45	0	150	100	0.000	0.667	0.000	0.666	0.000	0.667	0.000	0.000
45	0	150	150	0.000	1.000	0.000	0.999	0.000	1.000	0.000	0.000
45	30	50	50	-0.433	0.866	0.500	0.865	0.499	1.000	0.000	150.000
45	30	50	100	-1.732	1.732	1.000	1.730	0.999	2.000	0.000	150.000
45	30	50	150	-3.897	2.598	1.500	2.595	1.498	3.000	0.000	150.000
45	30	100	50	-0.108	0.433	0.250	0.432	0.250	0.500	0.000	150.000
45	30	100	100	-0.433	0.866	0.500	0.865	0.499	1.000	0.000	150.000
45	30	100	150	-0.974	1.299	0.750	1.297	0.749	1.500	0.000	150.000
45	30	150	50	-0.048	0.289	0.167	0.288	0.166	0.333	0.000	150.000
45	30	150	100	-0.192	0.577	0.333	0.577	0.333	0.667	0.000	150.000
45	30	150	150	-0.433	0.866	0.500	0.865	0.499	1.000	0.000	150.000
45	60	50	50	-0.433	0.500	0.866	0.499	0.865	1.000	0.000	120.000
45	60	50	100	-1.732	1.000	1.732	0.999	1.730	2.000	0.000	120.000
45	60	50	150	-3.897	1.500	2.598	1.498	2.595	3.000	0.000	120.000
45	60	100	50	-0.108	0.250	0.433	0.250	0.432	0.500	0.000	120.000
45	60	100	100	-0.433	0.500	0.866	0.499	0.865	1.000	0.000	120.000
45	60	100	150	-0.974	0.750	1.299	0.749	1.297	1.500	0.000	120.000
45	60	150	50	-0.048	0.167	0.289	0.166	0.288	0.333	0.000	120.000
45	60	150	100	-0.192	0.333	0.577	0.333	0.577	0.667	0.000	120.000
45	60	150	150	-0.433	0.500	0.866	0.499	0.865	1.000	0.000	120.000
45	90	50	50	0.000	0.000	1.000	0.000	0.999	1.000	0.000	90.000
45	90	50	100	0.000	0.000	2.000	0.000	1.997	2.000	0.000	90.000

se nadaljuje ...

... nadaljevanje Preglednice 3

v_A^B [°]	v_A^C [°]	d_{AB} [m]	d_{AC} [m]	Iz variančno-kovariančne matrike			Simulirani podatki		Elementi standardne elipse pogreškov iz variančno-kovariančne matrike		
				σ_{xy_C} [mm ²]	σ_{y_C} [mm]	σ_{x_C} [mm]	σ_{y_C} [mm]	σ_{x_C} [mm]	a [mm]	b [mm]	θ [°]
45	90	50	150	0.000	0.000	3.000	0.000	2.996	3.000	0.000	90.000
45	90	100	50	0.000	0.000	0.500	0.000	0.499	0.500	0.000	90.000
45	90	100	100	0.000	0.000	1.000	0.000	0.999	1.000	0.000	90.000
45	90	100	150	0.000	0.000	1.500	0.000	1.498	1.500	0.000	90.000
45	90	150	50	0.000	0.000	0.333	0.000	0.333	0.333	0.000	90.000
45	90	150	100	0.000	0.000	0.667	0.000	0.666	0.667	0.000	90.000
45	90	150	150	0.000	0.000	1.000	0.000	0.999	1.000	0.000	90.000
45	120	50	50	0.433	0.500	0.866	0.499	0.865	1.000	0.000	60.000
45	120	50	100	1.732	1.000	1.732	0.999	1.730	2.000	0.000	60.000
45	120	50	150	3.897	1.500	2.598	1.498	2.595	3.000	0.000	60.000
45	120	100	50	0.108	0.250	0.433	0.250	0.432	0.500	0.000	60.000
45	120	100	100	0.433	0.500	0.866	0.499	0.865	1.000	0.000	60.000
45	120	100	150	0.974	0.750	1.299	0.749	1.297	1.500	0.000	60.000
45	120	150	50	0.048	0.167	0.289	0.166	0.288	0.333	0.000	60.000
45	120	150	100	0.192	0.333	0.577	0.333	0.577	0.667	0.000	60.000
45	120	150	150	0.433	0.500	0.866	0.499	0.865	1.000	0.000	60.000
45	150	50	50	0.433	0.866	0.500	0.865	0.499	1.000	0.000	30.000
45	150	50	100	1.732	1.732	1.000	1.730	0.999	2.000	0.000	30.000
45	150	50	150	3.897	2.598	1.500	2.595	1.498	3.000	0.000	30.000
45	150	100	50	0.108	0.433	0.250	0.432	0.250	0.500	0.000	30.000
45	150	100	100	0.433	0.866	0.500	0.865	0.499	1.000	0.000	30.000
45	150	100	150	0.974	1.299	0.750	1.297	0.749	1.500	0.000	30.000
45	150	150	50	0.048	0.289	0.167	0.288	0.166	0.333	0.000	30.000
45	150	150	100	0.192	0.577	0.333	0.577	0.333	0.667	0.000	30.000
45	150	150	150	0.433	0.866	0.500	0.865	0.499	1.000	0.000	30.000
45	180	50	50	0.000	1.000	0.000	0.999	0.000	1.000	0.000	0.000
45	180	50	100	0.000	2.000	0.000	1.997	0.000	2.000	0.000	0.000
45	180	50	150	0.000	3.000	0.000	2.996	0.000	3.000	0.000	0.000
45	180	100	50	0.000	0.500	0.000	0.499	0.000	0.500	0.000	0.000
45	180	100	100	0.000	1.000	0.000	0.999	0.000	1.000	0.000	0.000
45	180	100	150	0.000	1.500	0.000	1.498	0.000	1.500	0.000	0.000
45	180	150	50	0.000	0.333	0.000	0.333	0.000	0.333	0.000	0.000
45	180	150	100	0.000	0.667	0.000	0.666	0.000	0.667	0.000	0.000
45	180	150	150	0.000	1.000	0.000	0.999	0.000	1.000	0.000	0.000
45	210	50	50	-0.433	0.866	0.500	0.865	0.499	1.000	0.000	150.000
45	210	50	100	-1.732	1.732	1.000	1.730	0.999	2.000	0.000	150.000
45	210	50	150	-3.897	2.598	1.500	2.595	1.498	3.000	0.000	150.000
45	210	100	50	-0.108	0.433	0.250	0.432	0.250	0.500	0.000	150.000
45	210	100	100	-0.433	0.866	0.500	0.865	0.499	1.000	0.000	150.000

se nadaljuje ...

... nadaljevanje Preglednice 3

v_A^B [°]	v_A^C [°]	d_{AB} [m]	d_{AC} [m]	Iz variančno-kovariančne matrike			Simulirani podatki		Elementi standardne elipse pogreškov iz variančno-kovariančne matrike		
				σ_{xyC} [mm ²]	σ_{yC} [mm]	σ_{xC} [mm]	σ_{yC} [mm]	σ_{xC} [mm]	a [mm]	b [mm]	θ [°]
45	210	100	150	-0.974	1.299	0.750	1.297	0.749	1.500	0.000	150.000
45	210	150	50	-0.048	0.289	0.167	0.288	0.166	0.333	0.000	150.000
45	210	150	100	-0.192	0.577	0.333	0.577	0.333	0.667	0.000	150.000
45	210	150	150	-0.433	0.866	0.500	0.865	0.499	1.000	0.000	150.000
45	240	50	50	-0.433	0.500	0.866	0.499	0.865	1.000	0.000	120.000
45	240	50	100	-1.732	1.000	1.732	0.999	1.730	2.000	0.000	120.000
45	240	50	150	-3.897	1.500	2.598	1.498	2.595	3.000	0.000	120.000
45	240	100	50	-0.108	0.250	0.433	0.250	0.432	0.500	0.000	120.000
45	240	100	100	-0.433	0.500	0.866	0.499	0.865	1.000	0.000	120.000
45	240	100	150	-0.974	0.750	1.299	0.749	1.297	1.500	0.000	120.000
45	240	150	50	-0.048	0.167	0.289	0.166	0.288	0.333	0.000	120.000
45	240	150	100	-0.192	0.333	0.577	0.333	0.577	0.667	0.000	120.000
45	240	150	150	-0.433	0.500	0.866	0.499	0.865	1.000	0.000	120.000
45	270	50	50	0.000	0.000	1.000	0.000	0.999	1.000	0.000	90.000
45	270	50	100	0.000	0.000	2.000	0.000	1.997	2.000	0.000	90.000
45	270	50	150	0.000	0.000	3.000	0.000	2.996	3.000	0.000	90.000
45	270	100	50	0.000	0.000	0.500	0.000	0.499	0.500	0.000	90.000
45	270	100	100	0.000	0.000	1.000	0.000	0.999	1.000	0.000	90.000
45	270	100	150	0.000	0.000	1.500	0.000	1.498	1.500	0.000	90.000
45	270	150	50	0.000	0.000	0.333	0.000	0.333	0.333	0.000	90.000
45	270	150	100	0.000	0.000	0.667	0.000	0.666	0.667	0.000	90.000
45	270	150	150	0.000	0.000	1.000	0.000	0.999	1.000	0.000	90.000
45	300	50	50	0.433	0.500	0.866	0.499	0.865	1.000	0.000	60.000
45	300	50	100	1.732	1.000	1.732	0.999	1.730	2.000	0.000	60.000
45	300	50	150	3.897	1.500	2.598	1.498	2.595	3.000	0.000	60.000
45	300	100	50	0.108	0.250	0.433	0.250	0.432	0.500	0.000	60.000
45	300	100	100	0.433	0.500	0.866	0.499	0.865	1.000	0.000	60.000
45	300	100	150	0.974	0.750	1.299	0.749	1.297	1.500	0.000	60.000
45	300	150	50	0.048	0.167	0.289	0.166	0.288	0.333	0.000	60.000
45	300	150	100	0.192	0.333	0.577	0.333	0.577	0.667	0.000	60.000
45	300	150	150	0.433	0.500	0.866	0.499	0.865	1.000	0.000	60.000
45	330	50	50	0.433	0.866	0.500	0.865	0.499	1.000	0.000	30.000
45	330	50	100	1.732	1.732	1.000	1.730	0.999	2.000	0.000	30.000
45	330	50	150	3.897	2.598	1.500	2.595	1.498	3.000	0.000	30.000
45	330	100	50	0.108	0.433	0.250	0.432	0.250	0.500	0.000	30.000
45	330	100	100	0.433	0.866	0.500	0.865	0.499	1.000	0.000	30.000
45	330	100	150	0.974	1.299	0.750	1.297	0.749	1.500	0.000	30.000
45	330	150	50	0.048	0.289	0.167	0.288	0.166	0.333	0.000	30.000
45	330	150	100	0.192	0.577	0.333	0.577	0.333	0.667	0.000	30.000

se nadaljuje ...

... nadaljevanje Preglednice 3

				Iz variančno-kovariančne matrike			Simulirani podatki		Elementi standardne elipse pogreškov iz variančno-kovariančne matrike		
v_A^B [°]	v_A^C [°]	d_{AB} [m]	d_{AC} [m]	σ_{xy_C} [mm ²]	σ_{y_C} [mm]	σ_{x_C} [mm]	σ_{y_C} [mm]	σ_{x_C} [mm]	a [mm]	b [mm]	θ [°]
45	330	150	150	0.433	0.866	0.500	0.865	0.499	1.000	0.000	30.000
45	360	50	50	0.000	1.000	0.000	0.999	0.000	1.000	0.000	0.000
45	360	50	100	0.000	2.000	0.000	1.997	0.000	2.000	0.000	0.000
45	360	50	150	0.000	3.000	0.000	2.996	0.000	3.000	0.000	0.000
45	360	100	50	0.000	0.500	0.000	0.499	0.000	0.500	0.000	0.000
45	360	100	100	0.000	1.000	0.000	0.999	0.000	1.000	0.000	0.000
45	360	100	150	0.000	1.500	0.000	1.498	0.000	1.500	0.000	0.000
45	360	150	50	0.000	0.333	0.000	0.333	0.000	0.333	0.000	0.000
45	360	150	100	0.000	0.667	0.000	0.666	0.000	0.667	0.000	0.000
45	360	150	150	0.000	1.000	0.000	0.999	0.000	1.000	0.000	0.000

Priloga D

Preglednica 4: Natančnosti dolžine in horizontalnega kota za $\sigma_{y_A}^2 = \sigma_{x_A}^2 = 1 \text{ mm}^2$, $\sigma_{yx_A} = 0 \text{ mm}^2$ pri različnih kotih in dolžinah med točkama A (stojišče) in C (kontrolna točka) pri različnih dolžinah do orientacijske točke B; smerni kot v_A^B znaša v vseh primerih 45°

Table 4: Precision of distance and horizontal angle due to error in the stand point A for $\sigma_{y_A}^2 = \sigma_{x_A}^2 = 1 \text{ mm}^2$, $\sigma_{yx_A} = 0 \text{ mm}^2$ at different angles and distances between points A (stand point) and C (control point) at different distances to orientation point B; direction v_A^B is in all cases 45°

v_A^B [°]	v_A^C [°]	d_{AB} [m]	d_{AC} [m]	Iz variančno-kovariančne matrike		Simulirane vrednosti	
				σ_d [mm]	σ_α ["]	σ_d [mm]	σ_α ["]
45	0	50	50	1.000	3.157	0.992	3.130
45	0	50	100	1.000	3.040	0.992	3.023
45	0	50	150	1.000	3.299	0.992	3.288
45	0	100	50	1.000	3.040	0.992	3.027
45	0	100	100	1.000	1.579	0.992	1.565
45	0	100	150	1.000	1.461	0.992	1.450
45	0	150	50	1.000	3.299	0.992	3.293
45	0	150	100	1.000	1.461	0.992	1.452
45	0	150	150	1.000	1.052	0.992	1.043
45	30	50	50	1.000	1.077	0.992	1.069
45	30	50	100	1.000	2.199	0.992	2.192
45	30	50	150	1.000	2.820	0.992	2.814
45	30	100	50	1.000	2.199	0.992	2.201
45	30	100	100	1.000	0.538	0.992	0.534
45	30	100	150	1.000	0.816	0.992	0.812
45	30	150	50	1.000	2.820	0.992	2.823
45	30	150	100	1.000	0.816	0.992	0.817
45	30	150	150	1.000	0.359	0.992	0.356
45	60	50	50	1.000	1.077	0.996	1.071
45	60	50	100	1.000	2.199	0.996	2.200
45	60	50	150	1.000	2.820	0.996	2.820
45	60	100	50	1.000	2.199	0.996	2.186
45	60	100	100	1.000	0.538	0.996	0.536
45	60	100	150	1.000	0.816	0.996	0.817
45	60	150	50	1.000	2.820	0.996	2.807
45	60	150	100	1.000	0.816	0.996	0.810
45	60	150	150	1.000	0.359	0.996	0.357
45	90	50	50	1.000	3.157	1.000	3.148
45	90	50	100	1.000	3.040	1.000	3.043
45	90	50	150	1.000	3.299	1.000	3.302
45	90	100	50	1.000	3.040	1.000	3.014

se nadaljuje ...

... nadaljevanje Preglednice 4

v_A^B [°]	v_A^C [°]	d_{AB} [m]	d_{AC} [m]	Iz variančno-kovariančne matrice		Simulirane vrednosti	
				σ_d [mm]	σ_α ["]	σ_d [mm]	σ_α ["]
45	90	100	100	1.000	1.579	1.000	1.574
45	90	100	150	1.000	1.461	1.000	1.462
45	90	150	50	1.000	3.299	1.000	3.271
45	90	150	100	1.000	1.461	1.000	1.451
45	90	150	150	1.000	1.052	1.000	1.049
45	120	50	50	1.000	5.023	1.001	5.019
45	120	50	100	1.000	4.107	1.001	4.112
45	120	50	150	1.000	3.997	1.001	4.000
45	120	100	50	1.000	4.107	1.001	4.089
45	120	100	100	1.000	2.511	1.001	2.510
45	120	100	150	1.000	2.163	1.001	2.164
45	120	150	50	1.000	3.997	1.001	3.973
45	120	150	100	1.000	2.163	1.001	2.156
45	120	150	150	1.000	1.674	1.001	1.673
45	150	50	50	1.000	6.546	0.997	6.551
45	150	50	100	1.000	5.067	0.997	5.073
45	150	50	150	1.000	4.674	0.997	4.678
45	150	100	50	1.000	5.067	0.997	5.064
45	150	100	100	1.000	3.273	0.997	3.275
45	150	100	150	1.000	2.759	0.997	2.762
45	150	150	50	1.000	4.674	0.997	4.667
45	150	150	100	1.000	2.759	0.997	2.760
45	150	150	150	1.000	2.182	0.997	2.184
45	180	50	50	1.000	7.623	0.992	7.631
45	180	50	100	1.000	5.771	0.992	5.775
45	180	50	150	1.000	5.190	0.992	5.191
45	180	100	50	1.000	5.771	0.992	5.778
45	180	100	100	1.000	3.811	0.992	3.815
45	180	100	150	1.000	3.187	0.992	3.190
45	180	150	50	1.000	5.190	0.992	5.195
45	180	150	100	1.000	3.187	0.992	3.191
45	180	150	150	1.000	2.541	0.992	2.544
45	210	50	50	1.000	8.180	0.992	8.180
45	210	50	100	1.000	6.141	0.992	6.139
45	210	50	150	1.000	5.465	0.992	5.463
45	210	100	50	1.000	6.141	0.992	6.143
45	210	100	100	1.000	4.090	0.992	4.090
45	210	100	150	1.000	3.410	0.992	3.409
45	210	150	50	1.000	5.465	0.992	5.467
45	210	150	100	1.000	3.410	0.992	3.410

se nadaljuje ...

... nadaljevanje Preglednice 4

v_A^B [°]	v_A^C [°]	d_{AB} [m]	d_{AC} [m]	Iz variančno-kovariančne matrike		Simulirane vrednosti	
				σ_d [mm]	σ_α ["]	σ_d [mm]	σ_α ["]
45	210	150	150	1.000	2.727	0.992	2.727
45	240	50	50	1.000	8.180	0.996	8.164
45	240	50	100	1.000	6.141	0.996	6.131
45	240	50	150	1.000	5.465	0.996	5.457
45	240	100	50	1.000	6.141	0.996	6.126
45	240	100	100	1.000	4.090	0.996	4.082
45	240	100	150	1.000	3.410	0.996	3.403
45	240	150	50	1.000	5.465	0.996	5.451
45	240	150	100	1.000	3.410	0.996	3.402
45	240	150	150	1.000	2.727	0.996	2.721
45	270	50	50	1.000	7.623	1.000	7.588
45	270	50	100	1.000	5.771	1.000	5.753
45	270	50	150	1.000	5.190	1.000	5.176
45	270	100	50	1.000	5.771	1.000	5.738
45	270	100	100	1.000	3.811	1.000	3.794
45	270	100	150	1.000	3.187	1.000	3.175
45	270	150	50	1.000	5.190	1.000	5.156
45	270	150	100	1.000	3.187	1.000	3.170
45	270	150	150	1.000	2.541	1.000	2.529
45	300	50	50	1.000	6.546	1.001	6.501
45	300	50	100	1.000	5.067	1.001	5.044
45	300	50	150	1.000	4.674	1.001	4.658
45	300	100	50	1.000	5.067	1.001	5.025
45	300	100	100	1.000	3.273	1.001	3.250
45	300	100	150	1.000	2.759	1.001	2.744
45	300	150	50	1.000	4.674	1.001	4.634
45	300	150	100	1.000	2.759	1.001	2.738
45	300	150	150	1.000	2.182	1.001	2.167
45	330	50	50	1.000	5.023	0.997	4.981
45	330	50	100	1.000	4.107	0.997	4.084
45	330	50	150	1.000	3.997	0.997	3.981
45	330	100	50	1.000	4.107	0.997	4.074
45	330	100	100	1.000	2.511	0.997	2.490
45	330	100	150	1.000	2.163	0.997	2.148
45	330	150	50	1.000	3.997	0.997	3.968
45	330	150	100	1.000	2.163	0.997	2.144
45	330	150	150	1.000	1.674	0.997	1.660
45	360	50	50	1.000	3.157	0.992	3.130
45	360	50	100	1.000	3.040	0.992	3.023
45	360	50	150	1.000	3.299	0.992	3.288

se nadaljuje ...

... nadaljevanje Preglednice 4

v_A^B [°]	v_A^C [°]	d_{AB} [m]	d_{AC} [m]	Iz variančno-kovariančne matrike		Simulirane vrednosti	
				σ_d [mm]	σ_α ["]	σ_d [mm]	σ_α ["]
45	360	100	50	1.000	3.040	0.992	3.027
45	360	100	100	1.000	1.579	0.992	1.565
45	360	100	150	1.000	1.461	0.992	1.450
45	360	150	50	1.000	3.299	0.992	3.293
45	360	150	100	1.000	1.461	0.992	1.452
45	360	150	150	1.000	1.052	0.992	1.043

Priloga E

Preglednica 5: Natančnosti položaja točke C in elementi standardne elipse pogreškov zaradi pogreška na stojišču za $\sigma_{y_A}^2 = \sigma_{x_A}^2 = 1 \text{ mm}^2$, $\sigma_{yx_A} = 0 \text{ mm}^2$ pri različnih kotih in dolžinah med točkama A (stojišče) in C (točka, katere položaj merimo) ter pri različnih dolžinah do točke B , smerni kot v_A^B znaša v vseh primerih 45°

Table 5: Location precision of control point C and elements of standard error ellipse due to error in the orientation point B for $\sigma_{y_B}^2 = \sigma_{x_B}^2 = 1 \text{ mm}^2$, $\sigma_{yx_B} = 0 \text{ mm}^2$ at different angles and distances between points A (stand point) and C (control point) at different distances to point B ; direction v_A^B is in all cases 45°

				Iz variančno-kovariančne matrike			Simulirani podatki		Elementi elipse pogreškov iz variančno-kovariančne matrike		
v_A^B [°]	v_A^C [°]	d_{AB} [m]	d_{AC} [m]	σ_{xy_C} [mm ²]	σ_{y_C} [mm]	σ_{x_C} [mm]	σ_{y_C} [mm]	σ_{x_C} [mm]	a [mm]	b [mm]	θ [°]
45	0	50	50	0.707	0.765	1.000	0.759	0.992	1.237	0.237	53.162
45	0	50	100	1.414	1.474	1.000	1.465	0.992	1.765	0.235	33.750
45	0	50	150	2.121	2.399	1.000	2.391	0.992	2.562	0.438	20.863
45	0	100	50	0.354	0.737	1.000	0.734	0.992	1.092	0.592	61.440
45	0	100	100	0.707	0.765	1.000	0.759	0.992	1.237	0.237	53.162
45	0	100	150	1.061	1.062	1.000	1.055	0.992	1.458	0.042	43.264
45	0	150	50	0.236	0.800	1.000	0.798	0.992	1.057	0.723	63.695
45	0	150	100	0.471	0.708	1.000	0.704	0.992	1.133	0.466	58.930
45	0	150	150	0.707	0.765	1.000	0.759	0.992	1.237	0.237	53.162
45	30	50	50	0.533	0.725	0.737	0.719	0.731	1.033	0.033	45.474
45	30	50	100	0.200	1.245	0.765	1.237	0.763	1.261	0.739	11.250
45	30	50	150	-0.999	2.019	1.062	2.010	1.063	2.093	0.907	162.928
45	30	100	50	0.375	0.758	0.842	0.756	0.835	1.011	0.511	50.062
45	30	100	100	0.533	0.725	0.737	0.719	0.731	1.033	0.033	45.474
45	30	100	150	0.475	0.922	0.708	0.915	0.704	1.087	0.413	34.919
45	30	150	50	0.274	0.822	0.890	0.820	0.883	1.007	0.673	51.028
45	30	150	100	0.452	0.719	0.800	0.715	0.793	1.017	0.35	48.874
45	30	150	150	0.533	0.725	0.737	0.719	0.731	1.033	0.033	45.474
45	60	50	50	0.533	0.737	0.725	0.734	0.721	1.033	0.033	44.526
45	60	50	100	0.200	0.765	1.245	0.759	1.246	1.261	0.739	78.750
45	60	50	150	-0.999	1.062	2.019	1.055	2.021	2.093	0.907	107.072
45	60	100	50	0.375	0.842	0.758	0.841	0.752	1.011	0.511	39.938
45	60	100	100	0.533	0.737	0.725	0.734	0.721	1.033	0.033	44.526
45	60	100	150	0.475	0.708	0.922	0.703	0.922	1.087	0.413	55.081
45	60	150	50	0.274	0.890	0.822	0.889	0.815	1.007	0.673	38.972
45	60	150	100	0.452	0.800	0.719	0.798	0.713	1.017	0.350	41.126
45	60	150	150	0.533	0.737	0.725	0.734	0.721	1.033	0.033	44.526
45	90	50	50	0.707	1.000	0.765	1.000	0.763	1.237	0.237	36.838
45	90	50	100	1.414	1.000	1.474	1.000	1.475	1.765	0.235	56.250
45	90	50	150	2.121	1.000	2.399	1.000	2.401	2.562	0.438	69.137

se nadaljuje ...

... nadaljevanje Preglednice 5

v_A^B [°]	v_A^C [°]	d_{AB} [m]	d_{AC} [m]	Iz variančno-kovariančne matrice			Simulirani podatki		Elementi elipse pogreškov iz variančno-kovariančne matrice		
				σ_{xy_C} [mm ²]	σ_{y_C} [mm]	σ_{x_C} [mm]	σ_{y_C} [mm]	σ_{x_C} [mm]	a [mm]	b [mm]	θ [°]
45	90	100	50	0.354	1.000	0.737	1.000	0.731	1.092	0.592	28.560
45	90	100	100	0.707	1.000	0.765	1.000	0.763	1.237	0.237	36.838
45	90	100	150	1.061	1.000	1.062	1.000	1.063	1.458	0.042	46.736
45	90	150	50	0.236	1.000	0.800	1.000	0.793	1.057	0.723	26.305
45	90	150	100	0.471	1.000	0.708	1.000	0.703	1.133	0.466	31.070
45	90	150	150	0.707	1.000	0.765	1.000	0.763	1.237	0.237	36.838
45	120	50	50	0.692	1.399	0.725	1.401	0.721	1.496	0.496	22.010
45	120	50	100	2.250	1.848	1.245	1.85	1.246	2.218	0.218	33.750
45	120	50	150	4.674	2.318	2.019	2.320	2.021	3.073	0.073	41.054
45	120	100	50	0.238	1.190	0.758	1.191	0.752	1.216	0.716	14.738
45	120	100	100	0.692	1.399	0.725	1.401	0.721	1.496	0.496	22.010
45	120	100	150	1.363	1.620	0.922	1.621	0.922	1.834	0.334	28.477
45	120	150	50	0.134	1.124	0.822	1.125	0.815	1.137	0.804	12.275
45	120	150	100	0.365	1.258	0.719	1.259	0.713	1.302	0.635	17.206
45	120	150	150	0.692	1.399	0.725	1.401	0.721	1.496	0.496	22.010
45	150	50	50	0.174	1.725	0.737	1.727	0.731	1.728	0.728	4.0760
45	150	50	100	1.214	2.540	0.765	2.542	0.763	2.587	0.587	11.250
45	150	50	150	3.121	3.380	1.062	3.382	1.063	3.507	0.507	15.612
45	150	100	50	-0.021	1.342	0.842	1.343	0.835	1.342	0.842	178.889
45	150	100	100	0.174	1.725	0.737	1.727	0.731	1.728	0.728	4.0760
45	150	100	150	0.586	2.127	0.708	2.129	0.704	2.147	0.647	8.122
45	150	150	50	-0.038	1.221	0.89	1.222	0.883	1.222	0.889	176.887
45	150	150	100	0.020	1.466	0.800	1.468	0.793	1.466	0.800	0.755
45	150	150	150	0.174	1.725	0.737	1.727	0.731	1.728	0.728	4.076
45	180	50	50	-0.707	1.848	1.000	1.85	0.992	1.899	0.899	164.819
45	180	50	100	-1.414	2.798	1.000	2.800	0.992	2.848	0.848	168.75
45	180	50	150	-2.121	3.774	1.000	3.775	0.992	3.818	0.818	171.118
45	180	100	50	-0.354	1.399	1.000	1.401	0.992	1.440	0.940	161.772
45	180	100	100	-0.707	1.848	1.000	1.850	0.992	1.899	0.899	164.819
45	180	100	150	-1.061	2.318	1.000	2.320	0.992	2.370	0.870	167.057
45	180	150	50	-0.236	1.258	1.000	1.259	0.992	1.291	0.957	160.509
45	180	150	100	-0.471	1.545	1.000	1.547	0.992	1.591	0.925	162.900
45	180	150	150	-0.707	1.848	1.000	1.850	0.992	1.899	0.899	164.819
45	210	50	50	-1.399	1.725	1.399	1.727	1.391	1.989	0.989	144.994
45	210	50	100	-3.664	2.540	1.848	2.542	1.839	2.983	0.983	146.25
45	210	50	150	-6.795	3.38	2.318	3.382	2.309	3.979	0.979	147.004
45	210	100	50	-0.591	1.342	1.19	1.343	1.182	1.493	0.993	143.992
45	210	100	100	-1.399	1.725	1.399	1.727	1.391	1.989	0.989	144.994
45	210	100	150	-2.423	2.127	1.62	2.129	1.611	2.485	0.985	145.711

se nadaljuje ...

... nadaljevanje Preglednice 5

v_A^B [°]	v_A^C [°]	d_{AB} [m]	d_{AC} [m]	Iz variančno-kovariančne matrice			Simulirani podatki		Elementi elipse pogreškov iz variančno-kovariančne matrice		
				σ_{xyC} [mm ²]	σ_{yC} [mm]	σ_{xC} [mm]	σ_{yC} [mm]	σ_{xC} [mm]	a [mm]	b [mm]	θ [°]
45	210	150	50	-0.370	1.221	1.124	1.222	1.116	1.328	0.995	143.564
45	210	150	100	-0.836	1.466	1.258	1.468	1.25	1.658	0.991	144.367
45	210	150	150	-1.399	1.725	1.399	1.727	1.391	1.989	0.989	144.994
45	240	50	50	-1.399	1.399	1.725	1.401	1.716	1.989	0.989	125.006
45	240	50	100	-3.664	1.848	2.540	1.850	2.531	2.983	0.983	123.75
45	240	50	150	-6.795	2.318	3.380	2.320	3.371	3.979	0.979	122.996
45	240	100	50	-0.591	1.190	1.342	1.191	1.334	1.493	0.993	126.008
45	240	100	100	-1.399	1.399	1.725	1.401	1.716	1.989	0.989	125.006
45	240	100	150	-2.423	1.620	2.127	1.621	2.119	2.485	0.985	124.289
45	240	150	50	-0.370	1.124	1.221	1.125	1.213	1.328	0.995	126.436
45	240	150	100	-0.836	1.258	1.466	1.259	1.458	1.658	0.991	125.633
45	240	150	150	-1.399	1.399	1.725	1.401	1.716	1.989	0.989	125.006
45	270	50	50	-0.707	1.000	1.848	1.000	1.839	1.899	0.899	105.181
45	270	50	100	-1.414	1.000	2.798	1.000	2.789	2.848	0.848	101.250
45	270	50	150	-2.121	1.000	3.774	1.000	3.764	3.818	0.818	98.882
45	270	100	50	-0.354	1.000	1.399	1.000	1.391	1.440	0.940	108.228
45	270	100	100	-0.707	1.000	1.848	1.000	1.839	1.899	0.899	105.181
45	270	100	150	-1.061	1.000	2.318	1.000	2.309	2.370	0.870	102.943
45	270	150	50	-0.236	1.000	1.258	1.000	1.250	1.291	0.957	109.491
45	270	150	100	-0.471	1.000	1.545	1.000	1.537	1.591	0.925	107.100
45	270	150	150	-0.707	1.000	1.848	1.000	1.839	1.899	0.899	105.181
45	300	50	50	0.174	0.737	1.725	0.734	1.716	1.728	0.728	85.924
45	300	50	100	1.214	0.765	2.54	0.759	2.531	2.587	0.587	78.750
45	300	50	150	3.121	1.062	3.38	1.055	3.371	3.507	0.507	74.388
45	300	100	50	-0.021	0.842	1.342	0.841	1.334	1.342	0.842	91.111
45	300	100	100	0.174	0.737	1.725	0.734	1.716	1.728	0.728	85.924
45	300	100	150	0.586	0.708	2.127	0.703	2.119	2.147	0.647	81.878
45	300	150	50	-0.038	0.890	1.221	0.889	1.213	1.222	0.889	93.113
45	300	150	100	0.020	0.800	1.466	0.798	1.458	1.466	0.800	89.245
45	300	150	150	0.174	0.737	1.725	0.734	1.716	1.728	0.728	85.924
45	330	50	50	0.692	0.725	1.399	0.719	1.391	1.496	0.496	67.990
45	330	50	100	2.250	1.245	1.848	1.237	1.839	2.218	0.218	56.250
45	330	50	150	4.674	2.019	2.318	2.010	2.309	3.073	0.073	48.946
45	330	100	50	0.238	0.758	1.190	0.756	1.182	1.216	0.716	75.262
45	330	100	100	0.692	0.725	1.399	0.719	1.391	1.496	0.496	67.990
45	330	100	150	1.363	0.922	1.620	0.915	1.611	1.834	0.334	61.523
45	330	150	50	0.134	0.822	1.124	0.820	1.116	1.137	0.804	77.725
45	330	150	100	0.365	0.719	1.258	0.715	1.25	1.302	0.635	72.794
45	330	150	150	0.692	0.725	1.399	0.719	1.391	1.496	0.496	67.990

se nadaljuje ...

... nadaljevanje Preglednice 5

v_A^B [°]	v_A^C [°]	d_{AB} [m]	d_{AC} [m]	Iz variančno-kovariančne matrike			Simulirani podatki		Elementi elipse pogreškov iz variančno-kovariančne matrike		
				σ_{xy_C} [mm ²]	σ_{y_C} [mm]	σ_{x_C} [mm]	σ_{y_C} [mm]	σ_{x_C} [mm]	a [mm]	b [mm]	θ [°]
45	360	50	50	0.707	0.765	1.000	0.759	0.992	1.237	0.237	53.162
45	360	50	100	1.414	1.474	1.000	1.465	0.992	1.765	0.235	33.750
45	360	50	150	2.121	2.399	1.000	2.391	0.992	2.562	0.438	20.863
45	360	100	50	0.354	0.737	1.000	0.734	0.992	1.092	0.592	61.440
45	360	100	100	0.707	0.765	1.000	0.759	0.992	1.237	0.237	53.162
45	360	100	150	1.061	1.062	1.000	1.055	0.992	1.458	0.042	43.264
45	360	150	50	0.236	0.800	1.000	0.798	0.992	1.057	0.723	63.695
45	360	150	100	0.471	0.708	1.000	0.704	0.992	1.133	0.466	58.930
45	360	150	150	0.707	0.765	1.000	0.759	0.992	1.237	0.237	53.162