

Univerza  
v Ljubljani  
Fakulteta  
*za gradbeništvo  
in geodezijo*

*Janova 2  
1000 Ljubljana, Slovenija  
telefon (01) 47 68 500  
faks (01) 42 50 681  
fgg@fgg.uni-lj.si*



Univerzitetni program Gradbeništvo,  
Konstrukcijska smer

Kandidat:

**Blaž Velkavrh**

# **Primerjava različnih pristopov k projektiranju armiranobetonskih stenastih nosilcev**

**Diplomska naloga št.: 2979**

**Mentor:**

izr. prof. dr. Boštjan Brank

**Somentor:**

doc. dr. Jože Lopatič

Ljubljana, 26. 10. 2007

## **IZJAVA O AVTORSTVU**

Podpisani **BLAŽ VELKAVRH** izjavljam, da sem avtor diplomske naloge z naslovom: «**PRIMERJAVA RAZLIČNIH PRISTOPOV K PROJEKTIRANJU ARMIRANOBETONSKIH STENASTIH NOSILCEV**».

Izjavljam, da prenašam vse materialne avtorske pravice v zvezi z diplomsko nalogo na UL, Fakulteto za gradbeništvo in geodezijo.

Ljubljana, 01.06.2007

## **IZJAVE O PREGLEDU NALOGE**

Nalogo so si ogledali učitelji konstrukcijske smeri:

**BIBLIOGRAFSKO – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK****UDK:** 624.012.45:624.073.8(043.2)**Avtor:** Blaž Velkavrh**Mentor:** izr. prof. dr. Boštjan Brank**Somentor:** doc. dr. Jože Lopatič**Naslov:** Primerjava različnih pristopov k projektiranju  
armiranobetonskih stenastih nosilcev**Obseg in oprema:** 74 str., 10 pregl., 37 sl.**Ključne besede:** visoki nosilci, nadomestno paličje, ravninsko napetostno stanje (RNS)**Izveček**

V diplomskem delu obravnavam projektiranje armiranobetonskih stenastih nosilcev pod enakomerno linijsko obtežbo, ki deluje na zgornjem delu nosilca. Na kratko je povzeta literatura, ki obravnava to tematiko, nato pa so prikazani konkretni primeri. Pri vseh primerih najprej računam napetostno stanje v nosilcu z linearno elastično metodo končnih elementov (s pomočjo računalniškega programa). Na podlagi dobljenega razporeda napetosti predpostavim potek nadomestnega paličja (standard SIST EN 1992-1-1, 2005; poglavje 6.5) s tlačnimi razporami in nateznimi vezmi. Z metodo nadomestnega paličja določim lego in velikost potrebne armature in preverim napetosti v betonu. Dobljene rezultate (za notranje statične količine in količino armature) nato primerjam z rezultati, ki jih dobim z upoštevanjem priporočil po Leonhardt-u [1975], napotkov Heft-a (nemško zduženje za armirani beton) in enačb iz dodatka F v standardu SIST EN 1992-1-1, 2005. Ugotovil sem, da so rezultati v splošnem medsebojno precej podobni, čeprav pri nekaterih primerih (npr. pri kontinuirnem stenastem nosilcu) pride tudi do 30% razlike pri količini potrebne armature.

## **BIBLIOGRAFIC – DOCUMENTALISTIC INFORMATION**

**UDC:** 624.012.45:624.073.8(043.2)  
**Author:** Blaž Velkavrh  
**Supervisor:** Assoc. Prof. Boštjan Brank  
**Co Supervisor:** Assist. Prof. Jože Lopatič  
**Title:** Comparison of approaches for deep beam design  
**Notes:** 74 pag., 10 tab., 37 fig.  
**Key words:** deep beam, strut and tie, plane stress state

### **Abstract**

In this work the design of deep reinforced concrete beam under constant line load, which is located at the upper side of the beam, is considered. A short survey of relevant literature is given. Several examples of deep beam design are presented. In each case the stress state in the deep beam is at first computed by the finite element method. The strut and tie model (STM) (standard SIST EN 1992-1-1, 2005; Chapter 6.5) is defined on the basis of location and size of principle stresses computed by linear elastic analysis. Location and quantity of reinforcement as well as stresses in concrete are then determined by the STM. The STM results (for internal static quantities and quantity of reinforcement) are compared with those obtained by considering guidelines of Leonhardt [1975], Heft (German Association for Reinforced Concrete) and Eurocode standard SIST EN 1992-1-1, 2004; Annex F. It is found that the results are in general pretty close to each other, although in some cases (e.g. continuous deep beam over several bays) the difference in quantity of required reinforcement may arise (up to 30%).

**ZAHVALA**

**Za pomoč pri izdelavi diplomske naloge se zahvaljujem mentorju prof. dr. B. Branku in somentorju doc. dr. J. Lopatiču. Zahvala gre tudi vsem zaposlenim na katedri, ki so mi ustvarili prijetno delovno okolje.**

**Zahvalil bi se tudi svojim staršem, da so mi bili v oporo skozi študijska leta in tudi drugače.**

## **KAZALO VSEBINE**

<b>1. UVOD</b>	<b>1</b>
<b>2.0 RAZLIČNI PRISTOPI K PROJEKTIRANJU ARMIRANOBETONSKIH STENASTIH NOSILCEV</b>	<b>7</b>
2.1 Projektiranje stenastih nosilcev po navodilih SIST EN 1992-1-1, 2005 (dodatek F)	7
2.2 Določitev armature s pomočjo programa SAP 2000	9
2.3 Projektiranje z nadomestnim paličjem (SIST EN 1992-1-1, 2005, točka 6.5)	11
2.4 Projektiranje po priporočilih iz literature	14
Pravila za dimenzioniranje po Leonhardt-u	
Pravila za dimenzioniranje združenja Heft	
Priporočila CEB-FIP Model Code 90 za projektiranje stenastih nosilcev	
<b>3. PRIMERI</b>	<b>21</b>
3.1 Enopoljni stenasti nosilec	21
3.2 Dvopoljni stenasti nosilec	35
3.3 Kontinuirni stenasti nosilec	47
3.4 Pilotska glava	60
3.5 Vpliv modeliranja podpor na notranje količine pri enopoljnem stenastem nosilcu	69
<b>4. ZAKLJUČEK</b>	<b>73</b>
<b>VIRI</b>	<b>74</b>

**KAZALO PREGLEDNIC**

- Preglednica 1: Armatura v absolutni vrednosti ter v odstotkih vrednosti dobljene po modelu nadomestnega paličja
- Preglednica 2: Višina območja spodnje armature ( $A_S$ ).
- Preglednica 3: Minimalna armatura na vsaki strani stenastega nosilca
- Preglednica 4: Velikosti natezne sile pravokotno na tlačno razpore
- Preglednica 5: Primerjava natezne sile v dvopoljnem nosilcu po modelu nadomestnega paličja in po Leonhardt-u kot delež rezultantne linijske obtežbe
- Preglednica 6: Armatura v absolutni vrednosti ter v odstotkih vrednosti dobljene po modelu nadomestnega paličja
- Preglednica 7: Višina območja spodnje armature ( $A_{S1}$ )
- Preglednica 8: Višina območja zgornje armature ( $A_{S2}$ )
- Preglednica 9: Primerjava natezne sile v dvopoljnem nosilcu po modelu nadomestnega paličja in po Leonhardt-u kot delež rezultantne linijske obtežbe
- Preglednica 10: Armatura v absolutni vrednosti ter v odstotkih vrednosti dobljene po modelu nadomestnega paličja.



## KAZALO SLIK

- Slika 1: Primer stenastega nosilca, ki jih obravnavam
- Slika 2: Oblike tlačnih razpor
- Slika 3: STM model za prostoležeči stenasti nosilec s silo na sredi
- Slika 4: Odnos velikosti sile proti pomiku pod silo za različne STM
- Slika 5: Prikaz napetosti v delcu konstrukcije v RNS po Eurocodu
- Slika 6: Vozlišče s samimi tlačnimi silami
- Slika 7: Vozlišče z dvema tlačnima in eno natezno silo
- Slika 8: Obravnavani stenasti nosilec (geometrija)
- Slika 9: Prikaz količin, ki jih obravnava Leonhardt (enopoljni nosilec)
- Slika 10: Prikaz količin, ki jih obravnava Leonhardt (dvopoljni nosilec)
- Slika 11: Vektorji glavnih normalnih napetosti
- Slika 12: Izolinije horizontalne armature
- Slika 13: Izolinije armature v vertikalni smeri
- Slika 14: Začetno nadomestno paličje
- Slika 15: Končno nadomestno paličje z dejanskimi dimenzijami
- Slika 16: Obravnavani stenasti nosilec preko dveh polj
- Slika 17: Vektorji glavnih normalnih napetosti
- Slika 18: Izolinije horizontalne armature
- Slika 19: Izolinije armature v vertikalni smeri
- Slika 20: Začetno nadomestno paličje
- Slika 21: Nadomestno paličje s končnimi dimenzijami prerezov
- Slika 22: Potek horizontalnih napetosti v prerezu nad podporo
- Slika 23: Obravnavani kontinuirni stenasti nosilec
- Slika 24: Vektorji glavnih normalnih napetosti
- Slika 25: Izolinije horizontalne armature
- Slika 26: Izolinije armature v vertikalni smeri
- Slika 27: Začetno nadomestno paličje
- Slika 28: Nadomestno paličje s končnimi dimenzijami prerezov
- Slika 29: Situacija pilotske glave
- Slika 30: Vektorji glavnih normalnih napetosti

Slika 31: Izolinije horizontalne armature

Slika 32: Nadomestno paličje

Slika 33: Končno nadomestno paličje z dejanskimi dimenzijami

Slika 34: Deformirana lega nosilca s togimi podporami

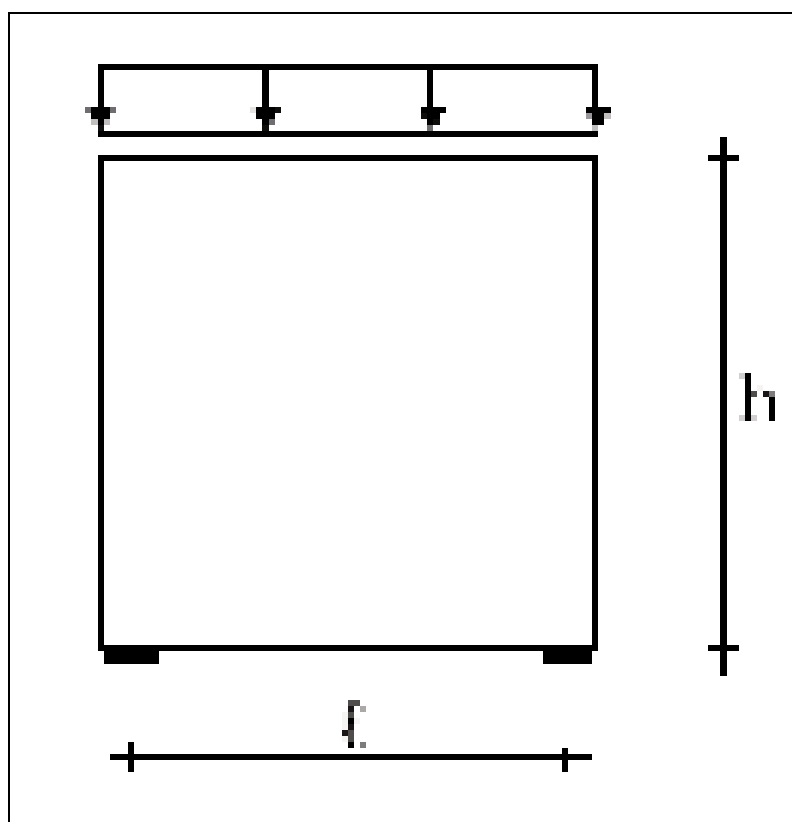
Slika 35: Deformirana lega nosilca s podajnimi podporami ( vzmetni )

Slika 36: Potek horizontalnih napetosti v odvisnosti od višine v območju nategov na sredini pri podprtem nosilcu

Slika 37: Potek horizontalnih napetosti v odvisnosti od višine v območju nategov na sredini pri z vzmetni podprtem nosilcu

## 1. Uvod

V diplomu se ukvarjam z določanjem količine in lege potrebne armature v armiranobetonskih (AB) stenastih nosilcih. Taki nosilci se pogosto uporabljajo pri poslovnih zgradbah, ki imajo odprto spodnjo etažo. Zanima me, ali se pojavijo razlike v potrebni armaturi pri projektiranju takšnih nosilcev po različnih priporočilih. Še posebej obdelam metodo nadomestnega paličja, ki jo dopušča evropski standard SIST EN 1992-1-1, 2005 (poglavje 6.5), priporočila Leonhardt-a, priporočila Heft-a, priporočila CEB-FIP Model Coda 90 in možnost, ki jo dopušča SIST EN 1992-1-1, 2005 (dodatek F), ki pride še posebej v poštev pri postprocesiranju rezultatov linearno elastične metode končnih elementov (MKE). V nadaljevanju tega poglavja podajam osnovne principe projektiranja s pomočjo modela nadomestnega paličja, ki ga v diplomski nalogi še posebej podrobno obravnavam.



Slika 1: Skica tipičnega stenastega nosilca

### **Projektiranje stenastih nosilcev s pomočjo modela nadomestnega paličja**

Model nadomestnega paličja (ang. strut and tie model (STM); v prevodu model tlačnih razpor in nateznih vezi) je pristop k projektiranju armiranobetonskih konstrukcijskih elementov. Vse posledice obremenitve (osno silo, prečno silo, upogibni moment in torzijski moment) zajame istočasno. Ta model je učinkovit pri projektiranju armature v strižnih območjih in v območjih nesingularnosti. Omogoča poenostavljen pogled na obnašanje kompleksnih konstrukcijskih elementov. Ne obstaja samo en model nadomestnega paličja za nek določen konstrukcijski element, obstajajo pa pravila, ki omogočajo projektantu določiti primeren model za konkreten problem.

STM model je predstavil Schlaich [1987]. Najdemo ga tudi v skriptih Collins-a, Mitchell-a [1994] in MacGregor-ja [1992]. Vključen je tudi v SIST EN 1992-1-1,2005.

Bernoulli-jeva hipoteza pravi, da prerezi, ki so bili pred upogibom nosilca ravni in pravokotni na težiščno os nosilca, ostanejo ravni tudi po upogibu in hkrati pravokotni na upognjeno težiščno os nosilca. To nam olajša upogibno dimenzioniranje armiranobetonskih nosilcev. Če velja Bernoulli-jeva hipoteza, lahko nosilce dimenzioniramo s preprostim izračunom. Če pa ta predpostavka ne velja (npr. pri visokih nosilcih) pa celo pri najbolj običajnih primerih zelo težko ocenimo nosilnost. Za oceno nosilnosti takšnih območij si pomagamo z računalnikom (metodo končnih elementov) ali modelom nadomestnega paličja.

Pri modelu nadomestnega paličja predpostavimo, da se v visokem nosilcu vzpostavi sistem tlačnih in nateznih palic. Standardi podajajo priporočila za možne kote med posameznimi elementi paličja: npr. švicarski standard:  $0.5 \leq \text{ctg } \theta \leq 2.0$  ( $26^\circ \leq \theta \leq 64^\circ$ ); ameriški standard ACI 2002 (American Concrete Institute):  $\theta_{\min}=25^\circ$  ( $25^\circ \leq \theta_{\text{priporočen}} \leq 65^\circ$ ). V Evrocodu niso navedene omejitve za velikost kota med elementi paličja pač pa je navedena velikost kota samo v primeru, ko želimo računati na 10% večjo tlačno trdnost betona v vozliščih. Ta vrednost je enaka  $55^\circ$ .

Če nastopa v modelu paličja majhen kot med razporami oz. vezmi, se računaska tlačna trdnost betona zmanjša.

### **Omejitve modela nadomestnega paličja**

Teoretična osnova tega modela je teorem spodnje meje plastičnosti. Da temu zadostimo, mora armatura hitreje doseči mejo plastičnosti kakor beton mejo trdnosti v tlaku. Seveda beton ni idealno elasto-plastičen material in ima omejeno deformiranje v plastično območje. Zato imamo nekatere pogoje, ki jim je treba zadostiti pri uporabi nadomestnega paličja. To so:

- zagotovljeno ravnotežje v vseh elementih paličja
- nateg v betonu je zanemarljiv
- osne sile nastopajo samo v razporah in vezeh
- zunanje sile delujejo v vozliščih
- prednapetje je obravnavano kot obtežba
- potrebno je ustrezno sidranje

### **Problemi pri uporabi STM modelov**

Takoj se nam pojavi vprašanje, kako sploh konstruirati STM. Tudi ko ga konstruiramo, ne vemo, če morda obstaja boljši model. Če pa imamo na razpolago več modelov, kako vedeti, kateri je najprimernejši. Pomagamo si z energijskim kriterijem, ki pravi, da je najbolj optimalna rešitev tista, pri kateri je delo notranjih sil najmanjše.

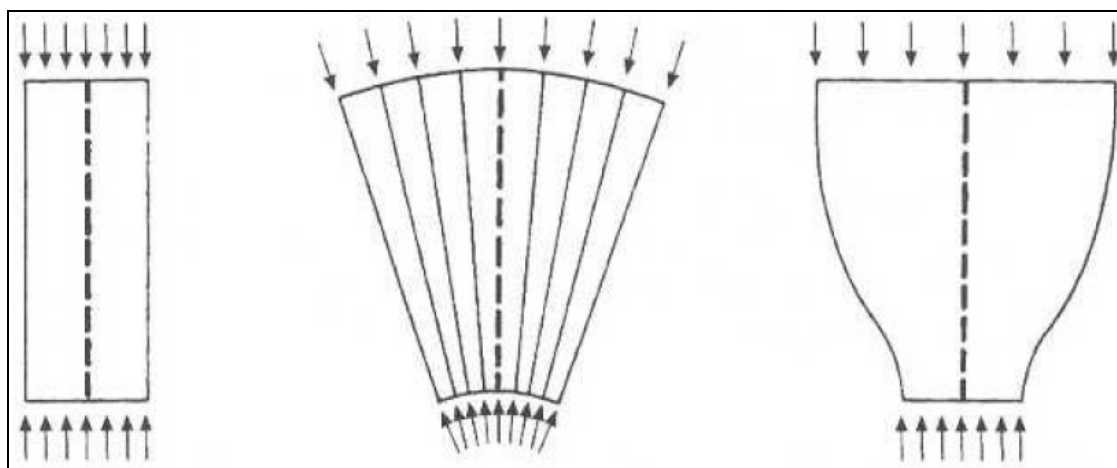
### **Tlačne razpore**

Razpore zadostijo dvem zahtevam v STM modelu:

- kot tlačni del dvojice sil, ki prenaša upogibni moment
- kot diagonale, ki prenašajo strižne obremenitve

Poznamo tri oblike razpor:

- »prizma« (konstanten prerez)
- »pahljača« (prerez razpore narašča (pada) linearno glede na oddaljenost od vozlišča)
- »steklenica« (prerez je spremenljiv, podoben obliki steklenice)



Slika 2: Oblike tlačnih razpor

### Natezne vezi

Vezi so natezni elementi v modelu nadomestnega paličja. Obsegajo stremena, vzdolžno armaturo in kakršnokoli posebno armaturo v detajlih. Premislek je potreben tudi glede sidranja vezi. Če ni omogočen primeren mehanizem sidranja, lahko nastane krhka porušitev že pri obtežbi, ki je pod predvideno mejno obremenitvijo.

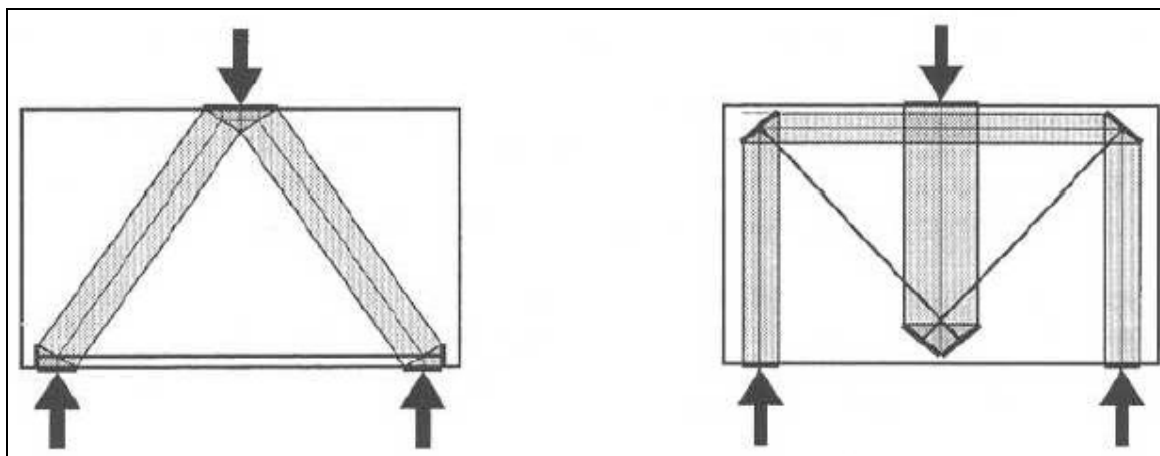
### Vozlišča

Vozlišča so povezave med linijskimi elementi (razporami in vezmi) v STM modelu. Z drugimi besedami povedano, to so omejena območja, v katerih se osne sile »srečajo« oz. preusmerijo. Poznamo singularna in razmazana vozlišča. Dimenzije vozlišč so določene glede na geometrijo elementa in STM modela, velikost ležišč, velikost območja na katerem deluje obtežba, lokacijo in razdelitev armature.

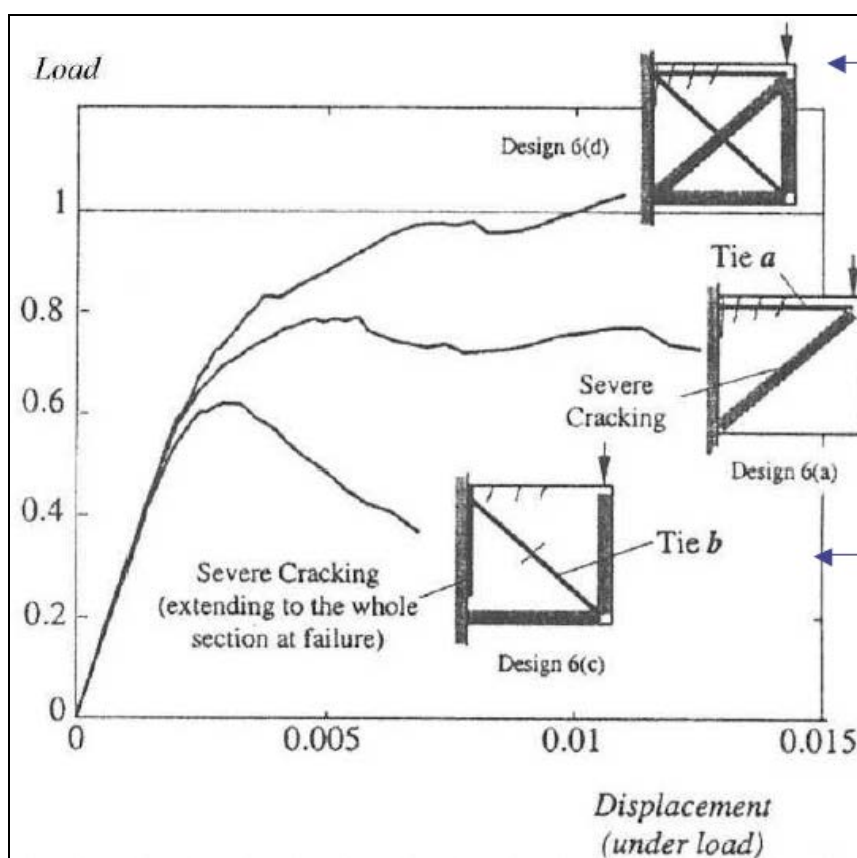
### Izbira STM modela

Uspešna uporaba STM modelov zahteva razumevanje obnašanja osnovnih konstrukcijskih elementov in ustrezno inženirsko presojo. Dejansko je uporaba tega modela na pravilen način skoraj umetnost. STM model je definitivno projektivno orodje za inženirje, ki razmišljajo in ne postopek na način kuharskega recepta. Postopek razvijanja STM modela je v osnovi iterativen grafični postopek. Pri oblikovanju modela si lahko pomagamo z elastično analizo na osnovi trajektorij napetosti, lahko si pomagamo z metodo sledenja obtežne poti (Schlaich) ali pa z nekimi standardnimi modeli. Dober model je tisti, ki se čim bolj približa poteku napetosti

v elastičnem stanju. Slab model zahteva velike deformacije preden doseže armatura mejo plastičnosti, kar pa pomeni, da se nam beton medtem že krhko lomi. Model, ki zahteva najmanjšo količino armatue je tisti, ki najbolj ustreza obnašanju betonskega elementa.



Slika 3: STM model za prostoležeči stenasti nosilec s silo na sredi



Slika 4: Odnos velikosti sile proti pomiku pod silo za različne STM

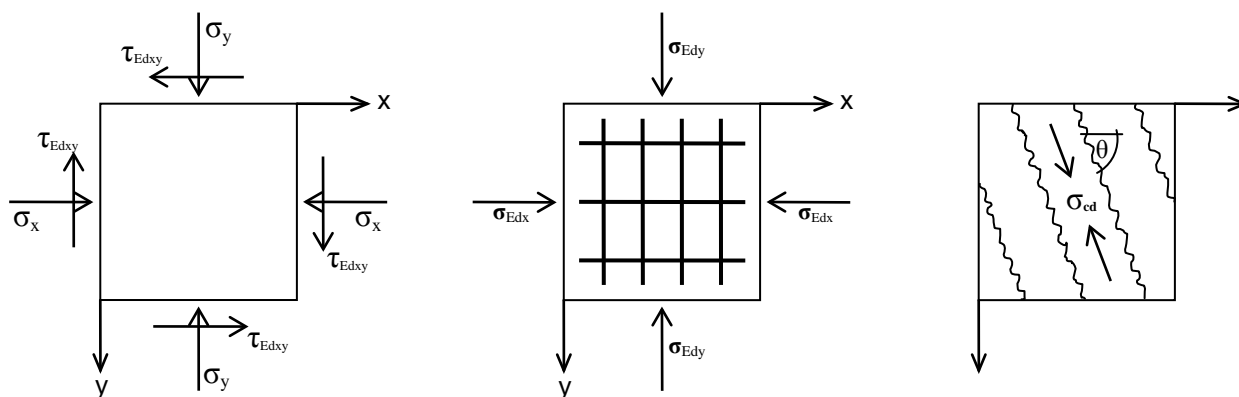
Iz slike 4 vidimo, da pri dobrem modelu dosežemo večjo nosilnost kot pri slabem in tudi duktilno obnašanje je zagotovljeno.



## 2.0 Različni pristopi k projektiranju armiranobetonskih stenastih nosilcev

### 2.1 Projektiranje stenastih nosilcev po navodilih standarda SIST EN 1992-1-1, 2005 (dodatek F)

Dodatek F standarda SIST EN 1992-1-1, 2005 podaja izraze za določitev natezne armature v primeru ravninskega napetostnega stanja (RNS). To pomeni, da so ti izrazi uporabni tudi za stenaste nosilce. Prikazane formule so izpeljane iz ravnotežnih pogojev v ravnini, če predpostavimo, da sta smeri x in y pravokotni in sovpadata z osjo armature, kot med osjo x in razpoko v betonu pa je enak  $\theta$  in pozitiven. Glede predznakov moramo biti previdni, saj je v izrazih tlak vzet kot pozitivna vrednost. Poleg tega velja  $\sigma_{Edx} > \sigma_{Edy}$ , kar pomeni, da enačbe veljajo za primer, ko so napetosti v y smeri večje v nateznem smislu kot v x smeri.



Slika 5: Prikaz napetosti v delcu visokega nosilca po Eurocodu

Armature ne potrebujemo, ko velja:

- $\sigma_{Edx} > 0$  (tlak v x smeri) in
- $\sigma_{Edy} > 0$  (tlak v y smeri) in
- $\sigma_{Edx} * \sigma_{Edy} > \tau_{Edxy}^2$  (obe glavni napetosti sta tlačni)

Natezna armatura je potrebna, ko je izpolnjen eden izmed sledečih pogojev:

- $\sigma_{Edy} < 0$  (nateg v y smeri) ali
- $\sigma_{Edx} * \sigma_{Edy} \leq \tau_{Edxy}^2$  (ena od glavnih napetosti je natezna)

Sile za optimalno (najmanjšo) armaturo (kot med razpokami in x osjo je 45°) potem določimo po sledečem postopku:

- za  $\sigma_{Edx} \leq |\tau_{Edxy}|$  (armatura v obeh smereh)

$$f'_{tdx} = |\tau_{Edxy}| - \sigma_{Edx} \text{ (sila za armaturo v x smeri)}$$

$$f'_{tdy} = |\tau_{Edxy}| - \sigma_{Edy} \text{ (sila za armaturo v y smeri)}$$

$$\sigma_{Cd} = 2|\tau_{Edy}| \leq v f_{cd} \text{ (največja tlačna sila v betonu)}$$

-za  $\sigma_{Edx} > |\tau_{Edxy}|$  (armatura samo v y smeri)

$$f'_{tdx} = 0$$

$$f'_{tdy} = \tau_{Edxy}^2 / \sigma_{Edx} - \sigma_{Edy} \text{ (sila za armaturo v y smeri)}$$

$$\sigma_{Cd} = \sigma_{Edx} (1 + (\tau_{Edxy} / \sigma_{Edx})^2) \leq v f_{cd} \text{ (največja tlačna sila v betonu)}$$

Pri tem velja, da naj bo  $\sigma_{Cd}$  na realnem razpokanem modelu, toda ne večji kot  $v \cdot f_{cd}$ , kjer je  $v = 1 - f_{ck} / 250$  [Mpa] in  $f_{ck} = f_{cd} / \gamma_m$ .

Armaturo, ki ni optimalna (kot med razpokami in x osjo je takrat nek izbrani kot) pa določimo na naslednji način:

$$f_{tdx} = |\tau_{Edxy}| \operatorname{ctg} \theta - \sigma_{Edx}$$

$$f_{tdy} = |\tau_{Edxy}| / \operatorname{ctg} \theta - \sigma_{Edy}$$

$$\sigma_{Cd} = |\tau_{Edxy}| (\operatorname{ctg} \theta + 1 / \operatorname{ctg} \theta) \leq v f_{cd}$$

Da se izognemo nesprejemljivim razpokam v mejnem stanju uporabnosti in da zagotovimo potrebno sposobnost deformiranja v mejnem stanju nosilnosti, mora biti armatura iz gornjih izrazov naslednjih mejah:

$$-1/2 * f'_{tdx} \leq f_{tdx} \leq 2 f'_{tdx} \text{ in}$$

$$-1/2 * f'_{tdy} \leq f_{tdy} \leq 2 f'_{tdy}$$

Izrazi za napetosti v armaturi ne pomenijo dejanske napetosti v armaturi, temveč napetost razmazano po celem prerezu. Zato je potrebno biti pazljiv pri določevanju armature.

Najpreprosteje je izračunati silo na tekoči meter in jo potem deliti z mejo tečenja armature, da dobimo željen prerez armature na tekoči meter:

$$n_{sx} = f_{tdx} * h$$

$$a_{sx} = n_{sx} / f_{yd}$$

Podobno velja tudi za smer y:

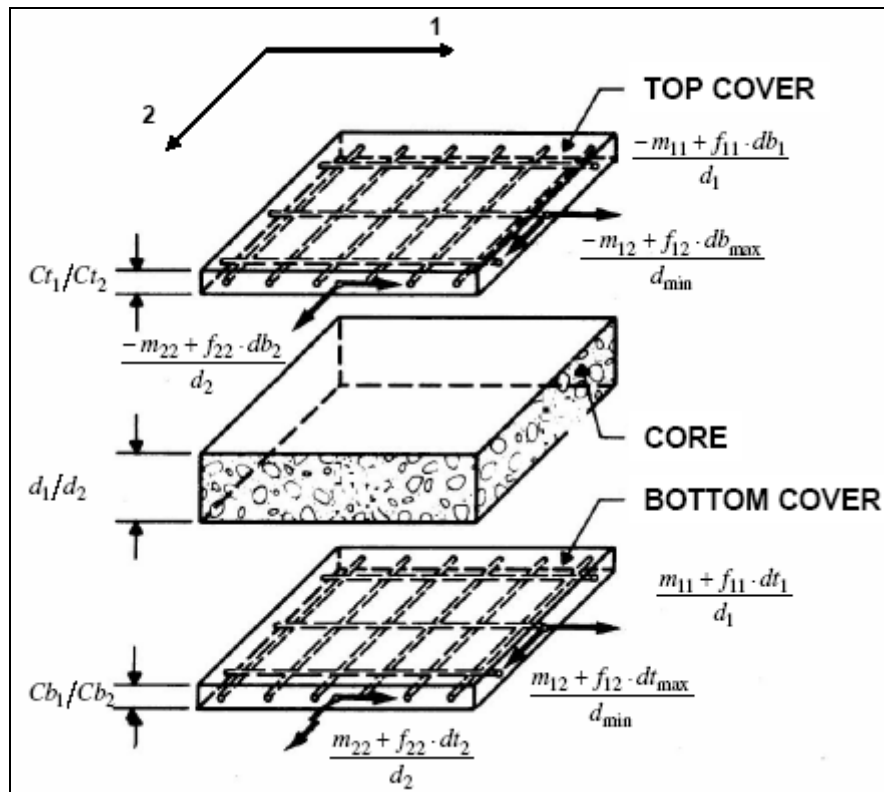
$$n_{sy} = f_{tdy} * h$$

$$a_{sy} = n_{sy} / f_{yd}$$

Jasno je, da mora biti armatura polno sidrana na vseh prostih robovih. Sicer standard posebej ne določa razporeditve armature po stenastem nosilcu, pravi pa, da je potrebna minimalna armatura večja od vrednosti 0,1% oziroma 1,5 cm<sup>2</sup>/m na vsako stran stenastega nosilca v obeh med seboj pravokotnih smereh.

## **2.2 Določitev armature s pomočjo programa SAP 2000 (postprocesiranje rezultatov MKE)**

Način izračuna armature v stenastih konstrukcijah v programu SAP 2000 je praktično identičen postopku, ki ga dopušča standard Eurocode. Lahko bi rekli, da so razlike samo v obliki izpeljanih enačb. SAP 2000 razdeli ploskovni element na tri dele (model sendviča), in sicer na robni dve plasti (od roba prereza do težišča armature) in na jedro. Zatem priredi tem plastem notranje sile tako, da momente ( $m_{11}$ ,  $m_{22}$ ,  $m_{12}$ ) razdeli na dvojico sil, ki prijemljeta v centru robnih plasti (tu vzamemo kot da je težišče tlačnih napetosti kar enako legi armature v tlačnem delu), membranske sile ( $f_{11}$ ,  $f_{22}$ ,  $f_{12}$ ) pa razdeli v razmerju višin centrov ene plasti od druge merjeno od težišča prereza. Za prevzem strižne napetosti (delujoče pravokotno na tangentno ravnino plošče) vzame kar perez jedra, in sicer kot nerazpokan, da ne dobimo vpliva strižne sile tudi na zunanje plasti (v primeru, da predpostavimo vpliv Mörsch-evega paličja seveda dobimo silo tudi v smeri, vzporedni s ploščo).



Slika 6: Prikaz notranjih količin za določitev armature v plošči oziroma steni, kakor jih tolmači program SAP 2000

Eurocode med drugim upošteva račun armature samo v y smeri (smer z večjimi nategi), medtem ko primera, da bi imeli armaturo samo v x smeri sploh ne more zajeti ravno zaradi pogoja, da  $\sigma_{Edx} > \sigma_{Edy}$ . SAP izračuna silo v armaturi, tudi če je le-ta potrebna samo v x smeri. Za dimenzioniranje armature potem deli dobljene notranje sile v robni plasti z vrednostjo tečenja armature, pomnoženo z redukcijskim faktorjem 0,9, kar ustreza faktorju varnosti, ki znaša:  $\gamma = 1,11$ . Sicer pa imamo v Eurocodu varnostni faktor za armaturo postavljen na vrednost  $\gamma_M = 1,15$ .

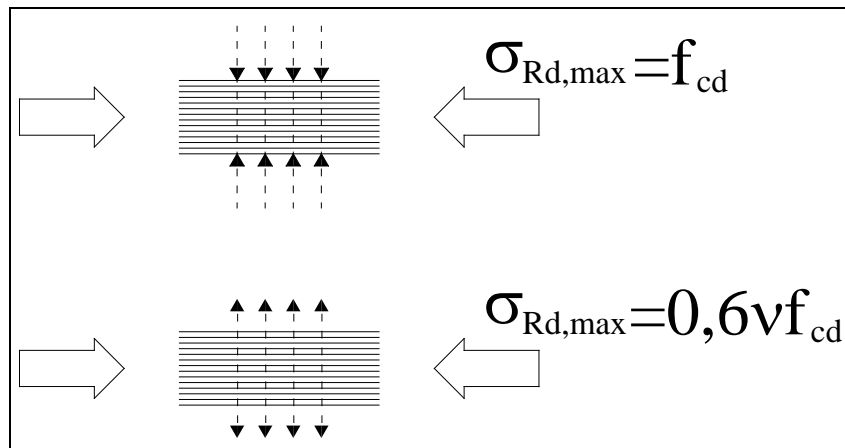
## **2.3 Analiza z nadomestnim paličjem (Točka 6.5, EN 1992-1-1, 2005)**

### **Uvod**

Analiza armiranobetonskega stenastega nosilca z nadomestnim paličjem (model tlačnih betonskih razpor in nateznih armirnih vezi) spada v plastično analizo konstrukcij. Za plastično analizo velja, da je primerna za izračun mejnega stanja nosilnosti. Izjemoma lahko z modelom razpor in vezi kontroliramo tudi mejno stanje uporabnosti (t.j. napetosti v armaturi in širino razpok), če pri tem približno izpolnimo kompatibilnostne zahteve (položaj in smer pomembnih razpor se mora skladati s položajem in smerjo glavnih napetostih iz linearno elastične analize). Kritični prerezi morajo biti dovolj duktilni, da se formira predpostavljen mehanizem obnašanja, saj v nasprotnem primeru beton sploh ne prevzame tlačnih napetosti. Analiza z nadomestnim paličjem je primerna za območja kjer je ravninsko napetostno stanje in za območja diskontinuitete, pa najsi bodo to geometrijske singularnosti, točkovni vnos obtežbe, ali pa oboje naenkrat. Lahko jo uporabimo tudi za razpokana območja, kjer predpostavimo veljavnost Bernoulli-jeve hipoteze (ravni prerezi ostanejo ravni tudi v deformirani legi). Območja diskontinuitete (t.i. D-območja) obsegajo samo diskontinuiteto do razdalje, ki je enaka višini prereza. Vedno lahko tudi optimiziramo naš model, in sicer s pogojem minimuma energije.

### **Tlačne razpore**

Za kontrolo tlačnih razpor je pomembno, ali deluje pravokotno na njihovo smer tlačna napetost ali ne. Če deluje prečno na obravnavano smer tlak, to povečuje nosilnost razpore in zato so dopuščene večje napetosti. V nasprotnem primeru reduciramo dopuščeno tlačno trdnost prereza.



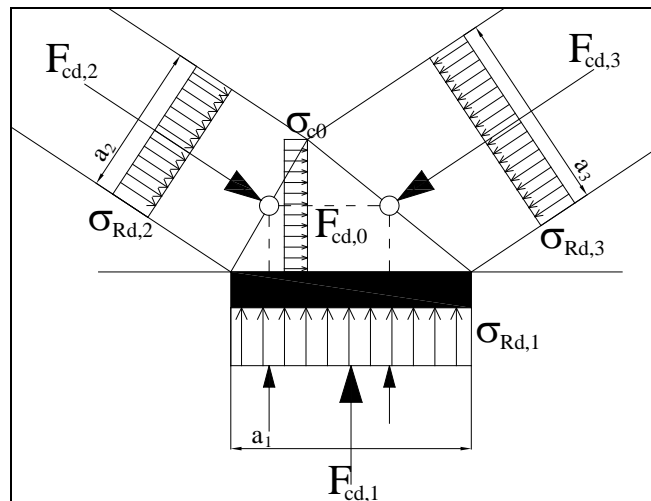
Slika 7: Dovoljene maksimalne napetosti v betonu glede na smer prečnih napetosti v razpori

$$(v=1-f_{ck}/250, f_{ck} \text{ v Mpa; } f_{cd}=f_{ck}/\gamma_M)$$

### Natezne vezi

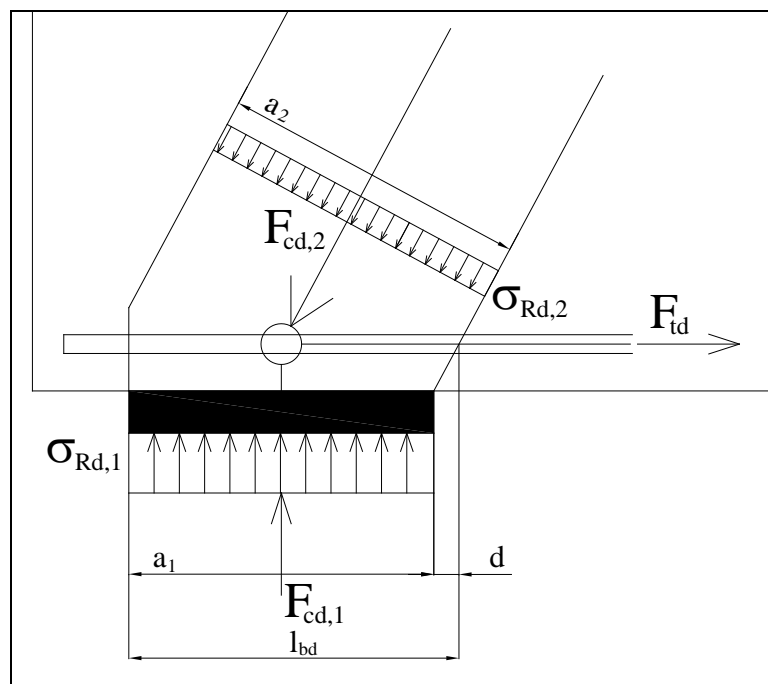
Obravnava se samo armatura, katere karakteristična trdnost je med 400 in 600 Mpa. Projektna meja tečenja armature je izbrana kot vrednost izven katere je lahko samo 5% preostalih vrednosti vzorcev (fraktila). Razume se, da mora biti armatura ustrezno sidrana v vozliščih.

### Vozlišča



Slika 8: Vozlišče s samimi tlačnimi silami

Pri vozlišču na sliki 8 je največja dovoljena napetost  $\sigma_{Rd,max} = k_1 v f_{cd}$ , pri čemer je vrednost  $k_1$  določena v nacionalnem dodatku. Priporočena vrednost pa je enaka **1,0**.



Slika 9: Vozlišče z dvema tlačnima in eno natezno silo

Pri vozlišču na sliki 9 je največja dovoljena napetost  $\sigma_{Rd,max} = k_2 \nu f_{cd}$ , s tem da je priporočena vrednost za  $k_2$  enaka **0,85**.

Standard nam dopušča tudi nekatere olajšave pri dopustnih maksimalnih napetostih (do 10% povečanje) v vozliščih, če smo izpolnili določene pogoje. In sicer mora biti izpolnjena vsaj ena izmed sledečih zahtev:

- triosno napetostno stanje
- vsi koti med razporami in vezmi  $\geq 55^\circ$
- napetosti v vozliščih ali ob točkovnih obtežbah enakomerne, vozlišča objeta s stremeni
- armatura položena v večih plasteh

Če nastopa triosno napetostno stanje, se lahko dopustna maksimalna napetost poveča celo za velikostni red večkratnika.

## 2.4 Projektiranje po priporočilih iz literature

V večini primerov avtorji uporabljajo postopek, ki se opira na linijske nosilce. Notranje sile (momente) iz linijskega nosilca uporabijo kot obremenitev v stenastem nosilcu enake dolžine. Pri določenem razmerju višine nosilca proti razponu le-tega se potek vzdolžnih napetosti spremeni iz linearnega v nelinearnega. Po Leonhardt-u se pri konzoli to zgodi pri razmerju razpona proti višini  $l/d=1$ , pri prostoležečem nosilcu pri  $l/d=2$ , pri nosilcu preko dveh polj pri  $l/d\approx 2,5$ , pri kontinuirnem nosilcu pa pri  $l/d\approx 3$ .

Za praktično dimenzioniranje armature v stenastih nosilcih Leonhardt podaja formule in pravila za razporeditev armature, ki so dobljene na podlagi obsežnih preizkusov stenastih nosilcev vse do porušitve.

### Napetosti v prerezih

Potrebno je povedati, da že majhna gibljivost podpore v navpični smeri bistveno spremeni velikost reakcije (in s tem notranjih sil), zaradi zelo velike togosti visokih nosilcev. V polju imamo večje momente kot pri linijskih nosilcih, nad podporo pa so manjši od le-teh. Mesto vnosa obtežbe v stenasti nosilec vpliva na predznak navpičnih napetosti (obtežba zgoraj ali spodaj, direktne ali indirektno podpore). Pri obtežbi na spodnjem robu nosilca nastopijo natezne vertikalne napetosti, kar pomeni da v spodnjem delu nujno potrebujemo navpično armaturo. Leonhardt ne predpostavi linijske obtežbe nad robnimi podporami, kar pomeni da dobi nekoliko manjše vrednosti notranjih sil kot v primeru, da bi linijska obtežba potekala tudi nad podporami.

### Stenasti nosilci v stanju razpok

Tvorjenje razpok, ki nastane zaradi sprememb notranjih sil in s tem varnosti, se lahko pojasni samo s preizkusi. Obsežni preizkusi so bili opravljeni v Stuttgart-u, objavljeni pa v Das-Heft-u 178. Bistveni rezultati so sledeči:

Prve razpoke so upogibnega izvora in so usmerjene v smeri glavnih napetosti. Razpoke ob podporah izhajajo iz nezadostnega in nepravilnega sidranja strižne (navpične) armature. Enak potek nastanka razpok je tudi pri obtežbi, ki deluje na spodnji strani. Pri kontinuirnih visokih nosilcih nastopijo najprej razpoke v polju.



Načini porušitve visokih nosilcev:

1. Prekoračitev meje plastičnosti v armaturi  
Pri računu v razpokanem stanju dobimo manjšo vrednost armature. Za dimenzioniranje zadoščajo »peš« formule v elastičnem stanju.
2. Odpoved sidranja  
Sidrati je potrebno na celotno silo na območju podpore oz. eventuelno še za njo.
3. Prekoračitev tlačne trdnosti betona (nastopijo lahko tudi do dvakrat večje napetosti kot po računu v elastičnem stanju )  
V bližini podpore posebej kritično, če stena ni debelejša od dvajsetine razpona.
4. Odpoved armature potrebne pri vnosu obtežbe (npr. armatura za obešenje)  
Armatura za obešenje naj bo sidrana do vrha nosilca in računana na polno silo.
5. Prenos notranjih sil zaradi neenakomernega pomika podpor

### **Pravila za dimenzioniranje po Leonhardt-u [1975]**

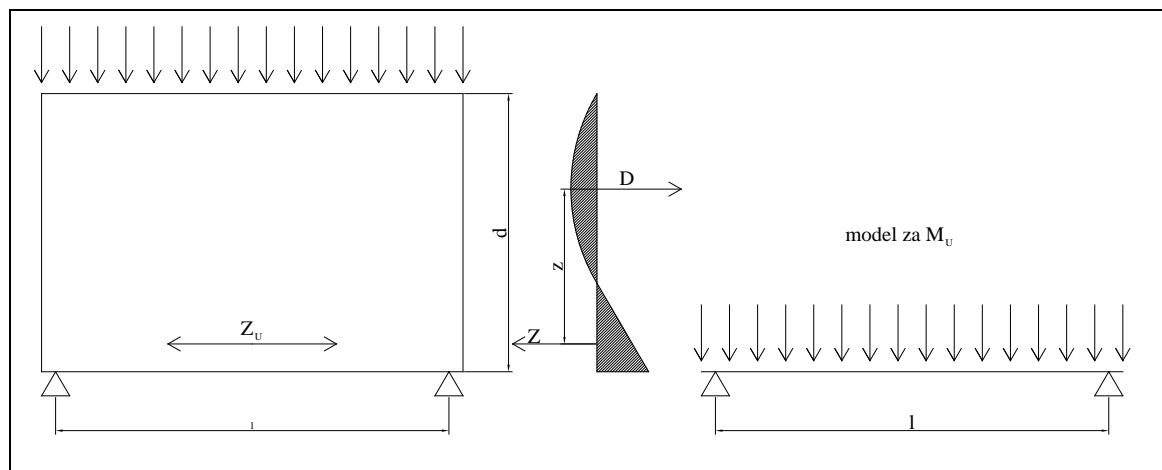
Kontrola strižnih napetosti kot pri upogibnih nosilcih je odveč, ker je strig že v modelu vštet kot prenos preko strmih glavnih tlačnih napetosti v bližini podpor, te napetosti pa omejimo z nekimi približnimi vrednostmi. Za dimenzioniranje armature uporabimo mejo plastičnosti le-te in ne več kot 4200 kp/cm<sup>2</sup>.

l...razpon nosilca

d...višina nosilca

z...ročica notranjih sil

1.Račun natezne sile v enopoljnem nosilcu



Slika 10: Prikaz količin, ki jih obravnava Leonhardt (enopoljni nosilec)

$Z_U = \max M_U / z$ ,  $M_U$  po upogibni teoriji

$2 > l/d > 1$ :  $z = 0,15d(3 + l/d)$

$l/d \leq 1$ :  $z = 0,6*$

2. Dvopoljni nosilec

$Z_{F,U} = \max M_{F,U} / z_F$ ;  $Z_{S,U} = \max M_{S,U} / z_S$

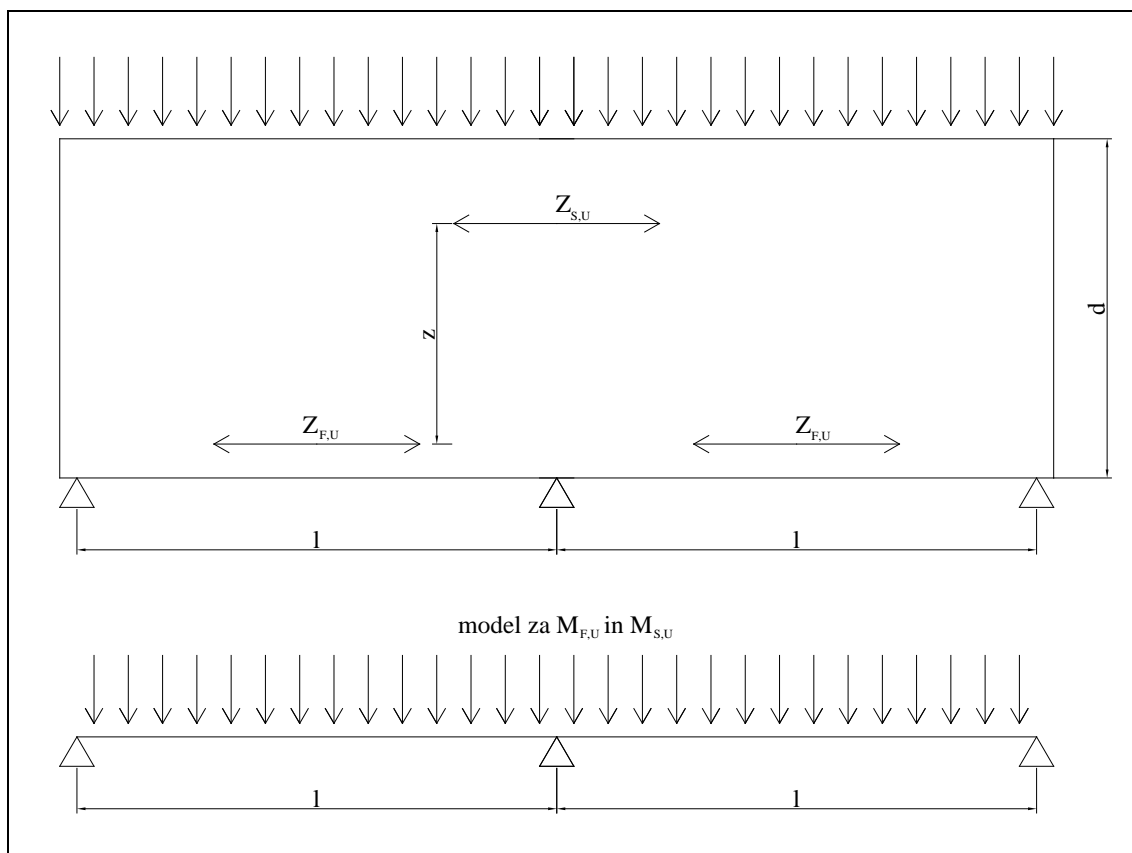
$\max M_{F,U}$ ,  $\max M_{S,U}$  po upogibni teoriji

$2,5 > l/d > 1$ :  $z_F = z_S = 0,10d(2,5 + 2 * l/d)$

$l/d \leq 1$ :  $z_F = z_S = 0,45 * l$

$Z_{F,U}$ ... natezna sila v armaturi v polju

$Z_{S,U}$ ... natezna sila v armaturi nad podporo



Slika 11: Prikaz količin, ki jih obravnava Leonhardt (dvopoljni nosilec)

### 3. Kontinuirni nosilec

Za krajni polji in območje nad prvima notranjima podporama veljajo izrazi kot pri dvopoljnem nosilcu.

Za notranja polja velja:

$$Z_{F,U} = \max M_{F,U} / z_F; \quad Z_{S,U} = \max M_{S,U} / z_S$$

$\max M_{F,U}$ ,  $\max M_{S,U}$  po upogibni teoriji

$$3 > l/d > 1: z_F = z_S = 0,15d(2 + l/d)$$

$$l/d \leq 1: z_F = z_S = 0,45 * l$$

### 4. Minimalna armatura

0,15% na vsaki strani za zajetje nateznih poševnih napetosti (majhne) in omejitve debeline razpok. To armaturo je potrebno dodati armaturi, ki smo jo izračunali v zgornjih treh točkah.

## Pravila za dimenzioniranje Heft

Heft podaja napotke za dimenzioniranje, ki imajo enako metodologijo kot Leonhardt. Razlike nastopijo samo v izračunu ročic notranjih sil. Sile ravno tako izračunamo iz momenta, ki ga izračunamo iz upogibne teorije linijskih nosilcev.

$T=M/z$ , M po upogibni teoriji

l...razpon nosilca

d...višina nosilca

$z_F$ ...ročica notranjih sil v polju

$z_S$ ...ročica notranjih sil nad podporo

1.Račun natezne sile (T) v enopoljnem nosilcu

$2 > l/d > 1$ :  $z_F=0,3d(3-d/l)$

$l/d \leq 1$ :  $z_F=0,6 \cdot l$

2.Dvopoljni nosilec

$T=M/z$ , M po upogibni teoriji

$2,5 > l/d > 1$ :  $z_F=z_S=0,5d(1,9-d/l)$

$l/d \leq 1$ :  $z_F=z_S=0,45 \cdot l$

3.Večpoljni nosilec

Za krajni polji in območje nad prvima notranjima podporama veljajo izrazi kot pri dvopoljnem nosilcu.

Za notranja polja velja:

$T=M/z$ , M po upogibni teoriji

$3,33 > l/d > 1$ :  $z_F=z_S=0,5d(1,8-d/l)$

$l/d \leq 1$ :  $z_F=z_S=0,4 \cdot l$

4. Konzola dolžine  $l_k$

$1,0 < d/l_k < 2,0$ :  $z_S=0,45 \cdot l_k + 0,10 \cdot d$

$d/l_k \geq 2,0$ :  $z_F=0,85 \cdot l_k$

## **Priporočila CEB-FIP Model Code 90 za projektiranje stenastih nosilcev**

### **Vrste analize**

Sile, ki delujejo v stenastem nosilcu je mogoče določiti na več načinov. Lahko jih izračunamo po linearni analizi, ki temelji na teoriji elastičnosti. Druga možnost je račun nosilca po metodi nadomestnega paličja, sestavljenega iz tlačnih razpor in nateznih vezi, ki je usmerjeno po napetostih, dobljenih iz elastične analize. Tretja možnost pa je nelinearna analiza.

### **Analogija z nadomestnim paličjem**

Nadomestno paličje sestavljajo, kot že omenjeno, vezi, razpore in vozlišča. V območjih visokih napetosti naj bi bili običajni koti med razporami in vezmi okrog  $60^\circ$ , vsekakor pa ne manj kot  $45^\circ$ . Natezne vezi naj potekajo v smeri glavnih normalnih nateznih napetosti, čeprav imamo tu določene omejitve zaradi same izvedbe armature, ki je običajno horizontalna (vertikalna) oz. potekajoča vzporedno (pravokotno) z zunanji robovi nosilca. Če vlečemo armaturo v smeri največjih glavnih normalnih nateznih napetosti tudi kontrola v mejnem stanju uporabnosti odpade. Prečno na smer tlačnih razpor, ki se razširjajo, potrebujemo armaturo, ki naj bo dimenzionirana na silo, ki je enaka 25-40% tlačne sile v razpori. Večja vrednost velja za razpore, ki ima na obeh koncih koncentrirani vozlišči, če je samo na eni strani koncentrirano vozlišče pa vzamemo manjšo vrednost. V vozliščih je potrebno paziti na napetosti in sidranje.

Dovoljeno nam je uporabiti tudi poenostavljene postopke dimenzioniranja, če le-ti temeljijo na zadostni zanesljivosti in izkušnjah.

### **Območja diskontinuitete**

Območja diskontinuitete so območja vnosa koncentrirane obtežbe v konstrukcijo ali območja z geometrijskimi diskontinuitetami, vključno s spoji med posameznimi konstrukcijskimi sistemi. V teh območjih je potrebno opraviti določene kontrole. Te so kontrola armature, sile v tlačnih diagonalnih razporah (če so razpore ožje od vozlišč), sile v vozliščih in sidranje armature v območju vozlišč.

### **Vozlišča in sidranje**

Vozlišče je definirano kot volumen betona v presečišču s tlačnimi razporami in sidrnimi silami v armaturi ter eventuelno zunanjo obtežbo oz. reakcijami. Za različne tipe vozlišč imamo različne zahteve kar se tiče trdnosti betona v vozlišču. Če imamo v vozlišču samo tlačne sile, potem lahko računamo z večjo trdnostjo betona, kot v vozlišču, kjer nastopajo tudi natezne sile. Izjemoma lahko računamo z večjo trdnostjo tudi v vozlišču z nategi, če so koti nadomestnega paličnega modela večji od  $55^\circ$  ter če je armatura projektirana z veliko pazljivostjo (armatura v večih plasteh in s prečnimi stremeni).

### **Detajliranje armature v stenastih nosilcih**

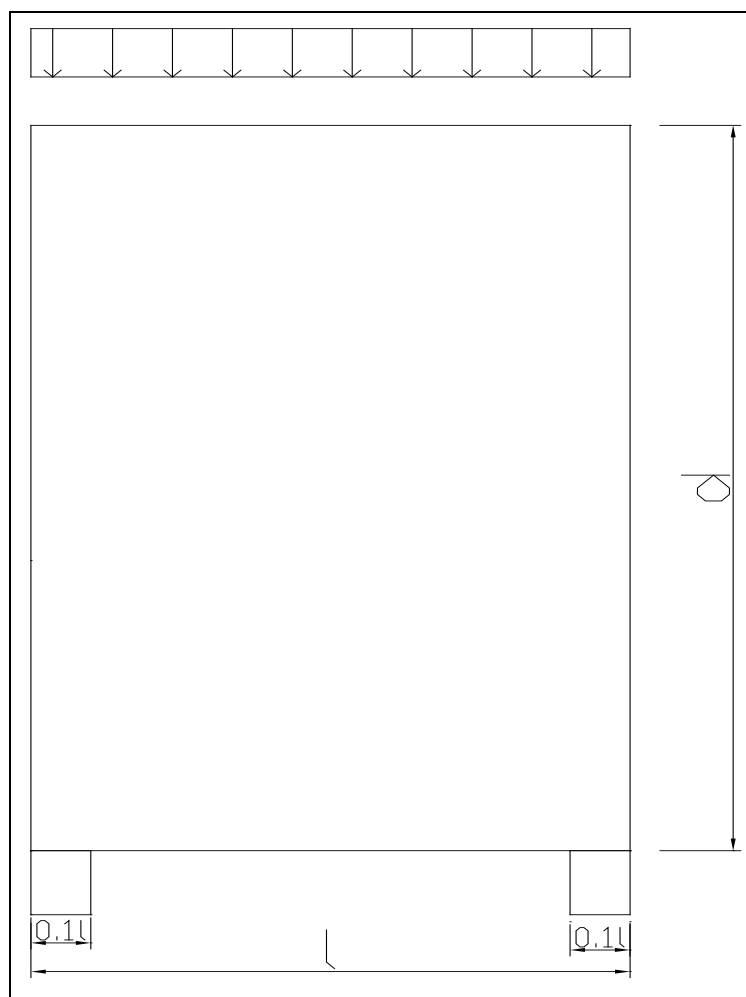
Pri prostoležečem nosilcu preko enega polja naj bo glavna vzdolžna armatura enakomerno razporejena v spodnjem delu do manjše od višin  $0,12 \cdot h$  oz.  $0,12 \cdot l$ , kjer je  $h$  celotna višina nosilca,  $l$  pa projektirani razpon. Vedno je potrebno vzdolžni armaturi dodati tudi še dodatno armaturo (minimalna armatura), ki naj ne bo manjša od 0,2% (na vsaki strani 0,1%). Ta dodatna armatura je ortogonalna in postavljena tako da so palice v horizontalni smeri objete s palicami v vertikalni smeri. To velja za primere, ko obtežba na nosilec deluje z vrha. Če je obtežba na nosilec obešena s spodnje strani pa je potrebno prej omenjeni armaturi dodati še stremena, ki potekajo od mesta vnosa obtežbe pa do manjše od višin  $h$  oz.  $l$ , in sicer tako, da objamejo ortogonalno armaturo. V bližini podpor lahko do 20% zmanjšamo višino stremen. V primeru kontinuirnega nosilca veljajo v poljih nosilca enake zahteve kot pri prostoležečem nosilcu preko enega polja. Nad podporami pa del armature v velikosti  $[(l/h)-1]/2$  od celotne potrebne armature položimo v območju manjšem od vrednosti  $0,2 \cdot h$  oz.  $0,2 \cdot l$ . Preostali del armature pa naj bo enakomerno razporejen pod zgoraj obravnavanim območjem vse do manjše od vrednosti  $0,6 \cdot h$  oz.  $0,6 \cdot l$ .

## 3. Primeri

### 3.1 Enopoljni stenasti nosilec

#### Opis stenastega nosilca

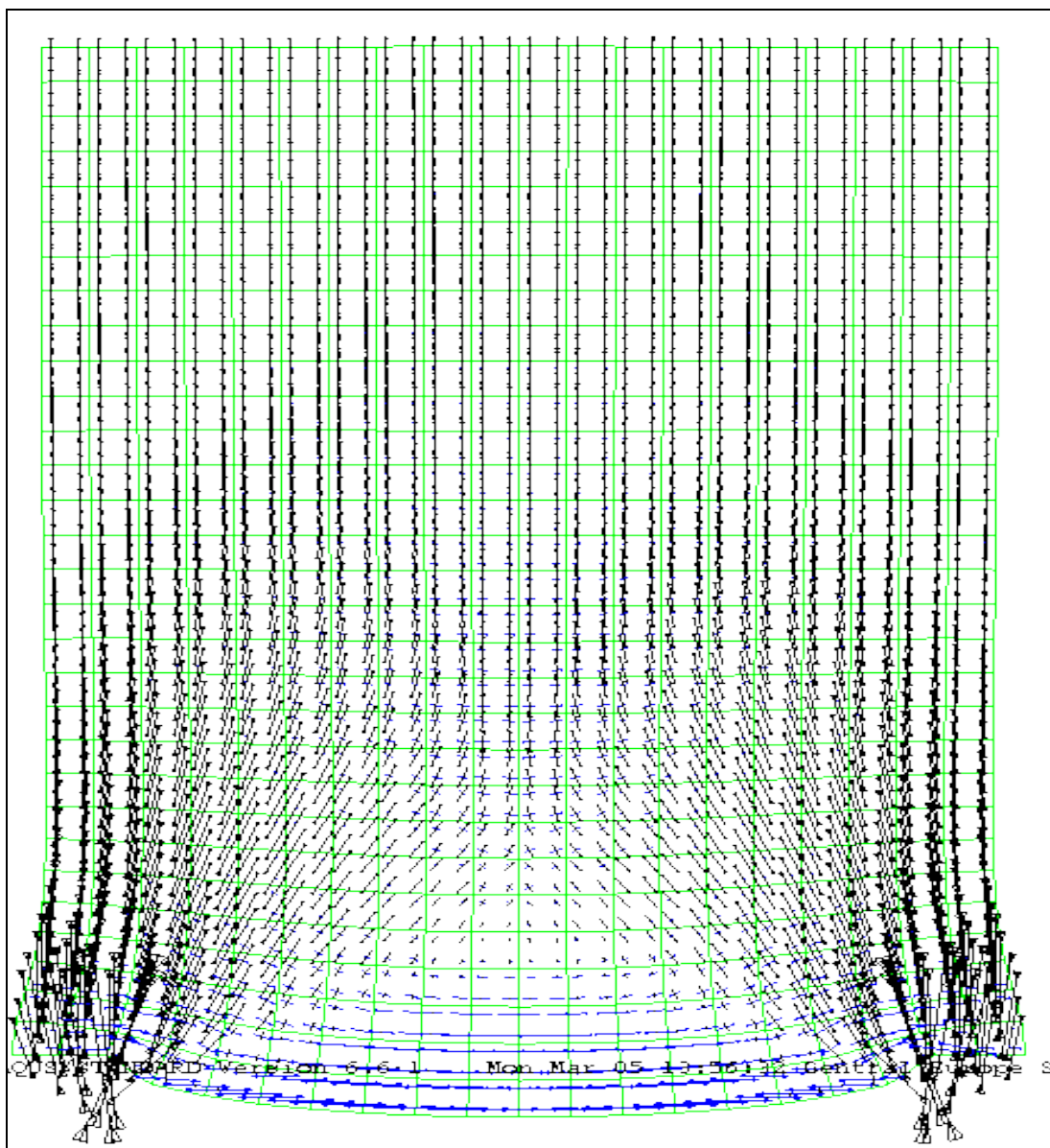
Obravnavam armiranobetonski stenasti nosilec z debelino  $b_s=15\text{cm}$ , katerega razmerje višine proti razponu je  $d/l=1,5$ . Na spodnjem robu so ob straneh podpore širine  $0,1l$ . Stena je obremenjena z enakomerno linijsko obtežbo velikosti  $q=300\text{ kN/m}$ . Zanima nas potrebna armatura v steni zaradi te obtežbe. Vgrajeni beton je trdnostnega razreda C30/37.



Slika 12: Obravnavani stenasti nosilec (geometrija)

### Analiza z MKE

Pri analizi z MKE upoštevam ravninsko napetostno stanje (RNS) in uporabim pripadajoče 4-vozljučne končne elemente (KE) z NEKOMPATIBILINIMI pomiki, ki so na voljo v programu Abaqus. Uporabim mrežo 20X30 KE. Uporabim končne elemente, ki imajo samo membranske sile (t.j. samo normalne napetosti in strižne napetosti (sile) v ravnini KE, brez upogibnih momentov in prečnih sil pravokotno na ravnino), ker na podlagi predpostavke o RNS to lahko naredimo. Na sliki 13 so prikazane smeri in velikosti glavnih normalnih napetosti, ki jih dobim z analizo.



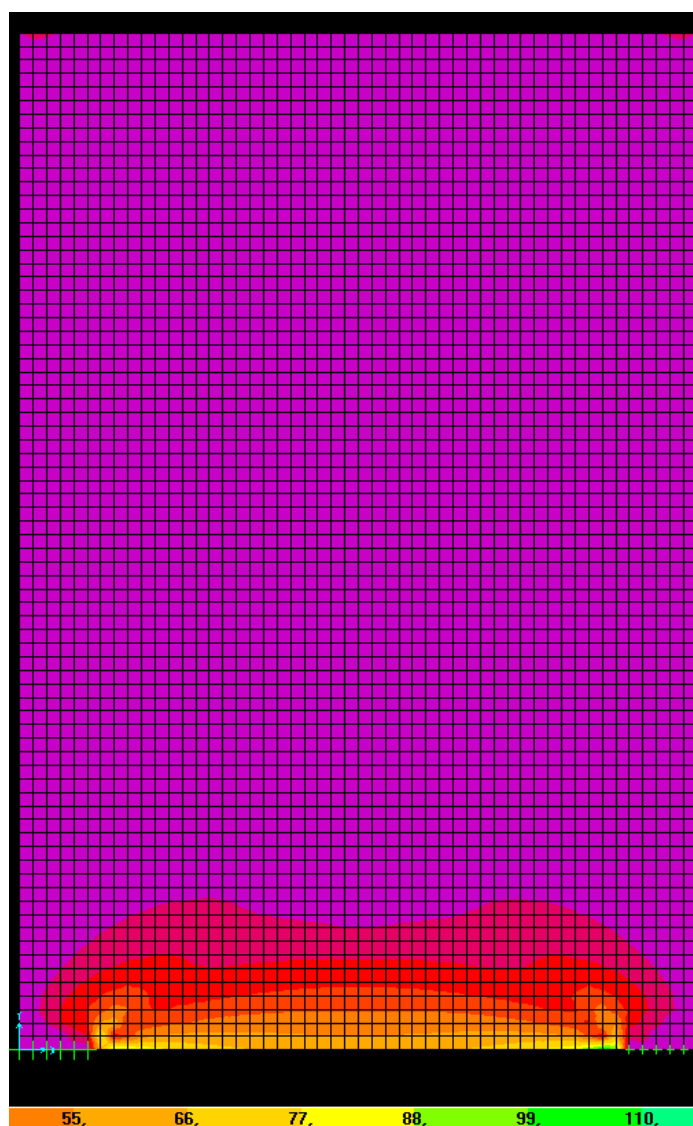
Slika 13: Vektorji glavnih normalnih napetosti



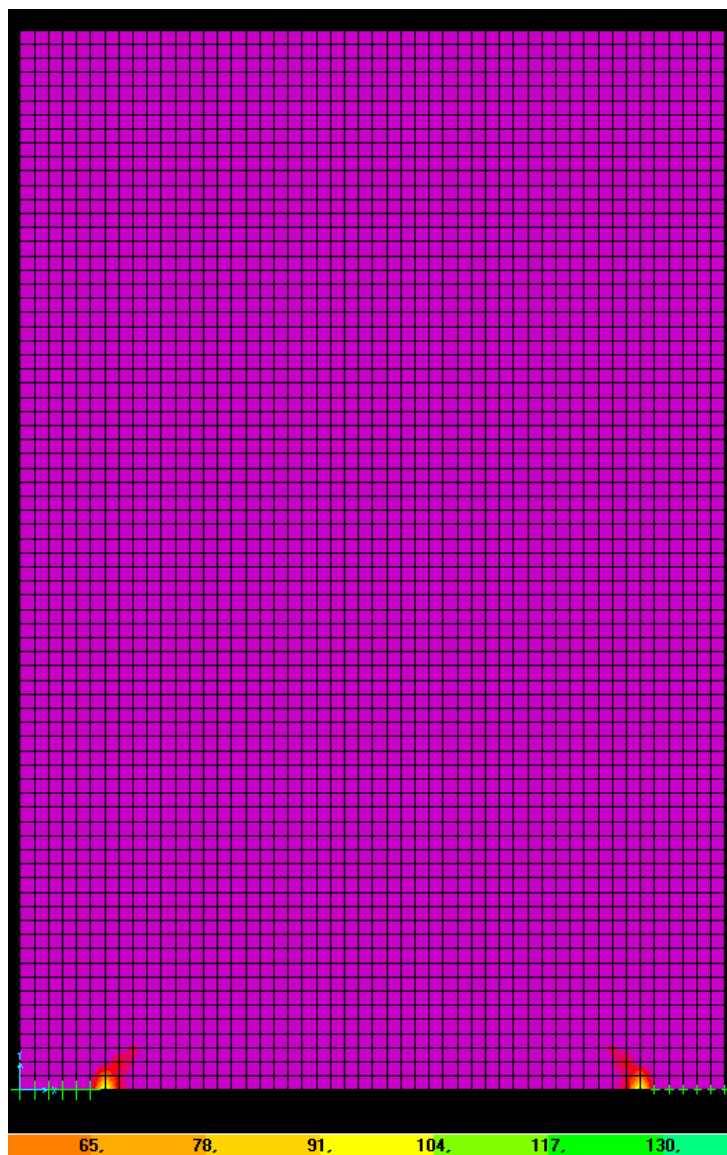
Modra barva pomeni maksimalno glavno normalno napetost, črna pa minimalno napetost (na sliki v spodnjem delu pomeni modra natezne napetosti, drugje prevladujoča črna pa tlačne napetosti).

### **Dimenzioniranje armature z rezultati analize MKE**

Za dimenzioniranje armature uporabim program SAP2000, ki to omogoča. Ponovno naredim model stene, izolinije potrebne armature v x in y smereh so prikazane na spodnjih slikah.



Slika 14: Izolinije horizontalne armature



Slika 15: Izolinije armature v vertikalni smeri

Iz slike 15 se vidi, da v navpični smeri praktično ne potrebujemo armature.

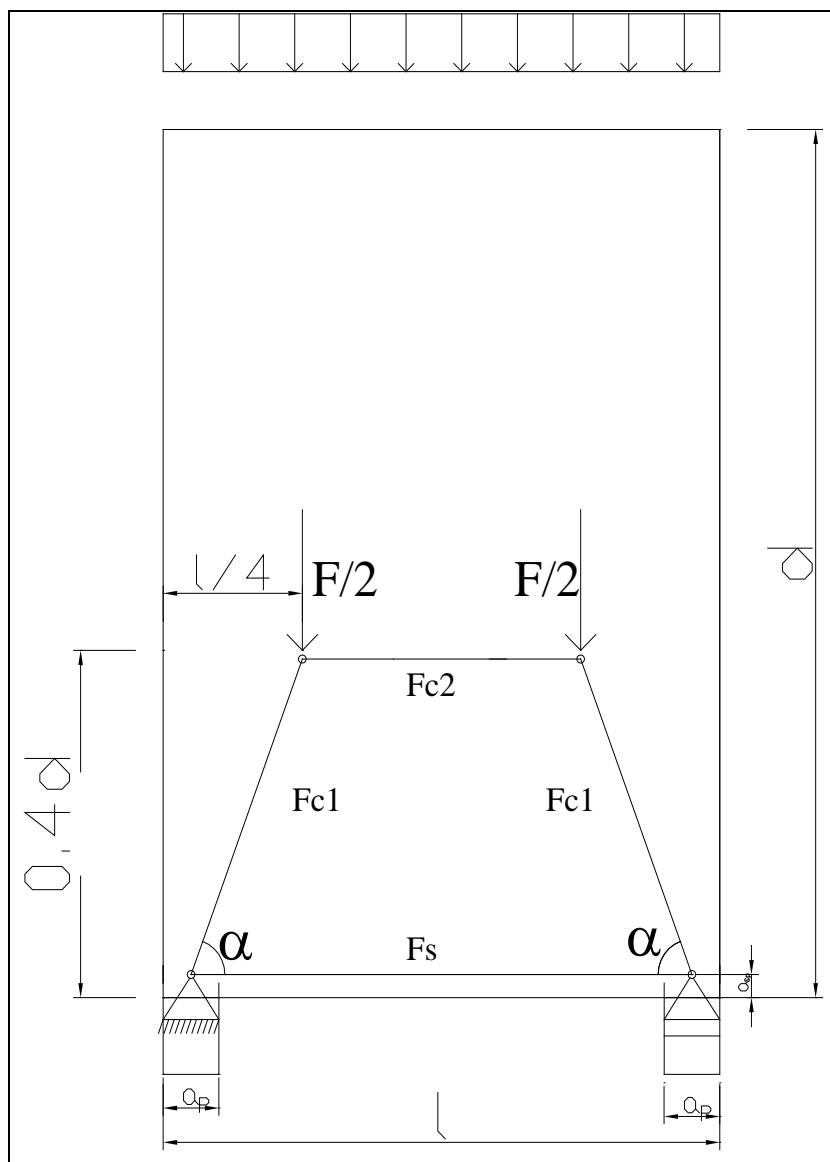
Samo armaturo potem izračunamo peš, saj nam rezultati povejo samo velikost armature na enoto dolžine. Rezultate peš integriramo in dobimo za rezultat vrednost **1,36 cm<sup>2</sup>** armature v polju nosilca v horizontalni smeri.

### **Analiza in dimenzioniranje armature po metodi nadomestnega paličja**

Na podlagi trajektorij glavnih napetosti, ki nam jih izračuna program ABAQUS (slika 13) predpostavimo potek nateznih vezi in tlačnih razpor nadomestnega paličja.

Na mestu kjer imamo veliko koncentracijo glavnih nateznih napetosti, predpostavimo natezno vez (težišče prereza armature), na mestu kjer pa nastopajo velike glavne tlačne napetosti, predpostavimo delovanje tlačnih razpor (v smislu nekega nadomestnega betonskega prereza). Tako dobimo nadomestno paličje v obliki enakokrakega trapeza, ki je v zgornjih dveh vozliščih obremenjeno z dvema silama, ki rezultirata iz podane linijske obtežbe, v spodnjih vozliščih pa imamo členkasti podpori (slika 16). Zgornji vozlišči postavim na eno četrtno razpona stene in na dve petini višine stene. S to predpostavljeno geometrijo izračunam notranje sile v paličju in nadalje potrebno armaturo v spodnjem pasu. Pri tem upoštevam za dovoljeno napetost v armaturi kar projektno vrednost meje plastičnosti (za jeklo npr. S500:  $f_{yd}=43.48 \text{ kN/cm}^2$ ).

Sledi kontrola napetosti v vozliščih, ki jo izdelamo na podlagi predpostavljenih dimenzij vozlišč (velikost površine preko katere je vnesena sila, pogojev geometrije in podobno). Pozabiti pa ne smemo niti na kontrolo tlačnih napetosti v razporah, ki se kontrolirajo glede na dimenzije, ki izhajajo iz geometrije vozlišč. Potrebno je tudi detajlirati armaturo v vozliščih. S tem imam v mislih izračun sidrnih dolžin pri različnih oblikah zaključka armature (ravna palica, zakrivljena palica, zanka) in tudi glede na lego armature, saj lahko armaturo postavimo tudi v več med seboj vzporednih plasti.



Slika 16: Začetno nadomestno paličje

**Potek dimenzioniranja:***1. Podatki:*

$$a_{sp} = 4 \text{ cm}$$

$$l = 100 \text{ cm}$$

$$d = 150 \text{ cm}$$

$$b_s = 15 \text{ cm (debelina stene pravokotno na obravnavano ravnino)}$$

$$a_p = 10 \text{ cm}$$

Material:

-beton: C30/37 ( $f_{cd}=3 \text{ kN/cm}^2$ ,  $f_{ck}=2 \text{ kN/cm}^2$ )

-armatura: S500, rebrasta

Naklon poševne razpore:

$\alpha = \arctg((0,4d - a_{sp}) / (0,25 \cdot 1 - 0,05 \cdot 1)) = \arctg((0,4d - a_{sp}) / (0,20 \cdot 1))$ , upoštevam še  $d=1,5 \cdot 1$ , sledi

$\alpha = \arctg((0,4d - a_{sp}) / (0,20 \cdot 1)) = \arctg(3 - 5 \cdot a_{sp} / 1) = 70,35^\circ$ .

Obtežba:

$q=300 \text{ kN/m}$

(rezultanta:  $F=ql=300 \text{ kN/m} \cdot 1 \text{ m}=300 \text{ kN}$ )

### 2. Izračun sil v paličju:

Iz ravnotežnega pogoja v zgornjem vozlišču izračunam notranje sile v tlačnih razporah:

$F_{C1} = -F / (2 \cdot \sin \alpha) = 150 \text{ kN} / (\sin 70,35^\circ) = -159,28 \text{ kN}$

$F_S = +F / (2 \cdot \tg \alpha) = -F_{C2} = 150 \text{ kN} / \tg 70,35^\circ = 53,56 \text{ kN}$

$\alpha [^\circ]$	$F_{C1}$ -poševna razpore [kN]	$F_{C2}$ -vodoravna razpore [kN]	$F_S$ -natezna vez [kN]
70,35	-159,28	-53,56	53,56

### 3. Kontrola spodnjega vozlišča:

Širina:

Za širino spodnjega vozlišča (hkrati je to tudi podpora) vzamem širino podpore  $a_p=10 \text{ cm}$  in kontroliram napetosti, ki jih povzroča vertikalna reakcija:

$\sigma_{sd} = 150 \text{ kN} / (15 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm}) = 1,00 \text{ kN/cm}^2 < 1,50 \text{ kN/cm}^2 = 0,85 \cdot v \cdot f_{cd}$  (v redu) (C30/37)

Za to vozlišče vzamem v formuli iz EC-2, poglavje 6.5:  $k_2=0,85$ , ker je vozlišče tlačno-tlačno-natežno in  $v=1 - f_{ck}/250$  ( $f_{ck}[\text{Mpa}]$ ).

Višina:

Iz kontrole ravnotežja spodnjega vozlišča v vodoravni smeri izračunamo višino vozlišča:

$h_{v_{sp}} = F_S / (0,85 \cdot v \cdot f_{cd} \cdot b_s) = 2,39 \text{ cm}$ ,  $k_2=0,85$ , vzamem  $h_{v_{sp}}=3 \text{ cm}$ .

Sedaj imamo poznano geometrijo vozlišča (obe med seboj pravokotni ploskvici v vozlišču), torej lahko izračunamo višino tlačne razpore, ki se priključuje v tem vozlišču:

$h_o = h_{v_{sp}} \cdot \cos \alpha + a_p \cdot \sin \alpha = 10,43 \text{ cm}$

*Napetost v tlačni razpori:*

$$\sigma_{sd} = F_C / (h_o * b_s) = 159,28 / (10,42 * 15) = 1,02 \text{ kN/cm}^2 < 1,05 \text{ kN/cm}^2 = 0,6 * v * f_{cd} \text{ (v redu)}$$

*4. Kontrola zgornjega vozlišča:*

*Višina:*

$$\text{Vse notranje sile so po velikosti enake: } h_{vzg} = F_{C2} / (1,0 * v * f_{cd} * b_s) \quad k_1 = 1,0;$$

$$h_{vzg} = k_2 / k_1 * h_{vsp} = 0,85 / 1,0 * h_{vsp} = 2,55 \text{ cm, vzamem } h_{vzg} = \mathbf{3 \text{ cm}}$$

*b. Popravljen geometrija paličja:*

Ker imam zdaj znane dimenzije prerezov nadomestnega paličja, se geometrija paličja spremeni, saj sem na začetku samo predpostavil lego natezne vezi, sedaj pa poznam tudi njene dimenzije. Če vzamem za lego armature že na začetku veliko vrednost, se mi potem v iteracijah geometrija ne spremeni.

Sedaj lahko predpostavim novo geometrijo paličja in ponovim račun notranjih sil. Upoštevati pa moram, da mora biti cona kritja večja od polovične višine vozlišča, sicer dobim težišče armature izven te cone.  $\text{tg} \alpha = 3 - 2,5(h_{vzg} + \text{MAX}[h_{vsp}, 2a_{sp}]) / l = 2,725$ ;  $\alpha = 69,85^\circ$ , **manjši kot kot v prvi iteraciji, kar pomeni, da imam zdaj kvečjemu večje notranje sile v paličju in zato je potreben ponoven izračun.**

*2.b Novi izračun sil v paličju*

$\alpha [^\circ]$	$F_{C1}$ -poševna razpora [kN]	$F_{C2}$ -vodoravna razpora [kN]	$F_S$ -natezna vez [kN]
69,85	-159,78	-55,04	55,04

*3b. Kontrola spodnjega vozlišča:*

*Širina:*

Ostane vse enako kot v prvi iteraciji, ker ima vertikalna reakcija enako vrednost in zato povzroča enake napetosti kot v prvi iteraciji.

*Višina:*

$h_{vsp} = F_S / (0,85 * v * f_{cd} * b_s) = 2,45 \text{ cm}$ ,  $k_2 = 0,85$ , vzamem  $h_{vsp} = 3 \text{ cm}$ , kar je enako kot v prvi iteraciji

$$h_o = h_{vsp} * \cos \alpha + a_p * \sin \alpha = 10,42 \text{ cm}$$

*Napetost v tlačni razpori:*

$$\sigma_{sd} = F_{C1} / (h_o * b_s) = 159,78 / (10,42 * 15) = 1,02 \text{ kN/cm}^2 < 1,05 \text{ kN/cm}^2 = 0,6 * v * f_{cd} \text{ (v redu)}$$

*4.b Kontrola zgornjega vozlišča:*

*Višina:*

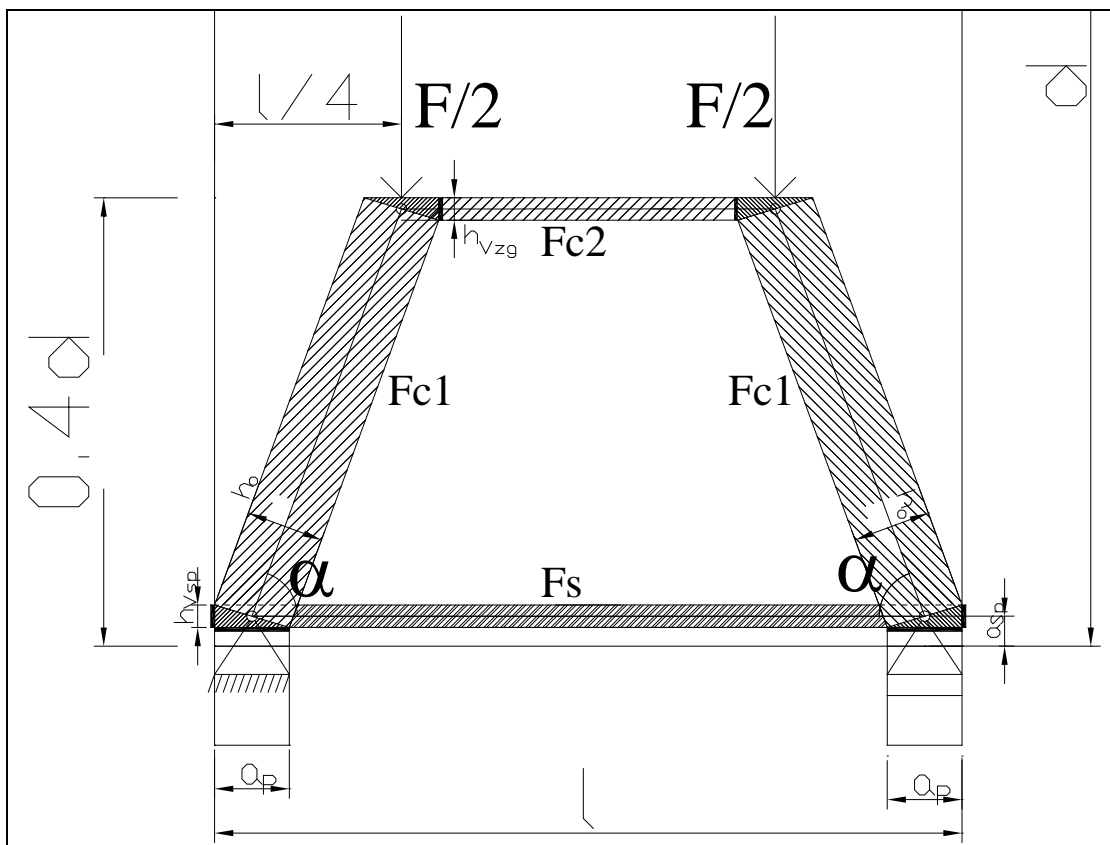
$h_{vzg} = F_{C2} / (1,0 * v * f_{cd} * b_s)$   $k_1 = 1,0$ ;  $h_{vzg} = k_2 / k_1 * h_{vsp} = 0,85 / 1,0 * h_{vsp} = 2,20 \text{ cm}$ , vzamem  **$h_{vzg} = 3 \text{ cm}$** ,  
kar je enako kot v prvi iteraciji

*Napetost v vodoravni ravnini:*

Ni kritična, ker je to vozlišče nekako razmazano in ni «singularno» kot spodnje, kjer gre za koncentriran vnos reakcije v steno.

*Napetost v navpični ravnini:*

$$\sigma_{sd} = 55,04 \text{ kN} / (3 \text{ cm} * 15 \text{ cm}) = 1,22 < 1,76 \text{ kN/cm}^2 = 1,0 * v * f_{cd} \text{ (v redu)}$$



Slika 17: Končno nadomestno paličje z dejanskimi dimenzijami

## 5. Armatura

### a) armatura v eni plasti:

$$F_S = 55,04 \text{ kN}$$

$$\text{Potr } A_S = 55,04 \text{ kN} / 43,48 \text{ kN/cm}^2 = 1,27 \text{ cm}^2, \text{ npr. } 3 \Phi 8 \text{ (} A_{S,\text{prov}} = 1,51 \text{ cm}^2 \text{)}$$

Na voljo imamo sledeči prostor za sidranje:  $l_v = a_p + a_{sp} / \tan \alpha = 11,47 \text{ cm}$ . Osnovna sidrna dolžina je določena s standardno formulo:  $l_{b,\text{reqd}} = \Phi / 4 * f_{yd} / f_{bd} * (A_{S,\text{reqd}} / A_{S,\text{prov}}) = 24,38 \text{ cm}$ ; pri tem, da  $f_{bd}$  pomeni sprijemno napetost med betonom in armaturo, ki jo izračunamo po standardnem postopku. Za C30/37 je  $f_{ctd} = 0,13 \text{ kN/cm}^2$  (projektna natezna trdnost betona), s pomočjo katere potem izračunamo  $f_{bd} = 0,3 \text{ kN/cm}^2$ ;  $l_{b,\text{reqd}} = 24,38 \text{ cm} > 11,47 \text{ cm} = l_v$ . Ker je potrebna dolžina sidranja večja od dolžine, ki nam je na razpolago, se odločimo še za določene dodatne ukrepe, s katerimi bomo zmanjšali potrebno sidrno dolžino. Lahko si pomagamo npr. z



ukrivitvijo armaturnih palic ali pa z prečno na glavno armaturo privarjenimi armaturnimi palicami. Ugodni vplivi teh ukrepov so zajeti v  $\alpha$  faktorjih ( $<1,0$ ) v sledeči enačbi:

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd}$$

Z zadostno cono kritja armature (proti zunanji strani in proti sosednjim palicam) in prečno privarjenimi palicami zmanjšamo potrebno sidrno dolžino za več kot polovico:  $\alpha_2=0,7$ ,  $\alpha_4=0,7$ , sledi  $l_{bd}=0,49 l_{b,rqd}=11,95\text{cm}>11,55\text{cm}=l_v$  !

Ker kljub tema ukrepoma nimamo zadosti sidrne dolžine na razpolago, lahko na razdalji večji od  $\Phi$  od prve prečno privarjene palice privarimo še eno palico in s tem ukrepom sidrno dolžino zmanjšamo še za faktor 0,71.

#### *b) armatura v večih plasteh:*

Pri polaganju armature v večih plasteh imamo na voljo večji prostor okrog posamezne palice kot če bi jih polagali samo v eni plasti. Zato je v tem primeru izvedbe armature sidrna dolžina manjša kot če bi položili armaturo samo v eni plasti. Razume se da je potrebno vsaki palici nuditi dovolj porstora v oklici do naslednje palice, v nasprotnem primeru nismo nič pridobili na manjši sidrni dolžini.

#### *Armatura v tlačnih razporah zaradi nateznih napetosti pravokotnih na razpore:*

Vzamem omejeno območje diskontinuitete in  $b=2a$  (Točka 6.5, SIST EN 1992-1-1,2005). To pomeni, da je potem natezna sila pravokotno na tlačno razpore enaka  $T=1/4(1-a/b)*F$ , sledi  $T=-1/8*F_C=20,10\text{kN}$ .  $A_{Sp}=20,10\text{kN}/43,48\text{kN/cm}^2=0,46\text{cm}^2$ . Ta natezna sila je v modelu tlačne razpore prisotna samo enkrat, ker nastopa območje diskontinuitete samo enkrat. To pomeni, da jo lahko razmažemo na razdalji razpore (med vozliščema). Razdalja med zgornjim in spodnjim vozliščem je  $L=0,2*1/\cos\alpha=55,43$  cm. To pomeni  $a_s=0,46\text{cm}^2/(0,55\text{m})=0,84\text{cm}^2/\text{m}$ . Če se odločimo za ortogonalno armaturo v x-y usmerjenosti, to potem pomeni:  $a_{sx}=a_s*\cos\alpha=0,30\text{cm}^2/\text{m}$ ,  $a_{sy}=a_s*\sin\alpha=0,78\text{cm}^2/\text{m}$ . Minimalna armatura v steni je enaka  $\text{MAX}(0,1\%; 1,5\text{cm}^2/\text{m})=1,5\text{cm}^2/\text{m}$  v obeh smereh in ob obeh licih, kar pomeni da z minimalno armaturo pokrijemo to zahtevo v vodoravni smeri in navpični smeri.

## Analiza in dimenzioniranje armature po napotkih Leonhardt-a

Primerjava z Leonhardt-om:

Leonhardt računa notranje sile v stenastem nosilcu iz upogibnega momenta kot pri linijskih nosilcih. Potem ta moment deli z ročico notranjih sil  $z$  in dobi vrednost sile. V primeru stene preko enega polja vzame za vrednost ročice  $z$  sledečo velikost:

$$z=0,6 \cdot l, M=q \cdot (0,9 \cdot l)^2 / 8 = 300 \cdot 0,9^2 / 8 = 30,4 \text{ kNm}, F=30,4 \text{ kNm} / 0,6 \text{ m} = 50,6 \text{ kN}.$$

Treba je poudariti, da pri tem izračunu ni upoštevana linijska obtežba, ki deluje na robnih polovicah obeh podpor na vrhu in povečuje (neugodno) vrednost natezne osne sile, ta vpliv je  $1/20 \cdot q \cdot l$  (pri  $l/d=1$ ), kar nadalje pomeni, da je  $F_{F,u}=0,197 \cdot q \cdot l = 53,2 \text{ kN}$ .

Leonhardt kontrolira tudi napetosti v betonu ob podporah. Zanimivo je, da loči kontrolo glede na mesto podpore. V robnih podporah so dopuščene manjše napetosti ( $0,8 \cdot \beta_R$ ) kot v vmesnih podporah ( $1,2 \cdot \beta_R$ ), saj imamo v vmesnih podporah dvoosno tlačno napetostno stanje. Primerja se te napetosti malo težje, ker so določene v različnih standardih.  $\beta_R$  je karakteristična trdnost betona po nemškem standardu DIN.

## Primerjava rezultatov po različnih metodah

Preglednica 1: Armatura v absolutni vrednosti ter v odstotkih vrednosti dobljene po modelu nadomestnega paličja

Nadomestno paličje	Leonhardt	Heft 240	SAP 2000
$A_S=1,27 \text{ cm}^2$	$A_S=1,16 \text{ cm}^2$	$A_S=1,05 \text{ cm}^2$	$A_S=1,36 \text{ cm}^2$
100%	91%	83%	107%

Iz preglednice 1 je razvidno, da se model nadomestnega paličja nahaja med priporočili Leonhardt-a in programa SAP 2000.

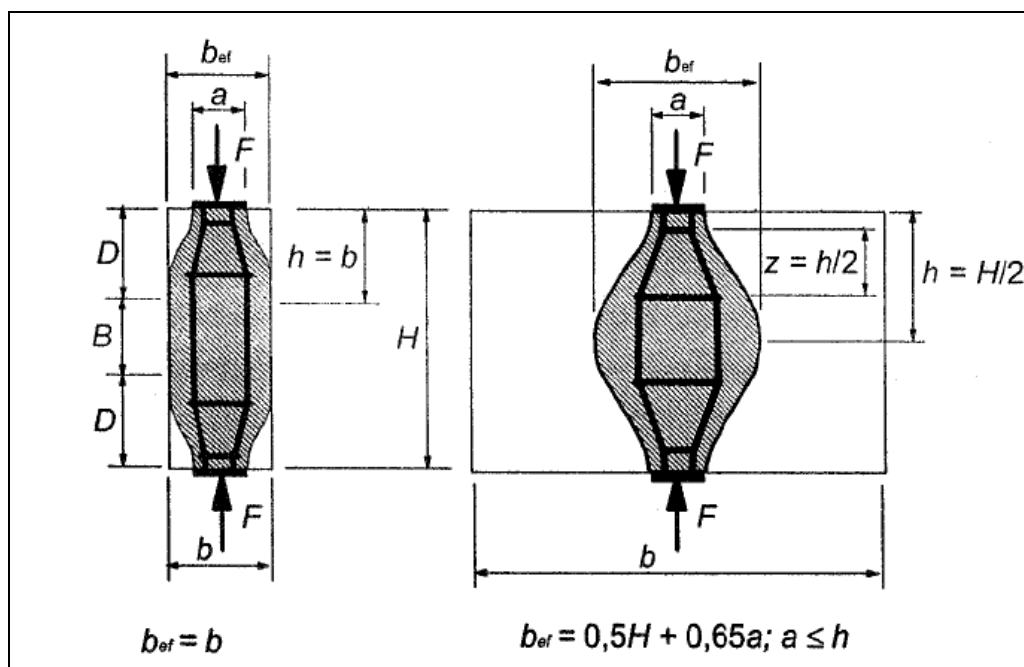
Preglednica 2: Višina območja spodnje armature ( $A_S$ )

Nadomestno Paličje	SAP 2000
3 cm	18 cm

Leonhardt ne omenja območja, v katerem naj se nahaja spodnja armatura, za določene primere nam samo prikaže potek napetosti po prerezu nosilca.

Preglednica 3: Minimalna armatura na vsaki strani stenastega nosilca

Leonhardt	EN 1992-1-1	CEB-FIP Model Code
0,15%	$\max[0,10\%; 1,5\text{cm}^2/\text{m}]$	0,10%



Slika 18: Model paličja v tlačni razpori (natezne prečne sile)

Preglednica 4: Velikosti natezne sile pravokotno na tlačno razpore

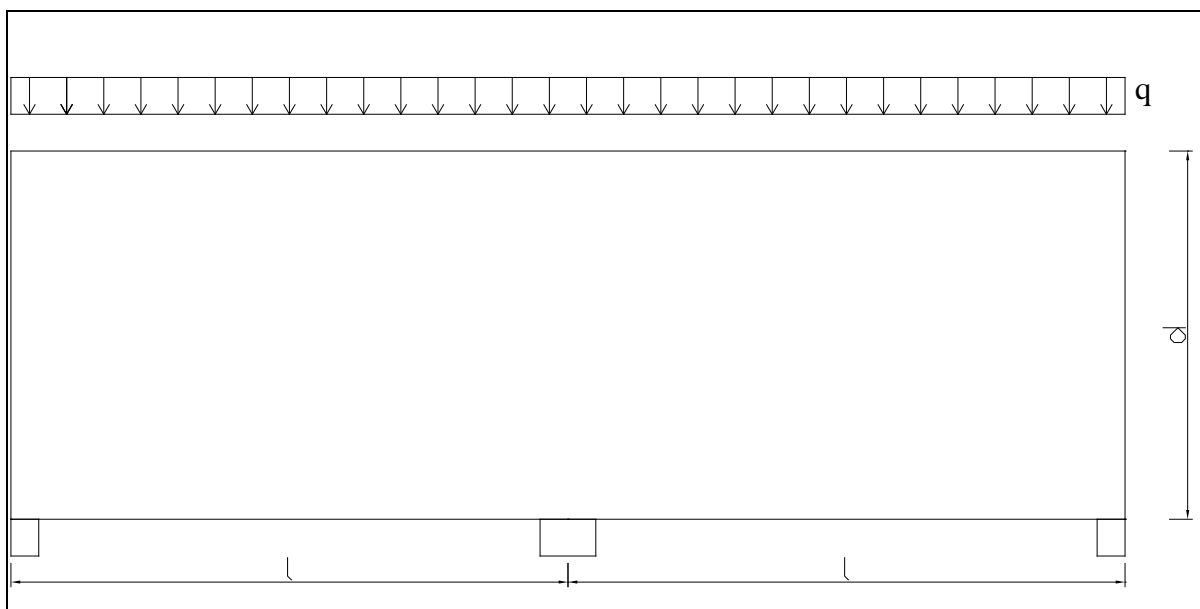
EN 1992-1-1, 2004	Leonhardt
$T = 1/4 * (1 - a/b) * F$ (delna diskontinuiteta)	$Z \approx 0,3 * (1 - a/b)$
$T = 1/4 * (1 - 0,7 * a/b) * F$ (polna diskontinuiteta)	

V mojih primerih je to delna diskontinuiteta (koncentrirano vozlišče samo na eni strani tlačne razpore, in sicer ob podpori), tako da vzamem za račun prečne natezne sile zgornjo enačbo po Evrocodu. Hkrati rečem, da je širina razpore enaka dvakratni širini vnosa koncentrirane sile (širini podpore). Ob teh predpostavkah je potem natezna prečna sila na razpore enaka eni osmini tlačne sile v razpore. To silo upoštevamo na razdalji od podpore pa vse do zgornjega sosednjega vozlišča (razmazano).

## 3.2 Dvopoljni stenasti nosilec

### Opis stenastega nosilca :

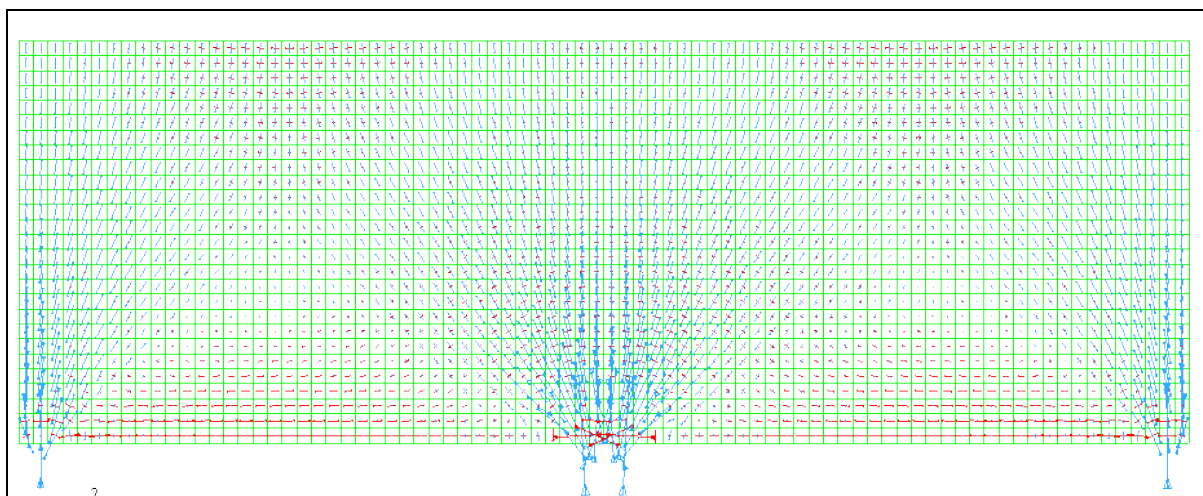
Obravnavam stenasti nosilec z debelino  $b_s=15\text{cm}$ , katerega razmerje razpona proti višini je  $l/d=1,5$ . Na spodnjem robu so ob straneh podpore širine  $0,05*1$  (7,5cm), na sredini pa širine  $0,1*1$  (15cm). Stena je obremenjena z enakomerno linijsko obtežbo velikosti  $q=100\text{ kN/m}$ . Zanima nas potrebna armatura v steni zaradi te obtežbe. Vgrajeni beton je trdnostnega razreda C30/37.



Slika 19: Obravnavani stenasti nosilec preko dveh polj

### Analiza z MKE

Pri analizi z MKE upoštevam ravninsko napetostno stanje (RNS) in uporabim pripadajoče 4-vozljiščne končne elemente z NEKOMPATIBILINIMI pomiki, ki so na voljo v programu Abaqus. Uporabim mrežo  $80 \times 27$  KE. Uporabim končne elemente, ki imajo samo membranske sile (t.j. samo normalne napetosti in strižne napetosti (sile) v ravnini KE, brez upogibnih momentov in prečnih sil pravokotno na ravnino), ker na podlagi predpostavke o RNS to lahko naredim. Na sliki 20 so prikazane smeri in velikosti glavnih normalnih napetosti, ki sem jih dobil z analizo.

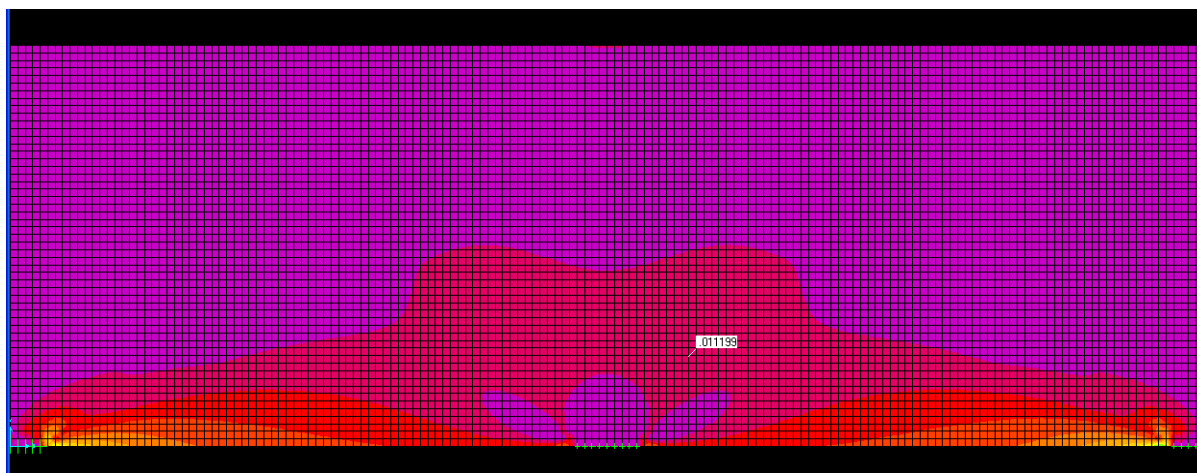


Slika 20: Vektorji glavnih normalnih napetosti

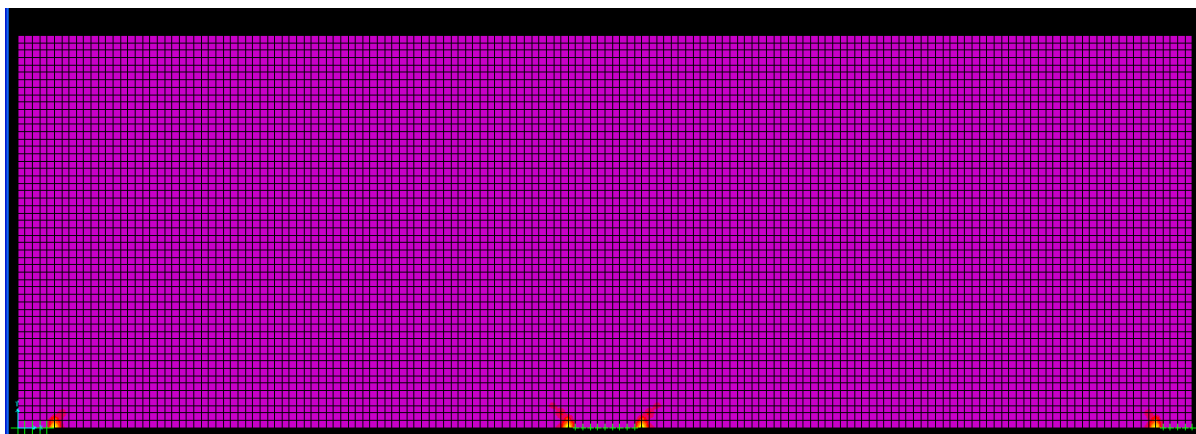
Rdeča barva pomeni maksimalno glavno normalno napetost, modra pa minimalno napetost (na sliki v spodnjem delu pomeni rdeča natezne napetosti, drugje prevladujoča modra pa tlačne napetosti).

### Dimenzioniranje armature z rezultati analize MKE

Za dimenzioniranje armature uporabim program SAP2000, ki to omogoča. Ponovno naredim model stene, izolacije potrebne armature v x in y smereh so prikazane na spodnjih slikah.



Slika 21: Izolinije horizontalne armature



Slika 22: Izolinije armature v vertikalni smeri

Iz slike se vidi, da v navpični smeri praktično ne potrebujemo armature.

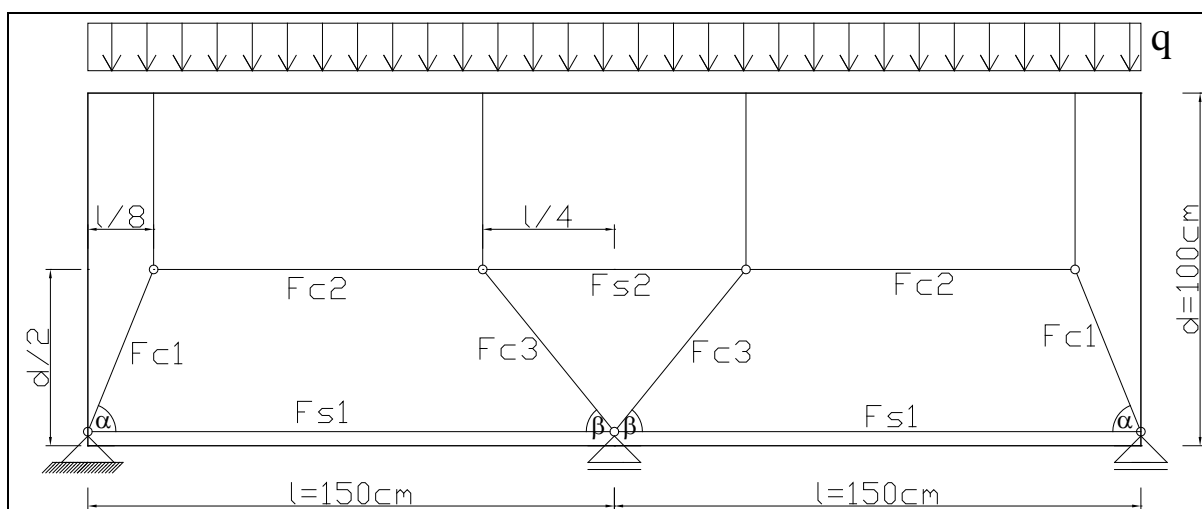
Sámo armaturo potem izračunamo peš, saj nam rezultati povejo samo velikost armature na enoto dolžine. Rezultate peš integriramo in dobimo za rezultat vrednost **0,65 cm<sup>2</sup>** armature v polju nosilca in **0,90cm<sup>2</sup>** nad podporo.

### **Analiza in dimenzioniranje armature po metodi nadomestnega paličja**

Na podlagi trajektorij glavnih normalnih napetosti, ki nam jih izračuna program ABAQUS (slika 20) predpostavimo potek nateznih vezi in tlačnih razpor v nadomestnem paličju.

Na mestu kjer imamo veliko koncentracijo glavnih nateznih napetosti predpostavimo natezno vez (težišče armature), na mestu kjer pa nastopajo velike glavne tlačne napetosti, predpostavimo delovanje tlačnih razpor (v smislu nekega nadomestnega betonskega prereza). Tako dobimo nadomestno paličje v obliki trapezov, ki ima v zgornjih dveh vozliščih v vsakem določen delež tlačne osne sile rezultirajoče iz podane linijske obtežbe, v spodnjem vozlišču pa imamo v vsakem členkasto podporo (slika 23). Zgornji vmesni vozlišči postavim na eno četrtno razpona stene od vmesne podpore, zgornji robni vozlišči pa na eno osmino razpona od roba. Vsa zgornja vozlišča so na polovični višini stenastega nosilca. S to predpostavljeno geometrijo izračunam notranje sile v paličju in nadalje potrebno armaturo v spodnjem pasu. Pri tem upoštevam za dovoljeno napetost v armaturi kar projektno vrednost meje plastičnosti (za jeklo npr. S500:  $f_{yd}=43.48 \text{ kN/cm}^2$  ).

Sledi kontrola napetosti v vozliščih, ki jo izdelamo na podlagi predpostavljenih dimenzij vozlišč (velikost površine preko katere je vnesena sila, robnih pogojev geometrije in podobno). Pozabiti pa ne smemo niti na kontrolo tlačnih napetosti v razporah, ki se kontrolirajo glede na dimenzije, ki izhajajo iz geometrije vozlišč. Potrebno je tudi detajlirati armaturo v vozliščih. S tem imam v mislih izračun sidrnih dolžin pri različnih oblikah zaključka armature (ravna palica, zakrivljena palica, zanka) in tudi glede na lego armature, saj lahko armaturo postavimo tudi v več med seboj vzporednih plasti.



Slika 23: Začetno nadomestno paličje

### Potek dimenzioniranja:

#### 1. Podatki:

$$a_{sp}=4\text{cm}$$

$$l=100\text{ cm}$$

$$b_s=15\text{ cm (debelina stene pravokotno na obravnavano ravnino)}$$

$$a_p=10\text{cm}$$

Material:

$$\text{-beton: C30/37 (} f_{cd}=3\text{ kN/cm}^2, f_{ck}=2\text{ kN/cm}^2\text{)}$$

$$\text{-armatura: S500, rebrasta}$$

Naklon poševnih razpor:

$$\alpha=\arctg\left(\frac{0,5d-a_{sp}}{0,125*1-0,025*1}\right)=\arctg\left(\frac{0,5*d-a_{sp}}{(0,100*1)}\right), \text{ upoštevam še } l=1,5*d, \text{ sledi } \alpha=\arctg\left(\frac{0,5*d-a_{sp}}{(0,15*d)}\right)=\arctg\frac{10}{3}*(1-2*a_{sp}/d)=71,94^\circ=\alpha,$$

$$\beta=\arctg\left(\frac{0,5*d-a_{sp}}{(0,25*1)}\right)=\arctg\left(\frac{0,5*d-a_{sp}}{(0,375*1)}\right)=\arctg\left(\frac{4}{3}(1-2*a_{sp}/d)\right)=50,81^\circ=\beta$$



Obtežba:

$$q=100 \text{ kN/m}$$

$$(\text{rezultanta: } F=q \cdot l=100 \text{ kN/m} \cdot 1 \text{ m}=100 \text{ kN})$$

## 2. Izračun sil v paličju:

Iz ravnotežnega pogoja v zgornjem robnem vozlišču izračunam notranje sile v tlačnih razporah:

$$\text{-poševna opora: } F_{C1}=(-)7/16q \cdot l/(\sin\alpha)=-7/16 \cdot 100 \text{ kN/m} \cdot 1.5 \text{ m}/\sin 71,94=-69,03 \text{ kN}$$

$$\text{-natezna vez: } F_{S1}=7/16q \cdot l/(\tan\alpha)=65,63 \text{ kN}/\tan 71,94=21,40 \text{ kN}$$

$$\text{-vodoravna opora: } F_{C2}=-F_{S1}=-21,40 \text{ kN}$$

### 2.1 Racun sil v zgornjem notranjem vozlišču robnega polja:

$$F_{C3}=(-)9/16q \cdot l/(\sin\beta)=84,38 \text{ kN}/(\sin 50,81^\circ)=-108,86 \text{ kN}$$

$$F_{S2}=9/16q \cdot l/\text{tg}\beta-7/16q \cdot l/\text{tg}\alpha=47,39 \text{ kN};$$

Fc1[kN]	Fs1[kN]	Fc3[kN]	Fs2[kN]	Fc2[kN]
-69,03	21,40	-108,86	47,39	-21,40

### 3. Kontrola spodnjega robnega vozlišča:

Širina:

Za širino spodnjega vozlišča (hkrati je to tudi podpora) vzamem širino podpore  $a_p=7,5 \text{ cm}$  in kontroliram napetosti, ki jih povzroča vertikalna reakcija:  $\sigma_{sd}=65,63 \text{ kN}/(7,5 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm})=0,58 \text{ kN/cm}^2 < 1,50 \text{ kN/cm}^2=0,85 \cdot v \cdot f_{cd}$  (v redu) (C30/37)

Za to vozlišče vzamem v formuli iz EC2, poglavje 6.5:  $k_2=0,85$ , ker je vozlišče tlačno-tlačno-natezno in  $v=1-f_{ck}/250$  ( $f_{ck}$ [Mpa]).

Višina:

Iz kontrole ravnotežja spodnjega vozlišča v vodoravni smeri izračunamo višino vozlišča:

$$h_{vsp}=F_{S1}/(0,85 \cdot v \cdot f_{cd} \cdot b_s)=0,95 \text{ cm}, k_2=0,85, \text{ vzamem } h_{vsp}=2 \text{ cm}$$

Sedaj imamo poznano geometrijo vozlišča (obe med seboj pravokotni stranici), torej lahko izračunamo višino tlačne razpore, ki se priključuje v tem vozlišču:

$$h_{o1}=h_{Vsp} \cdot \cos\alpha + a_p \cdot \sin\alpha = 7,75 \text{ cm}$$

*Napetost v tlačni razpori:*

$$\sigma_{sd} = F_{C1} / (h_o \cdot b_s) = 69,03 / (7,75 \cdot 15) = 0,59 \text{ kN/cm}^2 < 1,05 \text{ kN/cm}^2 = 0,6 \cdot v \cdot f_{cd}$$

*4. Kontrola zgornjih vozlišč:*

*Višina:*

-robno vozlišče:  $h_{Vzg} = F_{C2} / (1,0 \cdot v \cdot f_{cd} \cdot b_s)$ ,  $k_1 = 1,0$ ;  $h_{Vzg} = 0,81 \text{ cm}$

-notranje vozlišče:  $h_{Vzg} = (F_{S2} - F_{C2}) / (0,85 \cdot v \cdot f_{cd} \cdot b_s) = 3,07 \text{ cm}$

Vzamem največjo navzgor zaokroženo vrednost:  **$h_{Vzg} = 4 \text{ cm}$**

*b. Popravljen geometrija paličja:*

Upoštevati moram, da mora biti cona kritja večja od polovične višine vozlišča  $+(\Phi/2)$ , sicer dobim težišče armature v coni kritja.  $\alpha = \arctg((0,5 \cdot d - 0,5(h_{Vzg} + \text{MAX}[2 \cdot a_{Sp}, h_{Vsp}])) / (0,15 \cdot d)) = \arctg(10/3 \cdot (1 - (h_{Vzg} + \text{MAX}[2 \cdot a_{Sp}, h_{Vsp}])/d)) = 71,37^\circ = \alpha^{\text{novi}}$ , **manjši kòt kot v prvi iteraciji, kar pomeni, da imam zdaj večje notranje sile v paličju in zato je potreben ponoven izračun.**

Enako velja za  $\beta$ :  $\beta = \arctg((0,5 \cdot d - 0,5(h_{Vzg} + \text{MAX}[2 \cdot a_{Sp}, h_{Vsp}])) / (0,25 \cdot l)) = \arctg((0,5 \cdot (d - (h_{Vzg} + \text{MAX}[2 \cdot a_{Sp}, h_{Vsp}]))) / (0,375 \cdot l)) = \arctg(4/3 \cdot (1 - (h_{Vzg} + \text{MAX}[2 \cdot a_{Sp}, h_{Vsp}])/d)) = 49,88^\circ = \beta^{\text{novi}}$

*2.b Novi izračun sil v paličju*

Račun sil v robnem vozlišču:

-poševna opora:  $F_{C1} = (-)7/16q \cdot l / (\sin\alpha) = 7/16 \cdot 100 \text{ kN/m} \cdot 1,5 \text{ m} / \sin 71,37^\circ = -69,25 \text{ kN}$

-natezna vez:  $F_{S1} = 7/16q \cdot l / (\tan\alpha) = 65,63 \text{ kN} / \tan 71,37^\circ = 22,12 \text{ kN}$

-vodoravna opora:  $F_{C2} = -F_{S1} = -22,12 \text{ kN}$

Racun sil v zgornjem notranjem vozlišču robnega polja:

$F_{C3} = (-)9/16q \cdot l / (\sin\beta) = 84,38 \text{ kN} / (\sin 49,88^\circ) = -110,34 \text{ kN}$

$F_{S2} = 9/16q \cdot l / \text{tg}\beta - 7/16q \cdot l / \text{tg}\alpha = 48,45 \text{ kN}$ ;

Fc1[kN]	Fs1[kN]	Fc3[kN]	Fs2[kN]	Fc2[kN]
-69,25	22,12	-110,34	48,45	-22,12

### 3b. Kontrola spodnjega robnega vozlišča:

-kontrola napetosti vertikalne reakcije na podporo:  
 $\sigma_{Sd}=65,63\text{kN}/(7,5\text{cm}\cdot 15\text{cm})=0,58\text{kN}/\text{cm}^2 < 1,50\text{kN}/\text{cm}^2=0,85\cdot v\cdot f_{cd}$  – isto kot prej, ni niti potrebno posebej kontrolirati

3.1b Iz kontrole ravnotežja spodnjega vozlišča v vodoravni smeri izračunamo višino vozlišča:

$h_{Vsp}=F_{S1}/(0,85\cdot v\cdot f_{cd}\cdot b_s)=0,99\text{ cm}$ ,  $k_2=0,85$ , vzamem  **$h_{Vsp}=2\text{cm}$** , isto kot v prvi iteraciji  
 $h_o=h_{Vsp}\cdot \cos\alpha+a_p\cdot \sin\alpha=7,75\text{cm}$

Napetost v tlačni razpori:

$\sigma_{Sd}=F_{C1}/(h_o\cdot b_s)=69,25/(7,75\cdot 15)=0,60\text{kN}/\text{cm}^2 < 1,05\text{kN}/\text{cm}^2=0,6\cdot v\cdot f_{cd}$

### 4.b Kontrola zgornjih vozlišč:

Višina:

-robno vozlišče:  $h_{Vzg}=F_{C2}/(1,0\cdot v\cdot f_{cd}\cdot b_s)$   $k_1=1,0$ ;  $h_{Vzg}=0,84\text{cm}$

-notranje vozlišče:  $h_{Vzg}=(F_{S2}-F_{C2})/(0,85\cdot v\cdot f_{cd}\cdot b_s)=3,14\text{ cm}$ , **vzamem  $h_{Vzg}=4\text{cm}$** , isto kot v prvi iteraciji

**Opomba: Kontrola zgornjega notranjega vozlišča ni merodajna, ker to ni območje singularnosti in če prenese konstrukcija obremenitve ob podporah (zelo majhna območja), potem ne bi smelo biti problemov s prenosom enako velikih sil višje v notranjosti stene.**

### 5.b Kontrola spodnjega vozlišča nad srednjo podporo

Vzamem širino podpore  $a_p=15,0\text{ cm}$  in kontroliram napetosti, ki jih povzroča vertikalna reakcija:  $\sigma_{Sd}=168,75\text{kN}/(15\text{cm}\cdot 15\text{cm})=0,75\text{kN}/\text{cm}^2 < 1,50\text{kN}/\text{cm}^2=0,85\cdot v\cdot f_{cd}$  O.K. (C30/37), za to vozlišče:  $k_2=0,85$  v zgornji formuli,  $v=1-f_{ck}/250$  ( $f_{ck}[\text{Mpa}]$ )

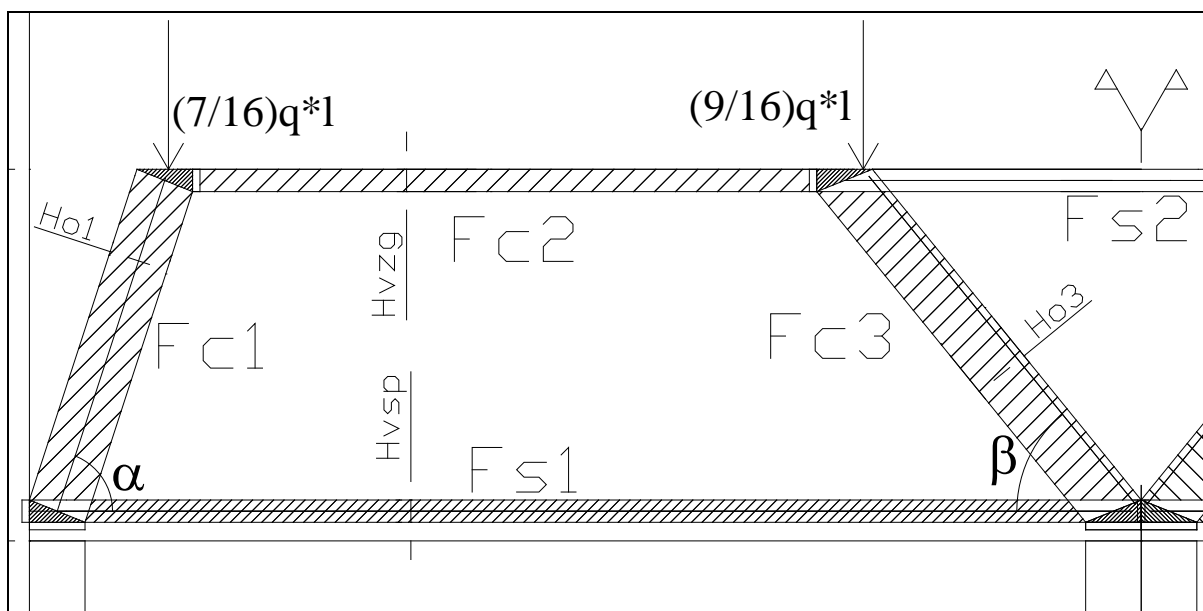
5.1b Iz kontrole ravnotežja spodnjega vozlišča v vodoravni smeri izračunamo višino poševne tlačne razpore  $F_{C3}$  :

Podpore razdelimo na dva enako velika dela po širini in potem izračunamo dimenzije vozlišča, pri čemer pa vzamemo za kot  $\beta$  isto vrednost kot pri izračunu sile, čeprav smo dejansko zdaj dobili dve vozlišči, ki imata rahlo drugačno geometrijo. Tudi za višino vozlišča vzamem isto vrednost kot smo jo že izračunali ( $h_{Vsp}$ ).

$$h_{o3} = h_{Vsp} \cdot \cos\beta + a_p/2 \cdot \sin\beta = 7,02 \text{ cm}$$

Napetost v tlačni razpore  $F_{C3}$ :

$$\sigma_{sd} = F_{C3} / (h_{o3} \cdot b_s) = 109,84 / (13,40 \cdot 15) = 1,05 \text{ kN/cm}^2 \leq 1,05 \text{ kN/cm}^2 = 0,6 \cdot v \cdot f_{cd}$$



Slika 24: Nadomestno paličje s končnimi dimenzijami prerezov

## 6. Armatura

### 6.1 Armatura spodaj v robnem polju

Na razpolago imamo več variant polaganja armature. Lahko jo položimo samo v eni plasti, lahko pa tudi v večih plasteh:

a) armatura v eni plasti:

$F_{S1}=22,12\text{kN}$ ; izberem jeklo S500/600

**Potr  $A_{S1}=22,12\text{ kN}/43,48\text{ kN/cm}^2=0,51\text{ cm}^2$**  (npr. 2  $\Phi 8$ ,  $A_{S,\text{prov}}=1,01\text{ cm}^2$ )

Na voljo imamo sledeči prostor za sidranje:  $l_v=a_p+a_{sp}/\text{tg}\alpha=8,85\text{ cm}$ . Osnovna sidrna dolžina je določena s standardno formulo:  $l_{b,\text{rqd}}=\Phi/4*f_{yd}/f_{bd}*(A_{S,\text{req}}/A_{S,\text{prov}})=14,64\text{ cm}$ ; pri tem, da  $f_{bd}$  pomeni sprijemno napetost med betonom in armaturo, ki jo izračunamo po standardnem postopku. Npr. za C30/37 je  $f_{\text{ctd}}=0,13\text{ kN/cm}^2$  (projektna natezna trdnost betona), s pomočjo katere potem izračunamo  $f_{bd}=0,3\text{ kN/cm}^2$ ;  $l_{b,\text{rqd}}=14,64\text{ cm}>8,85\text{ cm}=l_v$ . Ker je potrebna dolžina sidranja večja od dolžine, ki nam je na razpolago, se odločimo še za določene dodatne ukrepe, s katerimi bomo zmanjšali potrebno sidrno dolžino. Lahko si pomagamo npr. z ukrivitvijo armaturnih palic ali pa z prečno na glavno armaturo privarjenimi armaturnimi palicami. Ugodni vplivi teh ukrepov so zajeti v  $\alpha$  faktorjih ( $<1,0$ ) v sledeči enačbi:

$$l_{bd}=\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,\text{rqd}}$$

Z zadostno cono kritja armature (proti zunanji strani in proti sosednjim palicam) in prečno privarjenimi palicami zmanjšamo potrebno sidrno dolžino za več kot polovico:  $\alpha_2=0,7$ ,  $\alpha_4=0,7$ , sledi  $l_{bd}=0,49 l_{b,\text{rqd}}=7,17\text{ cm}<8,85\text{ cm}=l_v$  (u redu)

b) armatura v večih plasteh:

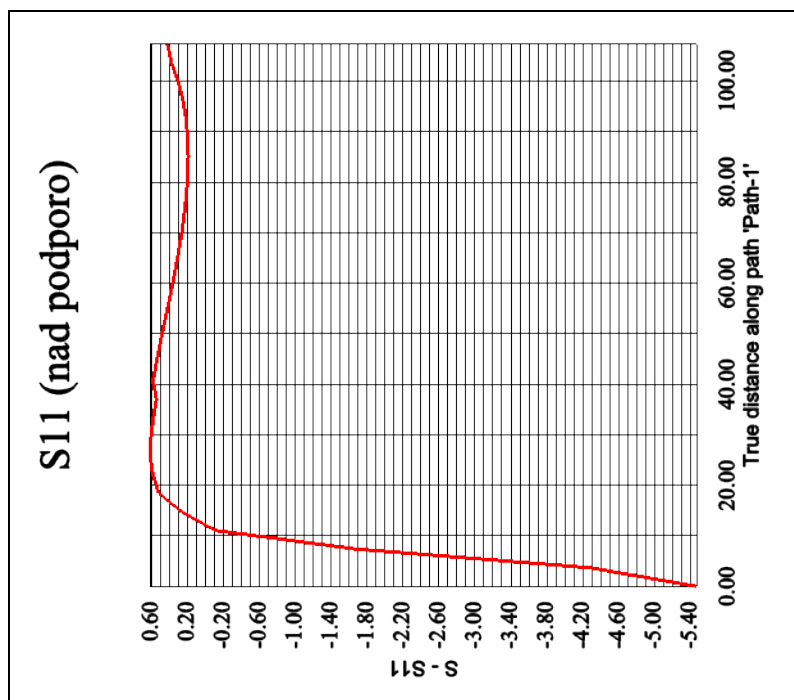
Pri polaganju armature v večih plasteh imamo na voljo večji prostor okrog posamezne palice kot če bi jih polagali samo v eni plasti. Poleg tega je tudi premer posamezne palice manjši. Zato je v tem primeru izvedbe armature sidrna dolžina manjša kot če bi položili armaturo samo v eni plasti.

### 6.2 Armatura zgoraj nad srednjo podporo:

$F_{S2}=48,98$  kN; izberem jeklo S500/600

**Potr  $A_{S2}=48,98$  kN/43,48kN/cm<sup>2</sup>=1,13 cm<sup>2</sup>\*\***, izberem 2  $\Phi 10$

Zelo priporočljivo je razmazati armaturo v območju 0,2d do 0,8d po linearnem nastavku, tako da je npr. na njenem spodnjem robu  $1,5 \cdot A_{S2}/0,6d$ , na zgornjem robu pa  $0,5 \cdot A_{S2}/0,6d$ . Glej sliko:



Slika 25: Potek horizontalnih napetosti v prerezu nad podporo

Pod točko 6.2 s sidranjem nimamo takšnih problemov, ker nismo na robu stene in lahko sidramo armaturo v sosednje polje.

### 6.3 Armatura v tlačnih razporah zaradi nateznih napetosti pravokotnih na razporo:

Vzamem omejeno območje diskontinuitete in  $b=2a$ . To pomeni, da je potem natezna sila pravokotno na tlačno razporo enaka  $T=1/8 \cdot F_{C1}=8,66$  kN.  $A_{Sp}=8,66$  kN/43,48kN/cm<sup>2</sup>=0,20cm<sup>2</sup>. Ta natezna sila je v modelu tlačne razpore prisotna samo enkrat, ker je »diskontinuitetni« vnos sile prisoten samo enkrat, in sicer v spodnjem delu ob podpori. To pomeni, da jo lahko razmažemo na razdalji med vozliščema. Razdalja med zgornjim in spodnjim vozliščem je  $L=0,1 \cdot l/\cos\alpha=46,95$  cm. To pomeni

$a_s=0,20\text{cm}^2/(0,35\text{m})=0,43\text{cm}^2/\text{m}$ . Če se odločimo za ortogonalno armaturo v x-y usmerjenosti, to potem pomeni:  $a_{sx}=a_s*\cos\alpha=0,14\text{ cm}^2/\text{m}$ ,  $a_{sy}=a_s*\sin\alpha=0,40\text{ cm}^2/\text{m}$ .

Pri notranji tlačni opori pa je sila  $T=13,61\text{ kN}$ , kar nanese  $A_{sp}=0,31\text{cm}^2$  armature prečno.

Dolžina opore je  $L=0,25*1/\cos\beta=58,19\text{cm}$ ;  $a_s=0,31\text{cm}^2/(0,58\text{m})=0,53\text{cm}^2/\text{m}$

$a_{sx}=a_s*\cos\alpha=0,34\text{cm}^2/\text{m}$ ,  $a_{sy}=a_s*\sin\alpha=0,41\text{cm}^2/\text{m}$

Minimalna armatura v steni je enaka  $\text{MAX}(0,1\%; 1,5\text{cm}^2/\text{m})=1,5\text{cm}^2/\text{m}$  v obeh smereh, kar pomeni, da že z minimalno armaturo izpolnimo to zahtevo.

### Analiza in dimenzioniranje armature po napotkih Leonhardt-a

Primerjava z Leonhardt-om:

Leonhardt računa notranje sile v stenastem nosilcu iz upogibnega momenta kot pri linijskih nosilcih. Potem ta moment deli z ročico notranjih sil  $z$  in dobi vrednost sile. V primeru stene preko dveh polj vzame za vrednost ročice  $z$  sledečo velikost:

$z_{\text{polje}}=z_{\text{podpora}}=0,1*d(2,5+2*1/d)=0,54d=54\text{ cm}$ ,  $M_{\text{podpora}}=q*1^2/8=100*1,46^2/8=26,74\text{ kNm}$ ,  
 $F=26,74\text{ kNm}/0,54\text{m}=49,51\text{kN}$ ;  $M_{\text{polje}}=(9/128)*q*1^2=(9/128)100*1,46^2=15,04\text{ kNm}$ ,  
 $F=15,04\text{ kNm}/0,54\text{m}=27,85\text{kN}$

Treba je poudariti, da pri tem izračunu ni upoštevana linijska obtežba, ki deluje na robnih polovicah obeh podpor na vrhu in povečuje (neugodno) vrednost natezne osne sile. Leonhardt kontrolira tudi napetosti v betonu ob podporah. Zanimivo je, da loči kontrolo glede na mesto podpore. V robnih podporah so dopuščene manjše napetosti kot v vmesnih, saj imamo v vmesnih podporah tlačno dvoosno napetostno stanje.

Preglednica 5: Primerjava natezne sile v dvopoljnem nosilcu po modelu nadomestnega paličja in po Leonhardt-u kot delež rezultantne linijske obtežbe

	Fs1-polje	Fs2-podpora
nad. paličje	$0,146*ql$	$0,323*ql$
Leonhardt	$0,192*ql$	$0,341*ql$

## Primerjava rezultatov po različnih metodah

Preglednica 6: Armatura v absolutni vrednosti ter v odstotkih vrednosti dobljene po modelu nadomestnega paličja

nadomestno paličje	SAP 2000
4 cm	27 cm (od $0,18 \cdot h - 0,45 \cdot h$ )

V polju nosilca smo po metodi nadomestnega paličja na manj varni strani, nad podporo pa smo na konzervativni strani.

Preglednica 7: Višina območja spodnje armature ( $A_{S1}$ )

	nad.paličje	Leonhardt	Heft240	SAP2000
As1	0,51cm <sup>2</sup>	0,64 cm <sup>2</sup>	0,60cm <sup>2</sup>	0,65cm <sup>2</sup>
primerjava	100%	125%	118%	127%
As2	1,13cm <sup>2</sup>	1,14cm <sup>2</sup>	1,06cm <sup>2</sup>	0,91cm <sup>2</sup>
primerjava	100%	101%	94%	81%

Preglednica 8: Višina območja zgornje armature ( $A_{S2}$ )

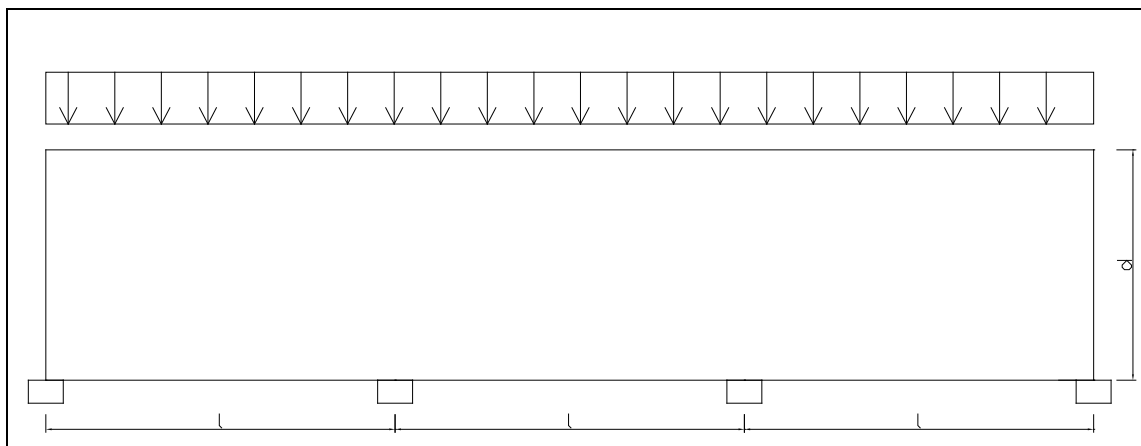
nadomestno paličje	SAP 2000
2 cm	40 cm



### 3.3 Kontinuirni stenasti nosilec

#### Opis stenastega nosilca:

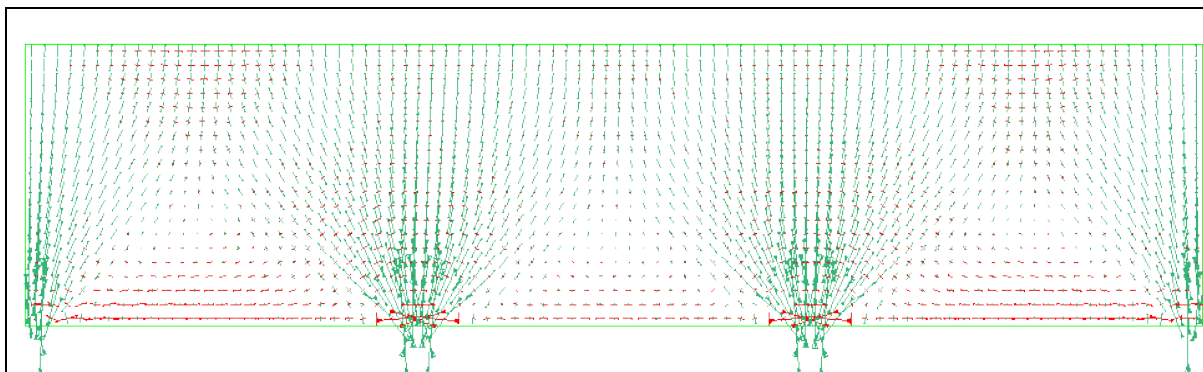
Obravnavam betonski stenasti nosilec z debelino  $b_s=15\text{cm}$ , katerega razmerje razpona proti višini je  $l/d=1,5$ . Na spodnjem robu so ob straneh podpore širine  $0,05 \cdot l (7,5\text{cm})$ , vmes pa širine  $0,1 \cdot l (15\text{cm})$ . Stenasti nosilec je obremenjen z enakomerno linijsko obtežbo velikosti  $q=100\text{ kN/m}$ . Zanima nas potrebna armatura v nosilcu zaradi te obtežbe. Vgrajeni beton je trdnostnega razreda C30/37.



Slika 26: Obravnavani kontinuirni stenasti nosilec

#### Analiza z MKE

Pri analizi z MKE upoštevam ravninsko napetostno stanje (RNS) in uporabim pripadajoče 4-vozljučne končne elemente z NEKOMPATIBILINIMI pomiki, ki so na voljo v programu Abaqus. Uporabim mrežo  $120 \times 27$  KE. Uporabim končne elemente, ki imajo samo membranske sile (t.j. samo normalne napetosti in strižne napetosti (sile) v ravnini KE, brez upogibnih momentov in prečnih sil pravokotno na ravnino), ker na podlagi predpostavke o RNS to lahko naredim. Na spodnji sliki so prikazane smeri in velikosti glavnih normalnih napetosti, ki jih dobim z analizo.



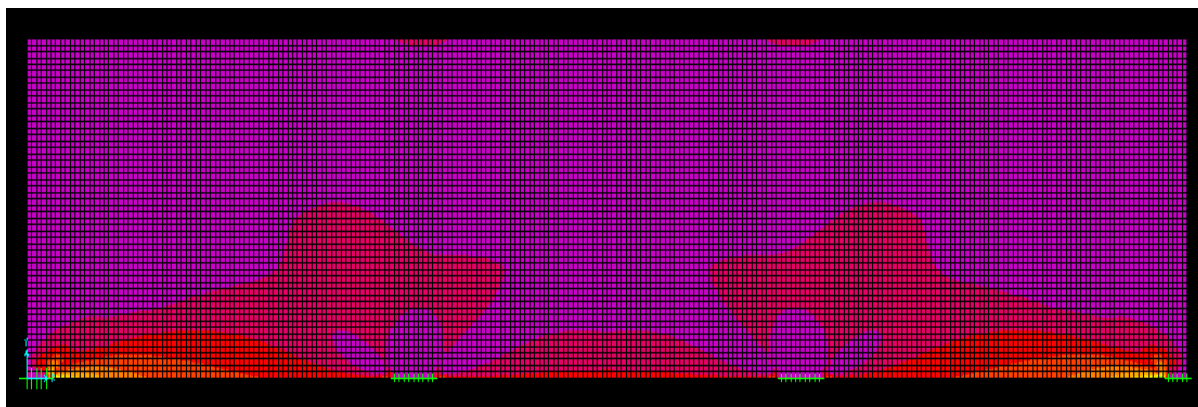
Slika 27: Vektorji glavnih normalnih napetosti

Rdeča barva pomeni maksimalno glavno normalno napetost, zelena pa minimalno napetost (na sliki v spodnjem delu pomeni rdeča natezne napetosti, drugje prevladujoča zelena pa tlačne napetosti).

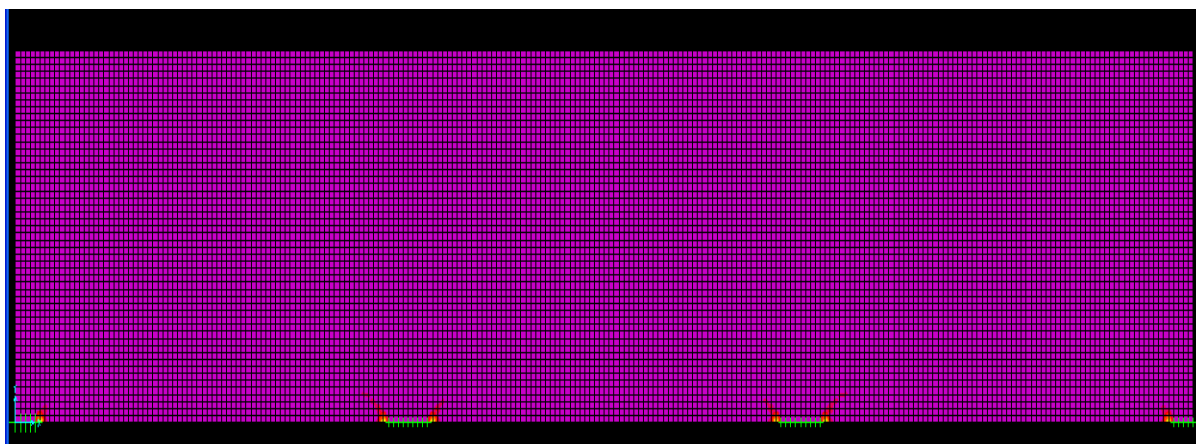
Kot zanimivost lahko omenim, da ima pomemben vpliv na napetosti v vodoravni smeri tudi način podpiranja, saj so v primeru, ko imamo vse podpore fiksno podprte v horizontalni smeri, horizontalne napetosti (S11) vsrednjem polju za skoraj polovico manjše kot v primeru drsnih podpor.

### **Dimenzioniranje armature z rezultati analize MKE**

Za dimenzioniranje armature uporabim program SAP2000, ki to omogoča. Ponovno naredim model nosilca, izolinije sil v armaturi so prikazane na spodnjih slikah.



Slika 28: Izolinije horizontalne armature



Slika 29: Izolinije armature v vertikalni smeri

Komentar: V navpični smeri praktično ne potrebujemo armature.

Samo armaturo potem peš izračunam, saj nam rezultati povejo samo velikost armature na enoto dolžine. Rezultate peš integriramo in dobimo za rezultat vrednost **0,76cm<sup>2</sup>** armature v polju nosilca in **0,92cm<sup>2</sup>** nad podporo, v srednjem polju pa vrednost **0,34cm<sup>2</sup>**.

### **Analiza in dimenzioniranje armature po metodi nadomestnega paličja**

Na podlagi trajektorij glavnih normalnih napetosti, ki nam jih izračuna program ABAQUS (slika 27) predpostavimo potek nateznih vezi in tlačnih razpor v nadomestnem paličju.

Na mestu kjer imamo veliko koncentracijo glavnih nateznih napetosti predpostavimo natezno vez (težišče prereza armature), na mestu kjer pa nastopajo velike glavne tlačne napetosti, predpostavimo delovanje tlačnih razpor (v smislu nekega nadomestnega betonskega prereza). Tako dobimo nadomestno paličje v obliki trapezov, ki ima v zgornjih dveh vozliščih v vsakem določen delež tlačne osne sile rezultirajoče iz podane linijske obtežbe, v spodnjem vozlišču pa imamo v vsakem členkasto podporo (slika 30). Zgornji vmesni vozlišči postavim na eno četrtno razpona stene od vmesne podpore, zgornji robni vozlišči pa na eno osmino razpona od roba. Vsa zgornja vozlišča so na polovični višini nosilca. S to predpostavljeno geometrijo izračunam notranje sile v paličju in nadalje potrebno armaturo v spodnjem pasu. Pri tem upoštevam za dovoljeno napetost v armaturi kar projektno vrednost meje plastičnosti (za jeklo npr. S500:  $f_{yd}=43.48 \text{ kN/cm}^2$ ).



(rezultanta:  $F=ql=100\text{kN/m}\cdot 1\text{m}=100\text{kN}$ )

## 2. Izračun sil v paličju:

Iz ravnotežnega pogoja v zgornjem robnem vozlišču izračunam notranje sile v tlačnih razporah:

-poševna razpora:  $F_{C1}=(-)7/16q\cdot l/(\sin\alpha)=7/16\cdot 100\text{kN/m}\cdot 1.5\text{m}/\sin 71,94^\circ=-69,03\text{kN}$

-natezna vez:  $F_{S1}=7/16q\cdot l/(\tan\alpha)=65,63\text{kN}/\tan 71,94^\circ=21,40\text{ kN}$

-vodoravna razpora:  $F_{C2}=-F_{S1}=-21,40\text{ kN}$

### 2.1 Račun sil v zgornjem notranjem vozlišču robnega polja:

$F_{C3}=(-)9/16q\cdot l/(\sin\beta)=84,38\text{kN}/(\sin 50,81^\circ)=-108,86\text{ kN}$

$F_{S2}=9/16q\cdot l/\text{tg}\beta-7/16q\cdot l/\text{tg}\alpha=47,39\text{ kN};$

### 2.2 Račun sil v zgornjem vozlišču srednjega polja:

$F_{C4}=(-)1/2q\cdot l/(\sin\gamma)=75,00\text{kN}/(\sin 50,81^\circ)=-96,77\text{ kN}$

$F_{C5}=(-)(1/2q\cdot l/\tan\gamma-9/16q\cdot l/\tan\beta+7/16q\cdot l/\tan\alpha)=(-)(-1/16q\cdot l/\tan\beta+7/16q\cdot l/\tan\alpha)$

$F_{C5}=-13,76\text{ kN}$

$F_{S3}=-F_{C5}=13,76\text{ kN}$

$F_{c1}[\text{kN}]$	$F_{s1}[\text{kN}]$	$F_{c3}[\text{kN}]$	$F_{s2}[\text{kN}]$	$F_{c2}[\text{kN}]$	$F_{c4}[\text{kN}]$	$F_{s3}[\text{kN}]$	$F_{c5}[\text{kN}]$
-69,03	21,40	-108,86	47,39	-21,40	-96,77	13,76	-13,76

3.

*Kontrola spodnjega robnega vozlišča:*

*Širina:*

Za širino spodnjega vozlišča (hkrati je to tudi podpora) vzamem širino podpore  $a_p=7,5\text{ cm}$  in kontroliram napetosti, ki jih povzroča vertikalna reakcija:  $\sigma_{sd}=65,63\text{kN}/(7,5\text{cm}\cdot 15\text{cm})=0,58\text{ kN/cm}^2 < 1,50\text{kN/cm}^2 = 0,85\cdot v\cdot f_{cd}$  (v redu) (C30/37)

Za to vozlišče vzamem v formuli iz EC2, poglavje 6.5:  $k_2=0,85$ , ker je vozlišče tlačno-tlačno-natežno in  $v=1-f_{ck}/250$  ( $f_{ck}[\text{Mpa}]$ ).

*Višina:*

Iz kontrole ravnotežja spodnjega vozlišča v vodoravni smeri izračunamo višino vozlišča:

$$h_{Vsp} = F_{S1} / (0,85 * v * f_{cd} * b_s) = 0,95 \text{ cm}, k_2 = 0,85, \text{ vzamem } h_{Vsp} = \mathbf{2 \text{ cm}}$$

Sedaj imamo poznano geometrijo vozlišča (obe med seboj pravokotni stranici), torej lahko izračunamo višino tlačne razpore, ki se priključuje v tem vozlišču:

$$h_{o1} = h_{Vsp} * \cos\alpha + a_p * \sin\alpha = 7,75 \text{ cm}$$

*Napetost v tlačni razpori:*

$$\sigma_{sd} = F_{C1} / (h_o * b_s) = 69,03 / (7,75 * 15) = 0,59 \text{ kN/cm}^2 < 1,05 \text{ kN/cm}^2 = 0,6 * v * f_{cd}$$

*4. Kontrola zgornjih vozlišč:*

*Višina:*

-robno vozlišče:  $h_{Vzg} = F_{C2} / (1,0 * v * f_{cd} * b_s) \quad k_1 = 1,0; \quad h_{Vzg} = 0,81 \text{ cm}$

-notranje vozlišče:  $h_{Vzg} = (F_{S2} - F_{C2}) / (0,85 * v * f_{cd} * b_s) = 3,07 \text{ cm},$

-vozlišče v vmesnem polju:  $h_{Vzg} = (F_{S2} - F_{C5}) / (0,85 * v * f_{cd} * b_s) = 2,73 \text{ cm}$

Vzamem največjo navzgor zaokroženo vrednost:  $h_{Vzg} = \mathbf{4 \text{ cm}}$

*5. Kontrola spodnjega notranjega vozlišča:*

*Širina:*

Za širino spodnjega vozlišča ( hkrati je to tudi podpora) vzamem širino podpore  $a_p = 15,0 \text{ cm}$  in kontroliram napetosti, ki jih povzroča vertikalna reakcija:

$$\sigma_{sd} = 159,38 \text{ kN} / (15 \text{ cm} * 15 \text{ cm}) = 0,71 \text{ kN/cm}^2 < 1,50 \text{ kN/cm}^2 = 0,85 * v * f_{cd} \text{ (v redu) (C30/37)}$$

Za to vozlišče vzamem v formuli iz EC2, poglavje 6.5:  $k_2 = 0,85$ , ker je vozlišče tlačno-tlačno-natezno in  $v = 1 - f_{ck} / 250$  ( $f_{ck}$  [Mpa]).

*Višina:*

Vozlišče razdelimo na dva dela in izračunamo silo na vmesno skupno ploskev ( $F^* = -F_{S2} = -47,39 \text{ kN}$ )

Iz kontrole ravnotežja spodnjega vozlišča v vodoravni smeri izračunamo višino vozlišča:

-notranji del:  $h_{Vsp} = (F_{S3} - F^*) / (0,85 * v * f_{cd} * b_s) = 2,73 \text{ cm}, \quad k_2 = 0,85$

-zunanji (levi) del:  $h_{Vsp} = (F_{S1} - F^*) / (0,85 * v * f_{cd} * b_s) = 3,07 \text{ cm}, \quad k_2 = 0,85$

Vzamem največjo navzgor zaokroženo vrednost:  $h_{Vsp} = \mathbf{4 \text{ cm}}$

Sedaj imamo poznano geometrijo vozlišča (obe med seboj pravokotni stranici), torej lahko izračunamo višino tlačne razpore, ki se priključuje v tem vozlišču:

$$h_{o1} = h_{V_{sp}} \cdot \cos\beta + a_p/2 \cdot \sin\beta = 8,34 \text{ cm}$$

*Napetost v bolj obremenjeni tlačni razpore ( $F_{C3}$ ):*

$$\sigma_{Sd} = F_{C3}/(h_o \cdot b_s) = 108,86/(8,34 \cdot 15) = 0,87 \text{ kN/cm}^2 < 1,05 \text{ kN/cm}^2 = 0,6 \cdot v \cdot f_{cd}$$

*b. Popravljen geometrija paličja:*

Upoštevati moram, da mora biti cona kritja večja od polovične višine vozlišča + ( $\Phi/2$ ), sicer dobim težišče armature v coni kritja.  $\alpha = \arctg((0,5 \cdot d - 0,5(h_{V_{zg}} + \text{MAX}[2 \cdot a_{Sp}, h_{V_{sp}}]))/(0,15 \cdot d)) = \arctg(10/3 \cdot (1 - (h_{V_{zg}} + \text{MAX}[2 \cdot a_{Sp}, h_{V_{sp}}])/d)) = 71,18^\circ = \alpha^{\text{novi}}$ , **manjši kot kot v prvi iteraciji, kar pomeni, da imam zdaj večje notranje sile v paličju in zato ponovna kontrola potrebna.** Enako velja za  $\beta$ :  $\beta = \arctg((0,5 \cdot d - 0,5(h_{V_{zg}} + \text{MAX}[2 \cdot a_{Sp}, h_{V_{sp}}]))/(0,25 \cdot 1)) = \arctg((0,5 \cdot (d - (h_{V_{zg}} + \text{MAX}[2 \cdot a_{Sp}, h_{V_{sp}}]))/(0,375 \cdot 1)) = \arctg(4/3(1 - (h_{V_{zg}} + \text{MAX}[2 \cdot a_{Sp}, h_{V_{sp}}])/d)) = 49,56^\circ = \beta^{\text{novi}}$

*2.b Novi izračun sil v paličju*

Račun sil v robnem vozlišču:

-poševna opora:  $F_{C1} = (-)7/16q \cdot l / (\sin\alpha) = 7/16 \cdot 100 \text{ kN/m} \cdot 1,5\text{m} / \sin 71,37^\circ = -69,33 \text{ kN}$

-natezna vez:  $F_{S1} = 7/16q \cdot l / (\tan\alpha) = 65,63 \text{ kN} / \tan 71,37^\circ = 22,37 \text{ kN}$

-vodoravna opora:  $F_{C2} = -F_{S1} = -22,37 \text{ kN}$

Račun sil v zgornjem notranjem vozlišču robnega polja:

$$F_{C3} = (-)9/16q \cdot l / (\sin\beta) = 84,38 \text{ kN} / (\sin 49,88^\circ) = -110,86 \text{ kN}$$

$$F_{S2} = 9/16q \cdot l / \text{tg}\beta - 7/16q \cdot l / \text{tg}\alpha = 48,54 \text{ kN};$$

Račun sil v zgornjem vozlišču srednjega polja:

$$F_{C4} = (-)1/2q \cdot l / (\sin\gamma) = -75,00 \text{ kN} / (\sin 49,88^\circ) = -98,54 \text{ kN}$$

$$F_{C5} = (-)(1/2q \cdot l / \tan\gamma - 9/16q \cdot l / \tan\beta + 7/16q \cdot l / \tan\alpha) = (-)(-1/16q \cdot l / \tan\beta + 7/16q \cdot l / \tan\alpha)$$

$$F_{C5} = -14,38 \text{ kN}$$

$$F_{S3} = -F_{C5} = 14,38 \text{ kN}$$

$F_{c1}$ [kN]	$F_{s1}$ [kN]	$F_{c3}$ [kN]	$F_{s2}$ [kN]	$F_{c2}$ [kN]	$F_{c4}$ [kN]	$F_{s3}$ [kN]	$F_{c5}$ [kN]
-69,33	22,37	-110,86	48,54	-22,37	-98,54	14,38	-14,38

### 3b. Kontrola spodnjega robnega vozlišča:

#### Širina:

-kontrola napetosti vertikalne reakcije na podporo:  
 $\sigma_{sd} = 65,63 \text{ kN} / (7,5 \text{ cm} * 15 \text{ cm}) = 0,58 \text{ kN/cm}^2 < 1,50 \text{ kN/cm}^2 = 0,85 * v * f_{cd}$  - isto kot prej, ni niti potrebno posebej kontrolirati

#### Višina:

Iz kontrole ravnotežja spodnjega vozlišča v vodoravni smeri izračunamo višino vozlišča:

$$h_{v_{sp}} = F_{s1} / (0,85 * v * f_{cd} * b_s) = 0,99 \text{ cm}, k_2 = 0,85, \text{ vzamem } h_{v_{sp}} = 2 \text{ cm, isto kot v prvi iteraciji}$$

$$h_o = h_{v_{sp}} * \cos \alpha + a_p * \sin \alpha = 7,74 \text{ cm}$$

#### Napetost v tlačni razpori:

$$\sigma_{sd} = F_{c1} / (h_o * b_s) = 69,33 / (7,74 * 15) = 0,60 \text{ kN/cm}^2 < 1,05 \text{ kN/cm}^2 = 0,6 * v * f_{cd}$$

### 4.b Kontrola zgornjih vozlišč:

#### Višina:

$$\text{-robno vozlišče: } h_{v_{zg}} = F_{c2} / (1,0 * v * f_{cd} * b_s) \quad k_1 = 1,0; \quad h_{v_{zg}} = 0,85 \text{ cm}$$

$$\text{-notranje vozlišče: } h_{v_{zg}} = (F_{s2} - F_{c2}) / (0,85 * v * f_{cd} * b_s) = 3,16 \text{ cm,}$$

$$\text{-vozlišče v vmesnem polju: } h_{v_{zg}} = (F_{s2} - F_{c5}) / (0,85 * v * f_{cd} * b_s) = 2,80 \text{ cm}$$

Vzamem največjo navzgor zaokroženo vrednost:  $h_{v_{zg}} = 4 \text{ cm, isto kot v prvi iteraciji}$

### 5.b Kontrola spodnjega notranjega vozlišča:

#### Širina:

Za širino spodnjega vozlišča (hkrati je to tudi podpora) vzamem širino podpore  $a_p = 15,0 \text{ cm}$  in kontroliram napetosti, ki jih povzročata vertikalna reakcija:  $\sigma_{sd} = 159,38 \text{ kN} / (15 \text{ cm} * 15 \text{ cm}) = 0,71 \text{ kN/cm}^2 < 1,50 \text{ kN/cm}^2 = 0,85 * v * f_{cd}$  (v redu) (C30/37)



Za to vozlišče vzamem v formuli iz EC2, poglavje 6.5:  $k_2=0,85$ , ker je vozlišče tlačno-tlačno-natezno in  $v=1-f_{ck}/250$  ( $f_{ck}$ [Mpa]).

*Višina:*

Vozlišče razdelimo na dva dela in izračunamo silo na vmesno skupno ploskev ( $F^*=-F_{S2}=-48,54\text{kN}$ )

Iz kontrole ravnotežja spodnjega vozlišča v vodoravni smeri izračunamo višino vozlišča:

-notranji del:  $h_{Vsp}=(F_{S3}-F^*)/(0,85*v*f_{cd}*b_s)=2,80\text{ cm}$ ,  $k_2=0,85$

-zunanji (levi) del:  $h_{Vsp}=(F_{S1}-F^*)/(0,85*v*f_{cd}*b_s)=3,16\text{ cm}$ ,  $k_2=0,85$

Vzamem največjo navzgor zaokroženo vrednost:  **$h_{Vsp}=4\text{cm}$ , isto kot v prvi iteraciji**

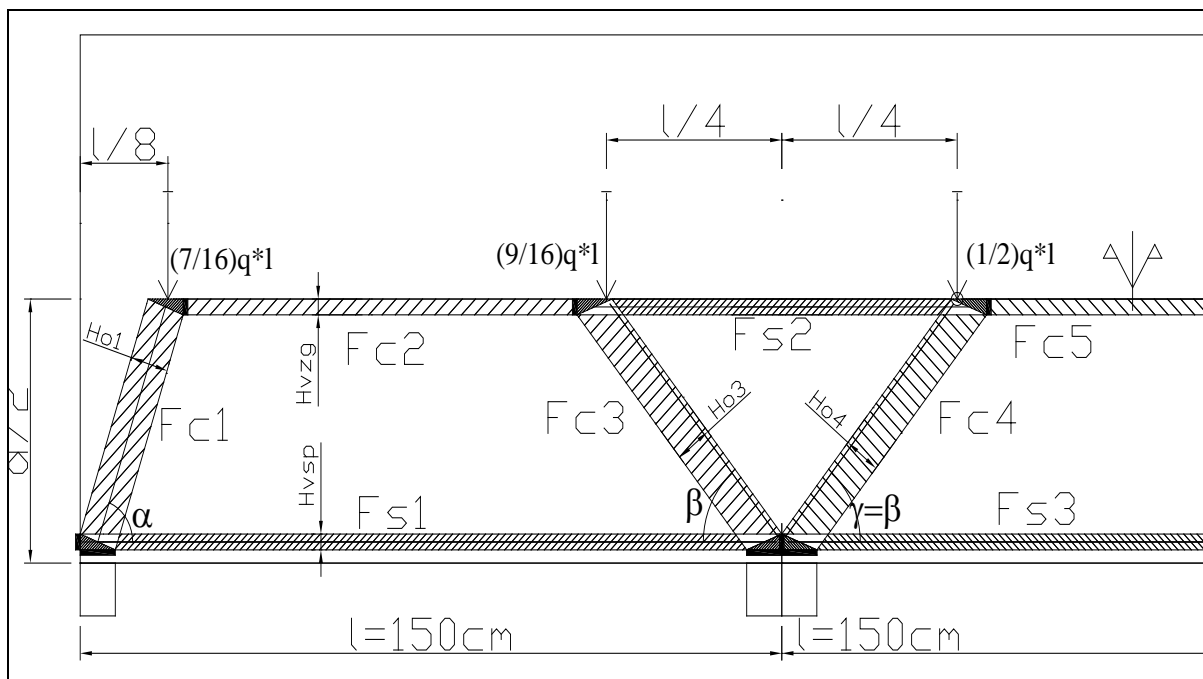
Višina spodnje vezi tu ne spremeni geometrije (kotov  $\alpha, \beta$  in  $\gamma$ ), ker je cona kritja večja od polovice višine vezi.

Sedaj imamo poznano geometrijo vozlišča (obe med seboj pravokotni stranici), torej lahko izračunamo višino tlačne razpore, ki se priključuje v tem vozlišču:

$$h_{o1}=h_{Vsp}*\cos\beta + a_p/2*\sin\beta =8,30\text{cm}$$

*Napetost v bolj obremenjeni tlačni razpore ( $F_{C3}$ ):*

$$\sigma_{sd}=F_{C3}/(h_o*b_s)=110,86/(8,30*15)=0,89\text{ kN/cm}^2 < 1,05\text{ kN/cm}^2 = 0,6*v*f_{cd}$$



Slika 31: Nadomestno paličje s končnimi dimenzijami prerezov

## 6. Armatura

### 6.1 Armatura spodaj v robnem polju

Na voljo imamo več variant polaganja armature. Lahko jo položimo samo v eni plasti, lahko pa tudi v večih plasteh:

#### a) armatura v eni plasti:

$F_{S1} = 22,37 \text{ kN}$ ; izberem jeklo S500/600

**Potr**  $A_{S1} = 22,37 \text{ kN} / 43,48 \text{ kN/cm}^2 = 0,51 \text{ cm}^2$  (npr. 2  $\Phi 8$ ,  $A_{S,prov} = 1,01 \text{ cm}^2$ )

Na voljo imamo sledeči prostor za sidranje:  $l_v = a_p + a_{sp} / \tan \alpha = 9,16 \text{ cm}$ . Osnovna sidrna dolžina je določena s standardno formulo:  $l_{b,req} = \Phi / 4 * f_{yd} / f_{bd} * (A_{S,req} / A_{S,prov}) = 14,64 \text{ cm}$ ; pri tem, da  $f_{bd}$  pomeni sprijemno napetost med betonom in armaturo, ki jo izračunamo po standardnem postopku. Npr. za C30/37 je  $f_{ctd} = 0,13 \text{ kN/cm}^2$  (projektna natezna trdnost betona), s pomočjo katere potem izračunamo  $f_{bd} = 0,3 \text{ kN/cm}^2$ ;  $l_{b,req} = 14,64 \text{ cm} > 9,16 \text{ cm} = l_v$ . Ker je potrebna dolžina sidranja večja od dolžine, ki nam je na razpolago, se odločimo še za določene dodatne

ukrepe, s katerimi bomo zmanjšali potrebno sidrno dolžino. Lahko si pomagamo npr. z ukrivitvijo armaturnih palic ali pa z prečno na glavno armaturo privarjenimi armaturnimi palicami. Ugodni vplivi teh ukrepov so zajeti v  $\alpha$  faktorjih ( $<1,0$ ) v sledeči enačbi:

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,reqd}$$

Z zadostno cono kritija armature (proti zunanji strani in proti sosednjim palicam) in prečno privarjenimi palicami zmanjšamo potrebno sidrno dolžino za več kot polovico:  $\alpha_2=0,7$ ,  $\alpha_4=0,7$ , sledi  $l_{bd}=0,49 l_{b,reqd}=7,17\text{cm}<9,16\text{cm}=l_v$  (v redu)

Ob notranjih podporah imamo zadosti prostora za sidranje še v vmesnem polju, kar pomeni, da armaturo tja tudi vlečemo, in sicer za dolžino  $l_{b,reqd}=14,64\text{cm}$ .

#### *b) armatura v večih plasteh:*

Pri polaganju armature v večih plasteh imamo na voljo večji prostor okrog posamezne palice kot če bi jih polagali samo v eni plasti. Poleg tega je tudi premer posamezne palice manjši. Zato je v tem primeru izvedbe armature sidrna dolžina manjša kot če bi položili armaturo samo v eni plasti.

#### *6.2 Armatura zgoraj nad srednjo podporo:*

$F_{S2}=48,54\text{ kN}$ ; izberem jeklo S500/600

**Potr  $A_{S2}=48,54\text{ kN}/43,48\text{ kN/cm}^2=1,12\text{ cm}^2$ \*\***, izberem 2  $\Phi 10$

\*Pod točko 4.2 s sidranjem nimamo takšnih problemov, ker nismo na robu stene in lahko sidramo armaturo v sosednje polje.  $l_{b,reqd} = \Phi/4 * f_{yd}/f_{bd} * (A_{S,req}/A_{S,prov})=25,83\text{cm}$  Ta vrednost je dolžina sidranja merjena od vozlišča. Če to gledamo od podpore moramo palico vleči 64 cm stran ali na okroglo 0,43 vrednosti razpona  $l$ .

#### *6.3 Armatura spodaj v srednjem polju:*

Iz robnih polj vlečemo armaturo (2  $\Phi 8$ ) še za dolžino  $l_{b,reqd} = 14,64\text{ cm}$  v vmesno polje.

$F_{S3}=14,38\text{ kN}$ ; izberem jeklo S500/600

**Potr  $A_{S3}=14,38\text{ kN}/43,48\text{ kN/cm}^2=0,33\text{ cm}^2$** , izberem 1  $\Phi 8$

Za sidranje armature iz srednjega polja vlečemo armaturo (1  $\Phi 8$ ) v robni polji. Tu moramo sidrati na silo  $F_{S3}=21,87\text{ kN}$ .

$l_{b,rqd} = \Phi/4 * f_{yd}/f_{bd} * (A_{S,req}/A_{S,prov})$ , imamo palico  $\Phi 8$ , ki jo sidramo:  $A_{S,prov}=0,79\text{cm}^2$ ,  $A_{S,req}=0,33\text{cm}^2$ ,  $l_{b,rqd} = \Phi/4 * f_{yd}/f_{bd} * (A_{S,req}/A_{S,prov})=19,13\text{cm}$ -v robno polje sidrati.

#### 6.4 Armatura v tlačnih oporah zaradi nateznih napetosti pravokotnih na oporo:

Vzamem omejeno območje diskontinuitete in  $b=2a$  in največjo tlačno silo. To pomeni, da je potem natezna sila pravokotno na tlačno razpore enaka  $T=1/8 * F_{C3}=13,86\text{kN}$ .  $A_{Sp}=13,86\text{kN}/43,48\text{kN}/\text{cm}^2=0,32\text{cm}^2$ . Ta natezna sila je v modelu tlačne razpore prisotna samo enkrat, ker je »diskontinuitetni« vnos sile prisoten samo enkrat, in sicer v spodnjem delu ob podpori. To pomeni, da jo lahko razmažemo na razdalji med vozliščema. Razdalja med zgornjim in spodnjim vozliščem je  $L=0,25 * l/\cos\beta=57,81\text{cm}$ . To pomeni  $a_s=0,32\text{cm}^2/(0,57\text{m})=0,56\text{cm}^2/\text{m}$ . Če se odločim za ortogonalno armaturo v x-y usmerjenosti, to potem pomeni:  $a_{sx}=a_s * \cos\alpha=0,36\text{ cm}^2/\text{m}$ ,  $a_{sy}=a_s * \sin\alpha=0,43\text{ cm}^2/\text{m}$ . Minimalna armatura v steni je enaka  $\text{MAX}(0,1\%, 1,5\text{cm}^2/\text{m})=1,5\text{cm}^2/\text{m}$  v obeh smereh, kar pomeni, da že z minimalno armaturo izpolnimo to zahtevo. V srednjem polju so sile v poševnih tlačnih razporah manjše, tako da velja enaka zahteva kot zgoraj.

#### Primerjava z Leonhardt-tom:

Leonhardt računa sile v paličju iz upogibnega momenta kot pri linijskih nosilcih pomnoženim z v faktorjem, saj so v našem primeru dejanski momenti nad podporo manjši od linijskih, v polju pa večji od le-teh Ta faktor je posredno vključen v izračunu pri ročici notranjih sil in nam ga ni potrebno direktno upoštevati. Potem ta moment deli z ročico notranjih sil  $z$  in dobi vrednost sile. V primeru stene preko treh polj pravi, da robno polje obravnavamo kot v primeru dveh polj, vmesno polje pa normalno po priporočilu.

	Fs1-robno polje	Fs2- popdora	Fs3-srednje polje
Nad. paličje	$0,146 * q_l$	$0,323 * q_l$	$0,094 * q_l$
Leonhardt	$0,192 * q_l$	$0,341 * q_l$	$0,072 * q_l$

Tabela 9:Primerjava natezne sile v dvopoljnem nosilcu po modelu nadomestnega paličja in po Leonhardt-u kot delež resultantne linijske obtežbe

### Primerjava rezultatov po različnih metodah

Tabela 10: Armatura v absolutni vrednosti ter v odstotkih vrednosti dobljene po modelu nadomestnega paličja.

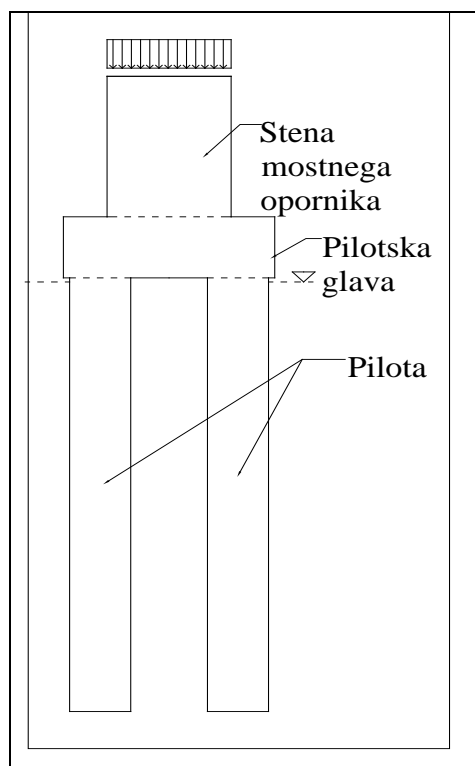
	Nad. Paličje	Leonhardt	Heft 240	SAP 2000
As1	0,51	0,66	0,59	0,76
Primerjava As1	100%	129%	116%	149%
As2	1,12	1,18	1,05	0,92
Primerjava As2	100%	105%	94%	82%
As3	0,33	0,25	0,23	0,34
Primerjava As3	100%	76%	70%	103%

Pri nosilcu preko treh polj je opazen podoben raztros rezultatov kot pri nosilcu preko dveh polj.

### 3.4 Pilotska glava

#### Opis nosilca pilotske glave (stenasti nosilec)

Obravnavam pilotsko glavo višine  $h_{PI}=150$  cm, ki ima na svoji zgornji površini povezavo z mostnim opornikom (širina:  $h_S=270$  cm), ki je stenasti nosilni element. Na spodnji strani je povezana z dvema pilotoma kvadratnih dimenzij  $a_P=132,9$  cm (Slika 1). Obtežba, ki se prenaša iz stene preko pilotske glave v pilota je velikosti  $q=5000$  kN/m. Debelina stene (pravokotno na obravnavano ravnino) je 65 cm, debelina pilotske glave pa  $d_{PI}=165$  cm. Zanima nas potrebna armatura v steni zaradi te obtežbe. Vgrajeni beton je trdnostnega razreda C30/37.

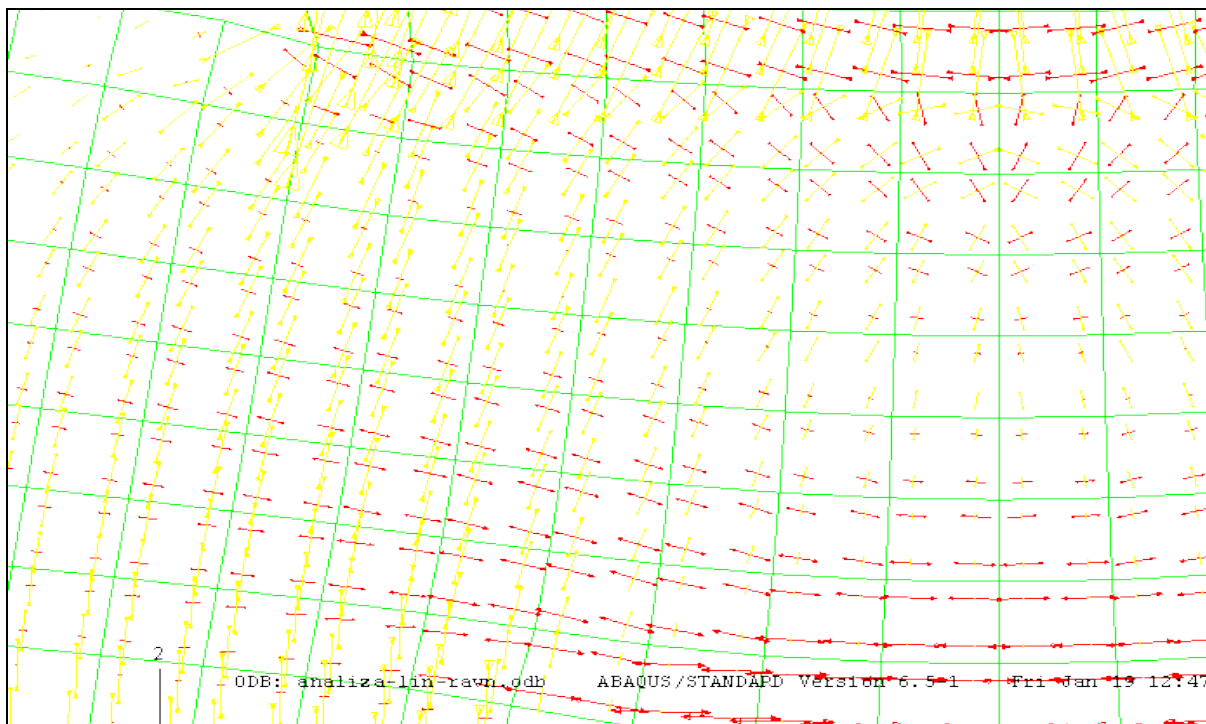


Slika 32: Situacija pilotske glave

#### Analiza z MKE

Pri analizi z MKE upoštevam ravninsko napetostno stanje (RNS) in uporabim pripadajoče 4-vozljiščne končne elemente z NEKOMPATIBILINIMI pomiki, ki so na voljo v programu Abaqus. Uporabim mrežo KE. Uporabim končne elemente, ki imajo samo membranske sile (

t.j. samo normalne napetosti in strižne napetosti (sile) v ravnini KE, brez upogibnih momentov in prečnih sil pravokotno na ravnino), ker na podlagi predpostavke o RNS to lahko naredim. Na sliki 33 so prikazane smeri in velikosti glavnih normalnih napetosti, ki jih dobim z analizo.

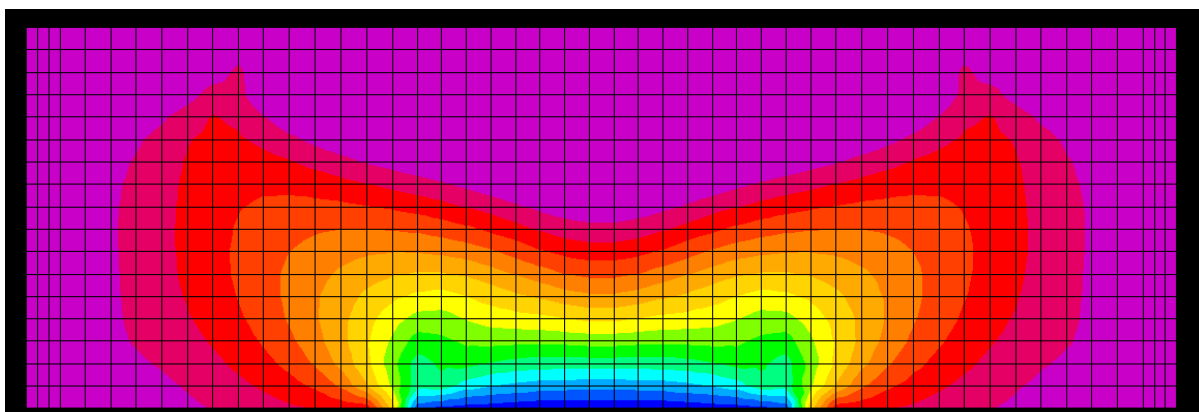


Slika 33: Vektorji glavnih normalnih napetosti

Rdeča barva pomeni maksimalno glavno normalno napetost, rumena pa minimalno napetost (na sliki v spodnjem delu pomeni rdeča natezne napetosti, v zgornjem delu rumena v navpični smeri pa bolj tlačene napetosti).

### **Dimenzioniranje armature z rezultati analize MKE**

Za dimenzioniranje armature uporabim program SAP2000, ki to omogoča. Ponovno naredim model stene, izolinije sil v armaturi so prikazane na spodnjih slikah.



Slika 34: Izolinije horizontalne armature

### Dimenzioniranje armature po metodi nadomestnega paličja

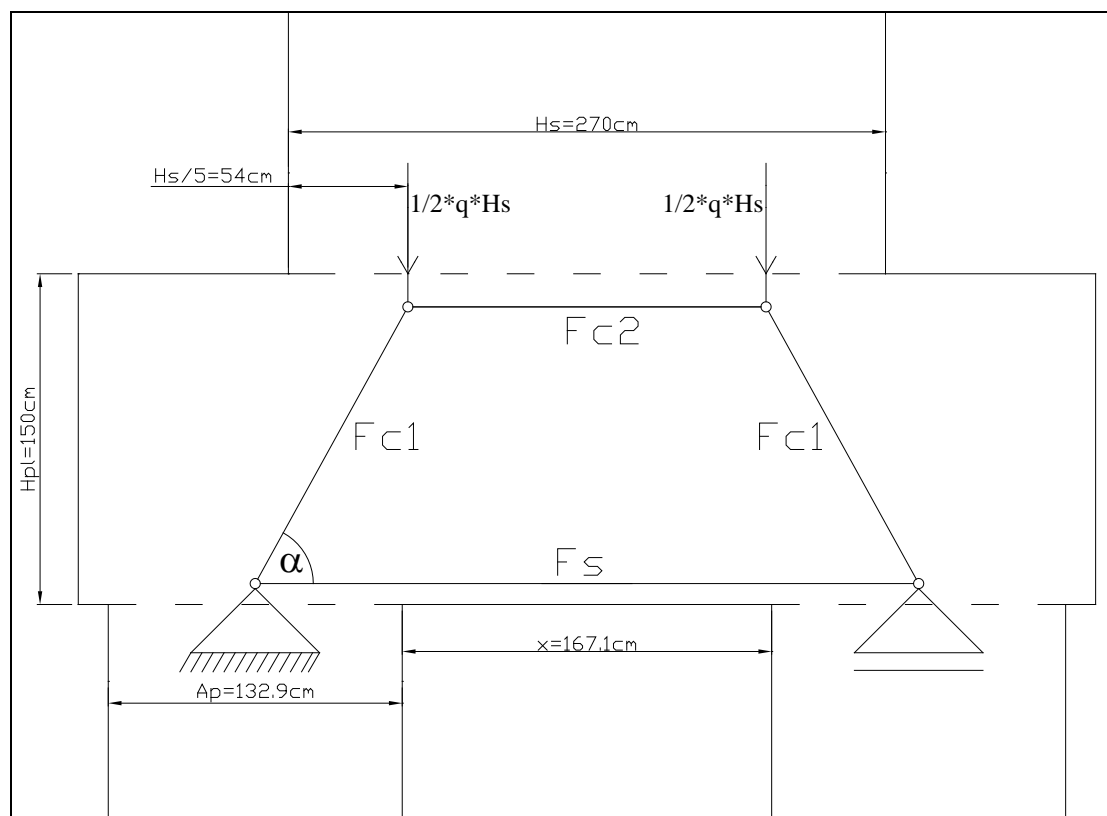
Na podlagi trajektorij glavnih normalnih napetosti, ki nam jih izračuna program ABAQUS (slika 33) predpostavimo potek nateznih vezi in tlačnih razpor nadomestnega paličja.

Na mestu kjer imamo veliko koncentracijo nateznih napetosti predpostavim natezno vez (težišče prereza armature), na mestu kjer pa nastopajo velike glavne tlačne napetosti, predpostavim delovanje tlačnih razpor (v smislu nekega nadomestnega betonskega prereza). Tako dobim nadomestno paličje v obliki enakokrakega trapeza, ki je v zgornjih dveh vozliščih obremenjeno z dvema silama, ki rezultirata iz podane linijske obtežbe, v spodnjih vozliščih pa imam členkasti podpori (slika 35). Zgornji vozlišči postavim na eno četrtno razpona stene od roba le-te na vsaki strani in na višino stika med steno in pilotsko glavo (prva iteracija). S to predpostavljeno geometrijo izračunam notranje sile v paličju in nadalje potrebno armaturo v spodnjem pasu. Pri tem upoštevam za dovoljeno napetost v armaturi kar projektno vrednost meje plastičnosti (za jeklo npr. S500:  $f_{yd}=43.48 \text{ kN/cm}^2$  ).

Sledi kontrola napetosti v vozliščih, ki jo izdelam na podlagi predpostavljenih dimenzij vozlišč (velikost površine preko katere je vnesena sila, robnih pogojev geometrije in podobno). Pozabiti pa ne smem niti na kontrolo tlačnih napetosti v betonu, ki se kontrolirajo glede na dimenzije, ki izhajajo iz geometrije vozlišč. Potrebno je tudi detajlirati armaturo v vozliščih. S tem imam v mislih izračun sidrnih dolžin pri različnih oblikah zaključka armature



(ravna palica, zakrivljena palica, zanka) in tudi glede na lego armature, saj lahko armaturo postavimo tudi v več med seboj vzporednih plasti.



Slika 35: Nadomestno paličje

### Potek dimenzioniranja:

#### 1. Podatki:

$a_{pl} = 4$  cm (cona kritja spodnje armature +  $\Phi/2$ )

$h_{pl} = 150$  cm (višina pilotske glave)

$h_s = 270$  cm (višina stene opornika)

$d_{pl} = 165$  cm (debelina pilotske glave)

$a_p = 132,9$  cm

$b_s = 65$  cm

$x = 167,1$  cm (svetla razdalja med pilotoma)

Material:

-beton C30/37 ( $f_{cd}=3 \text{ kN/cm}^2$ ,  $f_{ck}=2 \text{ kN/cm}^2$ )

-armatura: S500, rebrasta

Naklon poševne razpore:  $\text{tg}\alpha=2*(h_{p1}-a_p)/(x+a_p-0,60* h_s)=2,12$ ,  $\alpha=64,70^\circ$ ,  $\alpha$  kot med smerjo armature in poševno razpore, ki poteka za cono kritja od težišča pilota pa do 0.20 višine stene od roba le-te.

### 2. Izračun sil v paličju:

Iz ravnotežnega pogoja v enem od zgornjih vozlišč (vseeno katerem) izračunam notranje sile v tlačnih razporah:

$$F_{C1}=q/2*1/\sin\alpha=5000 \text{ kN/m}*2,7\text{m}/2*1/\sin\alpha=6750 \text{ kN}/(\sin 64,7^\circ)=(-)7466,1 \text{ kN}$$

$$F_S=q/2*1/\text{tg}\alpha=3190,7 \text{ kN}$$

$$F_{C2}=-F_S=-3190,7 \text{ kN}$$

$\alpha [^\circ]$	$F_{C1}$ -poševna razpora [kN]	$F_{C2}$ -vodoravna razpora [kN]	$F_S$ -natezna vez [kN]
64,70	-7466,1	-3190,7	3190,7

### 3. Kontrola spodnjega vozlišča:

Širina:

Za širino spodnjega vozlišča (hkrati je to tudi podpora) vzamem širino pilota  $a_p=132,9 \text{ cm}$  in kontroliram napetosti, ki jih povzroča vertikalna reakcija:  $\sigma_{sd}=6750\text{kN}/(132,9\text{cm}*132,9\text{cm})=0,38\text{kN/cm}^2 < 1,50\text{kN/cm}^2=0,85*v*f_{cd}$  (C30/37) Za to vozlišče vzamem v formuli iz EC2, poglavje 6.5:  $k_2=0,85$ , ker je vozlišče tlačno-tlačno-natežno in  $v=1-f_{ck}/250$  ( $f_{ck}[\text{Mpa}]$ ).

Višina:

Iz kontrole ravnotežja spodnjega vozlišča v vodoravni smeri izračunamo višino vozlišča

$$h_{Vsp}=F_S/(0,85*v*f_{cd}* a_p)=16,04 \text{ cm}, \text{ vzamem } h_{Vsp}=18,0 \text{ cm}; k_2=0,85$$

Sedaj imamo poznano geometrijo vozlišča (obe med seboj pravokotni stranici), torej lahko izračunamo višino tlačne razpore, ki se priključuje v tem vozlišču:

$$h_o=h_{Vsp}*\cos\alpha+a_p*\sin\alpha=127,85 \text{ cm}$$

*Napetost v tlačni razpori:*

$$\sigma_{sd} = F_{C1} / (h_0 * d_p) = 7466,1 / (127,85 * 132,9) = 0,44 \text{ kN/cm}^2 < 1,05 \text{ kN/cm}^2 = 0,6 * v * f_{cd}$$

*4. Kontrola zgornjega vozlišča:*

Vse notranje sile so po velikosti enake ( $|F_{C2}| = |F_S|$ ):  $h_{Vzg} = F_{C2} / (1,0 * v * f_{cd} * b_s) = 27,89 \text{ cm}$   
vzamem  $h_{Vzg} = 29 \text{ cm}$

*b. Popravljen geometrija paličja:*

Sedaj lahko predpostavim novo geometrijo paličja in ponovim račun notranjih sil. Upoštevati pa moram, da mora biti cona kritja večja od polovične višine vozlišča, sicer dobim težišče armature izven te cone.  $\text{tg} \alpha = 2(h_{p1} - \text{MAX}[a_{p1}; 1/2 * h_{Vsp}] - 2/5 * h_{Vzg}) / (x + a_p - 3/5 * h_s) = 1,88$ ;  $\alpha = 61,93^\circ$

*2.b Novi izračun sil v paličju*

Po enakih korakih kot na začetku.

Fc1[kN]	Fc2[kN]	Fs[kN]
-7649,8	-3599,6	3599,6

*3b. Kontrola spodnjega vozlišča:*

*Širina:*

Ostane vse enako kot v prvi iteraciji, ker ima vertikalna reakcija enako vrednost in zato povzroča enake napetosti kot v prvi iteraciji in ponovna kontrola ni potrebna.

*Višina:*

$$h_{Vsp} = F_S / (0,85 * v * f_{cd} * a_p) = 18,11 \text{ cm, vzamem } h_{Vsp} = 19,0 \text{ cm}$$

$$h_{Vzg} = F_{C2} / (1,0 * v * f_{cd} * b_s) = 31,46 \text{ cm, vzamem } h_{Vzg} = 32 \text{ cm}$$

*c. Ponoven izračun notranjih sil:*

$$\text{tg} \alpha = 2(h_{p1} - \text{MAX}[a_{p1}; 1/2 * h_{Vsp}] - 2/5 * h_{Vzg}) / (x + a_p - 3/5 * h_s) = 1,85; \alpha = 61,62^\circ$$

Fc1[kN]	Fc2[kN]	Fs[kN]
-7672,7	-3646,7	3646,7

### 3.c Kontrola spodnjega vozlišča:

Višina:

$$h_{Vsp} = F_S / (0,85 \cdot v \cdot f_{cd} \cdot a_p) = 18,34 \text{ cm, vzamem } h_{Vsp} = \mathbf{19,0 \text{ cm}}$$

Napetost v tlačni razpori:

$$h_o = h_{Vsp} \cdot \cos \alpha + a_p \cdot \sin \alpha = 125,96 \text{ cm} - \text{ v spodnjem delu}$$

$$\sigma_{sd} = F_C / (h_o \cdot a_p) = 7672,7 / (125,96 \text{ cm} \cdot 132,9 \text{ cm}) = 0,46 \text{ kN/cm}^2 < 1,05 \text{ kN/cm}^2 = 0,6 \cdot v \cdot f_{cd} - \text{ v}$$

spodnjem delu

### 4.c Kontrola zgornjega vozlišča:

Višina:

$$h_{Vzg} = F_{C2} / (1,0 \cdot v \cdot f_{cd} \cdot b_s) = 31,87 \text{ vzamem } h_{Vzg} = \mathbf{32 \text{ cm}}$$

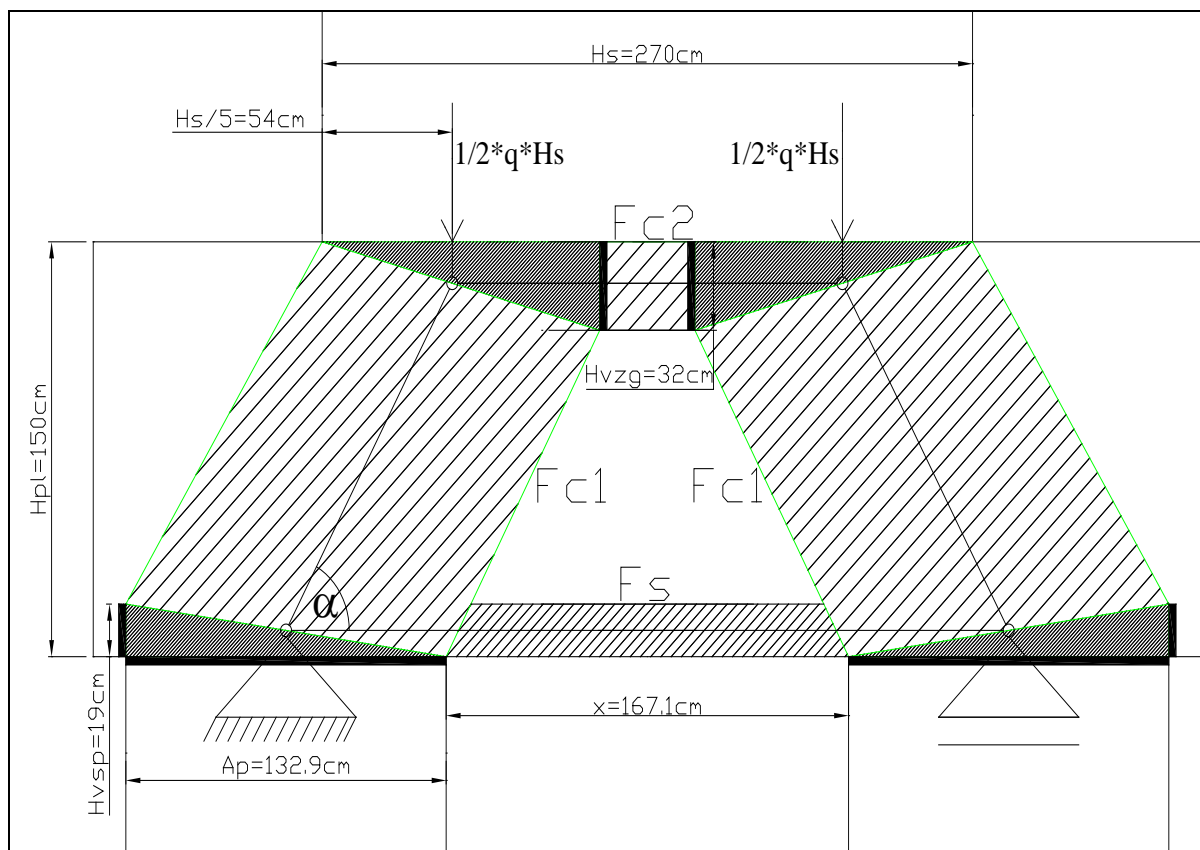
Vidimo, da se geometrija ni spremenila glede na iteracijo (b) in zato ni potrebna nova iteracija.

Napetost v tlačni razpori:

$$h_o = h_{Vzg} \cdot \cos \alpha + h_s / 2 \cdot \sin \alpha = 133,99 \text{ cm} - \text{ v zgornjem delu}$$

$$\sigma_{sd} = F_C / (h_o \cdot d_s) = 7672,7 / (133,99 \text{ cm} \cdot 65 \text{ cm}) = 0,88 \text{ kN/cm}^2 < 1,05 \text{ kN/cm}^2 = 0,6 \cdot v \cdot f_{cd} - \text{ v}$$

zgornjem delu



Slika 36: Končno nadomestno paličje z dejanskimi dimenzijami

## 5. Armatura

### Armatura spodaj

$F_s = 3646,7 \text{ kN}$ ; izberem jeklo S500/600

**Potr  $A_s = 3599,6 \text{ kN} / 43,48 \text{ kN/cm}^2 = 83,87 \text{ cm}^2$**

Sedaj imamo več variant polaganja armature. Lahko jo položimo samo v eni plasti, lahko pa tudi v večih plasteh. Na voljo imamo sledeči prostor za sidranje:  $l_v = a_p + (h_{v_{sp}}/2) * 1/\text{tg}\alpha = 138,03 \text{ cm}$  \*(na voljo nam je tudi prostor za sidranje na zunanji strani pilotske glave, ki pa v računu ni upoštevan in ga lahko eventuelno dodajamo oz. odvezemamo) Izberem palice npr.  $\Phi 20 (A_{s,prov} = 87,96 \text{ cm}^2)$ . Osnovna sidrna dolžina je določena s standardno formulo:  $l_{b,rqd} = \Phi/4 * f_{yd}/f_{bd} * (A_{s,req}/A_{s,prov}) = 69,1 \text{ cm}$ ; C30/37  $f_{ctd} = 0,13 \text{ kN/cm}^2$ ,  $f_{bd} = 0,3 \text{ kN/cm}^2$ ;  $l_{b,rqd} = 69,09 \text{ cm} < 138,03 \text{ cm} = l_v$  (u redu). Ni nam potrebno izvajati nikakršnih dodatnih ukrepov, ker nam pogoji omogočajo dovolj sidrnega prostora.

*Armatura v tlačnih oporah zaradi nateznih napetosti pravokotnih na razpore:*

Vzamem omejeno območje diskontinuitete in  $b=2a$ . To pomeni, da je potem natezna sila pravokotno na tlačno razpore enaka  $T=1/8 \cdot F_C=959,1\text{kN}$ .

$$A_{Sp}=959,1\text{kN}/43,48\text{kN/cm}^2=22,06\text{cm}^2$$

Ta natezna sila je v modelu tlačne razpore prisotna samo enkrat. To pomeni, da jo lahko razmažemo med vozliščema. Razdalja med zgornjim in spodnjim vozliščem je  $L=86\text{cm}$ . To pomeni  $a_s=22,06\text{cm}^2/(0,86\text{m})=25,65\text{cm}^2/\text{m}$ . Če se odločimo za ortogonalno armaturo v x-y usmerjenosti, to potem pomeni:  $a_{sx}=a_s \cdot \cos\alpha=12,19\text{ cm}^2/\text{m}$ ,  $a_{sy}=a_s \cdot \sin\alpha=22,57\text{ cm}^2/\text{m}$ . V izvedbi to pomeni več vzporedno ležečih mrežnih armatur.

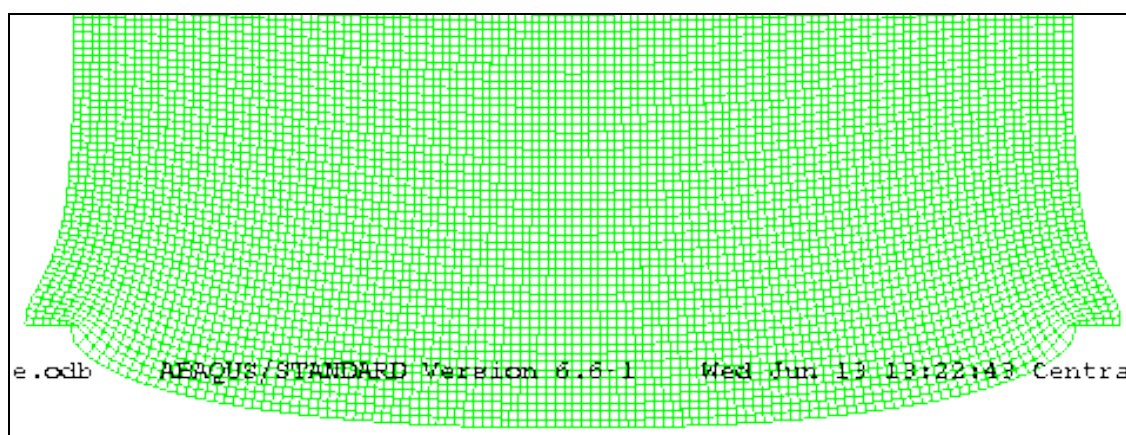
### 3.5 Vpliv modeliranja podpor na notranje količine pri enopoljnem stenastem nosilcu

#### Uvod

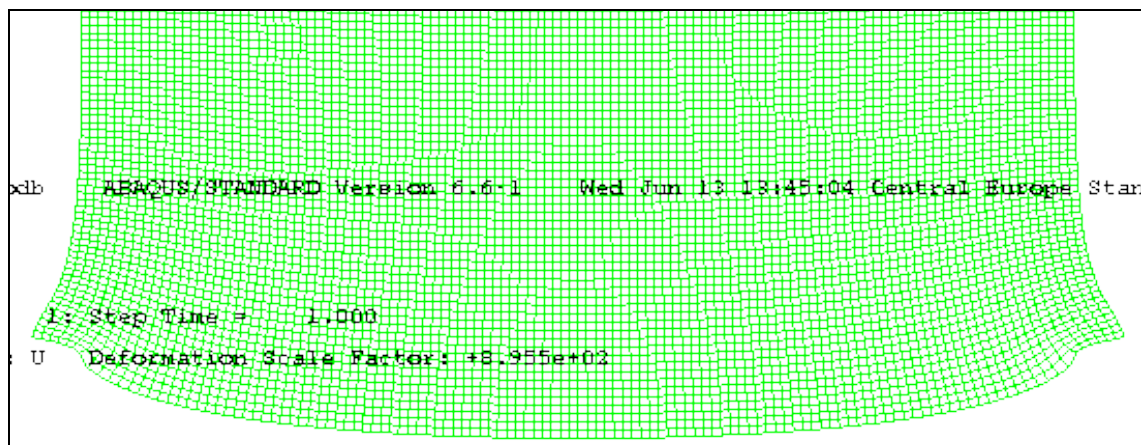
V vseh dosedanjih primerih so nastopale podpore v navpični smeri kot nepomične. Vemo, da je v resnici vsak stenast nosilec podprt z nekim elementom, ki ima neko določeno podajnost v vertikalni smeri. Za primerjavo vzamem primer enopoljnega nosilca na podporah in v drugem primeru na vzmeteh. Za razpon izberem dolžino  $l=6\text{m}$ , višina  $d=9\text{m}$ , debelina stenastega nosilca pa je vzeta z  $20\text{ cm}$ . Dolžina podpiranja je enaka  $0,1*1$ , torej  $30\text{ cm}$  na vsaki strani. Togost vertikalnih translatorskih vzmeti v modelu je enaka  $K=EA/h$ , pri čemer za  $h$  vzmeti vzamem višino podpornega elementa  $h=20\text{ cm}$ . Za površino  $A$  pa sem vzel površino, ki odpade na en končni element, ki ga posamezna vzmet podpira. Končni elementi so velikosti  $5\text{cm}*5\text{cm}$  in debeline  $20\text{ cm}$ . Torej je površina  $A=20\text{ cm}*5\text{ cm}=100\text{ cm}^2$ . Modul elastičnosti je vzet  $E=3000\text{ kN/cm}^2$ . S temi podatki izračun togosti vzmeti ni več težak:  $K=3000\text{ kN/cm}^2*100\text{cm}^2/20\text{cm}=15000\text{ kN/cm}$ . Na skrajnih robovih podprtih delov seveda upoštevam polovično vrednost izračunane togosti, ker na robno vozlišče odpade samo polovica površine končnega elementa. Obtežba je linijskega tipa in deluje na vrhu nosilca v iznosu  $300\text{ kN/m}$ .

#### Rezultati

Za intuitiven občutek si najprej pogledjmo obliki spodnji del nosilcev v deformirani legi.

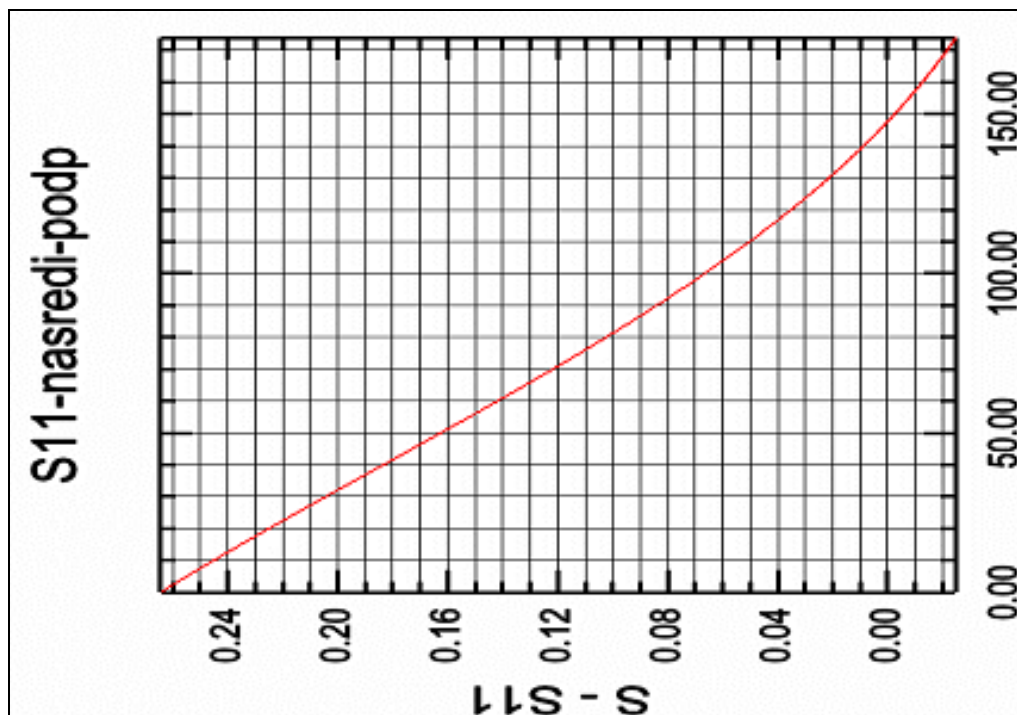


Slika 37: Deformirana lega nosilca s togimi podporami



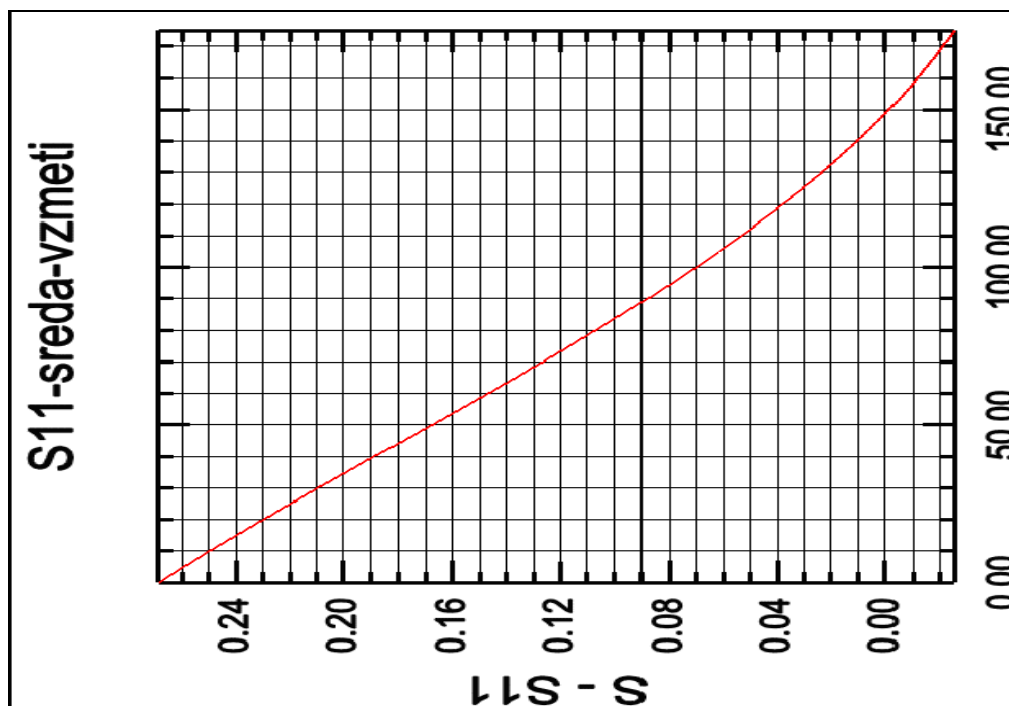
Slika 38: Deformirana lega nosilca s podajnimi podporami (vzmetmi)

Iz primerjave obeh slik je vidno, da se v območju podpor pri nosilcu na vzmeteh zgodijo neke določene deformacije, medtem ko se na togo podprtem nosilcu te deformacije ne izvršijo. Te deformacije so potem vzrok nekoliko večjih notranjih sil v nateznem pasu, ki se pojavijo pri nosilcu na podajni podlagi.



Slika 39: Potek horizontalnih napetosti v odvisnosti od višine na sredini podprtega nosilca v območju nategov



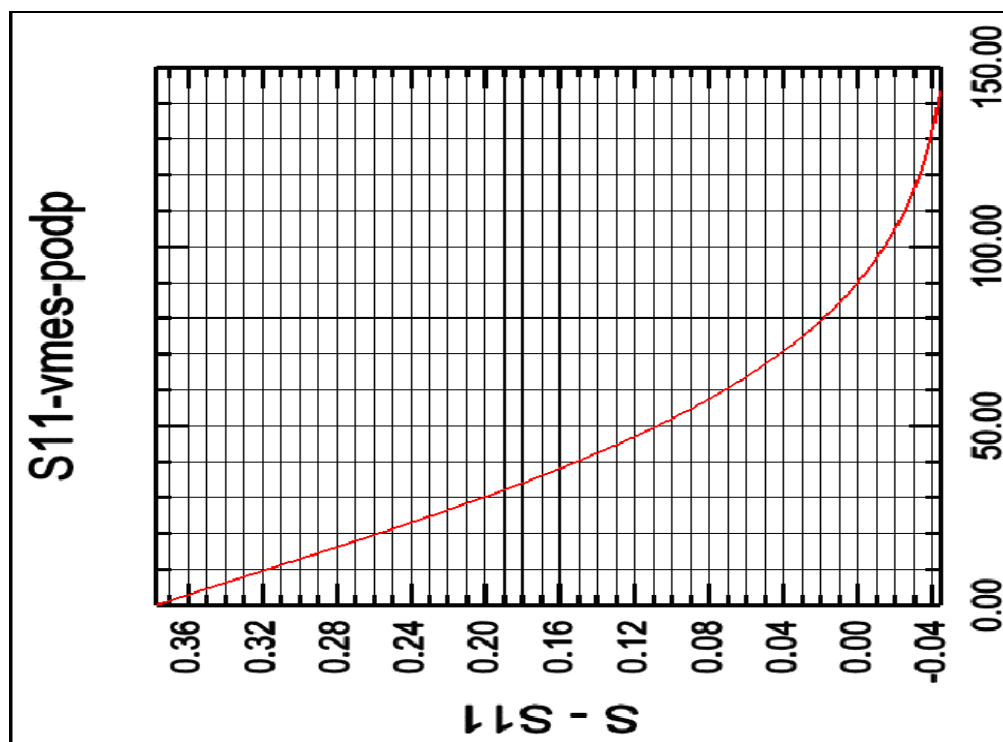


Slika 40: Potek horizontalnih napetosti v odvisnosti od višine na sredini z vzmetmi podprtega nosilca v območju nategov

Na prvi pogled ni opaznih kakšnih bistvenih razlik, po integraciji napetosti pa dobimo velikost natezne sile v primeru togih podpor  $F=355,4$  kN, v primeru podajnih podpor (vzmeti) pa je  $F=363,7$  kN, kar pomeni, da je razlika dokaj majhna (manj kot 3%), kar se vidi tudi s primerjavo obeh zgornjih slik.

Pri podrobnejšem ogledu napetostnega stanja sem opazil, da ekstremne horizontalne natezne napetosti ne nastopijo v sredini nosilca, temveč bliže njegovemu robu. Po integraciji teh napetosti pa vidimo, da je rezultanta le-teh manjša od rezultante na sredini razpona in smo po tej plati lahko pomirjeni.

	toge	podajne
nat.sila[kN]	podpore	podpore
	355,4	363,7



Slika 41: Potek horizontalnih napetosti v odvisnosti od višine med podporo in sredino razpona podprtega nosilca v območju nategov

Iz slike 41 vidimo, da je največja napetost enaka okrog  $0,38 \text{ kN/cm}^2$ , na sredini razpona pa znaša podobna količina le  $0,26 \text{ kN/cm}^2$ .

## 4. Zaključek

V zaključku je treba poudariti, da imamo na razpolago kar nekaj orodij, s katerimi lahko projektiramo armiranobetonske stenaste nosilce. Od projektanta prosta volja je, za katero orodje se bo odločil. Najhitrejši način je po mojem mnenju kar uporaba izrazov za izračun notranjih sil v nosilcu s pomočjo ročice notranjih sil, kjer kar iz velikosti momenta kot da bi računali linijski nosilec dobimo notranje sile. To je obdelal že Leonhardt. Računalnik nam je kot neko univerzalno orodje na vsak način tudi lahko koristen, toda vzame več časa, vsaj v začetku, kot zgoraj opisan postopek. Priporočam ga za neke detajlnejše analize. Kot tretja možnost se nam ponuja model nadomestnega paličja. Tu je potrebno reči, da je sam izračun lahko dokaj hiter, če imamo seveda že izbrano geometrijo le-tega in nam kasneje ni potrebno delati veliko iteracij. Problem pri paličju je to, da moramo iti od vozlišča do vozlišča in kontrolirati napetosti v vozlišču. Seveda lahko zadevo tudi poenostavimo in gledamo samo kritična vozlišča. Na ta način smo že bolj konkurenčni postopku po Leonhardt-u. Za hitro oceno količine armature pa je sigurno (seveda ob znani geometriji) zelo primeren. Drugače pa je model nadomestnega paličja bolj primeren za analizo detajlov in manjših konstrukcijskih elementov kot pa za projektiranje stenastih nosilcev.

## VIRI

Beton Kalender 1993, Teil 2.1993.Karlsruhe, Ernst & Sohn Verlag fürArchitektur und technische Wissenschaften, Berlin: 815 str.

CEB-FIP model code 1990: design code.1993.London, Telford: 437 str.

Eurocode 2: Design of concrete structures-Part 1-1: General rules and rules for buildings  
EN 1992-1-1, 2005.

Grasser E, Thielen G .1991. Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetontragwerken. Berlin, Beuth Verlag: 85 str.

Fritz Leonhardt. 1975. Vorlesungen über Massivbau, Zweiter Teil, Sonderfälle der Bemessung im Stahlbetonbau. Stuttgart, Springer Verlag Berlin:141 str