

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta
za gradbeništvo
in geodezijo



Jamova cesta 2
1000 Ljubljana, Slovenija
<http://www3.fgg.uni-lj.si/>

DRUGG – Digitalni repozitorij UL FGG
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

To je izvirna različica zaključnega dela.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujete na bibliografske podatke, kot je navedeno:

Jenič, M., 2014. Izračun koordinat stojišča v detajlni izmeri: prosto stojišče z izravnavo ali Helmertovo transformacijo. Diplomaska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. (mentor Kuhar, M., somentorica Pavlovčič Prešeren, P.): 20 str.

Datum arhiviranja:02-10-2014

University
of Ljubljana

Faculty of
Civil and Geodetic
Engineering



Jamova cesta 2
SI – 1000 Ljubljana, Slovenia
<http://www3.fgg.uni-lj.si/en/>

DRUGG – The Digital Repository
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

This is original version of final thesis.

When citing, please refer to the publisher's bibliographic information as follows:

Jenič, M., 2014. Izračun koordinat stojišča v detajlni izmeri: prosto stojišče z izravnavo ali Helmertovo transformacijo. B.Sc. Thesis. Ljubljana, University of Ljubljana, Faculty of civil and geodetic engineering. (supervisor Kuhar, M., co-supervisor Pavlovčič Prešeren, P.): 20 pp.

Archiving Date: 02-10-2014

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta za
*gradbeništvo in
geodezijo*



Jamova 2
1000 Ljubljana, Slovenija
telefon (01) 47 68 500
faks (01) 42 50 681
fgg@fgg.uni-lj.si

UNIVERZITETNI ŠTUDIJSKI
PROGRAM PRVE STOPNJE
GEODEZIJA IN
GEOINFORMATIKA

Kandidat:

MATEJ JENIČ

**IZRAČUN KOORDINAT STOJIŠČA V DETAJLNI
IZMERI: PROSTO STOJIŠČE Z IZRAVNAVO ALI
HELMERTOVO TRANSFORMACIJO**

Diplomska naloga št.: 76/GIG

**STATION COORDINATES DETERMINATION IN
DETAILED SURVEYING: FREE STATION WITH
ADJUSTMENT OR HELMERT TRANSFORMATION**

Graduation thesis No.: 76/GIG

Mentor:

doc. dr. Miran Kuhar

Predsednik komisije:

prof. dr. Bojan Stopar

Somentorica:

doc. dr. Polona Pavlovčič Prešeren

Ljubljana, 25. 09. 2014

STRAN ZA POPRAVKE, ERRATA

Stran z napako

Vrstica z napako

Namesto

Naj bo

IZJAVE

Podpisani Matej Jenič izjavljam, da sem avtor diplomskega dela z naslovom »Izračun koordinat stojišča v detajlni izmeri: prosto stojišče z izravnavo ali Helmertovo transformacijo«.

Izjavljam, da je elektronska različica v vsem enaka tiskani različici.

Izjavljam, da dovoljujem objavo elektronske različice v digitalnem repozitoriju.

Ljubljana 11. 9. 2014

Matej Jenič

BIBLIOGRAFSKO – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

- UDK:** 528.1+528.3(043.2)
- Avtor:** Matej Jenič
- Mentor:** doc. dr. Miran Kuhar
- Somentorica:** doc. dr. Polona Pavlovčič Prešeren
- Naslov:** Izračun koordinat stojišča v detajlni izmeri: prosto stojišče z izravnavo ali Helmertovo transformacijo
- Tip dokumenta:** diplomska naloga – univerzitetni študij
- Obseg in oprema:** 20 str., 6 pregl., 6 sl., 46 en.
- Ključne besede:** prosto stojišče, Helmertova transformacija, izravnava

Izveček

Tema diplomske naloge je primerjava določitve koordinat stojišča v detajlni izmeri z metodo prostega stojišča na dva načina, in sicer z uporabo Helmertove transformacije ter izravnave. V delu je opisana metoda prostega stojišča, določitev koordinat stojišča z merjenjem na dve dani točki, Helmertova transformacija in posredna izravnava. V praktičnem delu je predstavljen postopek preizkusa, uporabljen instrumentarij ter primerjava rezultatov.

BIBLIOGRAPHIC – DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRACT

UDC: 528.1+528.3(043.2)

Author: Matej Jenič

Supervisor: Assist. Prof. Miran Kuhar, Ph. D.

Co-advisor: Assist. Prof. Polona Pavlovčič Prešeren, Ph. D.

Title: Station Coordinates Determination in Detailed Surveying: Free Station with Adjustment or Helmert Transformation

Document type: Graduation Thesis – University studies

Notes: 20p., 6 tab., 6 fig., 46 eq.

Key words: Free station, Helmert transformation, adjustment

Abstract

The theme of the thesis is to compare station coordinates determined with Free station method using Helmert transformation or adjustment. The paper discusses the Free station method, station coordinates determination using two known points, Helmert transformation, and adjustment. In the practical part of the thesis the instruments used and the survey are described and the results are presented.

ZAHVALA

Za pomoč in nasvete se zahvaljujem mentorju doc. dr. Miranu Kuharju in asistentu Gašperju Štebetu ter vsem ostalim, ki so pomagali pri nastajanju diplomske naloge.

Posebna zahvala gre tudi mojim domačim in prijateljem, ki so me v vseh letih študija podpirali in spodbujali.

KAZALO VSEBINE

| | |
|--|-----------|
| IZJAVE | III |
| BIBLIOGRAFSKO – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK | IV |
| BIBLIOGRAPHIC – DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRACT | V |
| ZAHVALA | VI |
| UVOD | 1 |
| PROSTO STOJIŠČE | 2 |
| IZRAČUN PROSTEGA STOJIŠČA Z DVEMA NAVEZOVALNIMA TOČKAMA | 3 |
| HELMERTOVA TRANSFORMACIJA | 5 |
| Prosto stojišče z 2D Helmertovo transformacijo | 7 |
| PROSTO STOJIŠČE Z IZRAVNAVO | 9 |
| IZMERA PROSTEGA STOJIŠČA | 12 |
| Uporaba merske opreme | 13 |
| Določitev koordinat danih točk | 14 |
| Merjenje prostega stojišča | 15 |
| REZULTATI | 16 |
| ZAKLJUČEK | 19 |
| VIRI | 20 |

KAZALO SLIK

| | |
|--|----|
| Slika 1: Skica prostega stojišča z dvema danima točkama (Breznikar in Koler, 2009) | 10 |
| Slika 2: Skica Helmertove transformacije (Kuhar, 2014) | 12 |
| Slika 3: Območje izmere prostega stojišča | 19 |
| Slika 4: Tahimeter TS 30..... | 20 |
| Slika 5: Oblika mreže | 22 |
| Slika 6: Razlika koordinat stojišča med Helmertovo transformacijo in izravnavo | 25 |

KAZALO PREGLEDNIC

| | |
|---|----|
| Tabela 1: Tehnični podatki instrumenta Leica TS30 | 20 |
| Tabela 2: Koordinate danih točk | 21 |
| Tabela 3: Koordinate stojišča določena s 5 danimi točkami | 23 |
| Tabela 4: Koordinate stojišča določene s 4 točkami | 23 |
| Tabela 5: Koordinate stojišč določene s 3 točkami | 24 |
| Tabela 6: Koordinate stojišč določene s 3 točkami | 25 |

»Ta stran je namenoma prazna.«

UVOD

Prosto stojišče je metoda, ki se je razvila z razvojem elektronskih tahimetrov v sedemdesetih letih. V geodeziji se metoda prostega stojišča uporablja predvsem v katastrskih in detajlnih izmerah pa tudi v inženirski geodeziji. Večina sodobnih tahimetrov omogoča izračun koordinat stojišča z izravnavo ali pa s Helmertovo transformacijo. V diplomski nalogi sem primerjal rezultate določitve koordinat stojišča v detajlni izmeri z izravnavo terestričnih opazovanj ter rezultate koordinat stojišča določenih s Helmertovo transformacijo.

V prvem delu je opisana metoda prostega stojišča, določitev koordinat prostega stojišča, če merimo na dve dani točki, opisana je Helmertova transformacija v ravnini ter določitev koordinat stojišča s Helmertovo transformacijo in posredno izravnavo.

V drugem delu je opisan praktični del diplomske naloge. Predstavljeno je območje izmere, uporabljen instrumentarij ter metode izmere na terenu. Na koncu so predstavljeni rezultati obdelave meritev v programu LEICA Geo Office.

PROSTO STOJIŠČE

Prosto stojišče je metoda za določevanje koordinat stojišča instrumenta z merjenjem na točke z znanimi koordinatami. Za določitev koordinat je potrebno meriti horizontalne smeri, vertikalne kote in poševne razdalje k najmanj dvema ali več navezovalnim točkam. Ideja izhaja iz sedemdesetih let z razvojem elektronskih tahimetrov. Danes večina elektronskih tahimetrov podpira prosto izbiro stojišča z naslednjimi lastnostmi (Breznikar, Koler, 2009):

- samodejni izračun približnih koordinat;
- Helmertova transformacija (podobnostna transformacija);
- izračun standardnih odstopanj koordinat stojišča;
- izračun popravkov po metodi najmanjših kvadratov;
- trigonometrični prenos višin za določitev višin stojišč.

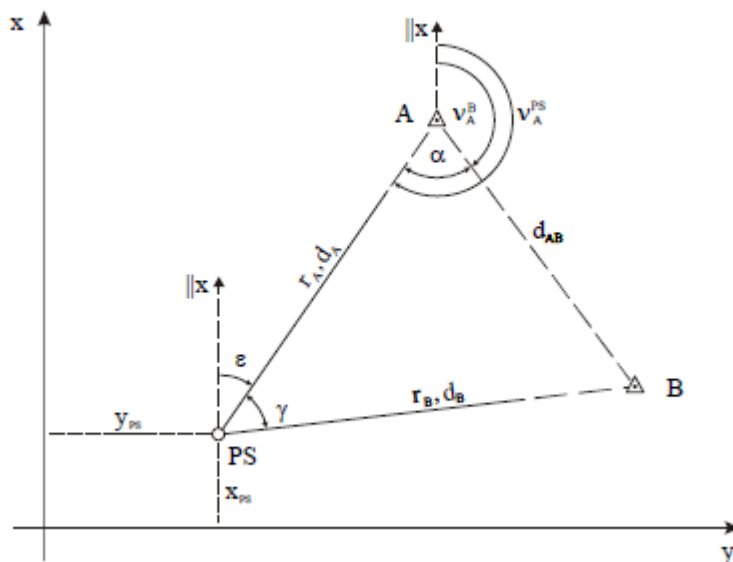
Metoda ima dve prednosti pred ostalimi metodami:

- Stojišče lahko izberemo kjerkoli, kar pomeni, da nam za stojišče ni potrebno izbrati poligonske ali druge obstoječe točke z znanimi koordinatami. Potrebna je samo vidljivost na njih.
- Pri metodi prostega stojišča ne nastopa pogrešek centriranja, ker prosto izberemo stojišče.

Za matematično obdelavo se ponujajo 3 zasnove (Breznikar, Koler, 2009):

- izračun koordinat stojišča iz polarnih meritev k dvema navezovalnima točkama z nadštevilnostjo enega kota oziroma smeri;
- izračun koordinat stojišča iz polarnih meritev s pomočjo Helmertove transformacije;
- izračun koordinat stojišča iz polarnih meritev z izravnavo smeri in razdalj.

IZRAČUN PROSTEGA STOJIŠČA Z DVEMA NAVEZOVALNIMA TOČKAMA



Slika 1: Skica prostega stojišča z dvema danima točkama (Breznikar in Koler, 2009)

Skico prostega stojišča prikazuje slika 1, kjer je stojišče instrumenta označeno s točko PS, meritve pa se izvajajo na dani točki A in B. Postopek izračuna sta v svojem priročniku opisala Breznikar in Koler (2009).

- Dano: koordinate točke A in B
- Merjeno: smeri (r_A , r_B) in dolžini (d_A , d_B) k navezovalnim točkama
- Iščemo: koordinate točke PS

Najprej izračunamo razdaljo in smerni kot med obema znanima točkama iz njunih koordinat:

$$d_{AB}^* = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$v_A^B = \arctan \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Sledi izračun razdalje d_{AB} in kota γ iz polarnih meritev:

$$\gamma = r_B - r_A$$

$$d_{AB} = \sqrt{d_A^2 + d_B^2 - 2d_A d_B \cdot \cos \gamma}$$

Nato se izvede izravnava izmerjenih dolžin d_{Aizm} in d_{Bizm} glede na merilo mreže s faktorjem merila m :

$$m = \frac{d_{AB}^*}{d_{AB}}$$

$$d_A = m \cdot d_{Aizm}$$

$$d_B = m \cdot d_{Bizm}$$

Kot α se izračuna:

$$\frac{d_{AB}}{\sin\gamma} = \frac{d_B}{\sin\alpha} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{d_B}{d_{AB}} \cdot \sin\gamma$$

$$d_B^2 = d_{AB}^2 + d_A^2 - 2 \cdot d_{AB} \cdot d_A \cdot \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{d_{AB}^2 + d_A^2 - d_B^2}{2 \cdot d_{AB} \cdot d_A}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right) = \arctan\left(\frac{\frac{d_B}{d_{AB}} \cdot \sin\gamma}{\frac{d_{AB}^2 + d_A^2 - d_B^2}{2 \cdot d_{AB} \cdot d_A}}\right) = \arctan\left(\frac{2 \cdot d_A \cdot d_B \cdot \sin\gamma}{d_{AB}^2 + d_A^2 - d_B^2}\right)$$

Koordinate prostega stojišča se izračunajo:

$$v_A^{PS} = v_A^B + \alpha$$

$$x_{PS} = x_A + m \cdot d_A \cdot \cos v_A^{PS}$$

$$y_{PS} = y_A + m \cdot d_A \cdot \sin v_A^{PS}$$

Koordinate stojišča se lahko izračunajo tudi s pomočjo polarnega priklepa na točko B:

$$\frac{d_{AB}}{\sin\gamma} = \frac{d_A}{\sin\beta} \Rightarrow \sin\beta = \frac{d_A}{d_{AB}} \cdot \sin\gamma$$

$$d_A^2 = d_{AB}^2 + d_B^2 - 2 \cdot d_{AB} \cdot d_B \cdot \cos\beta \Rightarrow \cos\beta = \frac{d_{AB}^2 + d_B^2 - d_A^2}{2 \cdot d_{AB} \cdot d_B}$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{\sin\beta}{\cos\beta}\right) = \arctan\left(\frac{\frac{d_A}{d_{AB}} \cdot \sin\gamma}{\frac{d_{AB}^2 + d_B^2 - d_A^2}{2 \cdot d_{AB} \cdot d_B}}\right) = \arctan\left(\frac{2 \cdot d_A \cdot d_B \cdot \sin\gamma}{d_{AB}^2 + d_B^2 - d_A^2}\right)$$

$$v_B^{PS} = v_A^B - \beta \pm 180^\circ$$

$$x_{PS} = x_B + m \cdot d_B \cdot \cos v_B^{PS}$$

$$y_{PS} = y_B + m \cdot d_B \cdot \sin v_B^{PS}$$

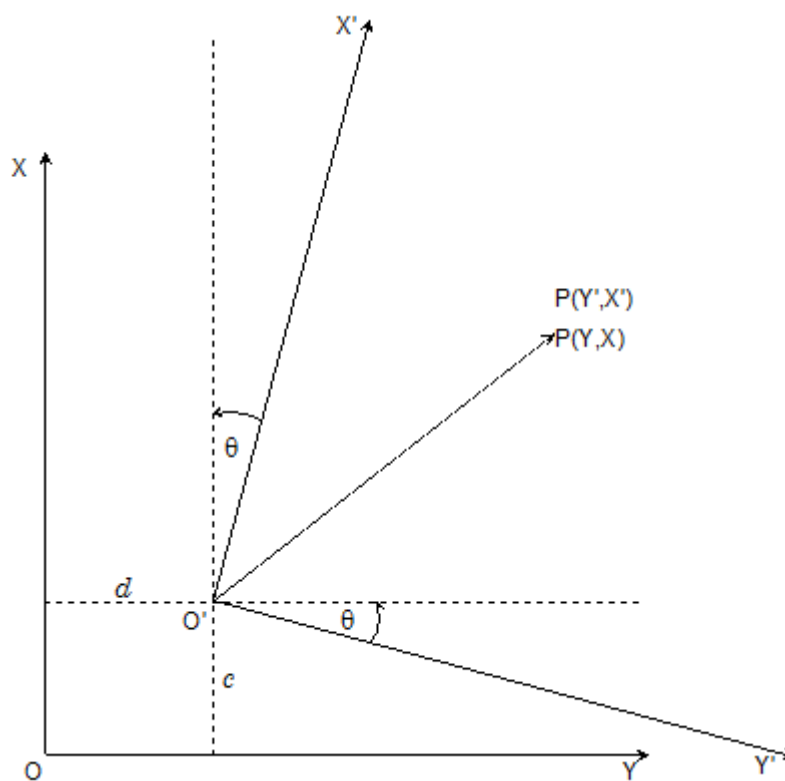
Če merimo k več kot dvema danima točkama, sledi postopek izravnave ali določitev stojišča s Helmertovo transformacijo.

HELMERTOVA TRANSFORMACIJA

Helmertova transformacija je podobnostna transformacija za pretvorbo koordinat med različnimi koordinatnimi sistemi (slika 2). Opisal jo je tudi Kuhar (2014). V ravnini je določena s štirimi transformacijskimi parametri:

- dva premika koordinatnega izhodišča (c , d);
- kot zasuka koordinatnih osi (θ);
- sprememba merila (m).

Parametre določimo s pomočjo identičnih točk, to so točke, ki imajo znane koordinate v obeh koordinatnih sistemih. Parametre nato uporabimo pri transformaciji novih točk v končni koordinatni sistem.



Slika 2: Skica Helmertove transformacije (Kuhar, 2014)

Transformacija v ravnini se z enačbami zapiše v obliki:

$$x = mx' \cos\theta - my' \sin\theta + c$$

$$y = mx' \sin\theta + my' \cos\theta + d$$

V matrični obliki:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$$

Z uvedbo okrajšav:

$$a = m\cos\theta$$

$$b = m\sin\theta$$

Zgornji sistem dobi linearno obliko:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$$

Za lažje reševanje sistema linearnih enačb lahko zgornji sistem zapišemo:

$$x = ax' - by' + c$$

$$y = ay' + bx' + d$$

Merilo in rotacijo izračunamo:

$$m = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$$

Za izračun štirih transformacijskih parametrov je potrebno imeti dve skupni točki (Kuhar, 2014).

Helmertova transformacija v prostoru je določena s sedmimi transformacijskimi parametri (Kuhar, 2014):

- 3 translacije izhodišča koordinatnega sistema glede na drugega;
- 3 zasuki koordinatnega sistema glede na drugega;
- sprememba merila pri prehodu iz enega v drug koordinatni sistem.

Prosto stojišče z 2D Helmertovo transformacijo

Določitev prostega stojišča s Helmertovo transformacijo sta v svojem priročniku opisala Breznikar in Koler (2009). Meritve pri Helmertovi transformaciji se smatrajo, da so brez pogoškov. Koordinate navezovalnih točk gredo kot nekorelirana opazovanja v izračun in ocenijo se preostali popravki v transformacijskih točkah. Lokalni koordinatni sistem (x,y) je definiran s pomočjo prostega stojišča in poljubne ničelne smeri delilnega kroga, pri čemer je potrebno iz prostega stojišča k najmanj trem transformacijskim točkam izmeriti smer in dolžino.

Po meritvah smeri in dolžin se izračunajo koordinate v prosto izbranem koordinatnem sistemu (x',y') , pri čemer se poljubno izberejo koordinate stojišča, kar pomeni, da se lahko stojišče postavi v izhodišče koordinatnega sistema in je $x_{PS}' = 0$ m in $y_{PS}' = 0$ m. Koordinate navezovalnih točk se tako izračunajo:

$$x'_i = d_i \cdot \cos r_i$$

$$y'_i = d_i \cdot \sin r_i$$

2D Helmertova transformacija se poenostavi v primeru, ko izhodišče koordinatnega sistema leži v težišču (x_T, y_T) navezovalnih točk

$$x_T = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$y_T = \frac{\sum y_i}{n}$$

in analogno za lokalni koordinatni sistem, kjer je težišče navezovalnih točk (x'_T, y'_T)

$$x'_T = \frac{\sum x'_i}{n}$$

$$y'_T = \frac{\sum y'_i}{n}$$

kjer je n število navezovalnih točk.

Helmertova transformacija določena s štirimi transformacijskimi parametri:

- translacija v smeri x : Δx ;
- translacija v smeri y : Δy ;
- faktor merila m ;
- kot zasuka θ .

Faktor merila m in kot zasuka α lahko izračunamo s pomočjo parametrov a in b :

$$a = \frac{\sum_i [(x'_i - x'_T) \cdot (x_i - x_T)] + \sum_i [(y'_i - y'_T) \cdot (y_i - y_T)]}{\sum [(x'_i - x'_T)^2 + (y'_i - y'_T)^2]}$$
$$b = \frac{\sum_i [(x'_i - x'_T) \cdot (y_i - y_T)] + \sum_i [(y'_i - y'_T) \cdot (x_i - x_T)]}{\sum [(x'_i - x'_T)^2 + (y'_i - y'_T)^2]}$$

Vsota kvadratov transformacijskih parametrov mora biti blizu vrednosti 1.

$$a^2 + b^2 \cong 1$$

Faktor merila m je tako

$$m = \sqrt{a^2 + b^2}$$

in kot zasuka θ

$$\theta = \arctan \frac{b}{a}$$

Velikost popravkov (odstopanj) koordinat identičnih točk določa kvaliteto opravljene transformacije oziroma določitev koordinat stojišča, pri tem majhni popravki pomenijo dobro prileganje.

$$v_{x'_i} = x_T + a \cdot (x'_i - x'_T) - b \cdot (y'_i - y'_T) - x_i$$

$$v_{y'_i} = y_T + b \cdot (x'_i - x'_T) + a \cdot (y'_i - y'_T) - y_i$$

Koordinate točke zasuka se izračunajo:

$$x_o = x_T - a \cdot x'_T + b \cdot y'_T$$

$$y_o = y_T - b \cdot x'_T - a \cdot y'_T$$

Točka zasuka je enaka točki prostega stojišča.

$$x_{PS} = x_o$$

$$y_{PS} = y_o$$

Empirično standardno odstopanje enote uteži σ_0 z n transformacijskimi točkami se izračuna iz normalnih enačb kot sledi:

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{\sum (v_{x'_i})^2 + \sum (v_{y'_i})^2}{2 \cdot n - 4}}$$

Popravki so mera za kvaliteto transformacije in se uporabljajo za kontrolo in prepoznavanje grobih pogrškov.

PROSTO STOJIŠČE Z IZRAVNAVO

Za izravnavo je najprej potrebno definirati matematični model, ki ga sestavljata funkcionalni model in stohastični model. Funkcionalni model sestavimo pred začetkom meritev, z njim opišemo fizično situacijo in predstavlja povezave med količinami, ki nastopajo v izravnavi. Stohastični model pa predstavlja predpostavke o statističnih lastnostih spremenljivk vključenih v funkcijski model.

Za izravnavo velja, da je:

$$n - u = r > 0$$

kjer je:

n... število opazovanj,

u... število opazovanj potrebnih za enolično rešitev problema,

r... število nadštevilnih opazovanj.

Opisana bo posredna izravnavo.

Funkcijsko zvezo s katero povežemo merjene in iskane količine zapišemo:

$$\hat{l}_i = l_i + v_i = F_i(x, y \dots t)$$

$$i = 1, 2 \dots n$$

kjer je:

\hat{l}_i - izravnana vrednost merjene količine

v_i - popravek merjene količine l_i

$x, y \dots t$ - u število neznank.

Uvedemo približne vrednosti neznank:

$$x = x_0 + \Delta x$$

$$y = y_0 + \Delta y$$

...

$$t = t_0 + \Delta t$$

kjer so:

$x_0, y_0 \dots t_0$ - približne vrednosti neznank

$\Delta x, \Delta y \dots \Delta t$ - popravki približnih vrednosti neznank.

Če je funkcijska zveza nelinearna, jo je potrebno linearizirati z razvojem v Taylorjevo vrsto:

$$l_i + v_i = F_i(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y \dots t_0 + \Delta t) = F_i(x_0, y_0 \dots t_0) + \left(\frac{\partial F_i}{\partial x}\right)_0 \Delta x + \left(\frac{\partial F_i}{\partial y}\right)_0 \Delta y + \dots \left(\frac{\partial F_i}{\partial t}\right)_0 \Delta t$$

kjer so:

$\left(\frac{\partial F_i}{\partial x}\right)_0, \left(\frac{\partial F_i}{\partial y}\right)_0 \dots \left(\frac{\partial F_i}{\partial t}\right)_0$ - koeficienti enačb popravkov.

Odstopanje f se izračuna na naslednji način:

$$f_i = F_i(x_0, y_0 \dots t_0) - l_i = \text{približno} - \text{merjeno}$$

Enačbe popravkov zapišemo v matrični obliki:

$$v + B\Delta = f$$

kjer je:

v ... vektor popravkov opazovanj,

B ... matrika koeficientov neznank,

Δ ... vektor neznank,

f ... vektor odstopanj.

Pred izravnavo je potrebno definirati še stohastični model, določiti matriko uteži opazovanj, ki je diagonalna, če so opazovanja nekorelirana:

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & p_n \end{bmatrix}$$

Za rešitev problema izravnavo po metodi najmanjših kvadratov morajo popravki opazovanj izpolniti zahtevo minimalne vsote kvadratov:

$$v^T P v = \min.$$

V zgornjo enačbo vstavimo enačbe popravkov, jih odvajamo po neznankah in odvode izenačimo z 0 ter dobimo normalne enačbe v obliki:

$$(B^T P B) \Delta = B^T P f$$

katero lahko zapišemo kot:

$$N \Delta = t$$

kjer je

$$N = B^T P B$$

$$t = B^T P f$$

Rešitev problema posredne izravnave je:

$$\Delta = N^{-1} t$$

$$v = f - B \Delta$$

Vektor izravnanih opazovanj \hat{l} je:

$$\hat{l} = l + v$$

Natančnost ocene določitve neznank dobimo:

$$\Sigma_{\Delta\Delta} = \hat{\sigma}_0^2 Q_{\Delta\Delta}$$

kjer je

$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{v^T P v}{n-u}} \text{ referenčna standardna deviacija,}$$

$Q_{\Delta\Delta} = N^{-1}$ matrika kofaktorjev neznank (Stopar, 2011).

IZMERA PROSTEGA STOJIŠČA

Izmera prostega stojišča je potekala v Ljubljani, na parkirišču Avto sejma na Viču (slika 3). Za prosto stojišče potrebujemo vidne dane točke, zato smo pred meritvami vzpostavili 5 točk z GNSS metodo. Pri tem smo pazili, da so dane točke razporejene po celem horizontu, in da je vsaj ena dana točka bolj oddaljena od instrumenta, saj s tem izboljšamo kakovost določitve koordinat stojišča. Po postavitvi instrumenta je sledilo merjenje smeri in dolžin do danih točk po girusni metodi za izračun koordinat prostega stojišča.



Slika 3: Območje izmere prostega stojišča

Uporaba merske opreme

Za določanje koordinat danih točk smo uporabili kontroler Leica CS 15 in Leicino anteno GS15, za meritve smeri in razdalj do danih točk pa smo uporabili precizni elektronski tahimeter Leica TS30 (slika4).



Slika 4: Tahimeter TS 30

Tabela 1: Tehnični podatki instrumenta Leica TS30

| | |
|--|----------------|
| Merjenje kotov | |
| Natančnost merjenja kotov | 0.5" |
| Merjenje razdalj | |
| Doseg z reflektorjem | 3500 m |
| Doseg brez reflektorja | 1000 m |
| Natančnost z reflektorjem | 0.6 mm + 1 ppm |
| Natančnost brez reflektorja | 2 mm + 2 ppm |
| Hitrost vrtenja z motornimi pogoni | 180°/s |
| ATR | |
| Doseg na okrogli reflektor GPR1 | 1000 m |
| Kotna natančnost na okrogli reflektor GPR1 | 1" |
| Trajanje meritev ATR na GPR1 | 3-4 s |

<http://www.geoservis.si/novosti/42-leica-ts30>

Poleg tahimetra, GNSS sprejemnika in antene smo pri izmeri uporabili:

- 6 stativov,
- 5 podnožij,
- 5 reflektorjev,
- 3 optična grezila in
- 2 nosilca reflektorja.

Določitev koordinat danih točk

Pred izmero prostega stojišča je bilo potrebno določiti koordinate točk na katere smo kasneje izvajali meritve. Položaj smo določili 5 točkam: G1, G2, G3, G4, G5, tako da smo na vse točke postavili stative in jih horizontalirali. Centriranje ni bilo potrebno, ker točke niso bile stabilizirane temveč izbrane poljubno. Ker smo imeli samo eno anteno, smo morali izmeriti vsako točko posebej. Za izmero smo uporabili RTK (real time kinematic) metodo, na vsaki točki pa smo pridobili 10 opazovanj za določitev položaja točke.

RTK metoda spada v kinematično metodo izmere, pri kateri referenčni sprejemnik miruje na točki z znanim položajem, mobilni sprejemnik pa se premika v času izmere. Da dobimo položaj točke v realnem času, je potrebna ustrezna komunikacijska oprema za prenos podatkov opazovanj z referenčnega do mobilnega sprejemnika ter oprema za obdelavo podatkov opazovanj obeh sprejemnikov med izmero (Stopar, 2011).

Ker smo bili od referenčne postaje v Ljubljani oddaljeni več kot 5 kilometrov, smo se navezali na virtualno referenčno postajo (VRS). Mobilni sprejemnik posreduje svoj približni položaj v računski center, slednji pa interpolira diferencialne popravke iz omrežja za položaj VRS. Računski center generira opazovanja za položaj VRS in jih posreduje mobilnemu sprejemniku. Mobilni sprejemnik nato z uporabo VRS opazovanj ter svojih opazovanj določi svoj položaj glede na položaj VRS.

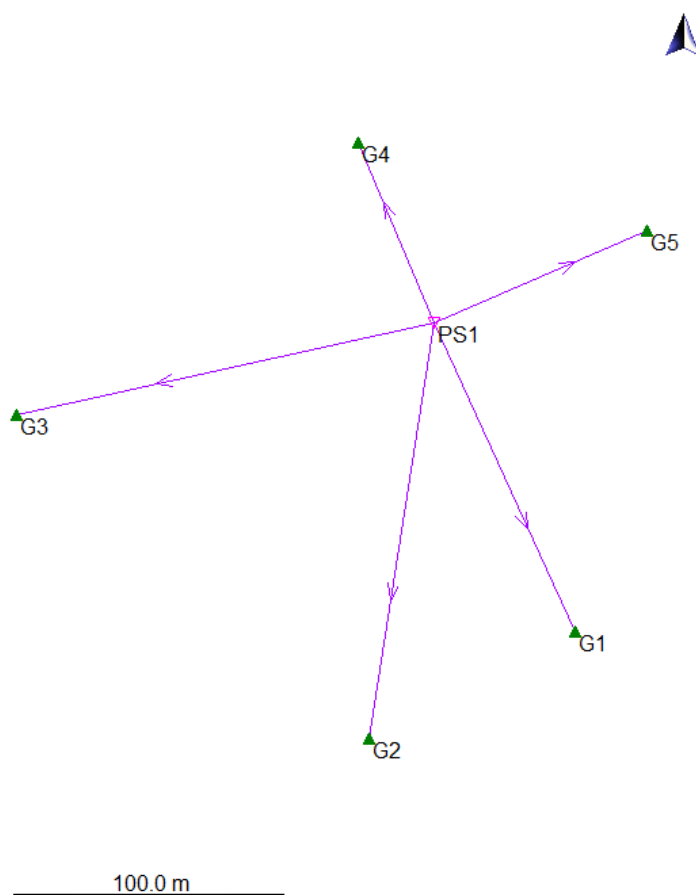
Tabela 2: Koordinate danih točk

| Točka | n (m) | e (m) | H (m) |
|-------|------------|-------------|----------|
| G1 | 98562.0156 | 459233.1292 | 350.425 |
| G2 | 98522.5279 | 459157.1673 | 350.0349 |
| G3 | 98642.0281 | 459027.7777 | 350.2044 |
| G4 | 98742.2679 | 459153.5263 | 349.5811 |
| G5 | 98709.7505 | 459259.3834 | 348.9101 |

Merjenje prostega stojišča

Po določitvi koordinat danih točk, smo na vse stativne namestili prizme ter postavili stativ z instrumentom. Uporabili smo precizni Leicin tahimeter TS30, ki omogoča avtomatsko prepoznavanje in viziranje tarče.

Pred začetkom merjenja smo v meniju Manage nastavili delovišče. Nato smo v zavihku Station setup za metodo določitve stojišča izbrali Resection. Vnesli smo ime našega stojišča PS1 ter nastavili delovišče iz katerega instrument jemlje koordinate danih točk. Ker instrument omogoča avtomatsko merjenje, smo se odločili, da bomo točke izmerili v 7 girusih. Iz menija znanih točk smo izbrali prvo točko G1 ter približno navizirali nanjo. Instrument je nato sam fino naviziral in shranil meritve. Pri merjenju preostalih 4 točk smo postopali po enakih korakih. S tem je bil zaključen prvi polgirus meritev prostega stojišča. Preostale meritve je instrument opravil avtomatsko. Oblika mreže in stojišče sta prikazana na spodnji skici (slika 5).



Slika 5: Oblika mreže

REZULTATI

Podatke smo obdelali v programu Leica Geo Office, ki omogoča različne metode za določitev stojišča in orientacije, med drugim tudi za primer, ko koordinate stojišča niso znane. Uporabili smo metodo Resection, ki izračuna koordinate stojišča z izravnavo po metodi najmanjših kvadratov in metodo Resection Helmert, ki izračuna koordinate stojišča s pomočjo Helmertove koordinatne transformacije. Koordinate stojišča smo izračunali z upoštevanjem petih danih točk, vseh kombinacij štirih in treh danih točk. Rezultati so prikazani v tabeli 3, 4 in 5.

Tabela 3: Koordinate stojišča določena s 5 danimi točkami

| Točke 1, 2, 3, 4, 5 | n(m) | e(m) | Sd. n(m) | Sd. e(m) |
|---------------------|------------|-------------|----------|----------|
| Izravnava | 98675.6885 | 459181.0830 | 0.0063 | 0.0066 |
| Helmertova trans. | 98675.6883 | 459181.0829 | 0.0102 | 0.0094 |
| Razlika | 0.0002 | 0.0001 | 0.0039 | 0.0028 |

Tabela 4: Koordinate stojišča določene s 4 točkami

| Točke 1, 2, 3, 4 | n(m) | e(m) | Sd. n(m) | Sd. e(m) |
|-------------------|------------|-------------|----------|----------|
| Izravnava | 98675.6907 | 459181.0860 | 0.0079 | 0.0084 |
| Helmertova trans. | 98675.6904 | 459181.0857 | 0.0113 | 0.0096 |
| Razlika | 0.0003 | 0.0003 | 0.0034 | 0.0012 |
| Točke 1, 2, 3, 5 | | | | |
| Izravnava | 98675.6930 | 459181.0826 | 0.0071 | 0.0081 |
| Helmertova trans. | 98675.6925 | 459181.0824 | 0.0085 | 0.0110 |
| Razlika | 0.0005 | 0.0002 | 0.0014 | 0.0029 |
| Točke 1, 2, 4, 5 | | | | |
| Izravnava | 98675.6886 | 459181.0781 | 0.0069 | 0.0074 |
| Helmertova trans. | 98675.6885 | 459181.0783 | 0.0120 | 0.0061 |
| Razlika | 0.0001 | 0.0002 | 0.0051 | 0.0013 |
| Točke 1, 3, 4, 5 | | | | |
| Izravnava | 98675.6843 | 459181.0824 | 0.0073 | 0.0072 |
| Helmertova trans. | 98675.6842 | 459181.0823 | 0.0090 | 0.0110 |
| Razlika | 0.0001 | 0.0001 | 0.0017 | 0.0038 |
| Točke 2, 3, 4, 5 | | | | |
| Izravnava | 98675.6859 | 459181.0859 | 0.0075 | 0.0074 |
| Helmertova trans. | 98675.6858 | 459181.0857 | 0.0109 | 0.0093 |
| Razlika | 0.0001 | 0.0002 | 0.0034 | 0.0019 |

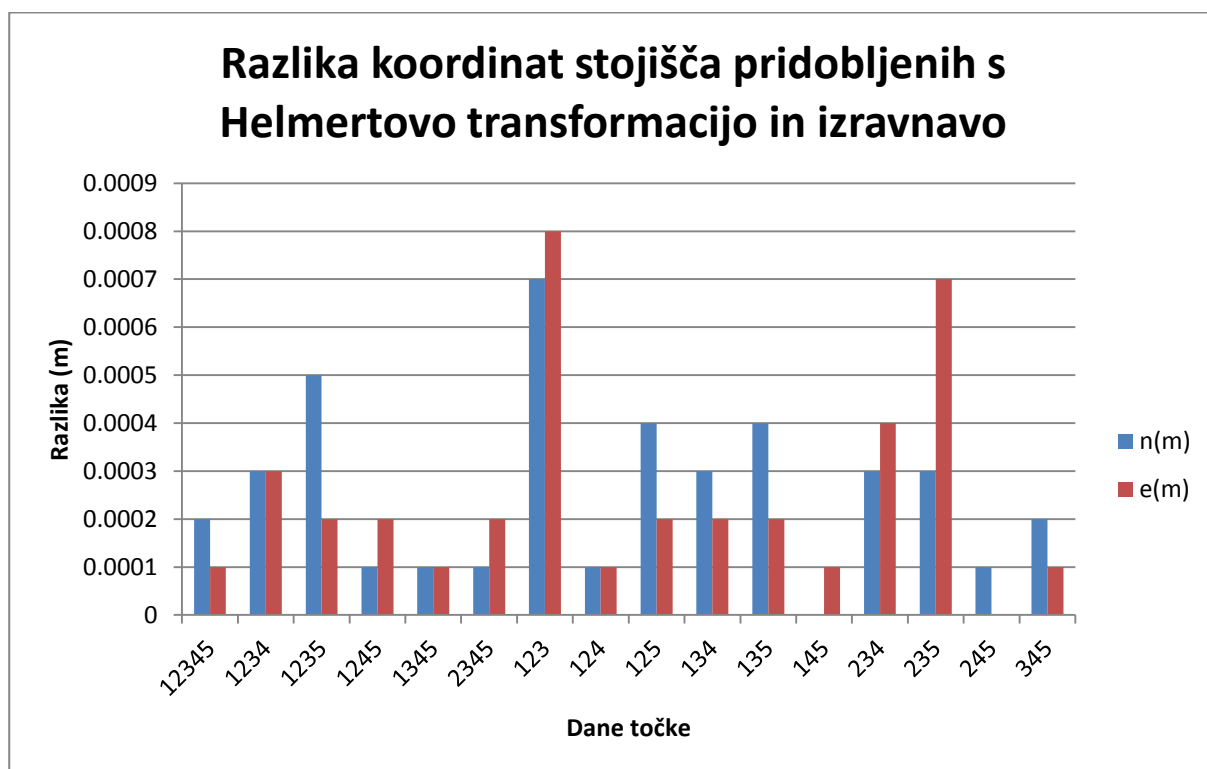
Tabela 5: Koordinate stojišč določene s 3 točkami

| Točke 1, 2, 3 | n(m) | e(m) | Sd. n(m) | Sd. e(m) |
|-------------------|------------|-------------|----------|----------|
| Izravnavna | 98675.6976 | 459181.0864 | 0.0087 | 0.0114 |
| Helmertova trans. | 98675.6969 | 459181.0856 | 0.0068 | 0.0125 |
| Razlika | 0.0007 | 0.0008 | 0.0019 | 0.0011 |
| Točke 1, 2, 4 | | | | |
| Izravnavna | 98675.6915 | 459181.0804 | 0.0092 | 0.0110 |
| Helmertova trans. | 98675.6914 | 459181.0803 | 0.0144 | 0.0067 |
| Razlika | 0.0001 | 0.0001 | 0.0052 | 0.0043 |
| Točke 1, 2, 5 | | | | |
| Izravnavna | 98675.6948 | 459181.0763 | 0.0076 | 0.0093 |
| Helmertova trans. | 98675.6944 | 459181.0765 | 0.0103 | 0.0069 |
| Razlika | 0.0004 | 0.0002 | 0.0027 | 0.0024 |
| Točke 1, 3, 4 | | | | |
| Izravnavna | 98675.6858 | 459181.0861 | 0.0105 | 0.0100 |
| Helmertova trans. | 98675.6855 | 459181.0859 | 0.0114 | 0.0122 |
| Razlika | 0.0003 | 0.0002 | 0.0009 | 0.0012 |
| Točke 1, 3, 5 | | | | |
| Izravnavna | 68675.6890 | 459181.0817 | 0.0096 | 0.0098 |
| Helmertova trans. | 98675.6886 | 459181.0815 | 0.0078 | 0.0141 |
| Razlika | 0.0004 | 0.0002 | 0.0018 | 0.0043 |
| Točke 1, 4, 5 | | | | |
| Izravnavna | 98675.6834 | 459181.0758 | 0.0081 | 0.0077 |
| Helmertova trans. | 98675.6834 | 459181.0759 | 0.0116 | 0.0060 |
| Razlika | 0.0000 | 0.0001 | 0.0035 | 0.0017 |
| Točke 2, 3, 4 | | | | |
| Izravnavna | 98675.6880 | 459181.0908 | 0.0106 | 0.0096 |
| Helmertova trans. | 98675.6877 | 459181.0904 | 0.0135 | 0.0077 |
| Razlika | 0.0003 | 0.0004 | 0.0029 | 0.0019 |
| Točke 2, 3, 5 | | | | |
| Izravnavna | 98675.6909 | 459181.0861 | 0.0096 | 0.0100 |
| Helmertova trans. | 98675.6906 | 459181.0860 | 0.0103 | 0.0120 |
| Razlika | 0.0003 | 0.0001 | 0.0007 | 0.020 |

Tabela 6: Koordinate stojišč določene s 3 točkami

| Točke 2, 4, 5 | n(m) | e(m) | Sd. n(m) | Sd. e(m) |
|-------------------|------------|-------------|----------|----------|
| Izravnava | 98675.6851 | 459181.0805 | 0.0089 | 0.0091 |
| Helmertova trans. | 98675.6850 | 459181.0805 | 0.0141 | 0.0060 |
| Razlika | 0.0001 | 0.0000 | 0.0052 | 0.0031 |
| Točke 3, 4, 5 | | | | |
| Izravnava | 98675.6794 | 459181.0862 | 0.0085 | 0.0081 |
| Helmertova trans. | 98675.6796 | 459181.0861 | 0.0068 | 0.0120 |
| Razlika | 0.0002 | 0.0001 | 0.0017 | 0.0039 |

Iz tabele rezultatov lahko razberemo, da se koordinate prostega stojišča PS1 izračunane z upoštevanjem različnih danih točk razlikujejo za največ 1,8 cm v smeri komponente n in 1,5 cm v smeri komponente e. Standardni odklon stojišča izračunanega z izravnavo znaša med 0,63 cm in 1,06 cm v smeri komponente n ter od 0,66 cm do 1,14 cm v smeri komponente e. Do tako velikih razlik prihaja, ker so pri nekaterih kombinacijah danih točk le te slabo razporejene po horizontu, kar poslabša natančnost določitve koordinat stojišča. Če primerjamo koordinate stojišča določenih s Helmertovo transformacijo in izravnavo vidimo, da se med seboj zelo malo razlikujejo. Razlike prikazuje spodnji graf.



Slika 6: Razlika koordinat stojišča med Helmertovo transformacijo in izravnavo

Razlike koordinat so v vseh primerih izračuna manjše od 1 mm, v večini primerov so razlike med 0,1 mm in 0,3 mm. Iz grafa lahko razberemo, da so koordinatne razlike malenkost večje pri koordinatah stojišča določenimi s tremi točkami, ter pri tistih točkah, pri katerih točke niso dobro razporejene po celotnem horizontu. Vendar pa so te koordinatne razlike, ki znašajo manj kot milimeter, v detajlni izmeri zanemarljive. Iz tega lahko sklepamo, da sta obe metodi primerni za izračun prostega stojišča. Za izračun stojišča s Helmertovo transformacijo se meritve smatrajo, da nimajo pogreškov, do vsake točke pa je potrebno tudi izmeriti razdaljo. Pri izračunu stojišča z izravnavo pa se merjene razdalje in smeri izravnajo, prav tako pa ni potrebno izmeriti razdalj na vse točke, kar omogoča merjenje na nedostopne točke.

ZAKLJUČEK

V diplomski nalogi sem predstavil metodo prostega stojišča, opisal določitev koordinat stojišča, če merimo na dve dani točki, določitev s pomočjo Helmertove transformacije in določitev koordinat stojišča s pomočjo izravnave. Opisan je bil postopek izmere na terenu, kjer smo za vzpostavitev mreže z GNSS metodo uporabili Leicin kontroler CS15 in Leicino anteno GS 15. Izmera prostega stojišča je potekala s tahimetrom Leica TS30 v 7 girusih. S programom Leica Geo Office smo izračunali koordinate stojišča instrumenta z izravnavo in s Helmertovo transformacijo z različnimi danimi točkami ter jih med seboj primerjali. Ugotovili smo, da so razlike med obema načinoma izračuna manjše od enega milimetra, kar je zanemarljivo malo. Tako sta obe metodi primerni za določitev koordinat prostega stojišča v detajlni izmeri. Prednost pa ima določitev z izravnavo, saj se meritve pri Helmertovi transformaciji obravnavajo kot brez pogreškov, medtem ko se pri prvi metodi izravnajo. Prav tako pa za določitev koordinat z izravnavo ni potrebno meriti dolžin vsem danim točkam, kar pomeni, da lahko izvajamo meritve tudi na težko dostopne točke.

VIRI

Breznikar, A. in Koler, B. 2009. Inženirska geodezija: [Gradivo za strokovni izpit iz geodetske stroke]: str. 21 – 30.

Kuhar, M. 2014. Podobnostna transformacija, študijsko gradivo: str. 1-3.

http://www.fgg.uni-lj.si/~mkuhar/Pouk/RSG/gradivo/Podobnostna_transformacija-gradivo.pdf

(Pridobljeno dne: 21. 8. 2014.)

Tehnični podatki Leica TS30, 2014.

<http://www.geoservis.si/novosti/42-leica-ts30> (Pridobljeno dne: 22. 7. 2014.)

OSTALI VIRI

Stopar, B. 2011. Izravnalni račun, šolsko leto 2011/2012, zapiski s predavanj: loč. pog.