

Univerza
v Ljubljani
Fakulteta
*za gradbeništvo
in geodezijo*

*Janova 2
1000 Ljubljana, Slovenija
telefon (01) 47 68 500
faks (01) 42 50 681
fgg@fgg.uni-lj.si*



Univerzitetni program Gradbeništvo,
Konstrukcijska smer

Kandidat:

Jure Lopatič

Primerjava modelov za numerično analizo armiranobetonskih konstrukcij

Diplomska naloga št.: 3053

Mentor:

izr. prof. dr. Boštjan Brank

Ljubljana, 31. 3. 2009

IZJAVA O AVTORSTVU

Podpisani **JURE LOPATIČ** izjavljam, da sem avtor diplomske naloge z naslovom:
**»PRIMERJAVA MODELOV ZA NUMERIČNO ANALIZO ARMIRANOBETONSKIH
KONSTRUKCIJ«.**

Izjavljam, da prenašam vse materialne avtorske pravice v zvezi z diplomsko nalogo na UL,
Fakulteto za gradbeništvo in geodezijo.

Ljubljana, 05.03.2009

II Lopatič, J. 2009. Primerjava modelov za numerično analizo armirano betonskih konstrukcij
Dipl.nal.-UNI, Ljubljana UL, FGG, Odd. za gradbeništvo, Konstrukcijska smer

IZJAVE O PREGLEDU NALOGE

Nalogo so si ogledali učitelji konstrukcijske smeri:

BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

UDK: 519.61/.64:624.012.45:624.073(043.2)

Avtor: Jure Lopatič

Mentor: izr.prof.dr.Boštjan Brank

Naslov: Primerjava modelov za numerično analizo armiranobetonskih konstrukcij

Obseg in oprema: 76 str., 19 pregl., 88 sl.

Ključne besede: numerični model, ploskovna konstrukcija, plošča, nosilec

Izvleček

Diplomska naloga se nanaša na pripravo ustreznega modela za linearno elastično analizo armiranobetonskih ploskovnih konstrukcij po metodi končnih elementov. Notranje sile, ki jih izračunamo s programom po metodi končnih elementov, so namreč precej odvisne od izbranega numeričnega modela. Dobro je znano, da na izračunane notranje sile vplivata "kakovost" izbranega končnega elementa (na kar uporabnik komercialnega računalniškega programa navadno ne more dosti vplivati) ter gostota mreže končnih elementov. Manj pa je znano, da na izračunane notranje sile lahko znatno vplivajo tudi drugi dejavniki, kot so npr. način modeliranja podpor. V nalogi z več primeri pokažem, da se pri "klasičnem" načinu modeliranja podpor pri analizi plošč in sten notranje sile nad podporami neomejeno večajo z zgoščevanjem mreže. Nadalje pokažem, da se ta problem lahko reši tako, da se v numeričnem modelu upošteva dejanska togost podporne konstrukcije (sten ali stebrov). Poleg tega pokažem več primerov numeričnih analiz plošč, sten in nosilcev z različnimi modeli, ki se med seboj razlikujejo predvsem v obravnavi podpor. Dobljene rezultate primerjam med seboj in z rezultati poenostavljenih analiz iz priročnikov in standardov, ki so prilagojeni "peš" računom.

BIBLIOGRAFIC – DOCUMENTALISTIC INFORMATION**UDC: 519.61/.64:624.012.45:624.073(043.2)****Author: Jure Lopatič****Supervisor: assoc.prof.dr.Boštjan Brank****Title: Comparison of models for numerical analysis of reinforced concrete structures****Notes: 76 p., 19 tab., 88 fig.****Key words: numerical model, area structure, plate, beam****Abstract**

This work is related to preparation of a suitable numerical model for linear elastic analysis of reinforced concrete structures by using the finite element method. Namely, the internal forces, computed by the finite element method, considerably depend on the chosen numerical model. It is well known that they depend on the “quality” of the finite element used (which is out of the influence of the user of the commercial finite element based computer code) and on the density of the finite element mesh. However, it is not so widely known that other factors may have considerable influence on computed internal forces, for example modelling of supports. It is shown in this work by several examples that “classical” support models in plate and wall analysis can lead to unbounded internal forces at support regions with refinements of the mesh. It is also shown that a remedy to this problem is usage of real stiffness of the supportive structure in the numerical model. Several structural examples are computed by different numerical models. The results are compared between the models and with the results of simplified analyses found in the literature and codes.

ZAHVALA

Za pomoč pri izdelavi diplomskega dela se zahvaljujem mentorju izr.prof.dr.Boštjanu Branku.

Zahvaljujem pa se tudi svoji družini za vso podporo v času študija, še zlasti pa v času priprave diplomske naloge.

KAZALO VSEBINE

1. UVOD	1
2. PRIMERI MODELIRANJA AB KONSTRUKCIJ	5
2.1 Plošča preko dveh polj	5
2.2 Plošča s prekinjeno podporo	9
2.3 Prosti rob podpornega zidu	16
2.4 Plošča na stebrih (modeliranje po EN 1992 – dodatek I)	19
2.5 Modeliranje stika steber – plošča	26
2.6 Poševna plošča	36
2.7 Modeliranje točkovne obtežbe	39
2.8 Modeliranje stene	43
2.9 Stena preko dveh polj	50
2.10 Modeliranje podpor pri stenastih konstrukcijah	54
2.11 T nosilec	58
2.12 Rebrasta plošča	61
2.13 Krožna plošča	68
3. ZAKLJUČEK	72
VIRI	73
PRILOGA: DOLOČITEV TOGOSTI VZMETI	74

KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 1.1 : Primerjava momentov v osi podpore (simetrična obtežba)	7
Preglednica 1.2 : Primerjava momentov na robu podpore (simetrična obtežba)	7
Preglednica 1.3: Primerjava momentov v osi podpore (nesimetrična obtežba)	8
Preglednica 1.4: Primerjava ekstremnih negativnih momentov (nesimetrična obtežba)	8
Preglednica 1.5: Primerjava maksimalnih momentov v polju (nesimetrična obtežba)	9
Preglednica: 2.1: Primerjava ekstremnih vrednosti momentov v osi 1-1	13
Preglednica 2.2: Mreže končnih elementov za opisani primer	14
Preglednica 2.3: Primerjava momentov glede na gostoto mreže	15
Preglednica 3.1 Vrednosti negativnih momentov na robu sredinske stene (v kNm/m)	19
Preglednica 4.1 Momenti v nadomestnih okvirjih	23
Preglednica 5.1: Primerjava momentov glede na gostoto mreže (v kNm/m)	27
Preglednica 5.2: Tipi podpiranja	34
Preglednica 5.3: Primerjava momentov po MKE (vzmeti) in reduciranih po EN 1992	35
Preglednica 7.1 Primerjava momentov glede na model	42
Preglednica 8.1 Primerjava rezultatov	50
Preglednica: 9.1 Primerjava rezultatov	52
Preglednica 11.1: Momenti v polju	61
Preglednica 12.1: Primerjava momentov po MKE in EN 1992	66
Preglednica 12.2: Primerjava momentov nad podporo	67

KAZALO SLIK

Slika 0.1: Dialogno okno za izbor končnega elementa v SAP 2000	3
Slika 1.1: Plošča preko dveh polj. Simetrična in nesimetrična obremenitev	5
Slika 1.2: Mreža končnih elementov	6
Slika 1.3: Momenti nad podporo glede na tip podpiranja (simetrična obtežba)	7
Slika 1.4: Momenti nad podporo glede na model (nesimetrična obtežba)	8
Slika 1.5: Momenti v desnem polju glede na model (nesimetrična obtežba)	9
Slika 2.1: Zidovje, nad katerim je plošča	10
Slika 2.2: Mreža končnih elementov za dan primer	11
Slika 2.3: Modela podpiranja A in B v osi 1-1	11
Slika 2.4: Momenti M_{xx} v osi 1-1	12
Slika 2.5: Potek momenta M_{xx} v osi 1-1 glede na gostoto mreže	13
Slika 2.6: Momenti glede na gostoto mreže (z uporabo vzmeti)	15
Slika 3.1: Geometrija podporne stene	16
Slika 3.2: Mreža končnih elementov za opisano konstrukcijo	17
Slika 3.3: Tipa podpiranja A in B v osi B-B	17
Slika 3.4: Moment M_{xx} v Osi 2-2	18
Slika 3.5: Moment M_{yy} v osi B-B	19
Slika 4.1: Del plošče dimenzij $5.0 \times 4.0\text{m}$	20
Slika 4.2: Mreža končnih elementov za ploščo $4.0 \times 5.0\text{m}$	20
Slika 4.3: Trakovi pri obravnavani plošči	22
Slika 4.4: Nadomestni okvir v oseh 1-1 in 2-2	22
Slika 4.5: Nadomestni okvir v oseh A-A in B-B	23
Slika 4.6: M_{xx} v osi 2-2 (nad podporo)	24
Slika 4.7: M_{yy} v osi A-A (nad podporo)	24
Slika 4.8: M_{xx} v polju med osema 1 in 2	25
Slika 4.9: M_{yy} v polju med osema A in B	25
Slika 5.1: Shema plošče in robnih pogojev	26
Slika 5.2: Potek upogibnih momentov pri vpetem stiku plošča-steber	27
Slika 5.3: Različne dimenzije podpornih stebrov	28
Slika 5.4: Moment M_{xx} glede na širino podpore	28
Slika 5.5: Razporeditev vzmeti po vozliščih na območju stebra	29
Slika 5.6: Potek momentov M_{xx} v osi 1-1 glede na razporeditev vozlišč z vzmetmi	30
Slika 5.7: Potek momentov M_{xx} v osi 1-1 glede na gostoto mreže (pri uporabi vzmeti)	30

Slika 5.8: Izbrane točke na plošči	31
Slika 5.9: Momenti za model s širino četrtnine stebra $b=25\text{cm}$	32
Slika 5.10: Momenti za model s širino četrtnine stebra $b=50\text{cm}$	32
Slika 5.11: M_{xx} v osi 1-1 glede na tip končnega elementa dimenzij $0.15625 \times 0.15625\text{m}$	33
Slika 5.12: M_{xx} v osi 1-1 glede na tip končnega elementa dimenzij $0.05 \times 0.05\text{m}$.	33
Slika 5.13: Potek momentov v območju podpore	34
Slika 5.14: Redukcija momenta nad podporo po EN 1992	35
Slika 6.1: Geometrija poševne plošče	37
Slika 6.2: Računski model konstrukcije	37
Slika 6.3: Linijsko podpiranje v oseh 1 in 2.	38
Slika 6.4: Potek momenta M_{xx} pri linijskem podpiranju.	38
Slika 6.5: Točkovno podpiranje v oseh 1 in 2	39
Slika 6.6: Potek momentov pri točkovnem podpiranju	39
Slika 7.1: Geometrija konstrukcije	40
Slika 7.2: Obtežni primeri	41
Slika 7.3: Potek momentov M_{yy} v osi B-B glede na kontaktno ploskev	41
Slika 7.4: Nadomestni sistem	42
Slika 7.5: M_{yy} v osi B-B za nadomestni sistem in kontaktno ploskev C	43
Slika 8.1: Sheme obtežb na steno	44
Slika 8.2: Računski model konstrukcije	45
Slika 8.3: Potek sil N_{xx} [kN/m] v prerezu $x=3.60\text{m}$	45
Slika 8.4: Potek N_{xx} za obtežni primer C pri $x=3.60\text{m}$	46
Slika 8.5: Potek N_{xx} za obtežni primer D pri $x=3.60\text{m}$	46
Slika 8.6: Osne sile v nadomestnem paličju za primer A	47
Slika 8.7: Osne sile v paličju za primer B	48
Slika 8.8: Osne sile v paličju za primer C	49
Slika 9.1: Geometrija stenastega nosilca preko dveh polj	51
Slika 9.2: Potek sil N_{xx} v polju	51
Slika 9.3: Potek sil N_{xx} nad podporo.	52
Slika 9.4: Varianti podpiranja (A-široka podpora, B-ozka podpora)	53
Slika 9.5: Potek N_{xx} pri $x=3.25\text{m}$ (v polju)	53
Slika 9.6: Potek N_{xx} pri $x=6.50\text{m}$ (nad podporo)	54
Slika 10.1: Geometrija konstrukcije	55
Slika 10.2: Variante stikovanje stebra in stene	56

Slika 10.3: N_{xx} pri $x=0.24\text{m}$ (v osi podpore)	56
Slika 10.4: N_{xx} pri $x=3.60\text{m}$ (v polju)	57
Slika 10.5: Odnos med togostjo vzmeti na mestu podpore in rezultante momenta	58
Slika 11.1: Geometrija elementa	59
Slika 11.2: Modeli konstrukcije	59
Slika 11.3: Osna sila v stojini pri $x=7.50\text{m}$	60
Slika 11.4: Momenti za modele B, C, D in E	61
Slika 12.1: Geometrija rebraste plošče	62
Slika 12.2: Mreža končnih elementov za rebrasto ploščo	63
Slika 12.3: N_{xx} pri $x=5.0\text{m}$	63
Slika 12.4: Prereza nad podporo in v polju.	65
Slika 12.5: Računski model v deformirani legi	65
Slika 12.6: Potek momentov za linijski nosilec v osi C-C	66
Slika 12.7: Potek N_{xx} pri vpetju le na obeh robovih (vpetje A)	67
Slika 12.8: Potek N_{xx} pri vpetju v vseh vozliščih (vpetje B)	67
Slika 13.1: Geometrija konstrukcije	68
Slika 13.2: Mreži KE za obravnavano konstrukcijo	69
Slika 13.3: M_{xx} v osi X.	69
Slika 13.4: Vpeljava koordinate φ	70
Slika 13.5: Poteka momenta M_{xx} glede na mrežo	70
Slika D.1: Steber modeliran z 9 vozlišči	75

1. 0 UVOD

V zadnjih desetletjih si dimenzioniranje gradbenih konstrukcij brez uporabe računalnika praktično ne moremo več predstavljati. Na trgu se pojavlja mnogo računalniških programov, ki uporabniku omogočajo hitro in pregledno analizo konstrukcij. Skoraj brez izjeme temeljijo na metodi končnih elementov. Bogat grafični vmesnik med delom programa, ki je namenjen pripravi podatkov in branju rezultatov, ter delom programa, ki je namenjen numerični analizi, da pogosto lažen občutek o zanesljivosti rezultatov. Lahko tudi zavede ne dovolj izkušenega uporabnika (projektanta), da o nosilnih mehanizmih v konstrukciji, ter o tem ali je izbrani numerični model ustrezen ali ne popolnoma, ne razmišlja (pre)več. Posledice napačno izračunanih notranjih sil zaradi slabega numeričnega modela pa so lahko tudi katastrofalne. Porušitev naftne ploščadi Sleipner Platform, se je npr. zgodila ravno zaradi napačnega (ne dovolj dobrega) numeričnega modela.

V literaturi pogosto zasledimo misel, da je numerični model le idealizirana verzija dejanske konstrukcije. Vendar je verodostojnost izbranega numeričnega modela natanko tolikšna, kot so verodostojne relacije med posameznimi količinami, ki jih pri pripravi numeričnega modela obravnavamo in povezujemo. Modeliranje gradbenih konstrukcij z metodo končnih elementov ima svoja pravila, katerih neupoštevanje lahko hitro vrne praktično neuporaben rezultat. V tej diplomski nalogi bodo obravnavane nekatere osnovne stvari, ki jih je potrebno upoštevati pri pripravi modela konstrukcije in ki lahko pomembno vplivajo na izračunane notranje sile.

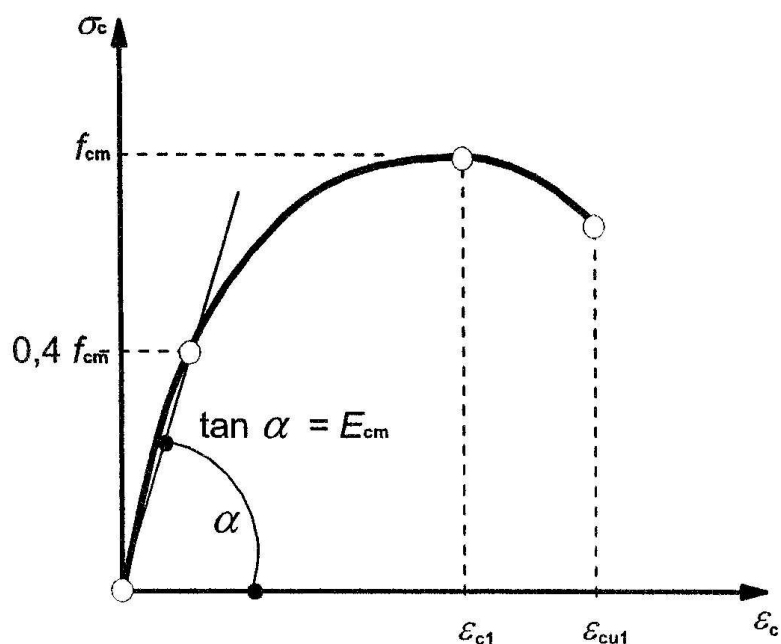
Pri modeliranju konstrukcij nastopa mnogo faktorjev:

- geometrijska razporeditev mreže (pravokotna, nepravokotna, radialna, ...)
- tip končnega elementa (število vozlišč, prostostne stopnje, ...)
- gostota mreže
- mehanske karakteristike snovi
- tipi podpiranja
- porazdelitev obtežbe

Vsak od teh parametrov delno vpliva na rezultat. Nekateri imajo večji vpliv kot drugi.

Mehanske lastnosti armiranega betona

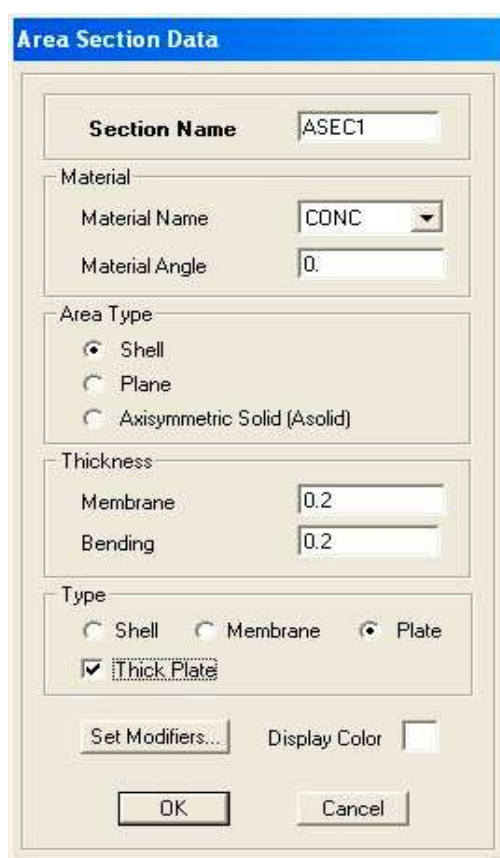
Po EN-1992 3.1.3 upoštevamo elastični modul armiranega betona E_{cm} kot tangens naklonskega kota α sekante σ - ε diagrama, ki gre skozi izhodišče ter seka diagram pri vrednosti ordinate $y=0.4f_{cm}$.



Pri vseh primerih v nalogi je uporabljen $E=30$ GPa, kar približno ustreza obnašanju betona razreda C25/30. Prav tako je v računih predpostavljena linearna zveza med napetostmi in deformacijami, reologija v modelih ni posebej zajeta. Poissonovo število oz. koeficient prečne kontrakcije je konstantni brezdimenzijski materialni parameter ν , ki predstavlja razmerje med vzdolžno in prečno deformacijo pri enoosni obremenitvi. Pri armirano betonskih konstrukcijah v zavzema vrednosti med 0 in 0.4. Odvisen je osnovne mešanice (agregat, cement, voda), vlažnosti, nivoja napetosti, itn. Po EN-1992 3.1.3 je dovoljeno upoštevati $\nu=0.2$ za nerazpokan prerez (mejno stanje nosilnosti) ter $\nu=0$ za razpokan prerez (račun mejnega stanja uporabnosti).

Končni elementi v SAP2000

Za izračun predstavljenih primerov uporabim komercialni računalniški program SAP2000. Program omogoča izbor različnih ploskovnih končnih elementov (3 ali 4 vozliščnih) in ima na voljo družino ploskovnih končnih elementov, ki jih imenuje *Shell*. V tej družini se nahajajo končni elementi za lupine (*Shell*), končni elementi za membrane (*Membrane*) in končni elementi za plošče (*Plate*). Element *Shell - Shell* je primeren za modeliranje lupinastih konstrukcij, kjer nastopajo vse notranje statične količine (osne in strižne sile, upogibni in torzijski momenti). Element *Shell - Plate* je primeren za analizo plošč. Notranje statične količine, ki jih dobimo so: dve prečni sili, dva upogibna ter torzijski moment. Osnih sil v takem elementu ni. Možnost *Thick Plate* predstavlja izbor med Kirchoffovo in Reissner-Mindlovo teorijo upogiba plošč. Element *Shell - Membrane* je primeren za modeliranje membranskega napetostnega stanja. V elementu so od nič različne le osne sile. V večini primerov modeliranja plošč je uporabljen končni element *Shell – Plate (Thick Plate)*.



Slika 0.1: Dialogno okno za izbor končnega elementa v SAP 2000.

- 4 Lopatič, J. 2009. Primerjava modelov za numerično analizo armirano betonskih konstrukcij
Dipl.nal.-UNI, Ljubljana UL, FGG, Odd. za gradbeništvo, Konstrukcijska smer

V priročniku za modeliranje v programu SAP2000 so navedena tudi osnovna navodila:

- notranji kot v vsakem vogalu elementa mora biti manjši od 180° . Najboljši so pravokotni elementi, priporočljive vrednosti kotov so med 45° in 135° .
- razmerje dolžin stranic naj ne bo preveliko. Najboljše razmerje je okoli 1, še uporabni elementi naj imajo razmerje manjše od 4. Elementi z razmerjem stranic večjim od 10 so praktično neuporabni.
- 4-vozljučni element ni nujno ravninski. Kot med normalama na vozljuča naj ne bo večji od 30° .

Modeliranje po EN-1992

Standard EN-1992 predpisuje uporabo naslednjih preverjenih računskih metod:

- a) Tabele in empirični obrazci za dimenzioniranje konstrukcij
- b) Metoda končnih elementov
- c) Metoda porušnic
- d) Metoda nadomestnih okvirjev

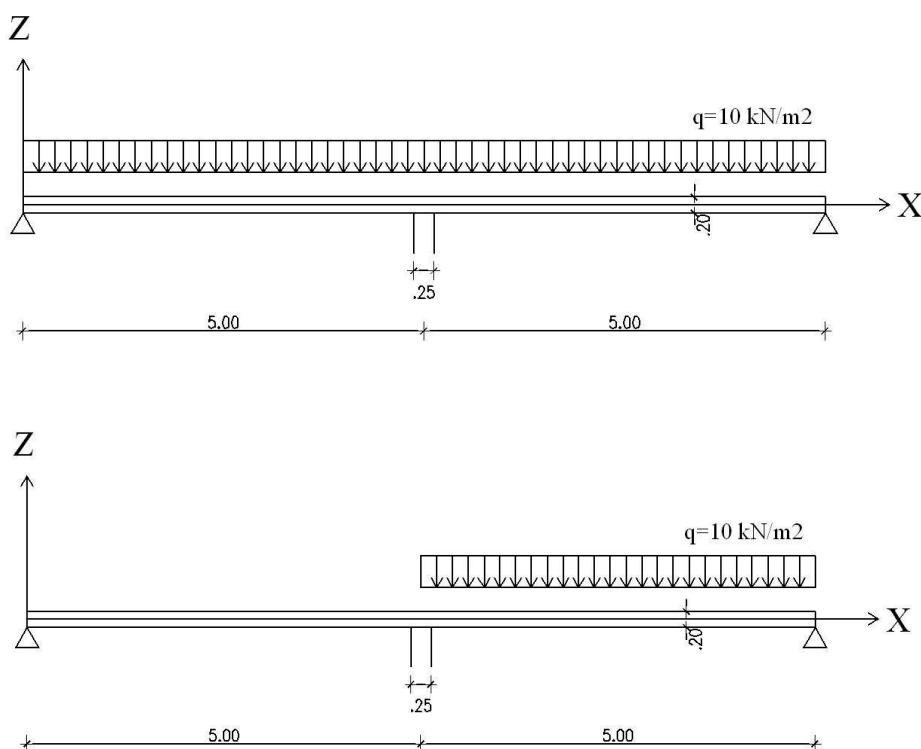
Nobena od metod ni v standardu posebej obdelana, vsebina se nanaša predvsem na geometrijske parametre pri modeliranju, vodenje armature pri stikih, priporočila za minimalna armiranja, ...Večina primerov v nalogi vsebuje primerjavo rezultatov dobljenih z različnimi metodami. Ob dobrem ujemanju rezultatov lahko predpostavimo, da je model dobro nastavljen.

2. 0 PRIMERI MODELIRANJA AB KONSTRUKCIJ

2.1 Plošča preko dveh polj

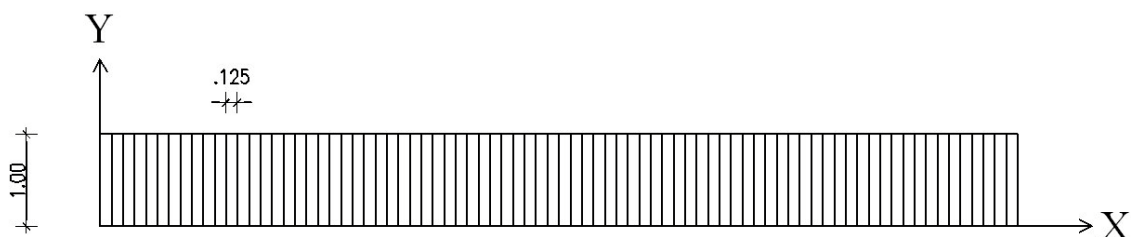
Armirano betonska plošča dimenzij $10.0\text{m} \times 1.0\text{m}$ in debeline 20cm je na robovih nepomično podprta, sredinsko podporo pa predstavlja stena debeline 25cm . Konstrukcijo obremenimo s simetrično ter nesimetrično obtežbo velikosti 10 kN/m^2 (slika 1.1). Za armiran beton upoštevamo elastični modul $E=30\text{GPa}$, Poissonov količnik $\nu=0.2$.

Zanima nas potek upogibnih momentov nad podporo in v polju glede na nadomestni model za steno na sredini razpetine.



Slika 1.1: Plošča preko dveh polj. Simetrična in nesimetrična obremenitev.

Armiranobetonsko ploščo modeliramo z 80 končnimi elementi. Izberemo 4 vozliščne končne elemente dimenzij $1.0\text{m} \times 0.125\text{m}$, da lahko z dvema elementoma pokrijemo območje sredinske podpore (slika 1.2). Izbran je končni element »Shell – Thick plate«.



Slika 1.2: Mreža končnih elementov

Sredinsko podpore modeliramo na 5 različnih načinov (slika 1.3) :

A/ Vozlišči v osi podpore sta nepomično podprti.

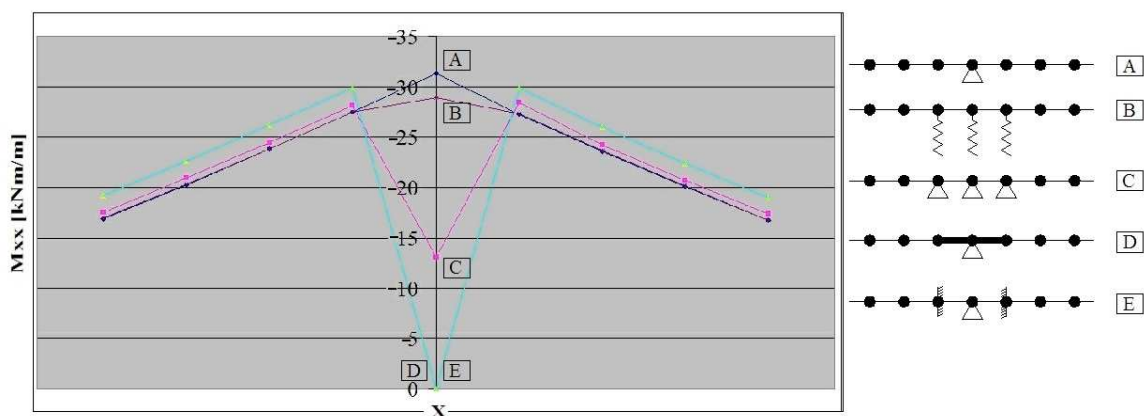
B/ V območju podpor upoštevamo površinsko togost stene $k=9000 \text{ MN/m}^2$ ($E=30\text{GPa}$, $h=3.33\text{m}$, $b=1.0\text{m}$, $d=0.25\text{m}$, predpostavimo, da je vmesna stena spodaj členkasto podprta).

C/ Vsa vozlišča v območju podpor so nepomično podprta.

D/ Vozlišče v osi podpore je nepomično podprto. Ostala vozlišča v območju podpore so med seboj povezana v togo ploščo (vez »Body«).

E/ V vozliščih na robu stene je preprečen tudi zasuk.

Na naslednjih straneh so prikazani momenti M_{xx} , odčitani v »desnih« vozliščih elementov.



Slika 1.3: Momenti M_{xx} nad podporo glede na tip podpiranja (simetrična obtežba)

Preglednica 1.1 : Primerjava momentov v osi podpore (simetrična obtežba)

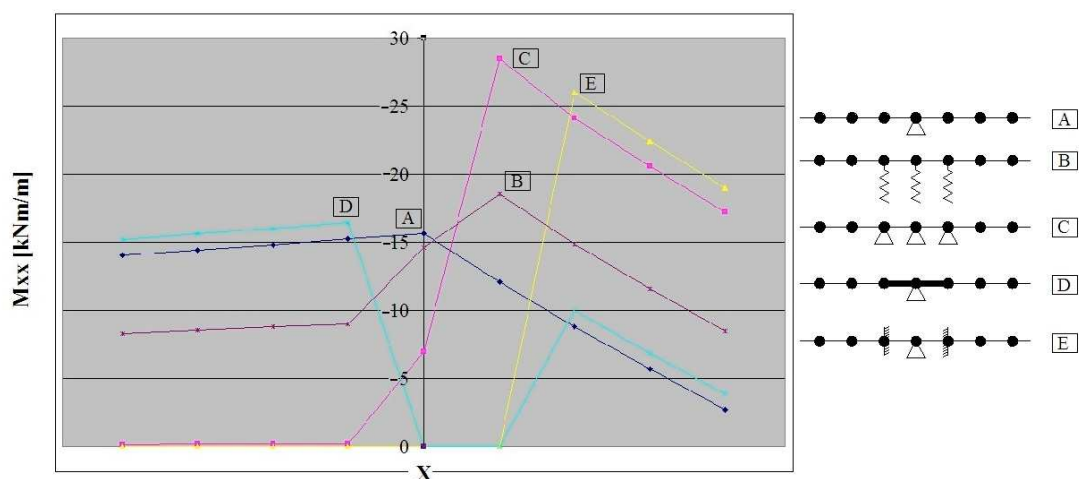
Tip podpiranja	A	B	C	D	E
M [kNm/m]	-31.30	-28.94	-13.11	0.00	0.00
[%]	100.00	92.44	41.88	0.00	0.00

Preglednica 1.2 : Primerjava momentov na robu podpore (simetrična obtežba)

Tip podpiranja	A	B	C	D	E
M [kNm/m]	-27.28	-27.37	-28.48	-29.93	-29.93
[%]	100.00	100.33	104.40	109.71	109.71

Primeri A in B (enojna podpora ali vzmeti) vrmeta sprejemljive rezultate, primeri C, D in E pa v osi podpore dajo nesmiselne vrednosti upogibnega momenta. Poteki momentov po preostalem delu konstrukcije pa med seboj ne odstopajo bistveno. Že v sosednjih vozliščih tik ob osi podpore so odstopanja glede na model zelo majhna.

Poglejmo potek momentov M_{xx} za nesimetrično obtežbo v območju sredinske stenske podpore (slika 1.4).



Slika 1.4: Momenti M_{xx} nad podporo glede na model (nesimetrična obtežba)

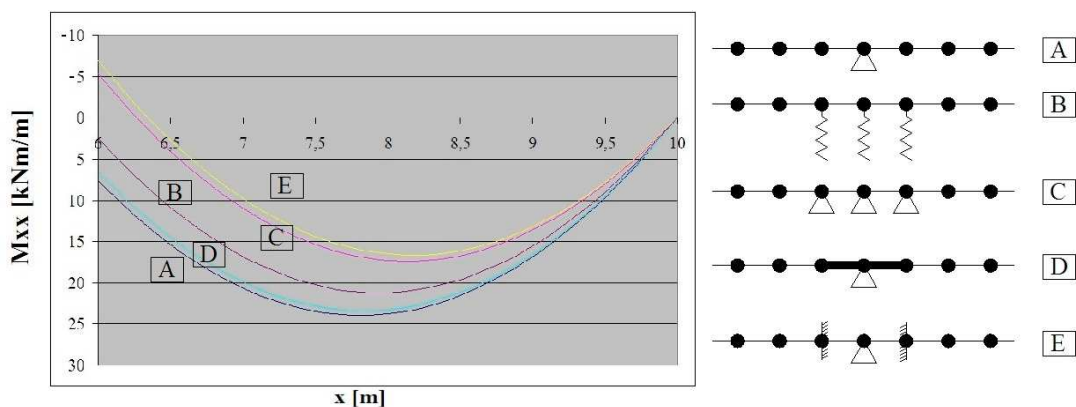
Preglednica 1.3: Primerjava momentov v osi podpore (nesimetrična obtežba)

Tip podpiranja	A	B	C	D	E
Mmin [kNm/m]	-15.61	-14.59	-6.93	0.00	0.00
[%]	100	93.47	44.39	0.00	0.00

Preglednica 1.4: Primerjava ekstremnih negativnih momentov (nesimetrična obtežba)

Tip podpiranja	A	B	C	D	E
Mmin [kNm/m]	-15.61	-18.52	-28.46	-16.45	-26.00
[%]	100	118.63	182.26	105.38	166.54

Pri nesimetrični obtežbi poteki momentov močno odstopajo. Primera A in B sta ustrezna, C in E vrmeta prevelike vrednosti, ki so posledica preprečitve zasuka v osi podpore in hkrati ne upoštevata vpliva obtežbe na levo polje, primer D pa v območju toge plošče ne upošteva notranjih sil, medtem ko se izven tega območja obnaša podobno kot model A.



Slika 1.5: Momenti M_{xx} v desnem polju glede na model (nesimetrična obtežba)

Preglednica 1.5: Primerjava maksimalnih momentov v polju (nesimetrična obtežba)

Tip podpiranja	A	B	C	D	E
M_{max} [kNm/m]	23.92	21.19	17.39	23.38	16.65
[%]	100	88.60	72.71	97.75	69.62

V polju vrednosti odstopajo glede na potek nad podporo. Zopet sta najbolj primerna za dimenzioniranje modela A in B. V polju se podobno kot model A obnaša tudi model D. Primera C in E vrneta velik negativni moment nad podporo in zato manjši pozitivni moment v polju.

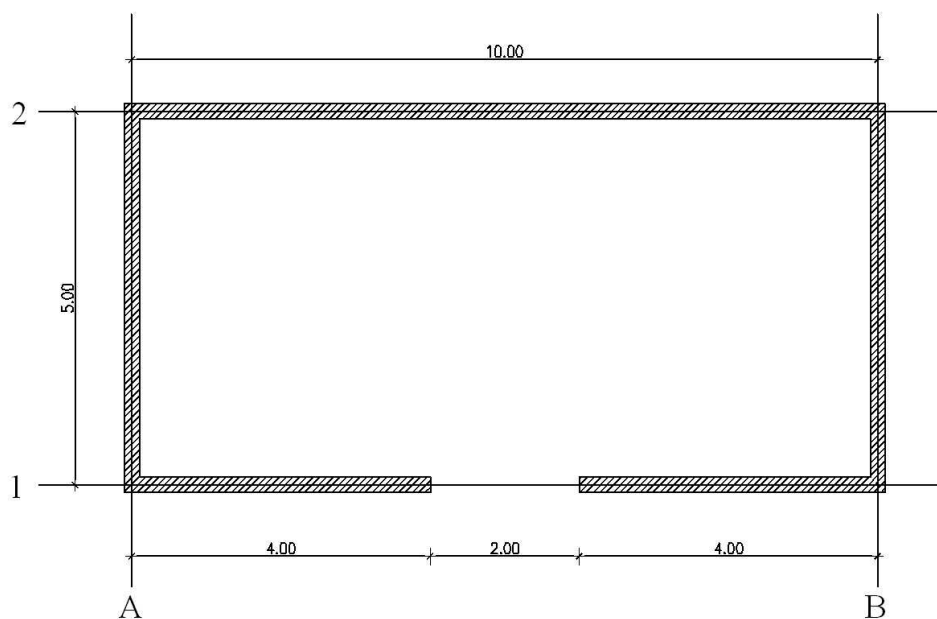
Izkaže se, da je v danem primeru najbolje izbrati model A ali B, saj po celotni konstrukciji z najmanj vloženejšega časa in energije dobimo precej realen rezultat.

2.2 Plošča s prekinjeno podporo

Na zidovih širine 30cm se nahaja armirano betonska plošča tlorisnih dimenzij 5.0m × 10.0m in debeline 20cm. V osi 1 se nahaja odprtina širine 2.0m za vrata (slika 2.1). Za armiran beton upoštevamo elastični modul $E=30\text{GPa}$, Poissonov količnik pa $\nu=0.2$.

Ploščo obtežimo enakomerno z obtežbo $q=10\text{ kN/m}^2$.

Zanima nas potek upogibnih momentov M_{xx} v območju prekinjene podpore (nad odprtino).

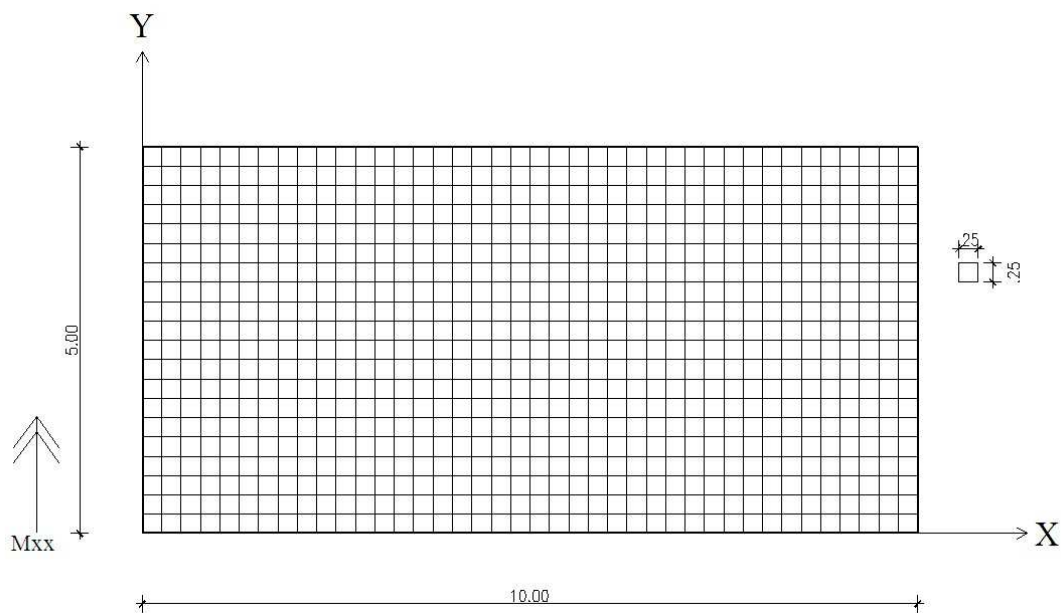


Slika 2.1: Zidovje, nad katerim je plošča

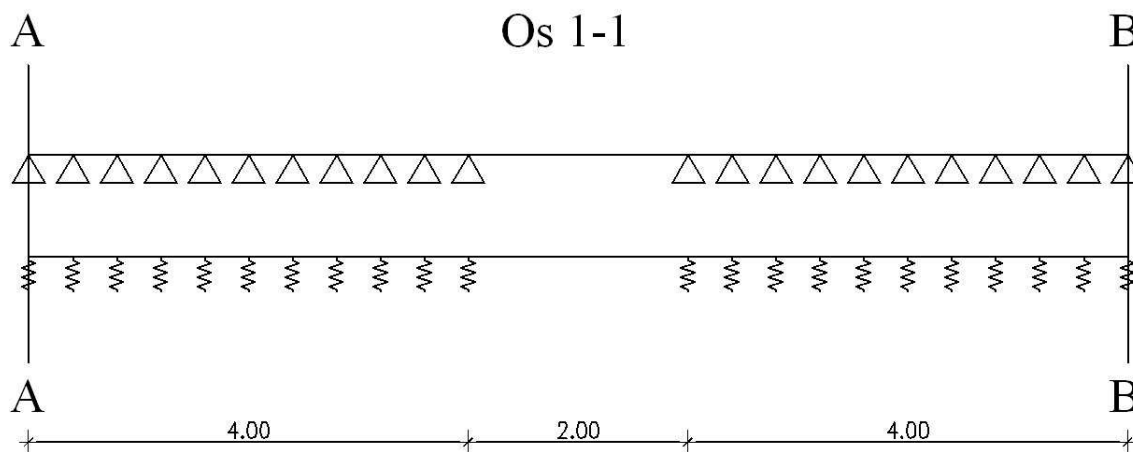
Ploščo modeliramo s ploskovnimi končnimi elementi tipa »Shell – Thick plate« dimenzij 25cm×25cm (slika 2.2). Vozlišča v oseh A, B in 2 podpremo nepomično v smeri Z (preprečen pomik, dovoljen zasuk), os 1 pa (glej sliko 2.3):

A/ nepomično v smeri Z,

B/ z vzmetmi s površinsko togostjo $k=9308 \text{ MN/m}^2$ ($E=30\text{GPa}$, $h=3.85\text{m}$, $b=1.0\text{m}$, $d=0.30\text{m}$, predpostavimo, da je stena spodaj členkasto podprta).

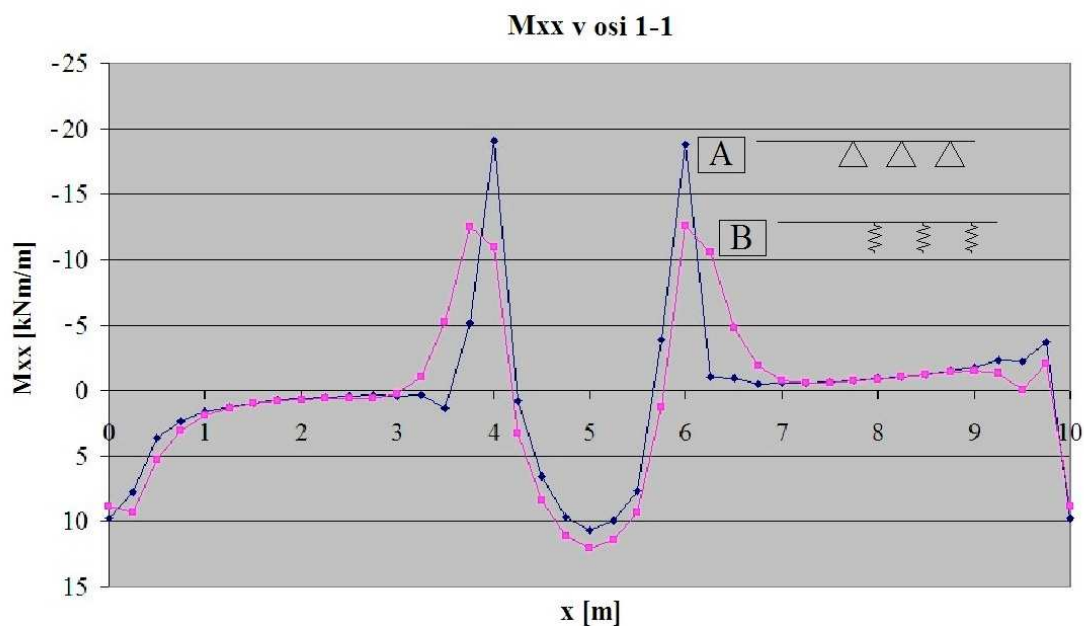


Slika 2.2: Mreža končnih elementov za dan primer



Slika 2.3: Modela podpiranja A in B v osi 1-1

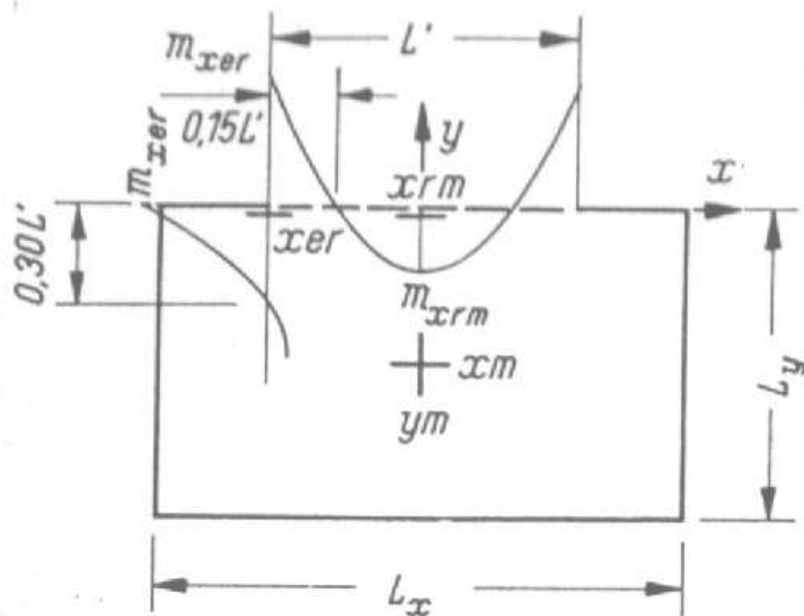
Na sliki 2.4 so prikazani momenti M_{xx} v vozliščih končnih elementov. Nad območjem prekinjene podpore se kot pričakovano pojavijo konice momentov.



Slika 2.4: Momenti M_{xx} v osi 1-1

Z uporabo vzmeti smo se izognili konici momentov in dobili bolj realen potek momentov M_{xx} . Odčitki so iz »desnih« vozlišč končnih elementov kar se na sliki pokaže kot nesimetričen potek.

V literaturi zasledimo tabele momentov za opisane konstrukcije. Zanima nas moment m_{xer} .

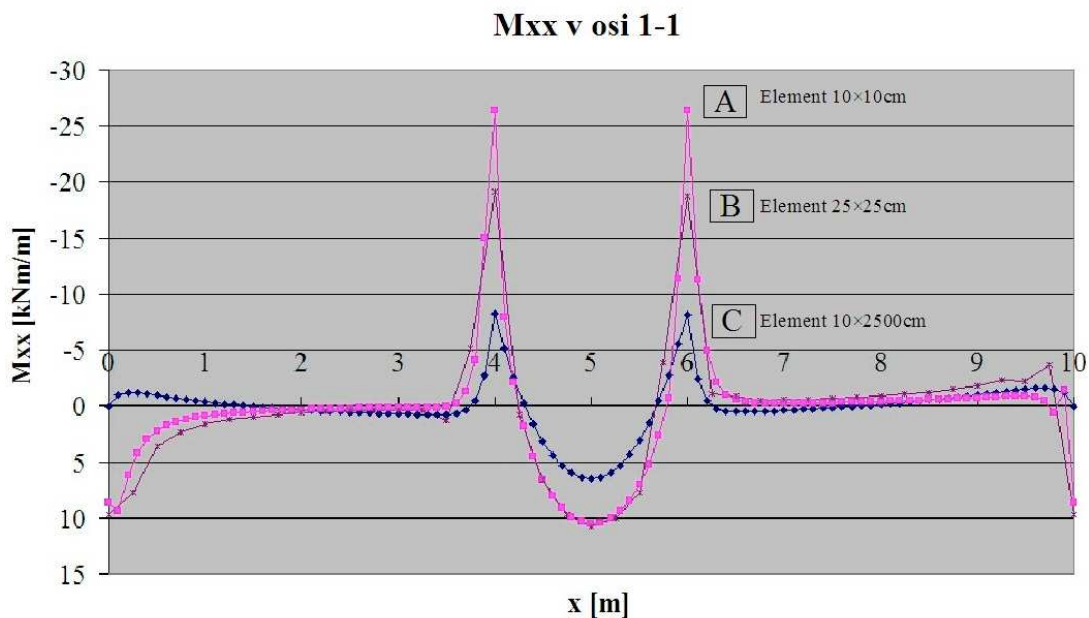


Preglednica: 2.1: Primerjava ekstremnih vrednosti momentov v osi 1-1

	Moment nad podporo [kNm/m]	Moment v polju [kNm/m]
A/ Nepomična podpora	-19.1	10.7
B/ Vzmeti	-12.5	12.1
C/ Literatura	-42.0	9.0

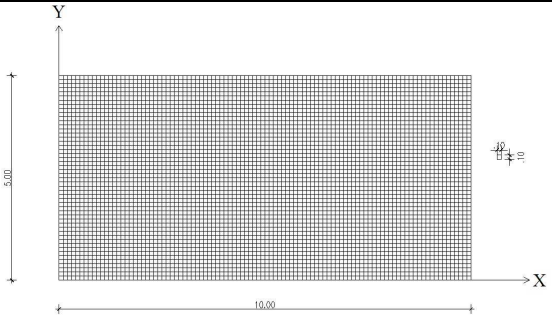
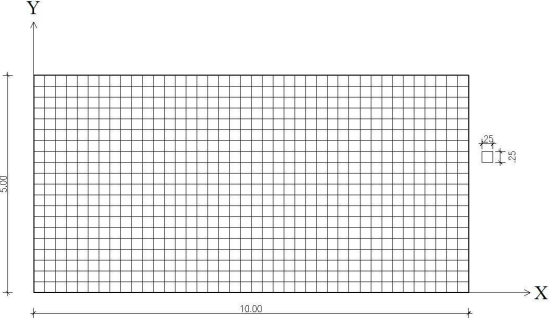
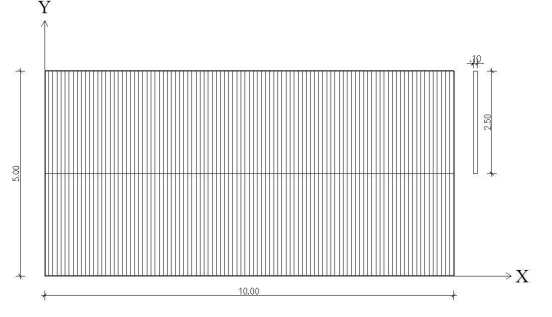
Vrednost v literaturi je precej višja tudi zaradi predpostavke, da je Poissonov količnik $\nu=0.0$.

Konica momentov je posledica predpostavk upogibne teorije plošč. Pri analitičnem reševanju enačbe upogiba plošče dobimo na obravnavanem mestu neskončno vrednost momenta, če je izbrana nepomična podpora. Pri numerični analizi se to kaže kot večanje vrednosti momenta glede na gostoto mreže končnih elementov. Za dan primer si oglejmo še potek momentne linije v osi 1-1 glede na gostoto mreže.



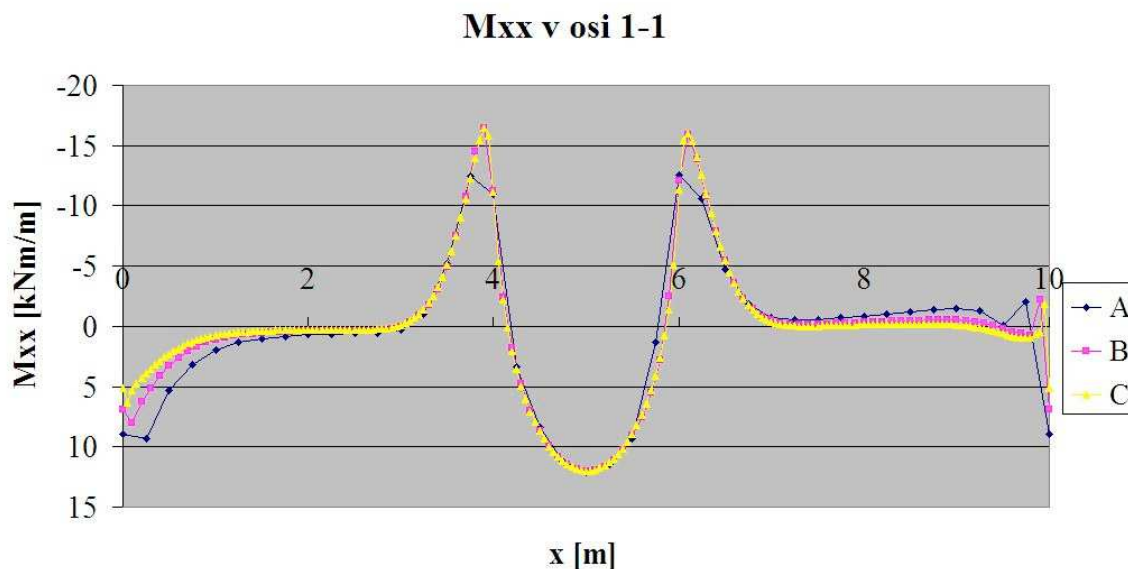
Slika 2.5: Potek momenta M_{xx} v osi 1-1 glede na gostoto mreže

Preglednica 2.2: Mreže končnih elementov za opisani primer

	<p>Mreža A</p> <p>Plošča iz pravokotnih elementov velikosti 10cm × 10cm.</p> <p>Velikost momenta nad podporo: -26.3 kNm/m</p> <p>Velikost momenta v polju: 10.5 kNm/m</p>
	<p>Mreža B</p> <p>Plošča iz pravokotnih elementov velikosti 25cm × 25cm.</p> <p>Velikost momenta nad podporo: -19.1 kNm/m</p> <p>Velikost momenta v polju: 10.7 kNm/m</p>
	<p>Mreža C</p> <p>Plošča iz pravokotnih »podolgovatih« elementov velikosti 10cm × 25cm.</p> <p>Velikost momenta nad podporo: -8.2 kNm/m</p> <p>Velikost momenta v polju: 6.5 kNm/m</p>

Z večanjem gostote mreže se večja tudi moment v robnih točkah. Pri modeliranju se želimo takim situacijam izogniti.

Na sliki 2.4 je prikazan vpliv zgoščevanja mreže končnih elementov, če uporabimo vzmeti.



Slika 2.6: Momenti M_{xx} glede na gostoto mreže (z uporabo vzmeti)

Preglednica 2.3: Primerjava momentov glede na gostoto mreže

Model	A	B	C
M _{min} [kNm/m]	-12.57	-16.45	-16.50
[%]	76.18	99.70	100.00

Mreže A, B in C so:

A/ velikost končnega elementa je 25cm×25cm

B/ velikost končnega elementa je 10cm×10cm

C/ velikost končnega elementa je 5cm×5cm

Jasno je, da zgoščevanje mreže praktično ne vpliva na rezultat, kar je zelo uporabno.

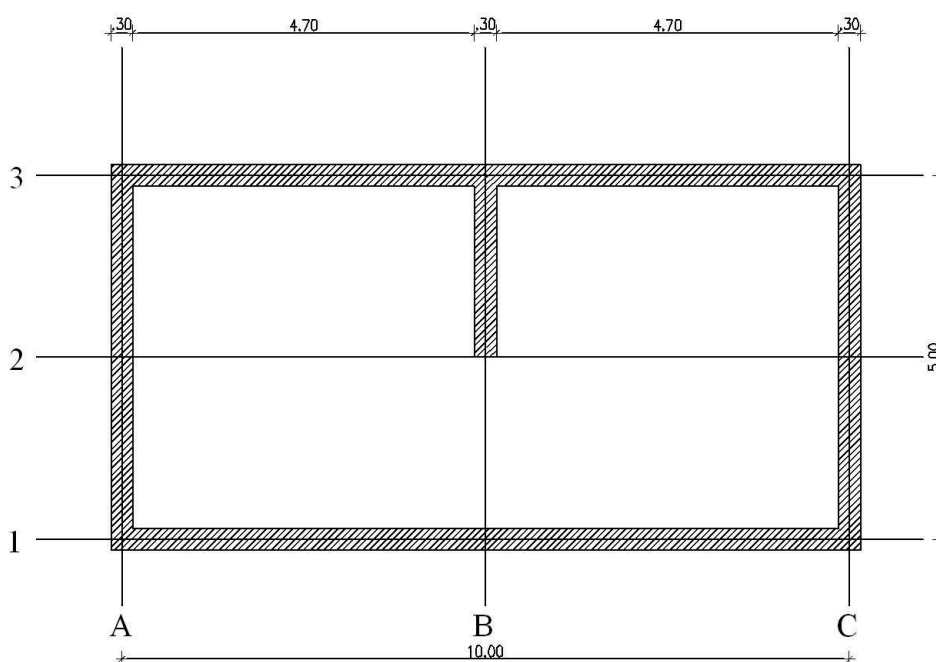
Pri modeliranju konstrukcij z robovi je torej priporočljiva uporaba vzmeti na območjih, kjer robovi niso zvezni in se pojavijo konice momentov.

2.3 Plošča nad prostim robom podpornega zidu

Na zidovih širine 30cm se nahaja armirano betonska plošča debeline 20cm. V osi B seže podporni zid do sredine plošče kot kaže slika 3.1. Tlorisne dimenzije armirano betonske plošče so 5.0m × 10.0m.

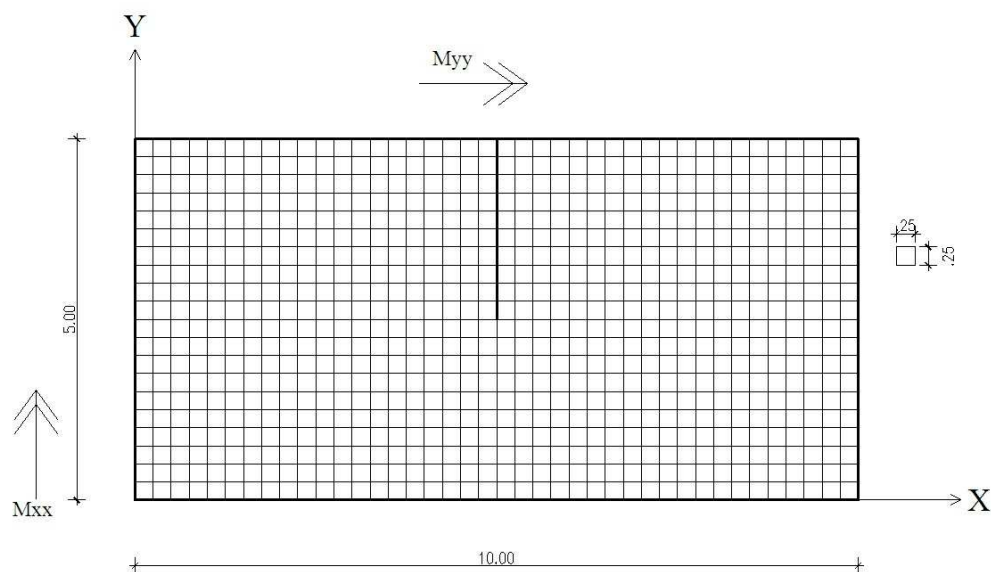
Za armiran beton upoštevamo elastični modul $E=30\text{GPa}$, Poissonov količnik $\nu=0.2$.

Ploščo obtežimo enakomerno z obtežbo $q=10\text{ kN/m}^2$.



Slika 3.1: Geometrija podporne stene

Izberem mrežo končnih elementov velikosti 25cm × 25cm. Končni element v Sapu 2000 naj bo tipa »Shell – Thick plate«.

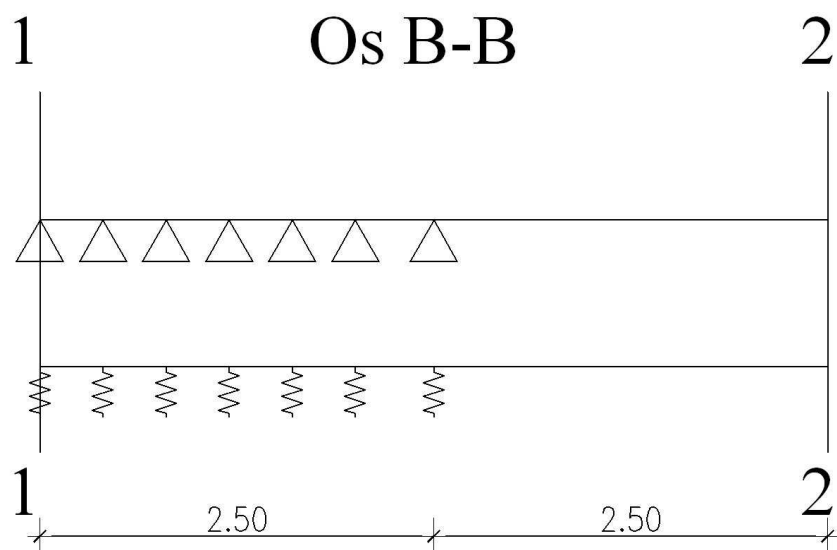


Slika 3.2: Mreža končnih elementov za opisano konstrukcijo

Os B podprimo na 2 načina (slika 3.3):

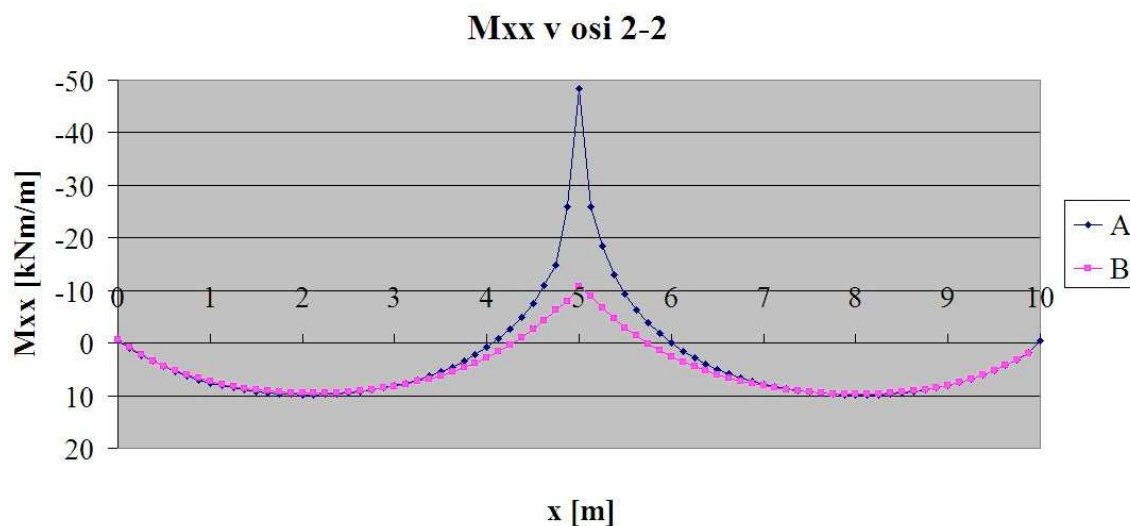
A/ z nepomičnimi podporami

B/ z vzmetmi površinske togosti $k=8000 \text{ MN/m}^2$ ($E=30\text{GPa}$, $h=3.85\text{m}$, $b=1.0\text{m}$, $d=0.30\text{m}$, podporna stena naj bo spodaj členkasto podprta).



Slika 3.3: Tipa podpiranja A in B v osi B-B

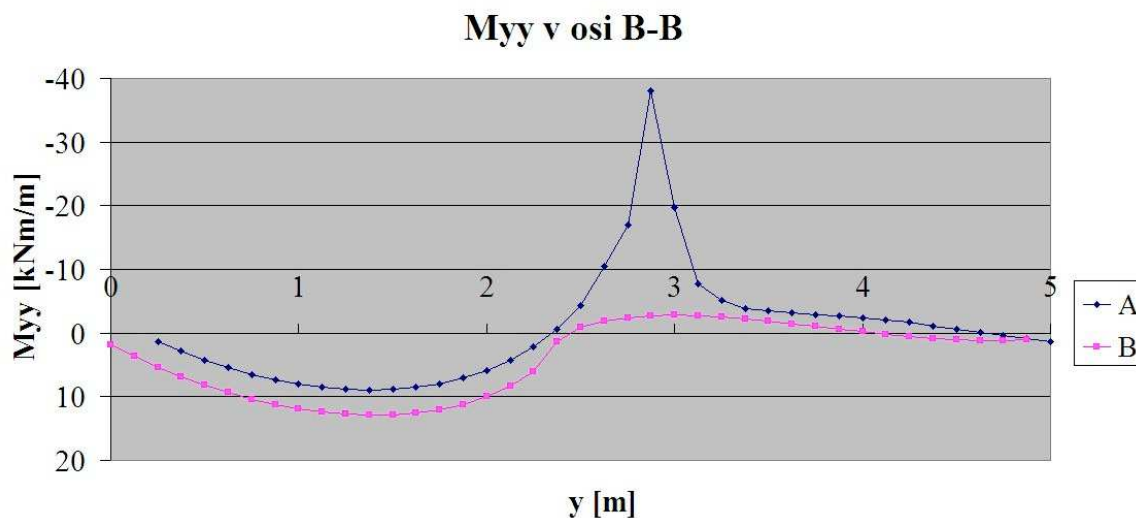
Podobno kot v primeru 3.2, pričakujemo konico momentov na robu sredinske stene pri uporabi nepomičnih podpor. Zanimajo pa nas tudi rezultati, ki jih v takem primeru dobimo, če uporabimo vzmeti.



Slika 3.4: Moment M_{xx} v Osi 2-2

Diagram A na sliki 3.4 predstavlja potek momentov pri uporabi nepomičnih podpor. Opazimo izrazito konico momentov pri $x=5.0$, kjer se nahaja podpora v osi B. Linija B pa predstavlja potek momenta M_{xx} pri uporabi vzmeti. Momenta se v polju praktično ujameta (dobimo enake vrednosti), nad podporo pa je vrednost momenta pri uporabi vzmeti bolj realna.

Na sliki 3.5 je prikazan potek momenta M_{yy} v osi B-B.



Slika 3.5: Moment Myy v osi B-B

Preglednica 3.1 Vrednosti negativnih momentov na robu sredinske stene (v kNm/m)

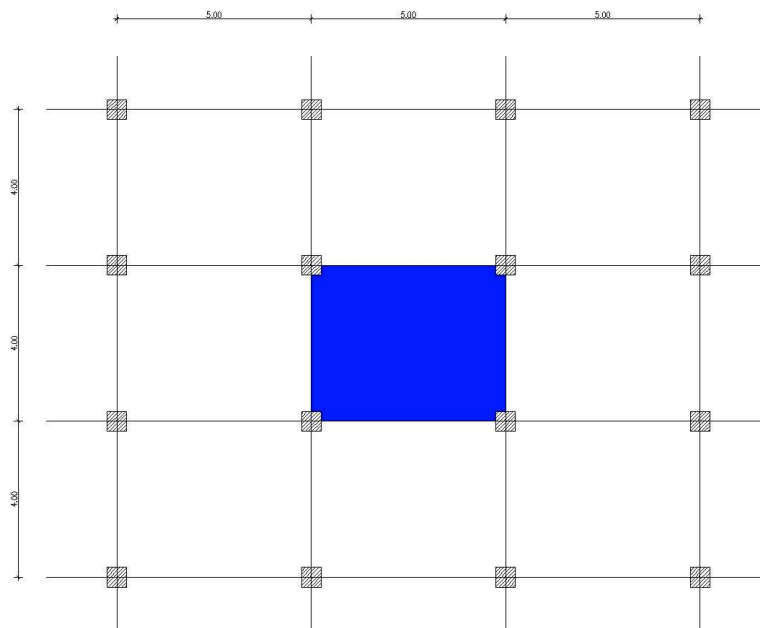
	Mxx(Os 2-2)	Myy (Os B-B)
Podpora	-47.9	-38.1
Vzmet	-10.7	-2.8
Literatura	-36.0	-36.0

Podobno kot za moment Mxx dobimo na robu stenske podpore konico momentov. Izkaže se, da sta si primera 2 in 3 pri modeliranju zelo podobna. Pri prekinitvi linijske podpore plošče se v robni točki pojavijo ekstremne vrednosti upogibnih momentov, ki niso primerne za uporabo pri nadaljnjem postopku dimenzioniranja. Z uporabo vzmeti, kjer je upoštevana togost oz. podajnost podporne stene, dobimo rezultate, ki so bolj realni in zato bolj uporabni za nadaljnje delo. Momenti dobljeni v literaturi imajo višje vrednosti zaradi predpostavke, da je Poissonov količnik $\nu=0.2$.

2.4 Plošča na stebrih (modeliranje po EN 1992 – dodatek I)

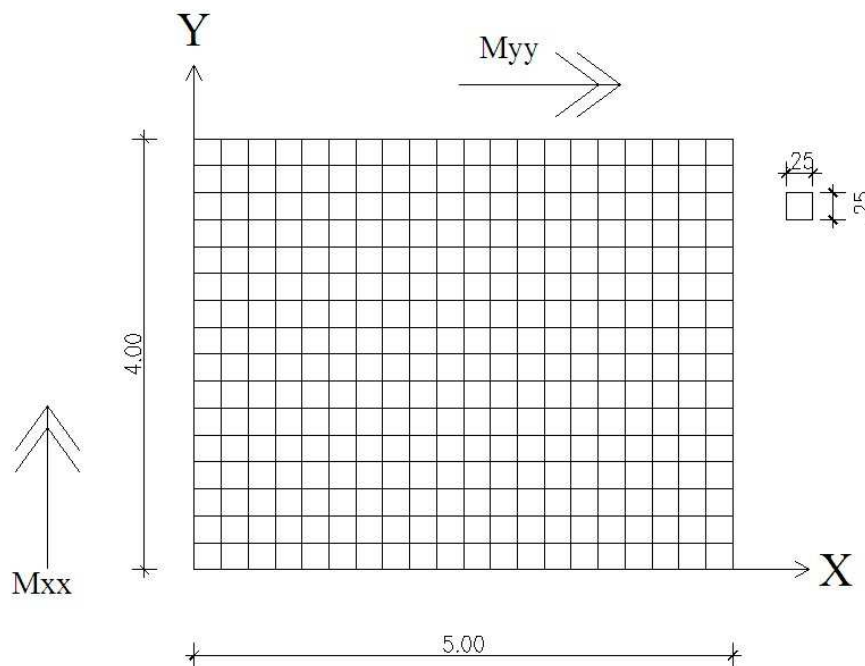
Plošča tlorisnih dimenzij 15.0m × 12.0m, debeline 20cm je podprta s 16 stebri (slika 4.1). Za armirani beton upoštevamo elastični modul $E=30\text{GPa}$, Poissonov količnik $\nu=0.2$.

Obremenitev znaša $q=10\text{ kN/m}^2$.



Slika 4.1: Del plošče dimenzij 5.0m × 4.0m

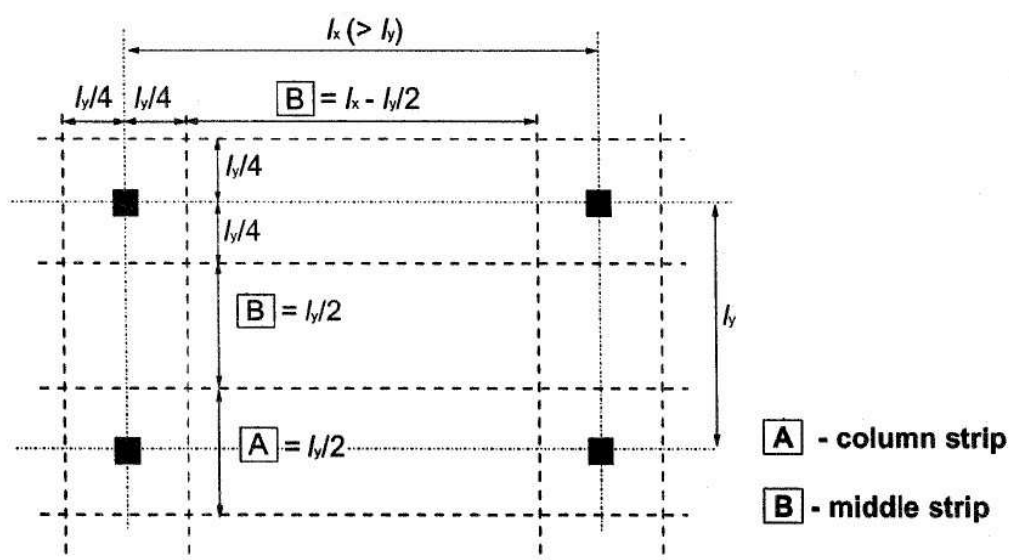
Standard EN 1992 v dodatku I predlaga analizo takšnih konstrukcij z uporabo metode nadomestnih okvirjev, kjer plošče na stebrih obravnavamo kot okvirje, iz vrednotimo linijske momente in jih prilagodimo ploskovnemu elementu. Izvedli bomo primerjavo dobljenih rezultatov med metodo končnih elementov in metodo nadomestnih okvirjev.



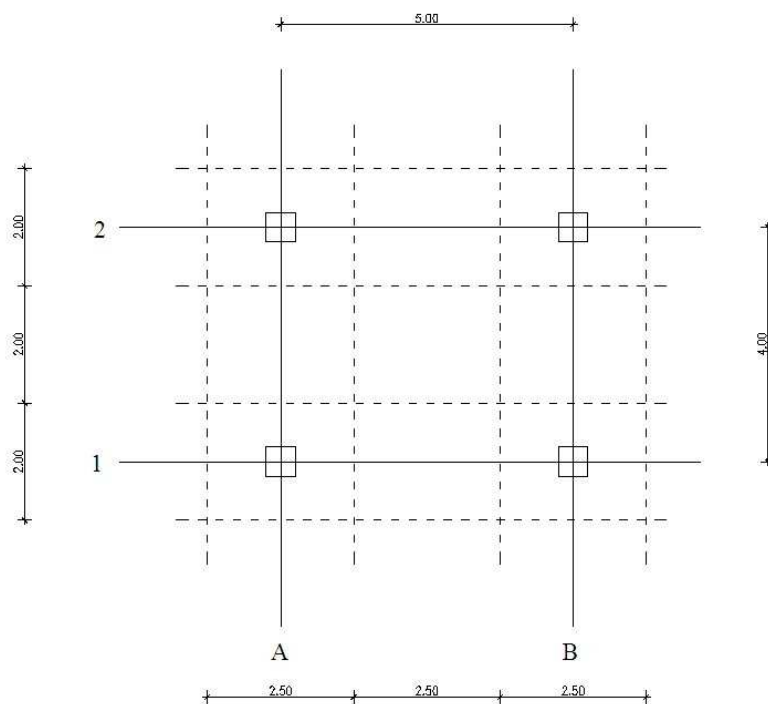
Slika 4.2: Mreža končnih elementov za ploščo 4.0×5.0m

Mreža končnih elementov je sestavljena iz elementov velikosti 25cm × 25cm tipa »Shell – Thick plate«. Na robovih pri $X=0.0\text{m}$, $X=5.0\text{m}$, $Y=0.0\text{m}$, $Y=5.0\text{m}$ so predpisani ustrezni simetrijski robni pogoji, ki upoštevajo kontinuirnost plošče. V vogalnih točkah se nahajajo vzmeti togosti $k_z = 400\text{MN/m}$, $k_\phi = 44\text{kN}$ ($E=30\text{GPa}$, $h=3.00\text{m}$, $b=0.2\text{m}$, $d=0.20\text{m}$, podporna stena je spodaj vpeta).

Pri metodi nadomestnih okvirjev razdelimo ploščo na 2 okvirja v smereh X in Y. Obtežbo razdelimo simetrično, dobljene vrednosti momentov pa razporedimo po območjih v bližini podpor ter v območju polja.

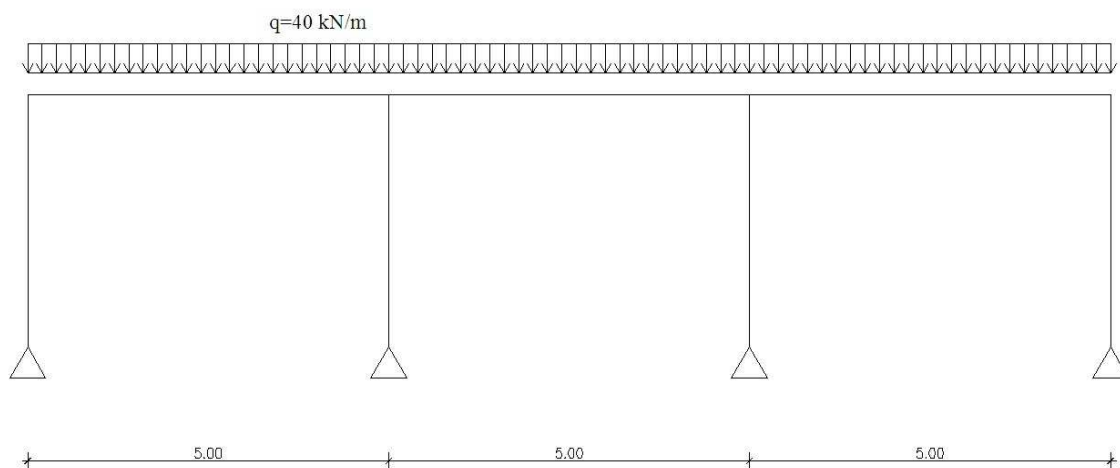


V našem primeru bo potekala razporeditev po sliki 4.3.



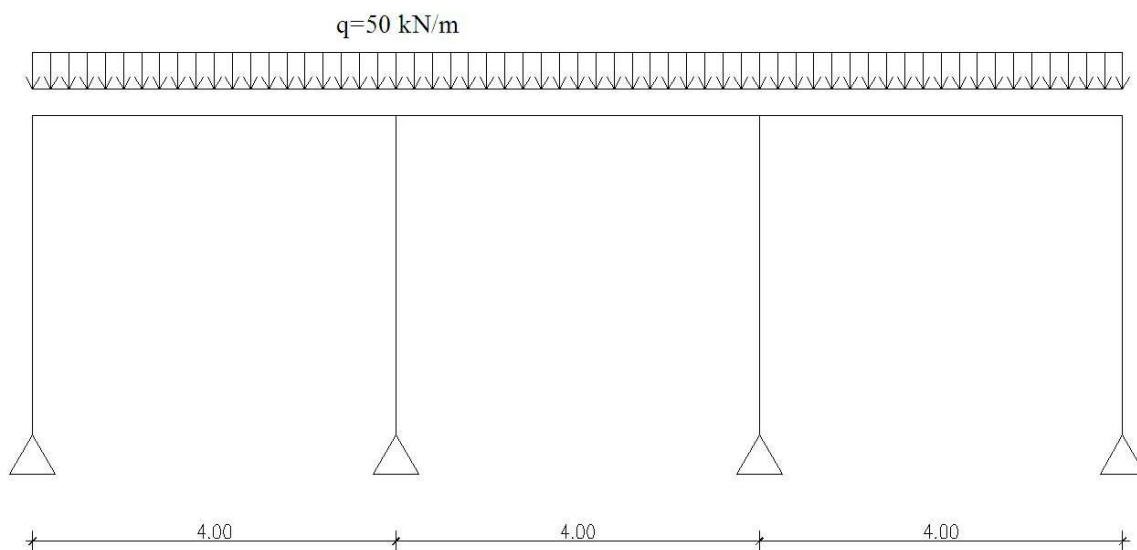
Slika 4.3: Trakovi pri obravnavani plošči

Za osi 1-1 in 2-2 obravnavamo okvir na sliki 4.4. Nosilec je dimenzij $b/h=4.0\text{m}/0.2\text{m}$, stebri pa dimenzij $b/h=0.2\text{m}/0.2\text{m}$. Obremenitev znaša $4 \times 10 \text{ kN/m}^2$



Slika 4.4: Nadomestni okvir v oseh 1-1 in 2-2

Podobno obravnavamo za osi A-A in B-B okvir na sliki 4.5. Nosilec je dimenzij $b/h=5.0\text{m}/0.2\text{m}$, stebri pa dimenzij $b/h=0.2\text{m}/0.2\text{m}$. Obremenitev znaša $5 \times 10 \text{ kN/m}^2$



Slika 4.5: Nadomestni okvir v oseh A-A in B-B

V preglednici 4.1 so navedene vrednosti momentov v poljih in nad podporami za obe okvirni konstrukciji.

Preglednica 4.1 Momenti v nadomestnih okvirjih

Nadomestni okvir	Mmin (podpora) [kNm]	Mmax (polje) [kNm]
Os 1-1 (L=5.0m)	-98.05	28.67
Os A-A (L=4.0m)	-77.67	23.33

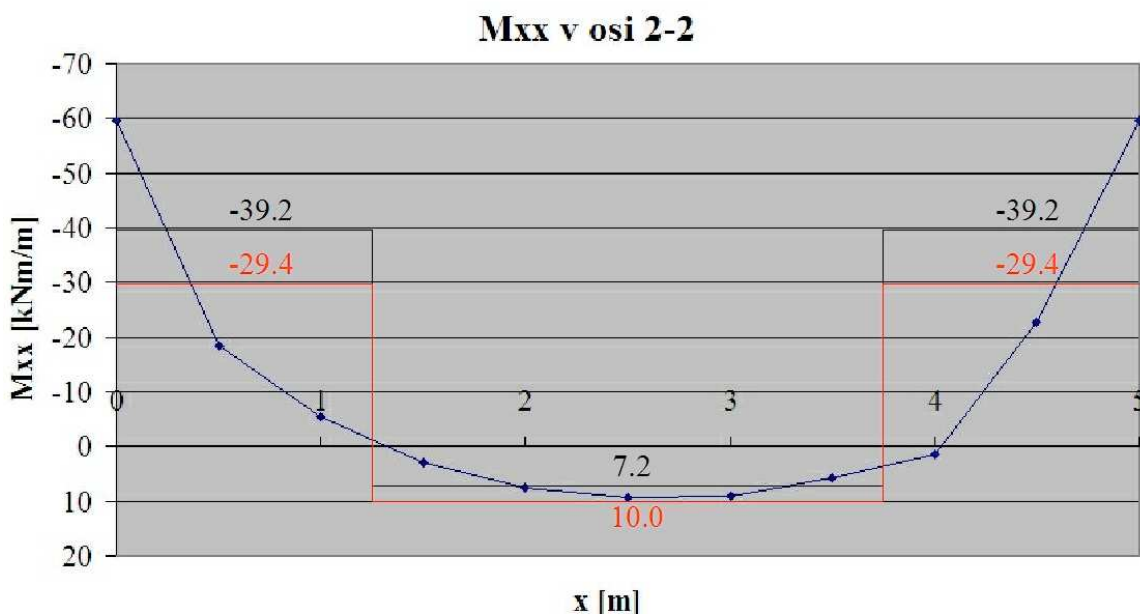
EN 1992 predlaga prerazporeditev momentov, ki jih dobimo z nadomestnim okvirjem, nad podporo in v polju. V našem primeru minimalni moment iz okvirja razporedimo takole: 60%-80% nad podporo (območje A), 40%-20% momenta pa v polje (območje B). Maksimalni moment v polju pa razporedimo na ustrezno območje med osema: 50%-70% nad podporo (območje A) in 50%-30% v sredinsko polje (območje B).

	Negative moments	Positive moments
Column Strip	60 - 80%	50 - 70%
Middle Strip	40 - 20%	50 - 30%

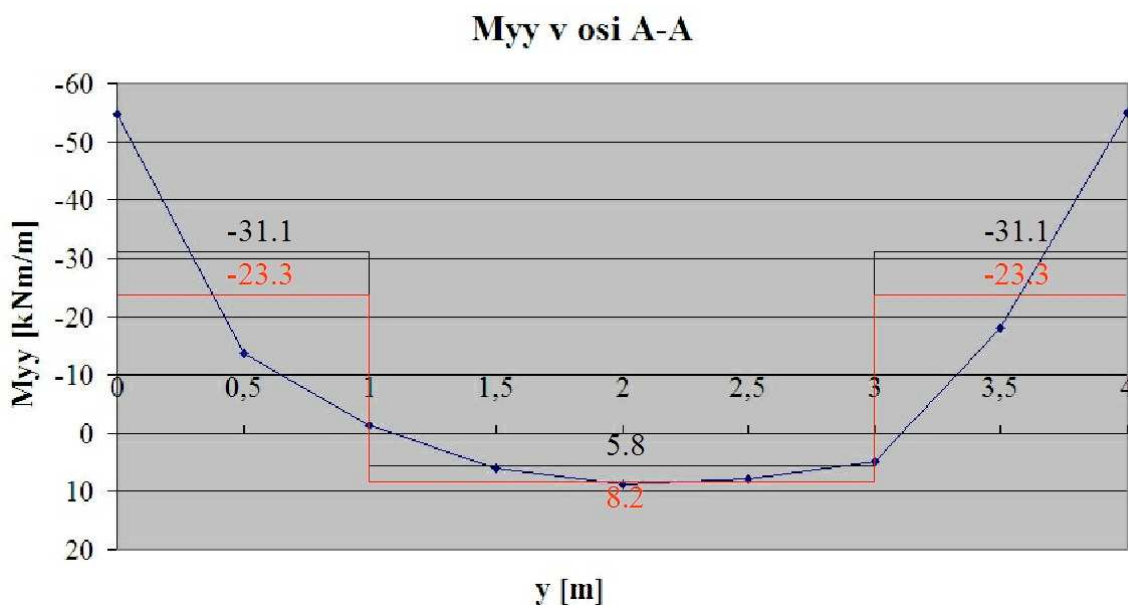
Navedena je tudi zahteva, da je vsota izbranih deležev vedno 100%.

Na slikah 4.6 do 4.9 so prikazani poteki momentov dobljenih z metodo končnih elementov in metodo nadomestnih okvirjev.

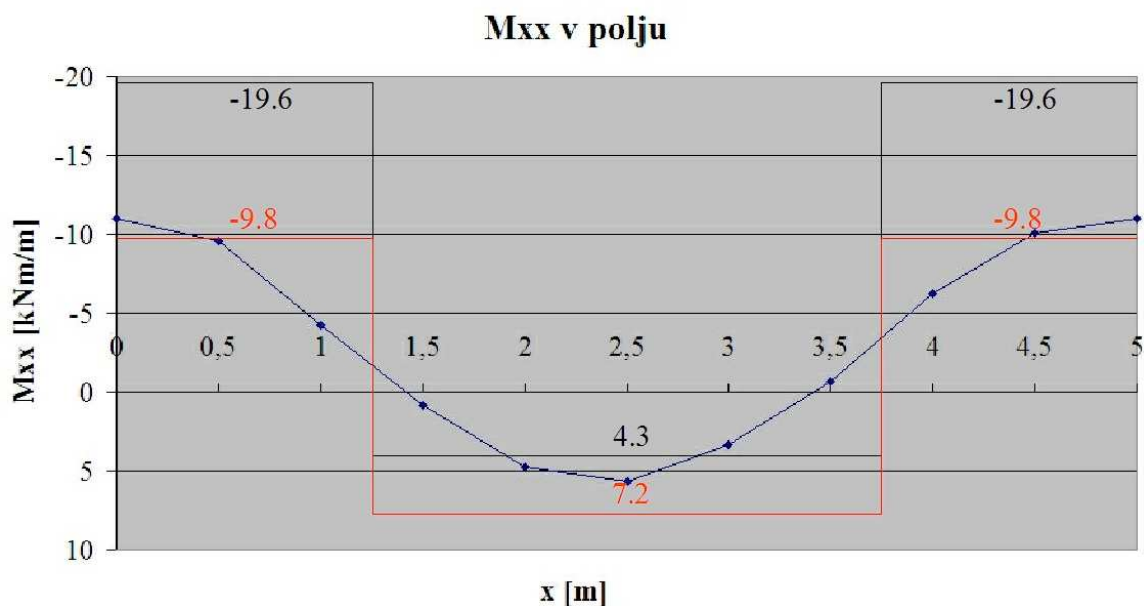
Modra linija prikazuje dobljene momente v posameznih točkah mreže končnih elementov, rdeča in črna linija pa predstavljata vrednosti momentov, priporočenih za dimenzioniranje po EN 1992.



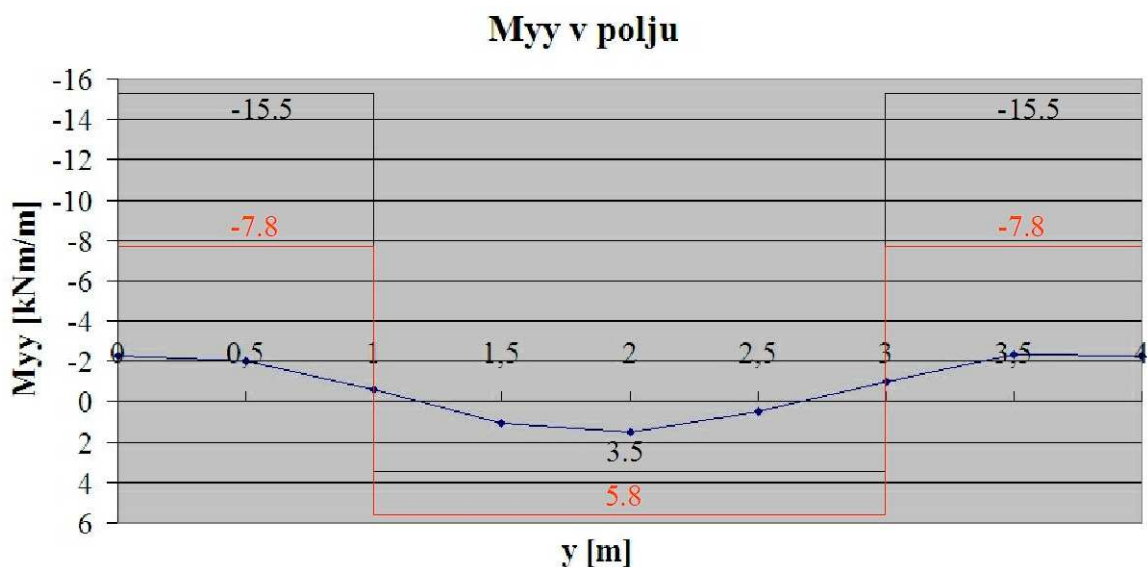
Slika 4.6: M_{xx} v osi 2-2 (nad podporo)



Slika 4.7: M_{yy} v osi A-A (nad podporo)



Slika 4.8: Mxx v polju med osema 1 in 2



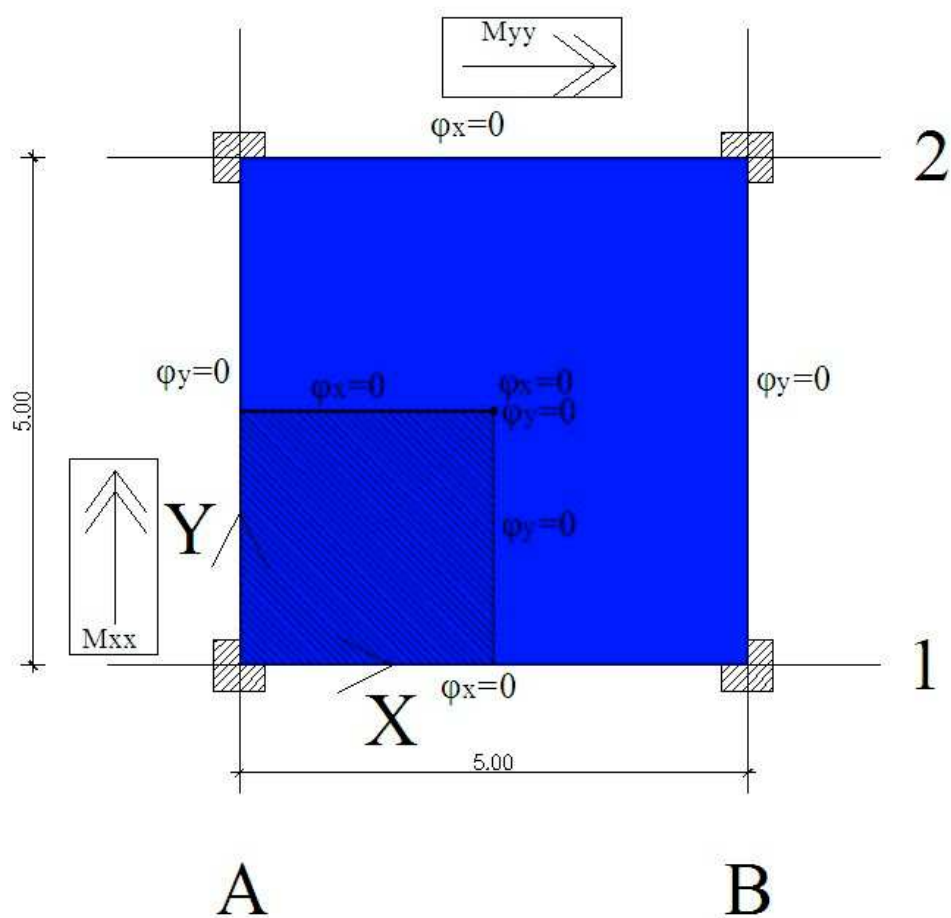
Slika 4.9: Myy v polju med osema A in B

Opazimo, da dobimo pri metodi nadomestnih okvirjev bolj konzervativne vrednosti momentov kot po metodi končnih elementov. Poudariti je potrebno, da so minimalni momenti v nepomično podprtih vozliščih odvisni od gostote mreže in niso realni (sliki 4.6 in 4.7). Negativni momenti v polju so po metodi nadomestnih okvirjev precej višji kot metodi končnih elementov (slika 4.9). Vrednosti momentov na sredinah razpetin pa se v vseh primerih zelo dobro ujamejo.

2.5 Modeliranje stika steber – plošča

Zopet obravnavamo kontinuirno ploščo na stebrih. Tokrat nas zanima predvsem modeliranje stika med stebrom in ploščo. Preverili bomo, kakšen vpliv imajo posamezni parametri pri modeliranju na rezultat (predvsem upogibni moment nad podporo ter v polju).

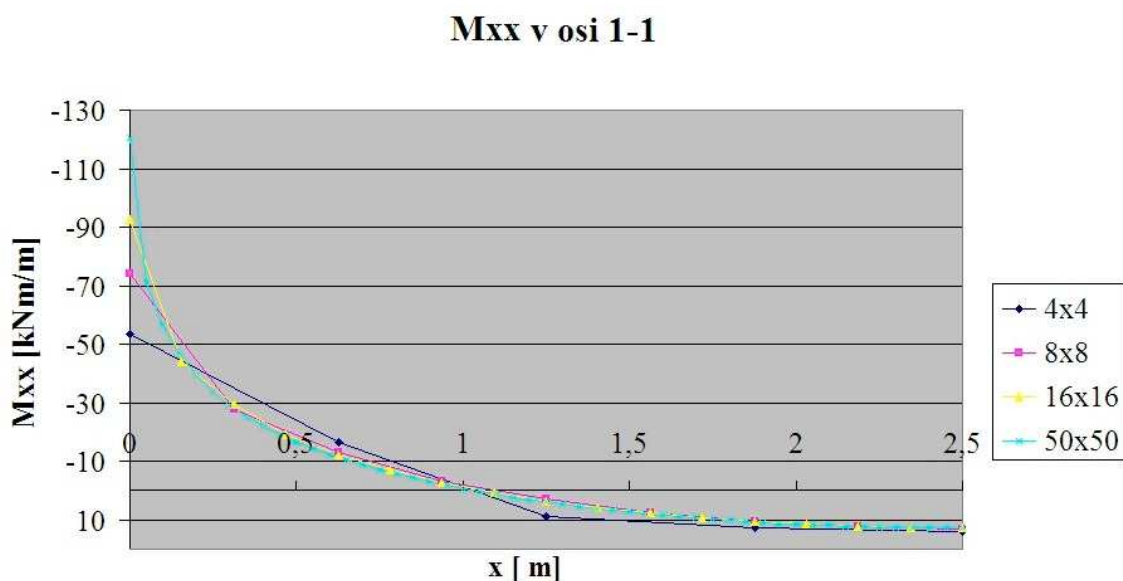
Izberemo ploščo tlorisnih dimenzij 5.0m × 5.0m, debeline 20cm (slika 5.1). Material je zopet armiran beton ($E=30$ GPa, $\nu=0.2$). Za lažje modeliranje se osredotočimo na eno polje ter uporabimo ustrezne simetrijske robne pogoje (pomike in zasuke na robovih in vogalih). Konstrukcijo obremenimo v smeri ozi Z z obtežbo -10 kN/m².



Slika 5.1: Shema plošče in robih pogojev

Vpeto vozlišče v osi podpore

Znano je, da na velikost momenta nad podporo vpliva tudi gostota mreže končnih elementov. Na sliki 5.2 je prikazan potek upogibnih momentov M_{xx} v osi 1 glede na gostoto mreže. Momentna linija je simetrična, zato poteka koordinata x le do polovice razpetine (2.5m), plošča je pa modelirana na območju $2.5\text{m} \times 2.5\text{m}$ z mrežo 4x4, 8x8, 16x16 in 50x50 elementov.



Slika 5.2: Potek upogibnih momentov pri vpetem stiku plošča-steber

Tudi pri takem modelu so poteki momentov ob podpori zelo različni, v sredini razpetine pa se ujamejo. Vrednosti za oba primera podpiranja so predstavljeni v preglednici 5.1.

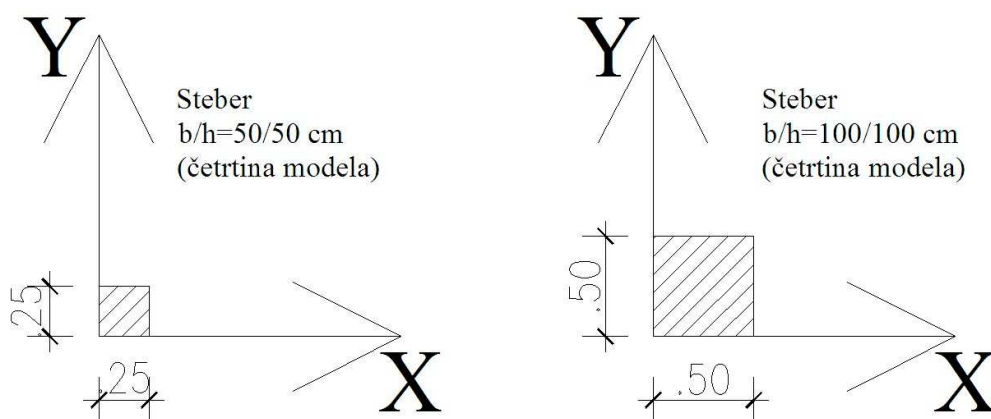
Preglednica 5.1: Primerjava momentov glede na gostoto mreže (v kNm/m)

Gostota mreže	M_{xx} nad podporo	M_{xx} v polju
4x4	-53.36	13.80
8x8	-74.28	13.09
16x16	-92.68	12.91
50x50	-120.56	12.85

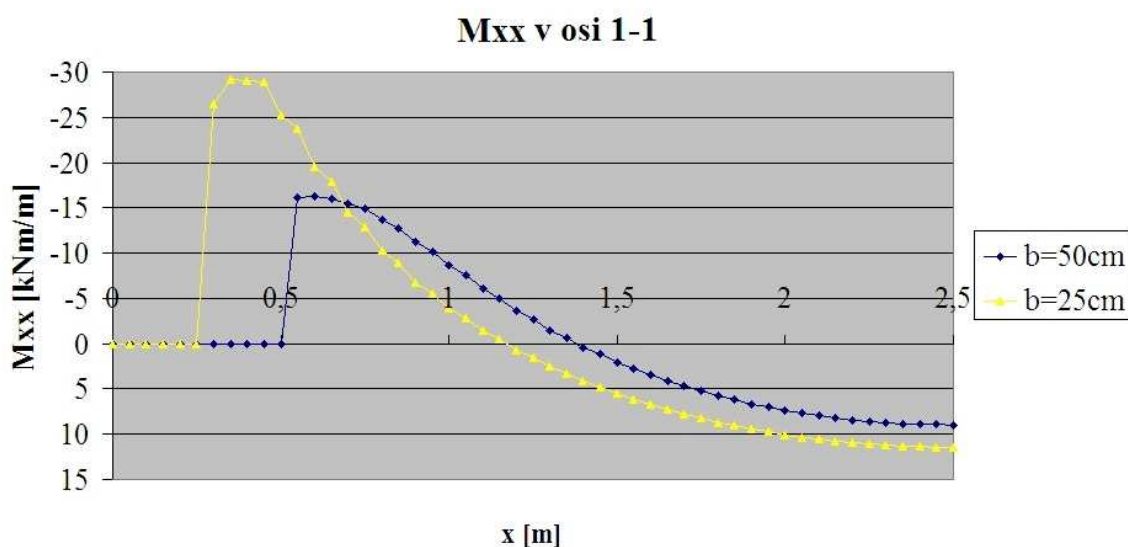
Dobili smo različne vrednosti momentov ravno v območju stebrov. V naslednjem modelu pa je predstavljen vpliv velikosti oz. širine stebra na potek momentov.

Vpliv širine stebra pri vpetih vozliščih

Plošča je enakih dimenzij kot v prejšnjem primeru z enakimi mehanskimi lastnostmi. Vsa stična vozlišča med stebrom in ploščo imajo preprečene tako pomike kot tudi zasuke. Širina stebra je v prvem primeru $L/10$, v drugem pa $L/5$ (slika 5.3). Zopet so predstavljeni rezultati le za četrtino plošče (upoštevanje simetrije), ki je modelirana z 50×50 končnih elementov dimenzij $0.05\text{m} \times 0.05\text{m}$.



Slika 5.3: Različne dimenzije podpornih stebrov



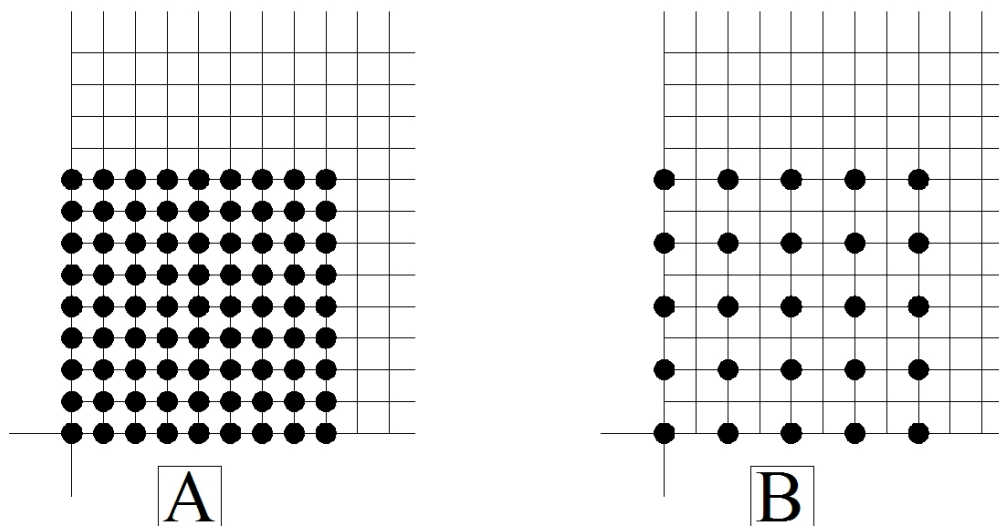
Slika 5.4: Moment M_{xx} glede na širino podpore

Momentna linija je zelo odvisna od modelirane širine podpore. Velikost momenta je skoraj dvakrat večja v primeru ožjega stebra.

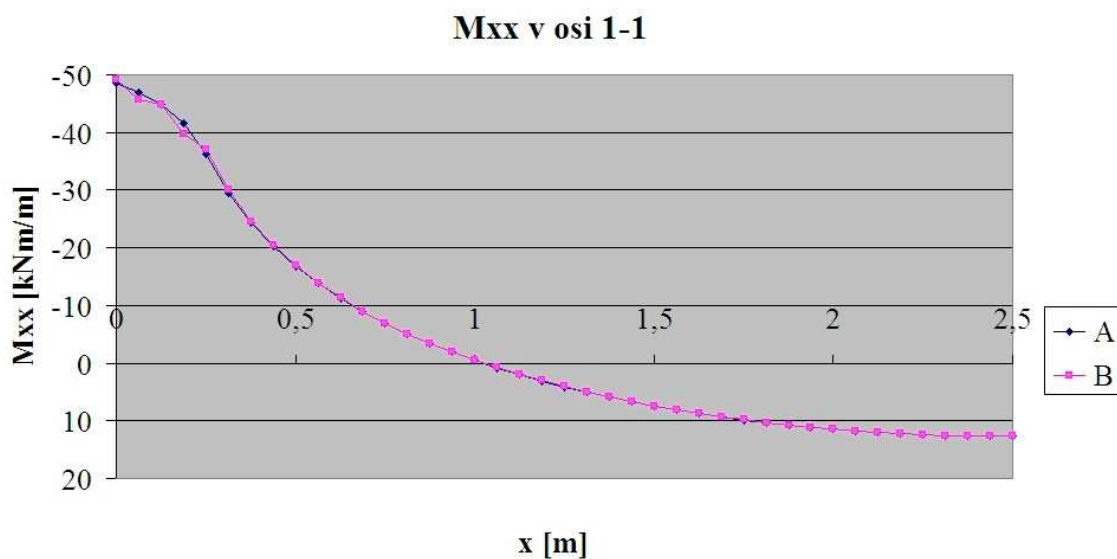
Modeliranje podpore z vzmetmi

Bolj realistično obnašanje modela dobimo, če podporo stebra v stičnih vozliščih modeliramo z vzmetmi ustreznih togosti. V zgledu 3.1 se je takšno modeliranje izkazalo kot zelo uporabno.

Na sliki 5.6 je dobljen potek momentov M_{xx} v osi 1-1, pri čemer je modelirana četrtina stebra (25cm) z vzmetmi površinske togosti 9000 MN/m^2 s končnimi elementi dimenzij $0.0625\text{m} \times 0.0625\text{m}$. V primeru A so vzmeti razporejene po vseh stičnih vozliščih med stebrom in ploščo, v primeru B pa je razporeditev redkejša – vzmeti so le na vsakem drugem vozlišču.



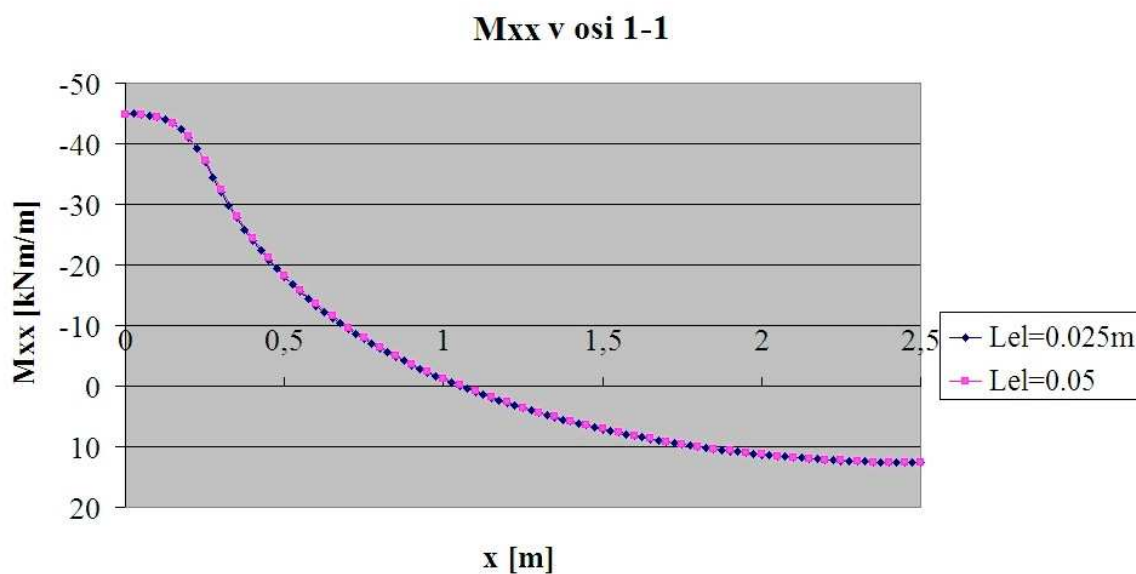
Slika 5.5: Razporeditev vzmeti po vozliščih na območju stebra



Slika 5.6: Potek momentov M_{xx} v osi 1-1 glede na razporeditev vozlišč z vzmetmi

Izkaže se torej, da na rezultat število vzmeti ne vpliva, za zadovoljiv rezultat je dovolj, da le v posameznih ključnih vozliščih podamo ustrezne togosti.

Poglejmo še, kakšen je vpliv na potek momentov pri različni gostoti mreže končnih elementov, če za modeliranje stebra uporabimo vzmet. Velikosti posameznih ploskovnih končnih elementov je $0.025 \times 0.025\text{m}$ ter $0.05 \times 0.05\text{m}$. Širina četrtine stebra je 0.25m



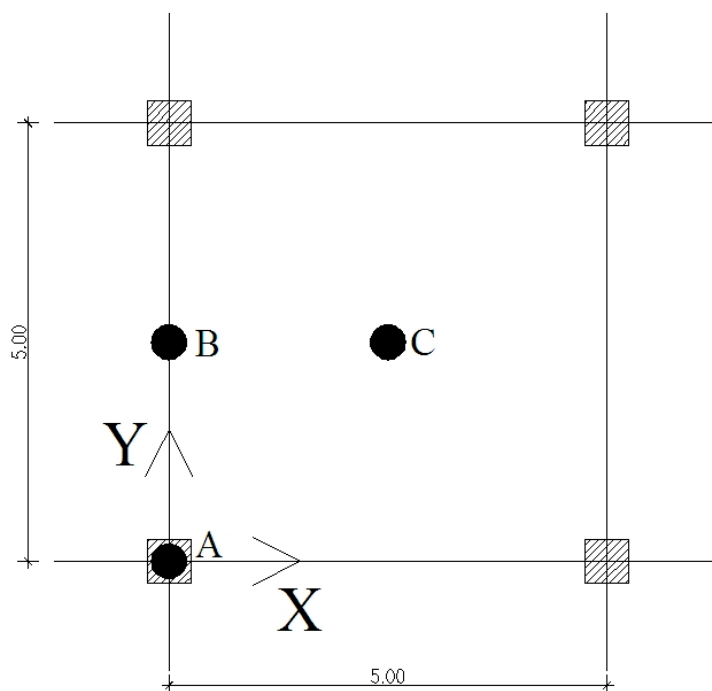
Slika 5.7: Potek momentov M_{xx} v osi 1-1 glede na gostoto mreže (pri uporabi vzmeti)

Na sliki je jasno vidno, da gostota mreže pri uporabi vzmeti nima vpliva na potek momentne linije.

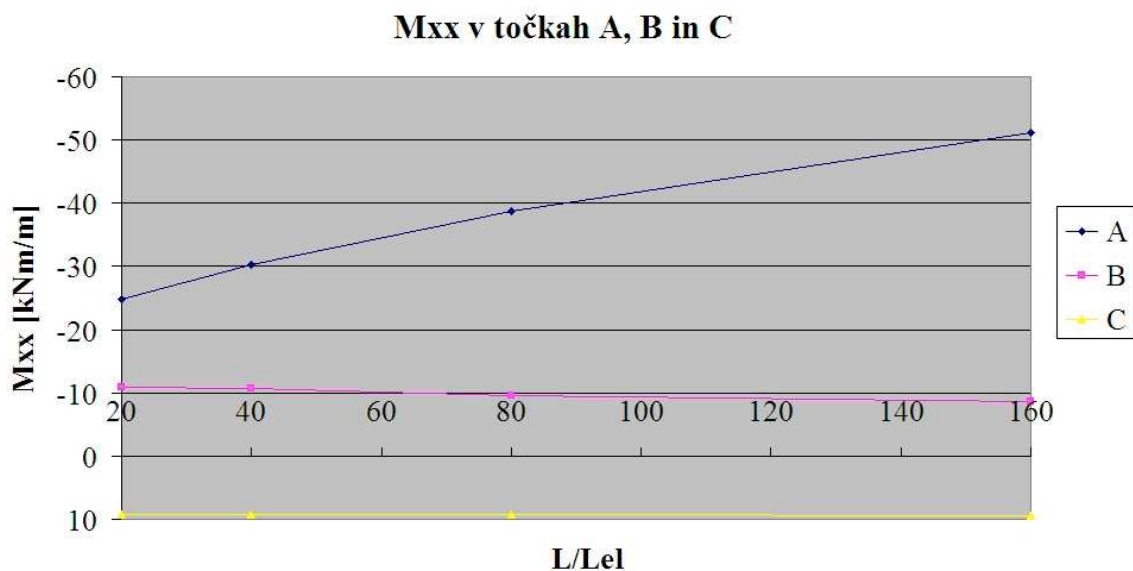
Vpliv zgoščevanja mreže

Poglejmo še enkrat vpliv zgoščevanja mreže na vrednosti upogibnih momentov pri vpetih vozliščih. Izbrane so tri karakteristične točke na konstrukciji (A, B in C – slika 5.8). Na slikah 5.8 in 5.10 so prikazane vrednosti momentov:

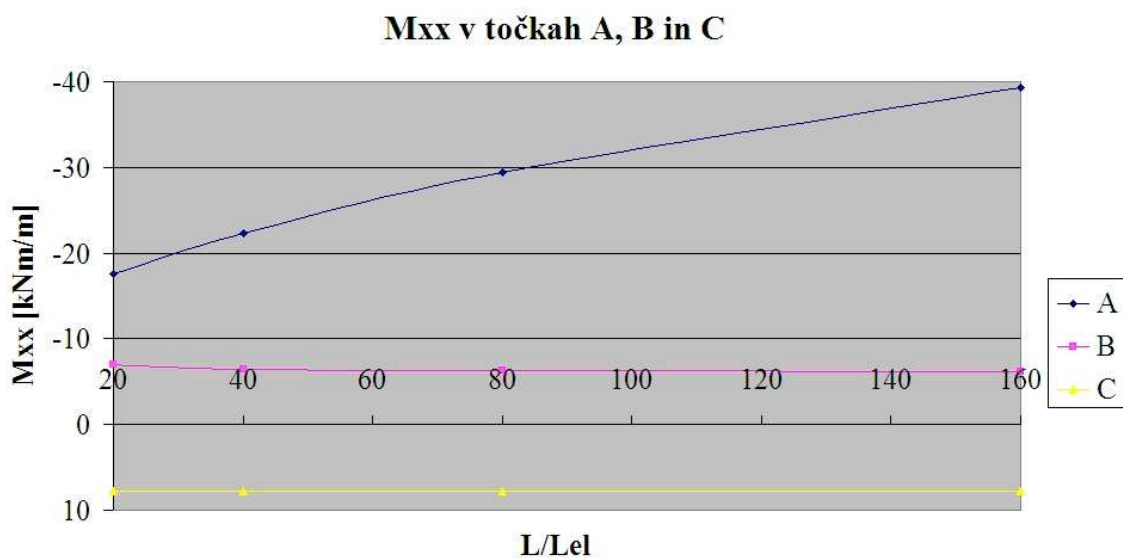
- 1) Mreža iz elementov velikosti 0.25×0.25m
- 2) Mreža iz elementov velikosti 0.125×0.125m
- 3) Mreža iz elementov velikosti 0.0625×0.0625m
- 4) Mreža iz elementov velikosti 0.03125×0.03125m



Slika 5.8: Izbrane točke na plošči



Slika 5.9: Momenti za model s širino četrtnine stebra $b=25\text{cm}$



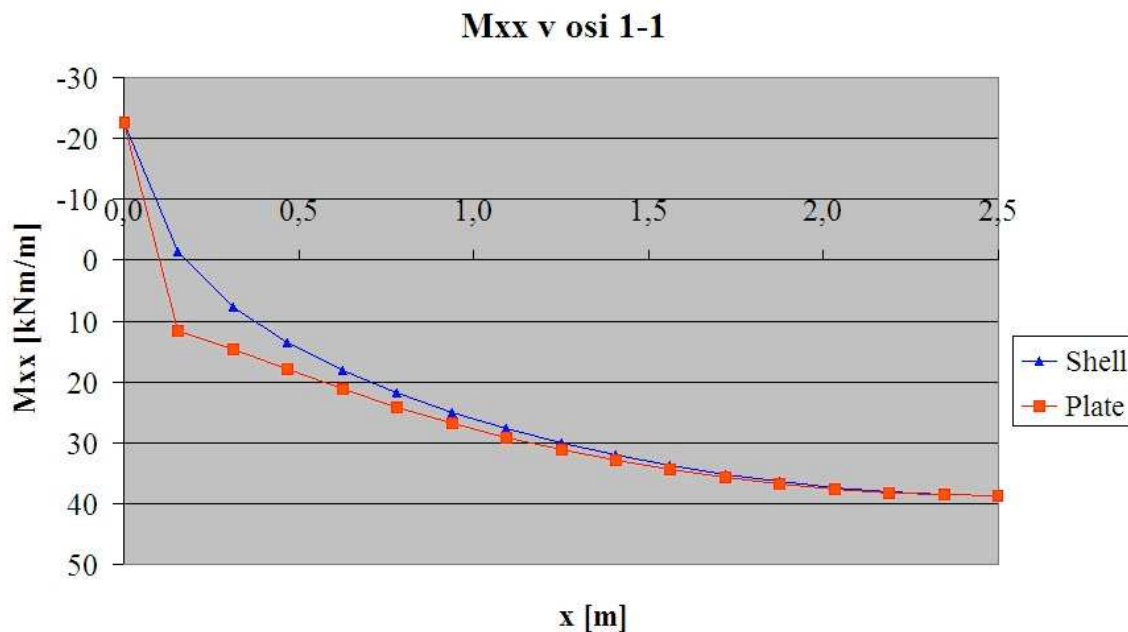
Slika 5.10: Momenti za model s širino četrtnine stebra $b=50\text{cm}$

Iz diagramov je razvidno, da je moment v točki A divergenten.

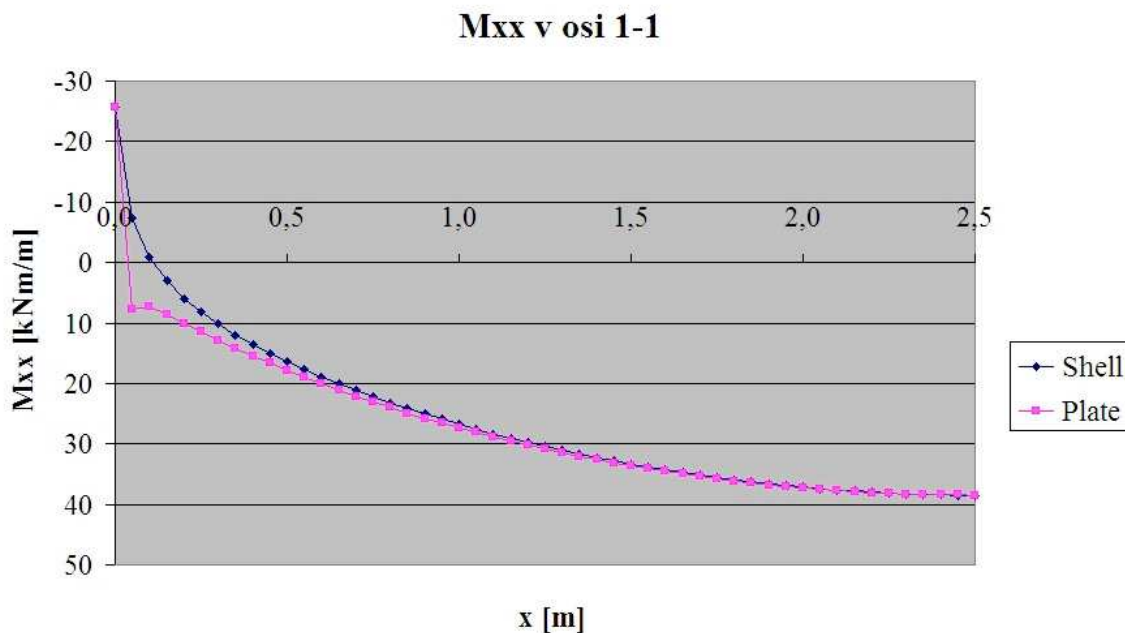
Izbira končnega elementa

Poglejmo še vpliv izbora končnega elementa. Modelirajmo obravnavano ploščo zopet z enojno točkovno podporo v osi stebra, kot v začetnem modelu. Na slikah 5.11 in 5.12 je prikazan potek momentne linije glede na to, ali je element tipa »Shell-Plate« ali »Shell-

Shell«. Na sliki 5.11 so rezultati, dobljeni s končnimi elementi dimenzij 0.15625×0.15625m, na sliki 5.12 pa dimenzij 0.05×0.05m.



Slika 5.11: Mxx v osi 1-1 glede na tip končnega elementa dimenzij 0.15625×0.15625m



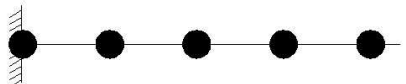
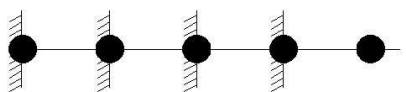
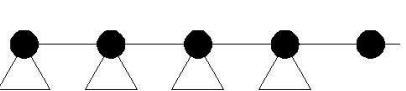
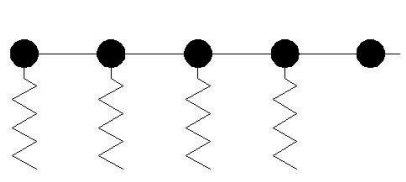
Slika 5.12: Mxx v osi 1-1 glede na tip končnega elementa dimenzij 0.05×0.05m.

Izkaže se, da se poteki momentne linije najbolj razlikujejo v območju podpore, sicer pa se vrednosti momentov po celotni konstrukciji zelo dobro ujemajo.

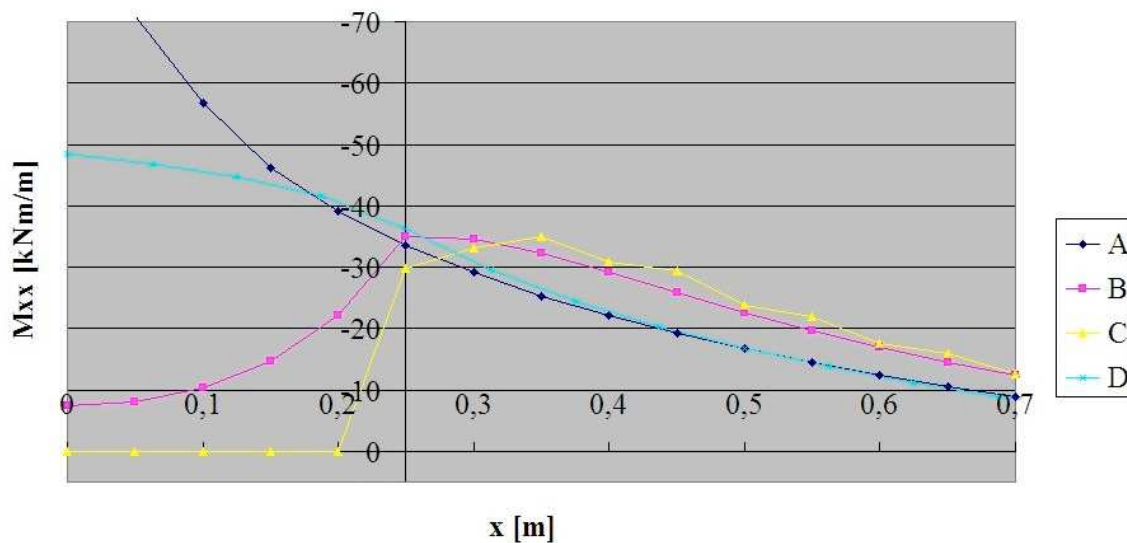
Primerjava modelov na robu podpore

Vrednosti momentov v območju podpore se na kratki oddaljenosti od osi podpore zelo dobro ujamejo. V preglednici 5.2 so prikazani vsi obravnavani modeli podpore, na sliki 5.13 pa potek momentov na razdalji 0.25m od osi podpore.

Preglednica 5.2: Tipi podpiranja

	A	A/ Vpeto le eno vogalno vozlišče
	B	B/ Vpeta vsa vozlišča v območju stebra
	C	C/ Vrtljivo podprta vsa vozlišča v območju stebra
	D	D/ Vzmeti na vseh vozliščih v območju stebra ($k=30000 \text{ MN/m}^2$)

M_{xx} v osi 1-1



Slika 5.13: Potek momentov v območju podpore

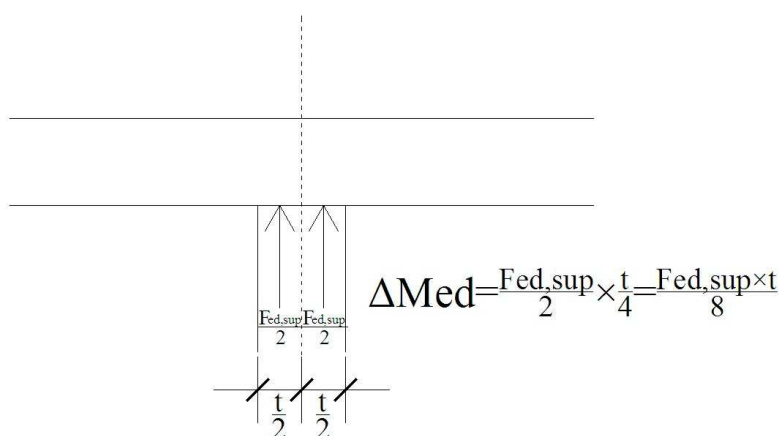
Zopet opazimo, da so si linije momentov v območju roba stebra zelo blizu.

EN 1992 5.3.2.2 priporoča redukcijo momentov nad podporo – upoštevamo vrednost na robu:

$$\Delta M_{Ed} = F_{Ed,sup} \times t / 8, \text{ kjer je}$$

$F_{Ed,sup}$ - reakcija podpore

t – širina podpore



Slika 5.14: Redukcija momenta nad podporo po EN 1992

Preglednica 5.3: Primerjava momentov po MKE (vzmeti) in reduciranih po EN 1992

Količina	X=0.00
$M_{Ed,sup}$	-74.28
$F_{Ed,sup}$	62.50
t	1.00
ΔM_{Ed}	7,80
$M_{Ed,sup} - \Delta M_{Ed}$	-66.48
M_{xx} (vzmeti)	-48,50

Enačba za redukcijo momentov se razmeroma dobro ujame z vrednostjo momenta dobljenega po MKE, vendar je moment v vozlišču podpiranja pri danem primeru močno odvisen od gostote mreže in ga v enačbi ni smiselno uporabljati.

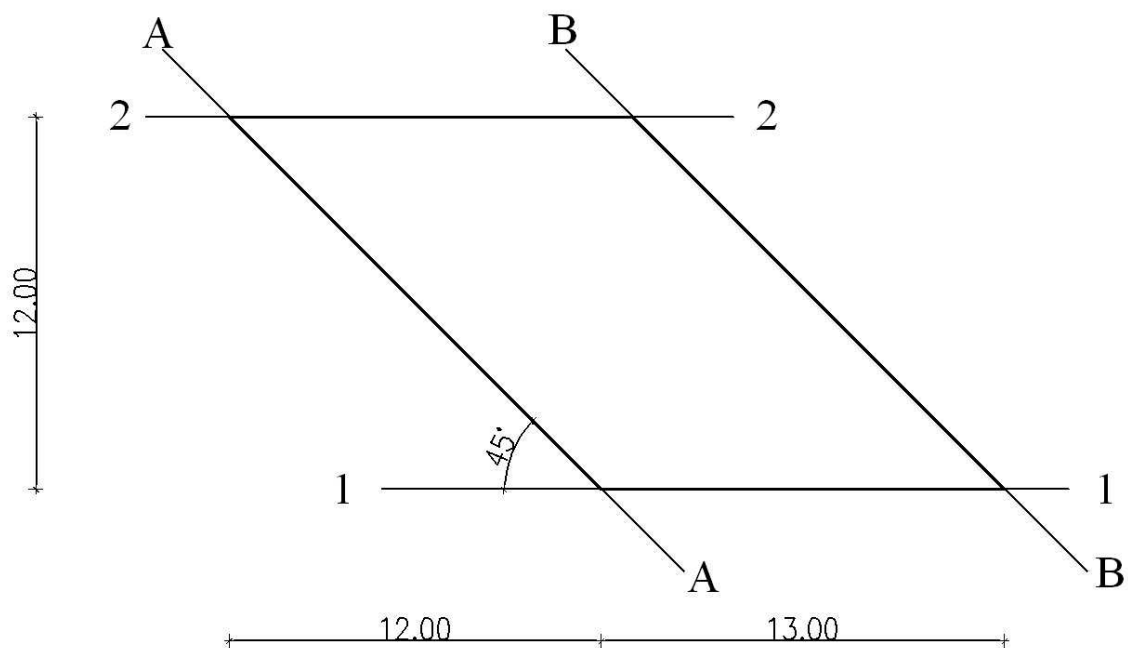
Iz obravnavanega sledi, da so modeli, kjer so preprečeni zasuki le v posameznih vozliščih pogosto nerealni. Dobimo namreč prevelike momente oziroma so ti odvisni predvsem od gostote mreže. Lahko pa se tak model uporabi, če vrednost momenta odčitamo nekoliko stran od podpore. Enako velja tudi za vse ostale tipe podpiranja. Izjema je modeliranje z vzmetmi – tam je namreč rezultat tudi znotraj stične ploskve med stebrom in ploščo blizu realnemu.

2.6 Poševna plošča

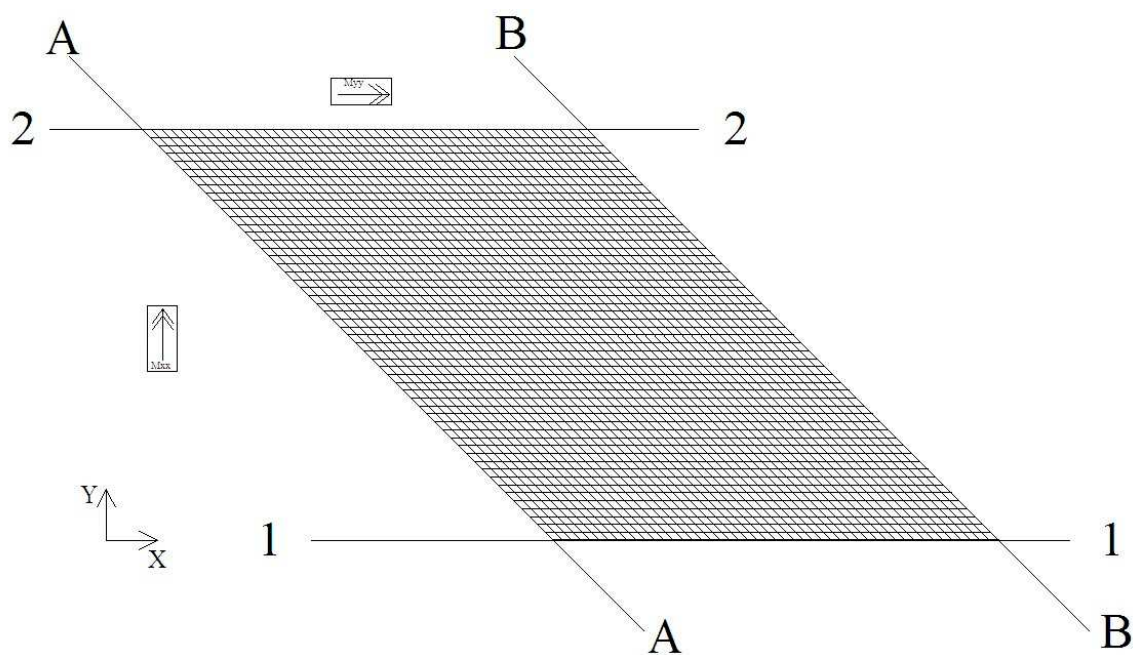
Pri modeliranju plošč se srečamo tudi z nepravokotnimi geometrijami. Tokrat bomo obravnavali ploščo, ki ni pravokotna (slika 6.1). V oseh 1 in 2 ploščo podpremo linijsko (enkrat nepomično v Z-smeri, enkrat podpore nadomestimo z vzmetmi – slika 6.3). Po upogibni teoriji plošč pričakujemo, da se bodo na vogalih, kjer je kot večji od 90° pojavile nepravilne vrednosti momentov.

Za armiran beton upoštevamo elastični modul $E=30\text{GPa}$, Poissonov količnik $\nu=0.2$.

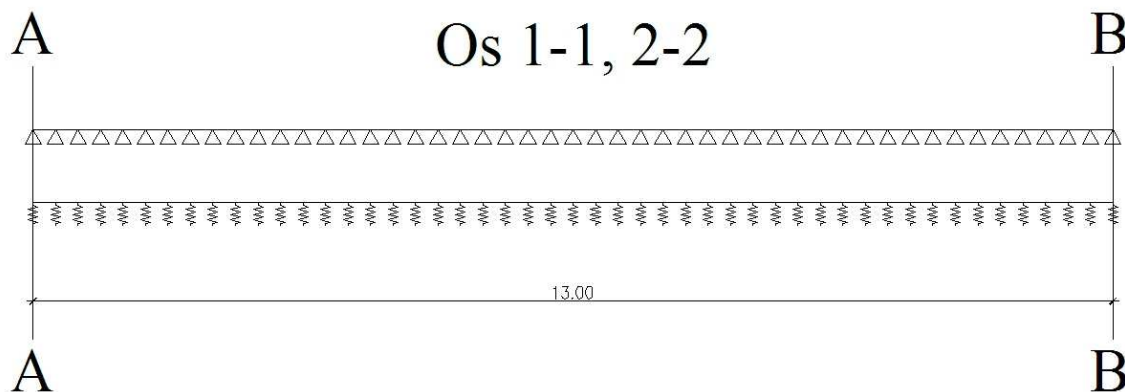
Ploščo razdelimo na 48×52 ploskovnih končnih elementov (slika 6.2). Elementi so tipa »Shell – Thick plate«, debelina plošče je 60cm, površinska togost vzmeti je $k=1600\text{MN/m}^2$ ($E=6\text{GPa}$, $h=3.75\text{m}$), obtežba znaša 20 kN/m^2 , je pravokotna na sredinsko ravnino in deluje po celotni površini plošče.



Slika 6.1: Geometrija poševne plošče

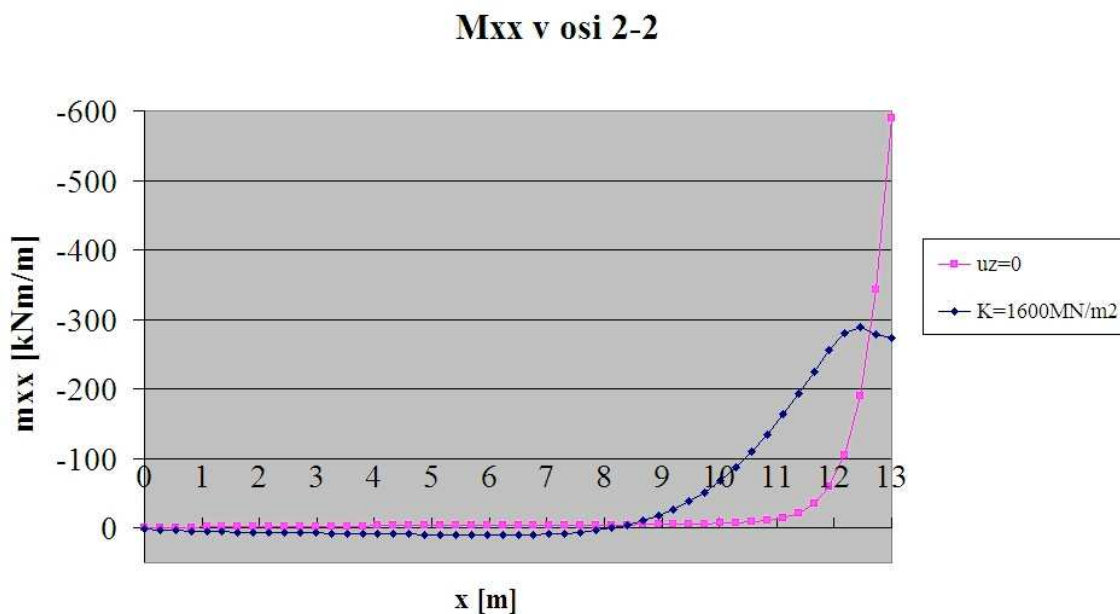


Slika 6.2: Računski model konstrukcije



Slika 6.3: Linijsko podpiranje v oseh 1 in 2.

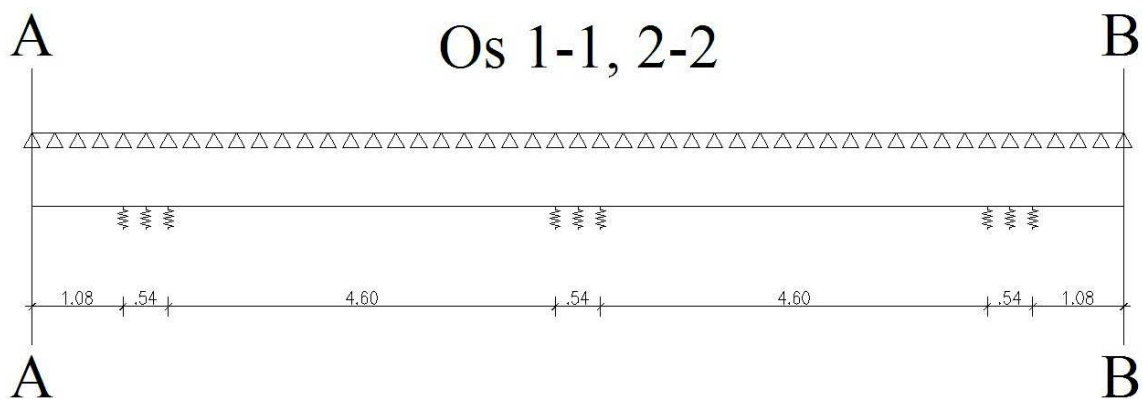
Na sliki 6.4 je prikazan potek momentov za oba primera.



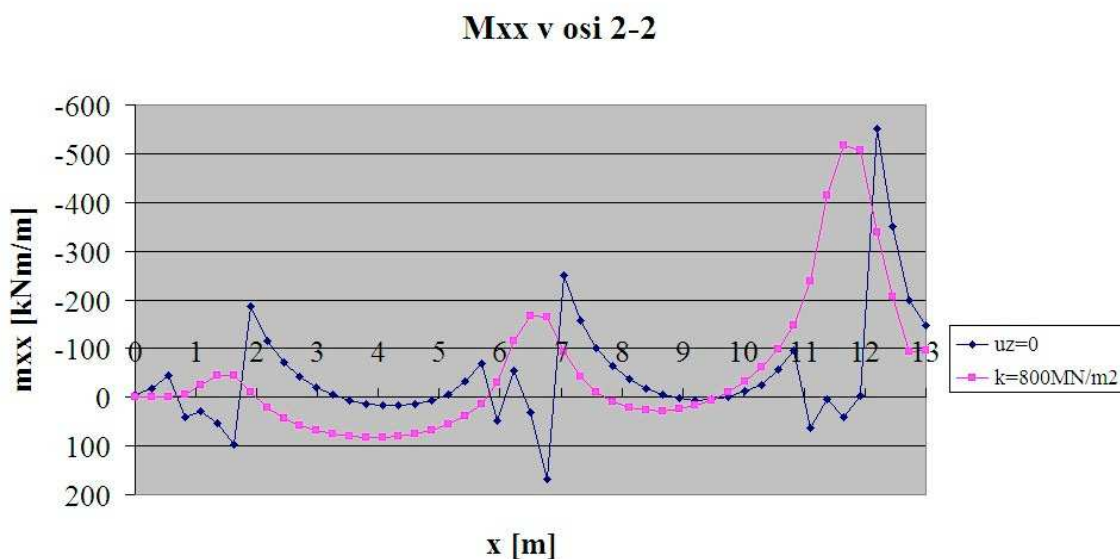
Slika 6.4: Potek momenta M_{xx} pri linijskem podpiranju.

Na vogalu pri $x=13\text{m}$ je notranji kot večji od 90° (135°). Z vpeljavo modela z vzmetmi se velikost momenta na robu zmanjša za več kot polovico.

Poglejmo kakšen je potek momentov, če pustimo vogal plošče nepodprt in podpremo konstrukcijo le točkovno na posameznih mestih (npr. s stebri namesto s steno) kot je to prikazano na sliki 6.5. Površinska togost vzmeti je $k=800\text{MN}/\text{m}^2$ ($E=6\text{GPa}$, $h=7.50\text{m}$)



Slika 6.5: Točkovno podpiranje v oseh 1 in 2



Slika 6.6: Potek momentov pri točkovnem podpiranju

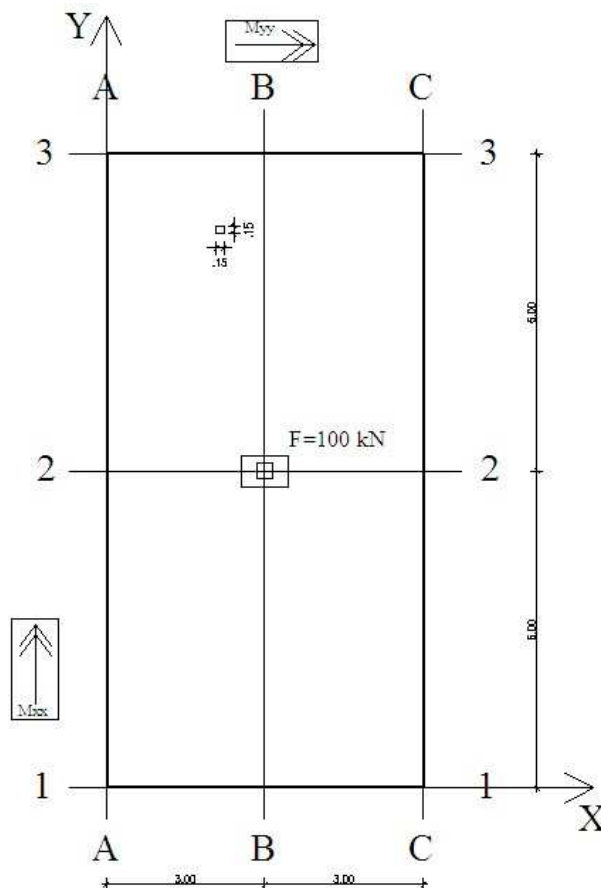
Opazimo, da v tem primeru ni izstopajočih nerealnih vrednosti momentov. Momentna linija pri uporabi vzmeti se zdi smiselna, težave se pojavijo pri uporabi nepomičnih podpor in sicer znotraj območja »stebra«. Podoben pojav smo že opazili v prejšnjih zgledih in tudi priporočili, da se upošteva vrednosti na robu podpore.

2.7 Modeliranje točkovne obtežbe

V praksi se srečujemo tudi s točkovno obtežbo. Pri metodi končnih elementov jo lahko vnesemo le na vozlišče. Po upogibni teoriji plošč dobimo pod točkovno obtežbo neskončno veliko napetost. Primerjajmo različne načine vnosa koncentrirane obtežbe na

ploščo dimenzij 6m×12m, podprto vzdolž robov A in C (slika 7.1). Plošča je debeline 20cm, končni elementi dimenzij 15cm×15cm, tipa »Shell – Thick plate«.

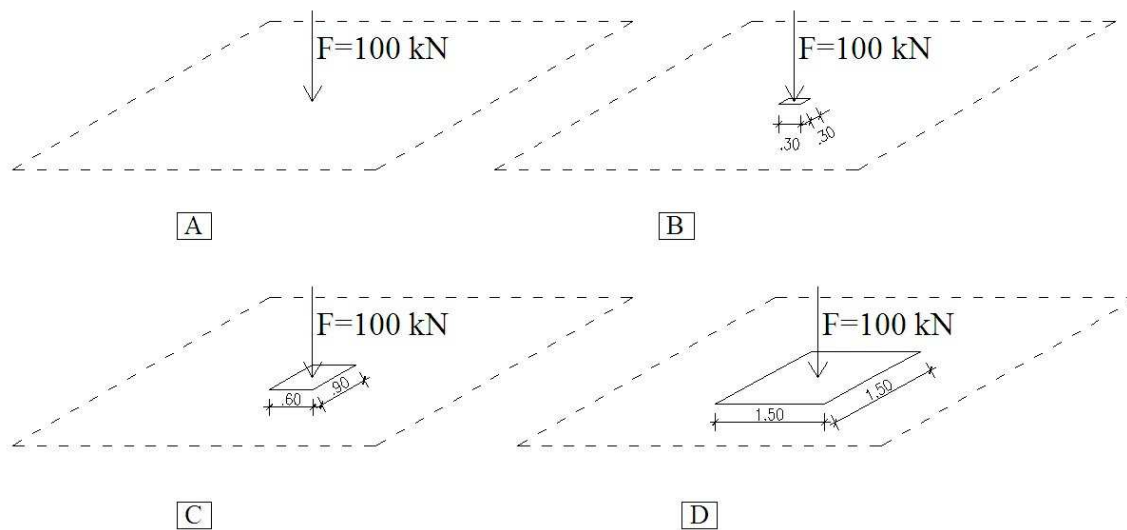
Za armiran beton upoštevamo elastični modul $E=30\text{GPa}$, Poissonov količnik $\nu=0.2$.



Slika 7.1: Geometrija konstrukcije

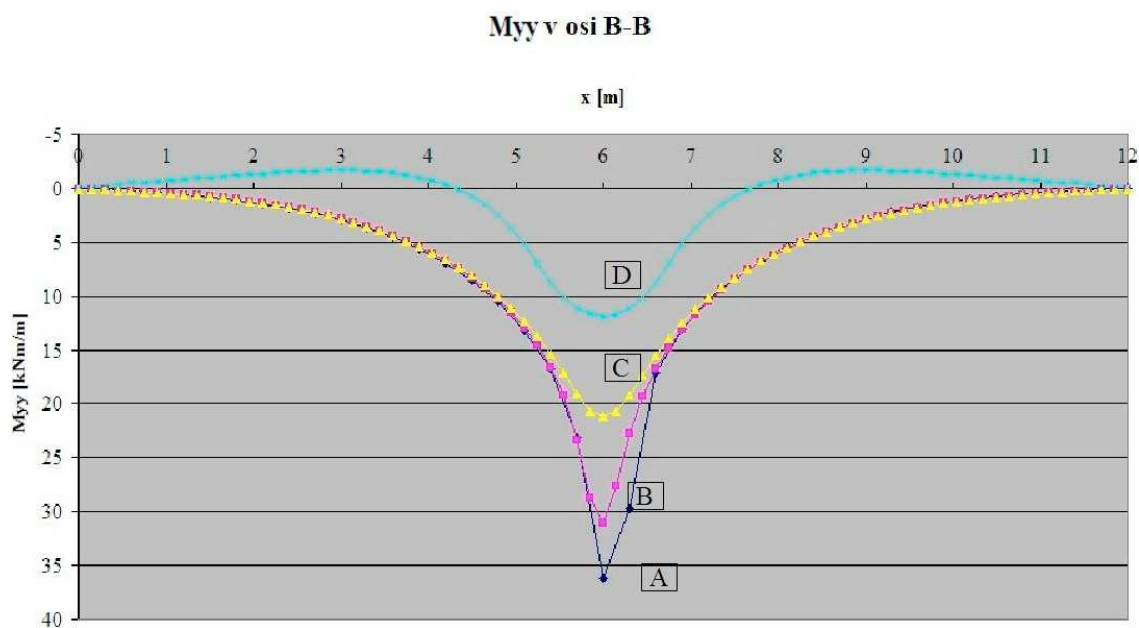
Obtežbo modeliramo kot (slika 7.2):

- Koncentrirana sila v vozlišču velikosti $F=100\text{ kN}$
- Sila $F=100\text{ kN}$ porazdeljena po kontaktni ploskvi dimenzij $30\text{cm}\times 30\text{cm}$
- Sila $F=100\text{ kN}$ porazdeljena po kontaktni ploskvi dimenzij $90\text{cm}\times 60\text{cm}$
- Sila $F=100\text{ kN}$ porazdeljena po kontaktni ploskvi dimenzij $150\text{cm}\times 150\text{cm}$



Slika 7.2: Obtežni primeri

Na sliki 7.3 so prikazani poteki upogibnih momentov v območju obtežbe (v osi B-B, moment M_{yy}).



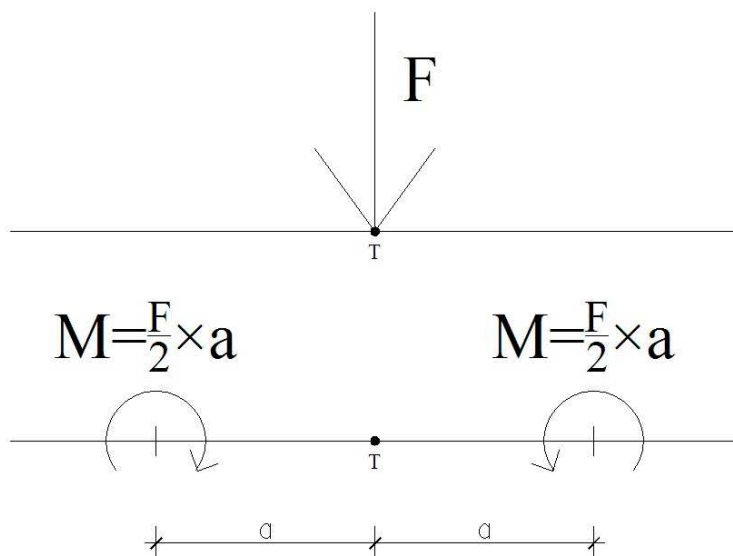
Slika 7.3: Potek momentov M_{yy} v osi B-B glede na kontaktno ploskev

Preglednica 7.1 Primerjava maksimalnih momentov M_{yy} v osi B-B glede na model

Obtežni primer	A	B	C	D
M_{yy} (x=6.0m) [kNm/m]	36.23	31.03	21.17	11.93

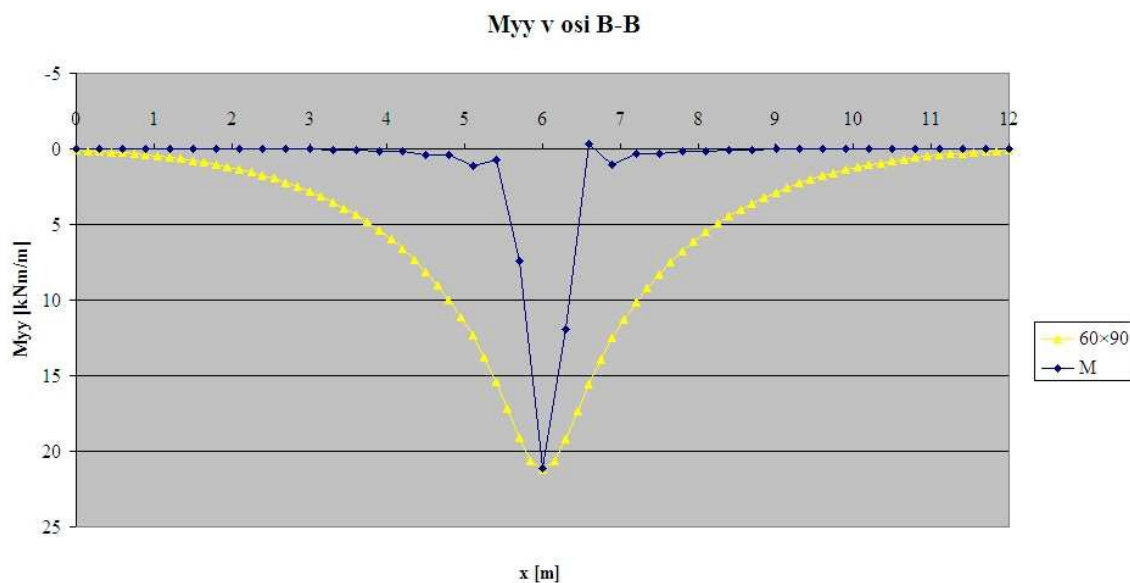
Kontaktna ploskev močno vpliva na velikost momentov na mestu obremenitve. Če večamo kontaktno ploskev se tudi vrednost momenta zmanjšuje.

V literaturi je moč zaslediti tudi uporabo nadomestnega sistema za iz vrednotenje upogibnega momenta v točki delovanja točkovne obtežbe. Silo razpolovimo ter jo nadomestimo v bližnji točki z upogibnima momentoma (slika 7.4).



Slika 7.4: Nadomestni sistem

Na sliki 7.5 je prikazan potek upogibnih momentov za opisan nadomestni sistem v primerjavi s kontaktno ploskvijo velikosti 60cm×90cm.



Slika 7.5: Myy v osi B-B za nadomestni sistem in kontaktno ploskev C

Obremenitev na večji površini in nadomestni sistem C se zelo dobro ujameta v točki obremenitve, sicer pa sta poteka momenta po osi precej različna.

2.8 Modeliranje stene

Stena je gradbeni element, v katerem nastopajo osne sile. Končnemu elementu dovolimo pomike v dveh pravokotnih smereh, ki ležita v srednji ravnini stene ter zasuk okoli normale na srednjo ravnino.

Vzemimo za zgled steno dimenzij 7.20m ×7.20m debeline $b=0.24\text{m}$. Izberemo končni element »Shell – Membrane«, za katerega je predpostavljeno, da so v vozliščih končnega elementa od nič različni le pomiki, vsi zasuki pa so preprečeni.

Steno bomo obremenili na 4 različne načine (slika 8.1):

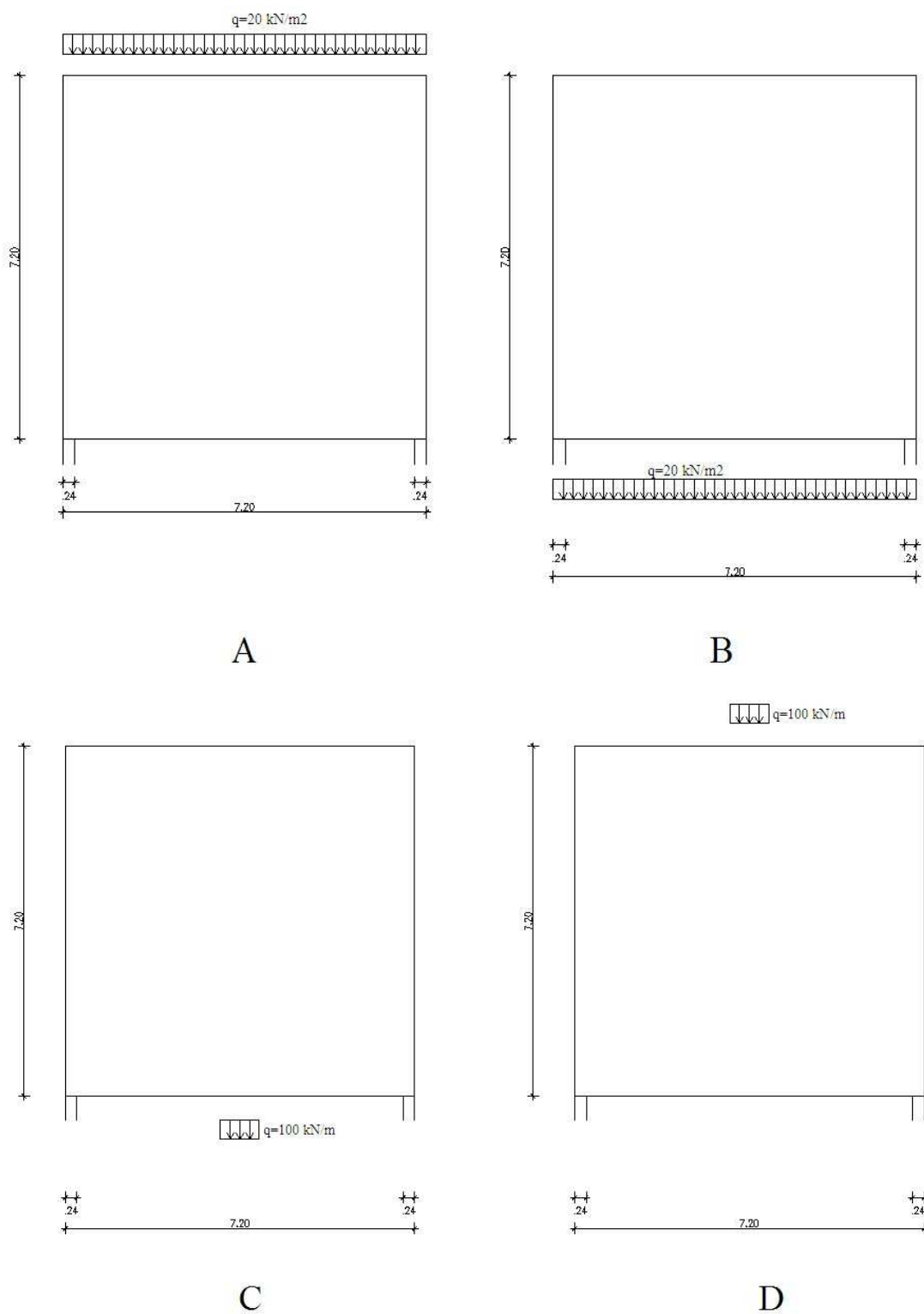
A/ $q=20\text{ kN/m}^2$ na zgornjem robu stene, po celotni dolžini

B/ $q=20\text{ kN/m}^2$ na spodnjem robu stene, po celotni dolžini

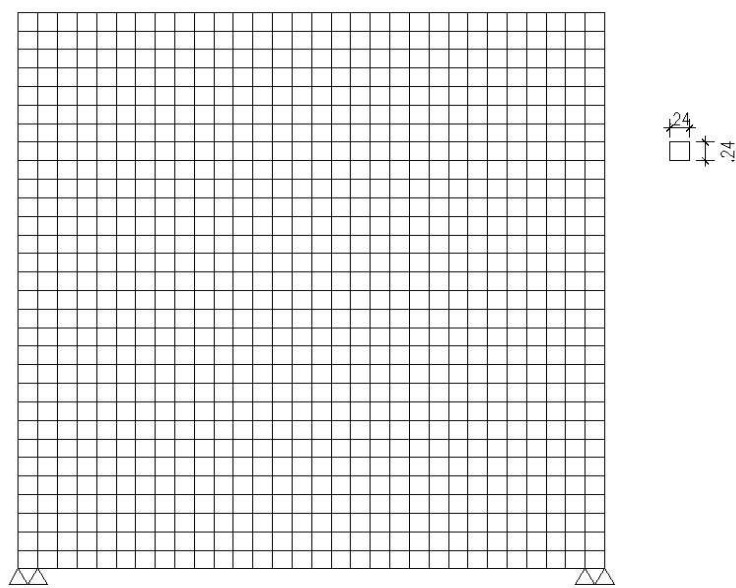
C/ $q=100\text{ kN/m}^2$ na zgornjem robu stene, v sredinskem pasu dolžine 0.96m

D/ $q=100\text{ kN/m}^2$ na spodnjem robu stene, v sredinskem pasu dolžine 0.96m

Konstrukcijo modeliramo z mrežo 30×30 enakih ploskovnih 4 vozliščnih končnih elementov dimenzije 0.24m×0.24m (slika 8.2). Za material je zopet izbran armiran beton z elastičnim modulom $E=30\text{GPa}$ ter Poissonovim količnikom $\nu=0.2$.

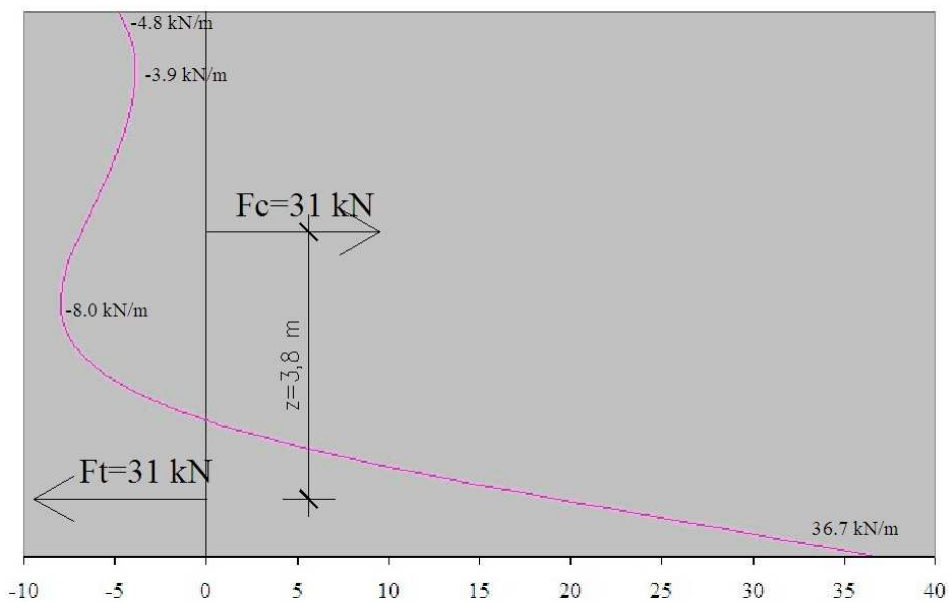


Slika 8.1: Sheme obtežb na steno



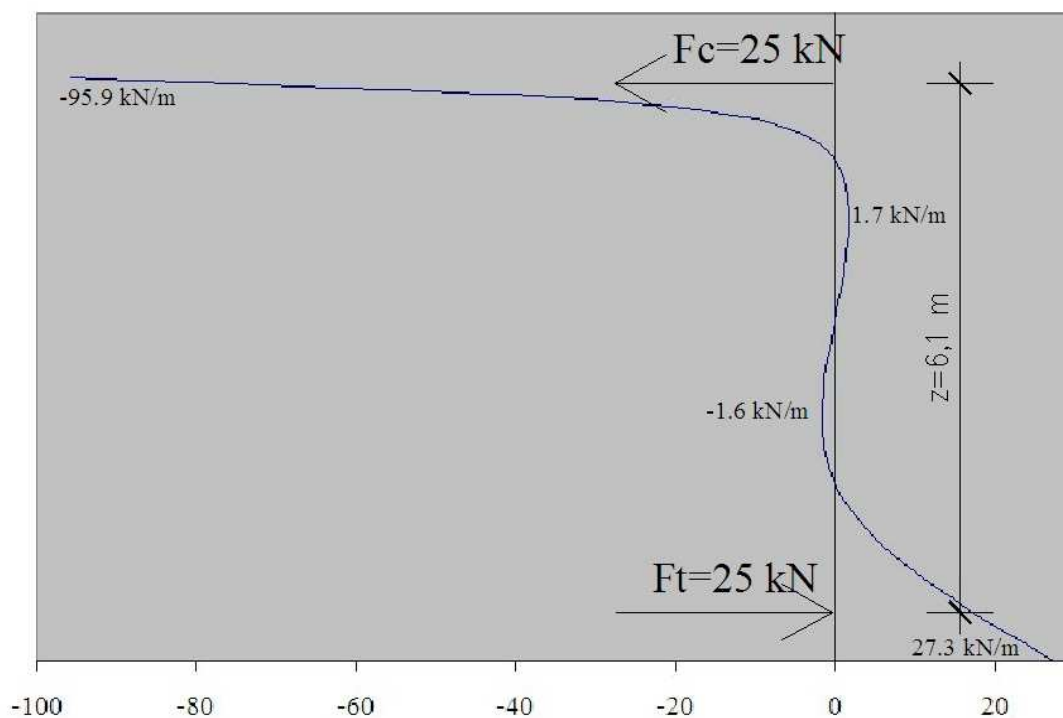
Slika 8.2: Računski model konstrukcije

Na sliki 8.3 je prikazan potek sil N_{xx} v sredini stene (pri $x=3.60\text{m}$). Izkaže se, da dobimo za obtežna primera A in B enak potek notranjih sil. Po integraciji notranjih sil dobimo rezultanti tlačnih in nateznih sil (F_c , F_t) ter njuno medsebojno razdaljo z .

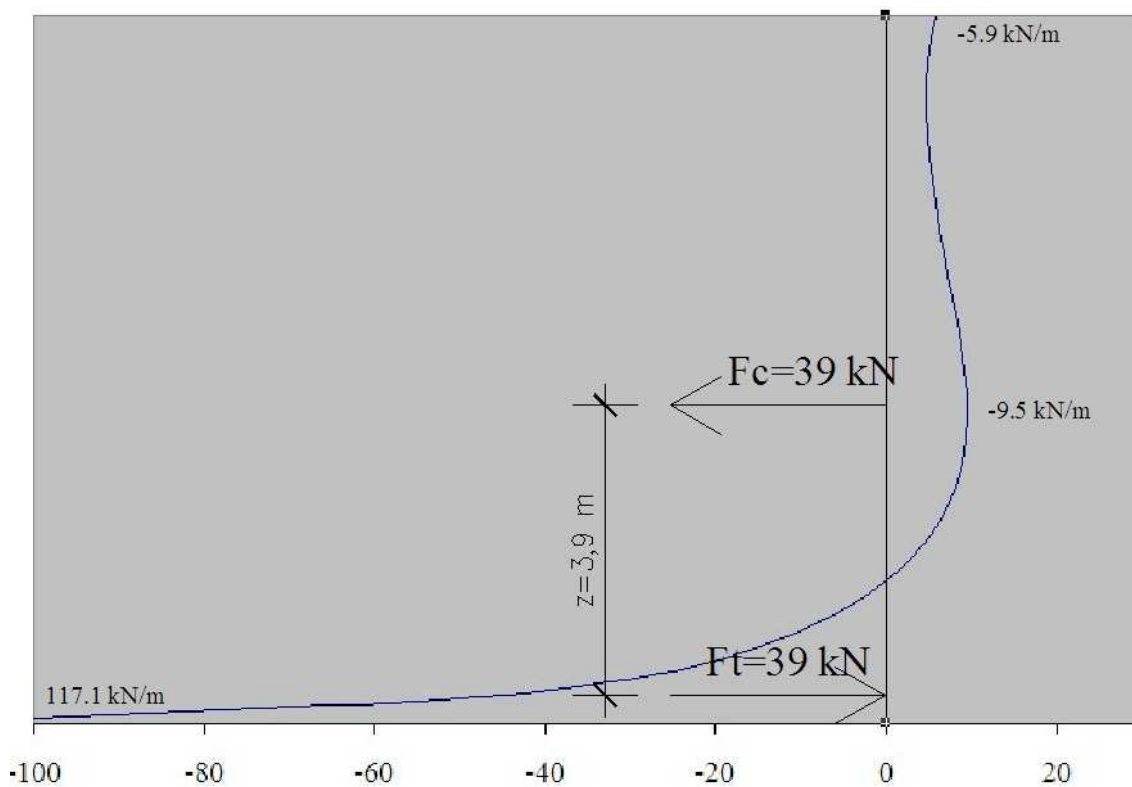


Slika 8.3: Potek sil N_{xx} [kN/m] v prerezu $x=3.60\text{m}$

Za obtežna primera C in D pa se diagrama za silo N_{xx} razlikujeta. Na slikah 8.4 in 8.5 sta prikazana poteka.

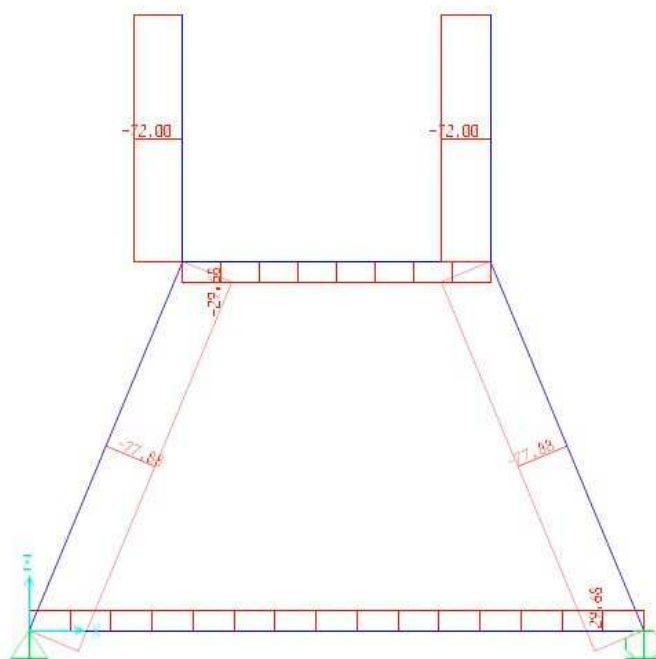
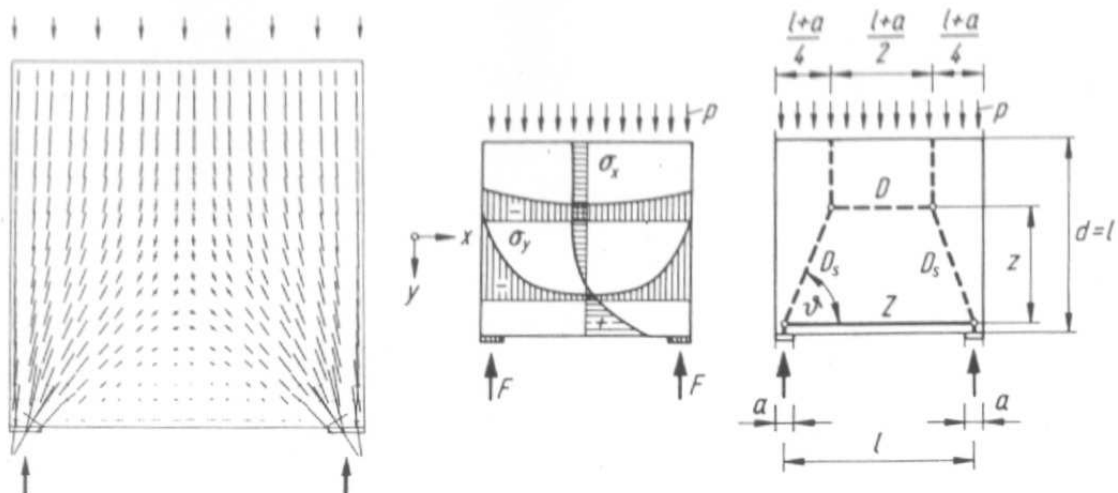


Slika 8.4: Potek N_{xx} za obtežni primer C pri $x=3.60\text{m}$



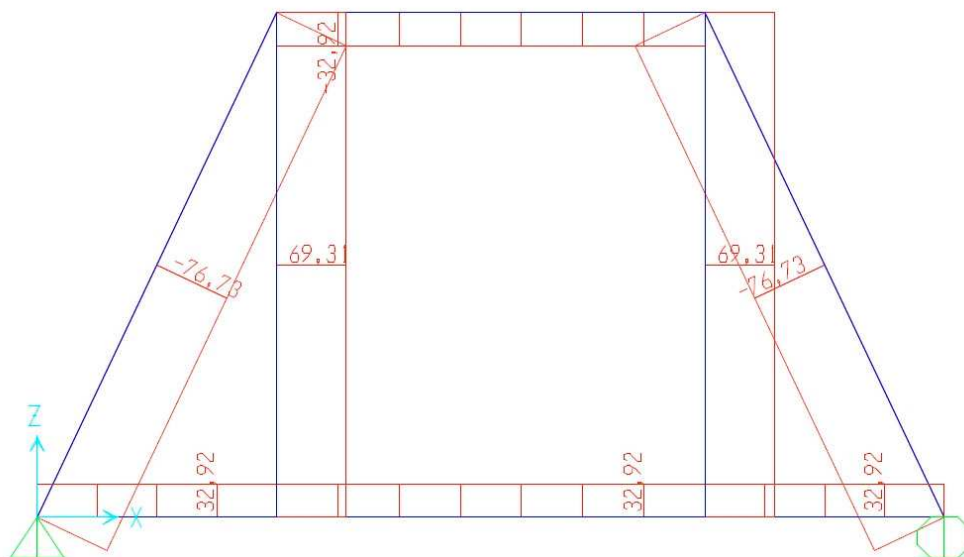
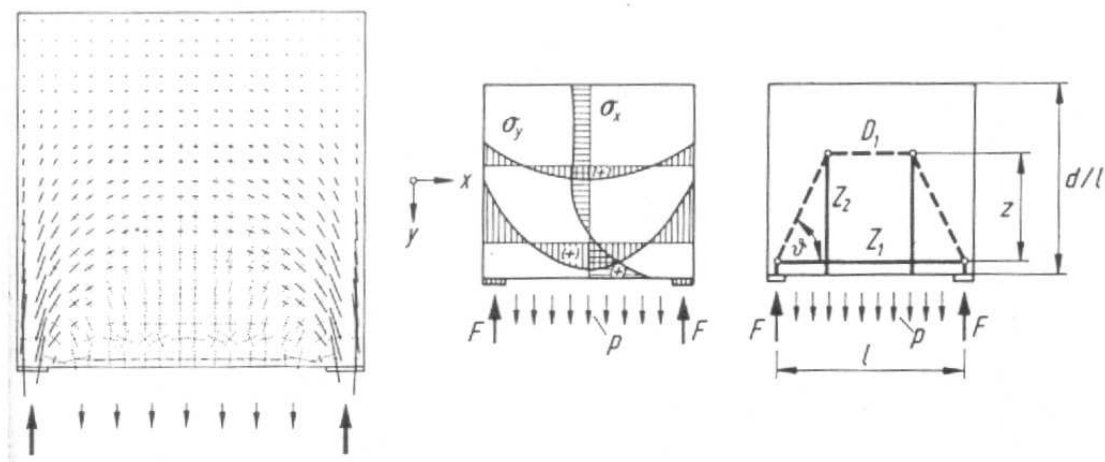
Slika 8.5: Potek N_{xx} za obtežni primer D pri $x=3.60\text{m}$

Rezultate pa lahko preizkusimo še z modeli nadomestnega paličja, kjer predvidimo tlačni in natezni pas v steni na podlagi poteka trajektorij napetosti.



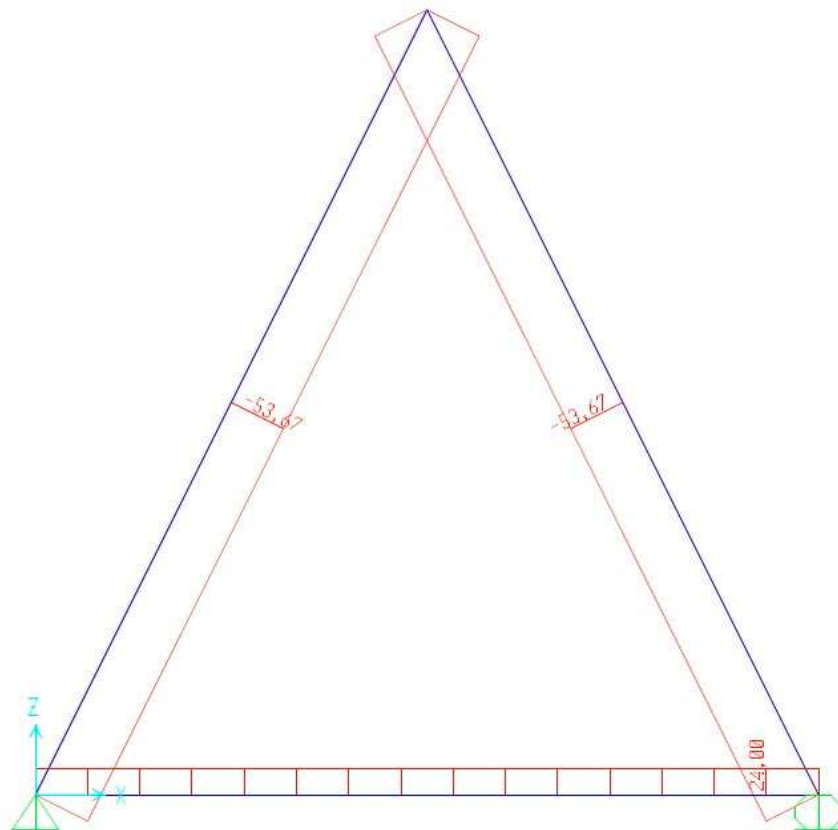
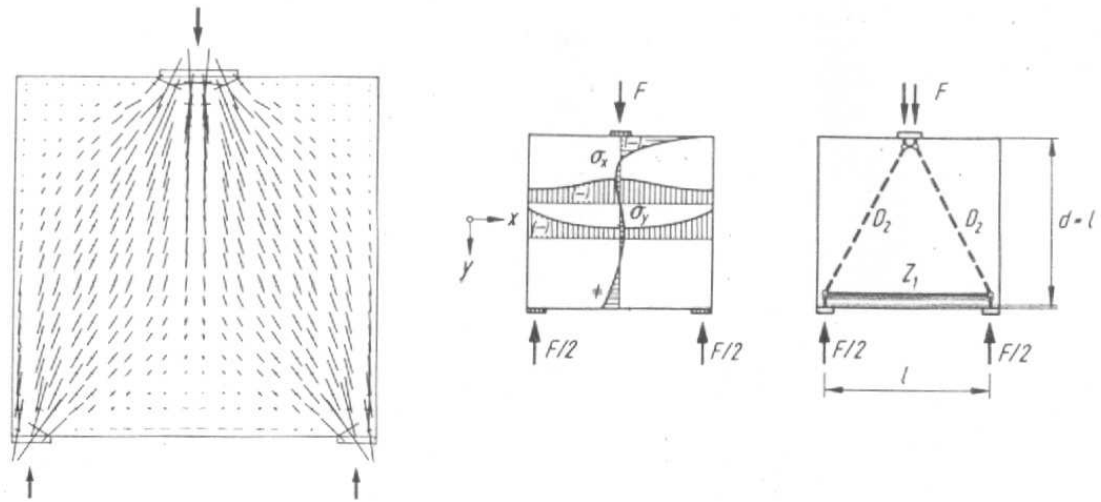
Slika 8.6: Osne sile v nadomestnem paličju za primer A

V natezni vezi dobimo vrednost osne sile 29.68 kN. Spodaj je prikazano nadomestno paličje za nosilni mehanizem v primeru B.



Slika 8.7: Osne sile v paličju za primer B

V natezni vezi dobimo vrednost osne sile 32.92 kN. Na sliki 8.8 je prikazano nadomestno paličje za nosilni mehanizem v primeru C.



Slika 8.8: Osne sile v paličju za primer C

V natezni vezi dobimo vrednost osne sile 24.00 kN.

Za vsako od obremenitev se nahajajo v literaturi tudi tabele in diagrami za vrednosti momentov glede na geometrijo konstrukcije in delovanje obtežbe.

V preglednici 8.1 je prikazana primerjava rezultant nateznih sil za opisane obtežne primere pridobljenih z metodo končnih elementov, nadomestnimi paličji in tabeliranimi vrednostmi.

Preglednica 8.1 Primerjava rezultatov

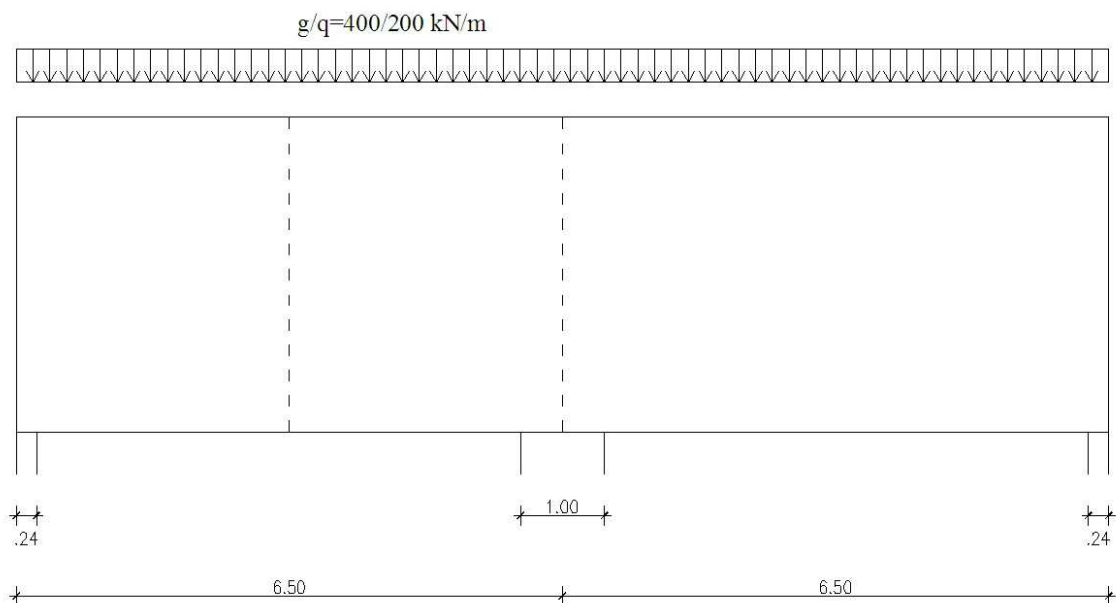
Obtežni primer	MKE - Ft [kN/m]	Paličja - Ft [kN/m]	Tabele - Ft [kN/m]
A	31.0 (100%)	29.68 (95.7%)	30.24 (97.5%)
B	31.0 (100%)	32.92 (106.2%)	30.24 (97.5%)
C	25.0 (100%)	24,00 (96.0%)	25.92 (103.7%)
D	39.0 (100%)	/	39.36 (100.9%)

Rezultati se zelo dobro ujemajo. Metoda končnih elementov se tudi pri modeliranju stenastih konstrukcij zelo dobro obnese, čeprav je sam postopek računa zahtevnejši. Pri enostavnih primerih (geometrijah, obtežbah) pa je pogosto bolj smiselno za dimenzioniranje uporabiti kar »peš« metode (tabele, enostavna paličja...).

2.9 Primer 9: Stena preko dveh polj

Vzemimo za primer steno preko dveh polj dolžine $2 \times 6.50\text{m}$, višine 3.75m , debeline $b=0.2\text{m}$. Robni podpori naj bosta širine 0.24m , sredinska pa 1.00m (slika 9.1).

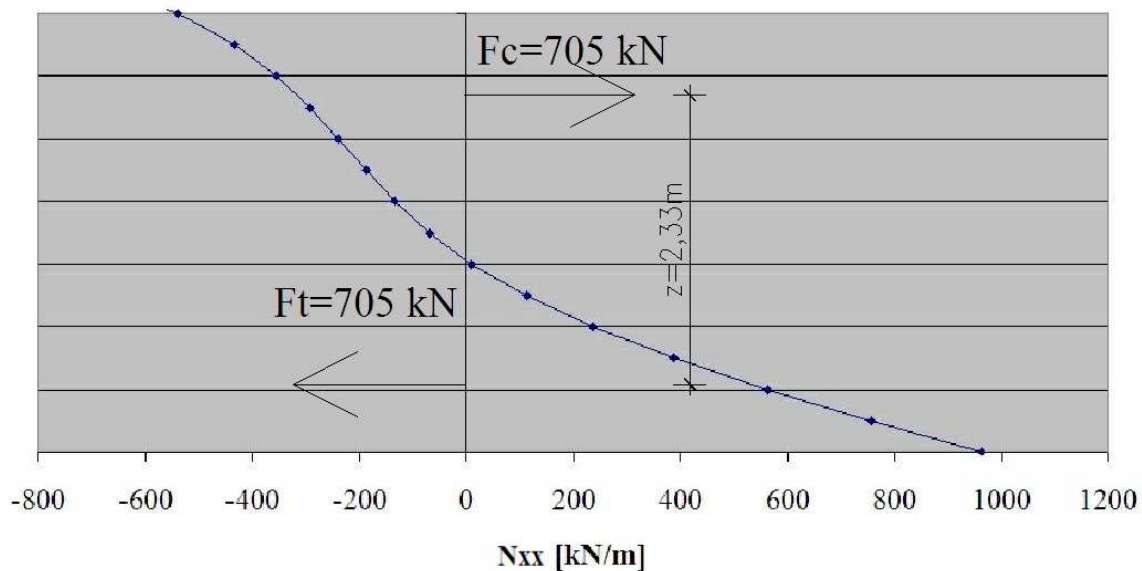
Izbran končni element je zopet »Shell – Membrane«. Izbran material je armiran beton (elastični modul $E=30\text{GPa}$, Poissonov količnik $\nu=0.2$). Konstrukcija je obremenjena na zgornjem robu s stalno obtežbo $g=400\text{ kN/m}^2$ ter koristno obtežbo $q=200\text{ kN/m}^2$. Zanima nas potek notranjih sil v polju ter nad podporo.



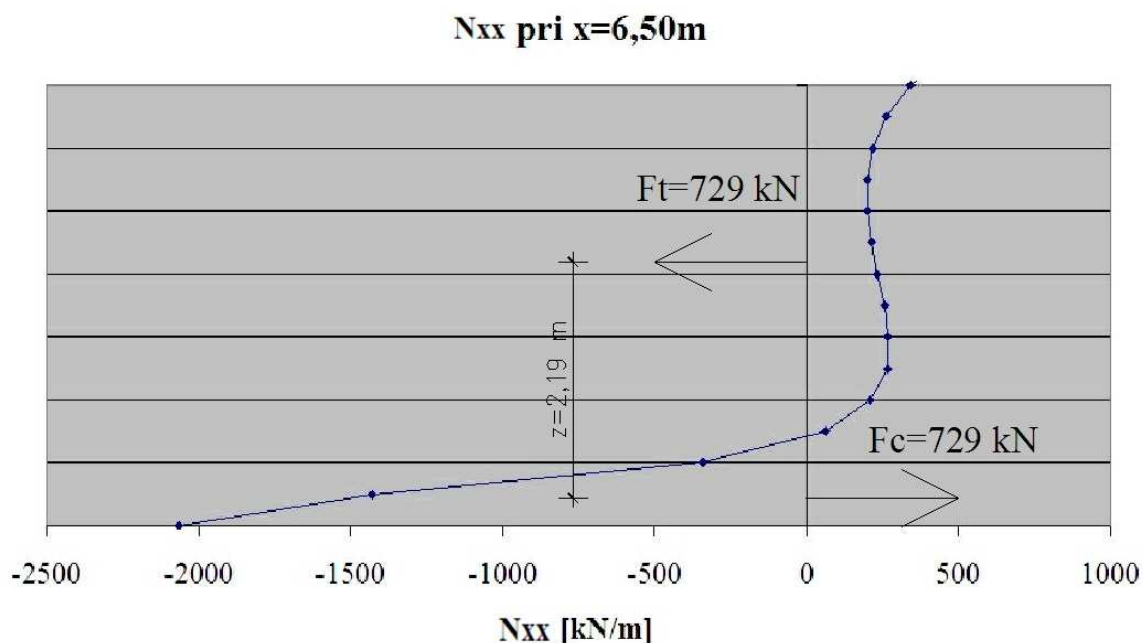
Slika 9.1: Geometrija stenastega nosilca preko dveh polj

Pri uporabi elementa »Shell – Membrane« dobimo kot rezultat osne sile, ki jih je potrebno integrirati (slika 9.2 in 9.3)

N_{xx} pri $x=3,25\text{m}$



Slika 9.2: Potek sil N_{xx} v polju.



Slika 9.3: Potek sil N_{xx} nad podporo.

Nad podporo se pojavi velika tlačna sila.

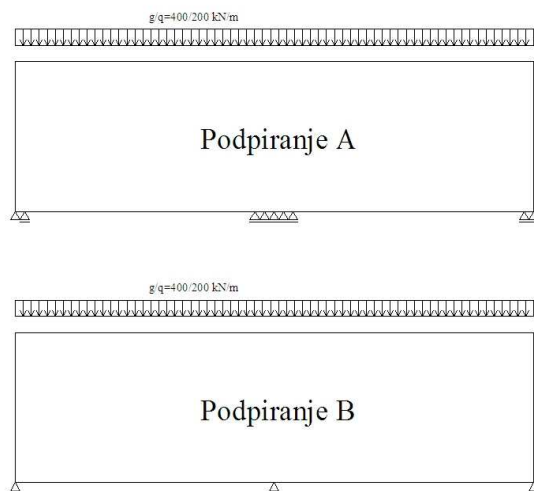
V preglednici 9.1 je prikazana primerjava numeričnih rezultatov in rezultatov iz literature.

Preglednica: 9.1 Primerjava rezultatov

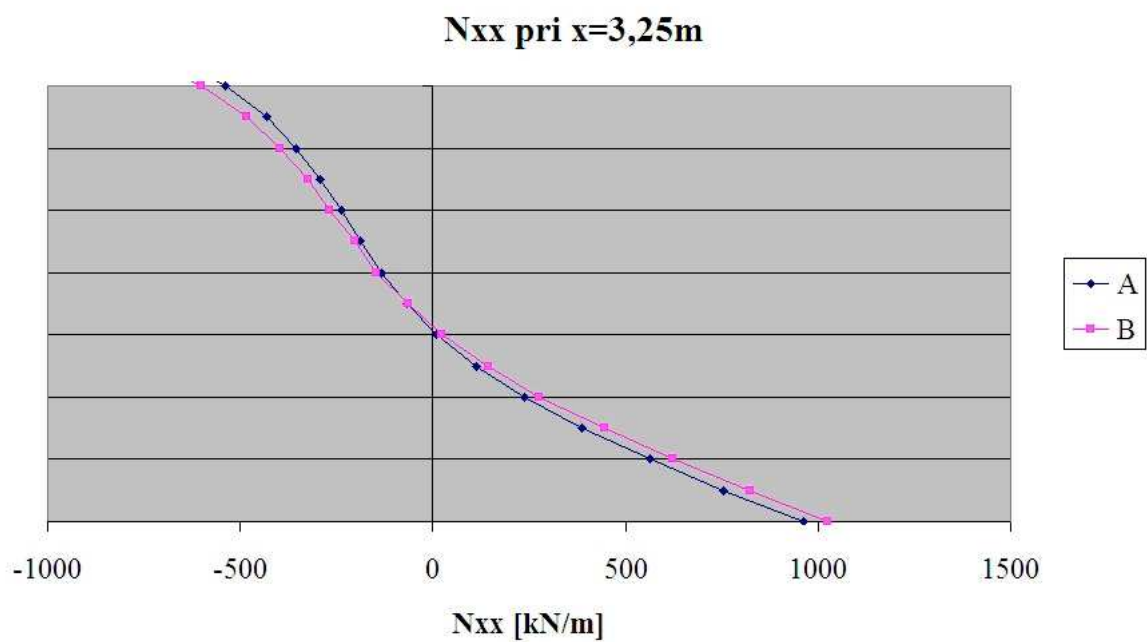
	Rezultanta sil pri $x=3.25\text{m}$	Rezultanta sil pri $x=3.25\text{m}$
Metoda KE	705 kN	729 kN
Literatura	840 kN	1056 kN

Opozoriti je potrebno, da so rezultati iz literature približni, saj je priporočil za oceno momentov in ročic veliko, ki med seboj precej odstopajo. Dane ocene so izbrane na podlagi priporočil srednje velikosti. Velja pa omeniti, da tudi najbolj optimistični izračuni ne dajo manjših rezultatov od tistih dobljenih z metodo končnih elementov.

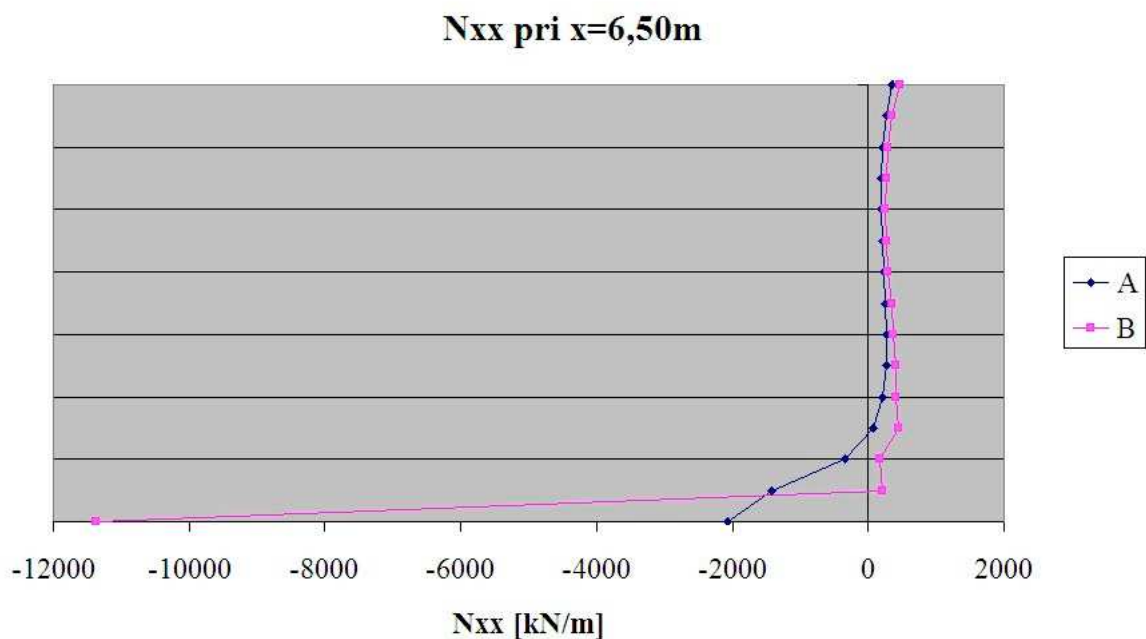
Poglejmo še potek osnih sil v obravnavanih prerezih, če konstrukcijo podpremo le v posameznih točkah (brez upoštevanja širine podpore).



Slika 9.4: Varianti podpiranja (A-široka podpora, B-ozka podpora)



Slika 9.5: Potek N_{xx} pri $x=3.25\text{m}$ (v polju)



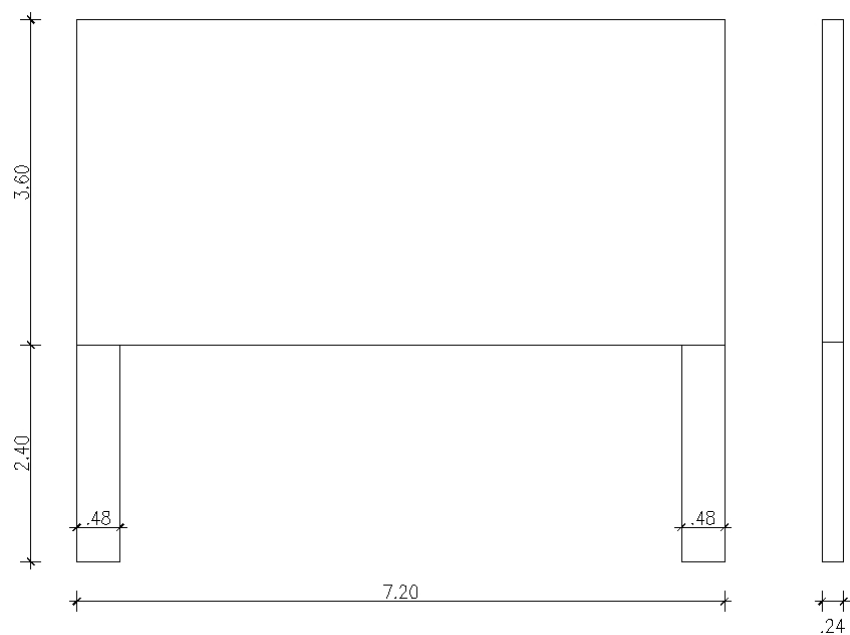
Slika 9.6: Potek N_{xx} pri $x=6.50\text{m}$ (nad podporo)

Neupoštevanje širine podpor da večje vrednosti notranjih sil, ki bi se morda še ujemali z empiričnimi izračuni iz literature v območju polja. Opozoriti pa je potrebno na potek sil tik nad podporo, kjer se vrednosti izjemno povečajo. Več o tem v naslednjem primeru.

2.10 Modeliranje podpor pri stenastih konstrukcijah

Modelirali bomo steno dolžine 7.20m, višine 6.0m ter debeline 0.24m.

Izbran končni element »Shell – Membrane«. Stena je iz armiranega betona (elastični modul $E=30\text{GPa}$, Poissonov količnik $\nu=0.2$). Konstrukcija je obremenjena na zgornjem robu z stalno obtežbo $g=20\text{ kN/m}^2$. Zanima nas vpliv modeliranja podpore na notranje statične količine.



Slika 10.1: Geometrija konstrukcije

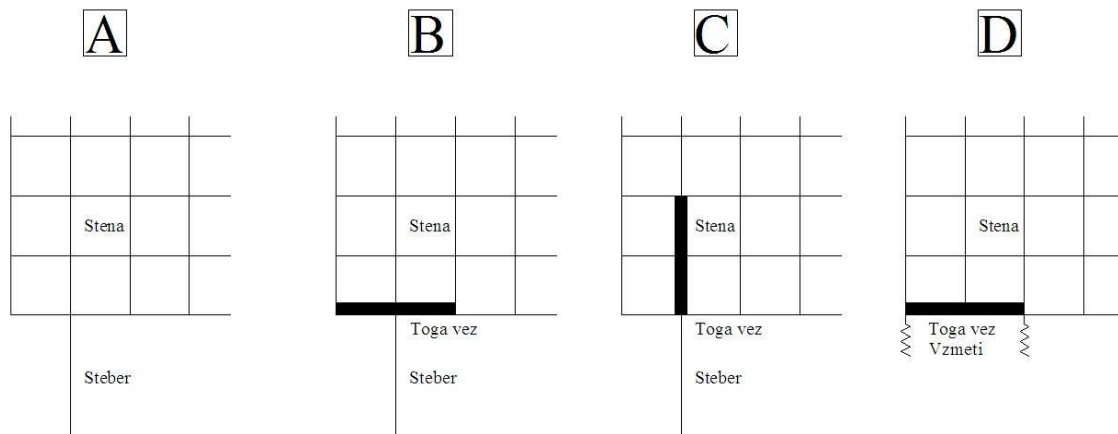
Obravnavali bomo štiri različne stike med steno in stebrom (slika 10.2):

A/ Steber in stena se stikata skupaj v isti točki. Pomiki obeh elementov v tej točki so enaki

B/ Steber se stika s steno preko vezi. Tri horizontalne točke so povezane kot togo telo in imajo isti pomik kot robna točka stebra.

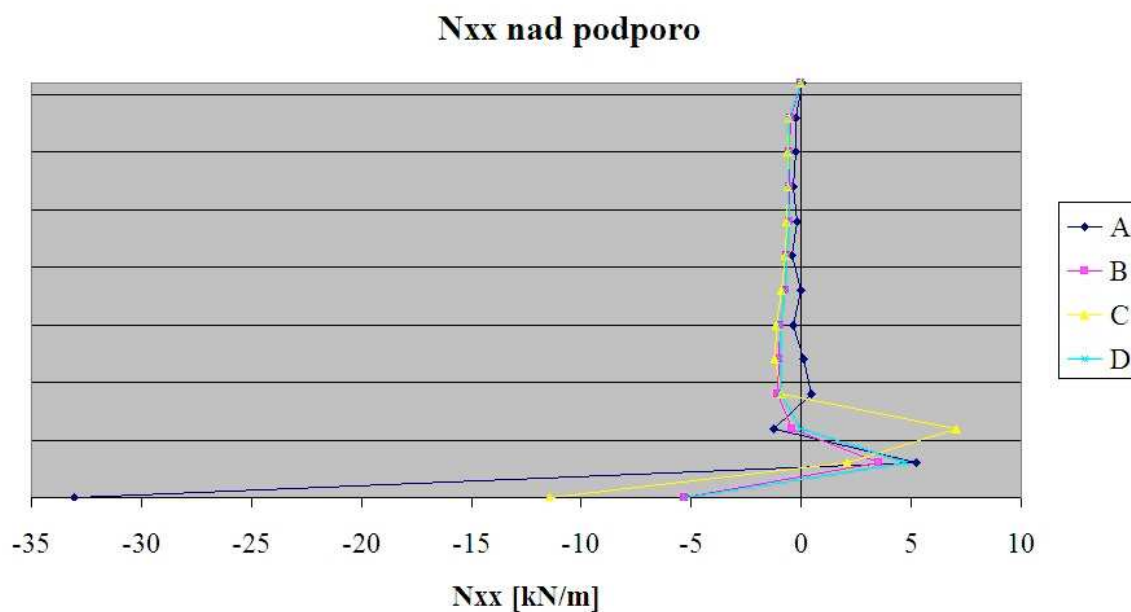
C/ Steber se stika s steno preko vezi. Tri vertikalne točke so povezane kot togo telo in imajo isti pomik kot robna točka stebra.

D/ Steber nadomestimo z dvema vzmetema s togostima $k=2000\text{MN/m}$ (vsaka). Vzmeti sta povezani s tremi horizontalnimi točkami preko toge vezi.

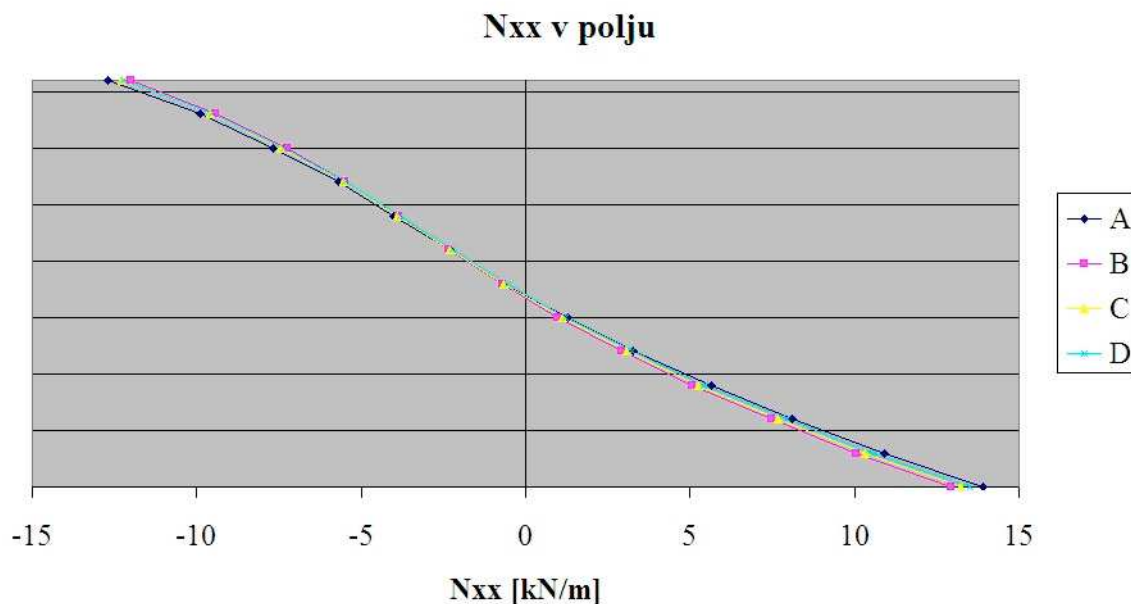


Slika 10.2: Variante stikovanje stebra in stene

Na spodnjih slikah so prikazani poteki osne sile n_{xx} v dveh prerezih: v osi stikovanja elementov (pri $x=0.24\text{m}$) ter v sredini razpetine (pri $x=3.60\text{m}$).



Slika 10.3: N_{xx} pri $x=0.24\text{m}$ (v osi podpore)

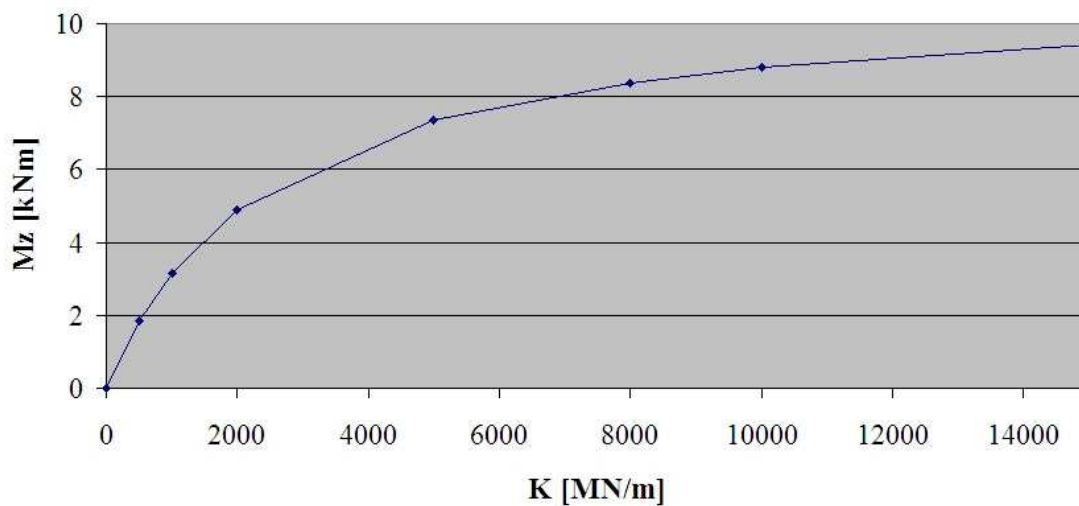


Slika 10.4: Nxx pri $x=3.60\text{m}$ (v polju)

Direkten stik med steno in stebrom v eni sami točki nam da nerealno vrednost notranjih statičnih količin, ki so potrebne za dimenzioniranje. Uporaba togih vezi, s katerimi povežemo nekaj sosednjih točk, je zelo uporabna tehnika. V danem primeru sta uporabna modela predvsem B in D. Oba upoštevata širino podpore, medtem ko je modela A in C ne.

Kot zanimivost si pogledjmo še vpliv togosti vzmeti pri podpiranju D na rezultanto momentov na sredini razpetine (pri $x=3.60$).

Diagram M-k

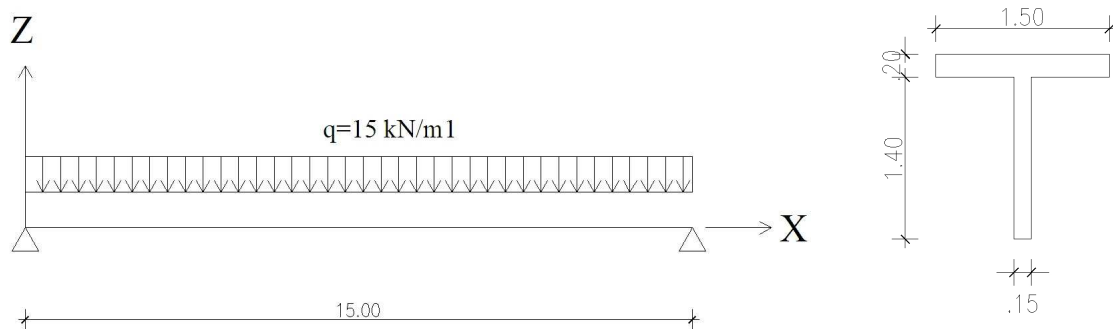


Slika 10.5: Odnos med togostjo vzmeti na mestu podpore in rezultante momenta na sredini konstrukcije

Vrednost momenta pri večanju togosti vzmeti hitro konvergira k vrednosti momenta pri togi podpori. Togost podpore torej nima tako velikega vpliva na rezultat kot ga ima širina podpore.

2.11 T nosilec

Obravnavali bomo prostoležeči nosilec preko enega polja dolžine 15m, ki je obremenjen z konstantno zvezno obtežbo $q=15\text{kN/m}$. Material je armiran beton (elastični modul $E=30\text{GPa}$, Poissonov količnik $\nu=0.2$), prerez pa je v obliki črke T (slika 11.1).



Slika 11.1: Geometrija elementa

V območju stojine je togost v Z smeri precej večja kot na robu prereza. Zato nas zanima potek notranjih sil v prerezu glede na numerično modeliranje konstrukcije. Uporabili bomo več modelov (slika 11.2):

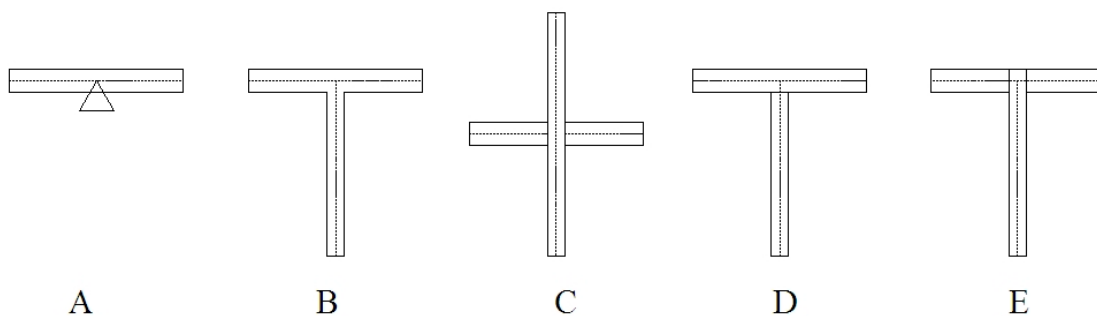
A/ Pasnica kot plošča debeline 20cm, stojino modeliramo kot nepomično podporo

B/ Tako pasnico kot stojino modeliramo s ploskovnimi končnimi elementi

C/ Pasnico modeliramo kot ploščo, stojino kot linijski nosilec

D/ Pasnico modeliramo kot ploščo, stojino kot linijski nosilec z pravo geometrijsko višino ter ju povežemo z togimi vezmi na mestu stikovanja

E/ Pasnico modeliramo kot dve vzporedni plošči, ki sta med seboj razmaknjeni ravno za debelino stojine. Vogalne točke znotraj posameznega prereza, ki pripadajo tako ploščama kot nosilcu, med seboj povežemo z togimi vezmi.

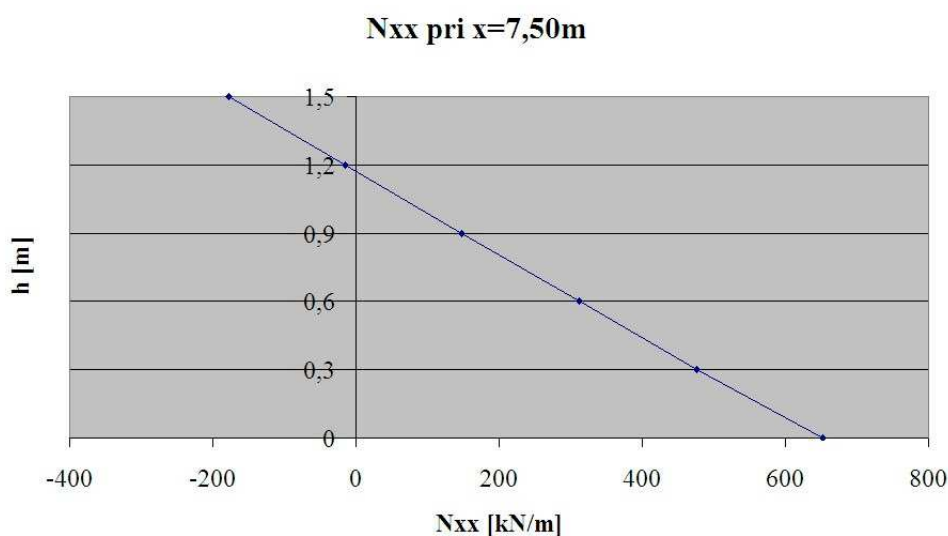


Slika 11.2: Modeli konstrukcije

Pri analizi modelov ugotovimo naslednje:

Model A se izkaže kot neuporaben. Upoštevanje, da je stojina popolnoma toga in nepomična, nam vrne ničelne rezultate za upogibne momente, saj je konstrukcija praktično po celotni dolžini nepomično podprta.

Model B vrne momente v pasnici ter osne sile v stojini, ki jih je potrebno integrirati. Za stojino dobimo upogibni moment velikosti 418.23 kNm/m, v pasnici pa 3.45 kNm/m.



Slika 11.3: Osna sila v stojini pri x=7,50m

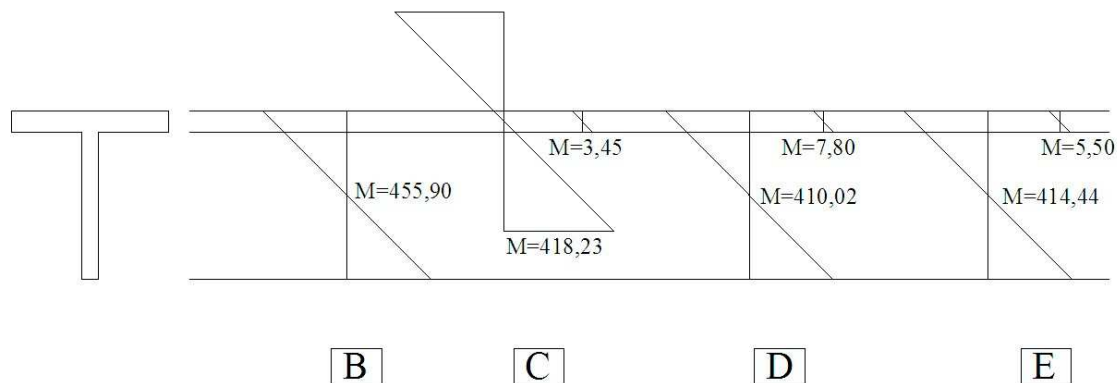
Pri modelu C uporabimo nadomestni nosilec. Vztrajnostni moment obravnavanega T-prereza okoli osi Y znaša 0.11436 m^4 . Če postavimo pogoj, da je

$$I_{T\text{-prez}} = I_{\text{nad.nosilec}}$$

dobimo višino nadomestnega pravokotnega nosilca z širino $b=0.15\text{m}$ velikosti $h=2.09\text{m}$. Dobimo moment 421.68 kNm/m.

Pri modelu D dobimo v linijskem nosilcu največji moment 410.02 kNm/m, ploskovni element pa prispeva 7.80 kNm/m.

Podobno pri modelu E dobimo skupno vrednost momenta 419.94 kNm/m.



Slika 11.4: Momenti za modele B, C, D in E

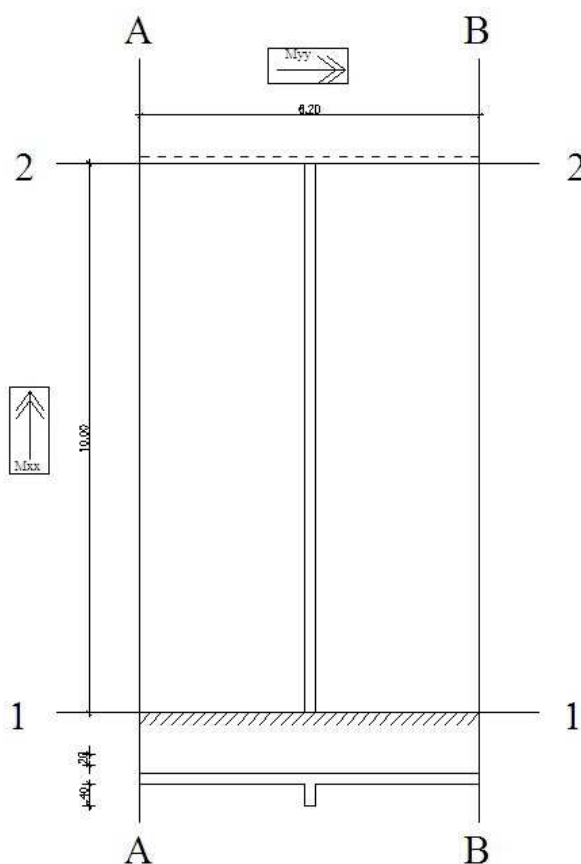
Preglednica 11.1: Momenti v polju

Model	A	B	C	D	E
M [kNm/m]	0.00	455.90	421.68	417.82	419.94
[%]	0.00	100.00	92.49	91.65	92.11

Vsi modeli (B-E) dajo dobre rezultate in so blizu dejanskemu odzivu konstrukcije na obremenitev. Modela D in E sta za modeliranje zahtevnejša (večje število togih povezav med različnimi elementi in vozlišči znotraj prereza), vendar se rezultat bistveno ne spremeni.

2.12 Primer 12: Rebrasta plošča

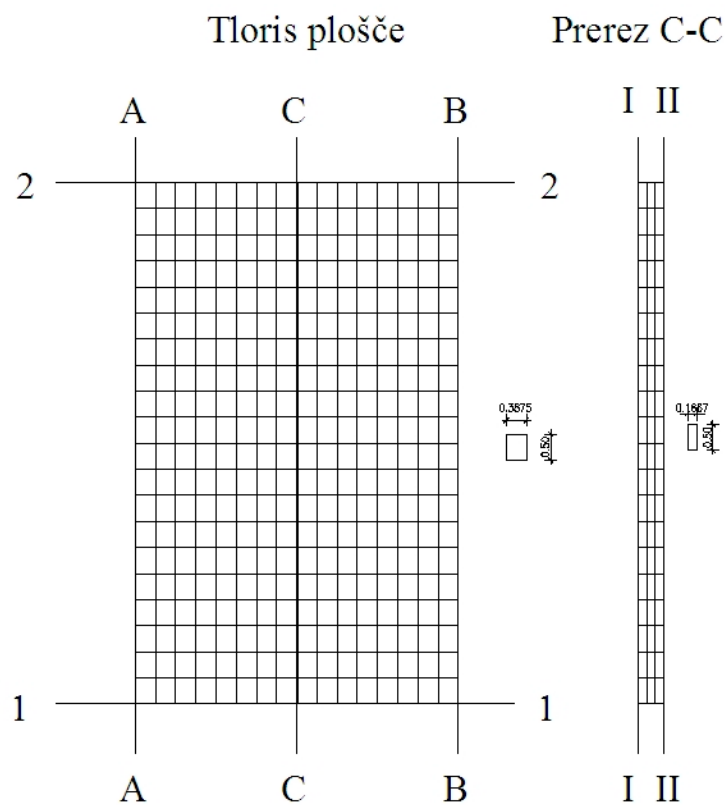
Tokrat pa bomo obravnavali rebrasto ploščo. Modelirali bomo izsek iz kontinuirne plošče, ki je na eni strani vrtljivo podprta (os 2-2), na drugi pa vpeta (os 1-1). Razdalja med podporami je 10.0 m, medosna razdalja med rebri pa je 6.20 m. Pasnica in stojina sta debeline 20cm, višina stojine je 40cm (slika 12.1)



Slika 12.1: Geometrija rebraste plošče

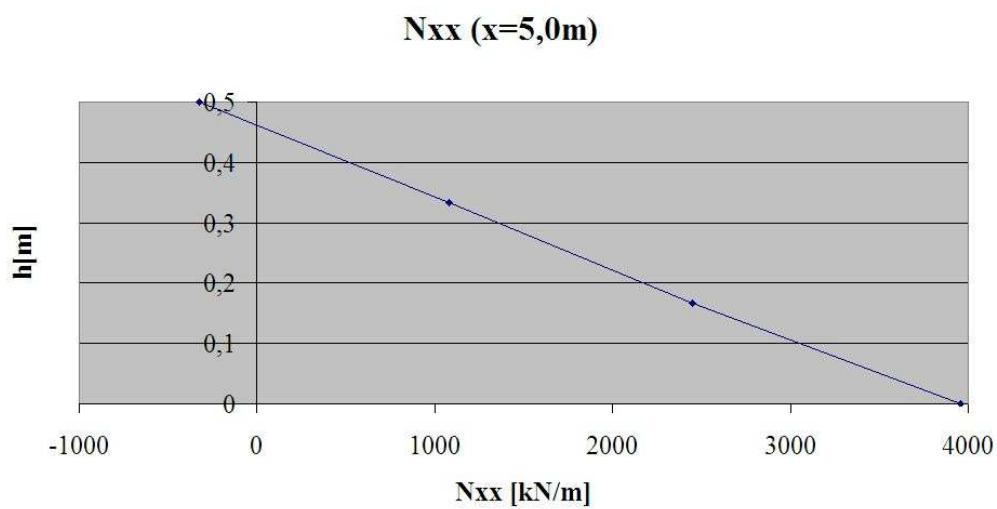
Za material je izbran armiran beton (elastični modul $E=30\text{GPa}$, Poissonov količnik $\nu=0.2$). Konstrukcijo obremenimo z zvezno obtežbo $q=16\text{ kN/m}^2$.

Konstrukcijo modeliramo z mrežo ploskovnih končnih elementov (mreža 20×16 elementov velikosti $0.5\text{m} \times 0.3875\text{m}$ za pasnico ter 20×3 elementov velikosti $0.5\text{m} \times 0.167\text{m}$ za stojino – slika 12.2)



Slika 12.2: Mreža končnih elementov za rebrasto ploščo

Na sredini razpetine v osi C (med osema 1 in 2) se pojavijo notranje sile N_{xx} v stojini (slika 12.3), ki jih je potrebno integrirati.



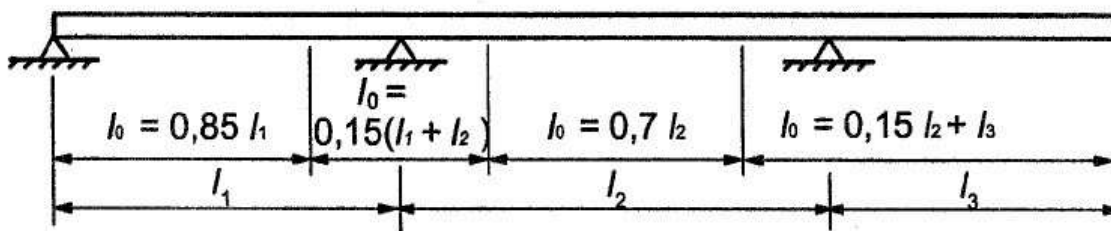
Slika 12.3: N_{xx} pri $x=5.0m$

Po integraciji sil N_{xx} dobimo maksimalni moment v polju velikosti $M=558.73$ kNm/m.

Konstrukcijo lahko modeliramo tudi kot T nosilec z ustreznimi nadomestnimi (efektivnimi) širinami pasnic po EN 1992 (poglavje 5.3.2).

Za posamezna območja konstrukcije je potrebno določiti vrednosti efektivnih širin

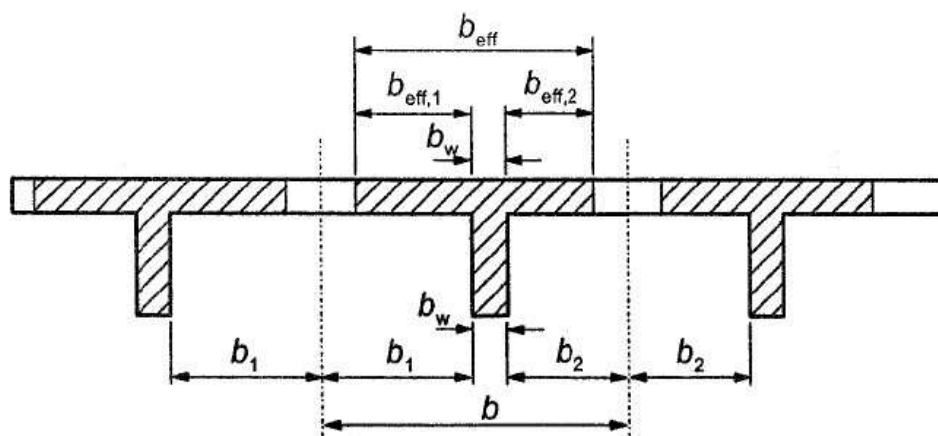
b_{eff} :



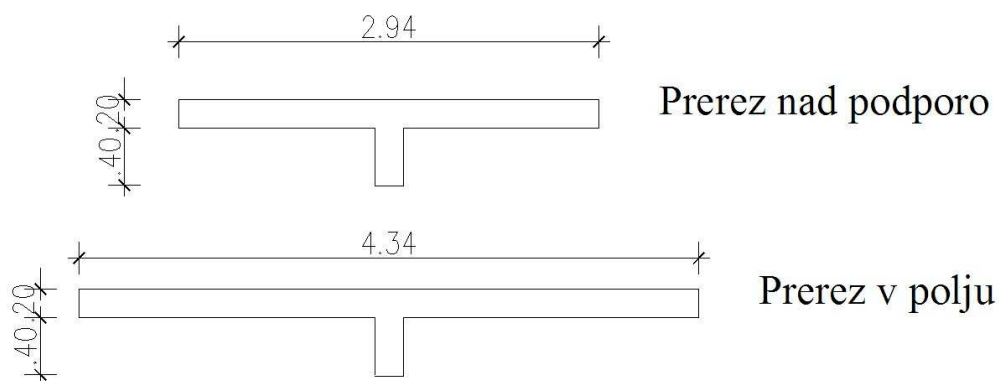
Sodelujočo širino b_{eff} dobimo iz izraza:

$$b_{eff} = \sum b_{eff,i} + b_w \leq b, \text{ kjer je}$$

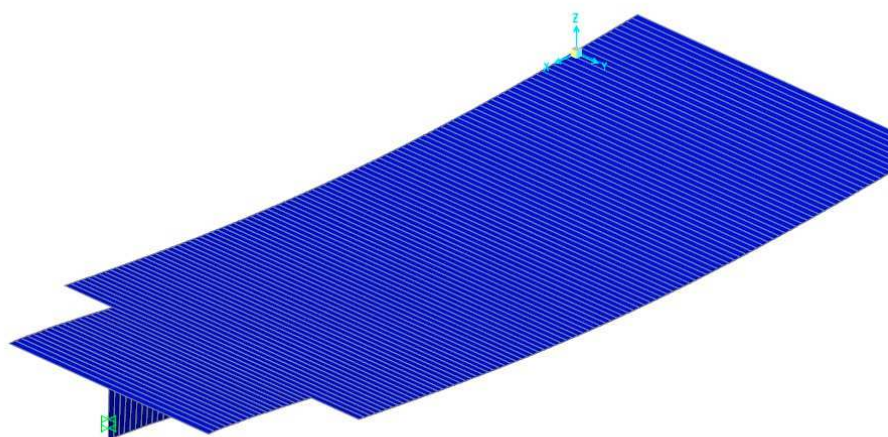
$$b_{eff,i} = 0.2b_i + 0.1l_0 \leq 0.2l_0,$$



Za našo konstrukcijo dobimo 2 prereza: v polju ($x \in [0.00, 8.50\text{m}]$) ter nad podporo ($x \in [8.50, 10.00\text{m}]$) – slika 12.4.

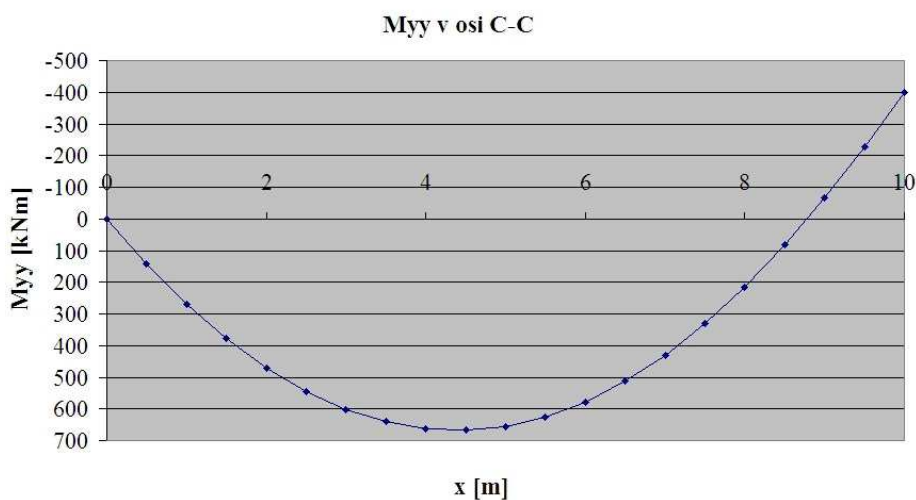


Slika 12.4: Prereza nad podporo in v polju.



Slika 12.5: Računski model v deformirani legi

Za tako postavljen računski model dobimo naslednji potek momentov (slika 12.6)



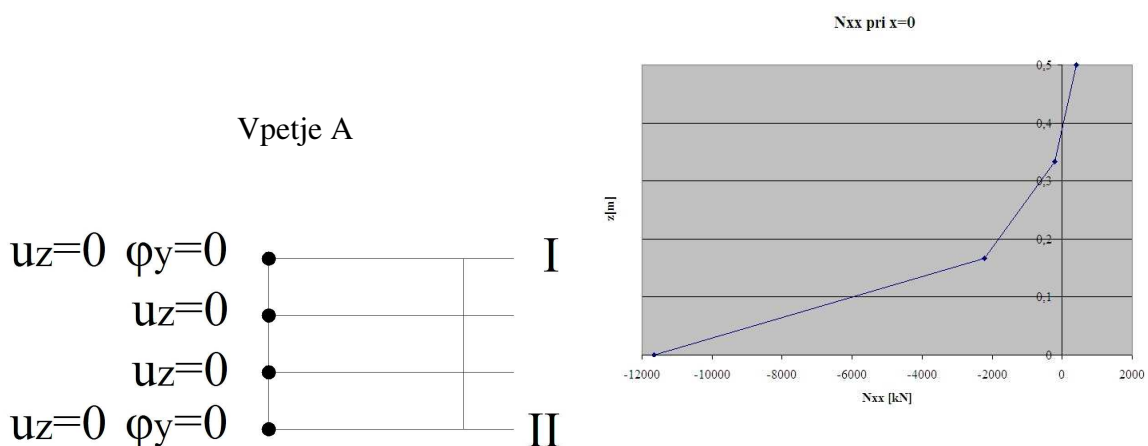
Slika 12.6: Potek momentov za linijski nosilec v osi C-C

Preglednica 12.1: Primerjava momentov po MKE in EN 1992

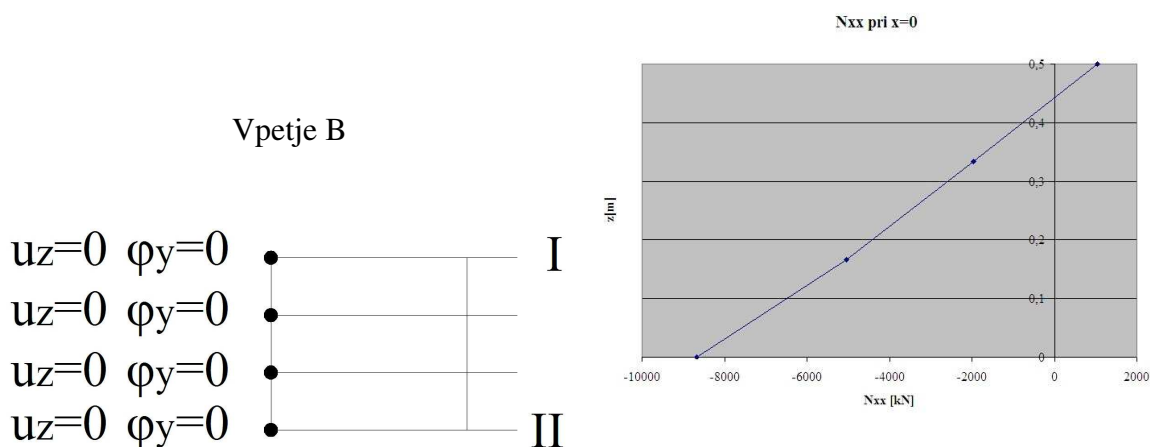
Model	MKE	EN 1992
Vrednost momenta v polju [kNm/m]	558.73	667.84
[%]	83.66	100.00

Ugotovimo, da dobimo pri analizi s končnimi elementi manjše momente v polju kot pri modeliranju, ki je opisan v EN 1992.

Primerjajmo še momente nad podporo. Kot smo že ugotovili v prejšnjih poglavjih, se pri predpostavljenih preprečenih zasukih v vozliščih pogosto pojavijo nerealne vrednosti momentov. Na slikah 12.7 in 12.8 sta prikazana poteka sil N_{xx} pri različnih robnih pogojih.



Slika 12.7: Potek N_{xx} pri vpetju le na obeh robovih (vpetje A)



Slika 12.8: Potek N_{xx} pri vpetju v vseh vozliščih (vpetje B)

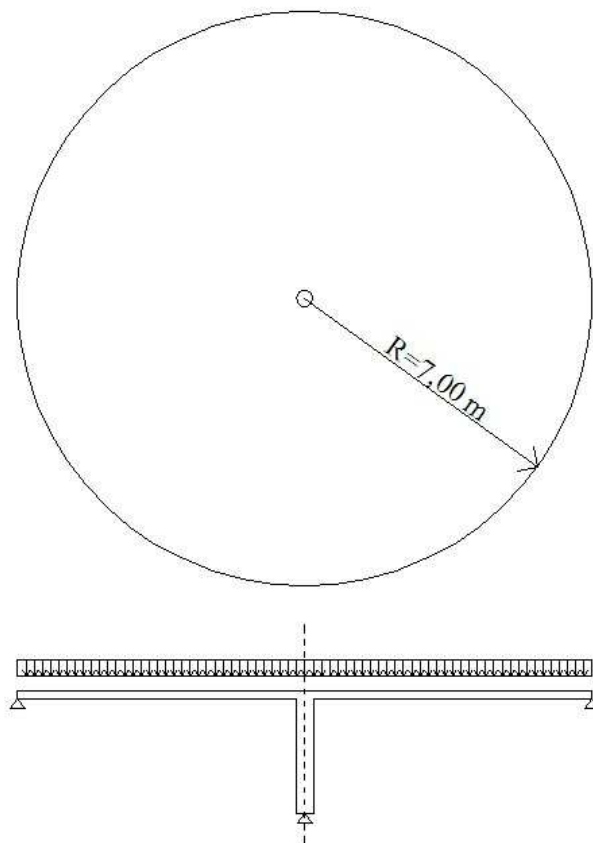
Preglednica 12.2: Primerjava momentov nad podporo

Model	MKE	EN 1992
Moment nad podporo (vpetje A) [kNm/m]	-412.6	-400.3
Moment nad podporo (vpetje B) [kNm/m]	-667.0	-400.3

V primerjavi z linijskim nosilcem dobimo pri polni vpetosti za 66% večjo vrednost upogibnega momenta.

2.13 Krožna plošča

Obravnavali bomo krožno ploščo podprto po obodu in v sredini polmera 7.00m, debeline 20cm. Za material je izbran armiran beton (elastični modul $E=30\text{GPa}$, Poissonov količnik $\nu=0.2$). Konstrukcijo obremenimo z zvezno ploskovno obtežbo $q=10\text{ kN/m}^2$.



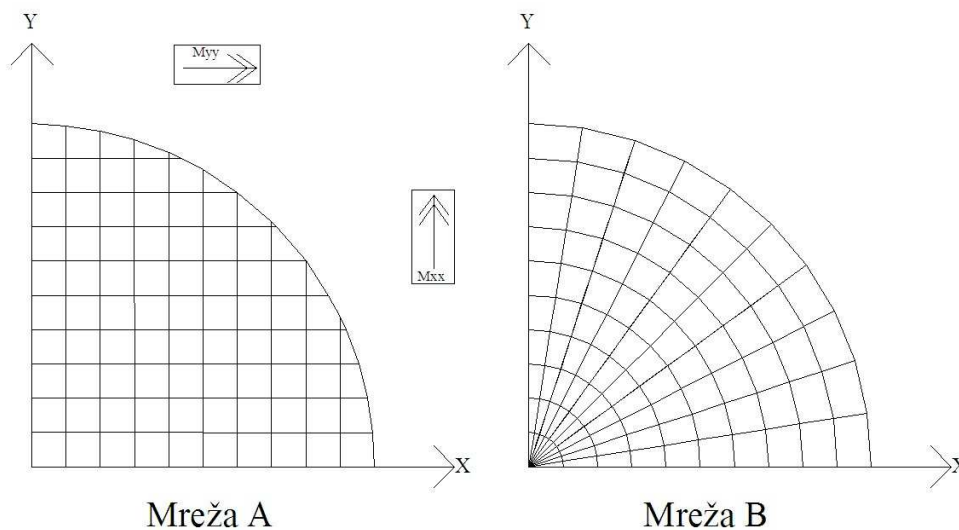
Slika 13.1: Geometrija konstrukcije

Zanima nas potek notranjih sil po konstrukciji glede na razpored mreže končnih elementov. Modelirali bomo le četrtno konstrukcije (z upoštevanjem simetrije). Obravnavani sta dve mreži (slika 13.2):

A/ Pravokotna mreža

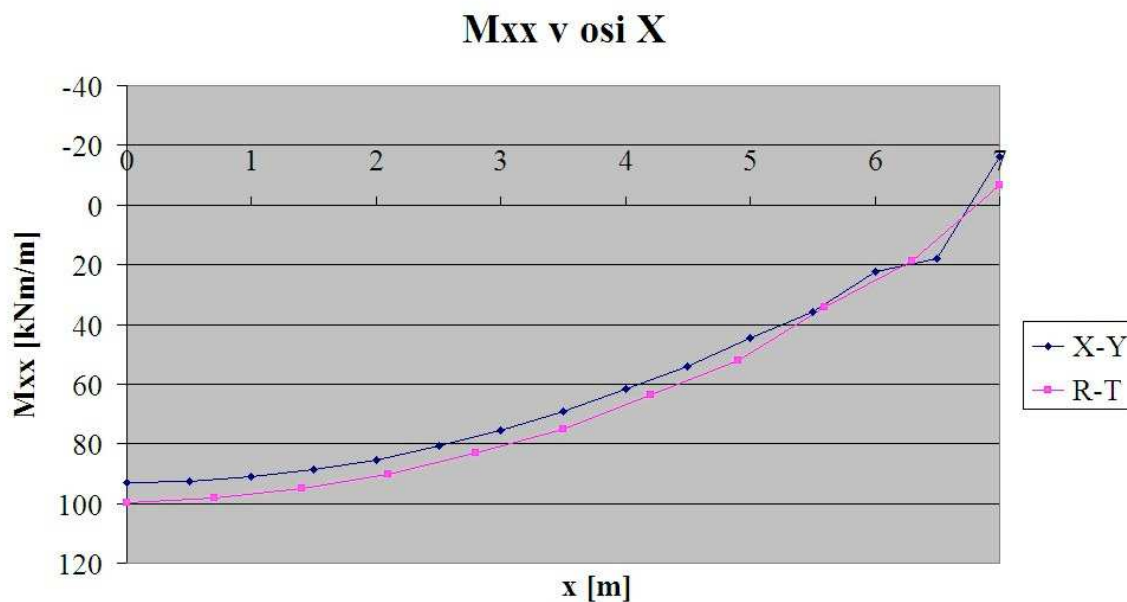
B/ Radialna mreža

Steber na sredini je modeliran kot nepomična podpora v Z smeri (le v sredinskem vozlišču).



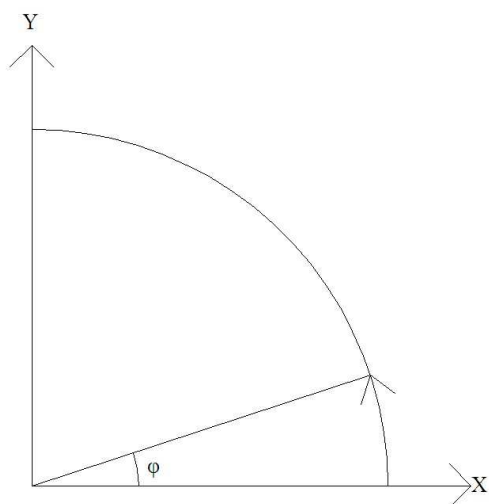
Slika 13.2: Mreži KE za obravnavano konstrukcijo

Izkaže se, da je potek momentov zelo odvisen od mreže. Na sliki 13.3 je prikazan potek momenta M_{xx} v osi X.

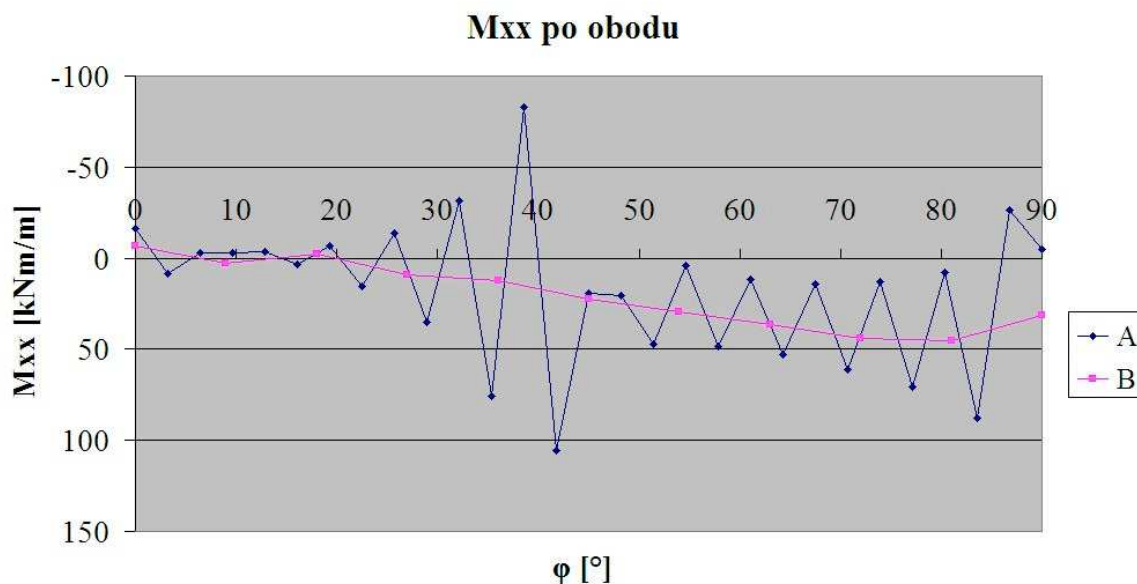


Slika 13.3: M_{xx} v osi X.

Poteka na sliki 13.3 sta si zelo podobna. Uporaba ene ali druge mreže v tem primeru ne vpliva bistveno na rezultat. Drugače pa je pri poteku momenta M_{xx} po obodu (slika 13.4).



Slika 13.4: Vpeljava koordinate φ



Slika 13.5: Poteka momenta M_{xx} glede na mrežo

Pri izdelavi mreže A se pojavi večje število 3 in 4 vozliščnih končnih elementov, ki ne ustrezajo priporočilom ustvarjanja modela (preveliki koti, velika razmerja stranic...). Pri modelu B so odseki krožnega loka enakih dolžin, v primeru A so nekonstantni. Vse

to zelo pripomore k različnim odzivom modela. Opazimo tudi, da se vrednosti momentov M_{xx} po obodu pri pravokotni mreži (mreža A) gibljejo okoli vrednosti momentov dobljenih z radialno mrežo (mreža B).

3. ZAKLJUČEK

Na rezultate računa vplivajo vsi parametri, opisani v uvodu.

1. Območja podpiranja so zelo občutljiva na gostoto mreže. Večanje gostote mreže nad podporami in na robovih podpor povečuje vrednost upogibnega momenta v tej točki preko vseh meja (plošče na stebrih, plošče s prekinjenimi podporami, stenaste konstrukcije). Problemu se učinkovito izognemo z uporabo vzmeti in togih vezi v območju podpiranja

2. Modeliranje celotne širine podpore pripomore k ustreznosti dobljenega rezultata. Če uporabimo vzmeti na zunanjih robovih podpor, samo podporo pa modeliramo kot togo telo se dobljeni rezultati izkažejo kot zelo uporabni.

3. Če iščemo vrednost upogibnega momenta tik pod točkovno silo, lahko silo nadomestimo s parom točkovnih elementov v sosednjih vozliščih.

4. Upoštevati je potrebno priporočila za ustvarjanje mreže končnih elementov (koti stranic, razmerja dolžin stranic...), ki jih predpisujejo priročniki za uporabo programov za modeliranje z metodo končnih elementov.

5. Poenostavljeni linijski modeli dajejo dobre rezultate, vendar so lahko precej zapleteni za modeliranje, saj se vnos različnih prerezov po območju konstrukcije lahko zelo zamuden.

6. Z uporabo vzmeti v vozliščih v območju podpiranja se izognemo vplivu velikosti mreže končnih elementov na rezultat.

7. Večina slabih rezultatov se pojavi v območju podpor, geometrijskih nezveznostih, in nepravih kotih.

VIRI

Enochsson, O., Dufvenberg, P., 2001, Concrete slabs designed with finite elements method (master's thesis), Lulea, Lulea University of Technology, 159 str.
<http://epubl.luth.se/1402-1617/2001/328/LTU-EX-01328-SE.pdf> (09.06.2008)

Reflak, J., 2000, Ploskovne konstrukcije I - Osnove plošč (skripta), Ljubljana, FGG, 73 str.

Rombach, G., 2007, Anwendung der Finite-Elemente-Methode in Betonbau, Hamburg, Ernst und Sohn, 320 str.

Schlaich, J., Schäfer, K., Stiglat, K., Wippel, H., Gotthard F., 1989, Beton-Kalender 1989, Berlin, Ernst und Sohn, 689 str.

Timoshenko, S., 1953, History of Strength of Materials, New York, McGraw-Hill Book Company Inc., 452 str.

Timoshenko, S., 1959, Theory of Plates and Shells, New York, McGraw-Hill Book Company Inc., 580 str.

CSI Analysis Reference Manual for SAP2000, 2004, Berkeley CA, Computers and Structures Inc., 430 str.

EUROCODE 2, 2005, Projektiranje betonskih konstrukcij - 1-1. del: Splošna pravila in pravila za stavbe, SIST EN 1992-1-1: 2005, SIST, Ljubljana, 225 str.

PRILOGA: DOLOČANJE TOGOSTI VZMETI

Stik dveh konstrukcijskih elementov lahko modeliramo:

- a) v enem vozlišču
- b) v več vozliščih

Pri modeliranju stika z enim vozliščem (npr. plošča-steber) uporabimo eno pomično vzmet z togostjo, ki ustreza togosti stebra:

$$k = \frac{EA}{L}$$

k – togost stebra

E – elastični modul armiranega betona

A – ploščina prereza stebra

L – dolžina (višina) stebra

Pri modeliranju z več vozlišči pa je potrebno togost posameznih vzmeti v vozliščih porazdeliti glede na geometrijo:

$$k_{ci} = \frac{A_i}{A} \times k_c$$

k_{ci} - togost i -te vzmeti

A_i - ploščina dela stebra, ki ga pokriva i -to vozlišče

k_c - togost stebra

Zgled: Modelirajmo armiranobetonski pravokotni steber dimenzij 30cm×30cm,

$$E=3 \times 10^7 \text{ kN/m}^2, \text{ višine } 3.5\text{m}$$

$$k_c = \frac{EA}{L} = \frac{3 \times 10^7 \times 0.3 \times 0.3}{3.5} = 771.429 \text{ kN/m}$$

$$A_1 = 0.075 \times 0.075 = 5.625 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$A_2 = 0.075 \times 0.15 = 1.125 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

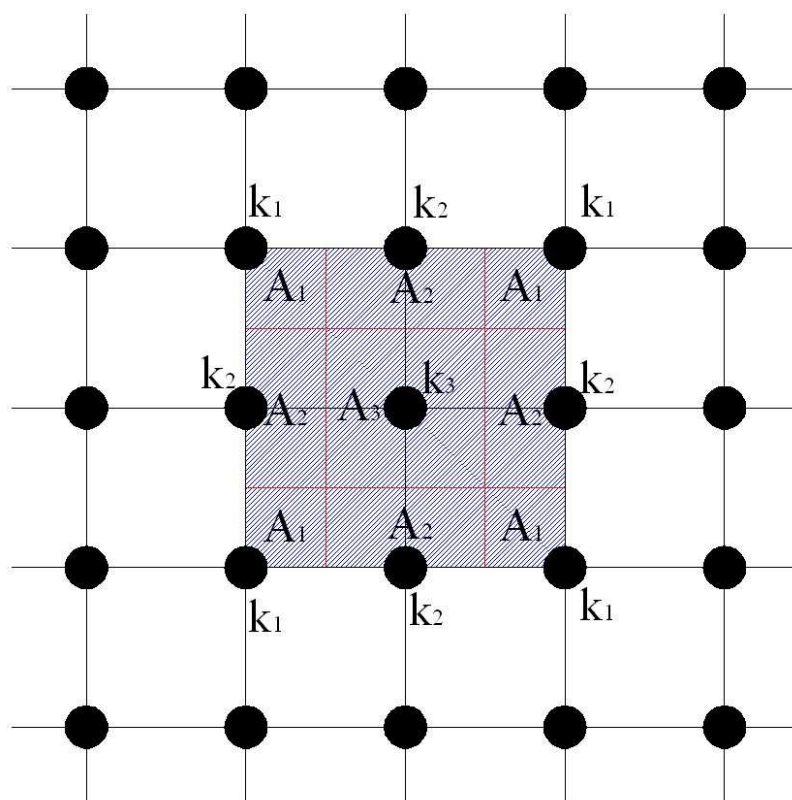
$$A_3 = 0.15 \times 0.15 = 2.25 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$A = 0.3 \times 0.3 = 9 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$k_{c1} = \frac{5.625 \times 10^{-3}}{9 \times 10^{-2}} \times 771.429 = 48.214 \text{ kN/m}$$

$$k_{c2} = \frac{1.125 \times 10^{-2}}{9 \times 10^{-2}} \times 771.429 = 96.428 \text{ kN/m}$$

$$k_{c3} = \frac{2.25 \times 10^{-2}}{9 \times 10^{-2}} \times 771.429 = 192.857 \text{ kN/m}$$



Slika D.1: Steber modeliran z 9 vozlišči – vzmetmi s tremi različnimi togostmi glede na velikost pripadajoče ploskve

Dobro obnašanje takega modela pokaže tudi modeliranje v SAPU, saj dobimo ob enakomerni ploskovni obtežbi znotraj območja stebra enako velikost pomikov v vseh vozliščih. Veljati mora, da je $\Delta u_z = u_{z2} - u_{z1} \approx 0$

