

Univerza  
v Ljubljani

Fakulteta  
za gradbeništvo  
in geodezijo



Jamova cesta 2  
1000 Ljubljana, Slovenija  
<http://www3.fgg.uni-lj.si/>

**DRUGG** – Digitalni repozitorij UL FGG  
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

To je izvirna različica zaključnega dela.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujete na bibliografske podatke, kot je navedeno:

Pavlin, N. 2012. Metoda vezi in razpor za projektiranje armiranobetonskih stenastih elementov. Diplomski naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. (mentor Brank, B., somentor Lopatič, J.): 97 str.

University  
of Ljubljana

Faculty of  
Civil and Geodetic  
Engineering



Jamova cesta 2  
SI – 1000 Ljubljana, Slovenia  
<http://www3.fgg.uni-lj.si/en/>

**DRUGG** – The Digital Repository  
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

This is original version of final thesis.

When citing, please refer to the publisher's bibliographic information as follows:

Pavlin, N. 2012. Metoda vezi in razpor za projektiranje armiranobetonskih stenastih elementov. B.Sc. Thesis. Ljubljana, University of Ljubljana, Faculty of civil and geodetic engineering. (supervisor Brank, B., co-supervisor Lopatič, J.): 113 pp.

Univerza  
v Ljubljani

Fakulteta za  
*gradbeništvo in  
geodezijo*



Jamova 2  
1000 Ljubljana, Slovenija  
telefon (01) 47 68 500  
faks (01) 42 50 681  
fgg@fgg.uni-lj.si

UNIVERZITETNI ŠTUDIJ  
GRADBENIŠTVA  
KONSTRUKCIJSKA SMER

Kandidat:

**NEJC PAVLIN**

**METODA VEZI IN RAZPOR ZA PROJEKTIRANJE  
ARMIRANOBETONSKIH STENASTIH ELEMENTOV**

Diplomska naloga št.: 3264/KS

**STRUT AND TIE METHOD FOR DESIGN OF PLANE  
REINFORCED CONCRETE ELEMENTS**

Graduation thesis No.: 3264/KS

**Mentor:**

prof. dr. Boštjan Brank

**Predsednik komisije:**

izr. prof. dr. Janko Logar

**Somentor:**

izr. prof. dr. Jože Lopatič

Ljubljana, 29. 12. 2012

## **IZJAVE**

Podpisani Nejc Pavlin izjavljam, da sem avtor diplomskega dela z naslovom »Metoda vezi in razpor za projektiranje armiranobetonskih stenastih elementov«.

Izjavljam, da je elektronska različica v vsem enaka tiskani različici.

Izjavljam, da dovoljujem objavo elektronske različice v repozitoriju UL FGG.

Nejc Pavlin

---

(podpis)

Ljubljana, 20.10.2012

**BIBLIOGRAFSKO – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK**

<b>UDK:</b>	<b>624.072.1:624.01(043.2)</b>
<b>Avtor:</b>	<b>Nejc Pavlin</b>
<b>Mentor:</b>	<b>prof. dr. Boštjan Brank</b>
<b>Somentor:</b>	<b>izr. prof. dr. Jože Lopatič</b>
<b>Naslov:</b>	<b>Metoda vezi in razpor za projektiranje armiranobetonskih stenastih elementov</b>
<b>Tip dokumenta:</b>	<b>Dipl. nal.-UNI</b>
<b>Obseg in oprema:</b>	<b>97 str., 117 sl., 54 en.</b>
<b>Ključne besede:</b>	<b>metoda vezi in razpor, nadomestno paličje, stenasti nosilec, projektiranje betonskih konstrukcij, območja diskontinuitet, topološka optimizacija</b>

**Izvleček:**

V diplomskem delu je predstavljen postopek projektiranja armiranobetonskih konstrukcijskih elementov z metodo vezi in razpor. To je sicer znana, vendar ne zelo razširjena metoda za dimenzioniranje, ki jo dopušča tudi standard SIST EN 1992-1-1:2005. Uporablja se lahko za dimenzioniranje stenastih konstrukcijskih elementov ter za dimenzioniranje takšnih odsekov linijskih konstrukcij, kjer se zaradi različnih razlogov pojavi ravninsko napetostno stanje in teorija nosilcev ne more več primerno opisati dejanskega stanja. V nalogi je opisana osnovna ideja metode. Kako učinkovito bo dimenzioniranje z omenjeno metodo, je v veliki meri odvisno od predpostavljenega poteka vezi in razpor. Zato se velik del naloge ukvarja z določevanjem ustreznega nadomestnega paličja za različne konstrukcijske elemente in konstrukcijske detajle, kot so: stenasti nosilci, stik dveh linijskih konstrukcijskih elementov, kratke konzole, nosilci z vozliščem z reducirano višino, visoki nosilci z odprtini in podobno. Pri tem smo si pomagali z napotki iz literature, že uveljavljenimi tipičnimi modeli, ki jih je moč najti v literaturi ter s topološko optimizacijo. Slednja je v nalogi izvedena z enostavnima prosto dostopnima računalniškima programoma ForcePad 2 in TopoStruct. Prikazani so rezultati topološke optimizacije za različne primere. Nadomestna paličja, ki smo jih dobili s topološko optimizacijo, so primerjana z modeli, ki jih je moč najti v literaturi. Na koncu diplomske naloge so prikazani trije računski primeri za različne konstrukcije, ki so rešeni z opisano metodo. Določeno je primerno nadomestno paličje, nato pa so dimenzionirani posamezni elementi paličja (vezi, razpore in vozlišča), pri čemer so izvedene vse potrebne kontrole v skladu s standardom SIST EN 1992-1-1:2005.

## **BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRACT**

**UDC:** 624.072.1:624.01(043.2)  
**Author:** Nejc Pavlin  
**Supervisor:** Assoc. prof. Boštjan Brank, Ph. D.  
**Cosupervisor:** Assoc. prof. Jože Lopatič, Ph. D.  
**Title:** Strut and tie method for design of plane reinforced concrete elements  
**Document type:** Graduation Thesis – University studies  
**Notes:** 97 p., 117 fig., 54 eq.  
**Key words:** strut and tie method, alternate truss, deep beam, design of reinforced concrete elements, D regions, topology optimization

### **Abstract:**

The thesis presents the process of designing reinforced concrete structural elements by the strut and tie method. The standard SIST EN 1992-1-1:2005 allows the implementation of this known, but rarely used dimensioning method. It can be used for dimensioning of both deep beam construction elements and certain sections of linear constructions where plane stress state is produced as a result of various reasons and the beam theory can no longer accurately describe the actual situation. The thesis provides insight into the basic idea of the method. The effectiveness of dimensioning by means of this method strongly depends on the predefined position of ties and struts. To this end, a large portion of the thesis deals with determining adequate alternate trusses for different construction elements and details, such as: deep beams, junctions of two linear construction elements, corbels, dapped beams, deep beams with openings, etc. The research was based on the existing literature containing established models, and topology optimisation. The latter was conducted by means of two open source computer programmes, i.e. ForcePad 2 and TopoStruct. The thesis also presents the results of topology optimisation for different examples. Alternate trusses calculated using topology optimisation are compared to the models suggested in the literature. The last part of the thesis presents three numerical examples for different constructions to illustrate the method in question. The examples determine adequate alternate trusses; individual truss elements are dimensioned (ties, struts and nodes) and all controls implemented in line with the standard SIST EN 1992-1-1:2005.

**ZAHVALA**

Zahvaljujem se mentorju prof. dr. Boštjanu Branku za pomoč, usmerjanje in odličen odnos pri izdelavi diplomske naloge. Zahvala gre tudi somentorju izr. prof. dr. Jožu Lopatiču za pomoč in veliko koristnih napotkov.

Iskreno se zahvaljujem tudi svojim staršem, ki so me v času študija podpirali in mi nudili finančno pomoč.

## KAZALO VSEBINO

IZJAVE .....	I
BIBLIOGRAFSKO – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK .....	II
BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRACT .....	III
ZAHVALA .....	IV
<b>1 UVOD .....</b>	<b>1</b>
<b>2 METODA VEZI IN RAZPOR.....</b>	<b>2</b>
2.1 Izbira ustreznega modela vezi in razpor.....	3
2.2 Priporočila za pripravo ustreznega modela vezi in razpor .....	5
2.3. Določitev paličja s pomočjo trajektorij napetosti.....	6
<b>3 IZBIRA NADOMESTNEGA PALIČJA PO PRIPOROČILIH IZ LITERATURE.....</b>	<b>7</b>
3.1 Stenasti nosilci.....	7
3.1.1. Ročica notranjih sil.....	8
3.1.2. Naklonski kot .....	12
3.2 Stik prečke in stebra .....	13
3.3 Nosilci z reducirano višino ob ležiščih.....	16
3.4 Kratke konzole .....	17
<b>4 TOPOLOGIJE ZA ISKANJE OPTIMALNEGA PALIČJA.....</b>	<b>18</b>
4.1 Topološka optimizacija s programom ForcePad 2 .....	18
4.1.1 Geometrija konstrukcije .....	18
4.1.2 Podpore in obtežbe .....	18
4.1.3 Rezultati .....	20
4.1.4 Prednosti in pomanjkljivosti programa ForcePad 2 .....	25
4.1.5 Primeri.....	26
4.1.5.1 Stenasti nosilci preko enega polja .....	26
4.1.5.2 Stenasti nosilci preko večih polj.....	28
4.1.5.3 Stenasti nosilci z odprtinami .....	31
4.1.5.4 Stiki prečk in stebrov (vogali okvirjev).....	32
4.1.5.5 Kratke konzole .....	34
4.1.5.6 Nenavadni primeri.....	35
4.2 Topološka optimizacija s programom TopoStruct .....	36
4.2.1 Geometrija konstrukcije .....	36
4.2.2 Podpore in obtežbe .....	37
4.2.3 Rezultati .....	38
4.2.4 Prednosti in pomanjkljivosti programa TopoStruct .....	40
4.2.5 Primeri.....	41
4.2.5.1 Stenasti nosilci preko enega polja .....	41
4.2.5.2 Stenasti nosilci preko večih polj.....	43
4.2.5.3 Stenasti nosilci z odprtinami .....	44

<b>5 KORAKI PRI PROJEKTIRANJU Z METODO VEZI IN RAZPOR.....</b>	<b>45</b>
5.1 Izbira nadomestnega paličja .....	45
5.2 Izračun notranjih sil v paličju .....	47
5.3 Dimenzioniranje vezi .....	48
5.3.1 Splošno .....	48
5.3.2 Primer: Določitev potrebne armatura v vezeh stenastih nosilcev.....	48
5.3.2.1 Glavna vzdolžna armatura v polju in nad podporo .....	48
5.3.2.2 Ortogonalna armatura.....	51
5.3.2.3 Kontrola Q mreže na prečno natezno silo T .....	51
5.3.2.4 Armatura za obešanje obtežbe na spodnjem delu nosilca .....	53
5.3.2.5 Medsebojne oddaljenosti armaturnih palic.....	53
5.4 Vozlišča.....	54
5.4.1 Splošno.....	54
5.4.2 Določitev dimenzij vozlišča .....	58
5.4.3 Kontrola napetosti .....	60
5.4.4 Sidranje vzdolžne armature .....	60
5.5 Razpore .....	62
5.5.1 Splošno.....	62
5.5.2 Določitev prečne natezne sile v razpori .....	63
5.5.3 Kontrola tlačnih napetosti v razpori (SIST EN 1992-1-1:2005, točka 6.5.2).....	64
5.6 Algoritem projektiranja .....	66
<b>6 RAČUNSKI PRIMERI.....</b>	<b>67</b>
6.1 Stenasti nosilec preko enega polja.....	67
6.1.1 Zasnova in osnovni podatki.....	67
6.1.2 Izbira nadomestnega paličja .....	68
6.1.3 Izračun notranjih sil v paličju.....	68
6.1.4 Dimenzioniranje vezi .....	69
6.1.4.1 Vzdolžna armatura v polju .....	69
6.1.4.2 Ortogonalna armatura.....	69
6.1.4.3 Armatura za obešanje obtežbe na spodnjem robu .....	69
6.1.4.4 Določitev razdalje med armaturnimi palicami .....	69
6.1.5 Vozlišča.....	71
6.1.5.1 Določitev dimenzij vozlišča .....	71
6.1.5.2 Kontrole napetosti .....	72
6.1.5.3 Kontrola sidranja .....	72
6.1.6 Razpore .....	74
6.1.6.1 Dimenzije razpor .....	74
6.1.6.2 Kontrola Q mreže na prečno natezno silo T .....	74
6.1.6.3 Kontrole napetosti .....	75
6.1.7 Skica armature.....	76
6.2 Kratka konzola .....	77
6.2.1 Zasnova in osnovni podatki.....	77
6.2.2 Izbira nadomestnega paličja .....	78
6.2.3 Izračun notranjih sil v paličju.....	80
6.2.4 Dimenzioniranje vezi .....	81
6.2.4.1 Vzdolžna armatura ob zgornjem robu .....	81
6.2.4.2 Stremenska armatura .....	82



6.2.4.3 Določitev razdalje med armaturnimi palicami .....	82
6.2.5 Vozlišča.....	83
6.2.5.1 Kontrole napetosti .....	83
6.2.6 Razpore .....	84
6.2.6.1 Dimenzije razpor .....	84
6.2.6.2 Kontrole napetosti .....	85
6.2.7 Skica armature.....	86
6.3 Stik prečke in stebra pri upogibnem momentu, ki vokal zapira .....	87
6.3.1 Zasnova in osnovni podatki.....	87
6.3.2 Izbira nadomestnega paličja .....	88
6.3.3 Izračun notranjih sil v paličju.....	89
6.3.4 Dimenzioniranje vezi .....	90
6.3.4.1 Armatura ob zgornjem robu .....	90
6.3.4.2 Določitev razdalje med armaturnimi palicami .....	90
6.3.5 Razpore .....	91
6.3.5.1 Dimenzije razpor .....	91
6.3.5.2 Kontrole napetosti .....	92
6.3.6 Vozlišča.....	93
6.3.6.1 Tlačno obremenjena vozlišča.....	93
6.3.6.2 Tlačno in natezno obremenjena vozlišča.....	93
6.3.7 Skica armature.....	94
<b>7 ZAKLJUČEK.....</b>	<b>95</b>
<b>VIRI.....</b>	<b>96</b>

**KAZALO SLIK**

Slika 2- 1: Območja B in D na primeru prostoležečega nosilca, obremenjenega s točkovno silo .....	2
Slika 2- 2: Primer območij diskontinuitet na enostavnem okvirju (Strut and tie resource web site, 2002) .....	2
Slika 2- 3: Primeri območij diskontinuitet (Schlaich/Schäfer, 1991: str. 113).....	3
Slika 2- 4: Primeren in neprimeren model z vezmi in razporami za prostoležeči stenasti nosilec (College of Engineering, 2004).....	4
Slika 2- 5: Prenašanje koncentriranih sil v konstrukcijo (Pirih, 2010: str. 19).....	5
Slika 2- 6: Trajektorije glavnih napetosti v stenastem nosilcu (program Topostruct) .....	6
Slika 2- 7: Začetna faza topološke optimizacije stenastega nosilca (program Topostruct).....	6
Slika 3- 1: Različni primeri stenastih nosilcev (Katedra za masivne in lesene konstrukcije, UL FGG) .	7
Slika 3- 2: Napetostno stanje običajnega nosilca. Potek napetosti po prerezu je linearen. Projektiranje poteka po standardnih postopkih za linijske betonske elemente (Katedra za masivne in lesene konstrukcije, UL FGG) .....	7
Slika 3- 3: Napetostno stanje stenastega nosilca. Potek napetosti po prerezu ni linearen, zato projektiramo s pomočjo modela nadomestnega paličja (Katedra za masivne in lesene konstrukcije, UL FGG) .....	8
Slika 3- 4: Notranje sile in izrazi za različne tipe stenastih nosilcev (Katedra za masivne in lesene konstrukcije, UL FGG) .....	9
Slika 3- 5: Izrazi za določitev ročice notranjih sil po Heftu.....	10
Slika 3- 6: Nadomestni model paličja za stenasti nosilec (fib bulletin 3, 1999: str. 153) .....	11
Slika 3- 7: Stenast nosilec obremenjen s točkovnima silama in rezultat topološke optimizacije. Ročico notranjih sil odčitamo v programu AutoCAD .....	11
Slika 3- 8: Nadomestni računski model za prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen z linijsko projektno obtežbo .....	12
Slika 3- 9: Odčitavanje naklonskih kotov v programu AutoCAD za stenasti nosilec preko dveh polj obremenjen z linijsko obtežbo po celotni dolžini nosilca .....	13
Slika 3- 10: Prikaz glavnih normalnih napetosti za stik steber-prečka. Vogal je obremenjen z momentom, ki vogal odpira (fib bulletin 3, 1999: str. 153) .....	13
Slika 3- 11: Model nadomestnega paličja in armiranje za stik steber-prečka (debelini stikajočih elementov sta enaki). Vogal je obremenjen z momentom (dvojica sil), ki vogal zapira (SIST EN 1992-1-1:2005, str. 224) .....	14
Slika 3- 12: Model nadomestnega paličja in armiranje za stik steber-prečka (debelina prečke je večja od debeline stebra). Vogal je obremenjen z momentom (dvojica sil), ki vogal zapira (SIST EN 1992-1-1:2005, str. 224) .....	14
Slika 3- 13: Model nadomestnega paličja in armiranje za stik steber-prečka (debelini stikajočih elementov sta enaki). Vogal je obremenjen z momentom (dvojica sil), ki vogal odpira (fib bulletin 3, 1999: str. 173) .....	14
Slika 3- 14: Model nadomestnega paličja in armiranje za stik steber-prečka (debelini stikajočih elementov sta enaki). Vogal je obremenjen z momentom (dvojica sil), ki vogal odpira (SIST EN 1992-1-1:2005, str. 225) .....	15
Slika 3- 15: Model nadomestnega paličja in armiranje za stik steber-prečka (debelini stikajočih elementov sta enaki). Vogal je obremenjen z momentom (dvojica sil), ki vogal odpira (SIST EN 1992-1-1:2005, str. 225) .....	15

Slika 3- 16: Določevanje modela z vezmi in razporami s pomočjo laboratorijskih preizkusov za nosilec z reduciranim vozliščem (College of Engineering, 2004) .....	16
Slika 3- 17: Primera tipičnega modela za nosilec z reducirano višino ob ležišču (Pirih, 2010: str. 32) .....	16
Slika 3- 18: Primer modela z vezmi in razporami za kratko konzolo, obremenjeno s točkovno silo v vertikalni in horizontalni smeri (fib bulletin 3, 1999: str. 178) .....	17
Slika 3- 19: Primer modela z vezmi in razporami za kratko konzolo, obremenjeno s točkovno silo v vertikalni smeri (Pirih, 2010: str. 32) .....	17
Slika 4- 1: Določitev natančne lege podpor in obežbe s pomočjo slike, izdelane v programu AutoCAD .....	19
Slika 4- 2: Podpiranje prostoležečega stenastega nosilca in preverjanje ustreznosti podpiranja s funkcijo deformacij .....	20
Slika 4- 3: Nastavitev gostote mreže končnih elementov .....	20
Slika 4- 4: Glavne normalne napetosti za stenasti nosilec, obremenjen s točkovno silo na sredini razpona v odvisnosti od gostote mreže.....	21
Slika 4- 5: Potek topološke optimizacije v programu ForcePad 2 (Lindemann, 2009: str. 16).....	21
Slika 4- 6: Nastavitve topološke optimizacije .....	22
Slika 4- 7: Rezultati topološke optimizacije za višjo vrednost parametra <i>Volume fraction</i> .....	23
Slika 4- 8: Rezultati topološke optimizacije za nižjo vrednost parametra <i>Volume fraction</i> .....	23
Slika 4- 9: Rezultati za redko mrežo končnih elementov - grid step: 12 .....	24
Slika 4- 10: Rezultati za gosto mrežo končnih elementov - grid step:2 .....	24
Slika 4- 11: Prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen s točkovno silo na sredini razpona .....	26
Slika 4- 12: Prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen s točkovnima silama na sredini razpona.....	26
Slika 4- 13: : Prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen z razmknjenima točkovnima silama .....	27
Slika 4- 14: Prostoležeči stenasti nosilec obremenjen z lastno težo.....	27
Slika 4- 15: Prostoležeči stenasti nosilec obremenjen z lastno težo.....	28
Slika 4- 16: Stenasti nosilec preko dveh polj, obremenjen s točkovnima silama v sredinah razponov .....	28
Slika 4- 17: Stenasti nosilec preko dveh polj, obremenjen s točkovnima silama v sredinah razponov .....	29
Slika 4- 18: Stenasti nosilec preko dveh polj, obremenjen s točkovnima silama v sredinah razponov .....	29
Slika 4- 19: Kontinuirani stenasti nosilec na stebrih, obremenjen s točkovnima silama v sredinah razponov .....	30
Slika 4- 20: Izbran model nadomestnega paličja za zgornji primer .....	30
Slika 4- 21: Prikaz nateznih napetosti za prostoležeči stenasti nosilec s kvadratnima odprtinama v bližini podpor .....	31
Slika 4- 22: Prikaz tlačnih napetosti za prostoležeči stenasti nosilec s kvadratnima odprtinama v bližini podpor .....	31
Slika 4- 23: Rezultat topološke optimizacije in izbran model nadomestnega paličja .....	32
Slika 4- 24: Ločen prikaz poteka glavnih normalnih napetosti za stik steber-prečka .....	32
Slika 4- 25: Rezultat topološke optimizacije in izbran model nadomestnega paličja za vogal.....	33
Slika 4- 26: Ločen prikaz poteka glavnih normalnih napetosti za stik steber-prečka .....	33
Slika 4- 27 (Povzeto): Rezultat topološke optimizacije in izbran model nadomestnega paličja (SIST EN 1992-1-1:2005) .....	33
Slika 4- 28: Ločen prikaz poteka glavnih normalnih napetosti za kratko konzolo obremenjeno s točkovno silo .....	34
Slika 4- 29: Rezultat topološke optimizacije in ustrezen model nadomestnega paličja za kratko konzolo, obremenjeno s točkovno silo (Pirih, 2010: str 32).....	34
Slika 4- 30: Stenasti nosilec preko dveh polj, obremenjen s točkovnima silama v sredinah razponov .....	35

Slika 4- 31: Prostoležeči stenasti nosilec preko dveh polj, obremenjen s točkovno silo na sredini razpona .....	35
Slika 4- 32: Prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen s točkovnima silama.....	36
Slika 4- 33: Podajanje podpor in obtežbe za prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen z linijsko obtežbo na zgornjem robu .....	37
Slika 4- 34: Potek glavnih normalnih napetosti za stenasti nosilec, obremenjen z linijsko obtežbo na zgornjem robu .....	38
Slika 4- 35: Potek trajektorij glavnih normalnih napetosti za stenasti nosilec, obremenjen z linijsko obtežbo na zgornjem robu .....	38
Slika 4- 36: Potek topološke optimizacije v programu TopoStruct za primer stenastega nosilca, obremenjenega z linijsko obtežbo na zgornjem robu po celotni dolžini nosilca.....	39
Slika 4- 37: Topološka optimizacija za prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen z linijsko obtežbo .	41
Slika 4- 38: Topološka optimizacija za prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen s točkovno silo na sredini razpona .....	41
Slika 4- 39: Topološka optimizacija za prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen z linijsko obtežbo na zgornjem in spodnjem robu.....	42
Slika 4- 40: Topološka optimizacija za prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen z lastno težo.....	42
Slika 4- 41: Topološka optimizacija za prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen s točkovnima silama .....	43
Slika 4- 42: Topološka optimizacija za kontinuirani prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen z linijsko obtežbo po celotni dolžini .....	44
Slika 4- 43: Topološka optimizacija za kontinuirani stenasti nosilec na stebrih, obremenjen s točkovnima silama v sredinah razpona .....	44
Slika 4- 44: Topološka optimizacija za prostoležeči stenasti nosilec s kvadratnima odprtinama .....	44
Slika 5- 1: Postopek določevanja modela nadomestnega paličja s programom ForcePad 2.....	45
Slika 5- 2: Kontinuirani stenasti nosilec obremenjen s točkovnima silama.....	46
Slika 5- 3: Trajektorije glavnih normalnih napetosti iz programa TopoStruct.....	46
Slika 5- 4: Rezultat topološke optimizacije s programom TopoStruct.....	46
Slika 5- 5: Izbran model nadomestnega paličja.....	46
Slika 5- 6: Nadomestni model paličja za stenasti nosilec obremenjen z linijsko obtežbo .....	47
Slika 5- 7 (Povzeto): Lega glavne vzdolžne armature po predpisih CEB-FIP MC 1990.....	49
Slika 5- 8 (Povzeto): Armatura nad vmesno podporo po predpisih CEB-FIP MC 1990 .....	49
Slika 5- 9: Dejanski potek glavnih normalnih nateznih napetosti nad vmesno podporo. Armaturne palice (armatura se z višino gosti) razporedimo po višini $0,8d$ (Katedra za masivne in lesene konstrukcije, UL FGG) .....	50
Slika 5- 10: Dejanski potek glavnih normalnih nateznih napetosti nad vmesno podporo. Armaturne palice enakomerno razporedimo po višini $0,8d$ (Katedra za masivne in lesene konstrukcije, UL FGG) .....	50
Slika 5- 11: Dejanski potek glavnih normalnih nateznih napetosti nad vmesno podporo. Armaturne palice enakomerno razporedimo po višini $0,5d$ (Katedra za masivne in lesene konstrukcije, UL FGG) .....	50
Slika 5- 12: Komponente prečne natezne sile $T$ .....	51
Slika 5- 13: Vpliv lastne teže na spodnji rob stenastega nosilca (Katedra za masivne in lesene konstrukcije, UL FGG) .....	53
Slika 5- 14: Stremena vodimo do višine $l$ , če velja $d > l$ .....	53
Slika 5- 15: Stremena vodimo do višine $d$ , če velja $d < l$ .....	53
Slika 5- 16: Shematski prikaz različnih tipov vozlišč (Nagarajan/Pillai, 2008: str. 642).....	54

Slika 5- 17: Tlačno obremenjeno vozlišče brez vezi (SIST EN 1992-1-1:2005, str. 111).....	54
Slika 5- 18: Tlačno in natezno obremenjeno vozlišče z natezno armaturo v eni smeri (SIST EN 1992-1-1:2005, str. 112) .....	55
Slika 5- 19: Tlačno in natezno obremenjeno vozlišče z natezno armaturo v dveh smereh (SIST EN 1992-1-1:2005, str. 112).....	55
Slika 5- 20: Primeri tlačno obremenjenega vozlišča (Schlaich/Schäfer, 1991: str. 117) .....	56
Slika 5- 21: Primeri tlačno in natezno obremenjenega vozlišča (Schlaich/Schäfer, 1991: str. 118)....	57
Slika 5- 22: Merjenje sidrne dolžine .....	59
Slika 5- 23: Različni tipi razpor glede na obliko, ki jo narekuje tok tlačnih napetosti. Razpore v obliki pahljače in steklenice so tipična za D območja, medtem ko so razpore v obliki prizme običajne v B območjih (Schlaich/Schäfer, 1991: str. 115).....	62
Slika 5- 24: Primer razpore v obliki steklenice. Te razpore kontroliramo na mestu kjer so tlačne napetosti največje (ob podpori-vrat steklenice). Tu razpore obravnavamo kot prizmatično. ....	63
Slika 5- 25: Območje z delno in popolno diskontinuiteto (SIST EN 1992-1-1:2005, str. 110) .....	64
Slika 5- 26: Delovanje prečnih tlačnih napetosti na razpore (SIST EN 1992-1-1:2005, str. 109).....	64
Slika 5- 27: Delovanje prečnih nateznih napetosti na razpore (SIST EN 1992-1-1:2005, str. 109) .....	64
Slika 5- 28: Določanje širine diagonalne razpore .....	65
Slika 5- 29: Algoritem projektiranja .....	66
Slika R1- 1: Prostoležeči stenasti nosilec obremenjen z linijsko obtežbo na zgornjem robu po celotni dolžini nosilca .....	67
Slika R1- 2: Topološka optimizacija v programu TopoStruct in izbran model nadomestnega paličja ..	68
Slika R1- 3: Prečni prerez nosilca .....	70
Slika R1- 4: Ocena razdalje diskontinuitete v razpori.....	74
Slika R1- 5: Armiranje stenastega nosilca .....	76
Slika R2- 1: Kratka konzola, obremenjena s točkovno silo .....	77
Slika R2- 2: Glavne normalne napetosti in topološka optimizacija v programu ForcePad 2.....	78
Slika R2- 3: Tipična modela nadomestnega paličja za konzolo (EC2 – worked examples, 2008: str. 6-18, 6-21) .....	78
Slika R2- 4 (Povzeto): Izbran model paličja (EC2 – worked examples, 2008: str. 6-18) .....	80
Slika R2- 5: Določanje širine razpore s silo $Fc1, d$ .....	84
Slika R2- 6: Določanje širine razpore s silo $Fc2, d$ .....	84
Slika R2- 7: Položaj armature .....	86
Slika R3- 1: Stik prečke in stebra.....	87
Slika R3- 2: Potek glavnih normalnih napetosti v programu ForcePad 2 .....	88
Slika R3- 3 (Povzeto): Topološka optimizacija in predlagani tipični model (SIST EN 1992-1-1:2005) .....	88
Slika R3- 4: Izbran model nadomestnega paličja.....	89
Slika R3- 5: Formiranje razpore 1 in 2 do spodnjega roba konstrukcije.....	91
Slika R3- 6: Položaj armature .....	94



## 1 UVOD

Metoda vezi in razpor je ena od metod za projektiranje armiranobetonskih konstrukcij. Zanja je značilno, da napetostno stanje opišemo z dokaj enostavnim modelom paličja iz nateznih vezi in tlačnih razpor. Takšen pristop sta pri projektiranju enostavnih, strižno obremenjenih konstrukcij okoli leta 1900 uporabila že Mörsch in Ritter. Kasneje sta Marti (1985) in Schlaich (1987) metodo posplošila in dopolnila.

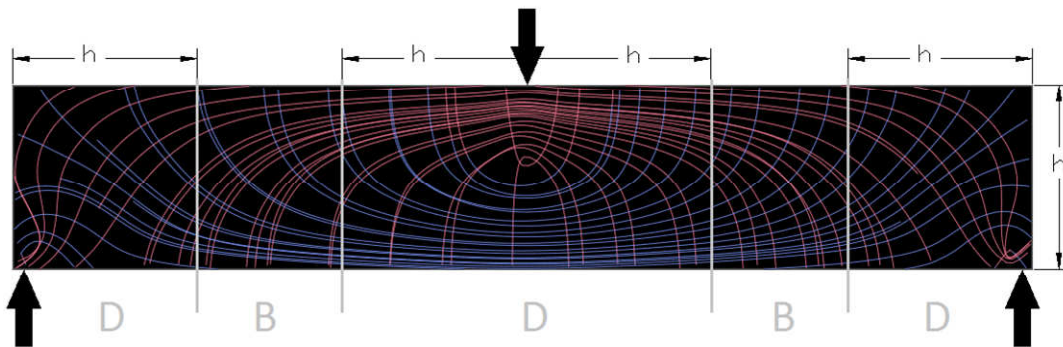
Metoda vezi in razpor je zasnovana na ideji prenosa nateznih sil preko vezi in tlačnih sil preko razpor. Njihova nosilnost je odvisna od izbranega materiala. Tako je tlačna nosilnost razpor odvisna od vrste betona, natezno nosilnost vezi pa narekuje izbrana armatura. Za vsak tip obremenitve obstaja več možnih paličij. Ustreznega izberemo s pomočjo izkušenj, priporočil ali npr. topološke optimizacije. Primerno izbran model paličja mora ustrezati prenosu obtežbe po konstrukciji. Danes se metoda vezi in razpor uporablja kot eden od pristopov k projektiranju armiranobetonskih konstrukcij. Omenjajo jo projektantski priročniki in standardi.

Za študij metode vezi in razpor sem se odločil, ker me zanima projektiranje armiranobetonskih konstrukcij na enostaven in učinkovit način. Tema se mi je zdela zanimiva tudi zato, ker je v Evrokodih o tem napisanega bolj malo. Podane so le kontrole za napetosti (za vezi, razpore in vozlišča), medtem ko napotkov za tvorjenje paličnega mehanizma skorajda ni.

## 2 METODA VEZI IN RAZPOR

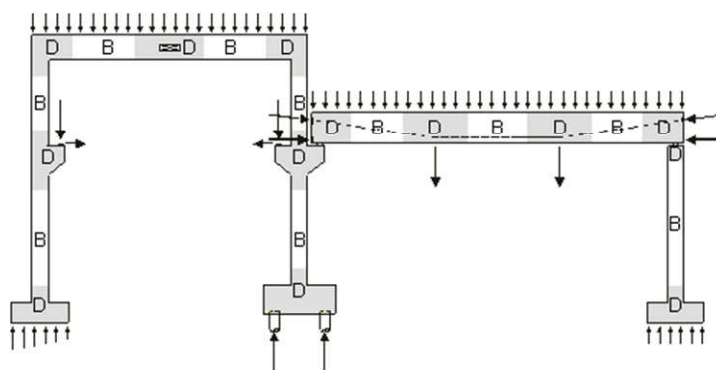
Pri računanju armiranobetonskih linijskih konstrukcijskih elementov, kot so stebri in nosilci, običajno uporabimo Bernoullijevo predpostavko o ravninskih prerezih. Po tej predpostavki za upogibno obremenjene linijske elemente velja, da je težiščna os elementa pravokotna na njegov prerez, tudi ko se os upogne. Napetosti po prerezu so linearne. Območja linijskih elementov, za katere to velja, označujemo kot **B** območja (območja, za katera velja Bernoullijeva hipoteza).

Območja, kjer razpored napetosti ni linearen, npr. zaradi koncentrirane obtežbe, geometrije ali odprtin, imenujemo območja diskontinuitet ali **D** območja. Za ta območja Bernoullijeva predpostavka ne velja.



Slika 2- 1: Območja B in D na primeru prostoležečega nosilca, obremenjenega s točkovno silo

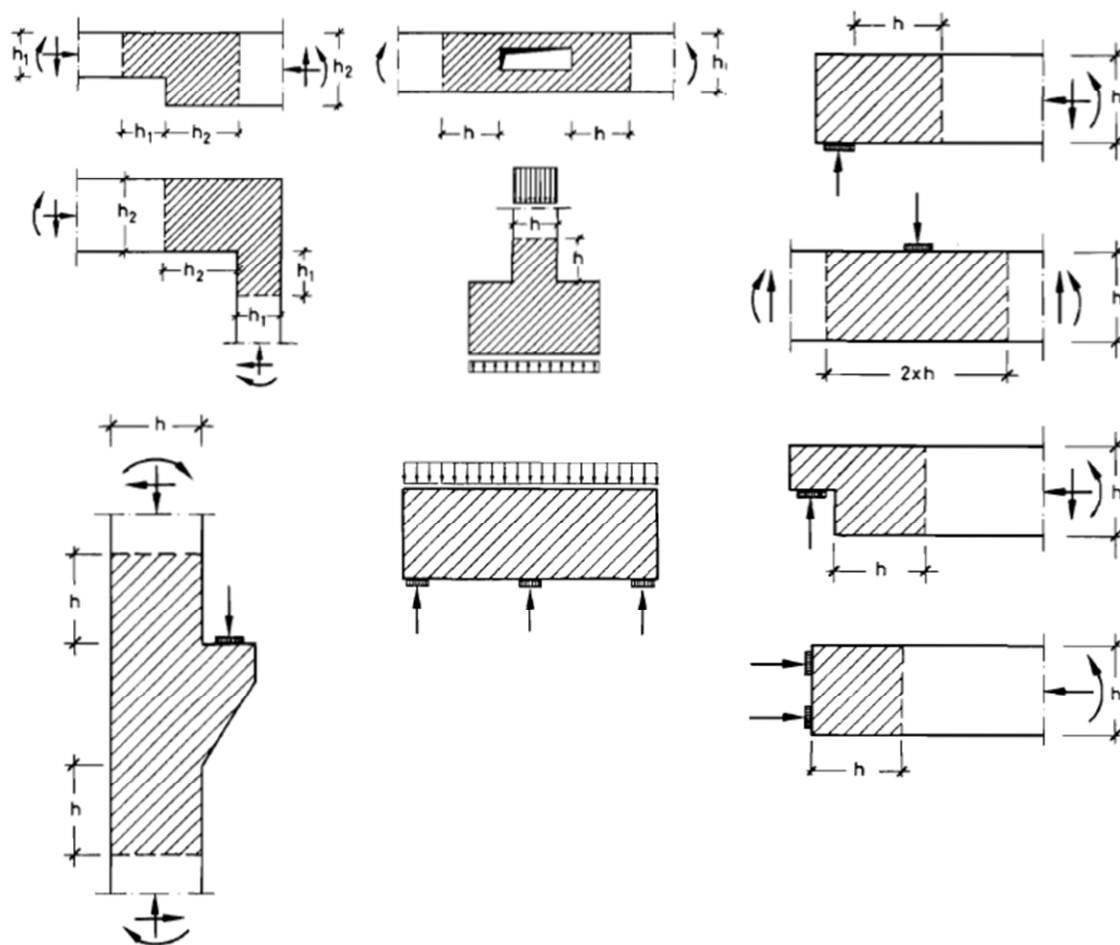
V D območjih se napetosti hitro spreminjajo in po prerezih potekajo nelinearno, medtem ko je v B območjih potek napetosti po prerezih linearen. Po St. Venantu (Pirih, 2010) se D območja raztezajo od mesta motnje (npr. točke vnosa koncentrirane sile, spremembe geometrije, odprtine) do razdalje, ki je približno enaka višini elementa. Če je element po dolžini spremenljive višine, je to potrebno upoštevati pri definiranju D območja.



Slika 2- 2: Primer območij diskontinuitet na enostavnem okvirju (Strut and tie resource web site, 2002)

Območja D lahko učinkovito analiziramo in projektiramo s pomočjo modela nadomestnega paličja, kar je opisano v nadaljevanju. Model nadomestnega paličja lahko uporabimo tudi za območja B, vendar so za ta območja primernejši standardni postopki projektiranja.





Slika 2- 3: Primeri območij diskontinuitet (Schlaich/Schäfer, 1991: str. 113)

## 2.1 Izbira ustreznega modela vezi in razpor

Z modelom nadomestnega paličja lahko torej na enostaven način opišemo obnašanje konstrukcije ali konstrukcijskega elementa. Vendar pa izbira pravega modela ni enostavna in zahteva nekaj izkušenj. Pojavijo se vprašanja: Kako izbrati ustrezen model? Kateri model je boljši? Taka vprašanja zahtevajo inženirsko presojo (pametno ugibanje), saj moramo izbrati model, ki bo čim bolj opisal dejanski odziv konstrukcije. Model iz nateznih vezi in tlačnih razpor mora biti zato usklajen s potekom napetosti po konstrukciji. V primeru, da bodo elementi paličja (vezi in razpore) ustrezno orientirani, bomo lahko učinkovito izkoristili material. Če izberemo neustrezen model paličja, lahko pričakujemo, da bo prišlo zaradi velikih deformacij do porušitve dela ali celotne konstrukcije, saj material na določenih mestih ne bo mogel prevzeti obremenitev. Tako se lahko zgodi, da bodo tlačne deformacije v betonu že prevelike, armatura pa še ne bo dosegla meje plastičnosti.

Model nadomestnega paličja temelji na t.i. teoremu spodnje meje, ki pravi: Notranje sile po konstrukciji oziroma elementu, ki so posledica neke zunanje obtežbe, morajo zadostiti ravnotežju, hkrati pa morajo biti napetosti v materialu manjše ali enake dopustnim napetostim na meji plastičnega tečenja materiala. Za tako zunanjo obtežbo velja, da je manjša ali enaka porušni obtežbi. Dodaten pogoj, ki ga moramo zagotoviti, je duktilnost konstrukcije, ki jo dosežemo, če armatura doseže mejo plastifikacije, preden beton doseže tlačno trdnost.

Ostale predpostavke, ki jih upoštevamo pri izbiri ustreznega nadomestnega paličja so naslednje:

- natezna trdnost betona je zelo majhna in jo zato zanemarimo,
- osne sile (natezne, tlačne) nastopajo v oseh elementov (vezi in razpor),
- paličje je obremenjeno z zunanjo obtežbo le v vozliščih (točkovne sile),
- prednapetje obravnavamo kot obtežbo,
- mogoče je zagotoviti ustrezno sidranje armature.

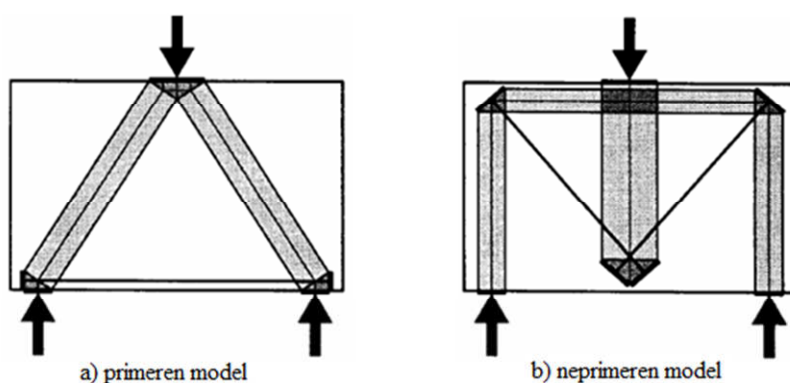
Kako torej izbrati najustreznejši model? Če imamo na voljo več modelov, ki se nam zdijo ustrezni, si pomagamo s kriterijem po Schlaichu (*fib*, 1999), ki pravi, da je model, ki za prenos obtežbe potrebuje najmanj energije, primernejši od ostalih. Tak model je boljši tudi z vidika deformiranja konstrukcije, saj bodo deformacije, ki bodo nastale pri prenosu obtežbe, manjše. Slabši modeli lahko zahtevajo velike deformacije, še preden armatura doseže mejo plastičnega tečenja. Kriterij po Schlaichu je:

$$\sum_i^n T_i l_i = \text{minimum} \quad (1)$$

kjer je:  $T_i$ -natezna sila v  $i$ -ti vezi,  $l_i$ -dolžina  $i$ -te vezi in  $n$ -število vezi. Ker so vezi (armatura) veliko bolj deformabilne kot tlačne razpore (beton), so modeli iz krajših vezi in z manjšim številom vezi najbolj učinkoviti. Torej bo najprimernejši model tisti, ki zahteva najmanjšo količino armature. V primeru, da imamo model z razporami, v katerih nastopajo velike tlačne sile, se zgornji kriterij nekoliko spremeni, saj se tudi razpore precej deformirajo in se obnašajo podobno kot vezi:

$$\sum_i^n T_i l_i \varepsilon_{mi} = \text{minimum} \quad (2)$$

kjer je:  $T_i$ -sila v  $i$ -ti vezi ali razpori,  $l_i$ -dolžina  $i$ -te vezi ali razpore,  $n$ -število elementov paličja in  $\varepsilon_{mi}$ -specifična deformacija  $i$ -te vezi ali razpore. S tem zagotovimo majhne deformacije armature, beton pa v večini primerov ostane malo razpokan ali nerazpokan.



Slika 2- 4: Primeren in neprimeren model z vezmi in razporami za prostoležeči stenasti nosilec (College of Engineering, 2004)

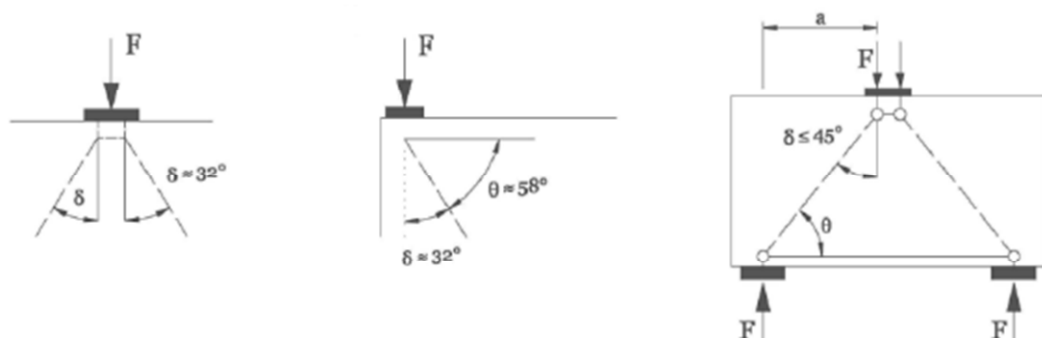
Kot enostaven primer lahko vzamemo stenasti nosilec preko enega polja, ki je obremenjen s točkovno silo na sredini razpona. Celotno območje stenastega nosilca spada v D območje. Na sliki 2-4 sta prikazana primeren in neprimeren model nadomestnega paličja. Pri ustreznem modelu se točkovna sila prenese preko tlačnih razpor neposredno v podpore. Zaradi pomicne desne podpore se v spodnjem

pasu tvori še natezna vez za prevzem natezних sil. Prenos obtežbe je učinkovit, model je enostaven in primeren. Pri neprimernem modelu se točkovna sila prenese preko vertikalne razpore na natezni diagonali in šele potem preko vertikalnih razpor do podpor. Prenos obtežbe je posreden, model neučinkovit in v primerjavi s prejšnjim zapleten. Tak model se ne ujema s potekom glavnih napetosti.

## 2.2 Priporočila za pripravo ustreznega modela vezi in razpor

Splošna pravila in nasveti za izbiro ustreznega paličja po fib bulletin 3 (CEB – FIP Model Code 1990):

- ustrezni so enostavni modeli z majhnim številom vezi in razpor. Model lahko izboljšujemo in spreminjamo, ko ugotovljamo, kakšen bi bil najustrežnejši. Modeli, katerih razpore so orientirane vzporedno z linijami razpok, so boljši, saj bo beton dobro izkoriščen. Modeli, ki zagotovijo čimbolj neposreden prenos obtežbe do podpor, so primernejši,
- postavitve palic, ki temelji na elastični analizi, se praviloma ujema s trajektorijami glavnih napetosti. Palice na področjih manjših napetosti so lahko postavljene bolj svobodno,
- tlačne elemente oziroma razpore postavimo v območja največjih tlačnih napetosti. Za prevzem tlakov so zahtevane primerne širine razpor, zato je potrebno upoštevati ustrezno oddaljenost razpor od robov elementa,
- ustrezno armiranje dosežemo s postavitvijo vzporednih armaturnih palic, katerih težišče predstavlja natezna palica oziroma vez, ki jo postavimo na območju največjih natezних napetosti. Zaradi omejevanja razpok izberemo še ortogonalno armaturno mrežo v bližini zunanjih robov in površin elementa,
- naklonski kot v vozlišču med natezno vezjo in razporo naj bo, če je le mogoče, vsaj  $45^\circ$ . Izjemoma je kot lahko manjši v primeru stika diagonalne razpore z vezema, ki sta med seboj pravokotni. V tem primeru moramo v območju vozlišča reducirati tlačno trdnost betona na  $0,75f_{cd}$ . Na splošno velja, da so koti manjši od  $30^\circ$  neprimerni in zato se jih izogibamo,
- koncentrirane obtežbe, kot so reakcije in točkovne sile, ki delujejo na robovih in vogalih elementa, se prenašajo v območje elementa, kot je prikazano na sliki 2- 5,
- vsak nadomestni model paličja pripada določenemu obtežnemu primeru. Izbran palični sistem je lahko ustrezen tudi za druge obtežne primere, vendar pa v tem primeru ni pričakovati, da bo optimalen, saj je potek napetosti po elementu drugačen,
- ustrezni so statično določeni modeli. V primeru statično predoločenih sistemov, tvorimo dodatne diagonalne razpore, ki bodo sistem paličja stabilizirale. Za statično nedoločne sisteme moramo upoštevati, da se obtežba prenaša v razmerju togosti. V tem primeru elastična analiza ni več primerna.

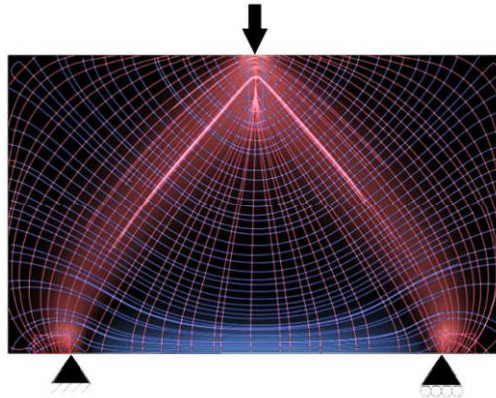


Slika 2- 5: Prenašanje koncentriranih sil v konstrukcijo (Pirih, 2010: str. 19)

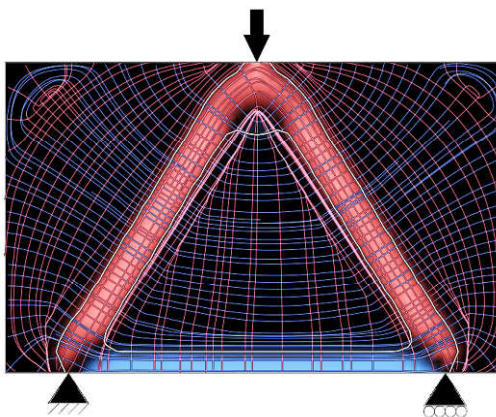
Običajno je težje določiti model paličja za konstrukcije obremenjene z linijsko obtežbo, saj sistem prenosa obtežbe ni tako očiten kot pri konstrukcijah, obremenjenih s točkovno silo. Kot primer lahko vzamemo stenasti nosilec preko enega polja z linijsko obtežbo, ki ga modeliramo z dvema diagonalnima in eno horizontalno razporo, natezno vez pa postavimo na mesto največjih nateznih napetosti. S tem modelom nadomestnega paličja trapezne oblike primerno opišemo tlačni lok, po katerem se linijska obtežba prenaša do podpor konstrukcije.

### 2.3. Določitev paličja s pomočjo trajektorij napetosti

Za določitev osnovne oblike paličja nam je lahko v veliko pomoč topološka optimizacija elastične konstrukcije, ki prikaže le material, ki je potreben za prevzem oziroma prenos obtežbe do podpor. Ta preostali material torej narekuje obliko oziroma postavitev palic nadomestnega modela paličja. Glede na potek glavnih normalnih napetosti na sliki 2-6 in rezultat topološke optimizacije (slika 2-7), sklepamo, da je za prevzem obtežbe kritičen material na območju največjih glavnih normalnih napetosti. S primerjavo obeh slik ugotovimo, da se preostali material po optimizaciji v veliki meri ujema z napetostnim stanjem konstrukcije. Na podlagi teh rezultatov postavimo vezi na mesto največjih nategov in razpore na mesto, kjer so tlačne obremenitve največje.



Slika 2- 6: Trajektorije glavnih napetosti v stenastem nosilcu (program Topostruct)

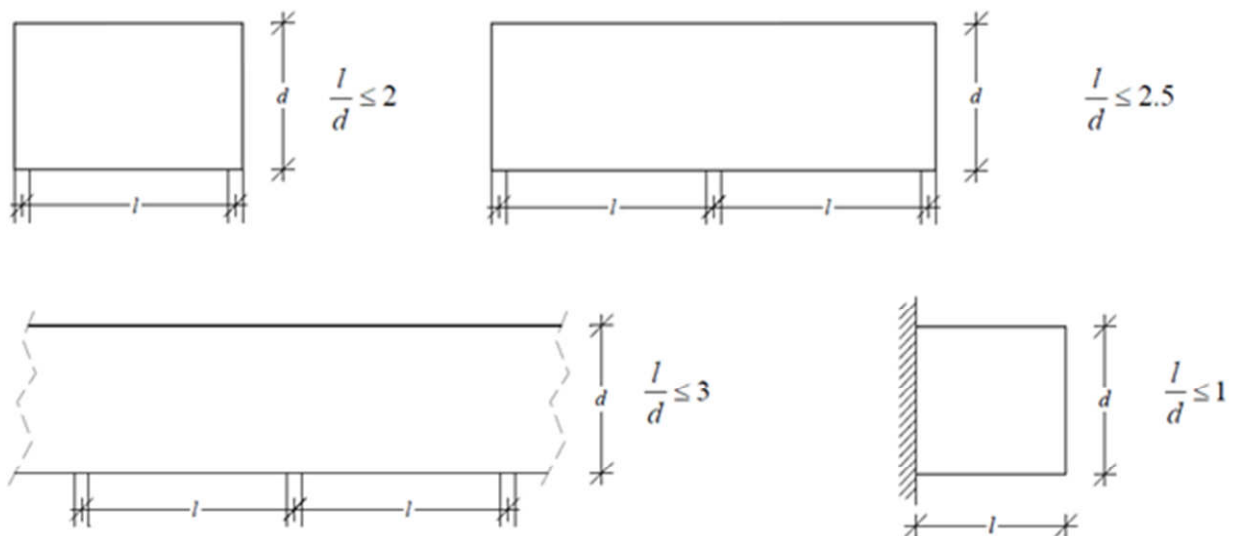


Slika 2- 7: Začetna faza topološke optimizacije stenastega nosilca (program Topostruct)

### 3 IZBIRA NADOMESTNEGA PALIČJA PO PRIPOROČILIH IZ LITERATURE

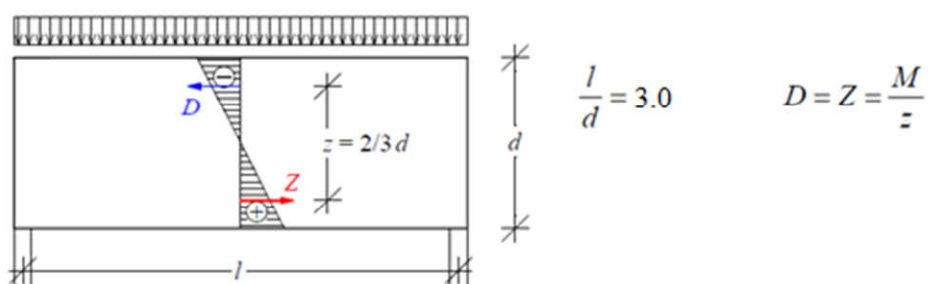
#### 3.1 Stenasti nosilci

Celotna območja stenastih nosilcev zaradi geometrije spadajo med D območja. Za primerno umestitev vodoravnih elementov paličja moramo poznati razdaljo med natezno in tlačno cono. To razdaljo lahko določimo z izračunom ročice notranjih sil. To lahko storimo z upoštevanjem izrazov, ki temeljijo na eksperimentih in izračunih in jih podajajo različni avtorji (Dischinger, Heft, Leonhardt ...). Običajno kot stenaste nosilce obravnavamo konstrukcije na sliki 3-1.

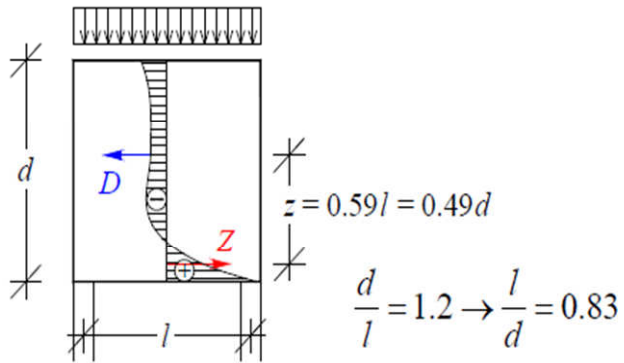


Slika 3- 1: Različni primeri stenastih nosilcev (Katedra za masivne in lesene konstrukcije, UL FGG)

V teoriji obstaja več različnih kriterijev (razmerje med razponom in višino nosilca), po katerih nosilce opredelimo kot stenaste. Po SIST EN 1992-1-1:2005 (točka 5.3.1) med stenaste nosilce uvrščamo nosilce, pri katerih je razpon manjši od 3-kratne višine nosilca ( $\frac{l}{d} < 3$ ). Če omejitve glede razmerja razpona in višine nosilca niso izpolnjene, imamo opravka z običajnimi nosilci, kar pomeni, da so napetosti po nosilcu linearne in imamo opravka z B območjem. V tem primeru projektiranje poteka po standardnih postopkih in nadomestno paličje ni potrebno.



Slika 3- 2: Napetostno stanje običajnega nosilca. Potek napetosti po prerezu je linearen. Projektiranje poteka po standardnih postopkih za linijske betonske elemente (Katedra za masivne in lesene konstrukcije, UL FGG)



Slika 3- 3: Napetostno stanje stenastega nosilca. Potek napetosti po prerezu ni linearen, zato projektiramo s pomočjo modela nadomestnega paličja (Katedra za masivne in lesene konstrukcije, UL FGG)

### 3.1.1. Ročica notranjih sil

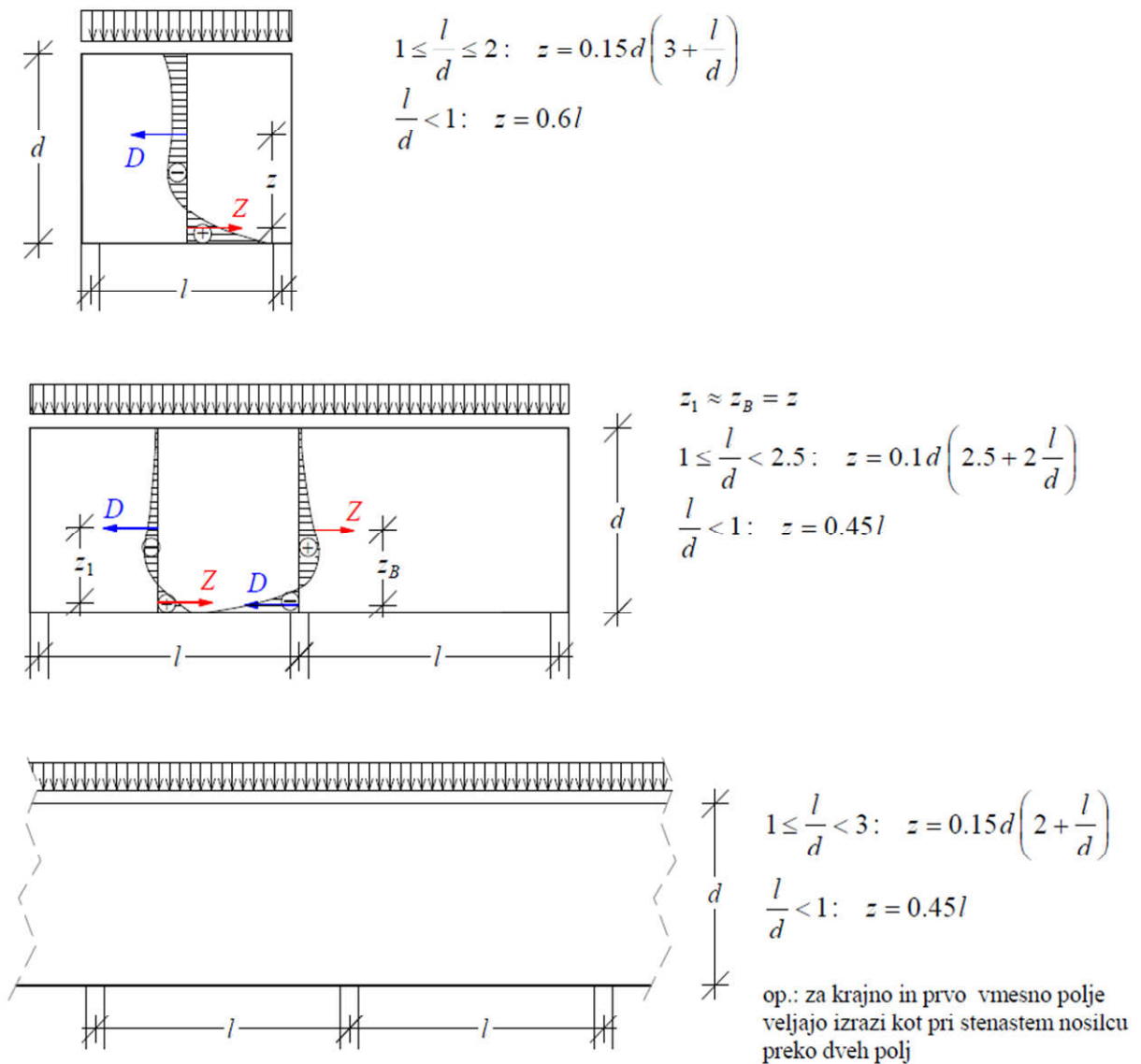
Ročica notranjih sil je odvisna od geometrije stenastega nosilca in ne od obtežbe, njeno vrednost pa lahko izračunamo s pomočjo izrazov, ki jih podajajo različni avtorji. Od obtežbe sta odvisni osni sili v vodoravni vezi in razpori, ki sta enaki in v ravnotežju. Za kontinuirne nosilce velja, da je ročica v polju približno enaka ročici nad podporo. S pomočjo ročice notranjih sil lahko določimo razdaljo med osjo horizontalne vezi in osjo horizontalne razpore paličja.

Znana vrednost ročice notranjih sil nam omogoča tudi, da pri znanem momentu izračunamo notranje sile kot:

$$D_d = Z_d = \frac{M_d}{z} \quad (3)$$

kjer so:  $Z_d$  - projektna natezna sila,  $D_d$  - projektna tlačna sila,  $M_d$  - projektni upogibni moment in  $z$  - ročica notranjih sil.

Izrazi za določitev ročice notranjih sil po Leonhardtju so podani na sliki 3-4.



Slika 3- 4: Notranje sile in izrazi za različne tipe stenastih nosilcev (Katedra za masivne in lesene konstrukcije, UL FGG)

Izrazi za določitev ročice notranjih sil po Heftu (2004) za različne tipe stenastih nosilcev obremenjenih z linijsko obtežbo po celotni dolžini nosilca so naslednji:

- Stenasti nosilec preko enega polja
 
$$0,5 < \frac{d}{l} < 1,0 \quad z = 0,3d\left(3 - \frac{d}{l}\right)$$

$$\frac{d}{l} \geq 1,0 \quad z = 0,6l$$
  
- Stenasti nosilec preko dveh polj
 
$$0,4 < \frac{d}{l} < 1,0 \quad z = 0,5d\left(1,9 - \frac{d}{l}\right)$$

$$\frac{d}{l} \geq 1,0 \quad z = 0,45l$$
  
- Vmesno polje pri kontinuiranem stenastem nosilcu
 
$$0,3 < \frac{d}{l} < 1,0 \quad z = 0,5d\left(1,8 - \frac{d}{l}\right)$$

$$\frac{d}{l} \geq 1,0 \quad z = 0,4l$$
  
- Kratka konzola
 
$$1,0 < \frac{d}{l} < 2,0 \quad z = 0,65l + 0,1d$$

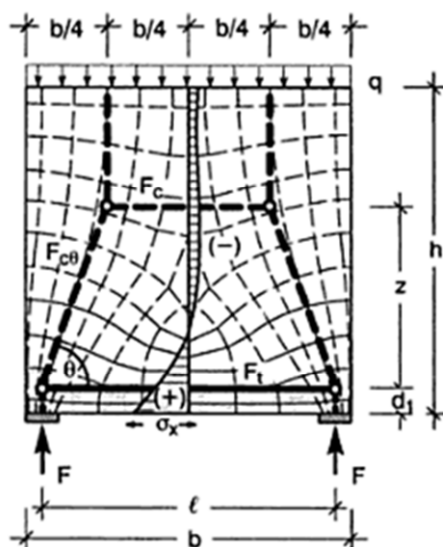
$$\frac{d}{l} \geq 2,0 \quad z = 0,85l$$

Pri tem sta:  
 $d$  - višina nosilca/konzole,  
 $l$  - razpon polja nosilca oziroma dolžina konzole.

Slika 3- 5: Izrazi za določitev ročice notranjih sil po Heftu

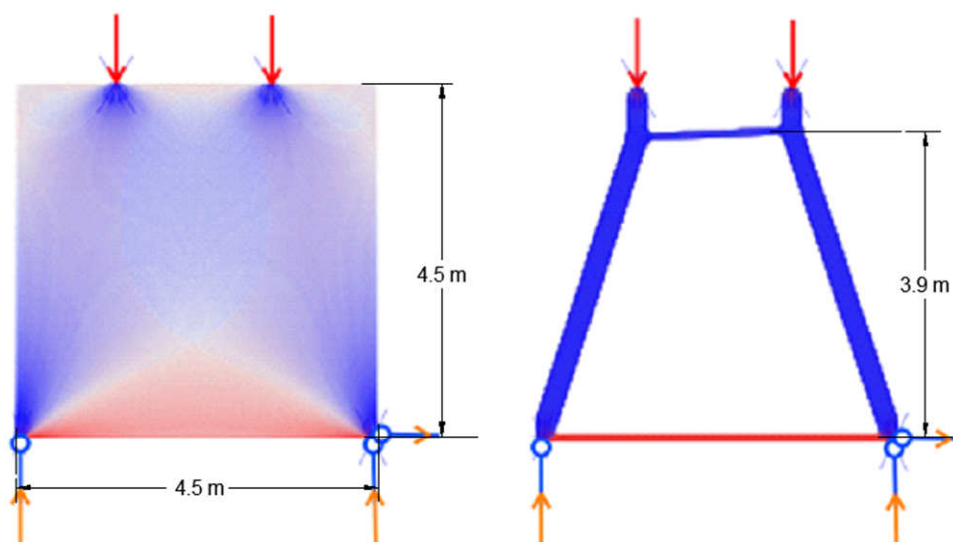


Izrazi, ki jih bomo uporabili za izračun ročice notranjih sil, so odvisni od naše izbire. Rezultati različnih avtorjev se med seboj nekoliko razlikujejo. Problem se pojavi, ker so izrazi podani le za specifično obremenitev (npr. samo z linijsko obtežbo po celotni dolžini nosilca).



Slika 3- 6: Nadomestni model paličja za stenasti nosilec (fib bulletin 3, 1999: str. 153)

Izrazi po Leonhardt in Heftu so nam v pomoč le, ko gre za obremenitev z linijsko obtežbo po celotni dolžini nosilca. V ostalih primerih obremenjevanja pa izrazi niso tako uporabni. V taki situaciji si lahko pomagamo tako, da s topološko optimizacijo določimo osi elementov paličja (slika 3-7).

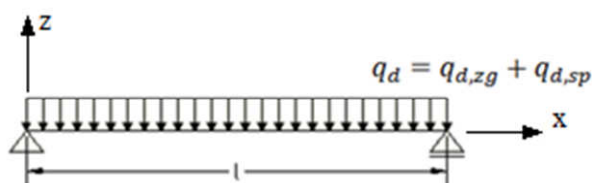


Slika 3- 7: Stenast nosilec obremenjen s točkovnima silama in rezultat topološke optimizacije. Ročico notranjih sil odčitamo v programu AutoCAD

### 3.1.2. Naklonski kot

Po priporočilih *fib* (Model Code 1990) naj bo naklonski kot v vozlišču med natezno vezjo in razporo, če je le mogoče, vsaj  $45^\circ$ . Izjemoma je kot lahko manjši v primeru stika diagonalne razpore z vezema, ki sta med seboj pravokotni. V tem primeru moramo v območju vozlišča reducirati tlačno trdnost betona na  $0,75f_{cd}$ . V splošnem se uporabi naklonski kot med  $30^\circ$  in  $60^\circ$ . Koti manjši od  $30^\circ$  so neprimerni in se jih izogibamo.

Za prostoležeče stenaste nosilce lahko naklonski kot tlačene diagonale določimo računsko. V prvem koraku določimo nadomestni računski model nosilca in ga obremenimo z računsko projektno obtežbo  $q_d$ , ki je vsota projektne obtežbe na zgornjem in spodnjem robu stenastega nosilca (slika 3-8). V nadaljevanju izračunamo največji projektni moment v polju in določimo ročico notranjih sil po izrazih Leonhardta ali Hefta. Ko poznamo te vrednosti, lahko s pomočjo zveze med silo, ročico in momentom izračunamo maksimalne notranje sile v stenastem nosilcu, ki so merodajne za dimenzioniranje. Simetrija in enostavnost konstrukcije omogoča izračun podpornih sil.



Slika 3- 8: Nadomestni računski model za prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen z linijsko projektno obtežbo

Nadaljujemo tako, da izrežemo krajno vozlišče nadomestnega paličja in zapišemo ravnotežni enačbi v horizontalni in vertikalni smeri:

$$\sum F_x: N_{sd} + N_{cd} \cos \alpha = 0 \quad (4)$$

$$\sum F_z: R_d + N_{cd} \sin \alpha = 0 \quad (5)$$

kjer je:  $N_{cd}$  - sila v diagonalni razpori,  $N_{sd}$  - sila v vezi,  $R_d$  - reakcija.

Iz enačbe (4) izrazimo projektno silo  $N_{cd}$  v razpori in jo vstavimo v enačbo (5):

$$N_{cd} = -\frac{N_{sd}}{\cos \alpha} \quad (6)$$

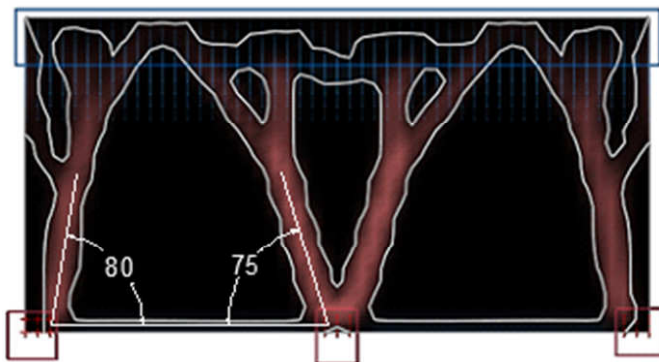
$$R_d - N_{sd} \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 0 \rightarrow N_{sd} \tan \alpha = R_d \rightarrow \tan \alpha = \frac{R_d}{N_{sd}} \rightarrow \alpha = \arctan \frac{R_d}{N_{sd}} \quad (7)$$

Simetrija in enostavnost konstrukcije omogočata izračun podpornih sil:

$$R_d = \frac{q_d l}{2} \quad (8)$$

V primeru ko poznamo vrednosti reakcij in natezne sile v polju lahko torej določimo naklonski kot med vezjo in tlačno diagonalo.

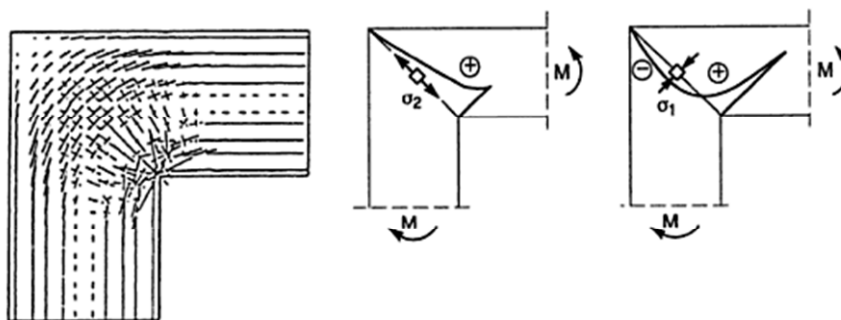
Pri bolj zapletenih primerih lahko naklonski kot dobimo s topološko optimizacijo na podoben način, kot smo določili ročico notranjih sil. Določimo osi elementov paličja in odčitamo medsebojne naklone (slika 3-9).



Slika 3- 9: Odčitavanje naklonskih kotov v programu AutoCAD za stenasti nosilec preko dveh polj obremenjen z linijsko obtežbo po celotni dolžini nosilca

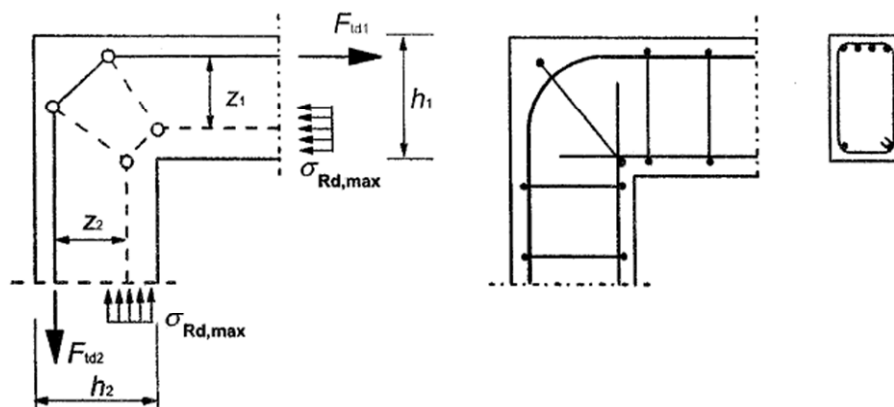
### 3.2 Stik prečke in stebra

Kratke konzole, vogali in nosilci z reduciranim vozliščem predstavljajo tipična D območja. Na podlagi inženirske presoje in intuicije lahko pridemo do enostavnih modelov nadomestnega paličja, vendar se lahko zgodi, da izbrani modeli ne bodo najboljše opisali realnega napetostnega stanja konstrukcije.

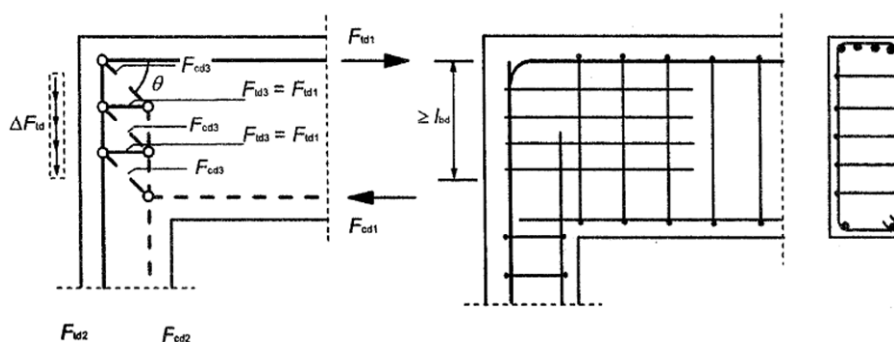


Slika 3- 10: Prikaz glavnih normalnih napetosti za stik stebra-prečka. Vogal je obremenjen z momentom, ki vogal odpira (fib bulletin 3, 1999: str. 153)

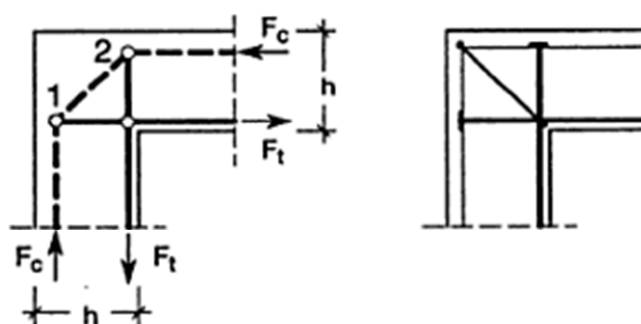
Za te konstrukcijske elemente lahko opazimo ponavljajoče se vzorce razporeditve notranjih sil, zato so v uporabi tipični modeli z vezmi in razporami (slike 3-11 do 3-15). Lahko jih prilagodimo glede na geometrijo obravnavanega elementa. Tipični modeli temeljijo na rezultatih preizkusov. Pomembno je, da model čim bolj odgovarja dejanskemu stanju konstrukcije. Ključna je postavitev in orientacija nateznih vezi in s tem armiranje takšnih konstrukcijskih detajlov.



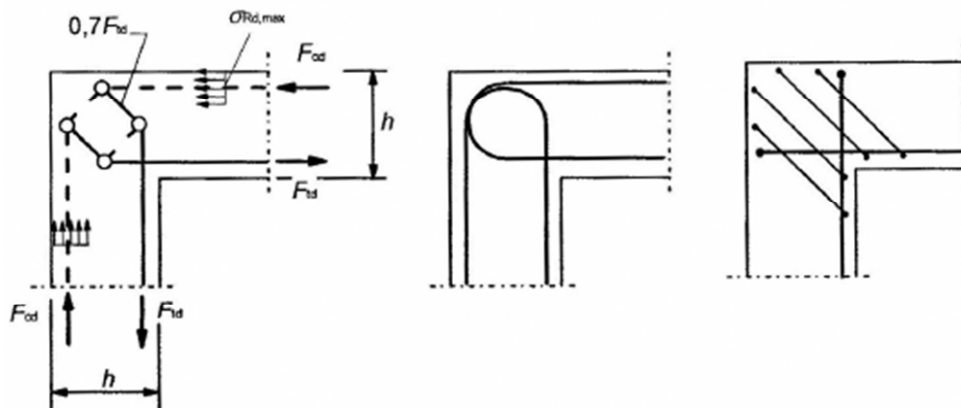
Slika 3- 11: Model nadomestnega paličja in armiranje za stik steber-prečka (debelini stikajočih elementov sta enaki). Vogal je obremenjen z momentom (dvojica sil), ki vogal zapira (SIST EN 1992-1-1:2005, str. 224)



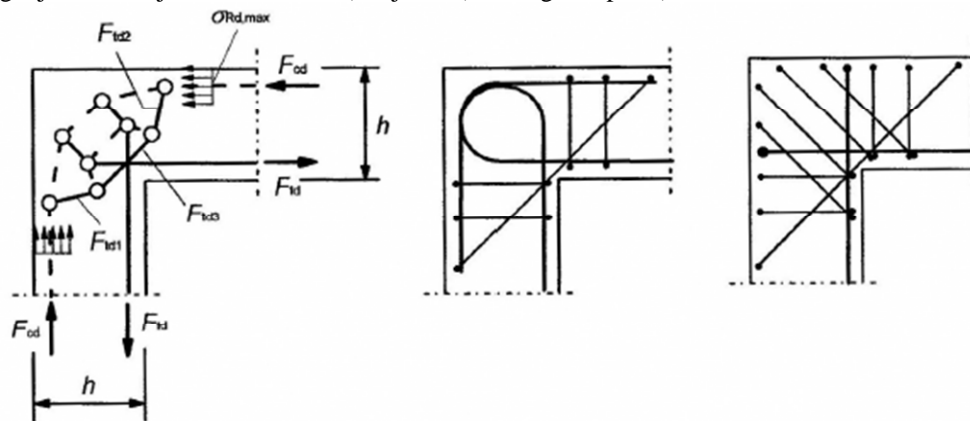
Slika 3- 12: Model nadomestnega paličja in armiranje za stik steber-prečka (debelina prečke je večja od debeline stebra). Vogal je obremenjen z momentom (dvojica sil), ki vogal zapira (SIST EN 1992-1-1:2005, str. 224)



Slika 3- 13: Model nadomestnega paličja in armiranje za stik steber-prečka (debelini stikajočih elementov sta enaki). Vogal je obremenjen z momentom (dvojica sil), ki vogal odpira (fib bulletin 3, 1999: str. 173)



Slika 3- 14: Model nadomestnega paličja in armiranje za stik steber-prečka (debelini stikajočih elementov sta enaki). Vogal je obremenjen z momentom (dvojica sil), ki vogal odpira (SIST EN 1992-1-1:2005, str. 225)

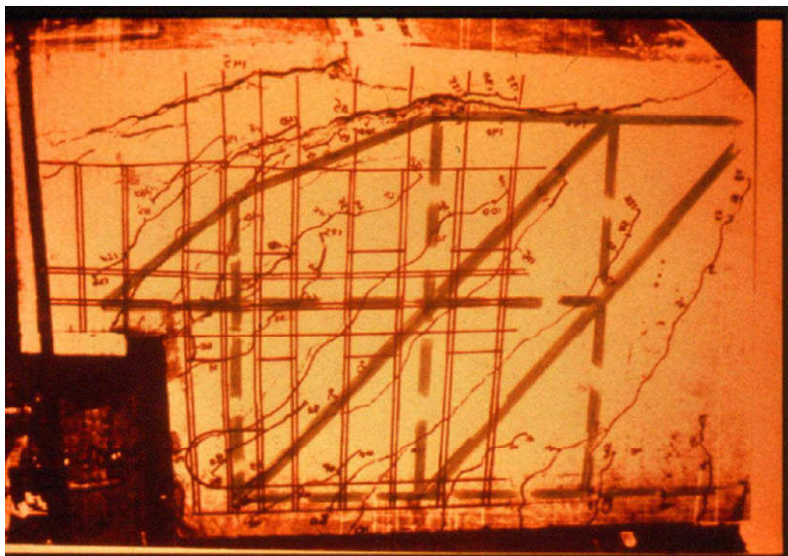


Slika 3- 15: Model nadomestnega paličja in armiranje za stik steber-prečka (debelini stikajočih elementov sta enaki). Vogal je obremenjen z momentom (dvojica sil), ki vogal odpira (SIST EN 1992-1-1:2005, str. 225)

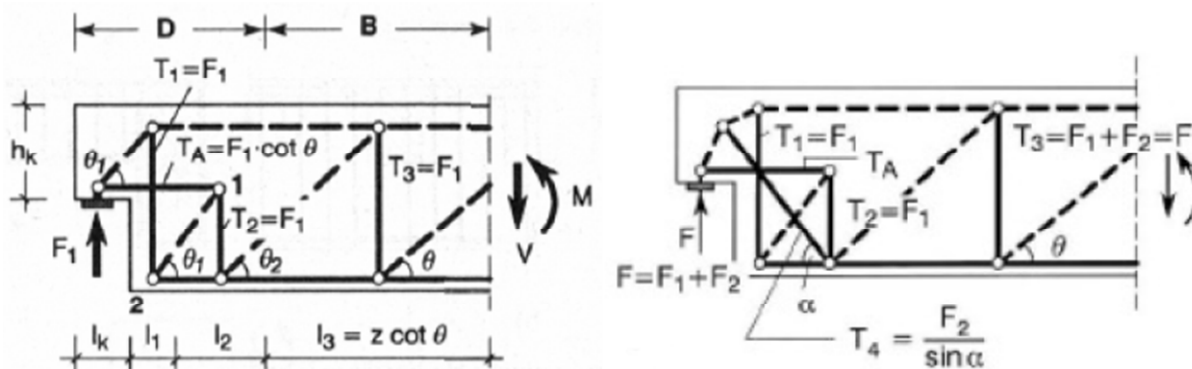
Na slikah 3-13, 3-14 in 3-15 so prikazani različni modeli nadomestnega paličja za stik steber prečka (debeline stikajočih elementov so enake). Vogal je obremenjen z momentom, ki vogal odpira. Za enostavne modele paličja (majhno število vezi in razpor) velja, da napetostno stanje opišejo zelo približno. Preproste modele bomo izbrali, ko bo konstrukcija obremenjena z relativno majhnim momentom. Model na sliki 3-14 je ustrežnejši od modela na sliki 3-13, saj je smer nateznih napetosti (postavitev vezi) veliko bolj natančno nakazana. Za natančen opis realnega napetostnega stanja je najbolj primeren model na sliki 3-15, ker je sestavljen iz številnih kratkih razpor in vezi.

### 3.3 Nosilci z reducirano višino ob ležiščih

To so konstrukcijski elementi, ki so sestavljeni tako iz D kot tudi B območij. V D območju imamo zapleteno napetostno stanje, ki je posledica spremembe geometrije in vnosa koncentrirane sile (reakcije). Ta del nosilca najbolj opišemo z nadomestnim modelom paličja (slika 3-17), ki ga sestavlja veliko število kratkih elementov. Naklonski koti in položaji vezi in razpor so določeni s pomočjo laboratorijskih preizkusov (slika 3-16). Model z vezmi in razporami tvorimo tudi v območju nosilca, kjer velja Bernoullijeva hipoteza. Nosilec bi lahko v tem območju preverjali tudi s standardnimi postopki.



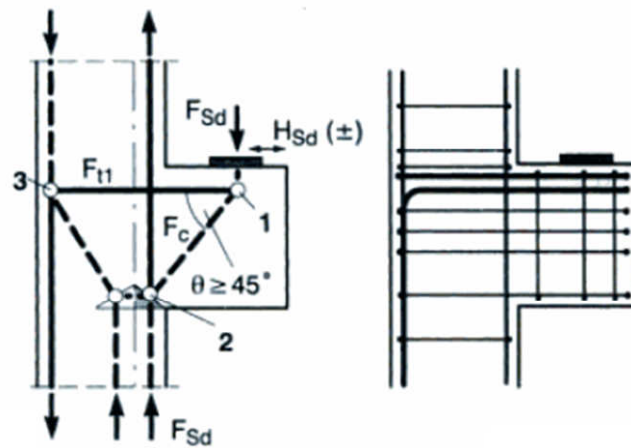
Slika 3- 16: Določevanje modela z vezmi in razporami s pomočjo laboratorijskih preizkusov za nosilec z reducirano višino ob ležišču (College of Engineering, 2004)



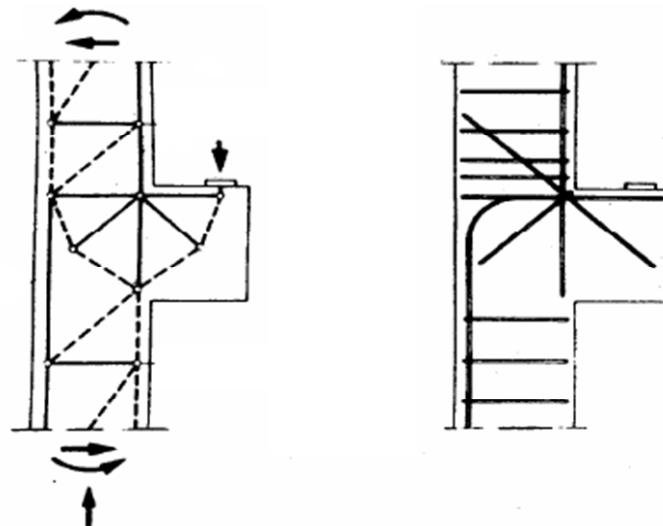
Slika 3- 17: Primera tipičnega modela za nosilec z reducirano višino ob ležišču (Pirih, 2010: str. 32)

### 3.4 Kratke konzole

Kratka konzola je konstrukcijski element, ki je običajno obremenjen z vertikalno silo, kot posledica naleganja nosilca. Vertikalna sila povzroča moment, katerega prevzamemo z natezno vezjo in tlačno razporo. Taka obremenitev nas spominja na stik stebra in prečke. Pomembna razlika je relativno velika prečna sila, ki se pojavi na stiku med vertikalnim in horizontalnim elementom. Po SIST EN 1992-1-1:2005 (Dodatek J3) strižno silo, ki jo povzroča vertikalna obremenitev (slika 3-18), prevzamemo z diagonalno razporo, ki je od horizontalne vezi nagnjena za kot  $\theta \geq 45^\circ$  ( $1,0 \leq \tan\theta \leq 2,5$ ). Model z vezmi in razporami je običajno zapleten, saj je sestavljen iz večjega števila vezi in razpor. Kratke konzole je potrebno primerno armirati (sidranje armature), v vozliščih pa izvesti kontrole napetosti.



Slika 3- 18: Primer modela z vezmi in razporami za kratko konzolo, obremenjeno s točkovno silo v vertikalni in horizontalni smeri (fib bulletin 3, 1999: str. 178)



Slika 3- 19: Primer modela z vezmi in razporami za kratko konzolo, obremenjeno s točkovno silo v vertikalni smeri (Pirih, 2010: str. 32)

## 4 TOPOLOGIJE ZA ISKANJE OPTIMALNEGA PALIČJA




### 4.1 Topološka optimizacija s programom ForcePad 2

ForcePad 2 (2001) je računalniški program za analizo ravninskih ploskovnih modelov, ki temelji na metodi končnih elementov in je bil razvit v izobraževalne namene (kot učno orodje pri poučevanju mehanike za industrijsko oblikovanje ter v pomoč študentom arhitekture in študentom tehnike). Program je napisan v programskem jeziku C++, vendar močno spominja na računalniške programe, ki so namenjeni urejanju slik (npr. Slikar). ForcePad 2 je zelo preprost za uporabo, hkrati pa nam hitro in učinkovito prikaže obnašanje obremenjene konstrukcije, npr.:

- deformiranje konstrukcije,
- napetostno stanje konstrukcije,
- topološko optimizacijo.

Prikaz rezultatov (velikosti napetosti, reakcij, deformacij,...) je samo grafičen in ni numeričen.

Program ima tri osnovne funkcije:

- sketch mode (risalna orodja), 
- physics mode (podpiranje in obremenjevanje konstrukcije), 
- action mode (rezultati: napetosti, deformacije, optimizacija,...). 

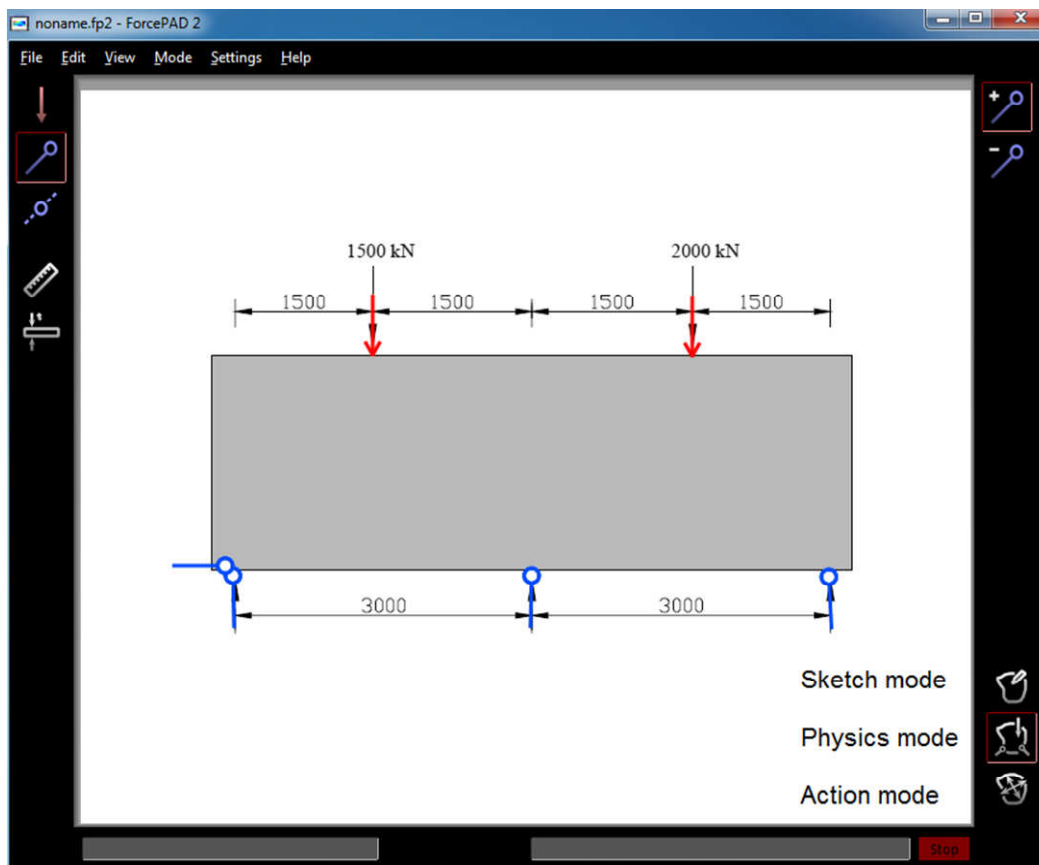
#### 4.1.1 Geometrija konstrukcije

Najprej je potrebno določiti geometrijo konstrukcije, kar storimo z izbiro risalnega orodja. Risanje je preprosto in spominja na tisto iz programa Slikar, vendar ForcePad 2 ne omogoča natančnega določevanja dimenzij, zato si pomagamo z ostalimi risalnimi programi, v katerih lahko natančno določamo dimenzije (npr. AutoCAD). Konstrukcijo, narisano v poljubnem programu, lahko nato kopiramo in prilepimo v risalno območje programa ForcePad 2, kjer jo lahko nato z risalnimi orodji dodatno obdelamo. Barvna lestvica v desni orodni vrstici programa nam omogoča izbiro togosti konstrukcije. Bela barva predstavlja območja brez togosti, črna pa material s togostjo.

#### 4.1.2 Podpore in obtežbe

Namen programa je predvsem pridobiti osnovno predstavo oziroma sliko obnašanja konstrukcije za določeno podpiranje in obtežbo, zato žal omogoča le približno določevanje robnih pogojev in obremenitve. V primeru, da želimo natančnejše rezultate, si lahko pomagamo tako, da v programu, kjer smo določili geometrijo (npr. AutoCAD), natančno označimo tudi mesta podpiranja in mesta obremenitev.



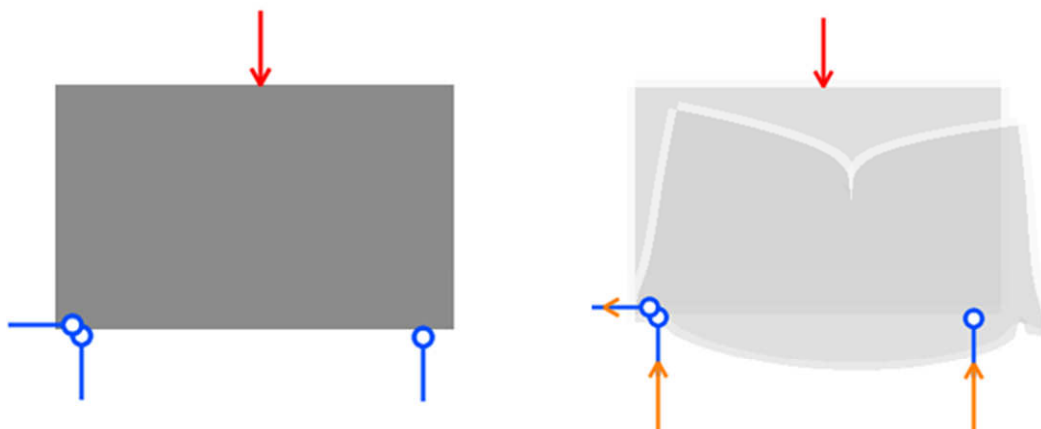


Slika 4- 1: Določitev natančne lege podpor in obtežbe s pomočjo slike, izdelane v programu AutoCAD

- Robne pogoje podamo s funkcijo:



Ko imamo izbrane dimenzije konstrukcije, je potrebno določiti robne pogoje in obtežbo, kar storimo v oknu *Physics mode*. Podpore podajamo kot točkovne. V primeru, da želimo ponazoriti podpiranje s stebrom, pa podpore zgostimo na kratki razdalji. Pri podajanju podpor moramo upoštevati, da podpora, usmerjena v določeni smeri, prepreči pomik v isti smeri. Primernost oziroma pravilnost podanih robnih pogojev lahko preverimo v funkciji rezultati (*Action Mode*) s funkcijo deformiranja konstrukcije (*Displacement Visualization*).



Slika 4- 2: Podpiranje prostoležečega stenastega nosilca in preverjanje ustreznosti podpiranja s funkcijo deformacij

- Obtežbo podamo s funkcijo:



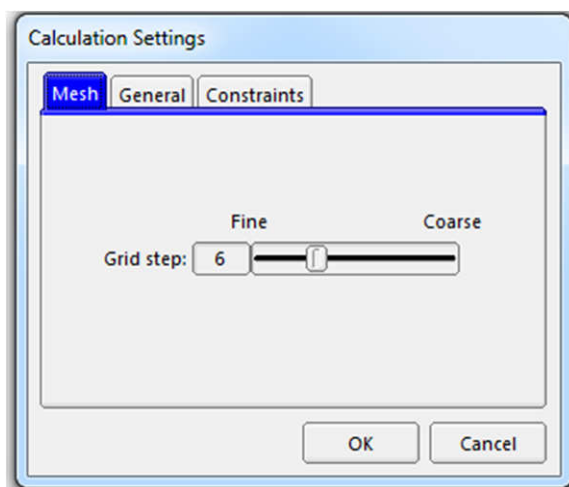
Pri obremenjevanju konstrukcije nam program ForcePad 2 žal omogoča le obremenitev s točkovnimi silami. Sile podajamo na enak način kot podpore (s klikom na mesto delovanja in določitvijo željene smeri delovanja). Vrednost posamezne sile lahko določimo numerično v [kN]. Program obremenitve z zvezno linijsko obtežbo ne omogoča, lahko pa konstrukcijo obremenimo z lastno težo (t.j. volumsko obtežbo).

#### 4.1.3 Rezultati

Rezultate dobimo z izbiro funkcije *Action Mode* v desni orodni vrstici programa.

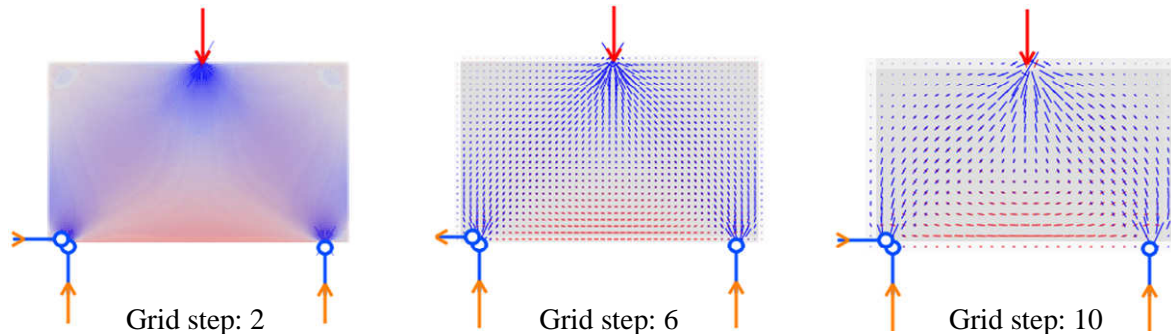
- Glavne normalne napetosti

Slika napetosti je odvisna predvsem od izbrane gostote mreže končnih elementov. Mrežo končnih elementov izberemo z ukazom: *Settings/Calculation/Mesh*



Slika 4- 3: Nastavitev gostote mreže končnih elementov

Gostejša mreža (*Fine*) nam da natančnejše rezultate kot redkejša (*Coarse*). Tlačne napetosti so označene z modro barvo, natezne pa z rdečo. Program omogoča tudi ločen prikaz napetosti (samo tlačne/samo natezne). Za konstrukcije večjih dimenzij je potrebno omeniti, da lahko v primeru gostejše mreže končnih elementov izračun poteka nekoliko dlje.

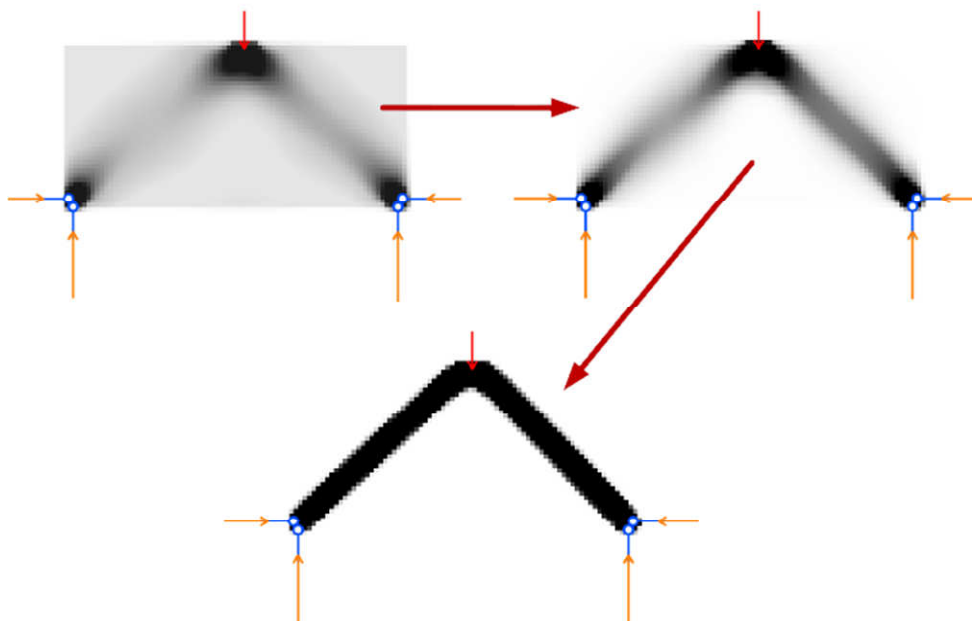


Slika 4- 4: Glavne normalne napetosti za stenasti nosilec, obremenjen s točkovno silo na sredini razpona v odvisnosti od gostote mreže

- Topološka optimizacija

Program omogoča funkcijo *Optimisation*, s katero za obravnavano konstrukcijo dobimo le material, ki je potreben za prenos obtežbe konstrukcije. Program izvrši optimizacijo na podlagi algoritma, na rezultate pa vpliva več parametrov.

Parameter, ki močno vpliva na rezultate topološke optimizacije, je gostota izbrane mreže končnih elementov. Z gostejšo mrežo dobimo natančnejše rezultate, vendar navadno izračun poteka zelo dolgo kljub uporabi zmogljivega računalnika. Za določene obremenitve in tipe konstrukcij je primerna uporaba redkejše mreže. Pozorni moramo biti tudi na način podpiranja konstrukcije, saj mora biti material oziroma konstrukcija po optimizaciji podprta, sicer program javi napako in rezultatov ne prikaže.

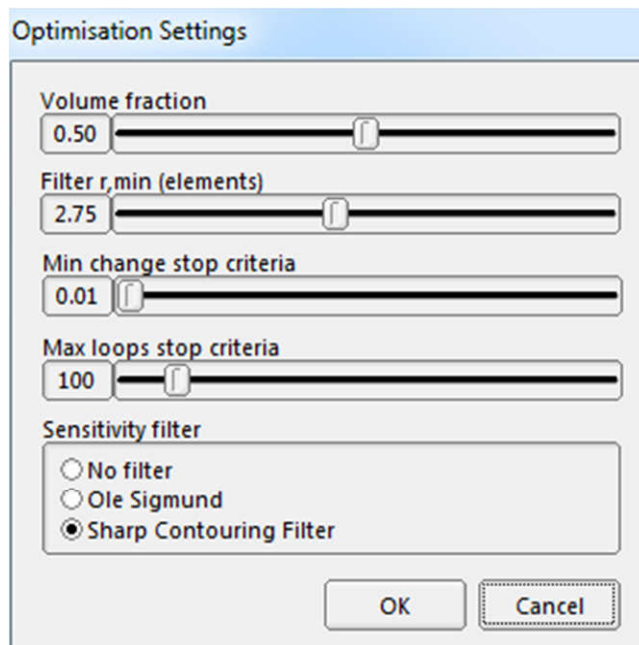


Slika 4- 5: Potek topološke optimizacije v programu ForcePad 2 (Lindemann, 2009: str. 16)

Topološko optimizacijo poženemo s klikom na



.V nadaljevanju se odpre okno z nastavitvami optimizacije:



Slika 4- 6: Nastavitve topološke optimizacije

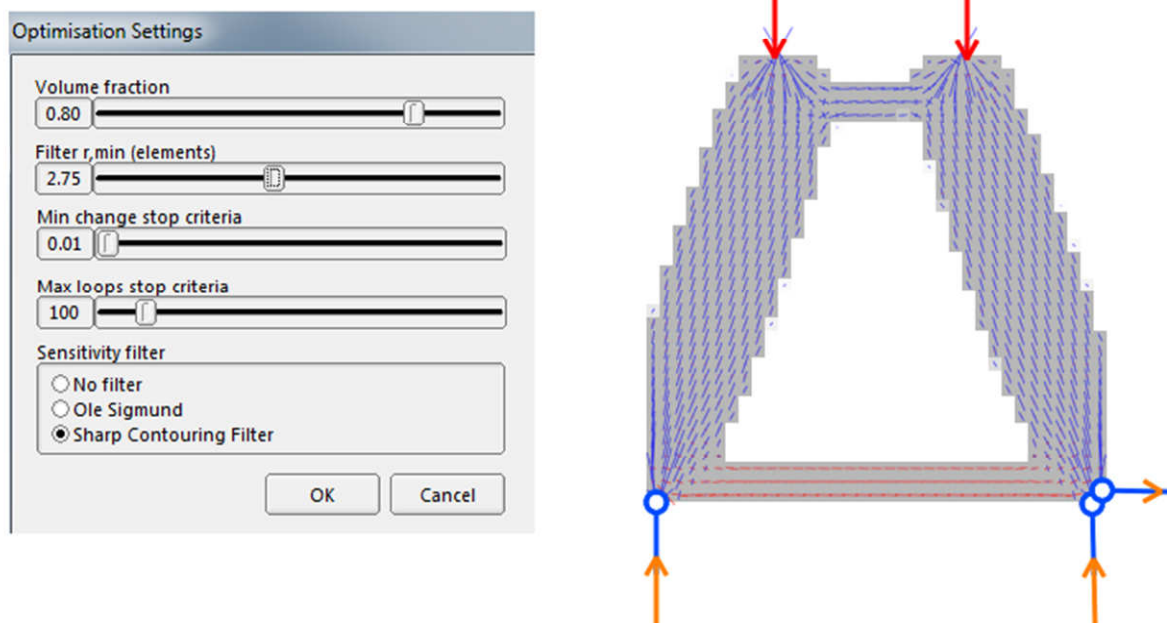
*Volume fraction* je razmerje med porazdeljeno količino preostalega materiala po optimizaciji in obsegom celotnega področja oblikovanja (če želimo bolj grobo oceno (oziroma obliko), kateri material je potreben za prevzem obtežbe, izberemo višjo vrednost (glej sliko 4-7)).

*Max loops* je število iteracij (rezultati optimizacije se približno ustalijo pri vrednosti 100 iteracij). Za natančnejši izračun lahko izberemo višjo vrednost, vendar bodo razlike zelo majhne, čas izračuna pa precej daljši.

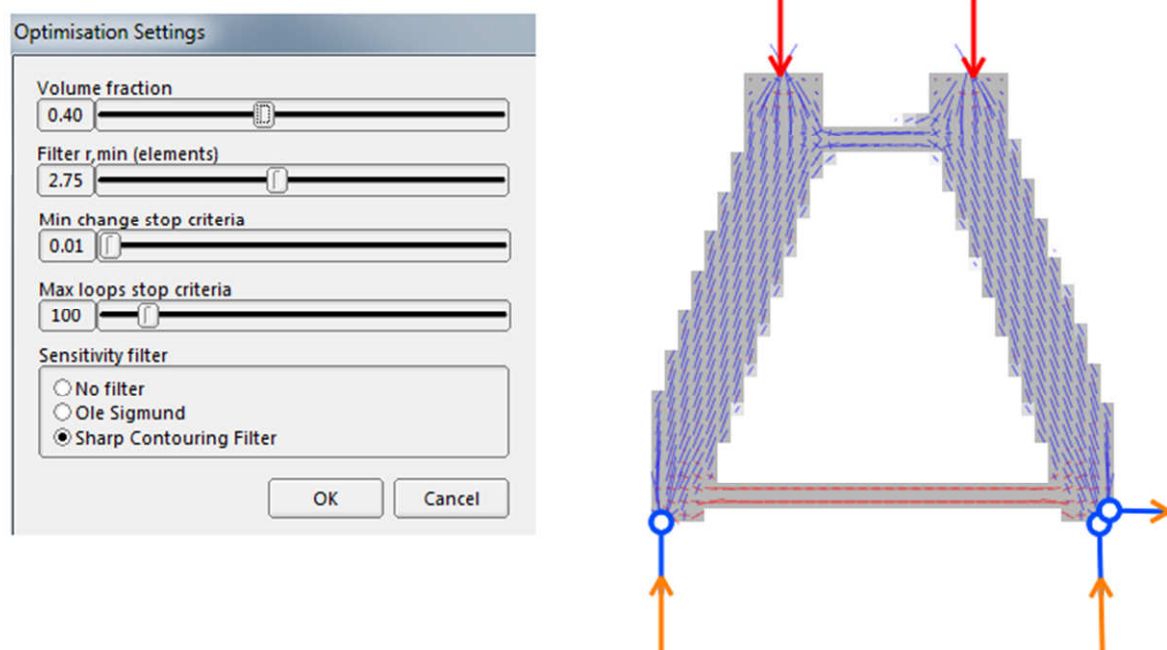
*Filter r* je povezan z zglajenostjo elementov (ostroostjo robov preostalega materiala). Nižja vrednost nam vrne bolj grobe robove. To je parameter, ki ima najmanjši vpliv na rezultate optimizacije.

*Sensitivity filter* je filter občutljivosti in omogoča izbiro algoritma optimizacije. Tako kot pri izbiri gostote mreže končnih elementov, tudi tu ni splošnega pravila, katero možnost izbrati. Za določene konstrukcije neka izbira vrne boljše rezultate kot druga. Po izkušnjah sta za konstrukcije, obremenjene s točkovno obtežbo, primernejši izbiri *No filter* in *Sharp Contouring Filter*. Za primere, kjer je konstrukcija obremenjena z lastno težo, pa so rezultati veliko boljši pri izbiri *Ole Sigmund*.

Primerjava vpliva parametra *Volume fraction* za primer prostoležečega stenastega nosilca, obremenjenega s točkovnima silama, je prikazana na sliki 4-7 in 4-8. Ostali parametri so enaki za oba primera.

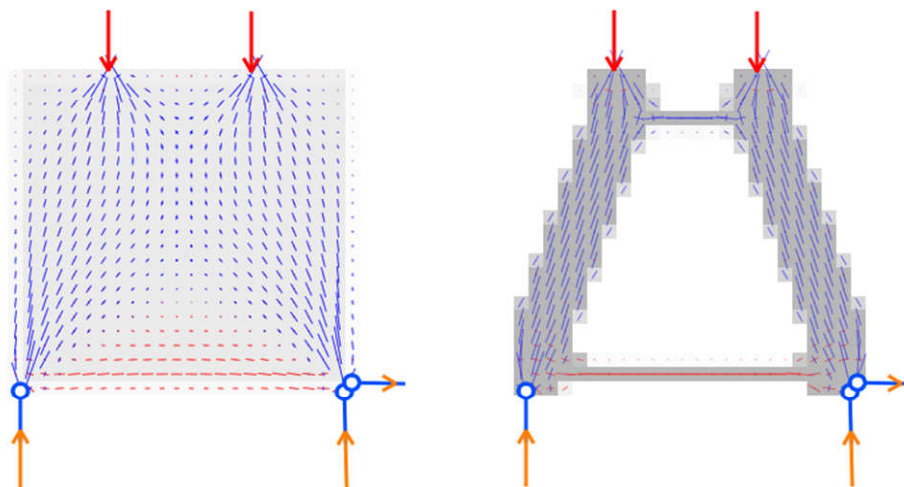


Slika 4- 7: Rezultati topološke optimizacije za višjo vrednost parametra *Volume fraction*

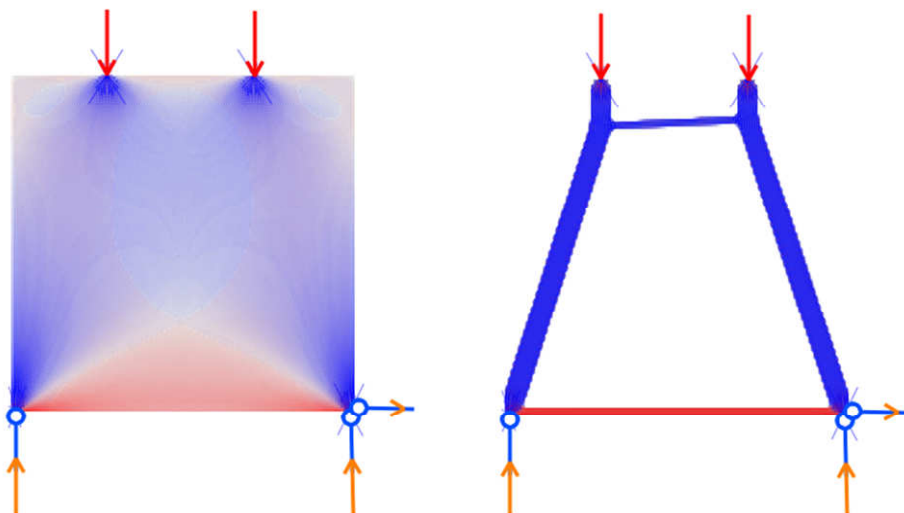


Slika 4- 8: Rezultati topološke optimizacije za nižjo vrednost parametra *Volume fraction*

Vpliv izbire gostote mreže končnih elementov na sliko glavnih napetosti in topološko optimizacijo za isto konstrukcijo (ostali parametri so enaki za oba primera) je prikazan na slikah 4-9 in 4-10.



Slika 4- 9: Rezultati za redko mrežo končnih elementov - grid step: 12



Slika 4- 10: Rezultati za gosto mrežo končnih elementov - grid step:2

#### 4.1.4 Prednosti in pomanjkljivosti programa ForcePad 2

Prednosti programa so zlasti:

- enostavna uporaba,
- hitro pridemo do rezultatov,
- dobri rezultati optimizacije za točkovno obremenjene konstrukcije,
- jasna slika poteka glavnih normalnih napetosti po konstrukciji,
- hitra primerjava rezultatov za različne nastavitve optimizacije,
- program omogoča shranjevanje datotek, tako da lahko že narejene modele ponovno uporabimo in po želji urejamo.

Pomanjkljivosti programa pa so naslednje:

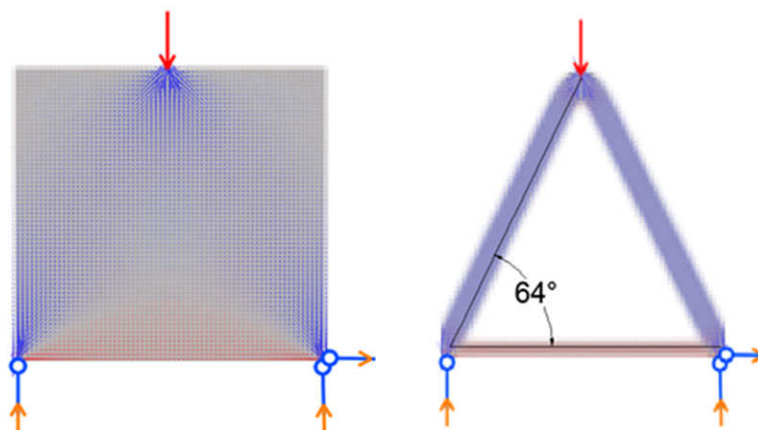
- v programu ne moremo direktno vnesti natančnih dimenzij konstrukcije,
- pri določanju obremenitve nimamo na izbiro zvezne obtežbe,
- za posamezne nastavitve optimizacije (gosta mreža končnih elementov) so izračuni lahko zelo dolgi kljub zmogljivemu računalniku,
- ni splošnega pravila za nastavitve optimizacije (za določeno konstrukcijo ali obremenitev lahko dobimo pri določenih nastavitvah zelo dobre rezultate, za nek drug primer konstrukcije ali obremenitve pa so rezultati pri enakih nastavitvah povsem neuporabni),
- rezultati so samo grafični.

## 4.1.5 Primeri

### 4.1.5.1 Stenasti nosilci preko enega polja

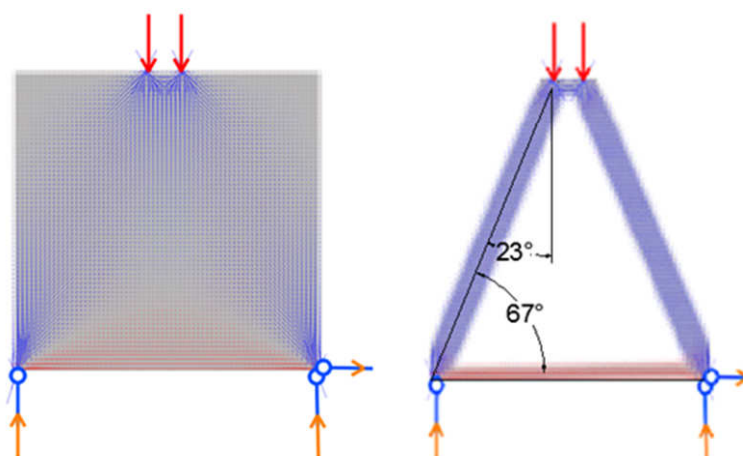
Primeri topološke optimizacije stenastih nosilcev preko enega polja so prikazani na slikah 4-11, 4-12, 4-13, 4-14 in 4-15.

Pri prostoležečem stenastem nosilcu s slike 4-11 ( $\frac{l}{a} = 1,0$ ) so razpore, ki prenašajo tlačne obremenitve, orientirane v smeri glavnih normalnih napetosti iz elastične analize. Prenos obtežbe je direkten. Zaradi leve drsne podpore se tvorijo natezne napetosti na spodnjem robu nosilca, katere prevzamemo z natezno vezjo. Naklonski kot med vezjo in razporo znaša  $64^\circ$  in je večji od priporočenih  $45^\circ$ . Rezultat topološke optimizacije je v skladu s pričakovanji.



Slika 4- 11: Prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen s točkovno silo na sredini razpona

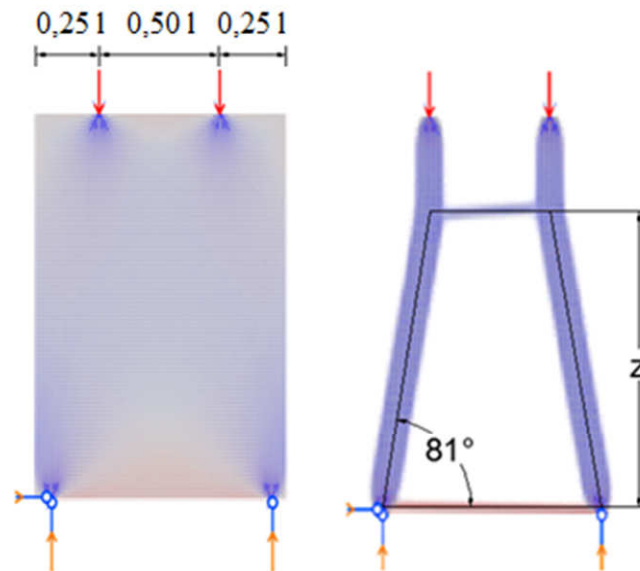
Za stenasti nosilec s slike 4-12 ( $\frac{l}{a} = 1,0$ ) tlačne obremenitve prevzame tlačni razpore (orientirani v smeri glavnih normalnih napetosti), med katerima je horizontalna tlačna razpora z dolžino, ki je enaka razdalji med točkovnima silama. Prenos obtežbe je direkten. Zaradi leve drsne podpore se tvorijo natezne napetosti na spodnjem robu nosilca, katere prevzamemo z natezno vezjo. Naklonski kot med vezjo in razporo je  $67^\circ$  in je večji od priporočenih  $45^\circ$ . Rezultat topološke optimizacije je v skladu s pričakovanji.



Slika 4- 12: Prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen s točkovnima silama na sredini razpona

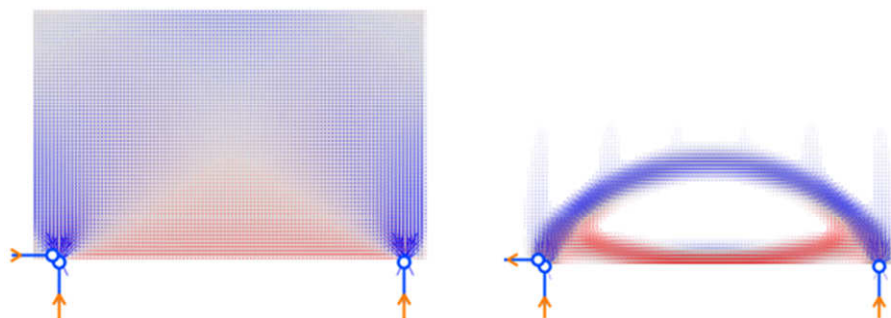


V primeru s slike 4-13 ( $\frac{l}{d} = 0,65$ ) se točkovni sili prenašata preko vertikalnih tlačnih razpor na sistem, ki je sestavljen iz dveh poševnih razpor, ki sta povezani s horizontalno razporo (njena dolžina je enaka razdalji med točkovnima silama). Zaradi desne drsne podpore se tvorijo natezne napetosti na spodnjem robu nosilca, katere prevzamemo z natezno vezjo. Razdalja med osema natezne vezi in tlačne horizontalne razpore je enaka ročici notranjih sil  $z$ . Naklonski kot med vezjo in razporo znaša  $81^\circ$  in je večji od priporočenih  $45^\circ$ . Rezultat topološke optimizacije je v skladu s pričakovanji.



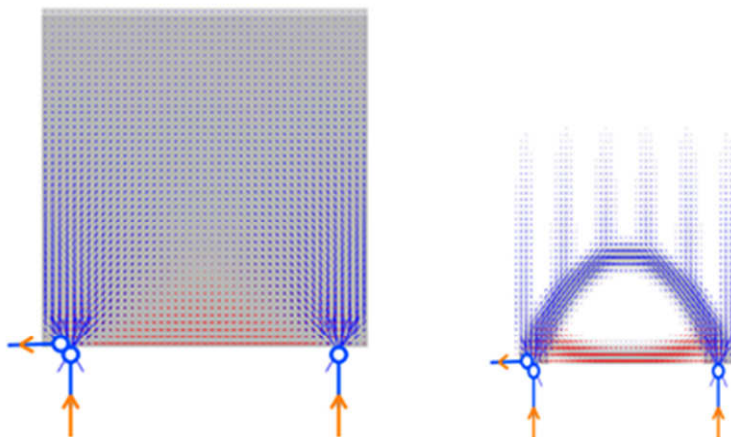
Slika 4- 13: : Prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen z razmaknjenima točkovnima silama

Za primer s slike 4-14 ( $\frac{l}{d} = 1,5$ ), pri katerem obravnavamo stenasti nosilec obremenjen z lastno težo, se obremenitev prenaša preko tlačnega loka do podpor. V spodnjem delu nosilca natezne napetosti prevzamemo z vezjo. Rezultati topološke optimizacije so pričakovani.



Slika 4- 14: Prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen z lastno težo

Za primer s slike 4-15 ( $\frac{l}{d} = 1,0$ ), pri katerem obravnavamo stenasti nosilec obremenjen z lastno težo, se obremenitev prenaša na enak način kot v prejšnjem primeru, vendar je prenos obtežbe na tlačni lok nekoliko bolj izrazit.

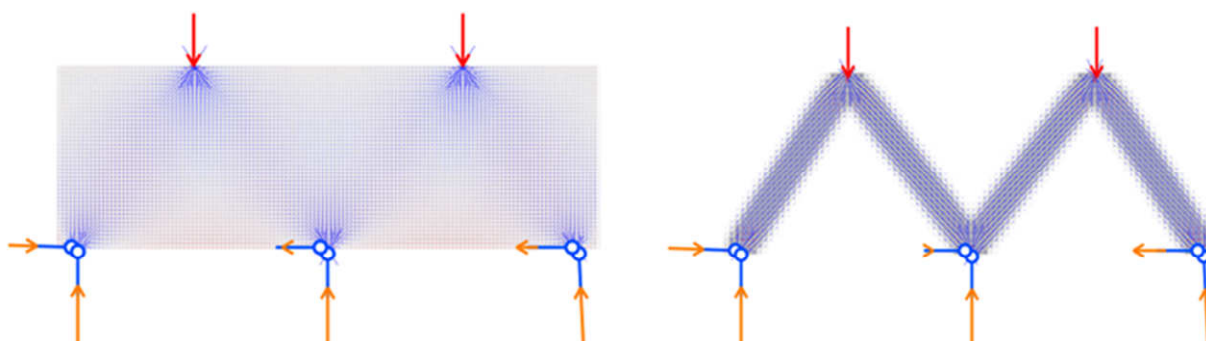


Slika 4- 15: Prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen z lastno težo

#### 4.1.5.2 Stenasti nosilci preko večih polj

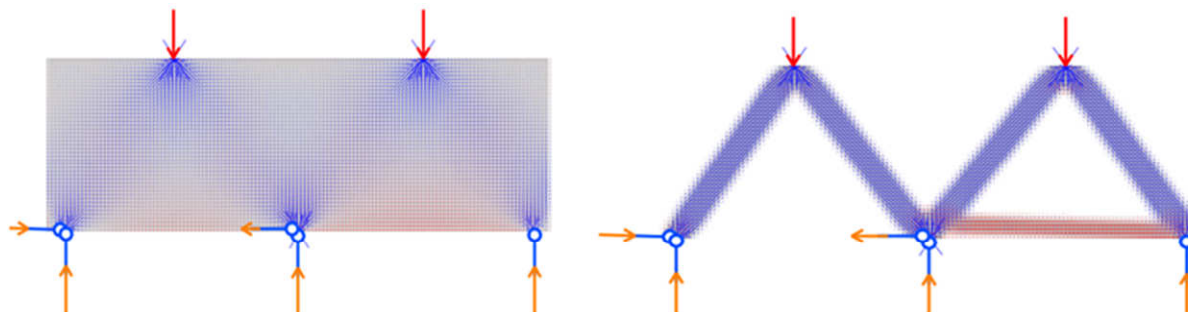
Primeri topološke optimizacije za stenaste nosilce preko večih polj so prikazani na slikah 4-16, 4-17, 4- 18 in 4-19.

Pri primeru s slike 4-16 ( $\frac{l}{d} = 1,4$ ) je nosilec podprt le z nepomičnimi podporami. Obremenitev na zgornjem robu nosilca prevzamemo samo s tlačnimi razporami, ki so orientirane v smeri glavnih normalnih napetosti. Rezultati topološke optimizacije so pričakovani.



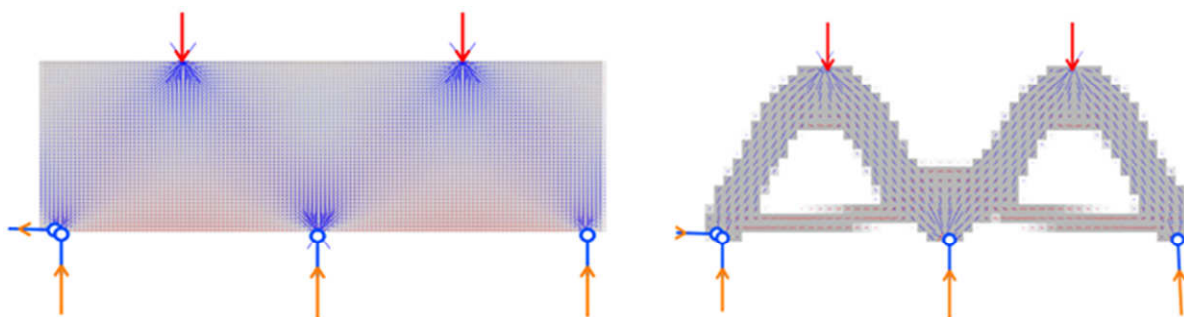
Slika 4- 16: Stenasti nosilec preko dveh polj, obremenjen s točkovnima silama v sredinah razponov

Pri primeru s slike 4-17 ( $\frac{l}{d} = 1,4$ ) je geometrijsko sicer enak nosilec podprt z dvema nepomičnima in eno pomično podporo. Obremenitev prevzamemo s tlačnimi razporami, ki so orientirane v smeri glavnih normalnih napetosti in z natezno vezjo, ki se tvori v desnem polju nosilca zaradi krajne pomične podpore. Rezultati topološke optimizacije so v skladu s pričakovanji.



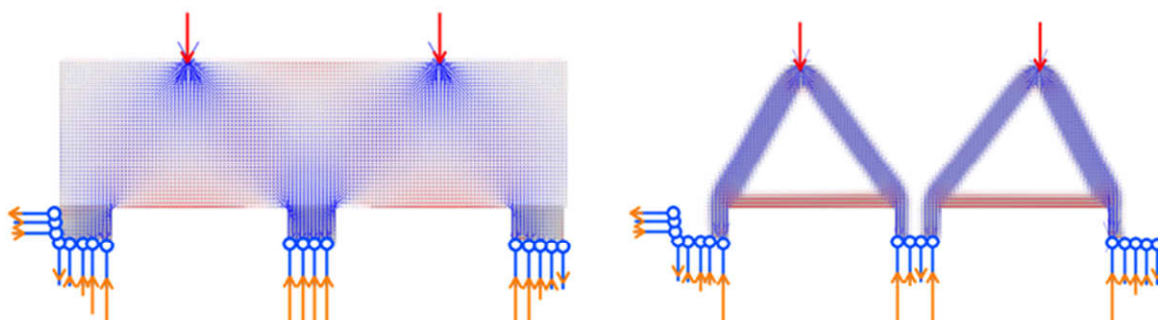
Slika 4- 17: Stenasti nosilec preko dveh polj, obremenjen s točkovnima silama v sredinah razponov

Pri primeru s slike 4-18 ( $\frac{l}{d} = 1,6$ ) je nosilec podprt z eno nepomično (na levem robu) in dvema pomičnima podporama, zaradi česar se na spodnjem robu nosilca tvorijo natezne napetosti, katere prevzamemo z vodoravnima vezema. Tlačne obremenitve prevzamejo razpore, orientirane glede na potek glavnih normalnih napetosti. Natezne napetosti po linearno elastični analizi se tvorijo tudi nad srednjo podporo, zato je bilo pričakovati, da se bo natezna vez tvorila tudi v zgornjem pasu konstrukcije med točkovnima silama. Velikostni red napetosti nad srednjo podporo je očitno zanemarljiv v primerjavi z nateznimi napetostmi v polju, zato jih program zanemari. Za obravnavani primer smo pri nastavitvah topološke optimizacije izbrali nekoliko redkejšo mrežo končnih elementov, saj za standardne nastavitve dobimo povsem nesmiselne rezultate (primer na sliki 4-30). Zaradi izbranih parametrov topološke optimizacije, dobimo kot rezultat nekoliko manj izrazito obliko materiala, ki je potreben za prevzem obtežbe. Dobljeni rezultati še vedno niso v skladu s pričakovanji, vendar za tak način podpiranja s programom ForcePad 2 ni moč dobiti boljših rezultatov.

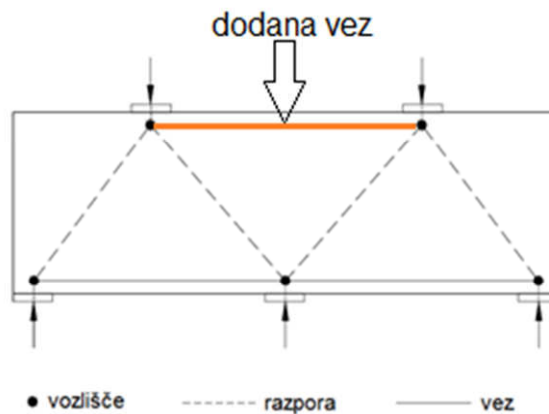


Slika 4- 18: Stenasti nosilec preko dveh polj, obremenjen s točkovnima silama v sredinah razponov

V primeru s slike 4-19 ( $\frac{l}{d} = 1,6$ ) gre za isto konstrukcijo kot v prejšnjem primeru, vendar tokrat nosilec podpremo s stebri. S tem dosežemo, da so glavne napetosti večje oziroma bolj izrazite, kot so v primeru na sliki 4-18. To nam omogoča izbiro gostejšo mreže končnih elementov, s katero po topološki optimizaciji dobimo bolj izrazito obliko preostalega materiala, ki je potreben za prevzem obtežbe. Iz slike napetostnega stanja je razvidno, da so napetosti (predvsem nad srednjim stebrom) veliko bolj izrazite kot v prejšnjem primeru. Rezultati topološke optimizacije so boljši (izrazita oblika preostalega materiala nam praktično narekuje postavitev elementov nadomestnega paličja), vendar še vedno ne dobimo natezne vezi nad srednjo podporo. Kljub temu bi se pri izbiri modela nadomestnega paličja odločili dodati še natezno vez v zgornjem pasu konstrukcije (slika 4-20).



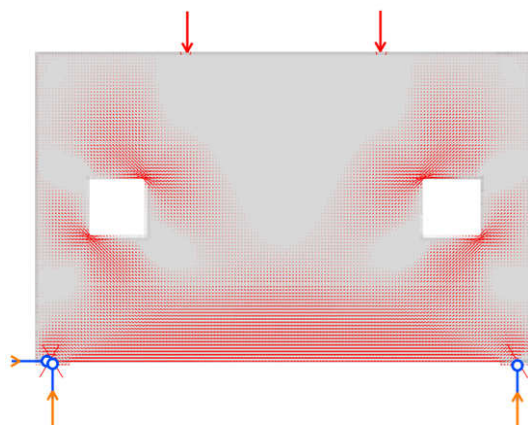
Slika 4- 19: Kontinuirani stenasti nosilec na stebrih, obremenjen s točkovnima silama v sredinah razponov



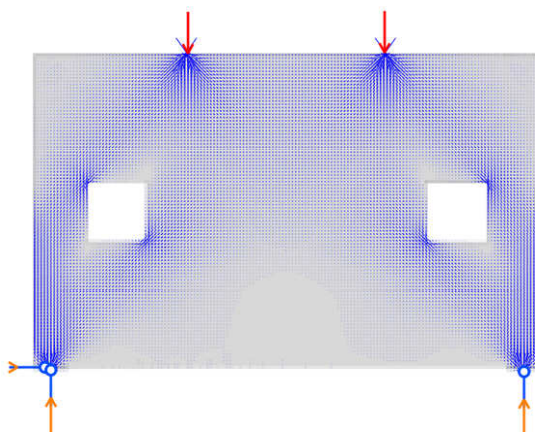
Slika 4- 20: Izbran model nadomestnega paličja za zgornji primer

#### 4.1.5.3 Stenasti nosilci z odprtinami

Zaradi odprtin imamo opravka z bolj zapletenim napetostnim stanjem, zato bo naš model z vezmi in razporami sestavljen iz večjega števila elementov. Na ta način se natančneje približamo dejanskemu napetostnemu stanju konstrukcije. Rezultati topološke optimizacije se zadovoljivo ujemajo s priporočili iz literature.

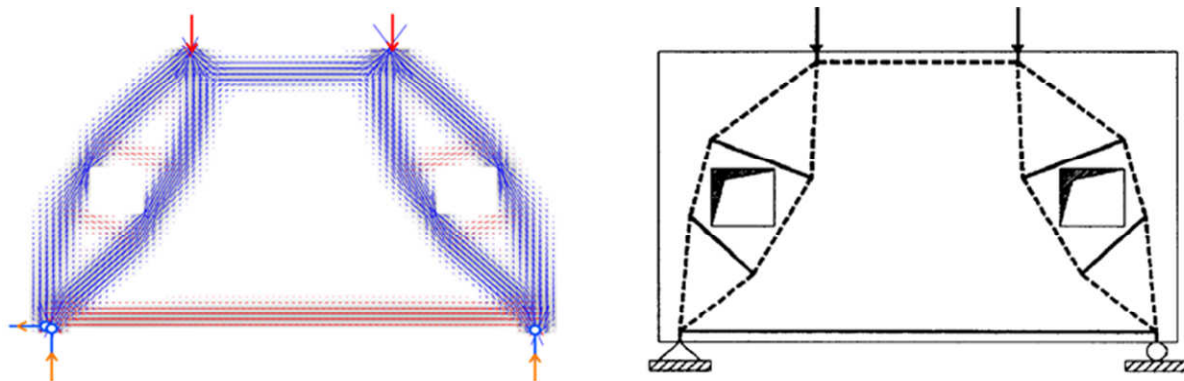


Slika 4- 21: Prikaz nateznih napetosti za prostoležeči stenasti nosilec s kvadratnima odprtinama v bližini podpor



Slika 4- 22: Prikaz tlačnih napetosti za prostoležeči stenasti nosilec s kvadratnima odprtinama v bližini podpor

V primeru s slike 4-23 ( $\frac{l}{d} = 1,5$ ) so rezultati v grobem podobni tistim, ki smo jih dobili za stenasti nosilec brez odprtin. Spodnja natezna vez prevzame natege v polju, tlačne napetosti na zgornjem robu pa prevzame horizontalna razpora. Rezultat topološke optimizacije se lepo ujema s potekom glavnih normalnih napetosti (sliki 4-21 in 4-22). Odprtini preprečujeta neposreden potek razpor od sil do podpor. V tem primeru tlačne napetosti prevzamemo z večjim številom razpor (s katerimi obidemo odprtino), ki so med seboj povezane z vezmi, ki prevzamejo natezne napetosti na vogalih odprtine.

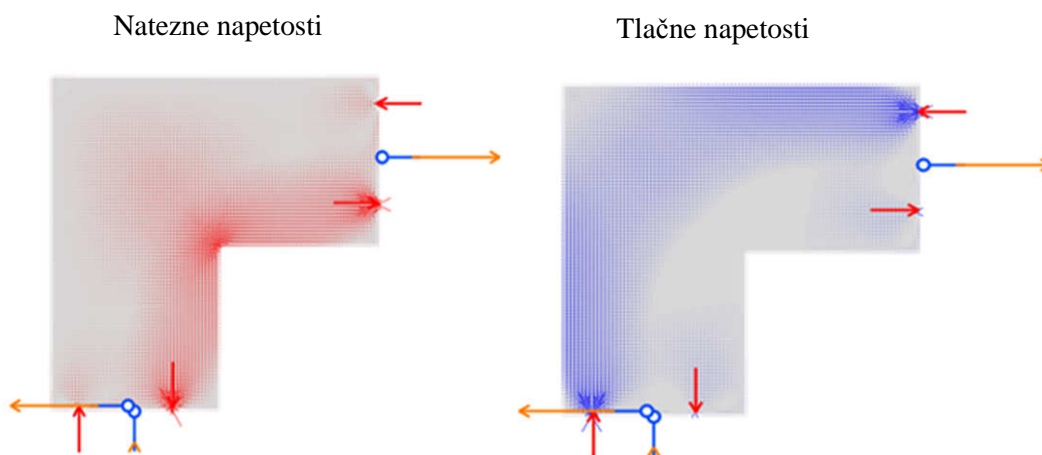


Slika 4- 23: Rezultat topološke optimizacije in izbran model nadomestnega paličja

#### 4.1.5.4 Stiki prečk in stebrov (vogali okvirjev)

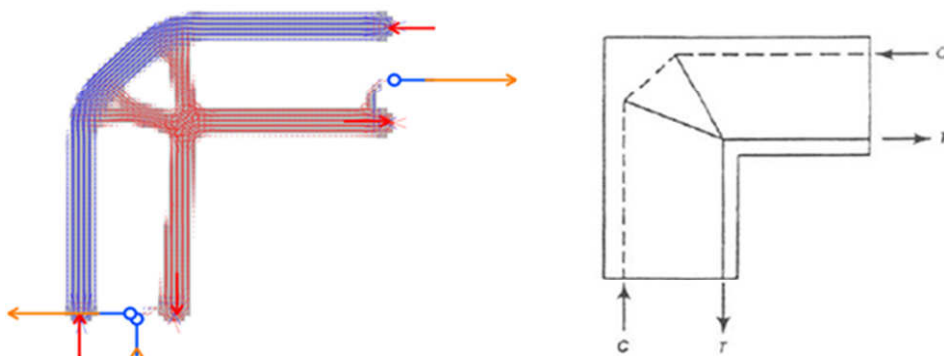
Primeri topološke optimizacije stika prečke in stebra so prikazani na slikah 4-25 in 4-27.

V primeru s slike 4-24 gre za vogal z enako debelino oziroma višino stikajočih elementov. Obravnavamo primer, ko je vogal obremenjen z momentom, ki vogal odpira. Moment v programu nadomestimo z dvojico sil. Zunanja robova obremenimo s tlačnima silama, notranja pa z nateznima.



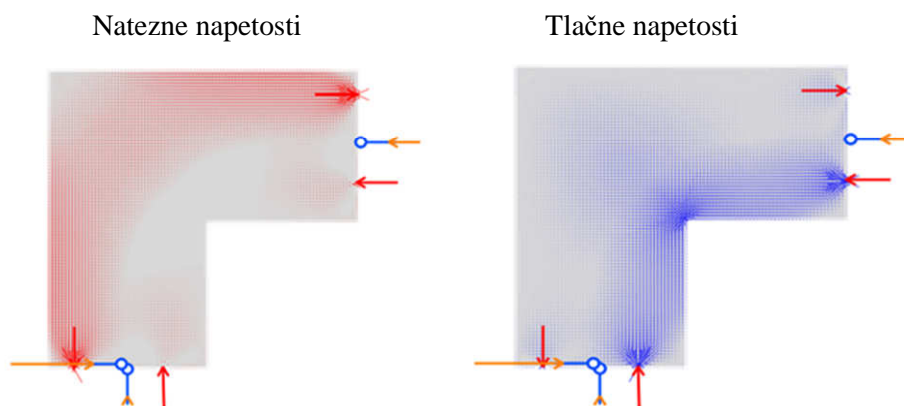
Slika 4- 24: Ločen prikaz poteka glavnih normalnih napetosti za stik steber-prečka

Tlačno obremenitev na zunanjem robu prevzamejo razpore, natege na notranjem robu pa prevzamejo vezi. Postavitev in orientacija dobljenih elementov nadomestnega paličja (glej sliko 4-25 desno) se v grobem sklada s sliko priporočenega modela za takšen primer (slika 3-13).



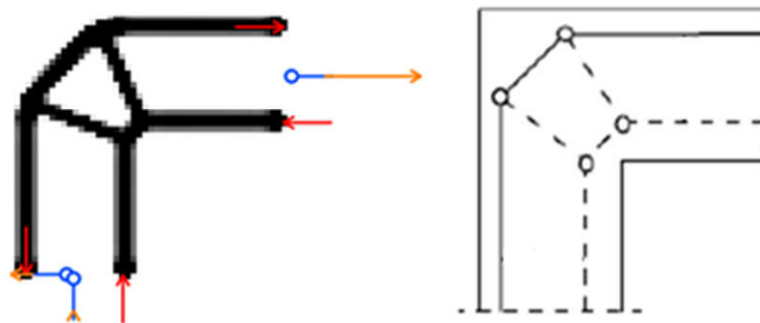
Slika 4- 25: Rezultat topološke optimizacije in izbran model nadomestnega paličja za vogal

Nadalje obravnavamo primer, ko je stik enake debeline obremenjen z momentom, ki vogal zapira. Moment v programu nadomestimo z dvojico sil. Zunanja robova obremenimo z nateznima silama, notranja pa s tlačnima.



Slika 4- 26: Ločen prikaz poteka glavnih normalnih napetosti za stik stiber-prečka

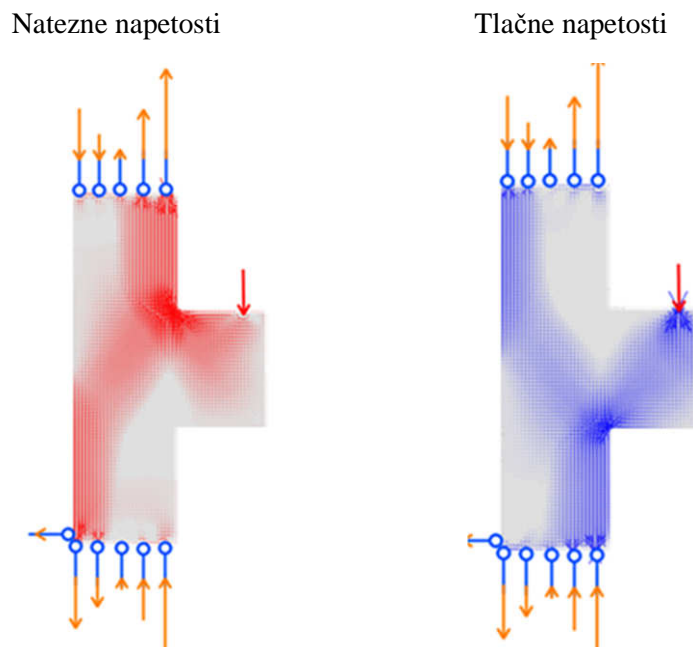
Natezno obremenitev na zunanjem robu prevzamejo vezi, tlake na notranjem robu pa prevzamejo razpore. Postavitev in orientacija elementov izbranega modela nadomestnega paličja (glej sliko 4- 27 desno) se sklada s sliko tipičnega modela (slika 3-11).



Slika 4- 27 (Povzeto): Rezultat topološke optimizacije in izbran model nadomestnega paličja (SIST EN 1992-1-1:2005)

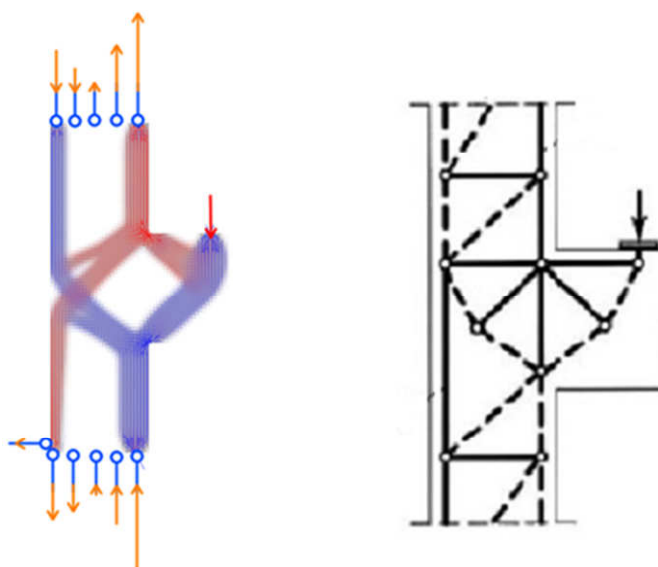
#### 4.1.5.5 Kratke konzole

Kratko konzolo s slike 4-28 obremenimo z vertikalno silo, ki predstavlja akcijo montažnega nosilca. Model spodaj podpremo vertikalno in horizontalno, zgoraj pa preprečimo pomik v vertikalni smeri.



Slika 4- 28: Ločen prikaz poteka glavnih normalnih napetosti za kratko konzolo obremenjeno s točkovno silo

Iz slike preostalega materiala (slika 4-29), ki ga dobimo po topološki optimizaciji, ugotovimo, da bo model nadomestnega paličja zapleten, saj ga bo sestavljalo veliko število elementov. Rezultat topološke optimizacije primerjamo s tipičnim modelom (slika 3-19) in ugotovimo, da se v grobem ujemata, vendar pa manjka ključna vodoravna vez, ki poteka od mesta obremenitve proti notranjosti stebra. Za izbran model nadomestnega paličja opazimo, da se sklada s potekom glavnih normalnih napetosti.



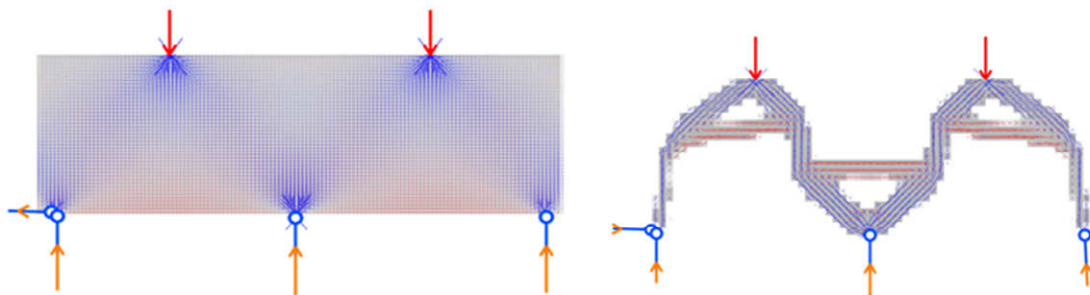
Slika 4- 29: Rezultat topološke optimizacije in ustrezen model nadomestnega paličja za kratko konzolo, obremenjeno s točkovno silo (Pirih, 2010: str 32)



#### 4.1.5.6 Nenavadni primeri

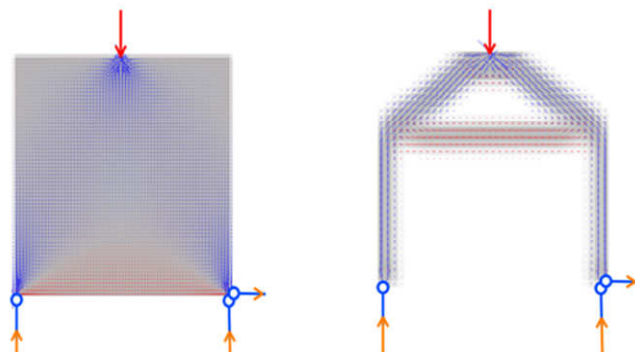
Za določene kombinacije parametrov so rezultati optimizacije povsem nepričakovani. V večini primerov pridemo do bolj pričakovanih rezultatov, če zgostimo mrežo končnih elementov ali izberemo drugačen optimizacijski algoritem.

Poglejmo si primer, ko je nosilec ( $\frac{l}{a} = 1,6$ ) podprt z dvema pomičnima in eno nepomično podporo. Izbrana mreža končnih elementov je za obravnavani primer pregosta. Preostali material, po katerem se prenašajo tlačne obremenitve, na grobo opiše napetostno stanje konstrukcije in bi bil za določitev orientacije tlačnih razpor še nekako primeren. To pa ne velja za natezne vezi, ki se formirajo na povsem nenavadnih mestih. Za razliko od primera na sliki 4-18 (gre za enako konstrukcijo, vendar je bila izbrana redkejša mreža končnih elementov), program sicer formira natezno vez nad vmesno podporo, a se ta nahaja v srednjem delu nosilca in ne ob zgornjem robu nosilca, kjer so natezne napetosti največje. Natezne vezi, ki jih pričakujemo v polju, pa se tvorijo na zgornjem delu nosilca, kar je nenavadno, saj so tu natezne napetosti zanemarljivo majhne v primerjavi s tistimi na spodnjem robu nosilca. Če primerjamo potek glavnih normalnih napetosti po konstrukciji s sliko topološke optimizacije, hitro ugotovimo, da rezultat optimizacije ni primeren za pomoč pri določevanju modela z vezmi in razporami.



Slika 4- 30: Stenasti nosilec preko dveh polj, obremenjen s točkovnima silama v sredinah razponov

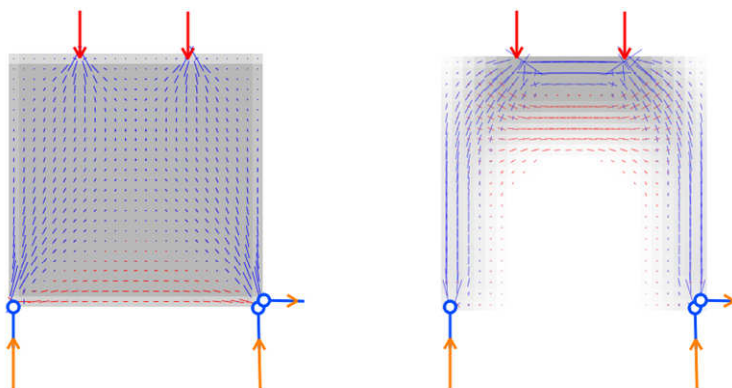
Drugi primer je prikazan na sliki 4-31 ( $\frac{l}{a} = 0,9$ ). Prenos obtežbe je dokaj direkten, vendar ni v skladu z dejanskim stanjem nosilca. Smer razpor ni v skladu z glavnimi normalnimi napetostmi iz elastične analize, natezna vez pa se tvori na nenavadnem mestu. Na spodnjem robu nosilca, kjer so natezne napetosti največje, ni vezi, zato bi to območje razpokalo. Natezna vez, ki jo dobimo s topološko optimizacijo, bi se aktivirala šele, ko bi nosilec v spodnjem delu dovolj razpokal. Iz tega razloga bi bil mehanizem paličja, ki bi ga formirali na osnovi topološke optimizacije neustrezen. Rezultati optimizacije niso v skladu s pričakovanji, zato bi bilo vredno poizkusiti z izbiro drugega optimizacijskega algoritma.



Slika 4- 31: Prostoležeči stenasti nosilec preko dveh polj, obremenjen s točkovno silo na sredini razpona

Tretji primer je prikazan na sliki 4-32 ( $\frac{l}{d} = 1,0$ ). Pri nastavitvah topološke optimizacije smo izbrali preredko mrežo končnih elementov. Ker je napetostno stanje premalo izrazito, program ne tvori materiala na pravih mestih. Razpore niso pod naklonom, tako kot bi pričakovali glede na sliko iz elastične analize. Tudi natezna vez se tvori na vrhu nosilca.

V primerih, kot so prikazani v tem poglavju, pogosto pridemo do ustrežnejših rezultatov z izbiro gostejše mreže končnih elementov ali z izbiro drugačnega optimizacijskega algoritma.



Slika 4- 32: Prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen s točkovnima silama

## 4.2 Topološka optimizacija s programom TopoStruct

TopoStruct je računalniški program, ki sta ga razvila Sawako Kaijima in Michalatos Panagiotis (2010) in je predvsem namenjen oblikovalcem in inženirjem, ki se želijo seznaniti s topološko optimizacijo. Program temelji na metodi končnih elementov in omogoča reševanje tako 2D kot 3D problemov. Uporabnik za določen model poda robne pogoje in obremenitve in s pomočjo topološke optimizacije dobi rezultate, ki prikazujejo razporeditev materiala, ki najbolj ustreza tem pogojem. TopoStruct je primeren tudi za prikazovanje poteka trajektorij glavnih napetosti, ki nam dajejo predstav o tem, kako se obtežba prenaša po konstrukciji do podpor. To nam je lahko v veliko pomoč pri izbiri primernege modela paličja. S programom TopoStruct na enostaven in hiter način dobimo predstav o napetostnem stanju in deformiranju konstrukcije.

### 4.2.1 Geometrija konstrukcije

V našem primeru najprej izberemo analizo konstrukcije v ravnini (označimo opcijo 2D v oknu *System*). Program omogoča le obravnavo konstrukcij pravokotne oblike. Dimenzije podajamo v metrih (v  $x$  smeri nanašamo dolžino, v  $y$  pa višino). Nove dimenzije potrdimo z ukazom *Reset Dimension* v orodni vrstici. Natančno določanje geometrije je ugodno pri obravnavi stenastih nosilcev, kjer je pomembno razmerje med razponom in višino elementa. V primerih, ko nam zadoščajo približni rezultati, lahko dimenzije določimo približno tako, da osnovno konstrukcijo s klikom na robovih poljubno povečamo/pomanjšamo.

#### 4.2.2 Podpore in obtežbe

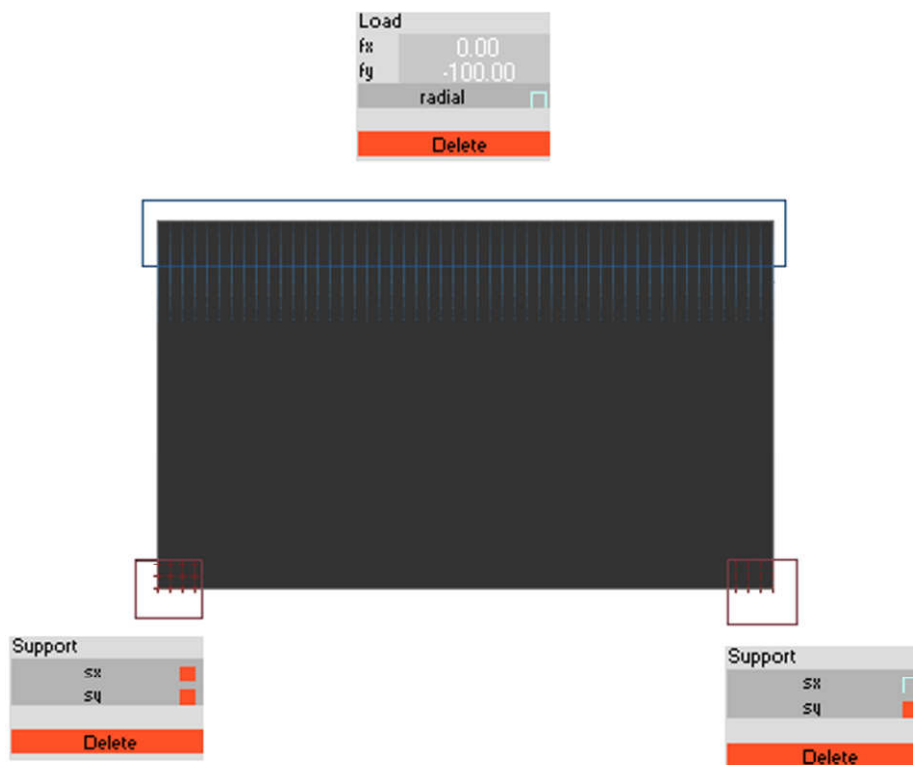
Tako podpore (*Add Support Region*) kot tudi obtežbo (*Add Load Region*) lahko nanašamo na konstrukcijo na različne načine v obliki območij:

- škatlasto (*Box*) - primerno za prostorske modele,
- krožno (*Circle*),
- linijsko (*Linear*).

Izbrano obliko območja lahko večamo/manjšamo po enakem principu kot določamo dimenzije konstrukcije. Obravnavano območje nato s klikom na rob prenesemo tja, kjer konstrukcijo podpiramo oziroma jo obremenjujemo.

Ko izberemo območje podpor, se nam odpre okno, v katerem označimo, v kateri smeri želimo preprečiti pomike. V primeru, da označimo območje obtežbe, v oknu določimo velikost in smer obtežbe v kN.

Če smo ustrezno namestili robne pogoje in obtežbo, lahko preverimo v orodni vrstici programa: *View/Show Animated* (v osnovnem oknu se pojavi animacija deformiranja konstrukcije).

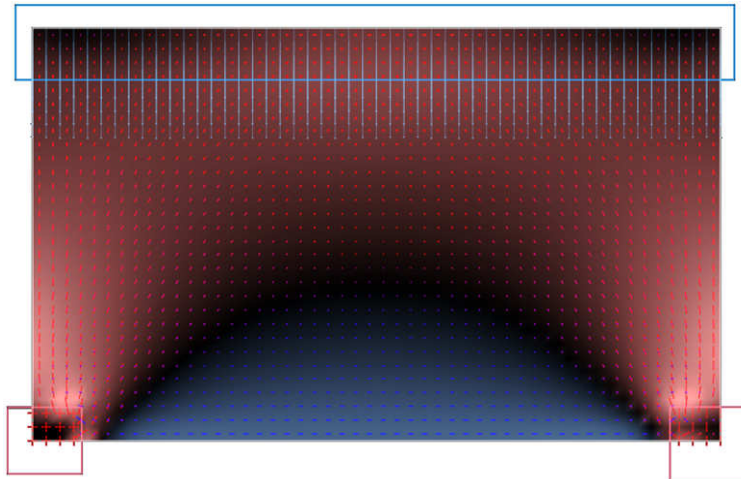


Slika 4- 33: Podajanje podpor in obtežbe za prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen z linijsko obtežbo na zgornjem robu

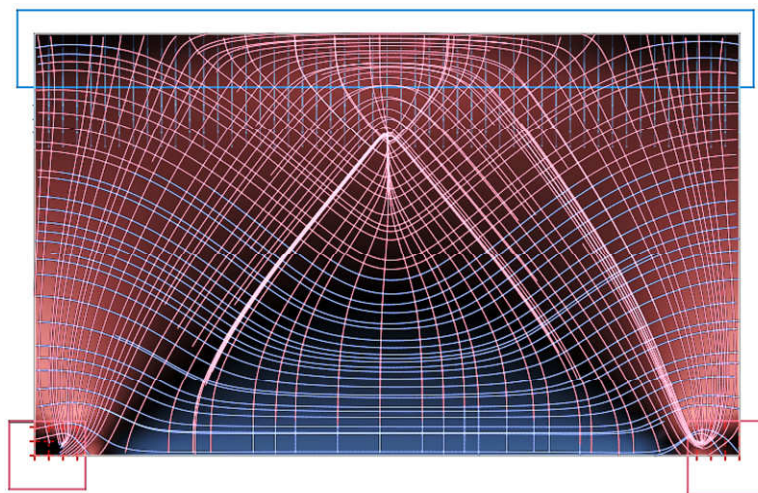
### 4.2.3 Rezultati

Ko smo obravnavano konstrukcijo podprli in obremenili, lahko z ukazom v orodni vrstici *Optimisation/Analyze Current* preverimo:

- potek glavnih napetosti po konstrukciji (*View/Show Stresses*),
- sliko trajektorij glavnih napetosti (*View/Show Stress Lines*),
- rezultate topološke optimizacije (*Optimisation*).



Slika 4- 34: Potek glavnih normalnih napetosti za stenasti nosilec, obremenjen z linijsko obtežbo na zgornjem robu

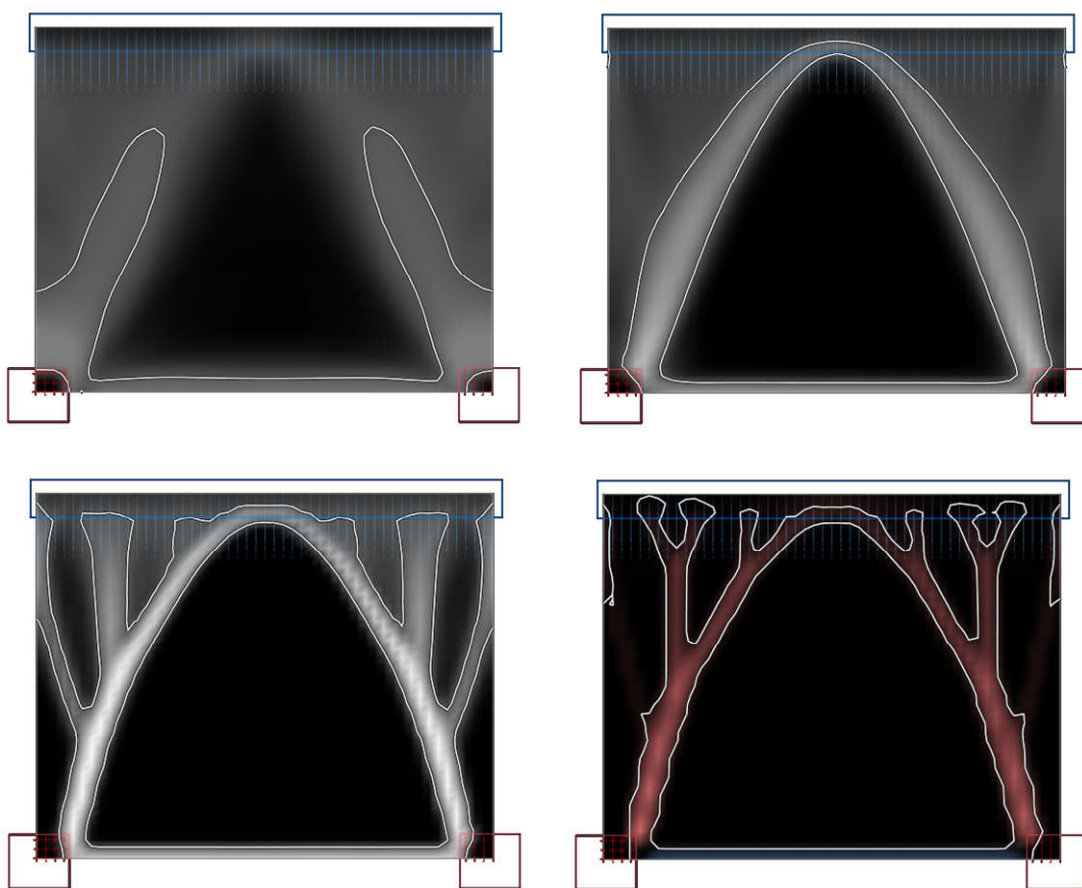


Slika 4- 35: Potek trajektorij glavnih normalnih napetosti za stenasti nosilec, obremenjen z linijsko obtežbo na zgornjem robu

Nastavitve optimizacije so bolj skope kot pri programu ForcePad 2 (določimo lahko le gostoto razporeditve potrebnega materiala in število korakov), vendar za različne tipe konstrukcije dobimo zadovoljive rezultate brez spreminjanja parametrov. Na ta način je TopoStruct v primerjavi s programom ForcePad 2 nekoliko prijaznejši do neizkušenih uporabnikov.

Topološko optimizacijo zaženemo z ukazom *Optimization/Optimize!*. Za vsako iteracijo je potrebno zgornji ukaz ponoviti, v osnovnem oknu programa pa lahko spremljamo potek optimizacije. Ukaz prekinemo, ko nova iteracija ne prinese bistvenih sprememb.

Potek topološke optimizacije v programu TopoStruct po posameznih iteracijah (korakih) je prikazan na sliki 4-36. V začetnih iteracijah se izoblikuje groba oblika materiala, ki je potrebna za prevzem obtežbe. Ta oblika v sledečih iteracijah postaja vse bolj jasna oziroma izrazita. Pri večjem številu iteracij se rezultati topološke optimizacije ustalijo. To pomeni, da iteracije, ki sledijo, ne prinesejo bistvenih sprememb k obliki preostalega materiala, potrebnega za prevzem obtežbe. Običajno dobimo zadovoljive rezultate topološke optimizacije pri številu iteracij večjih od 80.



Slika 4- 36: Potek topološke optimizacije v programu TopoStruct za primer stenastega nosilca, obremenjenega z linijsko obtežbo na zgornjem robu po celotni dolžini nosilca

#### 4.2.4 Prednosti in pomanjkljivosti programa TopoStruct

Prednosti programa so zlasti:

- podpira reševanje 2D in 3D modelov,
- rezultate dobimo izjemno hitro in enostavno,
- natančno podajanje geometrije,
- jasna slika poteka trajektorij glavnih napetosti po konstrukciji,
- zadovoljivi rezultati topološke optimizacije brez spreminjanja osnovnih parametrov,
- prikazovanje rezultatov (napetosti, optimizacija) na več načinov.

Pomanjkljivosti programa pa so naslednje:

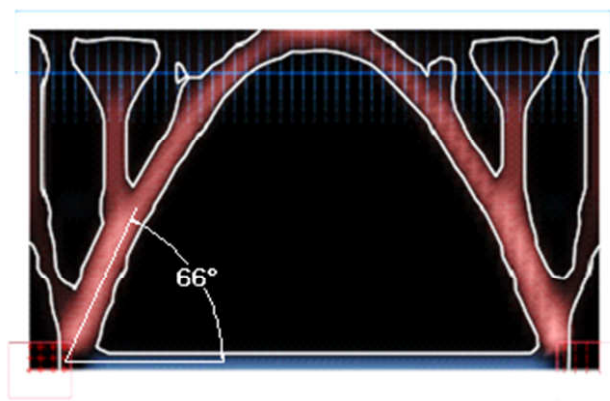
- konstrukcije so lahko samo pravokotne oblike,
- nenatančno določanje podpiranja in obtežbe,
- rezultati so le grafični.

## 4.2.5 Primeri

### 4.2.5.1 Stenasti nosilci preko enega polja

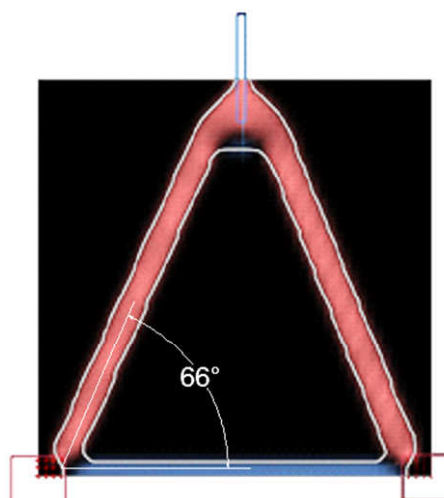
Primeri topološke optimizacije stenastih nosilcev preko enega polja so prikazani na slikah 4-37, 4-38, 4-39, 4-40 in 4-41.

Obravnavamo primer nosilca s slike 4-37 ( $\frac{l}{d} = 1,6$ ). Obtežba se prenaša preko tlačnega loka do podpor. Pri izbiri nadomestnega modela paličja na podlagi rezultatov topološke optimizacije, bi tlačni lok formirali iz treh razpor (dve naklonski razpori, ki sta nagnjeni druga proti drugi za kot  $66^\circ$  in povezani z vodoravno razporo). Višino loka bi lahko določili s pomočjo izračuna ročice notranje sile po izrazih Leonhardta. V spodnjem delu paličja se zaradi desne drsne podpore formira vez, ki prevzame natege.



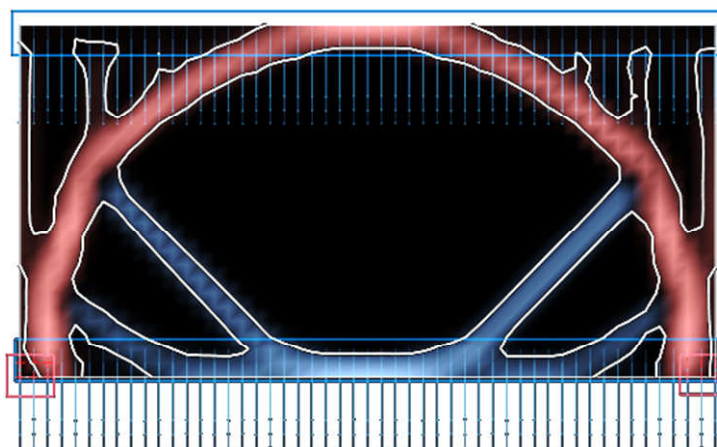
Slika 4- 37: Topološka optimizacija za prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen z linijsko obtežbo

Pri primeru na sliki 4-38 ( $\frac{l}{d} = 1,0$ ) so razpore, ki prenašajo tlačne obremenitve, orientirane v smeri glavnih normalnih napetosti iz elastične analize. Prenos obtežbe je direkten. Zaradi leve drsne podpore se tvorijo natezne napetosti na spodnjem robu nosilca, katere prevzamemo z natezno vezjo. Naklonski kot med vezjo in razporo znaša  $66^\circ$  in je večji od priporočenih  $45^\circ$ . Rezultat topološke optimizacije je skoraj enak tistemu s programom ForcePad 2.



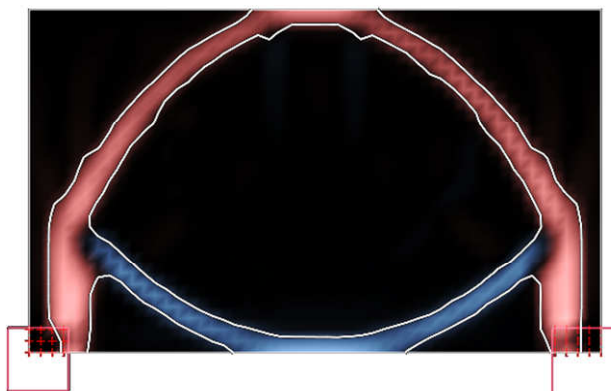
Slika 4- 38: Topološka optimizacija za prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen s točkovno silo na sredini razpona

Tretji primer je prikazan na sliki 4-39. Gre za prostoležeči stenasti nosilec ( $\frac{l}{d} = 2,0$ ), obremenjen z linijsko obtežbo na zgornjem in spodnjem robu. Rezultati optimizacije so zelo podobni primeru, kjer imamo obremenitev z linijsko obtežbo samo na zgornjem robu (tlačne obremenitve prevzame tlačni lok, v spodnjem pasu pa se tvori vodoravna natezna vez). V tem primeru, ko imamo obremenjen tudi spodnji rob nosilca, pa je tlačni lok nekoliko bolj izrazit in je podoben polkrogu. Obtežba na spodnjem robu očitno spremeni napetostno stanje do te mere, da spremeni obliko loka in povzroči še formiranje naklonskih vezi, s katerimi prevzamemo natezne napetosti. Konstrukcija spominja na nekakšen most, kjer se preko nateznih vezi na tlačni lok obeša spodnja linijska obtežba.



Slika 4- 39: Topološka optimizacija za prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen z linijsko obtežbo na zgornjem in spodnjem robu

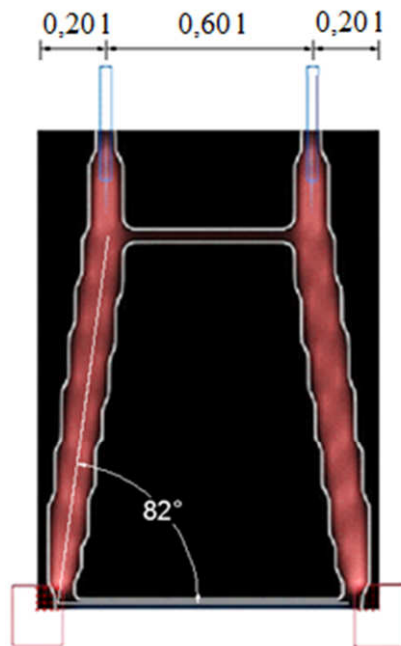
Naslednji primer je prikazan na sliki 4-40. Gre za prostoležeči stenasti nosilec ( $\frac{l}{d} = 1,5$ ), obremenjen z lastno težo. Obremenitev se prenaša preko tlačnega loka do podpor. V spodnjem delu nosilca natezne napetosti prevzamemo z vezjo, ki pa ni vodoravna. Rezultat topološke optimizacije nam za ta primer ni najbolj všeč, zato rajši upoštevamo tistega iz programa ForcePad 2.



Slika 4- 40: Topološka optimizacija za prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen z lastno težo



Zadnji primer je prikazan na sliki 4-41. Obravnavamo prostoležeči stenasti nosilec ( $\frac{l}{d} = 0,65$ ), obremenjen s točkovnima silama. Točkovni sili se prenašata preko vertikalnih tlačnih razpor na tlačni okvir, ki je sestavljen iz dveh naklonskih razpor, ki sta povezani s horizontalno razporo (njena dolžina je enaka razdalji med točkovnima silama). Zaradi desne drsne podpore se tvorijo natezne napetosti na spodnjem robu nosilca, katere prevzamemo z natezno vezjo. Razdalja med osema natezne vezi in tlačne horizontalne razpore je enaka ročici notranjih sil  $z$ . Naklonski kot med vezjo in razporo znaša  $82^\circ$ . Rezultat topološke optimizacije je zelo podoben rezultatom programa ForcePad2.

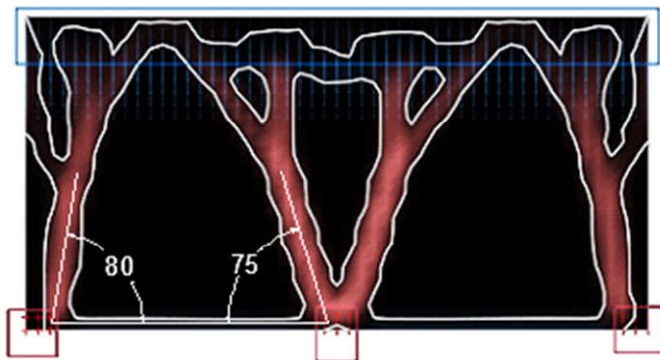


Slika 4- 41: Topološka optimizacija za prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen s točkovnima silama

#### 4.2.5.2 Stenasti nosilci preko večih polj

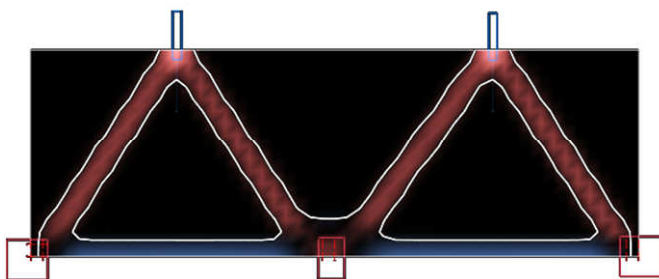
Primeri topološke optimizacije za stenaste nosilce preko večih polj sta prikazana na slikah 4-42 in 4-43.

Prvi obravnavani primer je prikazan na sliki 4-42. Nosilec ( $\frac{l}{d} = 1,0$ ) je podprt z eno nepomično (levi rob) in dvema pomičnima podporama. Preko obeh polj nosilca se tvori tlačni lok, ki prenaša obtežbo do podpor. Pri izbiri nadomestnega modela paličja bi lahko tlačni lok formirali iz treh razpor (dveh naklonskih razpor, nagnjenih druga proti drugi pod različnima kotoma in povezani z vodoravno razporo). Višino loka oziroma lego vodoravne razpore bi lahko določili z izračunom ročice notranjih sil po izrazih Leonhardta. Lahko pa bi tudi za pripravo nadomestnega paličja sledili optimizaciji s slike 4-42. Natezne napetosti v spodnjem pasu prevzamemo z natezno vezjo v vsakem polju nosilca. Natege nad srednjo podporo bi prevzeli z dodatno vezjo, ki povezuje oba tlačna loka.



Slika 4- 42: Topološka optimizacija za kontinuirani prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen z linijsko obtežbo po celotni dolžini

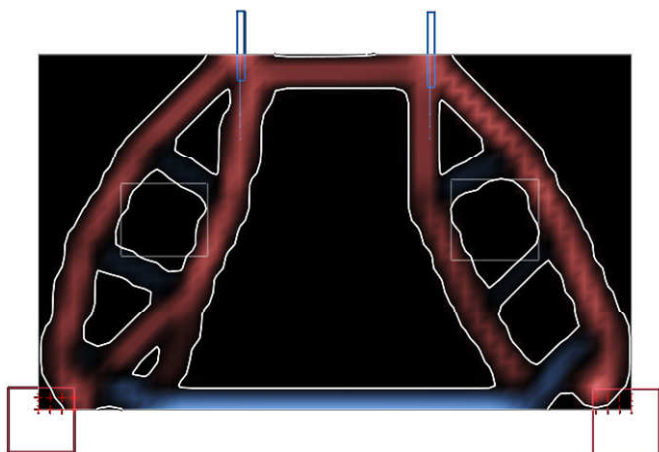
V primeru s slike 4-43 ( $\frac{l}{a} = 1,6$ ) so rezultati topološke optimizacije zelo podobne tistim s programom ForcePad 2, zato žal tudi tu ne dobimo pričakovane natezne vezi nad srednjo podporo.



Slika 4- 43: Topološka optimizacija za kontinuirani stenasti nosilec na stebrih, obremenjen s točkovnima silama v sredinah razpona

#### 4.2.5.3 Stenasti nosilci z odprtinami

Nosilec na sliki 4-44 ( $\frac{l}{a} = 1,6$ ) je simetrično obremenjen s točkovnima silama. Rezultati se skoraj povsem ujemajo z rezultati iz programa ForcePad 2.



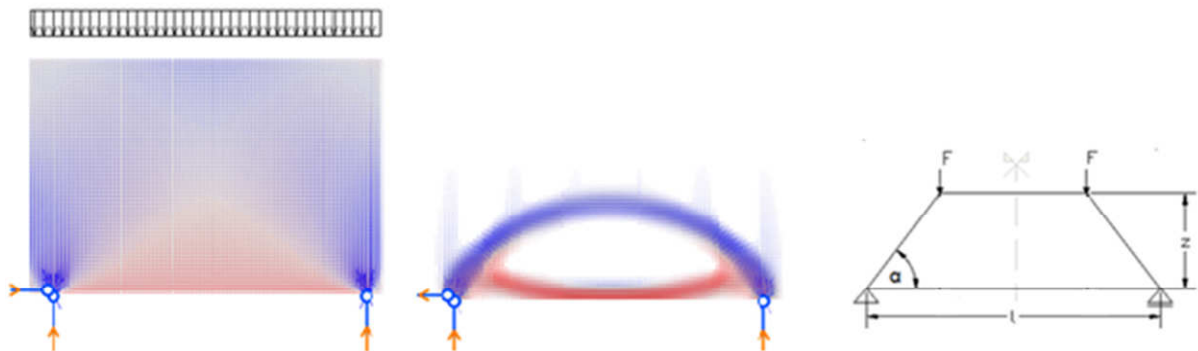
Slika 4- 44: Topološka optimizacija za prostoležeči stenasti nosilec s kvadratnima odprtinama

## 5 KORAKI PRI PROJEKTIRANJU Z METODO VEZI IN RAZPOR

### 5.1 Izbira nadomestnega paličja

Pri izbiri modela nadomestnega paličja se je potrebno zavedati, da izbran model ustreza oz. pripada le določenemu obtežnemu primeru. Celo za isti obtežni primer je možno določiti več ustreznih modelov.

V splošnem poznamo več načinov za formiranje modela nadomestnega paličja. Mi si bomo pri iskanju pravega modela pomagali s trajektorijami glavnih napetosti iz elastične analize, s topološko optimizacijo in tipičnimi primeri iz literature. Naša naloga je izbrati primeren model, s katerim zagotovimo učinkovit prenos obtežbe. Če nam je v pomoč slika trajektorij glavnih napetosti (potek napetosti kaže pot, po kateri se obtežba prenaša do podpor), razpore postavimo na mesta največjih tlakov vzporedno z linijami glavnih napetosti, vezi pa na mesta največjih nategov. Primernejši so modeli z majhnim številom vezi in razpor.

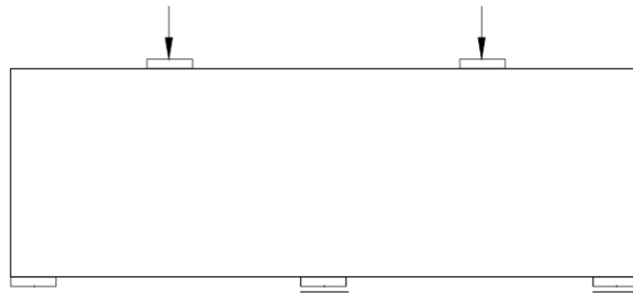


Slika 5- 1: Postopek določevanja modela nadomestnega paličja s programom ForcePad 2

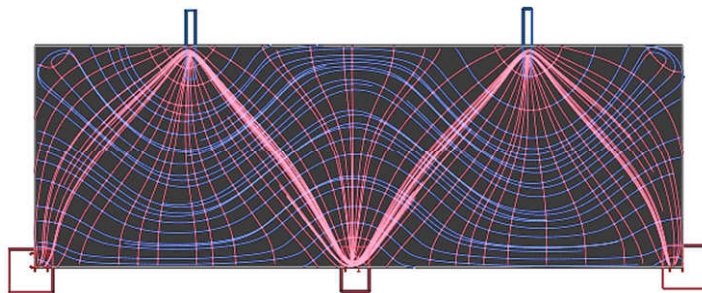
Pri izbiri modela paličja je priporočljivo primerjati rezultate topološke optimizacije s sliko poteka glavnih napetosti po elementu. Lahko se zgodi, da optimizacijski program ignorira določene napetosti, ki niso velike, in tam material izloči. V takih situacijah je priporočljivo primerjati rezultate različnih optimizacij in, če se nam zdi potrebno, model primerno dopolniti. Tako bomo za določitev primernega nadomestnega modela paličja postopali na naslednji način:

- s pomočjo programov ForcePad 2 ali TopoStruct bomo dobili sliko poteka glavnih napetosti po elementu,
- s programoma ForcePad 2 ali TopoStruct izvršili topološko optimizacijo ter s tem dobili idejo o obliki modela,
- določili ustrezen nadomestni model paličja na podlagi ocene dobljenih rezultatov,
- definirali natančne medsebojne lege posameznih elementov paličja (kote in razdalje).

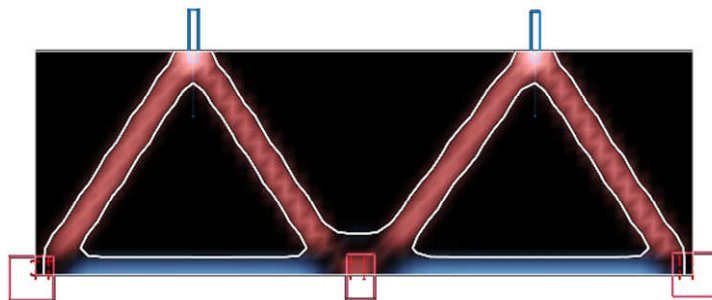
Za primer nosilca preko dveh polj s slike 5-2 je postopek določevanja modela z vezmi in razporami prikazan na slikah 5-3, 5-4 in 5-5.



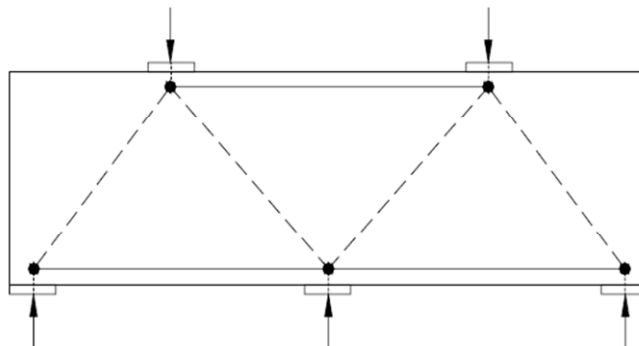
Slika 5- 2: Kontinuirani stenasti nosilec obremenjen s točkovnimi silama



Slika 5- 3: Trajektorije glavnih normalnih napetosti iz programa TopoStruct



Slika 5- 4: Rezultat topološke optimizacije s programom TopoStruct

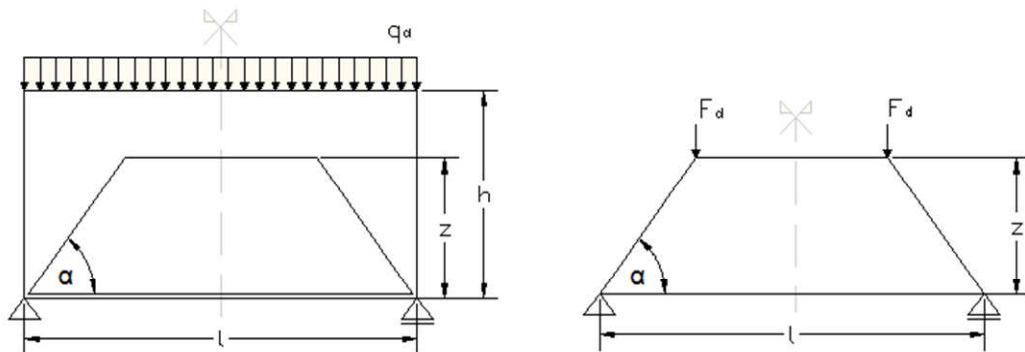


Slika 5- 5: Izbran model nadomestnega paličja

## 5.2 Izračun notranjih sil v paličju

Paličje je ena izmed standardnih inženirskih konstrukcijskih oblik, ki omogoča praktične in ekonomične rešitve za določene tipe konstrukcij. Paličje sestavljajo palice (ravni elementi), ki se stikajo v vozliščih. Edina obtežba takega modela je točkovna in deluje v vozliščih. Če imamo konstrukcijo, ki je obremenjena z linijsko obtežbo in za njo uporabimo nadomestni model paličja, moramo zvezno obtežbo pretvoriti v ekvivalentno točkovno. Tako so edine notranje sile, ki nastopajo v paličju, osne sile.

Na sliki 5-6 je prikazano nadomestno paličje za prostoležeči stenasti nosilec z linijsko obtežbo, kjer so:  $q_d$  - porazdeljena obtežba [kN/m],  $F_d$  – nadomestna točkovna obtežba [kN],  $F_d = q_d \cdot \frac{l}{2}$ .



Slika 5- 6: Nadomestni model paličja za stenasti nosilec obremenjen z linijsko obtežbo

Poznamo ravninsko in prostorsko paličje. Za ravninske palične konstrukcije v splošnem velja, da morajo biti palice povezane v trikotno mrežo. S tem se izognemo nepravilni zasnovi, kot je pravokotnik, ki je pri členkasti povezavi palic labilen. Glede na obremenitve in samo obliko paličja (prenos obtežbe) so palice obremenjene tlačno ali natežno.

Za izračun notranjih statičnih količin moramo najprej ugotoviti, kakšna je stopnja statične nedoločenosti paličja, saj bo od tega odvisen postopek izračuna. Stopnja statične nedoločenosti je definirana z enačbo:  $n = N - E$ , kjer je  $E$  število ravnotežnih enačb,  $N$  pa število neznanih sil.

Zgornja enačba ima 3 možne rešitve:

- če je  $n > 0$  je konstrukcija  $n$ -krat statično nedoločena,
- če je  $n = 0$  je konstrukcija statično določena,
- če je  $n < 0$  je konstrukcija  $n$ -krat predoločena.

Za izračun stopnje statične nedoločenosti poljubnega paličja bi morali izrezati vozlišča, sešteti neznanne sile (reakcije in notranje sile) in vsoti odšteti število ravnotežnih enačb. Da ne izgubljammo časa, lahko uporabimo enostavno enačbo za določitev stopnje statične nedoločenosti ravninskega paličja:

$$n = K - 2v - r \quad (9)$$

kjer so:  $n$  - stopnja statične nedoločenosti,  $K$  - število palic,  $v$  - število nepodprtih vozlišč,  $r$  - število podpor, ki paličju odvzamejo 1 prostostno stopnjo.

V primeru, da je izbran model paličja statično nedoločen ( $n > 0$ ), moramo upoštevati, da se obtežba deli v razmerju togosti ter primer analizirati z upoštevanjem nelinearnega obnašanja materiala. Če za naše paličje izračunamo, da je konstrukcija predoločena oziroma nestabilna ( $n < 0$ ), lahko dodamo potrebno število tlačnih diagonalnih elementov, da bo sistem statično določen. To lahko storimo v primeru, ko je zagotovljena duktilnost sistema. Takrat lahko vzamemo pravokotno paličje, ki je labilno, vendar že manjši premiki aktivirajo tlačno diagonalo v betonu, ki stabilizira paličje. V primeru statično predločenega paličja lahko tvorimo poljubno število tlačnih diagonal, dokler ne dobimo statično določene konstrukcije. Dodani elementi tvorijo ustrezen model, hkrati pa v njih ne nastopajo za dimenzioniranje merodajne sile.

V našem interesu je, da je izbran model statično določen. V tem primeru bo prenos obtežbe učinkovit, model pa bo pri poljubni obtežbi miroval. Za tak primer lahko enostavno izračunamo notranje sile (peš račun ali program), ki so merodajne za dimenzioniranje. Reakcije v podporah in osne sile v elementih paličja lahko določimo na različne načine:

- z izrezovanjem vozlišč,
- razrezom paličja na dva dela,
- s kombiniranimi metodami in
- z metodo končnih elementov.

### 5.3 Dimenzioniranje vezi

#### 5.3.1 Splošno

Vezi so elementi modela nadomestnega paličja, s katerimi prevzamemo natezne obremenitve in omejimo razvoj preširokih razpok. To so vzdolžna armatura, ortogonalna armatura, stremena, detajlna armatura in podobno. Poleg zagotavljanja minimalne potrebne armature za prevzem natezних obremenitev, je posebno pozornost potrebno nameniti samemu prenosu natezних sil iz armature na beton. V primeru neprimerne sidranja se lahko zgodi, da pride do porušitve konstrukcije ali njenega dela že pri obremenitvah, ki so manjše od projektne. Pri računu potrebne armature upoštevamo delne varnostne faktorje materiala in obtežbe.

Poglejmo si dimenzioniranje vezi na primeru stenastega nosilca.

#### 5.3.2 Primer: Določitev potrebne armature v vezeh stenastih nosilcev

##### 5.3.2.1 Glavna vzdolžna armatura v polju in nad podporo

Naj bo:  $N_{sd}$  – projektna sila v vezi (natezna palica) [kN],

$f_{yd}$  - projektna meja elastičnosti uporabljenega jekla [kN/cm<sup>2</sup>],

$A_{s,potr.}$  - potrebna armatura [cm<sup>2</sup>],

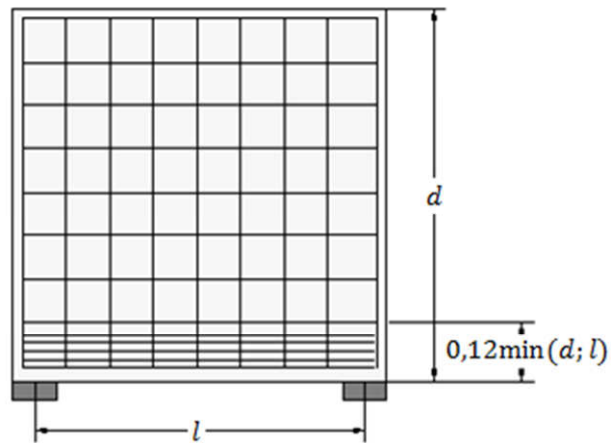
$A_{s,izb.}$  - izbrana armatura [cm<sup>2</sup>],

$$A_{s,potr.} = \frac{N_{sd}}{f_{yd}}.$$

Pri izbiri ustrezne armature moramo zadostiti pogoju:

$$A_{s,izb.} \geq A_{s,potr.} \quad (10)$$

Po priporočilu CEB-FIP MC 1990 (slika 5-7) armaturo v polju razvrstimo po celotni dolžini nosilca na višini  $0,12\min(d; l)$ . Armaturo je potrebno zasidrati za celotno silo, ki zagotavlja ravnotežje v vozlišču, s krivljenjem palic, z uporabo U zank ali s posebnimi napravami za sidranje, razen če je na razpolago zadostna dolžina med vozliščem in koncem nosilca, ki omogoča sidrno dolžino  $l_{bd}$ .



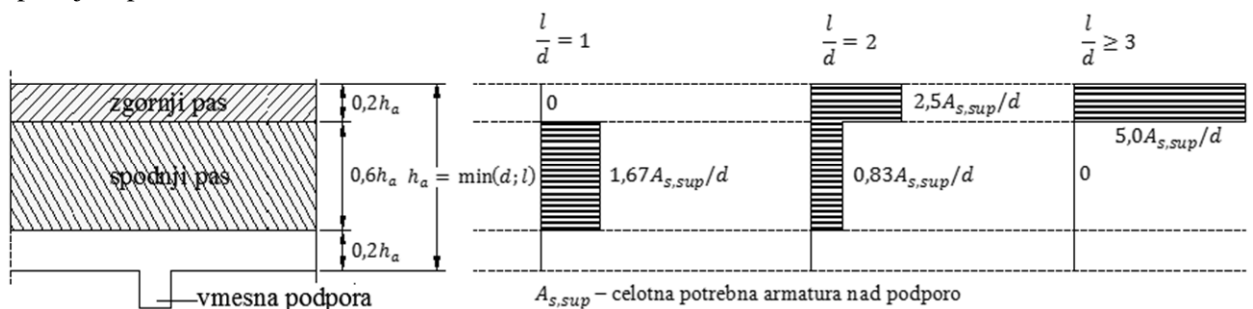
Slika 5- 7 (Povzeto): Lega glavne vzdolžne armature po predpisih CEB-FIP MC 1990

Pri kontinuiranih nosilcih je potrebna vzdolžna armatura nad vmesno podporo. Pri tem si lahko pomagamo z modelnimi predpisi (CEB-FIP MC 1990, Leonhardt, ...). Razpored armature je odvisen od vzdolžnih natezih napetosti. Potek napetosti je odvisen od razmerja med razponom in višino nosilca. Dejanski nelinearen potek napetosti poenostavimo tako, kot je prikazano na spodnjih slikah in si s tem olajšamo delo pri določanju potrebne armature, ki jo nato vodimo  $0,4\min[d; l]$  na vsako stran podpore.

Potrebno količino vzdolžne armature nad podporo določimo z izračunom notranjih sil v paličju:  $A_{s,B} = A_{s,potr.} = \frac{N_{sd}}{f_{yd}}$ , kjer sta:  $N_{sd}$  - projektna natezna osna sila v paliči nad podporo,  $f_{yd}$  - projektna meja elastičnosti izbrane armature.

• **Vzdolžna armatura nad vmesno podporo po CEB-FIP MC 1990**

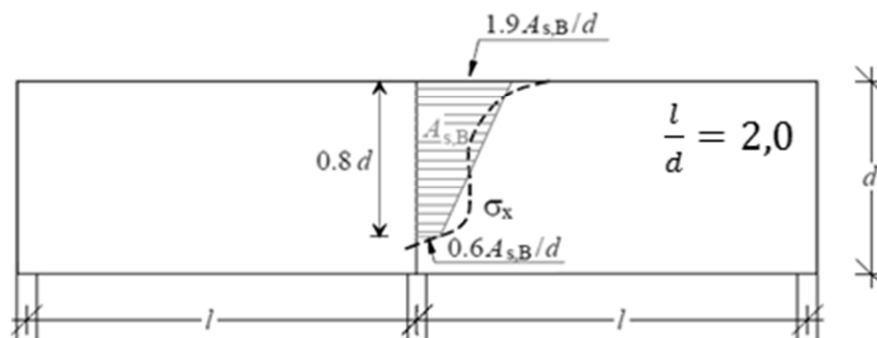
Slika 5-8 prikazuje različno razporeditev armature nad vmesno podporo za tri tipična razmerja  $\frac{l}{d}$ . Za stenaste nosilce z višjim razmerjem, damo več vzdolžne armature v zgornji pas nosilca, za nosilce z nizkim razmerjem pa ugotovimo, da se vsa armatura nad vmesno podporo teoretično nahaja le v spodnjem pasu.



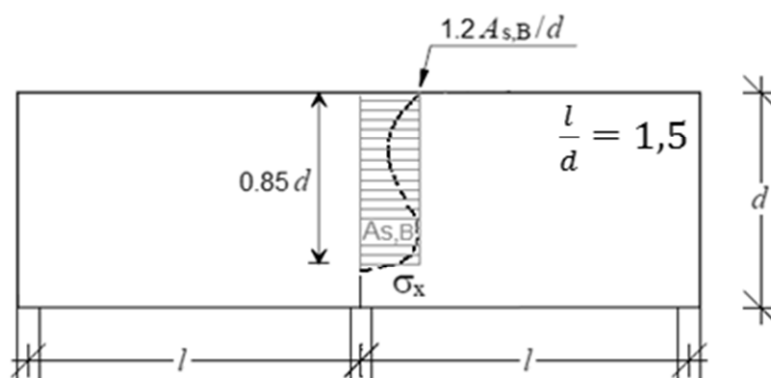
Slika 5- 8 (Povzeto): Armaturo nad vmesno podporo po predpisih CEB-FIP MC 1990

- **Vzdolžna armaturo nad vmesno podporo po Leonhardt**

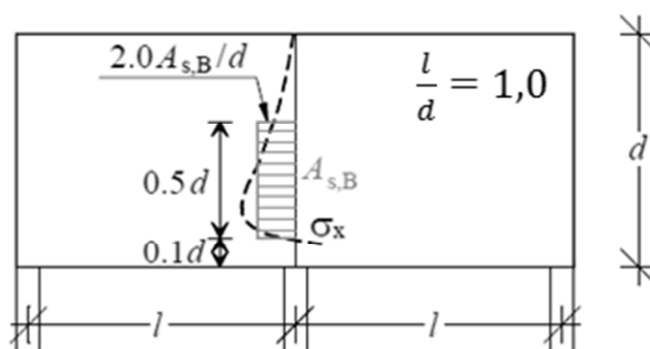
Slike 5-9, 5-10 in 5-11 prikazujejo stenaste nosilce preko dveh polj. Nosilci se razlikujejo glede na razmerje med razponom in višino nosilca. Za različna razmerja ( $\frac{l}{d}$ ) imamo nad vmesno podporo različni potek glavnih normalnih nateznih napetosti, ki jih prevzamemo z ustrezno razporejeno vzdolžno armaturo. Določen potek napetosti zahteva določeno razporeditev vzdolžne armature.



Slika 5- 9: Dejanski potek glavnih normalnih nateznih napetosti nad vmesno podporo. Armaturne palice (armatura se z višino gosti) razporedimo po višini  $0,8d$  (Katedra za masivne in lesene konstrukcije, UL FGG)



Slika 5- 10: Dejanski potek glavnih normalnih nateznih napetosti nad vmesno podporo. Armaturne palice enakomerno razporedimo po višini  $0,8d$  (Katedra za masivne in lesene konstrukcije, UL FGG)



Slika 5- 11: Dejanski potek glavnih normalnih nateznih napetosti nad vmesno podporo. Armaturne palice enakomerno razporedimo po višini  $0,5d$  (Katedra za masivne in lesene konstrukcije, UL FGG)



### 5.3.2.2 Ortogonalna armatura

Stenasti nosilci morajo biti po določilih iz SIST EN 1992-1-1:2005 (točka 9.7) izvedeni z ortogonalno armaturno mrežo v bližini obeh površin z najmanjšim prerezom:

$$A_{s,dbmin} = \max\left[1,5 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}; 0,001A_c\right] \text{ (na vsaki strani in vsaki smeri)} \quad (11)$$

Pri tem so:  $A_c$  - prečni prerez stenastega nosilca na meter dolžine [ $\text{cm}^2$ ],  $A_{s,dbmin}$  - potrebna minimalna količina ortogonalne armature na lice elementa,  $b$  - debelina nosilca.

Izbrano ortogonalno armaturo je potrebno preveriti na prečne natezne napetosti.

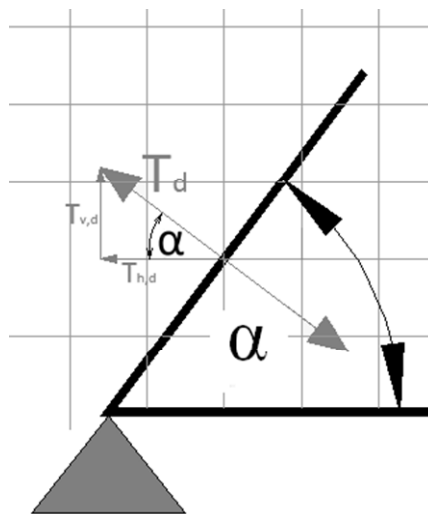
### 5.3.2.3 Kontrola Q mreže na prečno natezno silo T

Prečno natezno silo določimo s pomočjo izrazov v SIST EN 1992-1-1:2005 (točka 6.5.3). Ortogonalno armaturno mrežo ( $A_{s,dbmin}$ ) lahko preverimo na prečno natezno silo na dva načina:

1. **način:** Silo  $T_d$  [ $kN$ ] razdelimo na komponenti:

$$T_{h,d} = T_d \sin \alpha \quad (12)$$

$$T_{v,d} = T_d \cos \alpha \quad (13)$$



Slika 5- 12: Komponente prečne natezne sile T

Izračun potrebne količine armature [ $\text{cm}^2/\text{m}$ ] za prevzem prečne natezne sile je:

$$\text{v horizontalni smeri: } A_{sT,h} = \frac{T_{h,d}}{f_{yd}} \quad (14)$$

$$\text{v vertikalni smeri: } A_{sT,vert.} = \frac{T_{v,d}}{f_{yd}} \quad (15)$$

Pri tem je:  $h$  - ocenjena dolžina diskontinuitete v razpori.

Za Q mreže velja, da imajo enako količino armature na enoto dolžine v obeh smereh. Za izbrano mrežo mora biti izpolnjena zahteva:

$$A_{sT,potr.} = \max[A_{sT,h}; A_{sT,v.}] \quad (16)$$

$$A_{s,dbmin} \geq A_{sT,potr.} \quad (17)$$

V primeru, da se kontrola ne izide, izračunamo dodatno armaturo na lice elementa:

$$\Delta A_{sT,h} = A_{sT,h} - A_{s,dbmin} \quad (18)$$

$$\Delta A_{sT,v} = A_{sT,v} - A_{s,dbmin} \quad (19)$$

kjer sta:

$\Delta A_{sT,h}$  - armatura, ki jo dodamo k osnovni ortogonalni mreži kot horizontalne armaturne palice in

$\Delta A_{sT,v}$  - armatura, ki jo dodamo k osnovni ortogonalni mreži kot vertikalne armaturne palice.

**2. način:** Izračun potrebne armature [ $\text{cm}^2/\text{m}$ ] v smeri sile  $T_d$  je:

$$A_{sT,potr.} = \frac{\frac{T_d}{h}}{f_{yd}} \quad (20)$$

Prispevek palic ortogonalne armature v smeri sile  $T_d$ :

$$A_h = A_Q \sin \alpha \quad (21)$$

$$A_v = A_Q \cos \alpha \quad (22)$$

$$A_h + A_v \geq A_{sT,potr.} \quad (23)$$

kjer so:

$A_h$  - prispevek horizontalnih palic ortogonalne mreže na tekoči meter,

$A_v$  - prispevek vertikalnih palic ortogonalne mreže na tekoči meter in

$A_Q$  - armatura izbrane ortogonalne mreže.

Če zgornji pogoj ni izpolnjen, je potrebna dodatna armatura na lice elementa:

$$\Delta A_{sT,potr.} = A_{sT,potr.} - (A_h + A_v) \quad (24)$$

Dodatno armaturo damo k obstoječi Q mreži kot armaturne palice v smeri natezne sile  $T_d$ .

V primeru, da izbrana ortogonalna mreža ( $A_{s,dbmin}$ ) ne more prevzeti prečne natezne sile, lahko izračunamo potrebno armaturo za prevzem te sile in jo dodamo k obstoječi mreži. To ni najboljša rešitev iz vidika ekonomičnosti, smo pa vsekakor na varni strani.

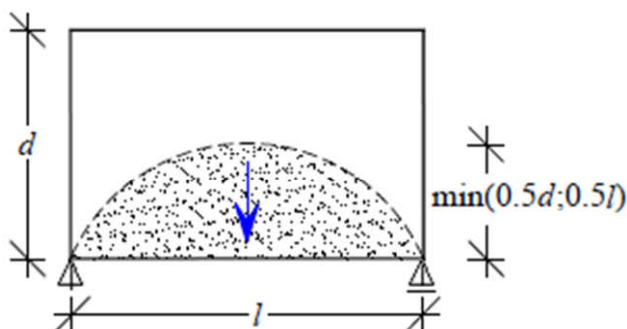
### 5.3.2.4 Armatura za obešanje obtežbe na spodnjem delu nosilca

Armatura za obešanje oziroma stremenska armatura [ $\text{cm}^2/\text{m}$ ] prevzame natezne sile, ki so posledica obtežbe na spodnjem robu nosilca. Izvedemo jo z dvostržnimi stremeni:

$$A_{sw,obes,potr.} = \frac{q_{d,sp}}{2f_{yd}} \quad (25)$$

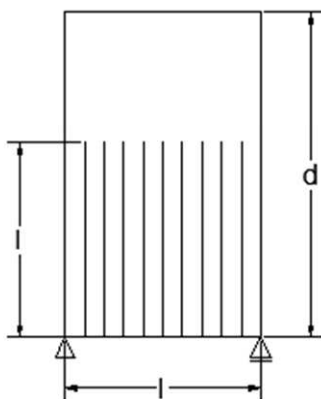
kjer je:  $q_{d,sp}$  - projektna obtežba na spodnjem robu stenastega nosilca.

Projektna obtežba na spodnjem robu je sestavljena iz lastne teže, stalne obtežbe in koristne obtežbe.

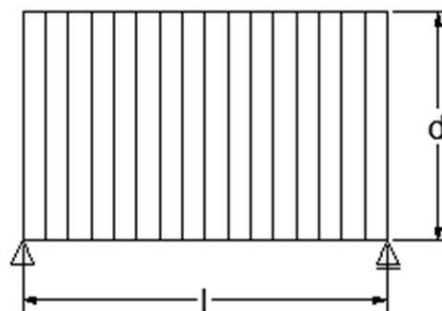


Slika 5- 13: Vpliv lastne teže na spodnji rob stenastega nosilca (Katedra za masivne in lesene konstrukcije, UL FGG)

Višina, do katere vodimo obešalno armaturo, je odvisna od razpona in višine stenastega nosilca:



Slika 5- 14: Stremena vodimo do višine l, če velja  $d > l$



Slika 5- 15: Stremena vodimo do višine d, če velja  $d < l$

### 5.3.2.5 Medsebojne oddaljenosti armaturnih palic

Najmanjša svetla horizontalna oziroma vertikalna medsebojna oddaljenost  $a_{min}$  posameznih vzporednih palic ali leg vzporednih palic s premerom  $\emptyset$ , je v SIST EN 1992-1-1:2005 (točka 8.2) določena z izrazom:

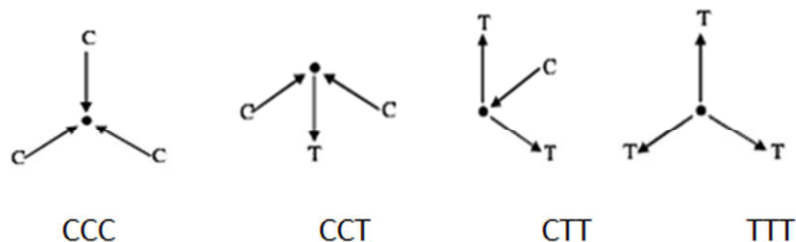
$$a_{min} = \max[\emptyset; d_g + 5 \text{ mm}; 20 \text{ mm}] \quad (26)$$

kjer sta:  $\emptyset$  - premer armaturne palice in  $d_g$  - premer največjega zrna agregata.

## 5.4 Vozlišča

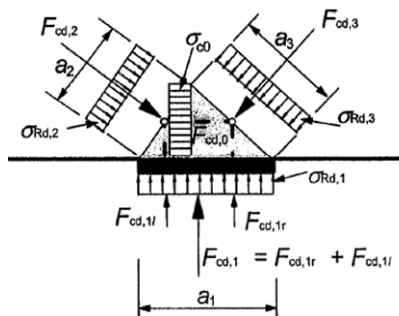
### 5.4.1 Splošno

Vozlišča predstavljajo presečiščne točke treh ali več elementov paličja, kjer se srečajo sile enakega ali različnega predznaka, za katere velja, da morajo biti v ravnotežju. Poznamo štiri tipe klasičnih vozlišč, ki so prikazana na sliki 5-16 (s črko C označujemo tlačno silo, s črko T pa natezno silo v priključenem elementu). Ostali primeri vozlišč so manj pogosti in so navadno kombinacije klasičnih.



Slika 5- 16: Shematski prikaz različnih tipov vozlišč (Nagarajan/Pillai, 2008: str. 642)

Najprej definiramo območja vozlišč in določimo njihove dimenzije. Za določitev višine vozlišča moramo poznati medsebojne razdalje armaturnih palic in debelino krovnega sloja betona. Širino vozlišča pa določimo glede na širino podpore. Geometrija vozlišča mora biti takšna, da obremenitev deluje v težišču stranice vozlišča, pri čemer smer sile ne deluje nujno pravokotno na mejno stranico vozlišča. Napetosti po mejnih območjih vozlišča so predpostavljene kot konstantne. V nadaljevanju določimo tlačno odpornost betonskega vozlišča, ki je odvisna od vrste oziroma obremenitve vozlišča (slike 5-17 do 5-19).



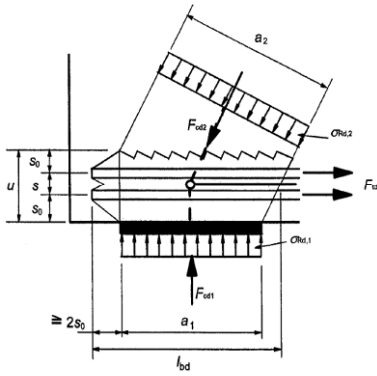
Tlačna odpornost vozlišča:

$$\sigma_{Rd,max} = 1,0v'f_{cd}$$

$$v' = 1 - \frac{f_{ck}[MPa]}{250}$$

Slika 5- 17: Tlačno obremenjeno vozlišče brez vezi (SIST EN 1992-1-1:2005, str. 111)

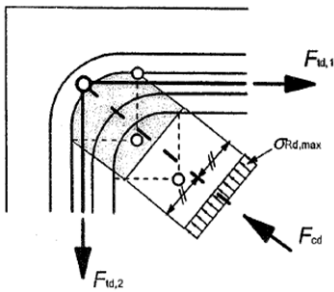
V primeru, ko skozi vozlišče poteka natezna armatura, se napetostno stanje in s tem tlačna odpornost vozlišča spremeni. V območju delovanja nateznih sil obstaja možnost, da betona razpoka, zato za ta območja veljajo strožje kontrole napetosti (sliki 5-18 in 5-19).



Tlačna odpornost vozlišča:

$$\sigma_{Rd,max} = 0,85v'f_{cd}$$
$$v' = 1 - \frac{f_{ck}[MPa]}{250}$$

Slika 5- 18: Tlačno in natežno obremenjeno vozlišče z natežno armaturo v eni smeri (SIST EN 1992-1-1:2005, str. 112)



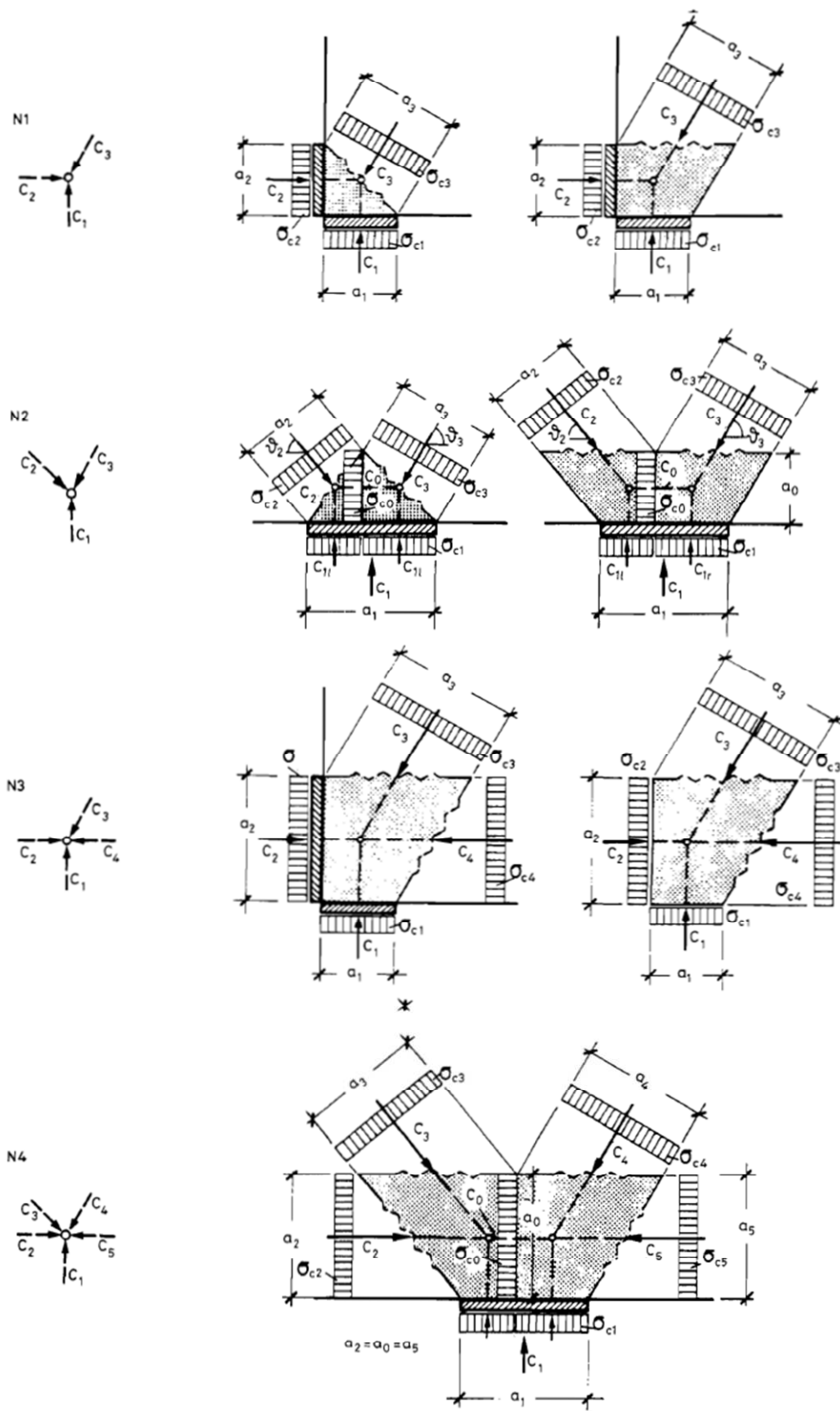
Tlačna odpornost vozlišča:

$$\sigma_{Rd,max} = 0,75v'f_{cd}$$
$$v' = 1 - \frac{f_{ck}[MPa]}{250}$$

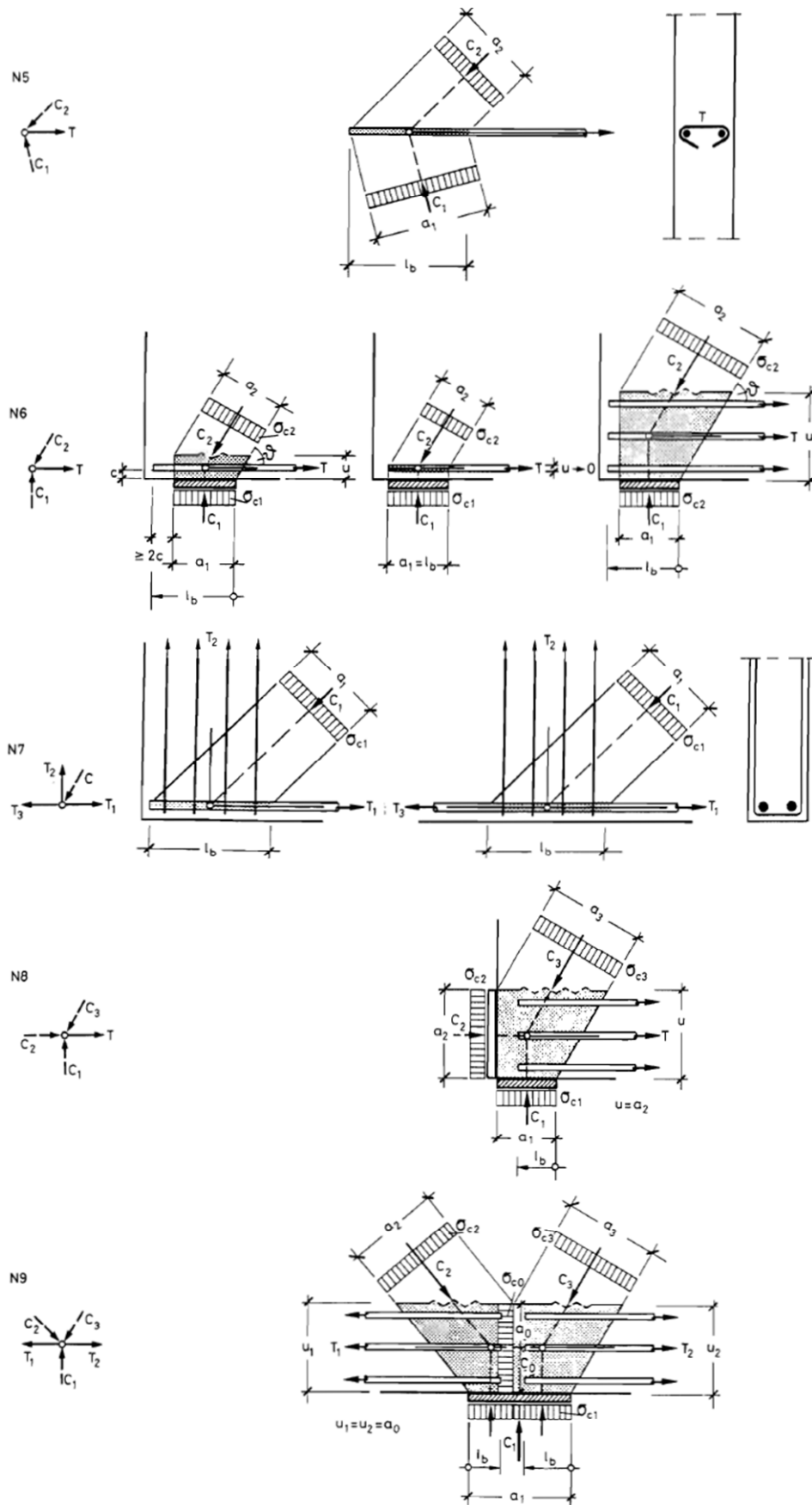
Slika 5- 19: Tlačno in natežno obremenjeno vozlišče z natežno armaturo v dveh smereh (SIST EN 1992-1-1:2005, str. 112)

Pri obravnavi vozlišč moramo torej:

- definirati območja vozlišč,
- določiti geometrijo oziroma dimenzije vozlišča,
- glede na tip vozlišča (oziroma obremenitve) določiti tlačno odpornost vozlišča,
- izvesti kontrolo napetosti in
- določiti ustrezno sidrno dolžino armaturnih palic, ko ne gre za le tlačno obremenjeno vozlišče.



Slika 5- 20: Primeri tlačno obremenjenega vozlišča (Schlaich/Schäfer, 1991: str. 117)



Slika 5- 21: Primeri tlačno in natežno obremenjenega vozlišča (Schlaich./Schäfer, 1991: str. 118)

### 5.4.2 Določitev dimenzij vozlišča

- Krovni sloj betona (SIST EN 1992-1-1:2005, točka 4.4.1 )

Nazivni krovni sloj betona je določen kot vsota najmanjšega krovnega sloja  $c_{min}$  in dovoljenega odstopanja  $\Delta c_{dev}$ :

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} \quad (27)$$

Najmanjši krovni sloj je določen z enačbo:

$$c_{min} = \max[c_{min,b}; c_{min,dur} + \Delta c_{dur,\gamma} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add}; 10] \quad (28)$$

pri tem so:

$\Delta c_{dev} = 10$  mm,

$c_{min,b}$  - najmanjša debelina krovnega sloja glede na zahteve prijemnosti ( $c_{min,b} = \emptyset$  palice),

$c_{min,dur}$  - najmanjša debelina krovnega sloja glede na pogoje okolja (za izbran razred izpostavljenosti X0 in XC1 ter razred konstrukcije S4, ustreza:  $c_{min,dur} = 15$  mm),

$\Delta c_{dur,\gamma}$  - dodatni varnostni sloj (priporočena vrednost je  $\Delta c_{dur,\gamma} = 0$ ),

$\Delta c_{dur,st}$  - zmanjšanje pri uporabi nerjavnega jekla ( $\Delta c_{dur,st} = 0$ , če jeklo ni nerjavo),

$\Delta c_{dur,add}$  - zmanjšanje pri uporabi dodatne zaščite ( $\Delta c_{dur,add} = 0$  če ni posebne zaščite).

- Razdalja med armaturnimi palicami

Najmanjša svetla horizontalna oziroma vertikalna medsebojna oddaljenost  $a_{min}$  posameznih vzporednih palic ali leg vzporednih palic s premerom  $\emptyset$  je določena z enačbo (26).

Največja dovoljena razdalja med armaturnimi palicami je po SIST EN 1992-1-1:2005 (točka 9.7):

$$a_{max} = \min[2b; 300 \text{ mm}] \quad (29)$$

kjer je:  $b$  - debelina stenastega nosilca.

- Višina vozlišča

Glede na izbran krovni sloj betona in vzdolžno armaturo lahko določimo višino vozlišča:

$$u = 2c^* + (n - 1)s \quad (30)$$

Pri tem so:

$u$  - višina vozlišča,

$c^*$  - razdalja od zunanjega roba elementa do težišča prve palice vzdolžne armature,

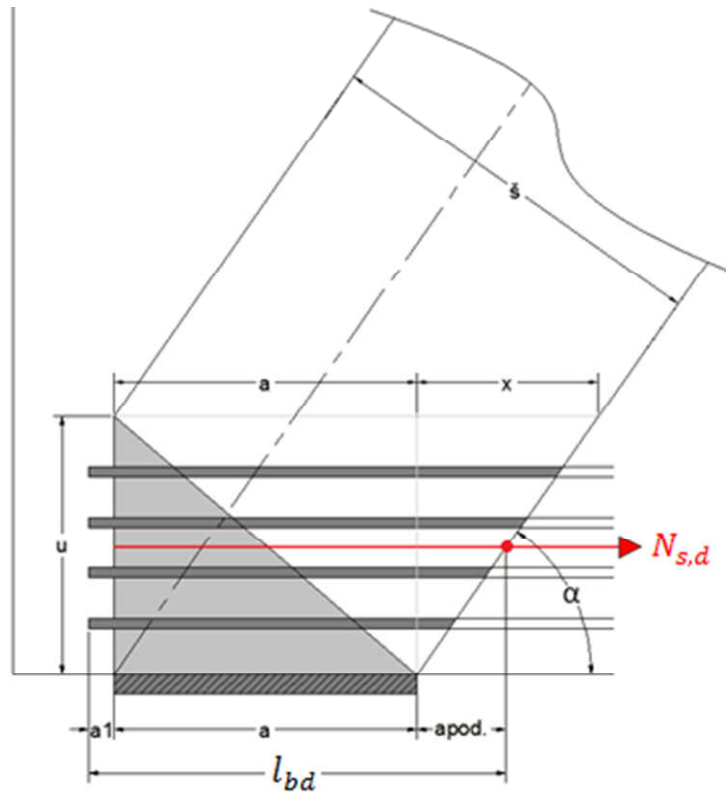
$n$  - število slojev vzdolžne armature,

$s$  - razdalja med armaturnimi palicami in

$\emptyset_s$  - premer izbrane stremenske armature.

$$c^* = c_{nom} + \emptyset_s + \frac{\emptyset}{2} (\text{vzdolžna armatura}) \quad (31)$$





Slika 5- 22: Merjenje sidrne dolžine

- Sidrna dolžina

Dolžina sidranja palic je sestavljena iz dolžine podpornega elementa  $a$ , dolžine podaljšanega vozlišča  $a_{pod.}$  in dolžine palice za vozliščem  $a_1$  in mora biti večja od projektne sidrne dolžine  $l_{bd}$ .

Veljati mora:

$$l_{bd} \leq a_1 + a + a_{pod.} \quad (32)$$

Pri tem so:

$$a_1 \geq \max\left[c^*; \frac{s}{2}\right] \quad (33)$$

$$\tan\alpha = \frac{a_1}{u} = \frac{u}{x} = \frac{\frac{u}{2}}{a_{pod.}} \quad (34)$$

$$x = \frac{u}{\tan\alpha} \quad (35)$$

$$a_{pod.} = \frac{\frac{u}{2}}{\tan\alpha} \quad (36)$$

### 5.4.3 Kontrola napetosti

Izvesti je treba naslednji kontroli napetosti:

- kontrola tlačnih napetosti nad podporo:

$$\sigma_c = \frac{R_d}{a \cdot b} \leq \sigma_{Rd,max} \quad (37)$$

- na območju stika diagonalne razpore z vozliščem:

$$\sigma_c = \frac{F_{cd}}{\check{s} \cdot b} \leq \sigma_{Rd,max} \quad (38)$$

Tlačna odpornost vozlišča  $\sigma_{Rd,max}$  je odvisna od tipa obravnavanega vozlišča (točka 5.4.1).

Pri tem so:

$R_d$  - podporna sila,

$a$  - širina podpore,

$F_{cd}$  - sila v razpori,

$\check{s}$  - širina razpore,

$b$  - debelina nosilca oziroma elementa.

### 5.4.4 Sidranje vzdolžne armature

Z ustreznim sidranjem armaturnih palic zagotovimo primeren prenos nateznih sil na beton in preprečimo vzdolžno razpokanje ter cepljenje betona. Vzdolžno armaturo običajno sidramo tako, da armaturne palice podaljšamo za vozliščem. V primeru, da območje za vozliščem ni zadosti dolgo za učinkovit prenos sil na beton, izvedemo podaljšano območje vozlišča. To je dolžina od presečišča težiščne osi armaturnih palic (os natezne sile) in težiščne osi razpore do podpornega elementa. S tem dosežemo večjo sidrno dolžino v območju, kjer se natezna sila iz armaturnih palic prenese na beton. V primeru, da kljub podaljšanemu območju vozlišča sidrna dolžina ni zadosti dolga, lahko problem rešimo na različne načine:

- povečamo dimenzije podpore,
- podporo zamaknemo od zunanega robu proti notranjosti elementa,
- armaturo sidramo s privarjenimi prečnimi palicami,
- armaturo sidramo s kljukami (krivljenje armature),
- armiramo v več slojih,
- na zunanjem robu elementa uporabimo podložko in matico.

Sidrna dolžina je določena z izrazi, ki so podani v SIST EN 1992-1-1:2005 (točka 8.4)

Osnovno sidrno dolžino ravne palice določimo z izrazom:

$$l_{b,rqd} = \frac{\Phi \sigma_{sd}}{4 f_{bd}} \quad (39)$$

Pri tem so:

$$f_{bd} = 2,25\eta_1\eta_2f_{ctd} \text{ [kN/cm}^2\text{]} \quad (40)$$

$f_{bd}$  - mejna sprijemna napetost pri rebrastih palicah,

$\sigma_{sd}$  - projektna napetost armature v mejnem stanju nosilnosti na tistem mestu, od katerega merimo sidrno dolžino,

$\eta_1$  - koeficient odvisen od pogojev sidranja,

$\eta_2$  - koeficient odvisen od premera palic,

$f_{ctd}$  - projektna natezna trdnost betona,

$\eta_1 = 1,0$  pri dobrih pogojih sidranja,

$\eta_1 = 0,7$  za vse druge primere,

$\eta_2 = 1,0$  za  $\phi \leq 32$  mm,

$\eta_2 = \frac{(132-\phi)}{100}$  za  $\phi > 32$  mm.

Izraz lahko zapišemo tudi s pomočjo osnovne sidrne dolžine  $l_{b,rqd}^*$  polno izkoriščene palice, pri kateri velja  $\sigma_{sd} = f_{yd}$ , in nivoja projektne napetosti:

$$l_{b,rqd} = \frac{\phi \cdot f_{yd} \cdot \sigma_{sd}}{4 \cdot f_{bd} \cdot f_{yd}} = l_{b,rqd}^* \frac{\sigma_{sd}}{f_{yd}} \quad (41)$$

Pri polno izkoriščenih palicah torej velja:

$$l_{b,rqd} = l_{b,rqd}^* \quad (42)$$

Projektna sidrna dolžina vzdolžne armature je določena z izrazom:

$$l_{bd} = \alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5 l_{b,rqd}^* \frac{\sigma_{sd}}{f_{yd}} \quad (43)$$

Izpolnjen mora biti pogoj:

$$\alpha_2\alpha_3\alpha_5 \geq 0,7 \quad (44)$$

Parametri  $\alpha$  in opis pogojev sidranja so opisani v SIST EN 1992-1-1 (točka 8.4.4).

Projektna sidrna dolžina  $l_{bd}$  ne sme biti manjša od minimalne sidrne dolžine  $l_{b,min}$ , ki znaša:

- za sidranje palic v natezni coni

$$l_{b,min} = \max[0,3l_{b,rqd}^*; 10\phi; 100 \text{ mm}] \quad (45)$$

- za sidranje palic v tlačni coni

$$l_{b,min} = \max[0,6l_{b,rqd}^*; 10\phi; 100 \text{ mm}] \quad (46)$$

Kontrola sidrne dolžine se izvede s preverjanjem:

$$l_{b,dej} \geq l_{bd} \quad (47)$$

$$l_{b,dej} \geq l_{b,min} \quad (48)$$

## 5.5 Razpore

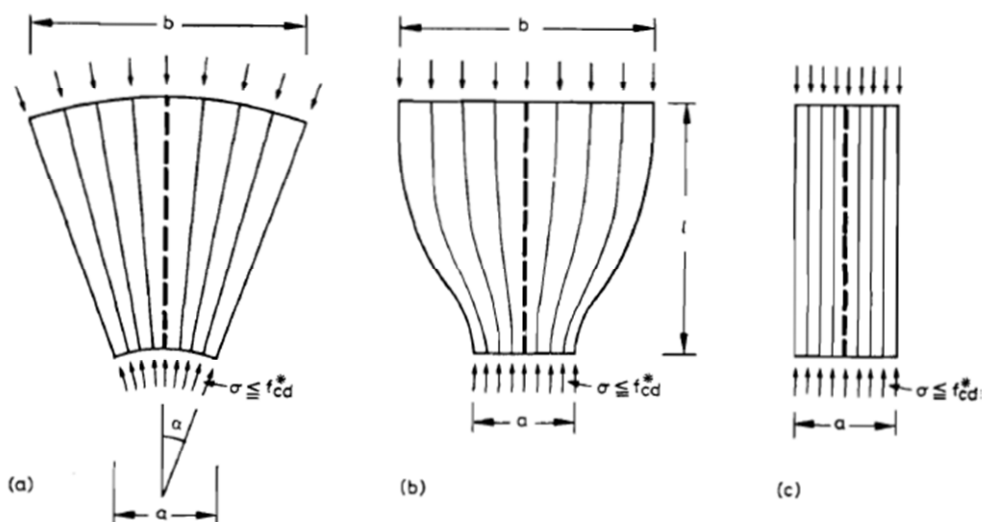
### 5.5.1 Splošno

Razpora je tlačni element, njena nosilnost pa je odvisna od tlačne trdnosti betona. V modelu nadomestnega paličja opravlja dve osnovni nalogi:

- prevzame tlačne obremenitve, ki jih povzročata upogibni moment,
- kot diagonala prenaša strižne obremenitve do podpor (diagonale so običajno vzporedne s predvideno smerjo razpok).

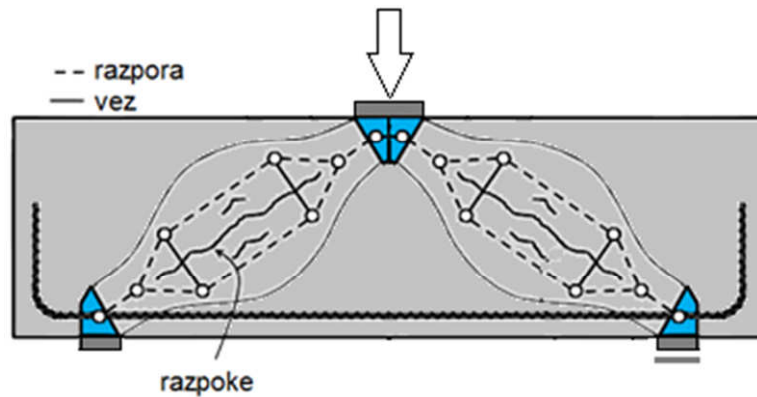
Po obliki ločimo tri vrste razpor (slika 5-23):

- pahljačasto,
- v obliki steklenice in
- prizmatično.



Slika 5- 23: Različni tipi razpor glede na obliko, ki jo narekuje tok tlačnih napetosti. Razpore v obliki pahljače in steklenice so tipična za D območja, medtem ko so razpore v obliki prizme običajne v B območjih (Schlaich/Schäfer, 1991: str. 115).

Za razpore v obliki prizme je značilno, da imajo konstanto širino po celotni dolžini, uporabljajo pa se predvsem pri kontroli B območij. To pa ne velja za razpore, katerim se širina po dolžini spreminja (veča ali manjša) in imajo izbočeno obliko podobno steklenici. Tok tlačnih napetosti se širi od mesta delovanja točkovne sile (reakcija ali zunanja sila) v notranjost betonskega elementa in se zopet zoža (vrat steklenice) na mestu delovanja točkovne sile (slika 5-24). V primeru, da je konstrukcija na nasprotnem robu enakomerno podprta ali obremenjena z linijsko obtežbo, se pravokotno na os razpore pojavijo prečne natezne napetosti. Te napetosti povzročajo razpoke, vzporedne s smerjo razpore in zmanjšujejo njeno tlačno nosilnost. Kontrolo napetosti izvršimo na mestu zožanja razpore (vrat), ker so tu napetosti največje. To je potrebno upoštevati pri dimenzioniranju oziroma pri določevanju armature.



Slika 5- 24: Primer razpore v obliki steklenice. Te razpore kontroliramo na mestu kjer so tlačne napetosti največje (ob podpori-vrat steklenice). Tu razpore obravnavamo kot prizmatično.

V primeru, da je napetostno stanje po konstrukciji bolj zapleteno, uporabimo pahljačasto razporo, za katero je značilno, da je sestavljena iz večjega števila razpor, ki se v vozlišču stikajo pod različnimi naklonskimi koti. S tem lahko bolj natančno opišemo dejansko napetostno stanje v elementu oziroma konstrukciji. Razporo take oblike lahko uporabimo v primeru, ko tok tlačnih napetosti nima izrazitejših sprememb oziroma lahko ukrivljenost trajektorij napetosti zanemarimo.

### 5.5.2 Določitev prečne natezne sile v razpori

Cepilno silo določimo na podlagi izrazov podanih v SIST EN 1992-1-1:2005 (točka 6.5.3).

Prečno natezno silo za območje z omejeno razširitvijo tlačnih napetosti ( $b \leq \frac{H}{2}$ ) določimo z izrazom:

$$T = \frac{1}{4} \frac{b - a}{b} F \quad (49)$$

Prečno natezno silo za območje z razširitvijo tlačnih napetosti brez omejitve ( $b > \frac{H}{2}$ ) določimo z izrazom:

$$T = \frac{1}{4} \left(1 - 0,7 \frac{a}{h}\right) F \quad (50)$$

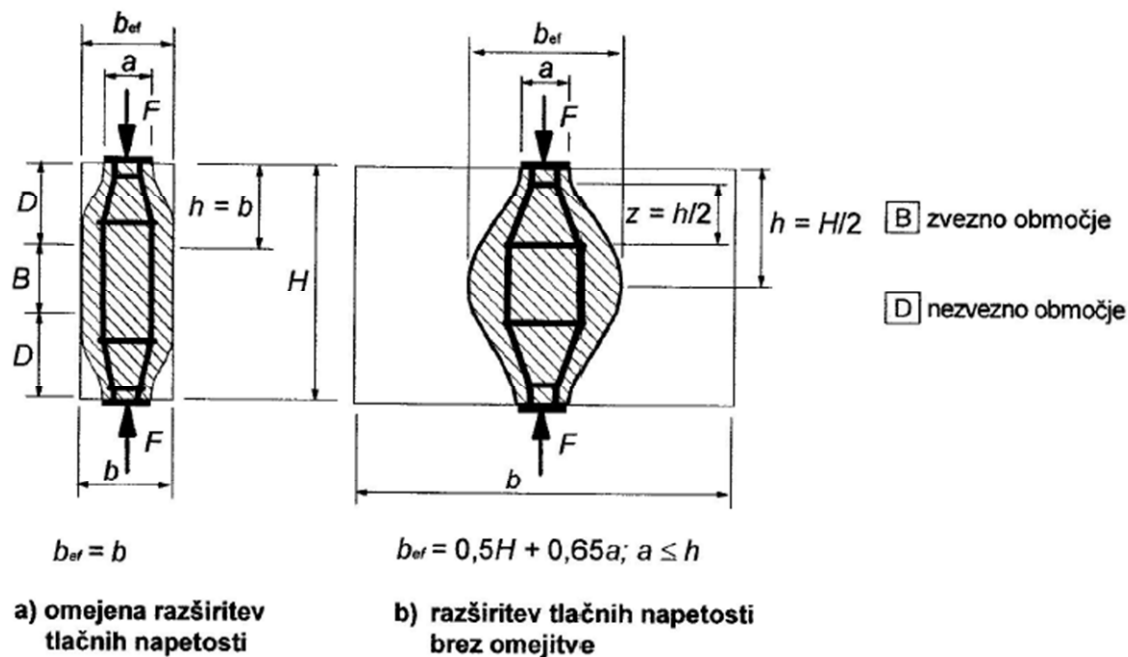
Pri tem so:

$a$  - širina podpore,

$h$  - dolžina diskontinuitete v razpori,

$F$  - sila v razpori,

$b$  - širina elementa.



Slika 5- 25: Območje z delno in popolno diskontinuiteto (SIST EN 1992-1-1:2005, str. 110)

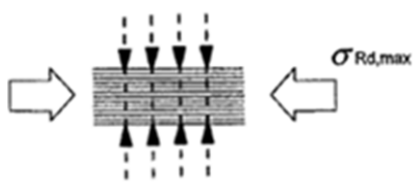
### 5.5.3 Kontrola tlačnih napetosti v razpori (SIST EN 1992-1-1:2005, točka 6.5.2)

Vpliv prečnih napetosti na tlačno trdnost razpor je prikazan na slikah 5-26 in 5-27.

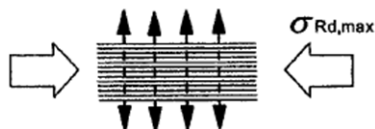
Projektna tlačna odpornost betonske razpore v območju brez prečnih napetosti je enaka:

$$\sigma_{Rd,max} = f_{cd} \quad (51)$$

Enako velja tudi za razpore, na katere delujejo prečne tlačne napetosti, ki ugodno delujejo na nosilnost razpore, zato redukcija odpornosti ni potrebna.



Slika 5- 26: Delovanje prečnih tlačnih napetosti na razpore (SIST EN 1992-1-1:2005, str. 109)



Slika 5- 27: Delovanje prečnih nateznih napetosti na razpore (SIST EN 1992-1-1:2005, str. 109)

Prečne natezne napetosti neugodno vplivajo na tlačno odpornost razpor. Ta območja betona so običajno vzdolžno razpokana, zato reduciramo projektno tlačno nosilnost betona:

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6v'f_{cd} \quad (52)$$

Pri tem so:

$$v' = 1 - \frac{f_{ck}[MPa]}{250},$$

$f_{ck}$  - karakteristična tlačna trdnost izbranega betona [MPa],

$f_{cd}$  - projektna tlačna trdnost betona [ $\text{kN/cm}^2$ ].

Kontrola napetosti je naslednja:

$$\sigma_{cd} = \frac{N_{cd}}{b \cdot \check{s}} \leq \sigma_{Rd,max} \quad (53)$$

Pri tem so:

$N_{cd}$  – projektna tlačna sila v razpori [kN],

$b$  - širina stenastega nosilca [cm],

$\check{s}$  - širina razpore [cm].

Za kontrolo napetosti v razpori moramo najprej poznati njene dimenzije. Debelino razpore nam določa debelina stenastega nosilca oziroma debelina obravnavanega elementa, širina razpore pa je odvisna od dimenzij vozlišča (velikost podpornega elementa, števila slojev vzdolžne armature oziroma medsebojna oddaljenost armaturnih palic in naklonskega kota razpore). V primeru, da se kontrola napetosti ne izide, povečamo dimenzije podpornega elementa ali višino vozlišča (večja razdalja med armaturnimi palicami).

Za izračun širine diagonalne razpore glede na dimenzije vozlišča lahko uporabimo izraz:

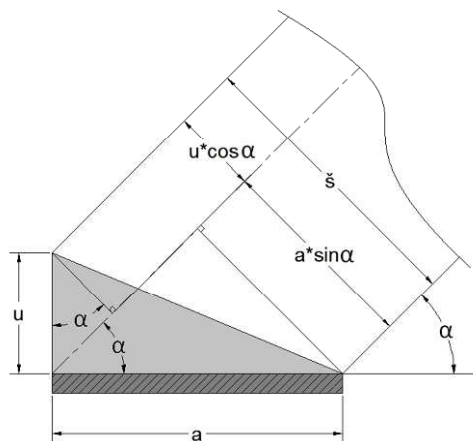
$$\check{s} = u \cdot \cos\alpha + a \cdot \sin\alpha \quad (54)$$

Pri tem so:

$u$  - višina vozlišča (enačba (30)),

$a$  - širina podpore,

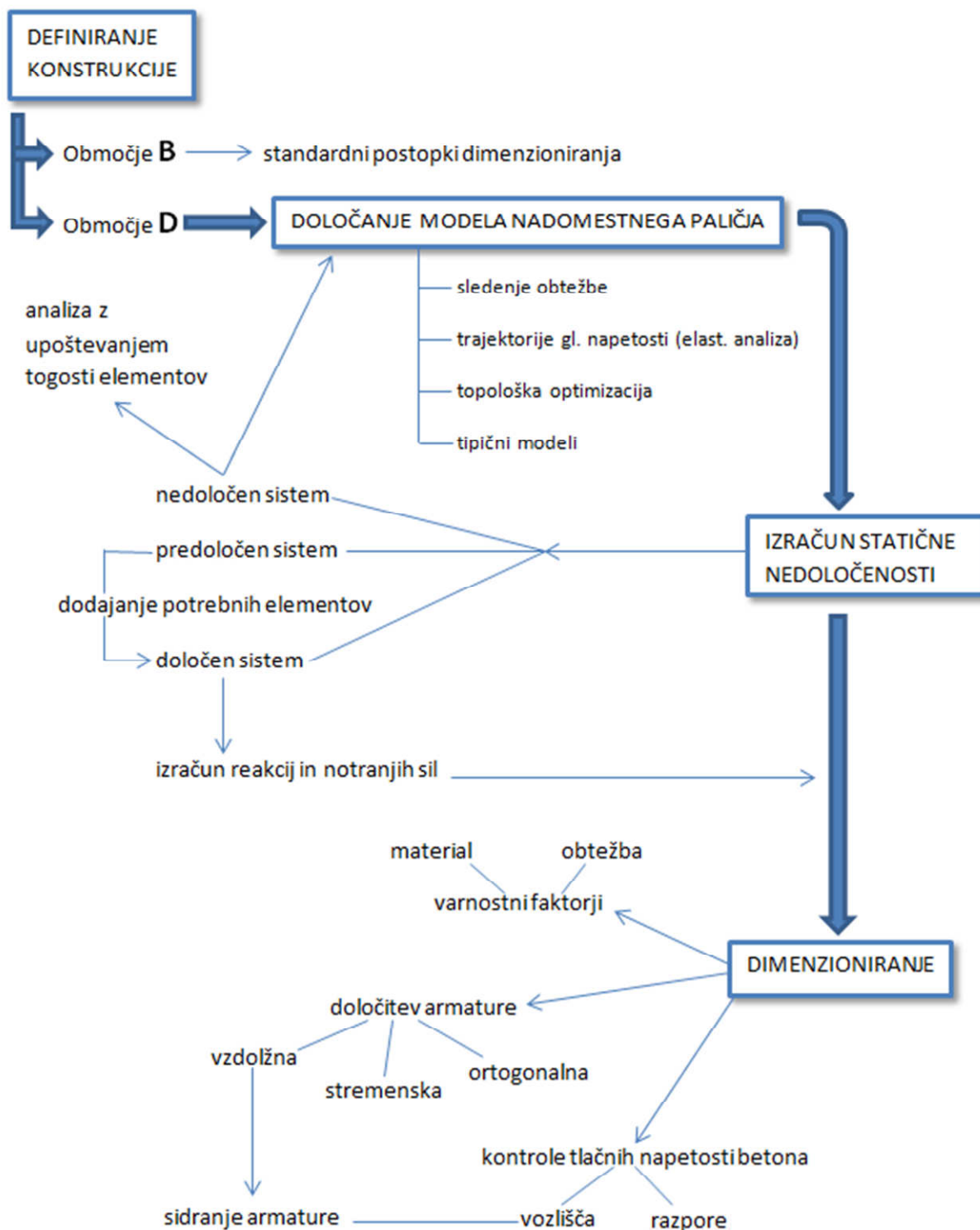
$\alpha$  - naklonski kot diagonalne razpore glede na natezno vez.



Slika 5- 28: Določanje širine diagonalne razpore

## 5.6 Algoritem projektiranja

Metoda vezi in razpor je lahko zelo uporabna, vendar pa ni enostavna in je relativno zamudna. Metoda od nas zahteva sistematično reševanje po korakih (definiranje problema, določitev nadomestnega modela paličja, izračun notranjih sil, dimenzioniranje, ...). Pri tem nam je lahko v pomoč algoritem, ki je prikazan na sliki 5-29.



Slika 5- 29: Algoritem projektiranja



## 6 RAČUNSKI PRIMERI

### 6.1 Stenasti nosilec preko enega polja

#### 6.1.1 Zasnova in osnovni podatki

Geometrija

$$l = 6 \text{ m}$$

$$d = 4 \text{ m}$$

$$b = 0,2 \text{ m}$$

$$a = 0,6 \text{ m}$$

Obtežba

$$q_d = 200 \text{ kN/m}$$

Material

Beton: C30/37

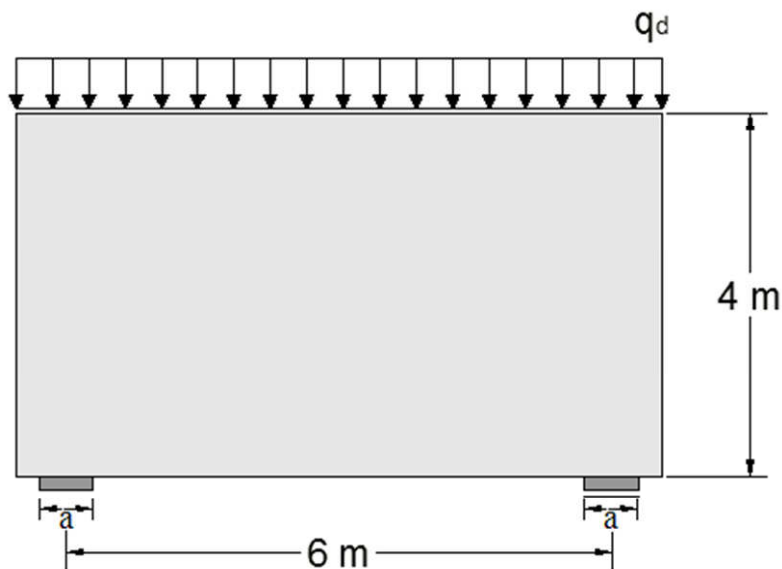
$$f_{ck} = 3,0 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1,0 \frac{3,0}{1,5} = 2,0 \text{ kN/cm}^2$$

Armatura: S500

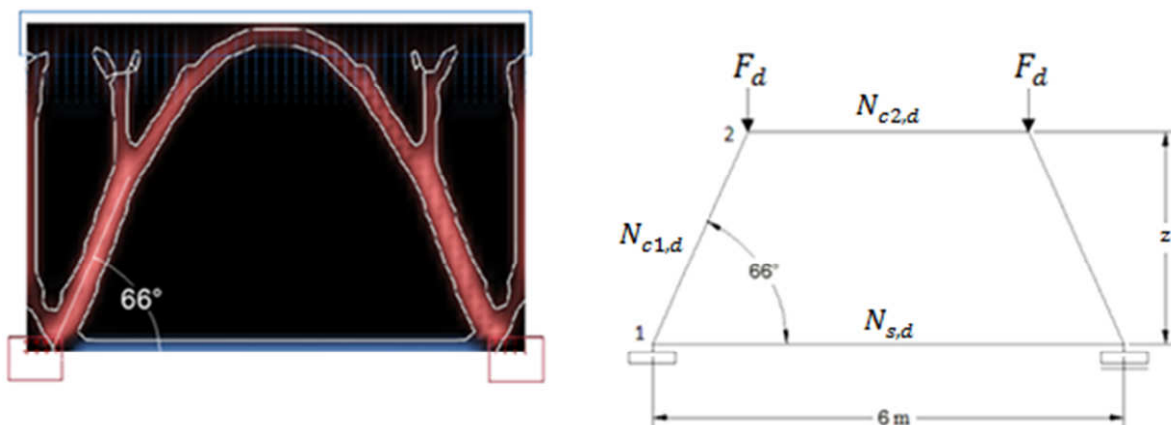
$$f_{yk} = 50 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{50}{1,15} = 43,48 \text{ kN/cm}^2$$



Slika R1- 1: Prostoležeči stenasti nosilec, obremenjen z linijsko obtežbo na zgornjem robu

### 6.1.2 Izbira nadomestnega paličja



Slika R1- 2: Topološka optimizacija v programu TopoStruct in izbran model nadomestnega paličja

- Določitev naklonskega kota

S pomočjo optimizacije in programa AutoCAD določimo naklonski kot  $\alpha = 66^\circ$ .

- Nadomestna obtežba

Izbran model nadomestnega paličja obremenimo z ekvivalentno nadomestno obtežbo  $F_d$  v zgornjih vozliščih:  $F_d = q_d \frac{l}{2} = 200 \frac{6}{2} = 600 \text{ kN}$

### 6.1.3 Izračun notranjih sil v paličju

Notranje sile določimo z izrezovanjem vozlišč in zapisom ravnotežnih pogojev v  $x$  in  $z$  smeri.

Izračun reakcije:  $R_d = q_d \frac{l}{2} = 200 \frac{6}{2} = 600 \text{ kN}$

- Vozlišče 1:

$$\sum z: N_{c1,d} \cdot \sin \alpha + R_d = 0 \rightarrow N_{c1,d} = -\frac{R_d}{\sin \alpha} = \frac{600}{\sin 66^\circ} = -656,78 \text{ kN}$$

$$\sum x: N_{c1,d} \cdot \cos \alpha + N_{s,d} = 0 \rightarrow N_{s,d} = -N_{c1,d} \cdot \cos \alpha = 656,78 \cdot \cos 66^\circ = 267,14 \text{ kN}$$

- Vozlišče 2:

$$\sum x: N_{c2,d} - N_{c1,d} \cdot \cos \alpha = 0 \rightarrow N_{c2,d} = N_{c1,d} \cdot \cos \alpha = -N_{s,d} = -267,14 \text{ kN}$$

Na podlagi zveze med momentom in silo v vezi lahko izračunamo ročico notranjih sil:

$$z = \frac{M_d}{N_{s,d}} = \frac{900}{267,14} = 3,37 \text{ m}$$

Pri tem je:  $M_d = q_d \frac{l^2}{8} = 200 \frac{6^2}{8} = 900 \text{ kNm}$

## 6.1.4 Dimenzioniranje vezi

### 6.1.4.1 Vz dolžna armatura v polju

$$A_{s,potr.} = \frac{N_{s,d}}{f_{yd}} = \frac{267,14}{43,48} = 6,14 \text{ cm}^2$$

Izberemo armaturne palice  $\emptyset 12$ .

Ploščina prereza ene armaturne palice:

$$A_{s,1} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi(12)^2}{4} = 1,13 \text{ cm}^2$$

Potrebno število palic:

$$n = \frac{A_{s,potr.}}{A_{s,1}} = \frac{6,14}{1,13} = 5,43$$

Izberemo vzdolžno armaturo 6 $\emptyset 12$  mm.

$$A_{s,izbr.} = 6 \cdot 1,13 = 6,78 \text{ cm}^2$$

Vzdolžno armaturo v polju razporedimo po višini:

$$0,12 \min(d; l) = 0,12 \min(4; 6) = 0,12 \cdot 4 = 0,48 \text{ m}$$

### 6.1.4.2 Ortogonalna armatura

$$A_{s,dbmin} = \max \left[ 1,5 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}; 0,001 A_c \right] = [1,5; 2,0] = 2,0 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_c = b \cdot 100 = 20 \cdot 100 = 2000 \text{ cm}^2$$

Izberem mrežo Q257 (na obeh površinah elementa).

$$A_{s,dbizb.} = 2,57 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \geq A_{s,dbmin}$$

Izbrano ortogonalno armaturo je potrebno preveriti na prečne natezne napetosti.

### 6.1.4.3 Armatura za obešanje obtežbe na spodnjem robu

Spodnji rob stenastega nosilca ni obremenjen, zato obešalne armature ne računamo. Stremensko armaturo dodamo kot konstrukcijsko, ki se blizu robov prekriva s Q mrežo. Za konstrukcijsko armaturo izberemo dvostrizna stremena  $\emptyset 6/15$  cm.

### 6.1.4.4 Določitev razdalje med armaturnimi palicami

Najmanjša svetla horizontalna/vertikalna medsebojna oddaljenost posameznih vzporednih palic ali leg vzporednih palic s premerom  $\emptyset$  je določena z izrazom:

$$a_{min} = \max[\emptyset; d_g + 5 \text{ mm}; 20 \text{ mm}] = [12, 21, 20] = 21 \text{ mm}$$

kjer sta:

$\emptyset$  - premer armaturne palice in  $d_g$  - premer največjega zrna agregata (predpostavimo 16 mm).

**Največja dovoljena osna razdalja med armaturnimi palicami:**

$$a_{max} = \min[2b; 300 \text{ mm}] = [600, 300] = 300 \text{ mm}$$

kjer je:  $b$  - debelina stenastega nosilca

Izbrana osna razdalja med armaturnimi palicami v horizontalni/vertikalni smeri mora biti torej vrednost:

$$21 \text{ mm} + 2 \frac{\emptyset}{2} = 21 + 12 = 33 \text{ mm} \leq a_{izb.} \leq 300 \text{ mm}$$

Izbrana osna razdalja med palicami vzdolžne armature v vertikalni smeri:

$$a_{izb,v} = s = \frac{48 - c_{nom} - \emptyset_s - 2 \frac{\emptyset}{2}}{n-1} = \frac{48 - 3 - 0,6 - 2 \frac{1,2}{2}}{3-1} = 21,6 \text{ cm}$$

Izbrana osna razdalja med palicami vzdolžne armature v horizontalni smeri:

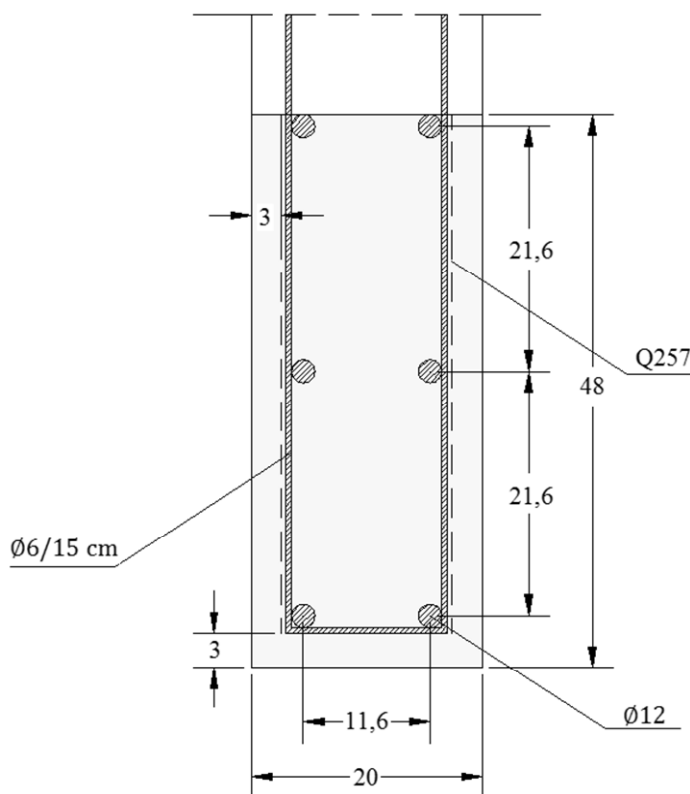
$$a_{izb,h} = b - 2c_{nom} - 2\emptyset_s - 2 \frac{\emptyset}{2} = 20 - 2 \cdot 3 - 2 \cdot 0,6 - 2 \frac{1,2}{2} = 11,6 \text{ cm}$$

kjer so:

$c_{nom}$  - izbran krovni sloj betona (glej točko 6.1.5.1),

$\emptyset_s$  - izbrana stremenska armatura,

$n$  - število slojev armature.



Slika R1- 3: Prečni prerez nosilca

## 6.1.5 Vozlišča

### 6.1.5.1 Določitev dimenzij vozlišča

Potrebni krovni sloj betona:

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} = 15 + 10 = 25 \text{ mm}$$

kjer so:

$$c_{min} = \max[c_{min,b}; c_{min,dur} + \Delta c_{dur,\gamma} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add}; 10] = [12; 15; 10] = 15 \text{ mm}$$

$$\Delta c_{dev} = 10 \text{ mm}$$

$$c_{min,b} = \emptyset \text{ palice}$$

$$c_{min,dur} = 15 \text{ mm}$$

$$\Delta c_{dur,\gamma} = 0$$

$$\Delta c_{dur,st} = 0$$

$$\Delta c_{dur,add} = 0$$

Izberemo krovni sloj betona  $c_{nom} = 30 \text{ mm}$ .

### Višina vozlišča

Glede na izbran krovni sloj betona in vzdolžno armaturo lahko določimo višino vozlišča:

$$u = 2c^* + (n - 1)s = (2 \cdot 42) + (3 - 1) \cdot 216 = 516 \text{ mm} = 51,6 \text{ cm}$$

kjer so:

$u$  - višina vozlišča,

$c^*$  - razdalja od zunanlega roba elementa do težišča prve palice vzdolžne armature,

$n$  - število slojev vzdolžne armature,

$s$  - razdalja med armaturnimi palicami,

$\emptyset_s$  - izbrana stremenska armatura (izberemo 6 mm).

$$c^* = c_{nom} + \emptyset_s + \frac{\emptyset}{2} (\text{vzdolžna armatura}) = 30 + 6 + \frac{12}{2} = 42 \text{ mm} = 4,2 \text{ cm}$$

Pri znani višini vozlišča lahko sedaj izračunamo širino diagonalne razpore, ki jo bomo rabili pri kontroli napetosti.

$$\check{s} = u \cdot \cos\alpha + a \cdot \sin\alpha = 51,6 \cdot \cos 66^\circ + 60 \cdot \sin 66^\circ = 75,80 \text{ cm}$$

kjer so:

$\check{s}$  - širina diagonalne razpore,

$u$  - višina vozlišča,

$a$  - širina podpore,

$\alpha$  - naklonski kot diagonalne razpore glede na natezno vez.

### 6.1.5.2 Kontrole napetosti

Nosilnost vozlišča ob podpori določa izraz:

$$\sigma_{Rd,max} = 0,85v'f_{cd} = 0,85 \cdot 0,88 \cdot 2,0 = 1,496 \text{ kN/cm}^2$$

kjer je:

$$v' = 1 - \frac{f_{ck}[MPa]}{250} = 1 - \frac{30}{250} = 0,88$$

- Kontrola na mestu podpiranja:

$$\sigma_{cd} = \frac{R_d}{a \cdot b} = \frac{600}{60 \cdot 20} = 0,50 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Pogoj nosilnosti  $\sigma_{cd} \leq \sigma_{Rd}$  je izpolnjen.

- Kontrola na območju stika naklonske razpore z vozliščem

$$\sigma_{cd} = \frac{N_{c1,d}}{s \cdot b} = \frac{656,78}{75,80 \cdot 20} = 0,43 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Pogoj nosilnosti  $\sigma_{cd} \leq \sigma_{Rd}$  je izpolnjen.

Za stenaste nosilce kontrolo striga običajno ne izvajamo (kontrole napetosti betona v vozliščih in razporah).

### 6.1.5.3 Kontrola sidranja

Projektna natezna trdnost betona je določena z izrazom:

$$f_{ctd} = \frac{\alpha_{ct} \cdot f_{ctk 0,05}}{\gamma_c} = \frac{1,0 \cdot 0,2}{1,5} = 0,133 \text{ kN/cm}^2$$

Izračun mejne sprijemne napetosti:

$$f_{bd} = 2,25\eta_1\eta_2f_{ctd} = 2,25 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 0,133 = 0,30 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

kjer so:

$$\eta_1 = 1,0,$$

$$\eta_2 = 1,0,$$

$$\alpha_{ct} = 1,0,$$

$$f_{ctk 0,05} = 0,2.$$

$$\sigma_{sd} = \frac{N_{s,d}}{A_{s,izb.}} = \frac{267,14}{6,78} = 39,40 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Izračunamo osnovno sidrno dolžino ravne palice:

$$l_{b,rqd} = \frac{\sigma_{sd}}{4f_{bd}} = \frac{1,2 \cdot 39,40}{4 \cdot 0,30} = 39,40 \text{ cm}$$

Projektna sidrna dolžina vzdolžne armature:

$$l_{bd} = \alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5l_{b,rqd} = 0,8 \cdot 39,40 = 31,52 \text{ cm}$$

kjer so:

$$\alpha_1 = 1,0$$

$$\alpha_2 = 1,0$$

$$\alpha_3 = 1,0$$

$$\alpha_4 = 1,0$$

$$\alpha_5 = 1,0 - 0,04 \cdot p = 1,0 - 0,04 \cdot 5,0 = 0,8$$

Pogoj  $0,7 \leq \alpha_5 \leq 1,0$  je izpolnjen.

kjer je:  $p$ -prečna tlačna napetost vzdolž sidrne dolžine  $l_{bd}$

$$p = \frac{R_d}{a \cdot b} = \frac{600}{60 \cdot 20} = 0,50 = 5,0 \text{ MPa}$$

$$\alpha_1 \alpha_3 \alpha_5 = 1,0 \cdot 1,0 \cdot 0,8 = 0,8$$

Pogoj  $\alpha_1 \alpha_3 \alpha_5 \geq 0,7$  je izpolnjen.

Parametri  $\alpha$  in opis pogojev sidranja so opisani v SIST EN 1992-1-1 (točka 8.4.4)

Za sidranje palic v natezni coni velja:

$$l_{b,min} = \max[0,3l_{b,rqd}; 10\emptyset; 100 \text{ mm}] = \max[0,3 \cdot 394; 120; 100] = 120 \text{ mm} = 12 \text{ cm}$$

$$l_{bd} = 31,52 \text{ cm} > 12 \text{ cm}$$

Pogoj  $l_{bd} \geq l_{b,min}$  je izpolnjen.

Dejanska sidrna dolžina:

$$l_{b,dej.} = \max\left[c^*; \frac{s}{2}\right] + a + \frac{\frac{u}{2}}{\tan\alpha} = \max\left[42; \frac{216}{2}\right] + 600 + \frac{\frac{516}{2}}{\tan 66^\circ} = 822,87 \text{ mm} = 82,28 \text{ cm}$$

Pogoj  $l_{b,dej} \geq l_{bd}$  je izpolnjen.

Pogoj  $l_{b,dej} \geq l_{b,min}$  je izpolnjen.

## 6.1.6 Razpore

### 6.1.6.1 Dimenzije razpor

Izračun teoretične širine diagonalne razpore glede na dimenzije vozlišča:

$$\dot{s} = u \cdot \cos\alpha + a \cdot \sin\alpha = 51,6 \cdot \cos 66^\circ + 60 \cdot \sin 66^\circ = 75,80 \text{ cm}$$

Teoretična širina horizontalne tlačne razpore je enaka višini vozlišča:

$$\dot{s}_h = u = 51,6 \text{ cm}$$

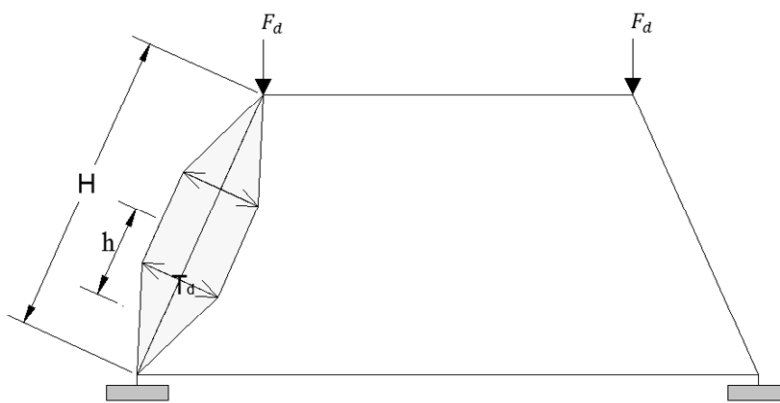
### 6.1.6.2 Kontrola Q mreže na prečno natezno silo T

- Določitev prečne natezne sile v poševni razpori

Dolžina diagonalne tlačne razpore:  $H = \frac{z}{\sin\alpha} = \frac{3,37}{\sin 66^\circ} = 3,689 \text{ m}$

Ocenimo razdaljo diskontinuitete v razpori:  $h = \frac{H}{4} = \frac{3,689}{4} = 0,922 \text{ m}$

Prečna natezna sila:  $T_d = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{0,7a}{h}\right) F = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{0,7 \cdot 0,6}{0,922}\right) \cdot 656,78 = 89,40 \text{ kN}$



Slika R1- 4: Ocena razdalje diskontinuitete v razpori

- 1. način: Izračun potrebne armature v ortogonalni smeri (na lice elementa)

Silo  $T$  [kN] razdelimo na komponente:

$$T_{h,d} = T_d \sin\alpha = 89,40 \cdot \sin 66^\circ = 81,67 \text{ kN}$$

$$T_{v,d} = T_d \cos\alpha = 89,40 \cdot \cos 66^\circ = 36,36 \text{ kN}$$

Izračun potrebne količine armature [ $\text{cm}^2/\text{m}$ ] za prevzem prečne natezne sile:

$$A_{sT,h} = \frac{\frac{T_{h,d}}{h}}{f_{yd}} = \frac{\frac{81,67}{0,922}}{43,48} = 2,037 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$A_{sT,v} = \frac{\frac{T_{v,d}}{h}}{f_{yd}} = \frac{\frac{36,36}{0,922}}{43,48} = 0,907 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$



Za izbrano mrežo mora biti izpolnjena zahteva:  $A_{s,dbmin} \geq A_{sT,potr}$ .

$$A_{sT,potr} = \max[A_{sT,h}; A_{sT,v}] = \max[2,037; 0,907] = 2,037 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$A_{s,dbmin} = 2,57 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \geq 2,037 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Dodatna armatura k obstoječi mreži Q257 ni potrebna.

- 2. način: Izračun potrebne armature [ $\text{cm}^2/\text{m}$ ] v smeri sile  $T_d$

$$A_{sT,potr} = \frac{T_d}{h} = \frac{89,40}{43,48} = 2,23 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Prispevek palic ortogonalne armature v smeri sile  $T_d$ :

$$A_h = A_Q \cdot \sin \alpha = 2,57 \cdot \sin 66^\circ = 2,34 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$A_v = A_Q \cdot \cos \alpha = 2,57 \cdot \cos 66^\circ = 1,05 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$A_h + A_v = 2,34 + 1,05 = 3,39 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \geq A_{sT,potr}$$

Dodatna armatura k obstoječi mreži Q257 ni potrebna.

### 6.1.6.3 Kontrole napetosti

- Kontrola diagonalnih razpor (imamo prečne natege):

$$\sigma_{cd} = \frac{N_{c1,d}}{\check{s} \cdot b} = \frac{656,78}{75,80 \cdot 20} = 0,433 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6v'f_{cd} = 0,6 \cdot 0,88 \cdot 2,0 = 1,056 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

kjer je:

$$v' = 1 - \frac{f_{ck} [\text{MPa}]}{250} = 1 - \frac{30}{250} = 0,88$$

Pogoj nosilnosti  $\sigma_{cd} \leq \sigma_{Rd}$  je izpolnjen.

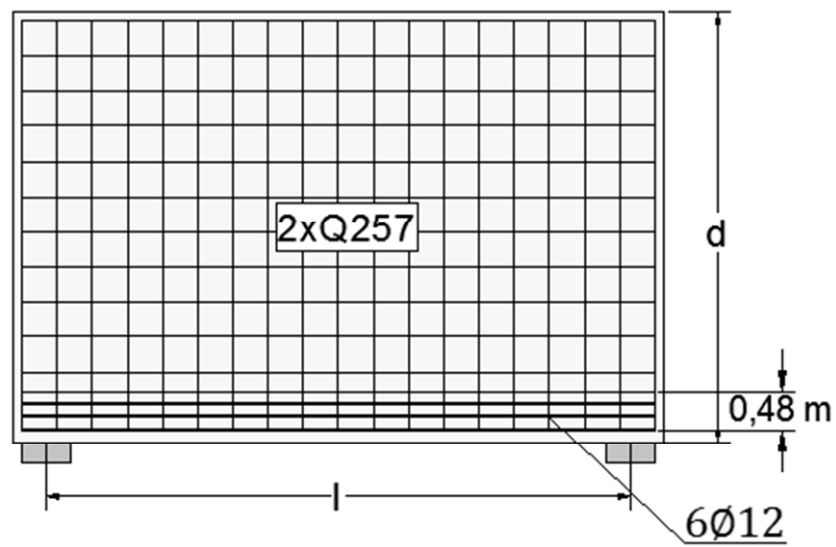
- Kontrola horizontalne razpore (predpostavimo v prečni smeri natege oziroma stanje brez napetosti):

$$\sigma_{cd} = \frac{N_{c2,d}}{\check{s}_h \cdot b} = \frac{267,14}{51,6 \cdot 20} = 0,258 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6v'f_{cd} = 0,6 \cdot 0,88 \cdot 2,0 = 1,056 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Pogoj nosilnosti  $\sigma_{cd} \leq \sigma_{Rd}$  je izpolnjen.

### 6.1.7 Skica armature



Slika R1- 5: Armiranje stenastega nosilca

## 6.2 Kratka konzola

### 6.2.1 Zasnova in osnovni podatki

Geometrija

$$a_c = 0,125 \text{ m}$$

$$h_c = 0,4 \text{ m}$$

$$b = 0,4 \text{ m}$$

Obtežba

$$F_d = 600 \text{ kN}$$

Material

Beton: C35/45

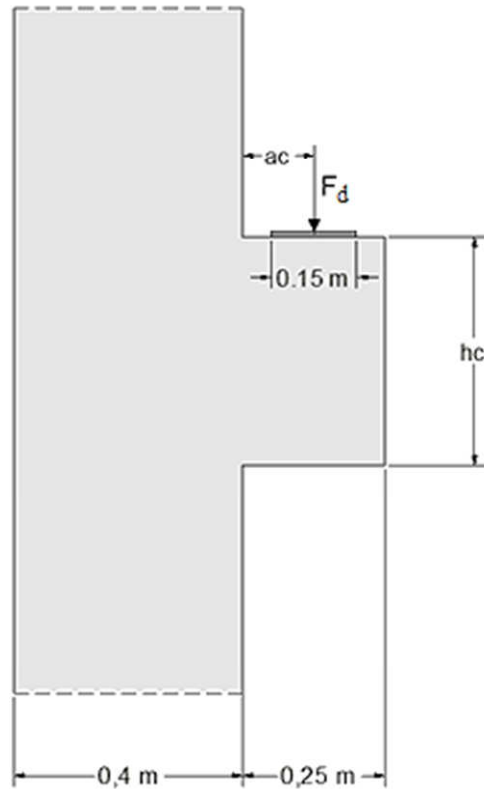
$$f_{ck} = 3,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1,0 \frac{3,5}{1,5} = 2,33 \text{ kN/cm}^2$$

Armatura: S500

$$f_{yk} = 50 \text{ kN/cm}^2$$

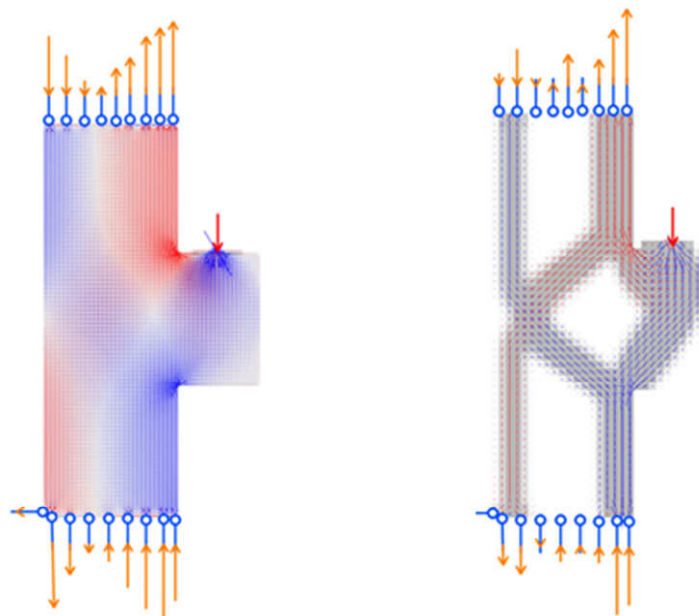
$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{50}{1,15} = 43,48 \text{ kN/cm}^2$$



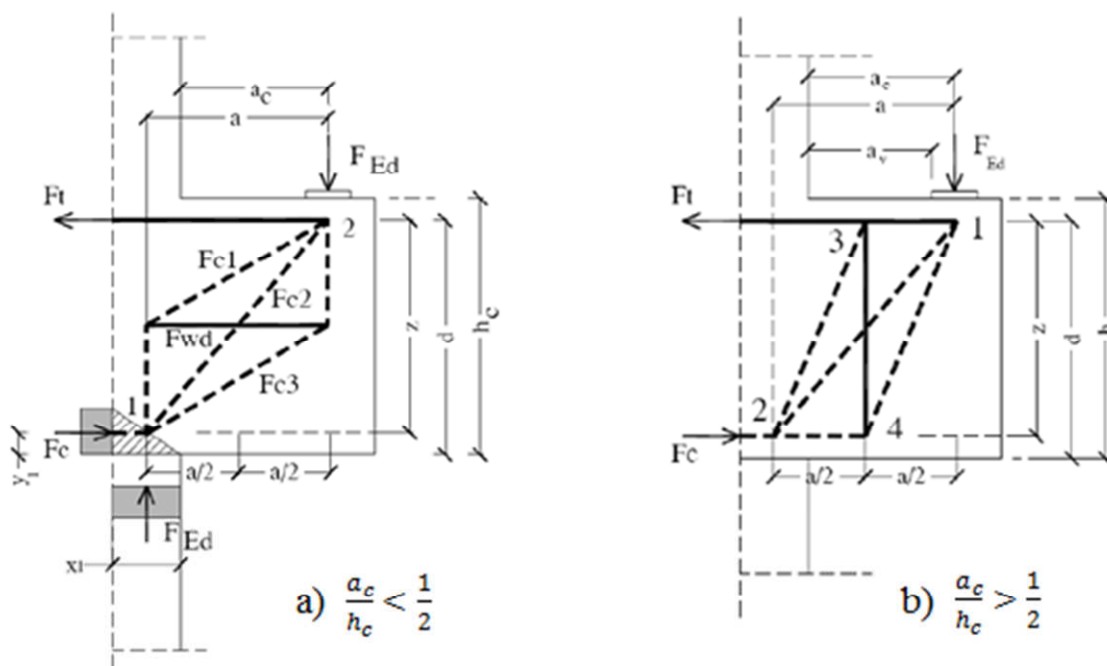
Slika R2- 1: Kratka konzola, obremenjena s točkovno silo

### 6.2.2 Izbira nadomestnega paličja

Zaradi načina podajanja robnih pogojev in obtežbe v programu ForcePad 2 rezultati topološke optimizacije v tem primeru niso najbolj primerni za formiranje nadomestnega modela, zato model z vezmi in razporami rajši izberemo s pomočjo tipičnih modelov. Pri tem bomo upoštevali posamezne omejitve, ki jih podaja standard SIST EN 1992-1-1:2005 .



Slika R2- 2: Glavne normalne napetosti in topološka optimizacija v programu ForcePad 2



Slika R2- 3: Tipična modela nadomestnega paličja za konzolo (EC2 – worked examples, 2008: str. 6-18, 6-21)

Tipični modeli se razlikujejo glede na razmerje med ekscentričnostjo obremenitve  $a_c$  in višino konzole  $h_c$ . V obravnavanem primeru imamo razmerje  $\frac{a_c}{h_c} = \frac{0,125}{0,4} = 0,31 < \frac{1}{2}$ , zato izberemo tipični model a) na sliki R2-3. Vidimo, da se izbran model ujema s potekom trajektorij glavnih normalnih napetosti na sliki R2-2.

Za natančno določitev lege posameznih elementov paličja moramo poznati vrednosti  $x_1$  in  $y_1$  (glej sliko R2-3), ki narekujeta mesto stikanja osi elementov paličja.

- Širino osnovne vertikalne razpore v stebru oziroma širino vozlišča 1 določimo s pomočjo izraza:

$$x_1 = \frac{F_d}{\sigma_{1Rd,max} \cdot b} = \frac{600}{2,0 \cdot 40} = 7,5 \text{ cm}$$

kjer so :

$F_d$  - projektna obremenitev,

$\sigma_{1Rd,max}$  - nosilnost tlačno obremenjenega vozlišča,

$b$  - debelina elementa.

$$\sigma_{1Rd,max} = 1,0v'f_{cd} = 1,0 \cdot 0,86 \cdot 2,33 = 2,0 \text{ kN/cm}^2$$

$$v' = 1 - \frac{f_{ck}[MPa]}{250} = 1 - \frac{35}{250} = 0,86$$

- Vrednost  $y_1$  določimo z izrazom:

$$y_1 = 0,2d = 0,2 \cdot 36 = 7,2 \text{ cm}$$

$$d = h_c - a' = 40 - 4 = 36 \text{ cm}$$

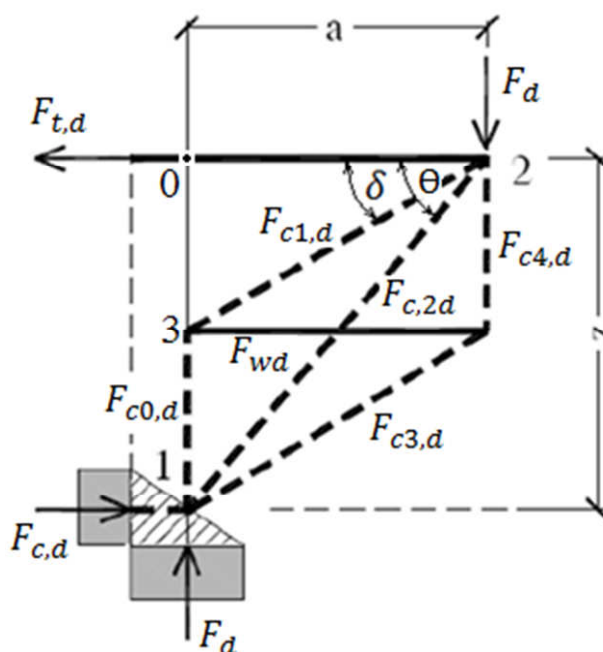
kjer so:

$d$  - statična višina konzole,

$a'$  - oddaljenost armature od zgornjega roba konzole (predpostavimo  $a' = 4 \text{ cm}$ ).

Natančno lego elementov paličja na spodnjem robu konzole ( $\frac{x_1}{2}, y_1$ ) smo torej določili z izračunom dimenzij vozlišča 1, lego elementov na zgornjem robu pa določa vozlišče 2, ki se nahaja pod točkovno silo.

### 6.2.3 Izračun notranjih sil v paličju



Slika R2- 4 (Povzeto): Izbran model paličja (EC2 – worked examples, 2008: str. 6-18)

Sile, ki delujejo na paličje, določimo s pomočjo ravnotežja momentov na točko 0:

$$F_d \cdot a = F_{c,d} \cdot z \rightarrow F_{c,d} = F_d \frac{a}{z} = 600 \frac{16,25}{28,8} = 338,54 \text{ kN}$$

kjer sta  $a$  in  $z$  ročici določeni z izrazoma:

$$z = 0,8d = 0,8 \cdot 36 = 28,8 \text{ cm,}$$

$$a = a_c + \frac{x_1}{2} = 12,5 + \frac{7,5}{2} = 16,25 \text{ cm.}$$

Silo  $F_{t,d}$  določimo s pomočjo ravnotežnih pogojev v  $x$  smeri:  $F_{t,d} = F_{c,d} = 338,54 \text{ kN}$

Naklonski kot diagonale  $F_{c2,d}$  je:  $\theta = \arctan \frac{z}{a} = \arctan \frac{28,8}{16,25} = 60,53^\circ$

Pogoj, ki ga podaja SIST EN 1992-1-1:2005 (Dodatek J3):  $1,0 \leq \tan \theta \leq 2,5$  je izpolnjen.

Naklonski kot diagonale  $F_{c1,d}$  in  $F_{c3,d}$  je:  $\delta = \arctan \frac{z/2}{a} = \arctan \frac{28,8/2}{16,25} = 41,54^\circ$

V vozlišču 1 imamo tri neznanke za dve ravnotežni enačbi. Enako velja tudi za vozlišče 2. Izbran model je torej statično nedoločen, kar pomeni, da sil v palicah ni mogoče določiti na podlagi ravnotežnih enačb.

Raziskovalci v Stuttgartu (EC2 – worked examples) so na podlagi metode končnih elementov izpeljali izraz za izračun centralne natezne sile:

$$F_{wd} = \frac{2 \frac{z}{a} - 1}{3 + \frac{F_d}{F_{c,d}}} F_{c,d} = \frac{2 \frac{28,8}{16,25} - 1}{3 + \frac{600}{338,54}} 338,54 = 180,51 \text{ kN}$$

Ob znani vrednosti sile v palici  $F_{wd}$  lahko izračunamo preostale notranje sile z izrezovanjem vozlišč in zapisom ravnotežnih enačb v  $x$  in  $z$  smeri:

Vozlišče 3:

$$\sum F_x: F_{wd} + F_{c1,d} \cos \delta = 0 \rightarrow F_{c1,d} = -\frac{F_{wd}}{\cos \delta} = -\frac{180,51}{\cos 41,54} = -241,16 \text{ kN}$$

$$\sum F_z: F_{c0,d} - F_{c1,d} \sin \delta = 0 \rightarrow F_{c0,d} = F_{c1,d} \sin \delta = -241,16 \cdot \sin 41,54^\circ = -160 \text{ kN}$$

Zaradi simetrije obtežbe in geometrije lahko zapišemo:

$$F_{c0,d} = F_{c4,d} = -160 \text{ kN}$$

$$F_{c3,d} = F_{c1,d} = -241,16 \text{ kN}$$

Vozlišče 2:

$$\sum F_x: F_{t,d} + F_{c1,d} \cos \delta + F_{c2,d} \cos \theta = 0 \rightarrow F_{c2,d} = \frac{-338,54 + 241,16 \cdot \cos 41,54^\circ}{\cos 60,53^\circ} = -321,23 \text{ kN}$$

Kontrola ravnotežja v vozlišču 1:

$$\sum F_x: F_{t,d} + F_{c1,d} \cos \delta + F_{c2,d} \cos \theta = 338,54 - 241,16 \cdot \cos \delta - 321,22 \cdot \cos \theta = 0$$

$$\sum F_z: F_d + F_{c1,d} \sin \delta + F_{c2,d} \sin \theta + F_{c4,d} = 600 - 241,16 \cdot \sin \delta - 321,22 \cdot \sin \theta - 160 = 0$$

## 6.2.4 Dimenzioniranje vezi

### 6.2.4.1 Vzдолžna armatura ob zgornjem robu

$$A_{s,potr.} = \frac{F_{t,d}}{f_{yd}} = \frac{338,54}{43,48} = 7,78 \text{ cm}^2$$

Izberemo armaturne palice  $\emptyset 14$ .

Ploščina prereza ene armaturne palice:

$$A_{s,1} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (1,4)^2}{4} = 1,54 \text{ cm}^2$$

Potrebno število palic:

$$n = \frac{A_{s,potr.}}{A_{s,1}} = \frac{7,78}{1,54} = 5,05$$

Izberemo armaturo 6 $\emptyset$ 14.

$$A_{s,izbr.} = 6 \cdot 1,54 = 9,24 \text{ cm}^2$$

### 6.2.4.2 Stremenska armatura

Natezno silo v vezi  $F_{wd}$  prevzamemo z dvostržnimi stremeni, ki so razporejeni po višini  $h_c$ .

$$A_{sw,potr.} = \frac{F_{wd}}{2f_{yd}} = \frac{180,51}{43,48} = 2,075 \text{ cm}^2$$

Izberemo armaturne palice  $\emptyset 8$ .

Ploščina prereza ene armaturne palice:

$$A_{s,1} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi(0,8)^2}{4} = 0,503 \text{ cm}^2$$

Potrebno število palic:

$$n = \frac{A_{sw,potr.}}{A_{s,1}} = \frac{2,075}{0,503} = 4,12$$

Izberemo stremensko armaturo 5 $\emptyset 8$ .

$$A_{sw,izbr.} = 5 \cdot 0,503 = 2,515 \text{ cm}^2$$

Po SIST EN 1992-1-1 (Dodatek J.3) mora za izbrano stremensko armaturo biti izpolnjen pogoj:

$$A_{sw,izbr.} \geq k_1 \cdot A_{s,izbr.}$$

$$2,515 \text{ cm}^2 \geq 0,25 \cdot 9,24 = 2,31 \text{ cm}^2$$

Kjer je upoštevana priporočena vrednost za  $k_1 = 0,25$ .

### 6.2.4.3 Določitev razdalje med armaturnimi palicami

$$a_{min} = \max[\emptyset; d_g + 5 \text{ mm}; 20 \text{ mm}] = [14, 21, 20] = 21 \text{ mm},$$

kjer sta:

$\emptyset$  - premer armaturne palice in  $d_g$  - premer največjega zrna agregata (predpostavimo 16 mm).

Horizontalno razdaljo med armaturnimi palicami vzdolžne armature določimo:

$$a_h = \frac{b - 2a'}{n - 1} = \frac{40 - 2 \cdot 4}{6 - 1} = 6,4 \text{ cm} = 64 \text{ mm}$$

Palice stremenske armature porazdelimo enakomerno po višini konzole:

$$a_v = \frac{h_c - 2a'}{n - 1} = \frac{40 - 2 \cdot 4}{5 - 1} = 8 \text{ cm} = 80 \text{ mm}$$

kjer so:

$a'$  - izbran krovni sloj betona,

$b$  - debelina konzole,

$n$  - število armaturnih palic.



## 6.2.5 Vozlišča

### 6.2.5.1 Kontrole napetosti

Obravnavamo vozlišče 1 in vozlišče 2.

Vozlišče 1 je tlačno obremenjeno, njegovo nosilnost izračunamo s pomočjo izraza:

$$\sigma_{1Rd,max} = 1,0v'f_{cd} = 1,0 \cdot 0,86 \cdot 2,33 = 2,0 \text{ kN/cm}^2$$

$$v' = 1 - \frac{f_{ck}[MPa]}{250} = 1 - \frac{35}{250} = 0,86$$

Vozlišče 2 je natezno in tlačno obremenjeno, njegovo nosilnost izračunamo s pomočjo izraza:

$$\sigma_{2Rd,max} = 0,85v'f_{cd} = 0,85 \cdot 0,86 \cdot 2,33 = 1,70 \text{ kN/cm}^2$$

$$v' = 1 - \frac{f_{ck}[MPa]}{250} = 1 - \frac{35}{250} = 0,86$$

- Vozlišče 1:

$$\sigma_d = \frac{F_{cd}}{2 \cdot y_1 \cdot b} = \frac{338,54}{2 \cdot 7,2 \cdot 40} = 0,588 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{1d} = \frac{F_d}{2 \cdot x_1 \cdot b} = \frac{600}{2 \cdot 7,5 \cdot 40} = 1,0 \text{ kN/cm}^2$$

Pogoja nosilnosti  $\sigma_d \leq \sigma_{1Rd}$  in  $\sigma_{1d} \leq \sigma_{1Rd}$  sta izpolnjena.

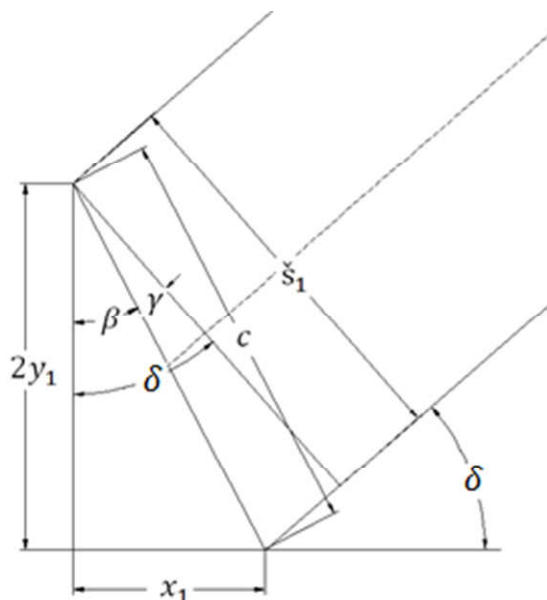
- Vozlišče 2:

$$\sigma_{2d} = \frac{F_d}{15 \cdot b} = \frac{600}{15 \cdot 40} = 1,0 \text{ kN/cm}^2$$

Pogoj nosilnosti  $\sigma_{2d} \leq \sigma_{2Rd}$  je izpolnjen.

## 6.2.6 Razpore

### 6.2.6.1 Dimenzije razpor



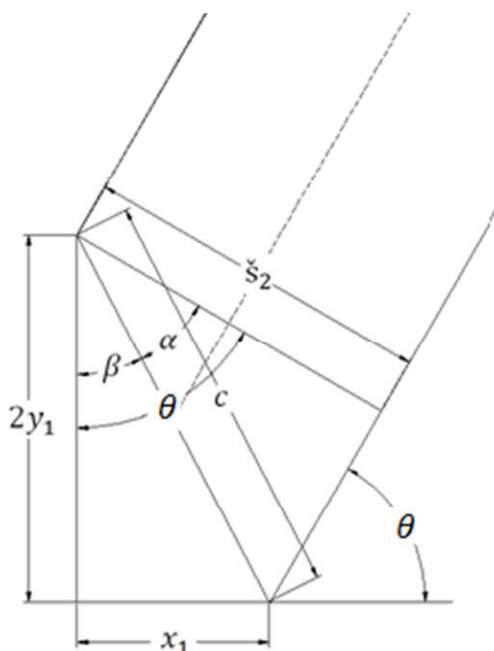
$$\beta = \arctan \frac{x_1}{2 \cdot y_1} = \arctan \frac{7,5}{2 \cdot 7,2} = 27,51^\circ$$

$$c = \sqrt{x_1^2 + (2y_1)^2} = \sqrt{7,5^2 + 14,4^2} = 16,23 \text{ cm}$$

$$\gamma = \delta - \beta = 41,54 - 27,51 = 14,03^\circ$$

$$\check{s}_1 = c \cdot \cos \gamma = 16,23 \cdot \cos \gamma = 15,74 \text{ cm}$$

Slika R2- 5: Določanje širine razpore s silo  $F_{c1,d}$



$$\beta = \arctan \frac{x_1}{2 \cdot y_1} = \arctan \frac{7,5}{2 \cdot 7,2} = 27,51^\circ$$

$$c = \sqrt{x_1^2 + (2y_1)^2} = \sqrt{7,5^2 + 14,4^2} = 16,23 \text{ cm}$$

$$\alpha = \theta - \beta = 60,53 - 27,51 = 33,02^\circ$$

$$\check{s}_2 = c \cdot \cos \alpha = 16,23 \cdot \cos \alpha = 13,61 \text{ cm}$$

Slika R2- 6: Določanje širine razpore s silo  $F_{c2,d}$

### 6.2.6.2 Kontrole napetosti

- Kontrola razpor s silama  $F_{c0,d}$  in  $F_{c4,d}$ :

$$\sigma_{cd} = \frac{F_{c0,d}}{x_1 \cdot b} = \frac{160}{7,5 \cdot 40} = 0,533 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6v'f_{cd} = 0,6 \cdot 0,86 \cdot 2,33 = 1,20 \text{ kN/cm}^2$$

Pogoj nosilnosti  $\sigma_{cd} \leq \sigma_{Rd}$  je izpolnjen.

- Kontrola razpor s silama  $F_{c1,d}$  in  $F_{c3,d}$ :

$$\sigma_{cd} = \frac{F_{c1,d}}{\check{s}_1 \cdot b} = \frac{241,16}{15,74 \cdot 40} = 0,383 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6v'f_{cd} = 0,6 \cdot 0,86 \cdot 2,33 = 1,20 \text{ kN/cm}^2$$

Pogoj nosilnosti  $\sigma_{cd} \leq \sigma_{Rd}$  je izpolnjen.

- Kontrola razpor s silo  $F_{c2,d}$ :

$$\sigma_{cd} = \frac{F_{c2,d}}{\check{s}_2 \cdot b} = \frac{321,22}{13,61 \cdot 40} = 0,590 \text{ kN/cm}^2$$

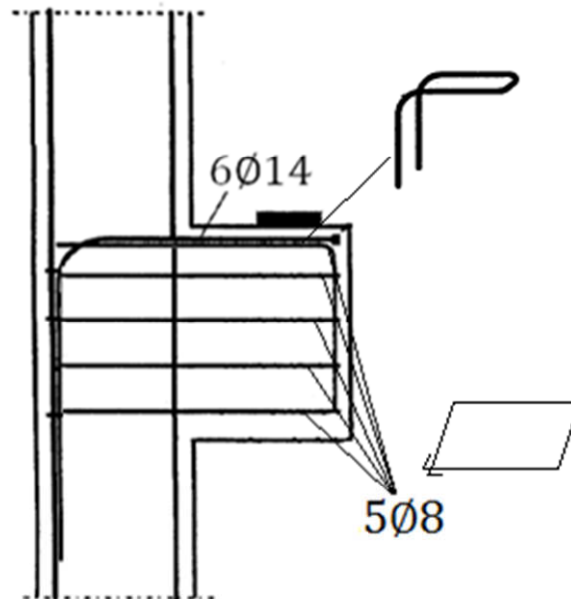
$$\sigma_{Rd,max} = 0,6v'f_{cd} = 0,6 \cdot 0,86 \cdot 2,33 = 1,20 \text{ kN/cm}^2$$

kjer je:

$$v' = 1 - \frac{f_{ck}[MPa]}{250} = 1 - \frac{35}{250} = 0,86$$

Pogoj nosilnosti  $\sigma_{cd} \leq \sigma_{Rd}$  je izpolnjen.

### 6.2.7 Skica armature



Slika R2- 7: Položaj armature

Na razdalji  $a' = 4$  cm od zgornjega roba konzole po širini razporedimo vzdolžno armaturo  $6\text{Ø}14$ . Armaturo je potrebno sidrati na obeh koncih. Za stremensko armaturo uporabimo 5 zaprtih stremen  $\text{Ø}8$ , katera enakomerno razporedimo po višini konzole, kot je prikazano na sliki R2-7.

### 6.3 Stik prečke in stebra pri upogibnem momentu, ki vogal zapira

#### 6.3.1 Zasnova in osnovni podatki

Geometrija

$$h = 0,5 \text{ m}$$

$$b = 0,3 \text{ m}$$

Obremenitev

$$M_d = 120 \text{ kNm}$$

Material

Beton: C30/37

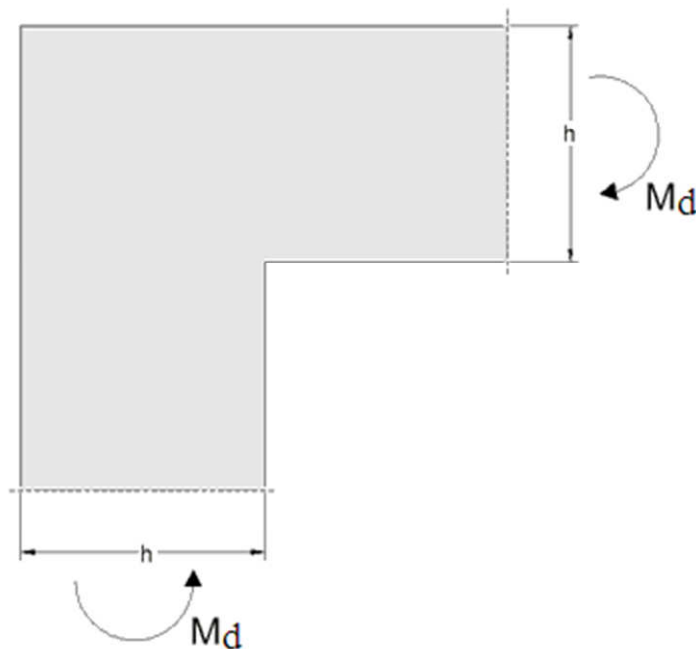
$$f_{ck} = 3,0 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1,0 \frac{3,0}{1,5} = 2,0 \text{ kN/cm}^2$$

Armatura: S500

$$f_{yk} = 50 \text{ kN/cm}^2$$

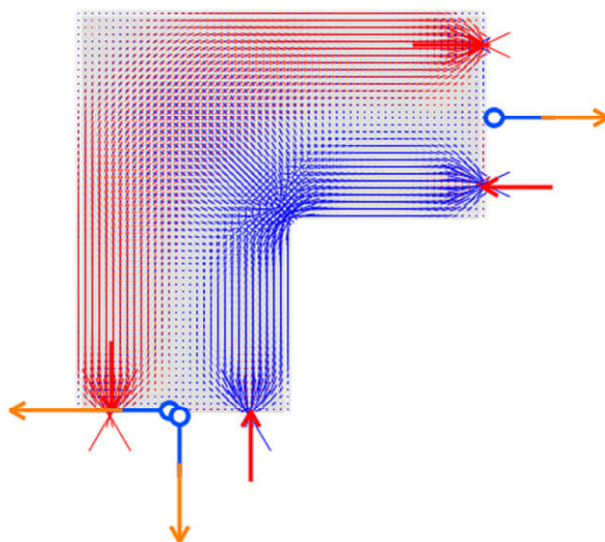
$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{50}{1,15} = 43,48 \text{ kN/cm}^2$$



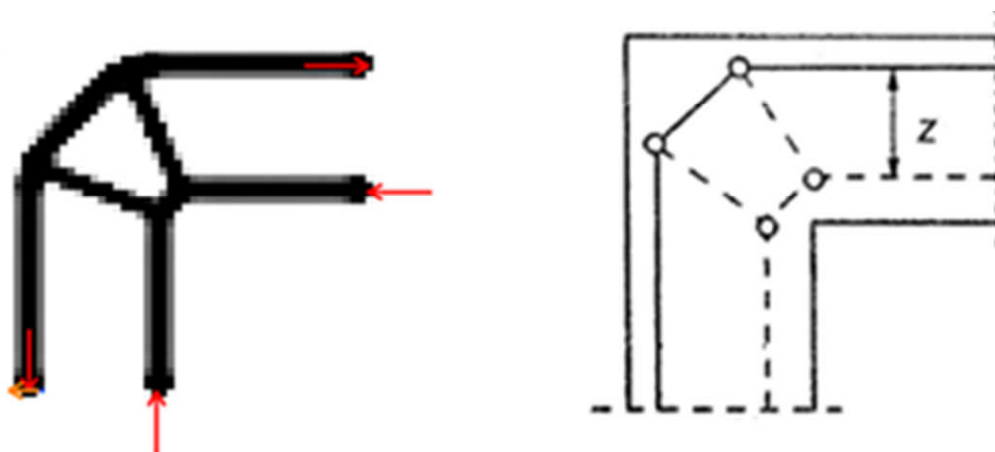
Slika R3- 1: Stik prečke in stebra

### 6.3.2 Izbira nadomestnega paličja

Model z vezmi in razporami smo določili s pomočjo programa ForcePad 2. Pri tem smo robne pogoje in obremenitev (moment nadomestimo z dvojico sil) podali tako, kot je prikazano na sliki R3-2. Rezultat topološke optimizacije se ujema s potekom glavnih normalnih napetosti in tipičnim modelom prikazanim na sliki R3-3.



Slika R3- 2: Potek glavnih normalnih napetosti v programu ForcePad 2

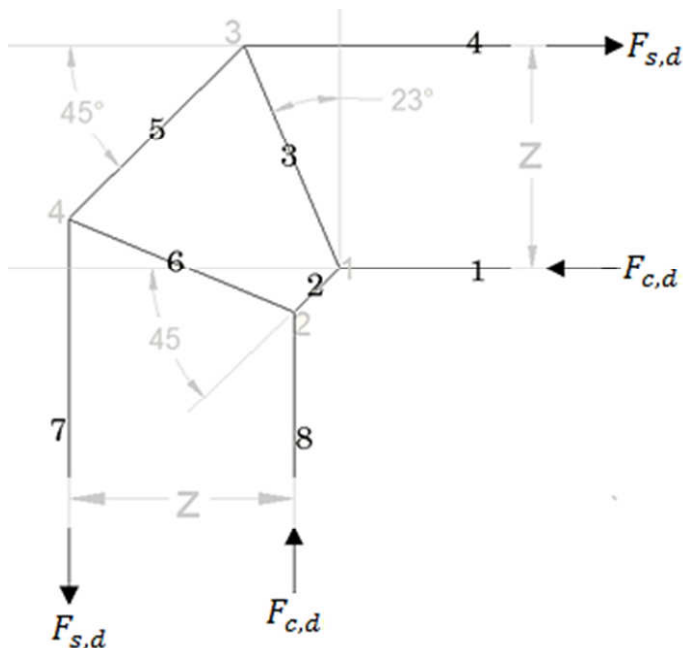


Slika R3- 3 (Povzeto): Topološka optimizacija in predlagani tipični model (SIST EN 1992-1-1:2005)

Pri določanju nadomestnega paličja si pomagamo z rezultatom topološke optimizacije in programom AutoCAD, s katerim odčitamo razdaljo med zgornjim/nateznim in spodnjim/tlačnim pasom ( $z$ ). Na podoben način definiramo natančno lego palic (kote in razdalje).

### 6.3.3 Izračun notranjih sil v paličju

Notranje sile paličja določimo z izrezovanjem vozlišč in zapisom ravnotežnih pogojev v  $x$  in  $z$  smeri. Vpliv zunanjega momenta  $M_d$  nadomestimo z natezno silo  $F_{s,d}$  in tlačno silo  $F_{c,d}$ , ki sta medsebojno oddaljeni za ročico sil.



Slika R3- 4: Izbran model nadomestnega paličja

- Izračun zunanjih sil:

$$F_{s,d} = \frac{M_d}{z} = \frac{120 \cdot 100}{36} = 333,33 \text{ kN}$$

$z = 36 \text{ cm}$  (odčitek iz slike topološke optimizacije v programu AutoCAD)

$$F_{c,d} = -F_{s,d} = -333,33 \text{ kN}$$

- Izračun notranjih sil:

Vozlišče 1

$$\sum F_z: N_{3,d} \cdot \cos 23^\circ = N_{2,d} \cdot \sin 45^\circ \rightarrow N_{3,d} = N_{2,d} \cdot 0,768 = -254,25 \text{ kN}$$

$$\sum F_x: N_{3,d} \cdot \sin 23^\circ + N_{2,d} \cdot \cos 45^\circ = F_{c,d} \rightarrow N_{2,d} \cdot 1,007 = -333,33 \rightarrow N_{2,d} = -331,01 \text{ kN}$$

Vozlišče 3

$$\sum F_z: N_{3,d} \cdot \cos 23^\circ = -N_{5,d} \cdot \sin 45^\circ \rightarrow N_{3,d} = -N_{5,d} \cdot 0,768 = -254,25 \text{ kN}$$

$$\sum F_x: N_{3,d} \cdot \sin 23^\circ - N_{5,d} \cdot \cos 45^\circ = F_{s,d} \rightarrow N_{5,d} \cdot 1,007 = 333,33 \rightarrow N_{5,d} = 331,01 \text{ kN}$$

Zaradi simetrije geometrije in obtežbe lahko zapišemo:

$$N_{1,d} = N_{8,d} = -333,33 \text{ kN}$$

$$N_{2,d} = -N_{5,d} = -331,01 \text{ kN}$$

$$N_{3,d} = N_{6,d} = -254,25 \text{ kN}$$

$$N_{4,d} = N_{7,d} = -N_{1,d} = 333,33 \text{ kN}$$

### 6.3.4 Dimenzioniranje vezi

#### 6.3.4.1 Armatura ob zgornjem robu

$$A_{s,potr.} = \frac{F_{s,d}}{f_{yd}} = \frac{333,33}{43,48} = 7,67 \text{ cm}^2$$

Izberemo armaturne palice  $\emptyset 12$ .

Ploščina prereza ene armaturne palice:

$$A_{s,1} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (1,2)^2}{4} = 1,13 \text{ cm}^2$$

Potrebno število palic:

$$n = \frac{A_{s,potr.}}{A_{s,1}} = \frac{7,67}{1,13} = 6,78$$

Izberemo armaturo 7 $\emptyset 12$ .

$$A_{s,izbr.} = 7 \cdot 1,13 = 7,91 \text{ cm}^2$$

#### 6.3.4.2 Določitev razdalje med armaturnimi palicami

Najmanjša svetla horizontalna/vertikalna medsebojna oddaljenost posameznih vzporednih palic ali leg vzporednih palic s premerom  $\emptyset$  je določena z izrazom:

$$a_{min} = \max[\emptyset; d_g + 5 \text{ mm}; 20 \text{ mm}] = [12, 21, 20] = 21 \text{ mm}$$

Horizontalno osno razdaljo med armaturnimi palicami določimo z izrazom:

$$a_h = \frac{b - 2a'}{n - 1} = \frac{30 - 2 \cdot 4}{7 - 1} = 3,7 \text{ cm} = 37 \text{ mm}$$



Pri tem so:

$\emptyset$  - premer armaturne palice,

$d_g$  - premer največjega zrna agregata (predpostavimo 16 mm),

$a'$  - krovni sloj betona (izberemo 4 cm),

$b$  - širina elementa,

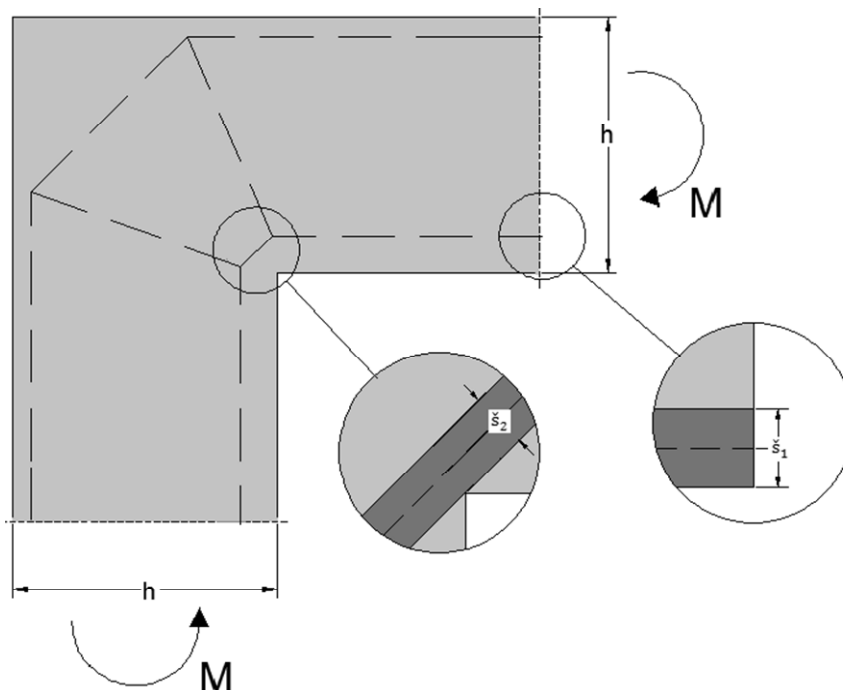
$n$  - število armaturnih palic.

### 6.3.5 Razpore

Pri podprtih konstrukcijah lahko širino vozlišča določimo na podlagi širine podpore in števila slojev armature (glej računski primer 6.1). V tem primeru imamo opravka z 'izrežanim' delom konstrukcije, zato širin razpor ne moremo določiti na podlagi dimenzij vozlišča. Glede na nosilnost razpore zato najprej izračunamo najmanjšo potrebno širino razpore, in nato preverimo, ali je v okolici osi razpore na voljo zadostna količina betona. Na podlagi izbranih širin razpor nato določimo dimenzije vozlišča. V obravnavanem primeru smo pri kontrolah napetosti izbrali minimalne širine razpor ter s tem zagotovili, da smo na varni strani.

#### 6.3.5.1 Dimenzije razpor

Dimenzije razpor lahko določimo na podlagi znane lege osi elementov nadomestnega paličja. Širini razpor 1 in 2 sta omejeni z robom konstrukcije. Za razpore 1 tako izberemo širino do spodnjega roba konstrukcije. Enako storimo za razpore 2, pri tem za polovično razdaljo širine upoštevamo najkrajšo razdaljo od osi razpore 2 do roba elementa. Na ta način predpostavimo največje možne dimenzije razpor, ki se v danem primeru lahko formirajo.



Slika R3- 5: Formiranje razpore 1 in 2 do spodnjega roba konstrukcije

Vrednosti širin lahko odčitamo v programu AutoCAD:

$$\check{s}_1 = 14,70 \text{ cm}$$

$$\check{s}_2 = 12,24 \text{ cm}$$

### 6.3.5.2 Kontrole napetosti

- Razpore 1 in 8

$$\sigma_{cd,1} = \frac{N_{1,d}}{\check{s}_1 \cdot b} = \frac{333,33}{14,70 \cdot 30} = 0,756 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{Rd,max} = f_{cd} = 2,0 \text{ kN/cm}^2$$

Pogoj nosilnosti  $\sigma_{cd,1} \leq \sigma_{Rd}$  je izpolnjen.

- Razpore 2

$$\sigma_{cd,2} = \frac{N_{2,d}}{\check{s}_2 \cdot b} = \frac{331,01}{12,24 \cdot 30} = 0,901 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{Rd,max} = f_{cd} = 2,0 \text{ kN/cm}^2$$

Pogoj nosilnosti  $\sigma_{cd,2} \leq \sigma_{Rd}$  je izpolnjen.

Širina razpore 3 in 6 ni omejena z robom konstrukcije, zato izračunamo najmanjšo potrebno širino razpore, ki je potrebna za prevzem tlakov in nato preverimo, če je v okolici osi razpore na voljo zadosti materiala za formiranje potrebne širine. Razpore se delno nahajata v območju nategov (prečno na razpore), zato upoštevamo reducirano nosilnost:

$$\sigma_{3Rd,max} = 0,6v'f_{cd} = 0,6 \cdot 0,88 \cdot 2,0 = 1,056 \text{ kN/cm}^2$$

$$\check{s}_3 \geq \frac{N_{3,d}}{\sigma_{Rd,max} \cdot b} = \frac{254,25}{1,056 \cdot 30} = 8,03 \text{ cm}$$

$$v' = 1 - \frac{f_{ck}[MPa]}{250} = 1 - \frac{30}{250} = 0,88$$

V okolici osi elementa 3 oziroma 6 je dovolj betona za formiranje minimalne potrebne dimenzije razpore (slika R3-5).

### 6.3.6 Vozlišča

#### 6.3.6.1 Tlačno obremenjena vozlišča

Ker obravnavamo tlačno obremenjeno vozlišče, bomo njegovo nosilnost izračunali s pomočjo izraza:

$$\sigma_{Rd,max} = 1,0v'f_{cd} = 1,0 * 0,88 * 2,0 = 1,76 \text{ kN/cm}^2$$

$$v' = 1 - \frac{f_{ck}[MPa]}{250} = 1 - \frac{30}{250} = 0,88$$

Dimenzije vozlišča so odvisne od izbranih širin razpor.

$$\sigma_{1,d} = \frac{N_{1,d}}{\check{s}_1 \cdot b} = \frac{333,33}{14,70 \cdot 30} = 0,765 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{2,d} = \frac{N_{2,d}}{\check{s}_2 \cdot b} = \frac{331,01}{12,24 \cdot 30} = 0,901 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{3,d} = \frac{N_{3,d}}{\check{s}_3 \cdot b} = \frac{254,25}{8,03 \cdot 30} = 1,06 \text{ kN/cm}^2$$

Pogoji nosilnosti  $\sigma_d \leq \sigma_{Rd}$  so izpolnjeni.

#### 6.3.6.2 Tlačno in natezno obremenjena vozlišča

Ker obravnavamo natezno (armatura v dveh smereh) in tlačno obremenjeno vozlišče, bomo njegovo nosilnost izračunali s pomočjo izraza:

$$\sigma_{Rd,max} = 0,75v'f_{cd} = 0,75 \cdot 0,88 \cdot 2,0 = 1,32 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{3,d} = \frac{N_{3,d}}{\check{s}_3 \cdot b} = \frac{254,25}{8,03 \cdot 30} = 1,06 \text{ kN/cm}^2$$

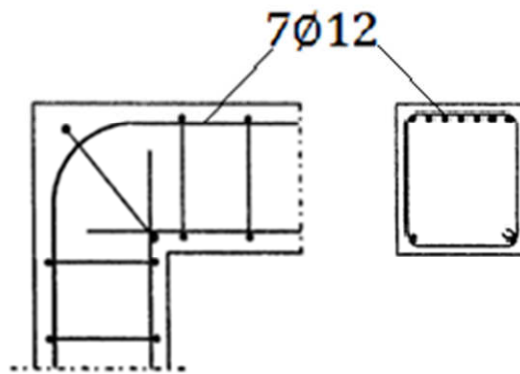
Pogoj nosilnosti  $\sigma_{3,d} \leq \sigma_{Rd}$  je izpolnjen.

V osnovi smo kontrolo vozlišča 3 že opravili, ko smo kontrolirali napetosti v razpori 3 - zaradi prečnih nateznih napetosti smo upoštevali reducirano nosilnost  $\sigma_{3Rd,max} = 0,6v'f_{cd}$  (strožji kriterij kot nam ga predlaga nosilnost tlačno in natezno obremenjenega vozlišča:  $\sigma_{Rd,max} = 0,75v'f_{cd}$ ).

V primeru, da se zgornja kontrola nosilnosti pri izbrani širini razpore ne izide, bi lahko izbrali širšo razpore, saj je v okolici osi razpore 3 na voljo dovolj materiala. Posledično bi se spremenile tudi dimenzije vozlišča (kontrola napetosti razpor in vozlišč pri tem niso kritične, saj smo na varni strani). Nižjo napetost bi dobili tudi z večjo izbrano debelino elementa  $b$  ali z zmanjšanjem zunanje obremenitve  $M_d$ . Lahko pa bi izbrali boljšo kvaliteto betona in s tem povečali nosilnost vozlišča.

### 6.3.7 Skica armature

Na sliki R3-6 je prikazan položaj in razporeditev armature za stik steber-prečka, obremenjen z momentom, ki vogal zapira. V obravnavanem primeru smo s pomočjo metode vezi in razpor določili armaturo ob zgornjem robu stika. Za vogale, pri katerih sta stikovana elementa približno enakih debelin  $h$ , po SIST EN 1992-1-1 (Dodatek J.2.2) ni potrebna kontrola sidrnih dolžin. Ostala prikazana armatura je posledica armiranja stebra oziroma prečke.



Slika R3- 6: Položaj armature

## 7 ZAKLJUČEK

Konstrukcije in konstrukcijske elemente v D območju lahko projektiramo na različne načine: z metodo končnih elementov (analiza po linearni teoriji elastičnosti), s pomočjo poenostavljenega postopka, ki temelji na ročici notranjih sil po predlogu prof. Leonhardta ali z metodo z vezmi in razporami. Metoda končnih elementov je primerna za analizo napetostnega stanja, a za določitev armature ni najboljša izbira. Poenostavljena metoda, ki temelji na ročici notranjih sil je sicer hitra in enostavna, vendar ne najbolj natančna. Za bolj podrobno in varno obravnavo problema se lahko odločimo z uporabo metode z vezmi in razporami. Pri tem zapleteno napetostno stanje opišemo z nadomestnim paličjem. Če ga določimo na podlagi topološke optimizacije (temelji na metodi končnih elementov), bi lahko dejali, da je metoda z vezmi in razporami kombinacija obeh preostalih metod, saj poleg kontrol, ki jih izvedemo pri metodi z ročico notranjih sil, kontroliramo še napetosti v vozliščih in diagonalnih razporah.

Metoda z vezmi in razporami je učinkovita predvsem na območjih, kjer naletimo na ponavljajoče se vzorce napetostnega stanja. Za ta območja so v uporabi tipični modeli nadomestnega paličja, ki jih najdemo v številnih standardih in priročnikih. V primeru, da moramo model z vezmi in razporami določiti sami, pa nam je lahko v pomoč topološka optimizacija. Tako lahko hitro določimo nadomestni model paličja, vendar je pri tem potrebno nekaj inženirske presoje oziroma razumevanja. Pri izbiri paličja moramo biti zelo pozorni, saj z neustrezno izbranim modelom zmanjšamo nosilnost konstrukcije, kar lahko vodi tudi v porušitev. Da se izognemo napakam, moramo upoštevati smernice iz literature. V nadaljevanju je potreben izračun notranjih statičnih količin, primerno armiranje in kontroliranje napetosti v betonu (razpore in vozlišča). Pri projektiranju nam je v pomoč standard SIST EN 1992-1-1:2005.

Metoda z vezmi in razporami je primerna za reševanje celotne konstrukcije (stenasti nosilci) ali del konstrukcije (npr. stik stebra in prečke). Metoda je na prvi pogled enostavna, a nekoliko zamudna (zahteva veliko število kontrol). Projektiranje s to metodo je učinkovito, poučno in podrobno.

## VIRI

Beg, D. (ur.), Pogačnik, A. (ur.) 2009. Priročnik za projektiranje gradbenih konstrukcij po Evrokod standardih. Ljubljana, Inženirska Zbornica Slovenije: str. 2-60 – 2-82.

CEB-FIP fib Bulletin 3. December 1999. Structural Concrete, Textbook on Behaviour, Design and Performance, Vol. 3: Durability - Design for Fire Resistance - Member Design - Maintenance, Assessment and Repair-Practical aspects, Manual – textbook: str. 148-153, 173, 178.

European Concrete Platform ASBL 2008. EC2 – worked examples: Section 6, Worked examples – Ultimate limit states: 18 – 21 str.

<http://www.bibm.eu/Documenten/Worked%20Examples%20for%20Eurocode%202%20Final%20-%20DEF080723%20%28SL%2016%2009%2008%29.pdf> (Pridobljeno 15.9.2012.)

Lindemann, J. 2009. ForcePad Manual. Lund University : 16 str.

Masivne konstrukcije II. 2012. Ljubljana, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Katedra za masivne in lesene konstrukcije.

<http://www.fgg.uni-lj.si/kmlk/KMLK-studijsko%20gradivo.htm/> (Pridobljeno 15.9.2012.)

Marti, P. 1985. Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design. ACI Journal 82, 1: 46-56.

Nagarajan, P., Pillai, M. 2008. Development of strut and tie models for simply supported deep beams using topology optimization: 642 str.

[http://nitc.academia.edu/PraveenNagarajan/Papers/750817/Development\\_of\\_strut\\_and\\_tie\\_models\\_for\\_simply\\_supported\\_deep\\_beams\\_using\\_topology\\_optimization/](http://nitc.academia.edu/PraveenNagarajan/Papers/750817/Development_of_strut_and_tie_models_for_simply_supported_deep_beams_using_topology_optimization/) (Pridobljeno 15.9.2012.)

Pirih, M. 2010. Projektiranje betonskih konstrukcij s pomočjo metode z vezmi in razporami. Diplomaska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo (samozaložba M. Pirih): str. 2, 3, 19, 31, 32.

Rombach G.A. 2004. Finite element design of concrete structures. Practical problems and their solutions. London, Thomas Telford: 122 str.

Schlaich, J., et al. 1987. Toward a Consistent Design of Structural Concrete. J. of Prestressed Concrete Institute 32, 3: 74-150.

Schlaich, J., Schäfer, K. 1991. Design and Detailing of Structural Concrete Using Strut-and-Tie Models. The Structural Engineer.

<http://www.istructe.org/webtest/files/cf/cfd05979-e67f-4f88-9cf5-e68298f5d8a0.pdf>  
(Pridobljeno 15.9.2012.)

University of Delaware. 2004. College of Engineering. Strut and tie model: str. 8-27, 8-32.

[http://www.ce.udel.edu/cibe/news%20and%20events/Strut\\_and\\_tie.pdf/](http://www.ce.udel.edu/cibe/news%20and%20events/Strut_and_tie.pdf/) (Pridobljeno 15.9.2012.)

University of Illinois. 2002. Strut and tie resouce web site.

<http://dankuchma.com/stm/STM/> (Pridobljeno 13. 9. 2012.)

### **Standardi:**

SIST EN 1992-1-1:2005. Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij – 1-1 del: Splošna pravila in pravila za stavbe.

SIST EN 1992-1-1:2005/A101:2006. Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij – 1-1 del: Splošna pravila in pravila za stavbe – Nacionalni dodatek.

### **Računalniški programi:**

Lund university 2001. Division of Structural Mecahnics: ForcePad 2.  
<http://forcepad.sourceforge.net/> (Pridobljeno 15.7.2012.)

TopoStruct: Topolgy Optimization Software Developed by Panagiotis Michalatos and Sawako Kaijima, 2010.  
<http://ds13.uforg.net/2010/05/topostruc-topology-optimization-software/> (Pridobljeno 15.7.2012.)