Univerza
v Ljubljani
Fakulteta
za gradbeništvo
in geodezijo

Jamova 2
1000 Ljubljana, Slovenija
telefon (01) 47 68 500
faks (01) 42 50 681
fgg@fgg.uni-lj.si

Univerzitetni program Gradbeništvo,
Prometna smer

Kandidat:
Stefan Ajdanić

Metoda za usklajevanje voznih redov javnega potniškega prometa

Diplomska naloga št.: 3171

Mentor:
doc. dr. Marijan Žura

Ljubljana, 27. 6. 2011

STRAN ZA POPRAVKE

Stran z napako	Vrstica z napako	Namesto	Naj bo

IZJAVA O AVTORSTVU

Podpisani **STEFAN AJDANIĆ** izjavljam, da sem avtor diplomske naloge z naslovom: »**METODA ZA USKLAJEVANJE VOZNIH REDOV JAVNEGA POTNIŠKEGA PROMETA**«.

Izjavljam, da prenašam vse materialne avtorske pravice v zvezi z diplomsko nalogo na UL Fakulteto za gradbeništvo in geodezijo.

Noben del te diplomske naloge ni bil uporabljen za pridobitev strokovnega naziva ali druge strokovne kvalifikacije na tej ali na drugi univerzi ali izobraževalni inštituciji.

Ljubljana, 10.6.2011

Podpis: ________________

BIBLIOGRAFSKO - DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

UDK: **656.1/.5(043.2)**

Avtor: **Stefan Ajdanić**

Mentor: **doc. dr. Marijan Žura**

Naslov: **Metoda za usklajevanje voznih redov javnega potniškega prometa**

Obseg in oprema: **70 str., 44 pregl., 16 sl., 34 en.**

Ključne besede: **javni potniški promet, prestopanje, QSAP, optimizacija**

Izvleček

Delo predstavlja primer usklajevanja voznih redov javnega potniškega prometa v Ljubljani. Primer je postavljen kot QSAP optimizacijski problem, kot sta ga predstavila avtorja Schröder in Solchenbach (2006). Cilj problema je izboljšati možnost prestopanja med obema sistemoma javnega potniškega prometa (bimodalna, intermodalna usklajenost), in hkrati ne poslabšati kvalitete prestopanja znotraj sistema avtobusnega mestnega potniškega prometa (enomodalna, intramodalna usklajenost). To se skuša doseči z majhnimi, nekajminutnimi zamiki voznih redov avtobusov. Območje problema je prometno vozlišče okoli železniške postaje, ki vključuje postajališči Kolodvor in Bavarski dvor. Časovno okno problema je en delovni dan. Rezultati se vrednotijo na nivoju celotnega sistema in na nivoju izbranih posameznih povezav.

BIBLIOGRAPHIC – DOCUMENTALISTIC INFORMATION

UDC: 656.1/.5(043.2)
Author: Stefan Ajdanić
Supervisor: Assistant Professor Ph.D Marijan Žura
Title: A method for synchronization of public transport timetables
Notes: 70 p., 44 tab., 16 fig., 34 eq.
Key words: public transport, transfers, QSAP, optimization

Abstract

This work deals with an example of timetable synchronization of public transport in Ljubljana. The example is set as QSAP optimization problem as introduced by Schröder and Solchenbach (2006). The task is to improve transfer possibilities between both modes of public transport (bimodal, intermodal synchronization) without worsening transfer quality inside the system of Ljubljana city bus transport (intramodal synchronization). This is achieved by small shifts (several minutes) of bus timetables. The observed area is traffic joint around central Ljubljana train station, which includes Kolodvor and Bavarski dvor bus stops. The time horizon of the problem is a typical weekday. Results are evaluated at the level of entire system and at the level of some chosen connections.

VSEBINA

KAZALO SLIK

KAZALO PREGLEDNIC

1 UVOD

Obstajajo ekonomski in ekološki razlogi za spodbujanje uporabe javnega potniškega prometa pri dnevnem potovanju iz regije v mesto, kot je Ljubljana, ter iz mesta v regijo. Področje izboljšave, ki po Schröderju in Solchenbachu (2006) ne zahteva bistvenih dodatnih stroškov, je bimodalno (intermodalno) usklajevanje voznih redov. V primeru Ljubljane gre za usklajevanje voznih redov potniških vlakov v notranjem prometu in voznih redov linij ljubljanskega mestnega potniškega prometa (LPP). Intermodalno usklajevanje voznih redov je ena od komponent intermodalnega usklajevanja sistemov javnega potniškega prometa. Po O´Mahoneyevi in Shrivastavi (2007) v slednjega spadajo:

- fizična udobnost prestopanja med sistemoma
- ločenost prometnih uslug obeh sistemov
- usklajenost voznih redov
- način plačevanja

V tej nalogi se predpostavlja nespremenljivost voznih redov vlakov (zaradi infrastrukturnih omejitev, katerim je podvrženo gibanje vlakov), torej je mogoče le spreminjanje voznih redov bus linij. Ker nočem poseči v število avtobusov, potrebnih za izvajanje voznega reda linije, predpostavim, da intervali znotraj voznega reda ostanejo nespremenjeni, kar pomeni, da je dovoljen le translatoren zamik voznih redov. Dovoljeni zamik voznih redov pa ne sme biti velik, da ne bi prišlo do bistvenega odstopanja od zahtev po potovanjih ob določenih časih, katerim (morebiti) zadosti nespremenjen vozni red. Rezultat zadane naloge usklajevanja so torej vozni redi linij LPP, zamaknjeni za nekajminutno vrednost.

V optimizacijski problem bimodalnega usklajevanja zajamem linije, ki gredo mimo bimodalnih prestopnih točk. Ti dve točki sta postajališči Kolodvor in Bavarski dvor. V problem usklajevanja pa je smiselno zajeti samo linije, ki nimajo majhnih intervalov. V literaturi se kot meja, nad katero je smiselno izvajanje usklajevanja, navajajo vrednosti od 10 do 15 minut. V usklajevanje je potrebno vključiti tudi enomodalne povezave, to je povezave med omenjenimi linijami LPP.

Podatek, potreben za zadano nalogo, so seveda časi prihodov avtobusov na izbrana postajališča. Čas prihoda je dobljen kot vsota časa odhoda s končne postaje (determinirana količina) in potovalnega časa, ki je stohastična količina. Ker je model deterministično zasnovan, bom v izračunu uporabljal pričakovane vrednosti potovalnih časov. Potrebno je določiti pričakovane potovalne čase za del dneva (konica, nekonica). Iz vzorčnih vrednosti potovalnih časov, ob predpostavki lognormalne porazdelitve, po metodi maksimalnega verjetja določim parametra porazdelitve in iz tega pričakovano vrednost za del dneva.

V tej nalogi uporabljam naslednje pojme. Urejena dvojica *(prihodna linija-smer, odhodna linija-smer)* tvori *povezavo*. Količina, iz katere izhaja kvaliteta povezave, je *čakalni čas*. Čakalni čas je tu definiran kot razlika med *odhodom* avtobusa/vlaka na odhodni liniji in *prihodom* avtobusa/vlaka na prihodni liniji, zmanjšana za *prestopni čas*. Prihod in odhod busa z danega postajališča sta vzeta kot ista vrednost. Prestopni čas je čas, potreben za izkrcanje potnika ter hojo do postajališča odhodne linije. *Prestop* je urejena dvojica (*prihod*, *odhod*) kjer je *prihod* vrednost iz prihodne linije-smeri in *odhod* vrednost iz odhodne linije-smeri. Čakalni časi so razvrščeni po velikosti v intervale čakalnih časov, za katere opredelim *kategorije prestopov*, ki označujejo kvaliteto prestopov. Kategorije prestopov so: *udobno, potrpežljivo, tvegano, skoraj* in *brez prestopa.* Za vsako kategorijo je definirana vrednost *kazenske funkcije*. Kazenska funkcija je torej stopničasta funkcija čakalnih časov. S pomočjo kazenske funkcije se definirajo *koeficienti kriterialne funkcije* za dano povezavo. S temi koeficienti, določenimi za vsako povezavo, se definira QSAP optimizacijski problem (Quadratic semi-assignment problem). Uporabim QSAP model za usklajevanje voznih redov, ki sta ga predstavila Schröder in Solchenbach (2006). Obravnavano časovno okno je en delovni dan.

Kot rešitev QSAP optimizacijskega problema dobim zamike voznih redov izbranih linij. Vrednotenje rezultatov zajema primerjavo števila prestopov posamezne kategorije v celotnem sistemu (v vseh obravnavanih povezavah) in na nivoju izbranih posameznih povezav (barvna ponazoritev prestopov v povezavi).

2 MATEMATIČNI MODEL

2.1 Opredelitev pojmov

L naj bo množica vseh bus linij. Ker linije obratujejo v dveh smereh, definiram razširjeno množico *LS*, ki je množica linij skupaj s smermi.
Žp naj bo množica vseh prihodnih linij vlakov (vlaki, ki pridejo v Ljubljano), *Žo* pa množica vseh odhodnih linij vlakov (vlaki, ki gredo iz Ljubljane).
Povezava je urejena dvojica *(prihodna linija-smer,odhodna linija-smer)*.
Množica bimodalnih povezav tipa vlak-bus $C_{vlak-bus}$ je potemtakem podmnožica kartezijskega produkta množic *Žp* in *LS*:

$$C_{vlak-bus} \subseteq \check{Z}p \times LS \tag{1}$$

Množica bimodalnih povezav tipa bus-vlak $C_{bus-vlak}$ je podmnožica kartezijskega produkta množic *LS* in *Žo*:

$$C_{bus-vlak} \subseteq LS \times \check{Z}o \tag{2}$$

Množica enomodalnih povezav $C_{bus-bus}$ je podmnožica kartezijskega produkta množice *LS* same s seboj:

$$C_{bus-bus} \subseteq LS \times LS \tag{3}$$

Tako dobim množico povezav:

$$C = C_{vlak-bus} \cup C_{bus-vlak} \cup C_{bus-bus} \tag{4}$$

Za vsako povezavo $c \in C$ naj bo A_c stolpec prihodov prihodne linije-smeri, D_c pa stolpec odhodov odhodne linije-smeri. Z $A_c(i)$ označim *i*-to vrednost stolpca A_c oziroma *i*-ti prihod prihodne linije-smeri*. Isto velja za oznako $D_c(i)$.

S_{Ac} naj bo stolpec možnih zamikov prihodne linije-smeri, S_{Dc} naj bo stolpec možnih zamikov odhodne linije-smeri.

Če prihodno linijo-smer zamaknem za *k*-to vrednost stolpca S_{Ac} (to je $S_{Ac}(k)$), to pomeni, da vsem vrednostim stolpca A_c prištejem vrednost $S_{Ac}(k)$:

$$A_{c,zamaknjeno}(i) = A_c(i) + S_{Ac}(k) \qquad \text{za vsak } i = 1,2,...,|A_c| \tag{5}$$

Ravno tako za stolpec D_c in *l*-to vrednost stolpca S_{Dc}:

$$D_{c,zamaknjeno}(j) = D_c(j) + S_{Dc}(l) \qquad \text{za vsak } j = 1,2,...,|D_c| \tag{6}$$

Zamik je vrednost prirejena bus liniji, kar pomeni, da je zamik dane linije-smeri tudi zamik linije-nasprotne smeri, zato za stolpce zamikov uvedem oznake S_l, kjer je $l \in L$.

Povezavo tvorijo prestopi, ki so definirani kot urejene dvojice *(prihod,odhod)*, kjer je prihod vrednost iz stolpca A_c, odhod pa vrednost iz stolpca D_c.

Za potrebe računanja koeficientov kriterialne funkcije uvedem pojem *posplošenih prestopov*. Posplošene prestope tvorijo vse urejene dvojice $(A_c(i), D_c(j))$, kjer je $i = 1,2,...,|A_c|$ in $j = 1,2,...,|D_c|$. Število posplošenih prestopov v dani povezavi je torej $|A_c| \times |D_c|$.

Za vsako povezavo potrebujem še oceno prestopnega časa t_c, to je časa, potrebnega, da potnik pride od postajališča prihodne linije do postajališča odhodne linije.

---

* V tej nalogi indeksiram tudi tako: *ij*-ti člen matrike *A* je *A(i,j)*.

2.2 Razvrstitev prestopov v kategorije

Prestope razvrstim v kategorije glede na čakalne čase. Čakalni čas $w_c(i,j)$ je definiran kot razlika med časom *j*-tega odhoda vozila na odhodni liniji-smeri $D_c(j)$ in časom *i*-tega prihoda vozila na prihodni liniji-smeri $A_c(i)$, zmanjšana za prestopni čas t_c:

$$w_c(i,j) = D_c(j) - A_c(i) - t_c\,; \quad i = 1,2,\ldots,|A_c|\,;\ j = 1,2,\ldots,|D_c| \tag{7}$$

Definiram celoštevilčne intervale čakalnih časov:

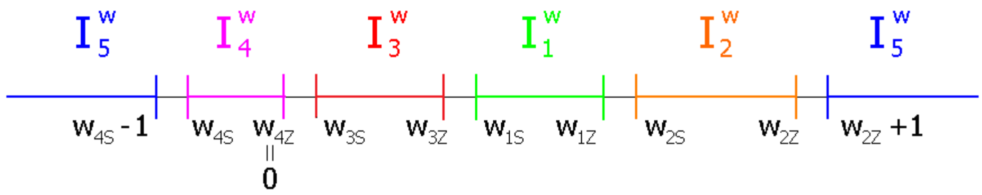
$$I_i^w = [w_{iS}, w_{iZ}] \quad \text{za } i = 1,2,3,4$$

ter

$$I_5^w = (-\infty, w_{4S} - 1] \cup [w_{2Z} + 1, \infty) = Z \setminus \bigcup_{i=1}^{4} I_i^w$$

Kjer sta w_{iS} in w_{iZ} spodnja in zgornja meja intervala I_i^w.

Intervali čakalnih časov se definirajo posebej za vse tri tipe povezav: *vlak-bus*, *bus-vlak*, *bus-bus*.

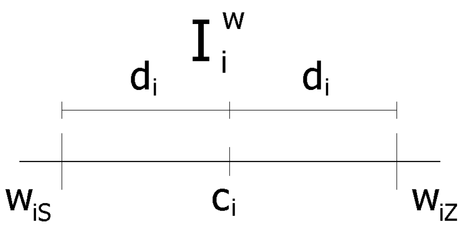


Slika 1: Intervali čakalnih časov

Ker mi to bolj ustreza pri računu koeficientov kriterialne funkcije, intervale čakalnih časov, namesto s skrajnimi vrednostmi, podam s sredino c_i in polovično dolžino intervala d_i:

$$c_i = \frac{w_{iS} + w_{iZ}}{2}$$

$$d_i = \frac{w_{iZ} - w_{iS}}{2}$$



Slika 2: Parametra intervala čakalnih časov

To mi omogoča, da pogoj pripadnosti intervalu zapišem samo z enim izrazom:

$$w \in I_i^w \Leftrightarrow |w - c_i| \leq d_i \quad \text{za } i = 1,2,3,4$$

namesto z dvema:

$$w \in I_i^w \Leftrightarrow w_{iS} \leq w \leq w_{iZ} \quad \text{za } i = 1,2,3,4$$

Vsi prestopi povezave, katerih čakalni čas pade v *i*-ti interval čakalnih časov, spadajo v *i*-to kategorijo prestopov.

Kategorije prestopov so opisno podane v naslednji tabeli. Podanega oštevilčenja intervalov in kategorij se dosledno držim, saj se z njim poslužujem pri izračunu koeficientov kriterialne funkcije.

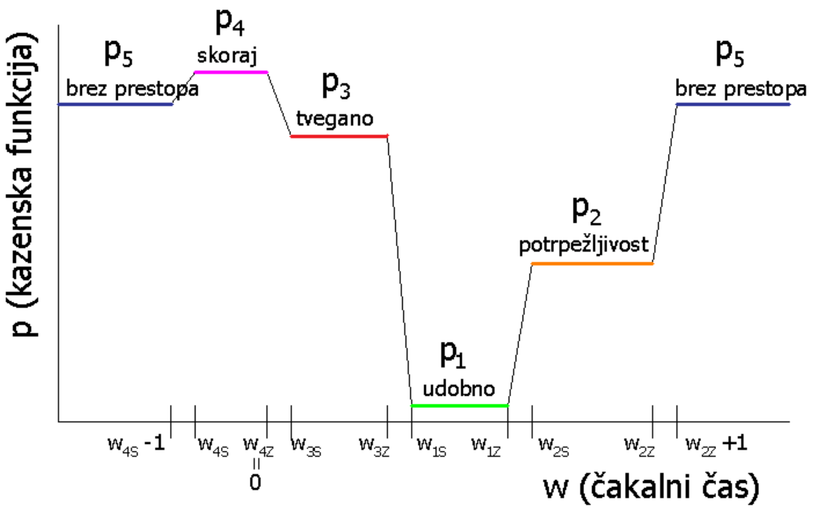
Preglednica 1: Kategorije prestopov

Št. in barva kategorije	**Ime kategorije**	**Opis**
1	Udobno	Vozilo na odhodni liniji odide kmalu po tem, ko potniki pridejo na postajališče. Prestop omogočen kljub manjši zamudi na prihodni liniji.
2	Potrpežljivo	Potniki čakajo dlje na prestop, kar ni več udobno.
3	Tvegano	Vozilo na odhodni liniji odide zelo kmalu po tem, ko pridejo potniki. Veliko tveganje zamujenega prestopa ob manjši zamudi na prihodni liniji.
4	Skoraj	Vozilo na odhodni liniji odide malo pred prihodom potnikov. Frustrirajoča situacija.
5	Brez prestopa	V določenem časovnem intervalu okoli prihoda potnikov ni vozila na odhodni liniji.

Z razvrstitvijo čakalnih časov v intervale naj bi se bolje opisala zaznava kvalitete prestopov s strani potnikov, kot če bi kvaliteto prestopov izrazil v minutah čakalnega časa. Točna opredelitev intervalov čakalnih časov za vse tri tipe povezav je podana v poglavju *Primer*.

2.3 Kazenska funkcija za prestope

Cilj naloge je optimizirati kvaliteto prestopov na sistemu izbranih železniških in bus linij. V ta namen vsaki kategoriji prestopov določim vrednost kazenske funkcije *p*. Ker so kategorije prestopov določene z intervali čakalnih časov, je kazenska funkcija stopničasta funkcija čakalnih časov, kot jo prikazuje naslednji diagram:



Slika 3: Oblika kazenske funkcije za prestope

oziroma izraženo s simboli:

$$p(w) = p_i \quad \text{za } w \in I_i^w,\ p_i \in Z_+ \tag{8}$$

Vrednosti p_i so prav tako kot intervali I_i^w določene za vse tri tipe povezav posebej, razmerja večje-manjše pa so za vse tri tipe taka, kot jih prikazuje diagram.

Vrednosti kazenske funkcije so največje za prestope kategorije *skoraj*. To naj bi upravičevalo dejstvo, da so potniki bolj nezadovoljni, če vedo, da bi lahko skoraj ujeli prestop, kot če sploh ne bi bilo prestopa v doglednem času. Razlika med kategorijama *skoraj* in *brez prestopa* je zgolj zaznavne narave, objektivno gledano med njima ni razlike, zato je tudi razlika med njunima vrednostma kazenske funkcije majhna. *Tvegani* prestopi, ki se začnejo pri 1. minuti čakalnega časa so penalizirani razmeroma visoko, saj so zelo občutljivi na zamude in potniki zaradi tega ne morejo zanesljivo računati nanje. Z uvedbo kategorije tveganih prestopov problem usklajevanja voznih redov torej ni usmerjen zgolj v minimizacijo čakalnih časov. Najmanj so penalizirani prestopi kategorije *udobno*, ki se začnejo pri neki vrednosti čakalnih časov, večji od ene minute. Prestopi kategorije *potrpežljivo* pa so penalizirani nekoliko bolj.

Intervale čakalnih časov in ustrezne vrednosti kazenske funkcije podam v obliki stolpca za vse tri tipe povezav posebej:

$$B_i = [c_{1i}; d_{1i}; c_{2i}; d_{2i}; c_{3i}; d_{3i}; c_{4i}; d_{4i}; p_{1i}; p_{2i}; p_{3i}; p_{4i}; p_{5i}],$$

kjer i označuje tip povezave: i=*vlak-bus*, *bus-vlak*, *bus-bus*.

2.4 QSAP optimizacijski problem

Uvedem enotske vektorje x_l dimenzije $|S_l|$:

$$x_l \in \{0,1\}^{|S_l|}$$

$$\sum_{i=1}^{|S_l|} x_{li} = 1 \qquad \text{za vse } l \in L \cup \check{Z}p \cup \check{Z}o \tag{9}$$

kjer $x_{lk} = 1$ pomeni, da je liniji *l* prirejen zamik $S_l(k)$. Zato vektorje x_l imenujem *priredbeni vektorji*.

Če je liniji *l* prirejen zamik $S_l(k)$, to pomeni da je:

$$A_{c,zamaknjeno}(i) = A_c(i) + S_l(k); \quad i = 1,2,...,|A_c|$$

$$S_l(k) \equiv S_{Ac}(k)$$

$$x_{lk} \equiv x_{Ack} = 1$$

za vse povezave, kjer *l* nastopa kot prihodna linija-smer, in:

$$D_{c,zamaknjeno}(j) = D_c(j) + S_l(k); \quad j = 1,2,...,|D_c|$$

$$S_l(k) \equiv S_{Dc}(k)$$

$$x_{lk} \equiv x_{Dck} = 1$$

za vse povezave, kjer *l* nastopa kot odhodna linija-smer.

Za vsako povezavo $c \in C$ izračunam koeficiente $Z_c(i,j)$ ($i = 1,...,|S_{Ac}|$, $j = 1,...,|S_{Dc}|$ - glej poglavje *Izračun koeficientov kriterialne funkcije*) in definiram optimizacijski problem:

$$\min \sum_{c \in C} \sum_{i=1}^{|S_{Ac}|} \sum_{j=1}^{|S_{Dc}|} Z_c(i,j) x_{Aci} x_{Dcj} , \tag{10}$$

kjer za spremenljivke veljajo pogoji (9).

2.5 Izračun koeficientov kriterialne funkcije

Kot rečeno, so čakalni časi prestopov v povezavi podani z izrazom (7):

$$w_c(i,j) = D_c(j) - A_c(i) - t_c ; \quad i = 1,2,...,|A_c| ; \; j = 1,2,...,|D_c| \tag{7}$$

Na čakalne čase $w_c(i,j)$ v nadaljevanju gledam kot na matriko velikosti $|A_c| \times |D_c|$.
Recimo zdaj, da prihodno linijo-smer zamaknem za $S_{Ac}(k)$, odhodno linijo-smer pa za $S_{Dc}(l)$. Potem dobim matriko čakalnih časov:

$$w_c(i,j) = [D_c(j) + S_{Dc}(l)] - [A_c(i) + S_{Ac}(k)] - t_c$$

Čez to matriko definiram matriko T_c, kjer je (i,j)-ti člen matrike T_c številka kategorije prestopa, kamor spada čakalni čas $w_c(i,j)$. Torej:

$T_c(i,j) = 1$, če $w_c(i,j) \in I_1^w$

$T_c(i,j) = 2$, če $w_c(i,j) \in I_2^w$

$T_c(i,j) = 3$, če $w_c(i,j) \in I_3^w$

$T_c(i,j) = 4$, če $w_c(i,j) \in I_4^w$

$T_c(i,j) = 5$, če $w_c(i,j) \in I_5^w$; za vse $i = 1,2,...,|A_c|$; $j = 1,2,...,|D_c|$

Sedaj definiram stolpec M_c, kjer je *i*-ta vrednost stolpca M_c minimalna vrednost *i*-te vrstice matrike T_c:

$$M_c(i) = \min_{j=1}^{|Dc|} T_c(i,j) \qquad \text{za vse } i = 1,2,...,|A_c|$$

S tako definiranim stolpcem M_c sem iz matrike T_c (matrika *posplošenih* prestopov) izločil prestope, ki so najbolj realni za *i*-ti prihod prihodne linije-smeri. V stolpcu M_c so torej nanizane kategorije *dejanskih* prestopov.

Čez stolpec M_c definiram stolpec kazenske funkcije P_c, kjer je *i*-ti vnos vrednost kazenske funkcije, ki ustreza prestopu kategorije številka $M_c(i)$. To se pravi:

$P_c(i) = p_1$, če $M_c(i) = 1$

$P_c(i) = p_2$, če $M_c(i) = 2$

$P_c(i) = p_3$, če $M_c(i) = 3$

$P_c(i) = p_4$, če $M_c(i) = 4$

$P_c(i) = p_5$, če $M_c(i) = 5$; za vse $i = 1,2,...,|A_c|$

Vzporedno s stolpcem P_c čez stolpec M_c definiram še stolpce $N1_c$, $N2_c$, $N3_c$, $N4_c$ in $N5_c$, tako da je:

$N1_c(i) = 1$, če $M_c(i) = 1$

$N1_c(i) = 0$ sicer;

$N2_c(i) = 1$, če $M_c(i) = 2$

$N2_c(i) = 0$ sicer;

$N3_c(i) = 1$, če $M_c(i) = 3$

$N3_c(i) = 0$ sicer;

$N4_c(i) = 1$, če $M_c(i) = 4$

$N4_c(i) = 0$ sicer;

$N5_c(i) = 1$, če $M_c(i) = 5$

$N5_c(i) = 0$ sicer; za vse $i = 1,2,...,|A_c|$

Iz stolpca P_c določim koeficient kriterialne funkcije, iz stolpcev $N1_c$, $N2_c$, $N3_c$, $N4_c$ in $N5_c$ pa število prestopov posamezne kategorije. Preden to zapišem z enačbami, se spomnim, da sem v enačbi za $w_c(i,j)$ predpostavil zamik prihodne linije-smeri za $S_{Ac}(k)$, odhodne linije-smeri pa za $S_{Dc}(l)$. Indeks *k* lahko zavzame vrednosti $1,...,|S_{Ac}|$, indeks *l* pa $1,...,|S_{Dc}|$.
Za vsako kombinacijo vrednosti indeksov *k* in *l* se ponovi zgornji postopek in tako dobim matriko koeficientov kriterialne funkcije in matrike števila prestopov posamezne kategorije, vse dimenzije $|S_{Ac}| \times |S_{Dc}|$.
Matrika koeficientov kriterialne funkcije je torej:

$$Z_c(k,l) = \sum_{i=1}^{|Ac|} P_c(i,k,l),$$

matrike števila prestopov posamezne kategorije pa:

$$n1_c(k,l) = \sum_{i=1}^{|Ac|} N1_c(i,k,l)$$

$$n2_c(k,l) = \sum_{i=1}^{|Ac|} N2_c(i,k,l)$$

$$n3_c(k,l) = \sum_{i=1}^{|Ac|} N3_c(i,k,l)$$

$$n4_c(k,l) = \sum_{i=1}^{|Ac|} N4_c(i,k,l)$$

$$n5_c(k,l) = \sum_{i=1}^{|Ac|} N5_c(i,k,l) \quad \text{za vse } k = 1,...,|S_{Ac}| \text{ in } l = 1,...,|S_{Dc}|.$$

Kot je videti, se pri izračunu koeficientov povezave nikjer ne upošteva števila potnikov, ki uporabljajo posamezen prestop. Avtorja Schröder in Solchenbach (2006) navajata, da je do takšnega podatka težko priti, in da ni splošno znane metode za oceno števila potnikov, ki prestopajo z ene na drugo linijo. Poleg tega ugotavljam, da, četudi bi imel oceno za ta podatek, njegova uporaba pri uteženju prestopov ne bi bila nujno pravilna. Več prestopnih potnikov se pričakuje ob dnevnih konicah, ko sta tudi frekvenci prihodne in odhodne linije višji (manjši intervali). Torej so posredno pri bolj obremenjenih prestopih, prestopi manj kritični: če zamudimo vozilo na odhodni liniji, bomo manj čakali na naslednje vozilo na isti liniji, kot izven konice. Če vzamem kritičnost prestopa kot merilo njegove pomembnosti (ne pa obremenjenost prestopa), hitro pridem v situacijo, ko so manj obremenjeni prestopi (npr. v večernih urah) bolj pomembni.

2.6 Določitev potovalnih časov avtobusov

Za zadano nalogo potrebujem čase prihodov avtobusov na izbrana postajališča. Čas *i*-tega prihoda vozila dane linije-smeri na postajališče k $A_{k,ls}(i)$ je vsota časa *i*-tega odhoda z začetne postaje $D_{0,ls}(i)$ in potovalnega časa od začetne postaje do obravnavanega postajališča $t_{0-k,ls}(i)$.

$$A_{k,ls}(i) = D_{0,ls}(i) + t_{0-k,ls}(i) \quad \text{za vse } i = 1,2,...,|A_{k,ls}| \tag{11}$$

Čas prihoda in odhoda busa z danega postajališča sta vzeta kot ista vrednost:

$$A_{k,ls}(i) = D_{k,ls}(i) \quad \text{za vse } i = 1,2,...,\left|A_{k,ls}\right| \tag{12}$$

Očitno, zgornja izraza veljata za vse dejanske kombinacije linij-smeri $ls \in LS$ in postajališč k iz množice izbranih postajališč, zato pišem poenostavljeno, brez indeksov:

$$A(i) = D_0(i) + t(i) \quad \text{za vse } i = 1,2,...,|A|$$

Časi odhodov s končne postaje so vzeti kot vrednosti, točno določene z voznim redom. Predpostavim, da ima vsako kroženje avtobusa vgrajen oz. vsiljen (zaradi periodičnosti) rezervni čas na končnih postajah, tako da je ublaženo napredovanje zamud (Pine, Niemeyer, Chisholm, 1998). Potovalni čas od začetne postaje do izbranega postajališča pa je stohastična količina, zato bom v nalogi upošteval pričakovane vrednosti:

$$E(A(i)) = E(D_0(i) + t(i)) = E(D_0(i)) + E(t(i)) = D_0(i) + E(t(i))$$

oziroma kar:

$$A(i) = D_0(i) + E(t(i)) \quad \text{za vse } i = 1,2,...,|A|. \tag{13}$$

V tej nalogi predpostavim lognormalno porazdelitev potovalnih časov (t) za dano linijo in relacijo (El Faouzi, Maurin, 2007). To je porazdelitev z gostoto:

$$p(t) = \frac{1}{t\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(\ln t - \mu)^2}{2\sigma^2}}, \tag{14}$$

kjer sta μ in σ parametra lognormalne porazdelitve oz. pričakovana vrednost in standardni odklon normalno porazdeljene spremenljivke $Y = \ln(t)$.

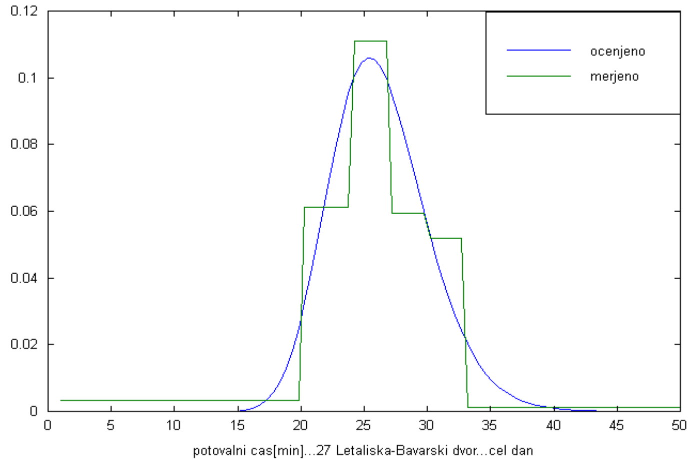
Ker bi bil raztros vrednosti prevelik (prevelika varianca), če bi predpostavil eno porazdelitev za ves dan, skušam določiti lognormalne porazdelitve posebej za konici in ostale dele dneva (nekonica). Iščem torej lognormalne porazdelitve:

$p_i(t) = p(t; \mu_i, \sigma_i)$ i označuje konico in nekonico (*i=konica,nekonica*)

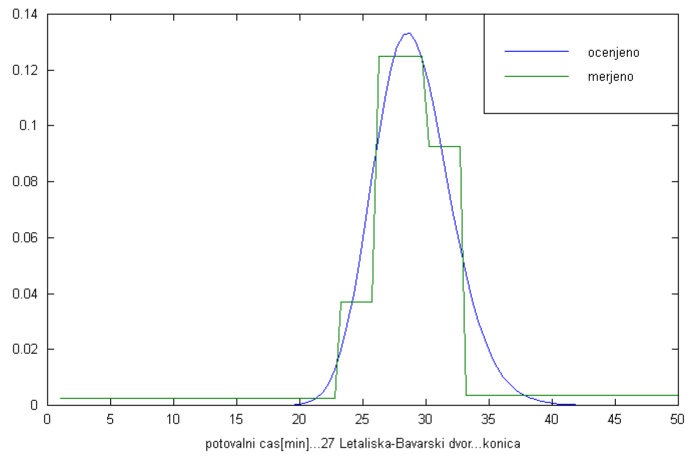
Parametra lognormalne porazdelitve μ_i in σ_i ocenim z metodo maksimalnega verjetja. V ta namen rabim za vsako obdobje (za vsako iskano porazdelitev) vzorec potovalnih časov t_j; j=1,2,…,n. Velikost vzorca (n) naj bo vsaj 10. Oceno parametrov potem dobim kot:

$$\mu_i = \frac{\sum_j \ln t_j}{n} \tag{15}$$

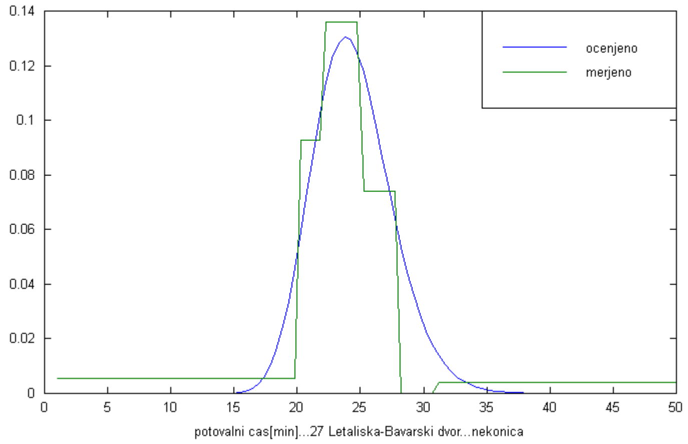
$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_j (\ln t_j - \mu_i)^2}{n} \tag{16}$$



Slika 4: Primer ocenjene porazdelitve potovalnih časov za cel dan



Slika 5: Primer ocenjene porazdelitve potovalnih časov za konico



Slika 6: Primer ocenjene porazdelitve potovalnih časov za nekonico

Skladnost vzorca z ocenjeno lognormalno porazdelitvijo preverim s χ^2-preizkusom skladnosti (Turk, 2010). Domneva o ocenjeni porazdelitvi je zavrnjena, če statistika H:

$$H = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

preseže vrednost $\chi^2_{1-\alpha,\nu}$, kjer je:

O_i … opazovano število elementov vzorca v velikostnem razredu i

$E_i = [F(t_{iZ}) - F(t_{iS})] \cdot n$ … pričakovano število elementov vzorca v velikostnem razredu i

$F(t_{iS}), F(t_{iZ})$ … vrednosti lognormalne porazdelitvene funkcije v spodnji in zgornji meji velikostnega razreda i

$\alpha = 0{,}05$ … privzeto tveganje za domnevo o porazdelitvi

$\nu = k - p - 1$ … št. prostostnih stopenj porazdelitve χ^2

$k = 1 + 3{,}32 \log(n)$ … št. velikostnih razredov, v katere razvrstim vrednosti vzorca

n … velikost vzorca

$p = 2$ … št. ocenjenih parametrov porazdelitve potovalnih časov

Sedaj, ko imam porazdelitve lahko določim pričakovane vrednosti potovalnih časov in variance oz. standardne odklone. Za lognormalno porazdelitev velja:

$$E(t) = e^{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2} \tag{17}$$

$$Var(t) \equiv E([t - E(t)]^2) = (e^{\sigma^2} - 1)e^{2\mu + \sigma^2} \tag{18}$$

$$S.O.(t) \equiv \sqrt{Var(t)} \tag{19}$$

Opazim, da pri majhni varianci lognormalna porazdelitev ne odstopa občutno od normalne porazdelitve, kar upoštevam kasneje pri rezultatih.

Za del dneva, ki ustreza konici, dobim torej:

$$A(i) = D_0(i) + E(t(i))_{konica} \quad \text{za vse } i = 1,2,...,|A|$$

Za del dneva, ki ustreza nekonici pa:

$$A(i) = D_0(i) + E(t(i))_{nekonica} \quad \text{za vse } i = 1,2,...,|A|$$

2.7 Določitev prestopnega časa povezave

Da bi določil prestopni čas povezave t_c rabim srednjo vrednost hitrosti hoje, srednjo vrednost hitrosti hoje po stopnicah ter srednjo vrednost časa čakanja na semaforiziranem prehodu za pešce.

Za hitrost hoje vzamem vrednost $v = 75\frac{\text{m}}{\text{min}}$, za horizontalno hitrost hoje po javnih zunanjih stopnicah (blažji naklon) pa vrednost $v_{hor}^{st} = 40\frac{\text{m}}{\text{min}}$.

Srednjo vrednost časa čakanja pri semaforju ocenim ob predpostavki enakomernega prihajanja pešcev z enačbo:

$$t_{semafor}[\text{min}] = \frac{(Cik - Zel)(Cik - Zel + 1)}{2Cik \times 60}, \tag{20}$$

kjer je *Cik* dolžina ciklusa, *Zel* pa dolžina zelene za pešce, oboje v sekundah.

Za povezave, kjer se prestopa na vlak, upoštevam še 2 minuti za nakup vozovnice.

2.8 Splošno o QAP in QSAP ter navezava na problem

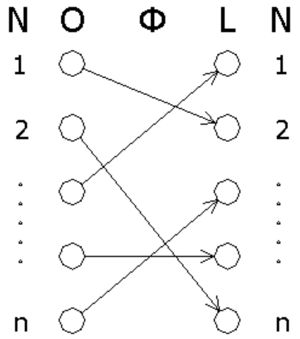
QAP (quadratic assignment problem) je problem namestitve *n* obratov na *n* lokacij, da bodo stroški transporta materiala med obrati najmanjši. Strošek transporta c_{ijkl} med dvema obratoma *i* in *j*, nameščenima na lokacijah *k* in *l* je dobljen kot produkt toka materiala med obratoma f_{ij} ter razdalje med lokacijama d_{kl} :

$$c_{ijkl} = f_{ij} d_{kl} \tag{21}$$

Poleg tega imamo v splošnem še strošek namestitve obrata *i* na lokacijo *k*, to je b_{ik} .

Najti torej hočemo bijekcijo:

$$\Phi : N \to N$$
$$N = \{1,2,...,n\}$$



Slika 7: Prikaz preslikave obratov na lokacije pri QAP-u

da bodo stroški transporta najmanjši oz. matematično zapisano:

$$\min_{\Phi\in\Phi_n}\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}c_{ij\Phi(i)\Phi(j)}+\sum_{i=1}^{n}b_{i\Phi(i)}\right) \tag{22}$$

Bijekciji Φ se reče tudi *permutacija*.

Φ_n je množica vseh možnih permutacij, njena velikost je $n!$.

Za potrebe računa se namesto permutacije Φ uvede *permutacijska matrika* $X=[x_{ij}]$ velikosti $n\times n$:

$$x_{ij}=\begin{cases}1;\Phi(i)=j\\0;\Phi(i)\neq j\end{cases} \quad \text{za vse } i=1,2,...,n \ ; j=1,2,...,n \tag{23}$$

za katero očitno velja:

$$\sum_{j=1}^{n}x_{ij}=1 \quad \text{za vse } i=1,2,...,n$$

$$\sum_{i=1}^{n}x_{ij}=1 \quad \text{za vse } j=1,2,...,n$$

$$x_{ij}\in\{0,1\} \quad \text{za vse } i=1,2,...,n \ ; j=1,2,...,n \tag{24}$$

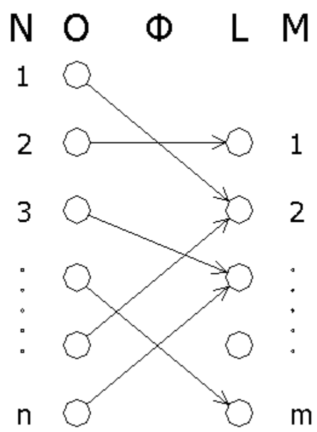
Minimizacijo stroškov lahko sedaj zapišem kot:

$$\min_{X \in X_n} \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} c_{ijkl} x_{ik} x_{jl} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} b_{ik} x_{ik} \right) \tag{25}$$

kjer je X_n množica vseh permutacijskih matrik, njena velikost je prav tako $n!$.

QSAP (quadratic semi-assignment problem) je problem iste narave kot QAP, le da število obratov *n* ni enako številu lokacij *m* in preslikava iz obratov v lokacije ni bijekcija (v splošnem ni ne injektivna ne surjektivna):

$$\Phi : N \to M$$
$$N = \{1,2,...,n\}$$
$$M = \{1,2,...,m\}$$



Slika 8: Prikaz preslikave obratov na lokacije pri QSAP-u

Definiram $n \times m$ matriko $X = [x_{ij}]$:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1; \Phi(i) = j \\ 0; \Phi(i) \neq j \end{cases} \quad \text{za vse } i = 1,2,...,n \ ; j = 1,2,...,m \tag{26}$$

Matrika X ni permutacijska matrika, saj očitno vsota $\sum_{i=1}^{n} x_{ij}$ ni nujno enaka 1. Še vedno pa za matriko X velja:

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1 \quad \text{za vse } i = 1,2,...,n$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \text{za vse } i = 1,2,...,n \;;\; j = 1,2,...,m \tag{27}$$

Minimizacija stroškov se tukaj glasi:

$$\min_{X \in X_{n,m}} \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{m} \sum_{l=1}^{m} c_{ijkl} x_{ik} x_{jl} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{m} b_{ik} x_{ik} \right) \tag{28}$$

Kjer je $X_{n,m}$ množica vseh matrik X, za katere veljajo zgornji pogoji. Velikost te množice je očitno m^n.

Pogledam, kako moj problem pade v splošno definicijo QSAP problema.
Obrati so vse izbrane bus linije-smeri in železniške linije:

$$O = LS \cup \check{Z}p \cup \check{Z}o$$

Smiselno jih oštevilčim od 1 do *n*.
Lokacije so vsi izbrani zamiki:

$$Lok = \bigcup_{l \in L} S_l$$

Tudi te smiselno oštevilčim (od manjšega k večjemu) od 1 do *m*.
V mojem problemu ne nastopa linearni člen:

$$b_{ik} = 0 \quad \text{za vse } i = 1,2,...,n \;; k = 1,2,...,m$$

Nespremenljivost voznih redov železniških linij izrazim kot pogoj:

$x_{i\left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil} = 1$ za vse i, ki označujejo železniške linije.

saj je v mojem oštevilčenju zamikov 0 vedno na sredini.

Ker so zamiki prirejeni linijam, mora za nasprotni smeri linij veljati:

$$x_{aj} = x_{bj} \quad \text{za vse } j = 1,2,...,m$$

kjer je a izbrana linija-smer, b pa njej nasprotna linija-smer.

Če posameznim linijam posebej predpišem možne zamike, potem dodam pogoje:

$$x_{ij} = 0$$

za vse zamike j, ki niso med možnimi za izbrano linijo.

Sedaj si pogledam matriko $C = [c_{ijkl}] = [[c_{kl}]_{ij}]$. Če liniji-smeri i in j ne tvorita povezave, je:

$$[c_{kl}]_{ij} = [0] \quad \text{za vse } k = 1,2,...,m \ ; l = 1,2,...,m$$

Če liniji-smeri i in j tvorita povezavo, je:

$$[c_{kl}]_{ij} = Z_c(k,l) \quad \text{za vse } k = 1,2,...,m \ ; l = 1,2,...,m$$

Seveda pa v dejanskem računu določim $Z_c(k,l)$ le za k in l, za katere x_{ik} in x_{jl} ni predpisano nič (zgornje omejitve o možnih zamikih).

3 PRIMER

3.1 Izbor linij železniškega prometa

V primer vključim vse vlake v notranjem potniškem prometu, ki prihajajo iz smeri oz odhajajo v smeri:

- Zidani most (ZM)
- Grosuplje (GR)
- Postojna (PO)
- Kranj (KR)
- Kamnik (KA).

To so vlaki, ki vozijo iz oz. do omenjene postaje ali dlje.
V oklepajih so navedene kratice, ki jih bom uporabljal v nadaljevanju. Če gre za prihode vlakov, kraticam dodam črko *p* (*ZMp*, *GRp*,…), če gre za odhode, pa črko *o* (*ZMo*, *GRo*,…). Tako določim elemente množic *Žo* in *Žp*:

$$\check{Z}o = \{ZMo, GRo, POo, KRo, KAo\}$$

$$\check{Z}p = \{ZMp, GRp, POp, KRp, KAp\}$$

V tej nalogi sem izvzel iz problema vlake InterCity in InterCity Slovenija.
Vozni redi so bili zbrani s spletnih strani v četrtek 16.12.2010 za ta isti dan.

3.2 Izbor linij avtobusnega mestnega potniškega prometa

V optimizacijo vključim linije, ki potekajo skozi bimodalni prestopni točki Kolodvor in Bavarski dvor. Te linije so: 2, 25, 12, 27, 9, 7, 14, 6, 8, 20, 19, 11, 13. V optimizacijo ni smiselno vzeti linij, ki imajo majhne intervale. V literaturi se kot okvirna meja upravičenosti usklajevanja omenja interval 15 minut (Pine, Niemeyer, Chisholm, 1998). Pod to mejo je možnost prestopanja v splošnem zadovoljiva brez ukrepov usklajevanja. Zaradi tega iz optimizacije izključim naslednje linije (zraven so napisani povprečni intervali):

- 6 … sedem in pol minute
- 7 … dvanajst minut
- 9 … dvanajst minut
- 14 … enajst minut
- 20 … enajst minut

Izbrane avtobusne linije so torej:

$L = \{2,25,12,27,8,19,11,13\}$.

Ker povezavo tvori urejena dvojica *(prihodna linija-smer, odhodna linija-smer)*, je potrebno poleg avtobusne linije označiti smer, ki nas zanima. Smer označim s kraticami smeri neba, v katerih potekajo linije skozi izbrani postajališči: Kolodvor – V(zhod),Z(ahod); Bavarski dvor – S(ever),J(ug). Smeri izbranih linij so potemtakem:

- 2V=2S…Nove Jarše – Zelena jama
- 2Z=2J…Zelena jama – Nove Jarše
- 25S=25V…Medvode – Zadobrova
- 25J=25Z…Zadobrova – Medvode
- 12V…Bežigrad – Vevče
- 12Z…Vevče – Bežigrad
- 27V=27S…NS Rudnik – Letališka
- 27Z=27J…Letališka – NS Rudnik
- 8S…Gameljne – Brnčičeva
- 8J…Brnčičeva – Gameljne
- 19S…Barje – Tomačevo

- 19J…Tomačevo – Barje
- 11S…Zalog – Ježica
- 11J…Ježica – Zalog
- 13S…Sostro – Center Stožice

(13J…Center Stožice – Sostro ne vozi mimo Bavarskega dvora).

Sedaj lahko definiram razširjeno množico linij:

$$LS = \begin{Bmatrix} 2V(=2S), 2Z(=2J), 25S(=25V), 25J(=25Z), 12V, 12Z, \\ ,27V(=27S), 27Z(=27J), 8S, 8J, 19S, 19J, 11S, 11J, 13S \end{Bmatrix}$$

Vozni redi linij so bili zbrani s spletnih strani 16.12.2010.

3.3 Določitev stolpcev prihodov in odhodov

Za železniške linije so stolpci prihodov in odhodov na postajo določeni z voznim redom.
Za bus linije-smeri pa stolpce prihodov/odhodov dobim s prištetjem pričakovanih potovalnih časov k časom odhoda z začetnih postaj, kot je opisano v poglavju 1.6.
V tabeli podajam pričakovane vrednosti in standardne odklone potovalnih časov v minutah, ocenjene iz vzorcev:

Preglednica 2: Potovalni časi busov

ls	**Relacija**	**Nekonica**			**Konica**		
		Velikost vzorca	**E(*t*)**	**S.O.(*t*)**	**Velikost vzorca**	**E(*t*)**	**S.O.(*t*)**
2Z	Zel. jama-Kol.	35	11	1,73	10	14	1,97
2J	Zel. jama-B.d.	24	14	2,08	10	20	1,67
2S	N. Jarše-B.d.	12	36	1,52	15	46	3,24
2V	N. Jarše-Kol.	23	40	3,65	16	51	3,69
25S	Medvode-B.d.	11	32	1,84	10	38	3,09
25V	Medvode-Kol.	11	35	2,69	12	40	4,04
25Z	Zadobr.-Kol.	18	28	2,34	10	34	4,20
25J	Zadobr.-B.d.	13	30	2,05	17	36	3,19

…se nadaljuje

…nadaljevanje Preglednice 2

ls	Relacija	Nekonica			Konica		
		Velikost vzorca	E(*t*)	S.O.(*t*)	Velikost vzorca	E(*t*)	S.O.(*t*)
12V	Bežigrad-Kol.	15	8	1,43	11	11	2,69
12Z	Vevče-Kol.	12	27	1,17	11	32	3,62
27Z	Letališka-Kol.	18	22	2,35	14	27	1,70
27J	Letališka-B.d.	27	24	3,12	18	29	3,03
27S	NS Rud.-B.d.	27	22	1,97	12	25	3,16
27V	NS Rud.-Kol.	13	24	1,51	14	27	2,24
8S	Gameljne-B.d.	16	36	2,09	19	42	3,29
8J	Brnčičeva-B.d.	26	24	1,85	16	29	3,26
19S	Barje-B.d.	17	20	1,96	10	24	2,81
19J	Tomačevo-B.d.	15	14	1,41	12	15	1,09
11J	Ježica-B.d.	25	15	1,32	16	16	1,80
11S	Zalog-B.d.	21	44	4,23	14	57	2,42
13S	Sostro-B.d.	18	50	2,26	12	53	3,37

Vzorci potovalnih časov so bili zbrani ob delavnikih med 22.11.2010 in 16.12.2010, in sicer s pomočjo Telargo napovedovalca prihodov busov. Beležil sem le prihode, napovedane za največ 5 minut v prihodnost.

Vzorci potovalnih časov so skupaj z ocenami parametrov, dobljenimi po metodi maksimalnega verjetja, podani v prilogi. Zraven so dodani tudi χ^2 -preizkusi skladnosti vzorcev z ocenjenimi porazdelitvami.
Stolpci prihodov/odhodov busov z danih postajališč so prav tako podani v prilogi.

3.4 Določitev prestopnih časov

Iz vrednosti parametrov, podanih v poglavju 1.7, in satelitske slike območja ocenim prestopne čase za vse lokacijske kombinacije izvorov in ponorov prestopanja. To je podano v tabeli, kjer so v vrsticah nanizani izvori, v stolpcih pa ponori.

Preglednica 3: Prestopni časi

Prestopni časi [min]	**Železniška postaja**	**Kolodvor - vzhod**	**Kolodvor - zahod**	**Bav. dvor - sever**	**Bav. dvor - jug**
Železniška postaja	/	5	6	11	13
Kolodvor - vzhod	10	/	/	/	/
Kolodvor - zahod	8	/	/	/	/
Bav. dvor - sever	13	/	/	1	3
Bav. dvor - jug	15	/	/	3	1

3.5 Izbor povezav

Kot rečeno povezavo tvori urejena dvojica *(prihodna linija-smer, odhodna linija-smer)*. Urejene dvojice so izbrane tako, da so povezave smiselne. Smiselnost povezave pomeni ločenost prihodne smeri (prihodna linija) in odhodne smeri (odhodna linija) in to, da odhodna linija nudi dostop do lokacije, do katere ne moremo priti s prihodno linijo. Izbrane povezave so prikazane v tabeli. Prihodne linije so vnesene v stolpcih, odhodne linije v vrsticah.

Preglednica 4: Izbor povezav

	ZMp	**GRp**	**POp**	**KRp**	**KAp**	**2V=2S**	**2Z=2J**	**25V=25S**	**25Z=25J**	**12V**	**12Z**	**27V=27S**	**27Z=27J**	**8S**	**8J**	**19S**	**19J**	**11S**	**11J**	**13S**
ZMo						K	K	K	K		K	K	K	B	B	B	B	B	B	B
GRo						K	K	K	K		K	K	K	B	B	B	B	B	B	B
POo						K	K	K	K		K	K	K	B	B	B	B	B	B	B
KRo						K	K	K	K		K	K	K	B	B	B	B	B	B	B
KAo						K	K	K	K		K	K	K	B	B	B	B	B	B	B
2V= 2S	K	K	K	K	K									b	b	b	b	b	b	b
2Z= 2J	K	K	K	K	K			b	b				b	b	b		b			
25V= 25S	K	K	K	K	K							b		b	b	b	b	b	b	b
25Z= 25J	K	K	K	K	K	b	b					b	b			b	b	b	b	b
12V	K	K	K	K	K															
12Z																				
27V= 27S	K	K	K	K	K	b		b						b	b	b	b	b	b	b
27Z= 27J	K	K	K	K	K		b	b	b					b	b		b		b	
8S	B	B	B	B	B	b	b		b			b	b			b		b		b
8J	B	B	B	B	B	b	b					b	b			b	b	b	b	b
19S	B	B	B	B	B	b	b	b	b			b	b	b				b		b
19J	B	B	B	B	B		b	b	b				b	b	b				b	b
11S	B	B	B	B	B	b	b	b	b			b	b			b				b
11J	B	B	B	B	B			b	b					b	b		b			
13S	B	B	B	B	B	b	b	b	b			b	b	b		b		b		

Bimodalne povezave so označene z velikima črkama: \`B\` za prestopno točko Bavarski dvor ter \`K\` za prestopno točko Kolodvor. Enomodalne povezave so označene z malo črko \`b\` (Bavarski dvor je edina enomodalna prestopna točka). Vidim, da je število bimodalnih povezav 140 (70 v prestopni točki Kolodvor, 70 v prestopni točki Bavarski dvor), enomodalnih pa 102. Vseh povezav, vključenih v optimizacijo, je torej 242.

3.6 Vrednosti parametrov za tipe povezav

Vrednosti parametrov v glavnem povzamem po avtorjih modela. Spremembe, ki si jih privoščim, so sledeče:

- za povezave tipa *bus-bus* je zgornja meja kategorije prestopov *tvegano* 3min in ne 1min (razpršenost potovalnih časov avtobusov)
- za povezave tipov *vlak-bus* in *bus-bus* je zgornja meja kategorije prestopov *potrpežljivo* 16min in ne 20min.

Intervale čakalnih časov in vrednosti kazenske funkcije podajam za vse tri tipe povezav najprej v tabelah.

Preglednica 5: Parametri povezav *vlak-bus*

Tip povezave *vlak-bus*					
Kategorija prestopa	4 skoraj	3 tvegano	1 udobno	2 potrpežljivo	5 brez pr.
Interval čakalnih časov	[-3,0]	[1,5]	[6,10]	[11,16]	ostalo
Vrednost kazenske funkcije	22	18	1	10	20

Preglednica 6: Parametri povezav *bus-vlak*

Tip povezave *bus-vlak*					
Kategorija prestopa	4 skoraj	3 tvegano	1 udobno	2 potrpežljivo	5 brez pr.
Interval čakalnih časov	[-10,0]	[1,10]	[11,20]	[21,35]	ostalo
Vrednost kazenske funkcije	22	18	1	10	20

Preglednica 7: Parametri povezav *bus-bus*

Tip povezave *bus-bus*					
Kategorija prestopa	4 skoraj	3 tvegano	1 udobno	2 potrpežljivo	5 brez pr.
Interval čakalnih časov	[-3,0]	[1,3]	[4,8]	[9,16]	ostalo
Vrednost kazenske funkcije	11	9	1	5	10

Zdaj pa to isto zapišem po dogovorjenem sistemu v stolpce B_i:

$$B_{vlak-bus} = \left[8;2;13^{\cdot}5;2^{\cdot}5;3;2;-1^{\cdot}5;1^{\cdot}5;1;10;18;22;20\right]$$

$$B_{bus-vlak} = \left[15^{\cdot}5;4^{\cdot}5;28;7;5^{\cdot}5;4^{\cdot}5;-5;5;1;10;18;22;20\right]$$

$$B_{bus-bus} = \left[6;2;12^{\cdot}5;3^{\cdot}5;2;1;-1^{\cdot}5;1^{\cdot}5;1;5;9;11;10\right]$$

3.7 Možni zamiki voznih redov

Za železniške linije ni možnih zamikov voznega reda, torej:

$S_l = 0$ za vse $l \in \check{Z}p \cup \check{Z}o$.

Kar se tiče možnih zamikov voznih redov izbranih bus linij, bom rešil dva primera. Najprej enega z manjšimi stolpci možnih zamikov, kjer so posamezni stolpci zamikov izbrani v odvisnosti od najmanjšega intervala določene linije (*Primer 1*), potem pa še enega z večjim stolpcem možnih zamikov, ki bo enak za vse izbrane bus linije (*Primer 2*). Naslednja tabela prikazuje možne zamike za oba primera.

Preglednica 8: Možni zamiki voznih redov

Bus linije	**Izbrani možni zamiki (S_l)**	
	Primer 1	**Primer 2**
27	-6,0,+6	-5,-4,-3,-2,-1,0,+1,+2,+3,+4,+5
2	-5,0,+5	-5,-4,-3,-2,-1,0,+1,+2,+3,+4,+5
11	-5,0,+5	-5,-4,-3,-2,-1,0,+1,+2,+3,+4,+5
13	-8,-4,0,+4,+8	-5,-4,-3,-2,-1,0,+1,+2,+3,+4,+5
8	-4,0,+4	-5,-4,-3,-2,-1,0,+1,+2,+3,+4,+5
25	-5,0,+5	-5,-4,-3,-2,-1,0,+1,+2,+3,+4,+5
19	-8,-4,0,+4,+8	-5,-4,-3,-2,-1,0,+1,+2,+3,+4,+5
12	-8,-4,0,+4,+8	-5,-4,-3,-2,-1,0,+1,+2,+3,+4,+5

3.8 Primer 1

3.8.1 Matrike koeficientov

Matrike koeficientov za prvi primer imajo lahko zaradi izbranih dimenzij stolpcev zamika naslednje dimenzije:

1×3 oz. 1×5 za povezave $c \in C_{vlak-bus}$

3×1 oz. 5×1 za povezave $c \in C_{bus-vlak}$

3×3, 3×5, 5×3 oz. 5×5 za povezave $c \in C_{bus-bus}$.

Za izračun matrik koeficientov sem si pomagal z orodjem *FreeMat*. Zgoraj podani postopek izračuna sem zapisal kot zanko, ki ob podanih vhodnih podatkih (stolpci A_c, D_c, S_{Ac}, S_{Dc}, B_i (i = tip povezave) ter skalar prestopnega časa t) za dano povezavo izračuna matriko koeficientov ter matrike števila prestopov posamezne kategorije. Zapis ukazov za izračun matrik je podan v *Prilogi D*.

Sledi po en primer matrike koeficientov za vse tri tipe povezav.

Preglednica 9: Matrika koeficientov za $c = (ZMp, 2V) \in C_{vlak-bus}$

(ZMp,2V)	-5	0	5
0	192	268	159

Preglednica 10: Matrika koeficientov za $c = (25V, GRo) \in C_{bus-vlak}$:

(25V,GRo)	0
-5	577
0	543
5	512

Preglednica 11: Matrika koeficientov za $c = (27S, 19S) \in C_{bus-bus}$:

(27S,19S)	-8	-4	0	4	8
-6	452	444	422	466	455
0	449	479	480	420	450
6	447	452	448	452	444

3.8.2 Reševanje z orodjem Excel/Reševalec

Da bi rešil zgoraj postavljeni optimizacijski problem z Excelovim Reševalcem, definiram *priredbeno blokmatriko*. Slednja ima obliko, kot jo prikazuje preglednica.

Preglednica 12: Priredbena blokmatrika

	x_{27}^T	x_2^T	x_{11}^T	x_{13}^T	x_8^T	x_{25}^T	x_{19}^T	x_{12}^T
x_{27}	$x_{27}x_{27}^T$	$x_{27}x_2^T$	$x_{27}x_{11}^T$	$x_{27}x_{13}^T$	$x_{27}x_8^T$	$x_{27}x_{25}^T$	$x_{27}x_{19}^T$	$x_{27}x_{12}^T$
x_2	$x_2x_{27}^T$	$x_2x_2^T$	$x_2x_{11}^T$	$x_2x_{13}^T$	$x_2x_8^T$	$x_2x_{25}^T$	$x_2x_{19}^T$	$x_2x_{12}^T$
x_{11}	$x_{11}x_{27}^T$	$x_{11}x_2^T$	$x_{11}x_{11}^T$	$x_{11}x_{13}^T$	$x_{11}x_8^T$	$x_{11}x_{25}^T$	$x_{11}x_{19}^T$	$x_{11}x_{12}^T$
x_{13}	$x_{13}x_{27}^T$	$x_{13}x_2^T$	$x_{13}x_{11}^T$	$x_{13}x_{13}^T$	$x_{13}x_8^T$	$x_{13}x_{25}^T$	$x_{13}x_{19}^T$	$x_{13}x_{12}^T$
x_8	$x_8x_{27}^T$	$x_8x_2^T$	$x_8x_{11}^T$	$x_8x_{13}^T$	$x_8x_8^T$	$x_8x_{25}^T$	$x_8x_{19}^T$	$x_8x_{12}^T$
x_{25}	$x_{25}x_{27}^T$	$x_{25}x_2^T$	$x_{25}x_{11}^T$	$x_{25}x_{13}^T$	$x_{25}x_8^T$	$x_{25}x_{25}^T$	$x_{25}x_{19}^T$	$x_{25}x_{12}^T$
x_{19}	$x_{19}x_{27}^T$	$x_{19}x_2^T$	$x_{19}x_{11}^T$	$x_{19}x_{13}^T$	$x_{19}x_8^T$	$x_{19}x_{25}^T$	$x_{19}x_{19}^T$	$x_{19}x_{12}^T$
x_{12}	$x_{12}x_{27}^T$	$x_{12}x_2^T$	$x_{12}x_{11}^T$	$x_{12}x_{13}^T$	$x_{12}x_8^T$	$x_{12}x_{25}^T$	$x_{12}x_{19}^T$	$x_{12}x_{12}^T$

Vektorji $x_{27}, x_2, \ldots, x_{12}$ so priredbeni vektorji linij (stolpci) , $x_{27}^T, x_2^T, \ldots, x_{12}^T$ pa njihovi transponenti (vrstice). Bloki so določeni kot matrični produkti ustreznih stolpcev in vrstic:

$$x_m x_n^T(k,l) = x_m(k,1) \times x_n^T(1,l)$$

za vse $m,n \in L$ ter za vse:

$$k = 1,\ldots,|S_m|;\ l = 1,\ldots,|S_n|. \tag{29}$$

Blok $x_m x_n^T$ pomnožim po komponentah z matrikami koeficientov in matrikami števila prestopov za vse enomodalne povezave, kjer je *m* prihodna linija in *n* odhodna linija. Tako dobim *izločitvene matrike*:

$$Z_c^*(k,l) = x_m x_n^T(k,l) \times Z_c(k,l) \quad \text{za vse } k = 1,\ldots,|S_m|;\ l = 1,\ldots,|S_n| \tag{30}$$

Tako naredim za vse $m,n \in L$.

Izločitvene matrike števila prestopov lahko dobim na isti način:

$$n1_c^*(k,l) = x_m x_n^T(k,l) \times n1_c(k,l)$$

$$n2_c^*(k,l) = x_m x_n^T(k,l) \times n2_c(k,l)$$

…

$$n5_c^*(k,l) = x_m x_n^T(k,l) \times n5_c(k,l) \quad \text{za vse } k = 1,\ldots,|S_m|;\ l = 1,\ldots,|S_n| \tag{31}$$

(ravno tako za vse $m,n \in L$), vendar, ker so neničelni členi izločitvenih matrik povezave istoležni, se odločim za hitrejši način. Določim pomožno matriko H_c:

$$H_c(k,l) = \begin{cases} 0, če Z_c^*(k,l) = 0 \\ 1, če Z_c^*(k,l) \neq 0 \end{cases} \quad \text{za vse } k = 1,\ldots,|S_m|;\ l = 1,\ldots,|S_n|. \tag{32}$$

Izločitvene matrike števila prestopov so potem:

$$n1_c^*(k,l) = H_c(k,l) \times n1_c(k,l)$$

$$n2_c^*(k,l) = H_c(k,l) \times n2_c(k,l)$$

…

$$n5_c^*(k,l) = H_c(k,l) \times n5_c(k,l) \quad \text{za vse } k = 1,...,|S_m|;\ l = 1,...,|S_n|. \tag{33}$$

Isto naredim tudi za bimodalne povezave, le da je v primeru povezav tipa *vlak-bus*:

$$x_m x_n^T = [1] x_n^T = x_n^T ,$$

saj je $|S_m| = 1$ ($S_m = 0$) za vse $m \in Žp$.

Za vse povezave tipa *bus-vlak* pa je:

$$x_m x_n^T = x_m[1] = x_m ,$$

saj je $|S_n| = 1$ ($S_n = 0$) za vse $n \in Žo$.

Torej so priredbeni vektorji že kar bloki za bimodalne povezave.

Iz izločitvene matrike lahko izločim neničelni člen tako, da seštejem vse njene člene, saj je v izločitveni matriki natanko eden neničelni člen. Vsota neničelnih členov je potem vrednost kriterialne funkcije pri danem stanju vektorjev x_l, ki so spremenljivke problema.

Excelov Reševalec doseže takle minimum kriterialne funkcije:

$$F_{\min} = 106133 ,$$

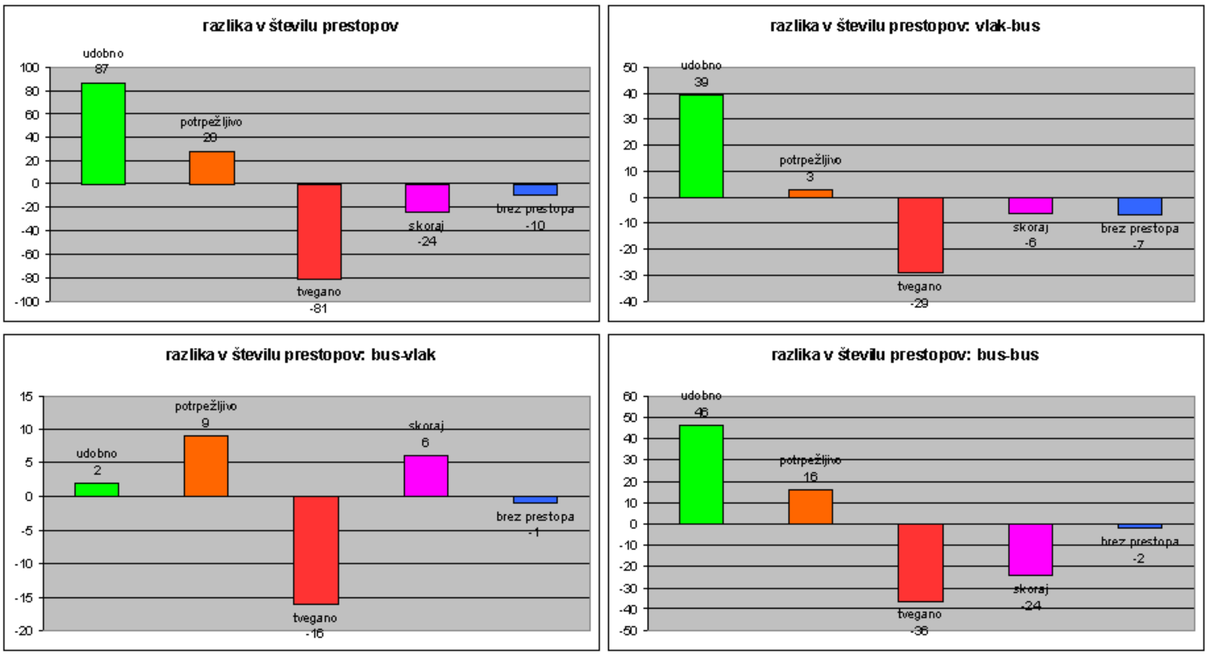
in sicer pri sledečih zamikih:

Preglednica 13: Optimalni zamiki, dobljeni z Reševalcem – Primer1

Linija	27	2	11	13	8	25	19	12
Zamik	-6	+5	0	-8	-4	0	0	+4

Preglednica 14: Primerjava nezamaknjenega in zamaknjenega stanja – Primer1

		Nezamaknjeno	**Zamaknjeno**	**Razlika v %**
Vrednost *F*		107424	106133	-1,2
Št. prestopov	**Udobno**	2722	2809	+3,2
	Potrpežljivo	3836	3864	+0,7
	Tvegano	1464	1383	-5,5
	Skoraj	1035	1011	-2,3
	Brez prestopa	2430	2420	-0,4



Slika 9: Spremembe v številu prestopov – Primer1

V orodju *FreeMat* uporabim ukazni niz za določitev prestopov v povezavi ob danih zamikih. Ukazni niz je podan v *Prilogi E*. Sledi po en primer prikaza sprememb prestopov za vsak tip povezave.

Preglednica 15: Primerjava prestopov za $c = (KRp{,}12V) \in C_{vlak-bus}$ - Primer1:

Nezamaknjeno			Zamaknjeno (12:+4)		
prihod		**odhod**	**prihod**		**odhod**
5,45	5		5,45	4	5,48
6,14	5		6,14	5	
6,43	2	7,02	6,43	5	
7,05	5		7,05	5	
7,20	3	7,27	7,20	1	7,31
7,44	2	8,02	7,44	5	
8,07	5		8,07	5	
8,47	1	8,58	8,47	1	9,02
12,20	3	12,28	12,20	1	12,32
13,51	4	13,53	13,51	3	13,57
15,20	5		15,20	5	
15,31	1	15,46	15,31	2	15,50
16,50	5		16,50	4	16,55
19,15	5		19,15	5	
20,20	3	20,28	20,20	1	20,32
21,32	3	21,38	21,32	3	21,42

Preglednica 16: Primerjava prestopov za $c = (25J, 13S) \in C_{bus-bus}$ - Primer1:

Nezamaknjeno						Zamaknjeno (13:-8)					
prihod		**odhod**	**prihod**		**odhod**	**prihod**		**odhod**	**prihod**		**odhod**
5,25	5		14,10	4	14,10	5,25	2	5,37	14,10	2	14,27
5,45	4	5,45	14,35	4	14,35	5,45	2	6,02	14,35	2	14,52
6,10	4	6,10	15,00	4	15,00	6,10	2	6,27	15,00	2	15,12
6,40	5		15,20	4	15,20	6,40	2	6,52	15,20	2	15,32
7,06	2	7,23	15,46	2	16,03	7,06	1	7,15	15,46	1	15,55
7,26	2	7,38	16,06	2	16,23	7,26	2	7,45	16,06	1	16,15
7,46	1	7,53	16,31	2	16,43	7,46	2	8,00	16,31	2	16,50
8,06	2	8,23	16,56	4	16,58	8,06	1	8,15	16,56	2	17,10
8,26	2	8,38	17,21	2	17,38	8,26	3	8,30	17,21	1	17,30
8,51	2	9,03	17,46	2	17,58	8,51	3	8,55	17,46	3	17,50
9,10	5		18,10	3	18,15	9,10	2	9,22	18,10	2	18,27
9,35	5		18,40	2	18,55	9,35	2	9,52	18,40	1	18,47
10,05	5		19,10	1	19,20	10,05	2	10,17	19,10	4	19,12
10,45	3	10,50	19,50	5		10,45	5		19,50	2	20,02
11,20	5		20,30	3	20,35	11,20	2	11,32	20,30	5	
11,55	1	12,05	21,10	2	21,25	11,55	4	11,57	21,10	1	21,17
12,25	3	12,30	21,40	5		12,25	5		21,40	5	
13,05	2	13,20	22,40	5		13,05	1	13,12	22,40	5	
13,45	4	13,45	23,45	5		13,45	2	14,02	23,45	5	

Preglednica 17: Primerjava prestopov za $c = (27V, ZMo) \in C_{bus-vlak}$ - Primer1:

Nezamaknjeno						Zamaknjeno (27:-6)					
prihod		**odhod**	**prihod**		**odhod**	**prihod**		**odhod**	**prihod**		**odhod**
5,24	1	5,50	14,02	3	14,20	5,18	2	5,50	13,56	1	14,20
5,39	3	5,50	14,18	2	14,50	5,33	3	5,50	14,12	2	14,50
5,54	5		14,34	3	14,50	5,48	4	5,50	14,28	1	14,50
6,09	2	6,50	14,49	2	15,20	6,03	5		14,43	2	15,20
6,24	1	6,50	15,04	1	15,30	6,18	2	6,50	14,58	1	15,20
6,38	3	6,50	15,19	1	15,45	6,32	3	6,50	15,13	2	15,45
6,55	2	7,40	15,37	4	15,45	6,49	4	6,50	15,31	3	15,45
7,09	2	7,40	15,51	2	16,25	7,03	2	7,40	15,45	2	16,25
7,23	3	7,40	16,05	3	16,25	7,17	1	7,40	15,59	1	16,25
7,35	4	7,40	16,19	2	16,55	7,29	3	7,40	16,13	2	16,55
7,47	5		16,33	1	16,55	7,41	5		16,27	1	16,55
8,02	5		16,49	4	16,55	7,56	5		16,43	3	16,55
8,17	2	8,53	17,05	2	17,50	8,11	2	8,53	16,59	5	
8,32	1	8,53	17,21	1	17,50	8,26	1	8,53	17,15	2	17,50
8,47	4	8,53	17,37	3	17,50	8,41	3	8,53	17,31	3	17,50
9,02	5		17,50	4	17,50	8,56	5		17,44	4	17,50
9,14	2	9,50	18,06	5		9,08	2	9,50	18,00	5	
9,30	3	9,50	18,22	2	18,55	9,24	1	9,50	18,16	2	18,55
9,46	4	9,50	18,38	3	18,55	9,40	4	9,50	18,32	1	18,55
10,02	5		18,54	4	18,55	9,56	5		18,48	4	18,55
10,18	2	10,50	19,10	2	19,50	10,12	2	10,50	19,04	5	
10,34	3	10,50	19,26	1	19,50	10,28	1	10,50	19,20	1	19,50
10,50	4	10,50	19,42	4	19,50	10,44	4	10,50	19,36	3	19,50
11,06	2	11,50	19,58	5		11,00	5		19,52	5	
11,22	1	11,50	20,12	2	20,50	11,16	2	11,50	20,06	2	20,50
11,38	3	11,50	20,26	1	20,50	11,32	3	11,50	20,20	1	20,50
11,54	5		20,40	4	20,50	11,48	4	11,50	20,34	3	20,50
12,10	2	12,50	20,54	5		12,04	5		20,48	4	20,50
12,26	1	12,50	21,12	2	21,55	12,20	1	12,50	21,06	5	
12,42	4	12,50	21,32	1	21,55	12,36	3	12,50	21,26	1	21,55
12,58	5		21,52	2	22,25	12,52	5		21,46	2	22,25
13,14	2	13,45	22,12	3	22,25	13,08	2	13,45	22,06	3	22,25
13,30	3	13,45	22,32	5		13,24	1	13,45	22,26	5	
13,46	2	14,20	23,42	5		13,40	2	14,20	23,36	5	

Pogledam, kolikšno minimizacijo dosežem, če upoštevam samo bimodalne povezave:

Preglednica 18: Optimalni zamiki, dobljeni z Reševalcem – Primer1 – samo bimodalno usklajevanje

Linija	27	2	11	13	8	25	19	12
Zamik	-6	+5	-5	-8	-4	+5	-8	+4

Preglednica 19: Primerjava nezamaknjenega in zamaknjenega stanja – Primer1 – samo bimodalno usklajevanje

		Nezamaknjeno	**Zamaknjeno**	**Razlika v %**
Vrednost *F*		74324	73389	-1,3
Št. prestopov	**Udobno**	1002	1033	+3,1
	Potrpežljivo	1288	1330	+3,3
	Tvegano	796	748	-6,0
	Skoraj	617	606	-1,8
	Brez prestopa	1627	1613	-0,9

Če optimiziram samo bimodalne povezave, pride do poslabšanja enomodalnih povezav:

Preglednica 20: Primerjava nezamaknjenega in zamaknjenega stanja za enomodalne povezave – Primer1 – samo bimodalno usklajevanje

		Nezamaknjeno	**Zamaknjeno**	**Razlika v %**
Vrednost *F*		33100	33433	+1,0
Št. prestopov	**Udobno**	1720	1672	-2,8
	Potrpežljivo	2548	2579	+1,2
	Tvegano	668	665	-0,4
	Skoraj	418	471	+12,7
	Brez prestopa	803	770	-4,1

Torej moram optimizirati bimodalne in enomodalne povezave skupaj, kar sem tudi storil.

3.8.3 Zaporedno določanje zamikov / Iskanje v smeri koordinatnih osi

Vse matrike, ki sem jih opredelil v poglavju 3.8.2 (in pripravil na Excelovem listu), uporabim tudi tukaj, le da ne zaženem Reševalca.
8 izbranih bus linij lahko postavim v 8! različnih zaporedij, to je, obstaja 8! različnih bijekcij:

$$f_Z : L \to \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$$

Izberem eno izmed njih, recimo zaporedje 27,2,11,13,8,25,19,12.
Nadalje izberem začetno stanje vektorjev x_l. Recimo, da so enke središčne komponente (nezamaknjeno stanje).
Sedaj določim lego enke v prvem vektorju x_1 (indeksi tukaj označujejo mesto linije v zaporedju: $x_1 = x_{l=27}$) tako, da bo vrednost kriterialne funkcije *F* pri danem stanju (ostali vektorji x_l nespremenjeni) najmanjša. V drugem koraku določim lego enke v drugem vektorju x_2 na isti način (novo stanje: x_1 - določen v prejšnjem koraku; $x_3,...,x_8$ - nezamaknjeni) Tako grem vse do x_8. Zaporedje odločitev *a,b,c,d,e,f,g,h* je torej podano z:

$$F_0 = F\left(x_1^0, x_2^0, x_3^0, x_4^0, x_5^0, x_6^0, x_7^0, x_8^0\right)$$
$$F_1 = \min_i F\left(x_1^i, x_2^0, ..., x_8^0\right) = F\left(x_1^a, x_2^0, ..., x_8^0\right)$$
$$F_2 = \min_i F\left(x_1^a, x_2^i, x_3^0, ..., x_8^0\right) = F\left(x_1^a, x_2^b, x_3^0, ..., x_8^0\right)$$
$$F_3 = \min_i F\left(x_1^a, x_2^b, x_3^i, x_4^0, ..., x_8^0\right) = F\left(x_1^a, x_2^b, x_3^c, x_4^0, ..., x_8^0\right)$$
$$F_4 = \min_i F\left(x_1^a, x_2^b, x_3^c, x_4^i, x_5^0, ..., x_8^0\right) = F\left(x_1^a, ..., x_4^d, x_5^0, ..., x_8^0\right)$$
$$F_5 = \min_i F\left(x_1^a, ..., x_4^d, x_5^i, x_6^0, x_7^0, x_8^0\right) = F\left(x_1^a, ..., x_5^e, x_6^0, x_7^0, x_8^0\right)$$
$$F_6 = \min_i F\left(x_1^a, ..., x_5^e, x_6^i, x_7^0, x_8^0\right) = F\left(x_1^a, ..., x_6^f, x_7^0, x_8^0\right)$$
$$F_7 = \min_i F\left(x_1^a, ..., x_6^f, x_7^i, x_8^0\right) = F\left(x_1^a, ..., x_7^g, x_8^0\right)$$
$$F_8 = \min_i F\left(x_1^a, ..., x_7^g, x_8^i\right) = F\left(x_1^a, ..., x_8^h\right)$$

Tako dobljeni vektorji $x_1^a,...,x_8^h$ tvorijo novo začetno stanje:

$$\left(x_1^0, x_2^0, x_3^0, x_4^0, x_5^0, x_6^0, x_7^0, x_8^0\right) := \left(x_1^a, x_2^b, x_3^c, x_4^d, x_5^e, x_6^f, x_7^g, x_8^h\right)$$

Zgornji postopek ponavljam dokler novo začetno stanje ni enako prejšnjemu začetnemu stanju. To stanje je potem minimalno za izbrano zaporedje določanja zamikov.
Prikazani postopek lahko interpretiram kot *ciklično iskanje v smeri koordinatnih osi*, kjer so na posamezni osi nanizani možni zamiki voznega reda.

Za omenjeno zaporedje linij enakost novega začetnega stanja in prejšnjega začetnega stanja nastopi po drugi ponovitvi postopka, to je, že po prvi ponovitvi dobim minimalno stanje za to zaporedje linij, in sicer je enako Reševalčevi rešitvi:

Preglednica 21: Zaporedno določanje zamikov – Primer1 – 1. zaporedje

	27	**2**	**11**	**13**	**8**	**25**	**19**	**12**	***F***
Začetni zamiki	0	0	0	0	0	0	0	0	107424
Po 1. ponovitvi	-6	+5	0	-8	-4	0	0	+4	106133
Po 2. ponovitvi	-6	+5	0	-8	-4	0	0	+4	106133

Pogledam neko drugo zaporedje linij:

Preglednica 22: Zaporedno določanje zamikov – Primer1 – 2. zaporedje

	12	**27**	**19**	**2**	**25**	**11**	**8**	**13**	***F***
Začetni zamiki	0	0	0	0	0	0	0	0	107424
Po 1. ponovitvi	+4	-6	+4	+5	+5	0	-4	-8	106582
Po 2. ponovitvi	+4	-6	0	+5	0	0	-4	-8	106133
Po 3. ponovitvi	+4	-6	0	+5	0	0	-4	-8	106133

Tokrat pridem do optimalnega stanja po 2. ponovitvi. Tudi to stanje je enako rešitvi, dobljeni z Reševalcem.

3.8.4 Reduciranje problema

Določil sem 242 matrik koeficientov (za vsako povezavo eno). Zgoraj sem optimiziral usklajenost na sistemu vseh izvrednotenih povezav. Recimo pa, da je cilj uskladiti le določene povezave. Tako, kot sem formuliral problem v Excelu, to ni nobena težava. Za ciljno celico nastavim vsoto neničelnih členov izločitvenih matrik izbranih povezav:

$$\min \sum_{c \in Cizbrano} \sum_{i=1}^{|S_{Ac}|} \sum_{j=1}^{|S_{Dc}|} Z_c(i,j) x_{Aci} x_{Dcj}$$

Oziroma, če je izbrana samo ena povezava:

$$\min \sum_{i=1}^{|S_{Ac}|} \sum_{j=1}^{|S_{Dc}|} Z_c(i,j) x_{Aci} x_{Dcj} \ .$$

V tem primeru minimizacija pomeni preprosto to, da najdem najmanjši člen matrike koeficientov izbrane povezave in iz tega razberem optimalna zamika.

Pogledam primer, kjer upoštevam vse bimodalne povezave, pri enomodalnih povezavah pa upoštevam le tiste, kjer sta prihodna in odhodna linija-smer istosmerni.
Rešitev, dobljena z Reševalcem, je:

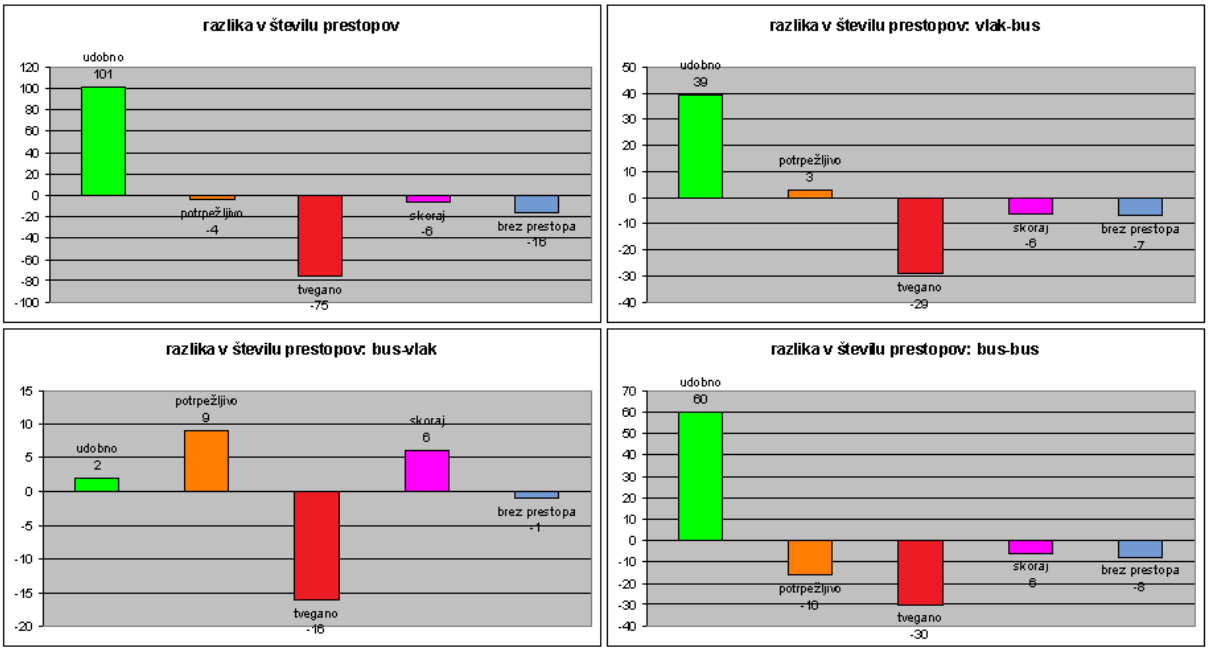
Preglednica 23: Optimalni zamiki, dobljeni z Reševalcem – Primer1 (reduciran)

Linija	27	2	11	13	8	25	19	12
Zamik	-6	+5	0	-8	-4	0	0	+4

Dobljeni zamiki so enaki, kot če optimiziram vse povezave.

Preglednica 24: Primerjava nezamaknjenega in zamaknjenega stanja – Primer1 (reduciran)

		Nezamaknjeno	**Zamaknjeno**	**Razlika v %**
Vrednost *F*		94672	93427	-1,3
Št. prestopov	**Udobno**	2015	2116	+5,0
	Potrpežljivo	2866	2862	-0,1
	Tvegano	1211	1136	-6,2
	Skoraj	867	861	-0,7
	Brez prestopa	2123	2107	-0,8



Slika 10: Spremembe v številu prestopov – Primer1 (reducirano)

Prikažem še spremembo na eni izmed *bus-bus* povezav, in sicer (*13S,8S*):

Preglednica 25: Primerjava prestopov za $c = (13S, 8S) \in C_{bus-bus}$ - Primer1 (reduciran)

Nezamaknjeno						Zamaknjeno (13:-8,8:-4)					
prihod		odhod	prihod		odhod	prihod		odhod	prihod		odhod
5,45	2	5,56	14,10	2	14,26	5,37	2	5,52	14,02	1	14,08
6,10	2	6,21	14,35	1	14,40	6,02	2	6,17	14,27	1	14,36
6,35	2	6,51	15,00	1	15,08	6,27	1	6,32	14,52	2	15,04
7,00	3	7,04	15,20	2	15,32	6,52	1	7,00	15,12	2	15,28
7,23	1	7,28	15,40	2	15,50	7,15	1	7,24	15,32	2	15,46
7,38	1	7,44	16,03	2	16,14	7,30	2	7,40	15,55	2	16,10
7,53	1	8,02	16,23	2	16,38	7,45	2	7,58	16,15	1	16,22
8,08	3	8,12	16,43	1	16,50	8,00	1	8,08	16,35	2	16,46
8,23	3	8,27	16,58	3	17,02	8,15	1	8,23	16,50	1	16,58
8,38	3	8,42	17,18	2	17,30	8,30	1	8,38	17,10	2	17,26
9,03	1	9,12	17,38	1	17,44	8,55	2	9,08	17,30	2	17,40
9,30	1	9,36	17,58	1	18,06	9,22	2	9,32	17,50	2	18,02
10,00	1	10,06	18,15	1	18,21	9,52	2	10,02	18,07	2	18,17
10,25	2	10,36	18,35	2	18,51	10,17	2	10,32	18,27	1	18,32
10,50	2	11,06	18,55	2	19,06	10,42	1	10,47	18,47	2	19,02
11,15	1	11,21	19,20	2	19,36	11,07	2	11,17	19,12	1	19,17
11,40	2	11,51	19,45	1	19,52	11,32	2	11,47	19,37	2	19,48
12,05	2	12,20	20,10	4	20,10	11,57	1	12,02	20,02	3	20,06
12,30	3	12,34	20,35	2	20,46	12,22	1	12,30	20,27	2	20,42
12,55	1	13,02	21,00	3	21,04	12,47	2	12,58	20,52	1	21,00
13,20	2	13,30	21,25	4	21,24	13,12	2	13,26	21,17	3	21,20
13,45	2	13,58	22,30	5		13,37	2	13,54	22,22	5	

Če pogledam matriko koeficientov povezave (*13S,8S*),

Preglednica 26: Matrika koeficientov za $c = (13S, 8S) \in C_{bus-bus}$

(13S,8S)	-4	0	4
-8	169	207	217
-4	205	169	207
0	179	205	169
4	213	179	205
8	177	213	179

vidim, da je njen najmanjši člen 169, in sicer nastopa tam, kjer je relativni zamik linije 13 enak -4 glede na zamik linije 8. Ena izmed takih kombinacij zamikov je tudi zgoraj prikazana: $S_{13} = -8$, $S_8 = -4$. Ta kombinacija je torej tudi optimalna rešitev problema usklajevanja ene same povezave, (*13S,8S*):

Preglednica 27: Primerjava nezamaknjenega in zamaknjenega stanja – Primer1 – usklajevanje samo $c = (13S, 8S) \in C_{bus-bus}$

		Nezamaknjeno	Zamaknjeno	Razlika v %
Vrednost *F*		205	169	-17,6
Št. prestopov	**Udobno**	15	16	+6,7
	Potrpežljivo	19	25	+31,6
	Tvegano	7	2	-71,4
	Skoraj	2	0	-100
	Brez prestopa	1	1	0

3.9 Primer 2

3.9.1 Matrike koeficientov

Ker za vse bus linije predpostavim isto množico možnih zamikov velikosti 11, so matrike koeficientov naslednjih dimenzij:

1×11 za povezave $c \in C_{vlak-bus}$

11×1 za povezave $c \in C_{bus-vlak}$

11×11 za povezave $c \in C_{bus-bus}$.

3.9.2 Reševanje z orodjem Excel/Reševalec

Na isti način kot v Primeru 1 podam problem Excelovemu Reševalcu tudi za Primer 2. Dobim naslednji minimum namenske funkcije:

$F_{\min} = 106121$,

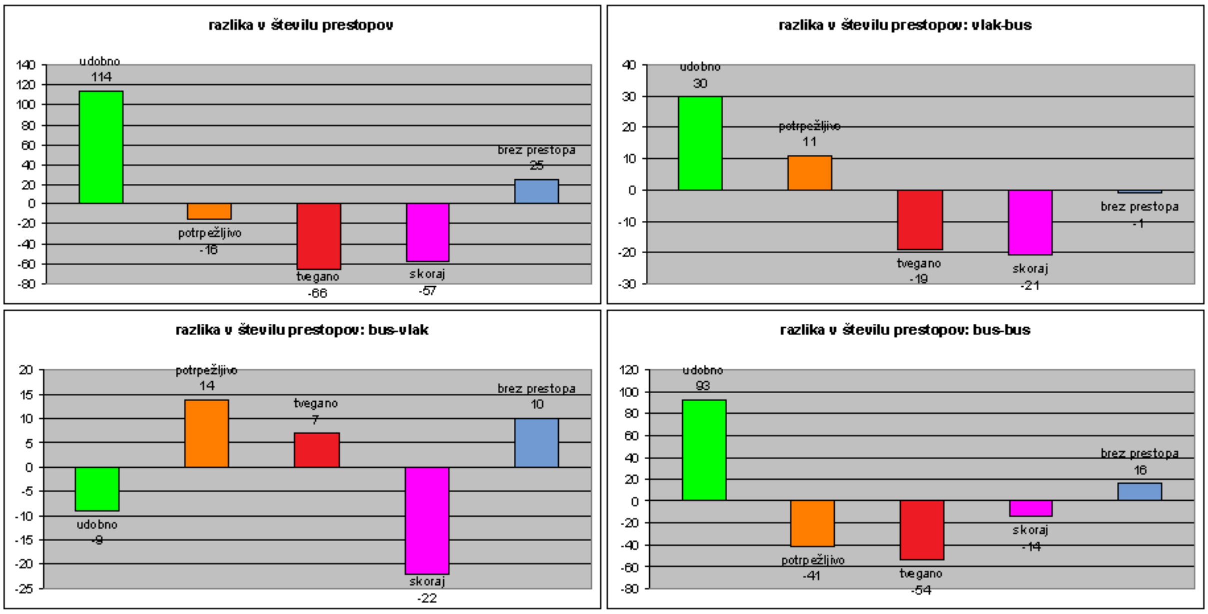
ki je dosežen pri zamikih:

Preglednica 28: Optimalni zamiki, dobljeni z Reševalcem – Primer2

Linija	27	2	11	13	8	25	19	12
Zamik	-4	+3	0	-4	-3	-2	-1	+3

Preglednica 29: Primerjava nezamaknjenega in zamaknjenega stanja – Primer2 - Reševalec

		Nezamaknjeno	**Zamaknjeno**	**Razlika v %**
Vrednost *F*		107424	106121	-1,2
Št. prestopov	**Udobno**	2722	2836	+4,2
	Potrpežljivo	3836	3820	-0,4
	Tvegano	1464	1398	-4,5
	Skoraj	1035	978	-5,5
	Brez prestopa	2430	2455	+1,0



Slika 11: Spremembe v številu prestopov – Primer2 - Reševalec

Kot vidim, z obsežnejšo množico možnih zamikov v Reševalcu ne dobim bistveno večje minimizacije, kot v primeru 1, kar je glede na rezultate iz članka razočaranje. Poskusim še z zaporednim določanjem zamikov.*

* Uspešnost Reševalca je odvisna od začetne vrednosti spremenljivk. Dobljena minimizacija je dosežena ob začetnem stanju $xij=1$ za vse i in j (namenoma podam stanje, ki ne ustreza omejitvam za spremenljivke, saj se sicer Reševalec ne premakne). Pri začetnem stanju $xij=0$ dobim boljšo rešitev, ki je enaka rešitvi, dobljeni z zaporednim določanjem zamikov.

3.9.3 Zaporedno določanje zamikov / Iskanje v smeri koordinatnih osi

Z zaporednim določanjem zamikov dobim boljšo rešitev, ki pri danem zaporedju linij nastopi po 1. ponovitvi:

Preglednica 30: Zaporedno določanje zamikov – Primer2 – 1. zaporedje

	27	**2**	**11**	**13**	**8**	**25**	**19**	**12**	***F***
Začetni zamiki	0	0	0	0	0	0	0	0	107424
Po 1. ponovitvi	-4	+2	0	-4	-3	+1	-1	+2	105578
Po 2. ponovitvi	-4	+2	0	-4	-3	+1	-1	+2	105578

Poskusim še z nekim drugim zaporedjem:

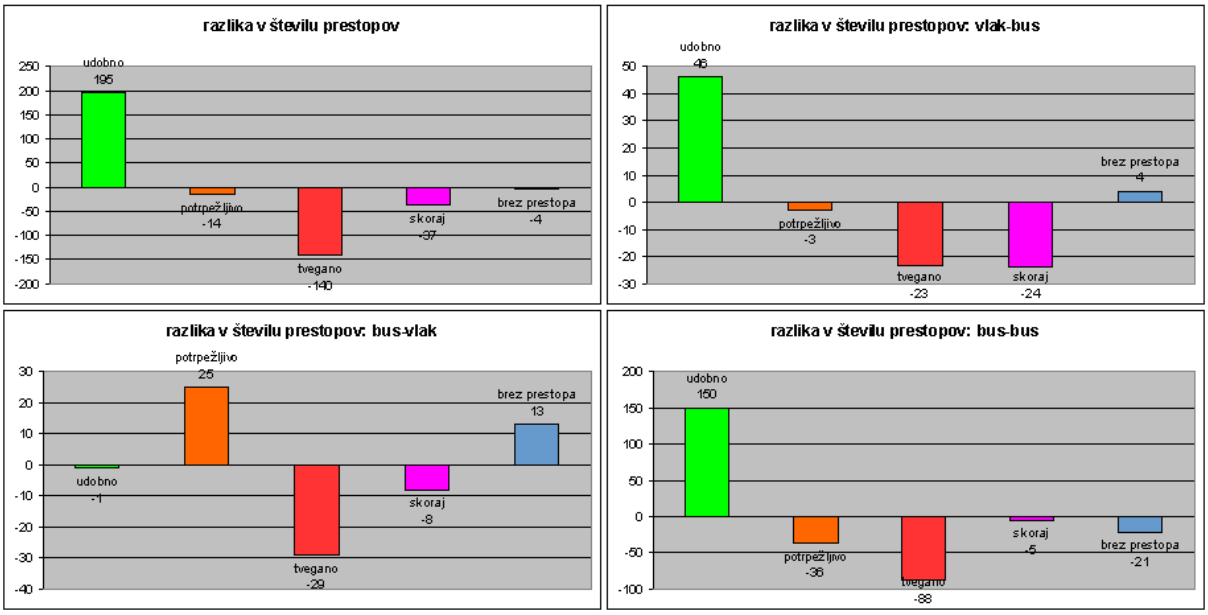
Preglednica 31: Zaporedno določanje zamikov – Primer2 – 2. zaporedje

	8	**13**	**11**	**2**	**27**	**25**	**19**	**12**	***F***
Začetni zamiki	0	0	0	0	0	0	0	0	107424
Po 1. ponovitvi	-4	-5	0	+2	-5	+3	-2	+2	105912
Po 2. ponovitvi	-3	+1	0	+3	-4	+3	-1	+2	105511
Po 3. ponovitvi	-3	+1	+2	+4	-4	+3	-1	+2	105351
Po 4. ponovitvi	-3	+2	+2	+4	-4	+3	-1	+2	105302
Po 5. ponovitvi	-3	+2	+2	+4	-4	+3	-1	+2	105302

To je že občutna izboljšava glede na Reševalčevo rešitev. Prikažem spremembe:

Preglednica 32: Primerjava nezamaknjenega in zamaknjenega stanja – Primer2 – zaporedno določanje zamikov

		Nezamaknjeno	**Zamaknjeno**	**Razlika v %**
Vrednost *F*		107424	105302	-2,0
Št. prestopov	**Udobno**	2722	2917	+7,2
	Potrpežljivo	3836	3822	-0,4
	Tvegano	1464	1324	-9,6
	Skoraj	1035	998	-3,6
	Brez prestopa	2430	2426	-0,2



Slika 12: Spremembe v številu prestopov – Primer2 – zaporedno določanje zamikov

Isto rešitev dobim, če v Excelovem Reševalcu rešim problem brez binarnega pogoja pri začetnem stanju spremenljivk 0.

Pogledam spremembe v prestopih na treh izbranih povezavah:

Preglednica 33: Primerjava prestopov za $c = (ZMp,25V) \in C_{vlak-bus}$ - Primer2

Nezamaknjeno			Zamaknjeno (25:+3)		
prihod		odhod	prihod		odhod
5,32	4	5,35	5,32	3	5,38
6,06	1	6,20	6,06	2	6,23
6,30	3	6,40	6,30	1	6,43
6,44	1	6,55	6,44	1	6,58
6,56	2	7,15	6,56	4	6,58
7,13	2	7,30	7,13	2	7,33
7,17	1	7,30	7,17	2	7,33
8,02	2	8,20	8,02	2	8,23
8,59	1	9,10	8,59	1	9,13
11,02	5		11,02	5	
11,57	4	12,00	11,57	3	12,03
13,00	3	13,10	13,00	1	13,13
14,02	4	14,05	14,02	3	14,08
15,03	1	15,15	15,03	1	15,18
16,02	5		16,02	5	
17,02	3	17,10	17,02	1	17,13
18,02	4	18,05	18,02	3	18,08
19,02	2	19,20	19,02	2	19,23
20,04	5		20,04	5	
21,02	3	21,10	21,02	1	21,13
22,02	5		22,02	5	
24,02	5		24,02	5	

Preglednica 34: Primerjava prestopov za $c = (13S, KRo) \in C_{bus-vlak}$ - Primer2

Nezamaknjeno						Zamaknjeno (13:+2)					
prihod		**odhod**	**prihod**		**odhod**	**prihod**		**odhod**	**prihod**		**odhod**
5,45	1	6,10	14,10	2	14,45	5,47	3	6,10	14,12	1	14,45
6,10	2	6,47	14,35	4	14,45	6,12	2	6,47	14,37	2	15,25
6,35	4	6,47	15,00	1	15,25	6,37	4	6,47	15,02	2	15,47
7,00	5		15,20	1	15,47	7,02	5		15,22	1	15,47
7,23	5		15,40	2	16,18	7,25	5		15,42	2	16,18
7,38	2	8,20	16,03	3	16,18	7,40	2	8,20	16,05	4	16,18
7,53	1	8,20	16,23	5		7,55	1	8,20	16,25	5	
8,08	4	8,20	16,43	2	17,17	8,10	4	8,20	16,45	1	17,17
8,23	5		16,58	3	17,17	8,25	5		17,00	3	17,17
8,38	5		17,18	1	17,50	8,40	5		17,20	1	17,50
9,03	2	9,45	17,38	4	17,50	9,05	2	9,45	17,40	4	17,50
9,30	3	9,45	17,58	5		9,32	4	9,45	18,00	5	
10,00	5		18,15	2	18,55	10,02	5		18,17	2	18,55
10,25	5		18,35	3	18,55	10,27	5		18,37	3	18,55
10,50	5		18,55	5		10,52	5		18,57	5	
11,15	5		19,20	5		11,17	5		19,22	5	
11,40	5		19,45	2	20,25	11,42	5		19,47	2	20,25
12,05	1	12,34	20,10	3	20,25	12,07	1	12,34	20,12	4	20,25
12,30	3	12,50	20,35	5		12,32	3	12,50	20,37	5	
12,55	2	13,32	21,00	5		12,57	2	13,32	21,02	5	
13,20	1	13,52	21,25	5		13,22	1	13,52	21,27	5	
13,45	4	13,52	22,30	5		13,47	4	13,52	22,32	5	

Opazim, da v povezavi $(13S, KRo)$ pride do poslabšanja.

Preglednica 35: Primerjava prestopov za $c = (27S, 19S) \in C_{bus-bus}$ - Primer2

Nezamaknjeno						Zamaknjeno (27:-4,19:-1)					
prihod		**odhod**	**prihod**		**odhod**	**prihod**		**odhod**	**prihod**		**odhod**
5,22	4	5,20	14,00	2	14,10	5,18	4	5,19	13,56	2	14,09
5,37	3	5,40	14,16	5		5,33	1	5,39	14,12	5	
5,52	1	6,00	14,32	3	14,35	5,48	2	5,59	14,28	1	14,34
6,07	5		14,47	1	14,55	6,03	5		14,43	2	14,54
6,22	3	6,25	15,02	2	15,15	6,18	1	6,24	14,58	2	15,14
6,36	3	6,40	15,17	4	15,15	6,32	1	6,39	15,13	4	15,14
6,53	2	7,04	15,35	3	15,39	6,49	2	7,03	15,31	1	15,38
7,07	2	7,24	15,49	2	15,59	7,03	4	7,03	15,45	2	15,58
7,21	3	7,24	16,03	2	16,19	7,17	1	7,23	15,59	4	15,58
7,33	2	7,44	16,17	3	16,19	7,29	2	7,43	16,13	1	16,18
7,45	4	7,44	16,31	1	16,39	7,41	3	7,43	16,27	2	16,38
8,00	3	8,04	16,47	2	16,59	7,56	1	8,03	16,43	2	16,58
8,15	1	8,24	17,03	2	17,16	8,11	2	8,23	16,59	2	17,15
8,30	2	8,43	17,19	2	17,34	8,26	2	8,42	17,15	4	17,15
8,45	2	8,59	17,35	2	17,50	8,41	2	8,58	17,31	3	17,33
9,00	4	8,59	17,48	3	17,50	8,56	3	8,58	17,44	1	17,49
9,12	1	9,18	18,04	1	18,12	9,08	1	9,17	18,00	2	18,11
9,28	5		18,20	5		9,24	5		18,16	5	
9,44	3	9,48	18,36	1	18,42	9,40	1	9,47	18,32	1	18,41
10,00	5		18,52	5		9,56	5		18,48	5	
10,16	3	10,18	19,08	3	19,12	10,12	1	10,17	19,04	1	19,11
10,32	2	10,48	19,24	5		10,28	5		19,20	5	
10,48	4	10,48	19,40	3	19,42	10,44	3	10,47	19,36	1	19,41
11,04	2	11,18	19,56	2	20,12	11,00	2	11,17	19,52	5	
11,20	4	11,18	20,10	3	20,12	11,16	4	11,17	20,06	1	20,11
11,36	2	11,48	20,24	5		11,32	2	11,47	20,20	5	
11,52	5		20,38	1	20,46	11,48	4	11,47	20,34	2	20,45
12,08	2	12,18	20,52	5		12,04	2	12,17	20,48	5	
12,24	5		21,10	2	21,20	12,20	5		21,06	2	21,19
12,40	1	12,48	21,30	5		12,36	2	12,47	21,26	5	
12,56	2	13,12	21,50	3	21,53	12,52	5		21,46	1	21,52
13,12	4	13,12	22,10	5		13,08	3	13,11	22,06	5	
13,28	3	13,30	22,30	3	22,33	13,24	1	13,29	22,26	1	22,32
13,44	1	13,50	23,40	5		13,40	1	13,49	23,36	5	

3.9.4 Reduciran primer

V optimizacijo sedaj vključim le bimodalne povezave na postajališču Kolodvor, med enomodalnimi povezavami pa samo tiste, pri katerih sta prihodna in odhodna linija-smer istosmerni.

Rešitev, dobljena z Reševalcem, je:

Preglednica 36: Optimalni zamiki, dobljeni z Reševalcem – Primer2 (reduciran)

Linija	27	2	11	13	8	25	19	12
Zamik	-2	+2	+1	-5	-4	+1	+5	0

Preglednica 37: Primerjava nezamaknjenega in zamaknjenega stanja – Primer2 (reduciran) - Reševalec

		Nezamaknjeno	**Zamaknjeno**	**Razlika v %**
Vrednost *F*		57236	55905	-2,3
Št. prestopov	**Udobno**	1489	1652	+10,9
	Potrpežljivo	2186	2134	-2,4
	Tvegano	812	744	-8,4
	Skoraj	553	544	-1,6
	Brez prestopa	1322	1288	-2,6

Poskusim še z zaporednim določanjem zamikov, in sicer na 2. zaporedju iz prejšnjega podpoglavja.

Preglednica 38: Zaporedno določanje zamikov – Primer2 (reduciran) – 2. zaporedje

	8	**13**	**11**	**2**	**27**	**25**	**19**	**12**	***F***
Začetni zamiki	0	0	0	0	0	0	0	0	57236
Po 1. ponovitvi	-5	+1	-1	+3	-5	+3	0	+2	56136
Po 2. ponovitvi	-5	+1	0	+5	-4	+4	0	+2	55927
Po 3. ponovitvi	-5	+1	0	+5	-4	+4	0	+2	55927

Vidim, da s tem zaporedjem ne dosežem niti Reševalčeve rešitve, zato poskusim s prvim zaporedjem iz prejšnjega podpoglavja:

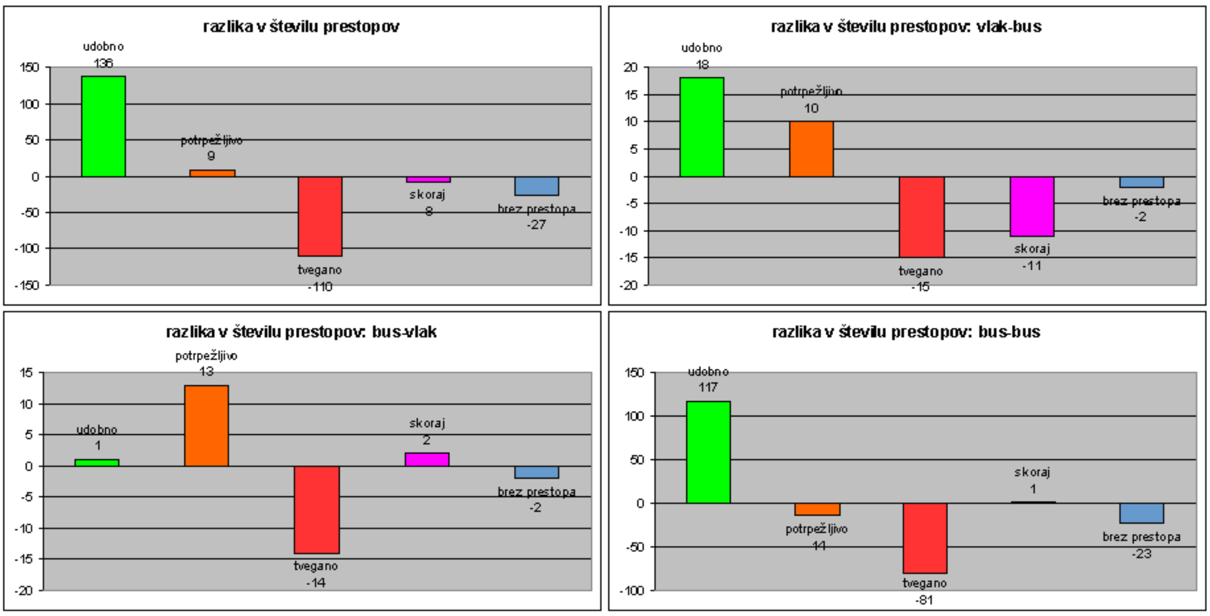
Preglednica 39: Zaporedno določanje zamikov – Primer2 (reduciran) – 1. zaporedje

	27	**2**	**11**	**13**	**8**	**25**	**19**	**12**	***F***
Začetni zamiki	0	0	0	0	0	0	0	0	57236
Po 1. ponovitvi	-4	+5	+4	+5	-1	+4	+1	+2	55789
Po 2. ponovitvi	-4	+5	+3	+5	-1	+4	+1	+2	55784
Po 3. ponovitvi	-4	+5	+3	+5	-1	+4	+1	+2	55784

Ta rešitev pa je boljša od Reševalčeve.

Preglednica 40: Primerjava nezamaknjenega in zamaknjenega stanja – Primer2 (reduciran) – zaporedno določanje zamikov

		Nezamaknjeno	**Zamaknjeno**	**Razlika v %**
Vrednost *F*		57236	55784	-2,5
Št. prestopov	**Udobno**	1489	1625	+9,1
	Potrpežljivo	2186	2195	+0,4
	Tvegano	812	702	-13,5
	Skoraj	553	545	-1,4
	Brez prestopa	1322	1295	-2,0



Slika 13: Spremembe v številu prestopov – Primer2 (reduciran) – zaporedno določanje zamikov

Prikažem še spremembo na eni izmed *vlak-bus* povezav:

Preglednica 41: Primerjava prestopov za $c = (ZMp,2V) \in C_{vlak-bus}$ - Primer2 (reduciran)

Nezamaknjeno			Zamaknjeno (2:+5)		
prihod		odhod	prihod		odhod
5,32	3	5,40	5,32	1	5,45
6,06	2	6,25	6,06	3	6,15
6,30	3	6,40	6,30	1	6,45
6,44	1	6,55	6,44	2	7,00
6,56	5		6,56	4	7,00
7,13	2	7,33	7,13	1	7,26
7,17	2	7,33	7,17	2	7,38
8,02	1	8,16	8,02	2	8,21
8,59	2	9,15	8,59	2	9,20
11,02	3	11,10	11,02	1	11,15
11,57	1	12,10	11,57	2	12,15
13,00	3	13,10	13,00	1	13,15
14,02	3	14,10	14,02	1	14,15
15,03	2	15,19	15,03	2	15,24
16,02	2	16,23	16,02	1	16,14
17,02	2	17,21	17,02	3	17,11
18,02	3	18,10	18,02	1	18,15
19,02	3	19,10	19,02	1	19,15
20,04	2	20,25	20,04	1	20,15
21,02	3	21,12	21,02	1	21,17
22,02	1	22,13	22,02	2	22,18
24,02	5		24,02	5	

3.10 Upoštevanje slučajnosti potovalnih časov pri določitvi prestopov

Kot rečeno sem predpostavil lognormalno porazdelitev potovalnih časov avtobusov. Omenil sem tudi, da se ocenjena lognormalna porazdelitev ne razlikuje bistveno od normalne z enako pričakovano vrednostjo in standardnim odklonom. To bom upošteval pri generaciji slučajnih vrednosti potovalnih časov. Spomnim se, da je prihod avtobusa na izbrano postajališče dobljen kot vsota časa odhoda z začetne postaje in ustreznega potovalnega časa:

$$A(i) = D_0(i) + t(i) \quad \text{za vse } i = 1,2,...,|A|$$

Slučajno vrednost potovalnega časa $t_j(i)$ generiram po polarni metodi (Turk, 2010). V ta namen potrebujem dve neodvisni enakomerno porazdeljeni slučajni spremenljivki na intervalu (0,1) U_1 in U_2 . Potem je:

$$t_j = E(t) + x_j S.O.(t)$$

$$x_j = \sqrt{-2\ln u_{1j}}\,\sin(2\pi \times u_{2j}) \qquad (34)$$

Prihod avtobusa na izbrano postajališče je potem:

$$A(i) = D_0(i) + E(t) + x_j S.O.(t) \quad \text{za vse } i = 1,2,\ldots,|A|$$

$D_0(i) + E(t)$ so vrednosti, ki so že določene v stolpcih prihodov busov (*Priloga B*). Členom teh stolpcev torej prištejem ali odštejem (odvisno od predznaka x_j) generiran delež standardnega odklona. Za standardni odklon je vzeta večja vrednost izmed ocenjenih standardnih odklonov za konico in nekonico (poenostavitev), to je ponavadi standardni odklon za konico. Vsakemu pričakovanemu prihodu avtobusa na izbrano postajališče pa seveda posebej pripišem vrednosti slučajnih spremenljivk U_1 in U_2 . Za prihode in odhode vlakov vzamem standardni odklon 0 (ne upoštevam slučajnosti).
Ukazni niz, ki ga vnesem v orodje *FreeMat* za določitev prestopov v povezavi ob upoštevanju slučajnosti potovalnih časov, je podan v prilogi.

Podajam prestope v povezavi $(ZMp, 25V)$ ob upoštevanju slučajnosti.

Preglednica 42: Primerjava prestopov za $c = (ZMp,25V) \in C_{vlak-bus}$ - Primer2 – upoštevanje slučajnosti

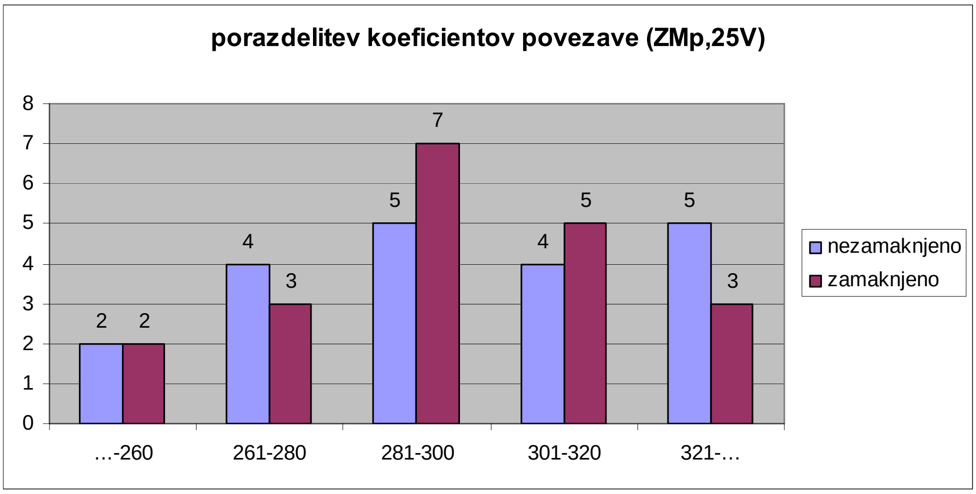
Nezamaknjeno			**Zamaknjeno (25:+3)**			**Nezamak.-psevdoslučajno**			**Zamak.(25:+3)-psevdoslučajno**		
prihod		**odhod**	**prihod**		**odhod**	**prihod**		**odhod**	**prihod**		**odhod**
5,32	4	5,35	5,32	3	5,38	5,32	2	5,53	5,32	5	
6,06	1	6,20	6,06	2	6,23	6,06	1	6,18	6,06	1	6,21
6,30	3	6,40	6,30	1	6,43	6,30	3	6,38	6,30	1	6,41
6,44	1	6,55	6,44	1	6,58	6,44	1	6,58	6,44	2	7,01
6,56	2	7,15	6,56	4	6,58	6,56	2	7,12	6,56	2	7,15
7,13	2	7,30	7,13	2	7,33	7,13	1	7,24	7,13	1	7,27
7,17	1	7,30	7,17	2	7,33	7,17	3	7,24	7,17	3	7,27
8,02	2	8,20	8,02	2	8,23	8,02	2	8,18	8,02	2	8,21
8,59	1	9,10	8,59	1	9,13	8,59	1	9,13	8,59	2	9,16
11,02	5		11,02	5		11,02	5		11,02	5	
11,57	4	12,00	11,57	3	12,03	11,57	5		11,57	4	12,00
13,00	3	13,10	13,00	1	13,13	13,00	3	13,10	13,00	1	13,13
14,02	4	14,05	14,02	3	14,08	14,02	2	14,23	14,02	3	14,11
15,03	1	15,15	15,03	1	15,18	15,03	1	15,14	15,03	1	15,17
16,02	5		16,02	5		16,02	5		16,02	5	
17,02	3	17,10	17,02	1	17,13	17,02	4	17,04	17,02	4	17,07
18,02	4	18,05	18,02	3	18,08	18,02	4	18,07	18,02	3	18,10
19,02	2	19,20	19,02	2	19,23	19,02	5		19,02	5	
20,04	5		20,04	5		20,04	5		20,04	5	
21,02	3	21,10	21,02	1	21,13	21,02	4	21,06	21,02	3	21,09
22,02	5		22,02	5		22,02	5		22,02	5	
24,02	5		24,02	5		24,02	5		24,02	5	

Zanimivo bi bilo pogledati, kako se kvaliteta povezave spreminja, če večkrat zaženem postopek s psevdoslučajnim potovalnim časom. Kvaliteto povezave opisuje koeficient Z_c. Za zgoraj prikazano povezavo $(ZMp,25V)$ so, po tem ko postopek zaženem dvajsetkrat za zamaknjeno in nezamaknjeno stanje, dobljeni koeficienti:

Preglednica 43: Vzorec koeficientov povezave $(ZMp, 25V)$

Zamiki	(0, 0)	(0, 3)
***Zc*[*t*=*E*(*t*)]**	305	251
***Zc*(*tj*)**	300	298
	263	277
	295	297
	267	326
	334	310
	269	264
	244	303
	345	282
	346	251
	309	298
	264	320
	344	266
	284	282
	292	300
	343	310
	293	244
	304	348
	307	288
	318	344
	236	313
Povprečje	297,85	296,05
S.O.	33,87325	27,82365
Mediana	297,5	298

Oziroma, prikazano s histogramom:



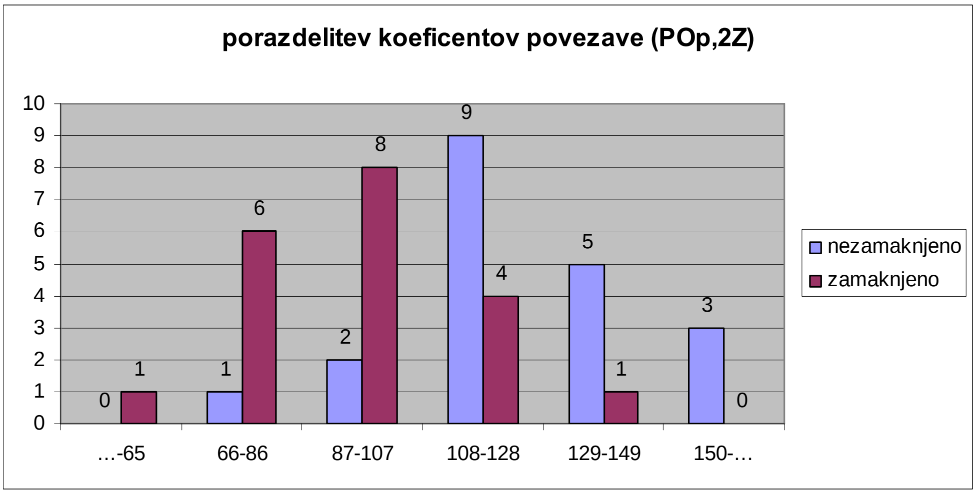
Slika 14: Porazdelitev koeficientov povezave $(ZMp, 25V)$

Dobljeni porazdelitvi sta presenetljivi, saj vidim, da je občutna izboljšava, ki jo dobim, če upoštevam pričakovane potovalne čase, izničena, če upoštevam nestanovitnost potovalnih časov. Razlog temu je lahko tudi to, da je prirejeni zamik treh minut občutno manjši od ocenjenega standardnega odklona potovalnega časa od končne postaje (Medvode) do postajališča Kolodvor, ki je enak 4,035 min. To po mojem mnenju rahlja upravičenost iskanja zamikov na minuto natančno, kot sem storil v Primeru 2.

Pa pogledam še en primer, kjer je prirejeni zamik večji od standardnega odklona potovalnega časa, npr. povezava $(POp,2Z)$, kjer je zamik +4, standardni odklon potovalnega časa od Zelene jame do Kolodvora pa 1,969.

Preglednica 44: Vzorec koeficientov povezave $(POp,2Z)$

Zamiki	**(0, 0)**	**(0, 4)**
***Zc*[*t*=*E*(*t*)]**	142	92
***Zc*(*tj*)**	117	109
	116	40
	112	76
	151	118
	120	144
	126	75
	144	104
	143	92
	117	75
	87	92
	138	84
	82	121
	91	84
	124	102
	120	92
	143	95
	162	109
	128	100
	138	67
	163	92
Povprečje	126,1	93,55
S.O.	22,5946	22,19406
Mediana	125	92



Slika 15: Porazdelitev koeficientov povezave $(POp,2Z)$

V tem primeru je izboljšava opazna, tudi če upoštevam spremenljivost potovalnih časov.

Prikazano me napeljuje k oceni, da je vendarle bolje izbrati možne zamike za linijo glede na razpršenost potovalnih časov, kar sem storil v Primeru 1.

Naslednji korak bi bil primerjati minimalno vrednost namenske funkcije, dobljeno s koeficienti, določenimi z upoštevanjem srednje vrednosti potovalnih časov in vrednost namenske funkcije pri tako dobljenih zamikih z upoštevanjem srednje vrednosti koeficientov posameznih povezav. Zapisano s simboli:

primerjati: $\min F(Z_c(\bar{t})) = F(Z_c(\bar{t}))(S_l^{opt})$ in $F(\overline{Z}_c)(S_l^{opt})$

Prvo vrednost sem določil (to je bil tudi cilj te naloge), drugo vrednost dobim tako, da seštejem srednje vrednosti koeficientov:

$$F(\overline{Z}_c)(S_l^{opt}) = \sum_{c \in C} \overline{Z}_c(k_{opt}, l_{opt})$$

Pri izračunu $\overline{Z}_c$ si lahko pomagam z ukaznim nizom, podanim v *Prilogi F*. Zaradi obsežnosti izračuna (242 povezav – 242-krat je potrebno zagnati postopek iz *Priloge F*) naj ostane le pri ideji.

3.11 O konveksnosti problema

Optimizacijski problem je konveksen, če je namenska funkcija konveksna (ko se išče minimum) in območje možnih rešitev konveksno.

Optimizacijski problem:

$$\min \sum_{c \in C} \sum_{i=1}^{|S_{Ac}|} \sum_{j=1}^{|S_{Dc}|} Z_c(i,j) x_{Aci} x_{Dcj} \,, \tag{10}$$

$$\sum_{i=1}^{|S_l|} x_{li} = 1 \quad \text{za vse } l \in L \cup \check{Z}p \cup \check{Z}o$$

$$x_l \in \{0,1\}^{|S_l|} \tag{9}$$

Binarni pogoj za spremenljivke očitno kvari konveksnost območja, zato ta pogoj tu odmislim (pri reševanju ga moram sprostiti, če uporabljam klasične postopke, npr. kvazi-Newtonov za nelinearni problem, simpleks za linearni).

Pogoj enoličnosti zamikov:

$$\sum_{i=1}^{|S_l|} x_{li} = 1 \quad \text{za vse } l \in L \cup \check{Z}p \cup \check{Z}o$$

sestavljajo enačbe in je torej območje, ki jim zadosti, konveksno.

Pogoj konveksnosti skalarne funkcije v dani točki se izraža z matriko drugih odvodov *H*.

V mojem primeru je matrika drugih odvodov matrika konstant (kvadratna namenska funkcija), torej je v vsaki točki ista.

$$H = \left[\frac{\partial^2 F}{\partial x_i \partial x_j} \right] = \left[konst_{ij} \right]$$

Funkcija je konveksna v dani točki, če je v tej točki matrika H pozitivno definitna:

$z^T Hz > 0$ za poljuben $z \neq \vec{0}$.

Pozitivno definitnost matrike H se lahko preveri s poddeterminantami $|H_i|$:

$$|H_1| = |h_{11}| > 0\,,\ |H_2| = \begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{vmatrix} > 0\,,\ |H_3| = \begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{vmatrix} > 0\,,\ \ldots$$

Funkcija F je konveksna na območju, če za vsako točko območja velja pozitivna semi-definitnost (nenegativna definitnost) matrike H:

$z^T Hz \geq 0$ za poljuben $z \neq \vec{0}$.

Velja omeniti, da nenegativnost poddeterminant ne pomeni nujno nenegativne definitnosti matrike. Primer:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$|A_1| = 0\,,\ |A_2| = 0\,,\ |A_3| = 0$$

$$z^T Az = \begin{bmatrix} z_1 & z_2 & z_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = 2(z_1 z_3 + z_2 z_3)$$, kar je lahko tudi negativno.

Ker je v mojem primeru matrika drugih odvodov enaka v vseh točkah, ena preverba definitnosti zadostuje za celo območje. Matrika drugih odvodov ima v mojem primeru naslednjo obliko:

$$H = \begin{bmatrix} [0] & [+] & \dots & \dots & [+] \\ [+] & [0] & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & [0] & [+] \\ [+] & \dots & \dots & [+] & [0] \end{bmatrix}$$

Diagonalni bloki ničel ustrezajo odvodom po parih spremenljivk, ki pripadajo isti liniji. Hitro vidim, da je prvih nekaj poddeterminant enakih nič, kar pomeni, da matrika zagotovo ni pozitivno definitna. Da bi ugotovil, kako je z nenegativno definitnostjo si ogledam zmanjšan primer, kjer v obzir vzamem bus liniji 25 (možna zamika -5(bin. spr. x_{25}^1) ter 0(x_{25}^2)) in 8 (možna zamika -4(x_8^1) ter 0(x_8^2)). Namenska funkcija je potem:

$$F = 1156 x_8^1 x_{25}^1 + 1116 x_8^1 x_{25}^2 + 1187 x_8^2 x_{25}^1 + 1157 x_8^2 x_{25}^2 + 11678 x_8^1 + 11952 x_8^2 + 8121 x_{25}^1 + 7966 x_{25}^2$$

Matrika drugih odvodov je:

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1156 & 1116 \\ 0 & 0 & 1187 & 1157 \\ 1156 & 1187 & 0 & 0 \\ 1116 & 1157 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Skalarni produkt za preverbo definitnosti je:

$$z^T Hz = \begin{bmatrix} z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1156 & 1116 \\ 0 & 0 & 1187 & 1157 \\ 1156 & 1187 & 0 & 0 \\ 1116 & 1157 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} =$$

$$= 2312 z_1 z_3 + 2232 z_1 z_4 + 2374 z_2 z_3 + 2314 z_2 z_4$$

Zgornji izraz je lahko tudi negativen, kar pomeni, da matrika drugih odvodov ni pozitivno semi-definitna in namenska funkcija zmanjšanega problema ni konveksna (matrika H je očitno nedefinitna – namenska funkcija ni v nobeni točki ne konveksna ne konkavna). Dovolim si sklepati, da tudi namenska funkcija večjega problema (ki ima isto obliko, le več spremenljivk) potem ni konveksna. Iz tega sledi, da lokalni minimum ni nujno tudi globalni minimum. Pravzaprav namenska funkcija sama niti nima lokalnega minimuma ali maksimuma, temveč je stacionarna točka sedlo.

3.12 Na kratko o linearizaciji problema

Če uvedem spremenljivke

$$y_{cij} = x_{Aci} x_{Dcj} \quad \text{za vse } c \in C_{bus-bus}$$

lahko problem definiram kot linearni program:

$$\min \sum_{c \in Cbus-bus} \sum_{i=1}^{|S_{Ac}|} \sum_{j=1}^{|S_{Dc}|} Z_c(i,j) y_{cij} + \sum_{c \in Cvlak-bus} \sum_{j=1}^{|S_{Dc}|} Z_c(1,j) x_{Dcj} + \sum_{c \in Cbus-vlak} \sum_{i=1}^{|S_{Ac}|} Z_c(i,1) x_{Aci}$$

pri čemer:

$$x_{Aci} + x_{Dcj} - y_{cij} \le 1$$

$$\sum_{i=1}^{|S_l|} x_{li} = 1 \quad \text{za vse } l \in L$$

$$x_{Aci}, x_{Dcj}, y_{cij} \in \{0,1\}$$

Linearne neenačbe $x_{Aci} + x_{Dcj} - y_{cij} \leq 1$ so enakovredne zgornjim kvadratnim zvezam med spremenljivkami, saj so vse spremenljivke binarne. V splošnem bi moral dodati še neenačbe $-x_{Aci} - x_{Dcj} + 2y_{cij} \leq 0$, da bi striktno opisal kvadratno zvezo, vendar je ta omejitev nepotrebna, saj so vsi koeficienti pri namenski funkciji nenegativni in pri minimizaciji vse spremenljivke težijo k nič.

Prednost linearizacije je ta, da obstaja zanesljiva metoda za reševanje problemov linearnega programiranja (simpleks), ki nas pripelje do globalnega ekstrema.
Slabost je ta, da dobim poleg 88-ih spremenljivk x_{li} še 5082 spremenljivk y_{cij} (in ravno toliko omejitev), zaradi česar je problem nerešljiv v Excelovem Reševalcu. Avtorja članka sta uporabila orodje *ILOG Cplex* za reševanje lineariziranega problema.

Reševanje lineariziranega problema s simpleks algoritmom skušam ponazoriti na reduciranem primeru1, kjer vzamem izmed bus linij v poštev samo liniji 11 in 25. Število binarnih spremenljivk je tako $2 \times 3 + 2 \times 3^2 = 24$. Zavoljo rutine bom namensko funkcijo pomnožil z minus ena, tako da bom iskal maksimum. Linearni program je potem definiran kot:

max:

$$\begin{aligned}
z = \\
&-12651x_1^{(11)} - 12652x_2^{(11)} - 12773x_3^{(11)} - 8121x_1^{(25)} - 7966x_2^{(25)} - 7836x_3^{(25)} - \\
&-2118y_{1,1}^{(11,25)} - 2193y_{1,2}^{(11,25)} - 2158y_{1,3}^{(11,25)} - 2153y_{2,1}^{(11,25)} - 2118y_{2,2}^{(11,25)} - 2193y_{2,3}^{(11,25)} - \\
&-2193y_{3,1}^{(11,25)} - 2153y_{3,2}^{(11,25)} - 2118y_{3,3}^{(11,25)} - 586y_{1,1}^{(25,11)} - 616y_{1,2}^{(25,11)} - 681y_{1,3}^{(25,11)} - \\
&-644y_{2,1}^{(25,11)} - 586y_{2,2}^{(25,11)} - 616y_{2,3}^{(25,11)} - 665y_{3,1}^{(25,11)} - 644y_{3,2}^{(25,11)} - 586y_{3,3}^{(25,11)}
\end{aligned}$$

vse spremenljivke binarne

omejitve:

$x_1^{(11)} + x_1^{(25)} - y_{1,1}^{(25,11)} \leq 1$

$x_2^{(11)} + x_1^{(25)} - y_{1,2}^{(25,11)} \leq 1$

$x_3^{(11)} + x_1^{(25)} - y_{1,3}^{(25,11)} \leq 1$

$x_1^{(11)} + x_2^{(25)} - y_{2,1}^{(25,11)} \leq 1$

$x_2^{(11)} + x_2^{(25)} - y_{2,2}^{(25,11)} \leq 1$

$x_3^{(11)} + x_2^{(25)} - y_{2,3}^{(25,11)} \leq 1$

$x_1^{(11)} + x_3^{(25)} - y_{3,1}^{(25,11)} \leq 1$

$x_2^{(11)} + x_3^{(25)} - y_{3,2}^{(25,11)} \leq 1$

$x_3^{(11)} + x_3^{(25)} - y_{3,3}^{(25,11)} \leq 1$

$x_1^{(11)} + x_1^{(25)} - y_{1,1}^{(11,25)} \leq 1$

$x_1^{(11)} + x_2^{(25)} - y_{1,2}^{(11,25)} \leq 1$

$x_1^{(11)} + x_3^{(25)} - y_{1,3}^{(11,25)} \leq 1$

$x_2^{(11)} + x_1^{(25)} - y_{2,1}^{(11,25)} \leq 1$

$x_2^{(11)} + x_2^{(25)} - y_{2,2}^{(11,25)} \leq 1$

$x_2^{(11)} + x_3^{(25)} - y_{2,3}^{(11,25)} \leq 1$

$x_3^{(11)} + x_1^{(25)} - y_{3,1}^{(11,25)} \leq 1$

$x_3^{(11)} + x_2^{(25)} - y_{3,2}^{(11,25)} \leq 1$

$x_3^{(11)} + x_3^{(25)} - y_{3,3}^{(11,25)} \leq 1$

$x_1^{(11)} + x_2^{(11)} + x_3^{(11)} = 1$

$x_1^{(25)} + x_2^{(25)} + x_3^{(25)} = 1$

V neenačbe dodam dopolnilne spremenljivke, ki so ravno tako binarne, in jih spremenim v enačbe. V zadnji enačbi dodam umetni spremenljivki, da lahko takoj vidim začetno bazo. Sistem omejitvenih enačb je torej:

$x_1^{(11)} + x_1^{(25)} - y_{1,1}^{(25,11)} + x_{d1} = 1$

$x_2^{(11)} + x_1^{(25)} - y_{1,2}^{(25,11)} + x_{d2} = 1$

$x_3^{(11)} + x_1^{(25)} - y_{1,3}^{(25,11)} + x_{d3} = 1$

$x_1^{(11)} + x_2^{(25)} - y_{2,1}^{(25,11)} + x_{d4} = 1$

$x_2^{(11)} + x_2^{(25)} - y_{2,2}^{(25,11)} + x_{d5} = 1$

$x_3^{(11)} + x_2^{(25)} - y_{2,3}^{(25,11)} + x_{d6} = 1$

$x_1^{(11)} + x_3^{(25)} - y_{3,1}^{(25,11)} + x_{d7} = 1$

$x_2^{(11)} + x_3^{(25)} - y_{3,2}^{(25,11)} + x_{d8} = 1$

$x_3^{(11)} + x_3^{(25)} - y_{3,3}^{(25,11)} + x_{d9} = 1$

$x_1^{(11)} + x_1^{(25)} - y_{1,1}^{(11,25)} + x_{d10} = 1$

$x_1^{(11)} + x_2^{(25)} - y_{1,2}^{(11,25)} + x_{d11} = 1$

$x_1^{(11)} + x_3^{(25)} - y_{1,3}^{(11,25)} + x_{d12} = 1$

$x_2^{(11)} + x_1^{(25)} - y_{2,1}^{(11,25)} + x_{d13} = 1$

$x_2^{(11)} + x_2^{(25)} - y_{2,2}^{(11,25)} + x_{d14} = 1$

$x_2^{(11)} + x_3^{(25)} - y_{2,3}^{(11,25)} + x_{d15} = 1$

$x_3^{(11)} + x_1^{(25)} - y_{3,1}^{(11,25)} + x_{d16} = 1$

$x_3^{(11)} + x_2^{(25)} - y_{3,2}^{(11,25)} + x_{d17} = 1$

$x_3^{(11)} + x_3^{(25)} - y_{3,3}^{(11,25)} + x_{d18} = 1$

$x_1^{(11)} + x_2^{(11)} + x_3^{(11)} + a_1 = 1$

$x_1^{(25)} + x_2^{(25)} + x_3^{(25)} + a_2 = 1$

Binarnim dopolnilnim spremenljivkam v namenski funkciji pripišem koeficiente 0, tako da ne vplivajo na njeno vrednost. Po drugi strani moram umetnim spremenljivkam v namenski funkciji pripisati neke zelo negativne koeficiente (npr. -100000), da bosta umetni spremenljivki na koncu nič.

S simpleks algoritmom rešujem linearni program brez binarnega (celoštevilčnega) pogoja. Takemu programu se reče LP sprostitev (linear programming relaxation, LP relaxation, LPR). Za celoštevilčno rešitev max linearnega programa (x_{ILP}) velja:

$$z(x_{ILP}) \leq z(x_{LPR})$$

Tudi sicer, če linearnemu programu dodam omejitev, nova rešitev ne more biti boljša.
Če poznam neko binarno rešitev linearnega programa, to pomeni, da lahko iz problema izločim vsa območja možnih rešitev (območja, dobljena z dodatnimi omejitvami), kjer je splošna rešitev linearnega programa slabša od dobljene binarne. Na tem pristopu temelji tehnika *branch and bound*.

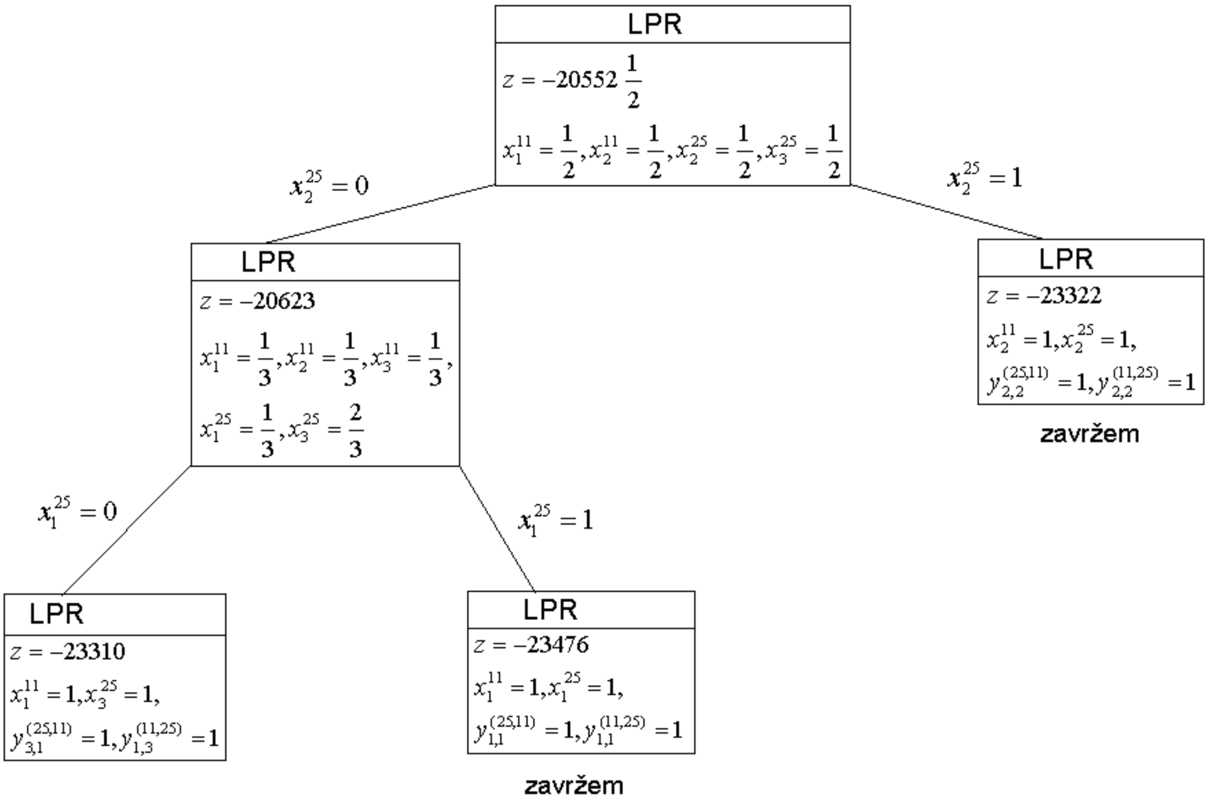
Rešitev začetne LP sprostitve je:

$$z = -20552\frac{1}{2}$$

$$x_1^{11} = \frac{1}{2}, x_2^{11} = \frac{1}{2}, x_2^{25} = \frac{1}{2}, x_3^{25} = \frac{1}{2}$$

ostale spremenljivke 0.

Območje možnih rešitev najprej »režem« na spremenljivki x_2^{25} in nadaljujem kot prikazuje drevo. Ko v drugem koraku režem na x_1^{25}, dobim celoštevilčno rešitev na območju $x_1^{25} = 0$. Ker je ta rešitev boljša od rešitev vseh aktivnih sprostitev, lahko območja teh sprostitev završem. Celoštevilčna rešitev na območju $x_1^{25} = 0$ je torej optimalna. Če na tem območju nadalje režem, ne morem dobiti boljše rešitve.



Slika 16: *Branch and bound* drevo

4 ZAKLJUČEK

Model, ki sta ga postavila in preizkusila na sistemu javnega potniškega prometa v Kaiserslauternu Schröder in Solchenbach (2006), sem skušal uporabiti na domačem primeru. Potek izračuna koeficientov kriterialne funkcije sem določil glede na lastne računalniške veščine, a vendarle ohranil izvirno definicijo. Izvedbo optimizacije sem si zamislil tako, da je lahko izvedljiva s splošno razširjenim orodjem Excel – bodisi z vgrajenim orodjem Reševalec ali z, kot se izkaže, bolj učinkovitim *zaporednim določanjem zamikov*.

Prednost izvedenega načina postavitve problema je ta, da lahko ročno nameščam zamike v Excelu in gledam odziv namenske funkcije in števila prestopov posamezne kategorije. Med povezavami, za katere sem določil matrike koeficientov in števila prestopov posamezne kategorije, lahko izberem le tiste, ki me zanimajo (lahko tudi eno samo, konec koncev, kar je čisto praktičen primer).

Slabost moje postavitve je ta, da sem vezan na vrednosti parametrov, ki si jih izberem na začetku. Spreminjanje njih je nemogoče po tem, ko izračunam matrike koeficientov in števila prestopov. Prav tako ne morem naknadno vnesti morebitne spremembe v voznem redu določene linije (npr. nov vnos v voznem redu ali zamik znotraj voznega reda). Tudi tu sem torej vezan na podatke, dobljene pred postavitvijo problema.

Iz omenjenega si dovolim sklepati, da je postavitev izračuna, podana v poglavju 3.8.2 ustrezna, kar manjka, je navezava (sklic) matrik koeficientov in števila prestopov na vhodne podatke (parametri in vozni redi), ki bi spremenila matrike ob spremembi vhodnih podatkov.

Pri reševanju optimizacijskega problema se mi zdi vredno omeniti, da z dokaj primitivnim načinom iskanja (zaporedno določanje zamikov oz. iskanje v smeri koordinatnih osi) dosežem enako dober rezultat, kot ga doseže Reševalec. Če primerjam minimizacijo v mojem primeru s tisto v članku avtorjev, pa vidim da je v njunem primeru ta večja za cca. 2% (odvisno od obsežnosti primera). To lahko pomeni, da sem bil manj uspešen pri iskanju minimuma (avtorja sta reševala linearizirane probleme, kar ju je zanesljivo privedlo do globalnih ekstremov), lahko pa je temu razlog to, da izvirni primeri pač puščajo več prostora za optimizacijo (nekoliko večji intervali voznih redov avtobusov).

Pri primerjavi nezamaknjenega in zamaknjenega stanja na nivoju posamezne povezave vidim, da so morebitne izboljšave nestanovitne, če upoštevam spremenljivost potovalnih časov avtobusov. To še posebej velja za tiste povezave, kjer je zamik bus linij majhen v primerjavi s standardnim odklonom potovalnega časa. Zato mislim, da selektivni izbor možnih zamikov bus linij (kot v Primeru 1) ne pomeni samo zmanjšanja obsežnosti problema, ampak tudi vodi k bolj zanesljivim rezultatom.

VIRI

Burkard, R., Çela, E., Pardalos, P., Pitsoulis, L. The Quadratic Assignment Problem. http://www.opt.math.tu-graz.ac.at/~cela/papers/qap_bericht.pdf (7.2.2011).

El Faouzi, N., Maurin, M. Reliability of Travel Time under Log-Normal Distribution: Methodological Issues and Path Travel Time Confidence Derivation. 86th Transportation Research Board Annual Meeting. Washington D.C., 21.-25. januar 2007. http://www.inrets.fr/ur/lte/publications/publications-pdf/Maurin-publi/EL-FAOUZI-MAURIN-FINAL.pdf

Pine, R., Niemeyer, J., Chisholm, R. 1998. Transit Scheduling: Basic and Advanced Manuals. Transit Cooperative Research Program Report 30, Transportation Research Board. Washington D.C., National Academy Press: 252 str.

Schröder, M., Solchenbach, I. 2006. Optimization of Transfer Quality in Regional Public Transit. Fraunhofer-Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik. Bericht 84. http://kluedo.ub.uni-kl.de/volltexte/2006/1923/pdf/bericht84.pdf

Shrivastava, P., O´Mahony, M. 2007. Design of Feeder Route Network Using Combined Genetic Algorithm and Specialized Repair Heuristic. Journal of Public Transportation 10, 2: 109-133

Turk, G. 2010. Verjetnostni račun in statistika, delovna različica učbenika. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. http://km.fgg.uni-lj.si/PREDMETI/sei/vrs.pdf

Žura, M. 2008. Matematično programiranje. Študijsko gradivo: Linearno programiranje. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 66 str.

Žura, M. 2008. Matematično programiranje. Študijsko gradivo: Nelinearno programiranje. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 28 str.

PRILOGE

PRILOGA A: Stolpci prihodov in odhodov vlakov

STOLPCI PRIHODOV IZ SMERI				
Zidani most	Grosuplje	Postojna	Kranj	Kamnik
5,32	5,31	5,42	5,45	6,05
6,06	6,06	6,33	6,14	6,35
6,30	6,50	7,05	6,43	7,37
6,44	7,07	8,05	7,05	8,34
6,56	7,31	9,08	7,20	9,00
7,13	8,08	11,13	7,44	11,04
7,17	8,30	12,40	8,07	12,04
8,02	9,25	15,28	8,47	13,04
8,59	10,47	16,15	12,20	14,04
11,02	12,33	18,45	13,51	15,04
11,57	13,37	19,22	15,20	16,04
13,00	15,08	20,17	15,31	17,07
14,02	16,16	21,49	16,50	18,04
15,03	17,50		19,15	19,04
16,02	19,44		20,20	20,04
17,02	20,30		21,32	21,04
18,02	23,19			22,00
19,02				
20,04				
21,02				
22,02				
24,02				

STOLPCI ODHODOV V SMERI				
Zidani most	Grosuplje	Postojna	Kranj	Kamnik
4,50	4,35	4,27	4,45	5,40
5,50	6,33	5,53	6,10	6,43
6,50	9,30	7,00	6,47	9,15
7,40	10,58	8,08	8,20	10,15
8,53	11,38	10,42	9,45	11,15
9,50	12,02	12,10	12,34	12,15
10,50	12,35	13,20	12,50	13,15
11,50	13,22	14,33	13,32	14,15
12,50	14,10	15,40	13,52	15,15
13,45	14,38	16,09	14,45	16,15
13,50	15,16	16,53	15,25	16,45
14,20	15,45	18,54	15,47	17,15
14,50	16,27	19,40	16,18	18,15
15,20	16,50	20,40	17,17	19,15
15,30	17,20	22,26	17,50	20,15
15,45	18,50		18,55	
16,25	19,28		20,25	
16,55	20,55			
17,50				
18,55				
19,50				
20,50				
21,55				
22,25				

PRILOGA B: Stolpci prihodov avtobusov

2				8	
Iz Novih Jarš		**Iz Zelene jame**		**Iz Gameljn**	**Z Brnčičeve**
Bav. dvor	Kolodvor	Kolodvor	Bav. dvor	Bav. dvor	Bav. dvor
3,41	3,45	3,29	3,32	5,31	5,24
4,21	4,25	4,09	4,12	5,56	5,39
5,01	5,05	4,49	4,52	6,21	5,54
5,21	5,25	5,11	5,14	6,36	6,09
5,36	5,40	5,26	5,29	6,51	6,24
5,51	5,55	5,41	5,44	7,04	6,39
6,06	6,10	5,56	5,59	7,20	6,59
6,21	6,25	6,11	6,14	7,28	7,13
6,36	6,40	6,26	6,29	7,36	7,25
6,51	6,55	6,44	6,50	7,44	7,37
7,16	7,21	6,56	7,02	7,52	7,49
7,28	7,33	7,08	7,14	8,02	8,01
7,40	7,45	7,20	7,26	8,12	8,13
7,51	7,56	7,32	7,38	8,27	8,25
8,01	8,06	7,44	7,50	8,42	8,37
8,11	8,16	7,56	8,02	8,57	8,49
8,22	8,27	8,08	8,14	9,12	9,02
8,34	8,39	8,20	8,26	9,21	9,11
8,46	8,51	8,32	8,38	9,36	9,26
8,58	9,03	8,44	8,50	9,51	9,41
9,10	9,15	8,53	8,56	10,06	9,56
9,22	9,27	9,05	9,08	10,21	10,11
9,24	9,28	9,18	9,21	10,36	10,26
9,36	9,40	9,33	9,36	10,51	10,41
9,51	9,55	9,48	9,51	11,06	10,56
10,06	10,10	10,03	10,06	11,21	11,11
10,21	10,25	10,18	10,21	11,36	11,26
10,36	10,40	10,33	10,36	11,51	11,41
10,51	10,55	10,48	10,51	12,06	11,56
11,06	11,10	11,03	11,06	12,20	12,11
11,21	11,25	11,18	11,21	12,34	12,26
11,36	11,40	11,33	11,36	12,48	12,41
11,51	11,55	11,48	11,51	13,02	12,56
12,06	12,10	12,03	12,06	13,16	13,11
12,21	12,25	12,18	12,21	13,30	13,25
12,36	12,40	12,33	12,36	13,44	13,39
12,51	12,55	12,48	12,51	13,58	13,53
13,06	13,10	13,03	13,06	14,12	14,07
13,21	13,25	13,18	13,21	14,26	14,21
13,36	13,40	13,33	13,36	14,40	14,35
13,51	13,55	13,47	13,50	14,54	14,49
14,06	14,10	14,01	14,04	15,08	15,02
14,21	14,25	14,15	14,18	15,20	15,14
14,36	14,40	14,27	14,30	15,32	15,31
14,49	14,53	14,39	14,42	15,50	15,43
15,02	15,06	14,51	14,54	16,02	15,55

2				8	
Iz Novih Jarš		**Iz Zelene jame**		**Iz Gameljn**	**Z Brnčičeve**
Bav. dvor	Kolodvor	Kolodvor	Bav. dvor	Bav. dvor	Bav. dvor
15,15	15,19	15,03	15,06	16,14	16,07
15,28	15,32	15,18	15,24	16,26	16,19
15,50	15,55	15,30	15,36	16,38	16,33
16,04	16,09	15,42	15,48	16,50	16,47
16,18	16,23	15,54	16,00	17,02	17,01
16,32	16,37	16,09	16,15	17,16	17,16
16,46	16,51	16,24	16,30	17,30	17,31
17,01	17,06	16,39	16,45	17,44	17,41
17,16	17,21	16,54	17,00	17,52	17,56
17,31	17,36	17,09	17,15	18,06	18,11
17,46	17,51	17,24	17,30	18,21	18,26
18,01	18,06	17,36	17,39	18,36	18,41
18,06	18,10	17,51	17,54	18,51	18,56
18,21	18,25	18,06	18,09	19,06	19,11
18,36	18,40	18,21	18,24	19,21	19,26
18,51	18,55	18,36	18,39	19,36	19,41
19,06	19,10	18,51	18,54	19,52	19,57
19,21	19,25	19,07	19,10	20,10	20,13
19,36	19,40	19,23	19,26	20,28	20,29
19,51	19,55	19,39	19,42	20,46	20,45
20,06	20,10	19,55	19,58	21,04	21,01
20,21	20,25	20,11	20,14	21,24	21,21
20,36	20,40	20,27	20,30	21,44	21,41
20,52	20,56	20,43	20,46	22,04	22,01
21,08	21,12	20,59	21,02		22,29
21,24	21,28	21,14	21,17		22,44
21,34	21,38	21,29	21,32		
21,54	21,58	21,44	21,47		
22,09	22,13	21,59	22,02		
22,24	22,28	22,14	22,17		
22,39	22,43	22,29	22,32		
23,09	23,13	22,59	23,02		
23,49	23,53	23,39	23,42		
24,29	24,33	24,19	24,22		

11		12	
Z Ježice	**Iz Zaloga**	**Z Bežigrada**	**Z Vevč**
Bav. dvor	Bav. dvor	Kolodvor	Kolodvor
4,10	5,39	4,40	5,30
4,50	5,54	5,03	5,52
5,10	6,09	5,18	6,07
5,28	6,24	5,44	6,32
5,43	6,36	6,09	6,47
5,58	6,48	6,37	7,07
6,13	6,59	7,02	7,37
6,27	7,09	7,27	8,02
6,42	7,32	8,02	8,32
6,56	7,40	8,32	9,02
7,08	7,48	8,58	9,27
7,20	7,55	9,43	10,07
7,32	8,02	10,23	10,42
7,44	8,09	10,58	11,27
7,56	8,17	11,48	12,07
8,08	8,27	12,28	12,47
8,20	8,39	13,03	13,27
8,32	8,51	13,33	13,57
8,44	9,03	13,53	14,32
8,55	9,15	14,23	14,52
9,07	9,29	14,48	15,22
9,19	9,31	15,16	15,57
9,31	9,46	15,46	16,22
9,45	10,01	16,21	16,52
10,00	10,16	16,51	17,27
10,15	10,31	17,21	17,52
10,30	10,46	17,58	18,17
10,45	11,01	18,38	18,52
11,00	11,16	19,08	19,32
11,15	11,31	19,48	20,07
11,30	11,46	20,28	20,42
11,45	12,01	21,13	21,22
11,60	12,16	21,38	22,02
12,15	12,31	22,23	22,32
12,30	12,46		23,17
12,45	13,01		
12,58	13,16		
13,10	13,31		
13,22	13,46		
13,34	13,60		
13,46	14,14		

11	
Z Ježice	**Iz Zaloga**
Bav. dvor	Bav. dvor
13,58	14,28
14,10	14,42
14,22	14,56
14,34	15,10
14,46	15,24
14,58	15,36
15,10	15,59
15,22	16,09
15,33	16,21
15,43	16,34
15,53	16,47
16,03	17,00
16,13	17,13
16,24	17,26
16,35	17,39
16,46	17,53
16,58	18,07
17,10	18,08
17,22	18,22
17,35	18,36
17,49	18,50
18,03	19,04
18,17	19,18
18,31	19,32
18,45	19,46
18,59	19,60
19,13	20,14
19,27	20,29
19,41	20,44
19,55	20,59
20,10	21,14
20,25	
20,40	
20,55	
21,20	
21,45	
22,20	
23,00	
23,40	
24,20	

13	**19**	
Iz Sostra	**Z Barja**	**Iz Tomačevega**
Bav. dvor	Bav. dvor	Bav. dvor
5,45	5,20	5,14
6,10	5,40	5,34
6,35	6,00	5,54
7,00	6,25	6,14
7,23	6,40	6,34
7,38	7,04	6,55
7,53	7,24	7,15
8,08	7,44	7,35
8,23	8,04	7,55
8,38	8,24	8,15
9,03	8,43	8,35
9,30	8,59	9,04
9,60	9,18	9,34
10,25	9,48	10,04
10,50	10,18	10,34
11,15	10,48	11,04
11,40	11,18	11,34
12,05	11,48	12,04
12,30	12,18	12,29
12,55	12,48	12,54
13,20	13,12	13,19
13,45	13,30	13,44
14,10	13,50	14,04
14,35	14,10	14,24
14,60	14,35	14,44
15,20	14,55	15,04
15,40	15,15	15,25
16,03	15,39	15,45
16,23	15,59	16,05
16,43	16,19	16,25
16,58	16,39	16,45
17,18	16,59	17,05
17,38	17,16	17,30
17,58	17,34	17,59
18,15	17,50	18,29
18,35	18,12	18,59
18,55	18,42	19,29
19,20	19,12	20,04
19,45	19,42	20,39
20,10	20,12	21,14
20,35	20,46	21,50
20,60	21,20	22,30
21,25	21,53	
22,30	22,33	

25				27			
Iz Medvod		**Iz Zadobrove**		**Iz NS Rudnik**		**Z Letališke**	
Bav. dvor	Kolodvor	Kolodvor	Bav. dvor	Bav. dvor	Kolodvor	Kolodvor	Bav. dvor
5,32	5,35	5,23	5,25	5,22	5,24	5,22	5,24
5,52	5,55	5,43	5,45	5,37	5,39	5,37	5,39
6,17	6,20	6,08	6,10	5,52	5,54	5,52	5,54
6,37	6,40	6,38	6,40	6,07	6,09	6,07	6,09
6,52	6,55	7,04	7,06	6,22	6,24	6,22	6,24
7,13	7,15	7,24	7,26	6,36	6,38	6,37	6,39
7,28	7,30	7,44	7,46	6,53	6,55	6,57	6,59
7,53	7,55	8,04	8,06	7,07	7,09	7,12	7,14
8,18	8,20	8,24	8,26	7,21	7,23	7,27	7,29
8,43	8,45	8,49	8,51	7,33	7,35	7,42	7,44
9,08	9,10	9,08	9,10	7,45	7,47	7,57	7,59
9,42	9,45	9,33	9,35	7,60	8,02	8,12	8,14
10,22	10,25	10,03	10,05	8,15	8,17	8,27	8,29
10,52	10,55	10,43	10,45	8,30	8,32	8,43	8,45
11,22	11,25	11,18	11,20	8,45	8,47	8,59	9,01
11,57	12,00	11,53	11,55	8,60	9,02	9,10	9,12
12,37	12,40	12,23	12,25	9,12	9,14	9,26	9,28
13,07	13,10	13,03	13,05	9,28	9,30	9,42	9,44
13,32	13,35	13,43	13,45	9,44	9,46	9,58	10,00
14,02	14,05	14,08	14,10	9,60	10,02	10,14	10,16
14,22	14,25	14,33	14,35	10,16	10,18	10,30	10,32
14,47	14,50	14,58	14,60	10,32	10,34	10,46	10,48
15,12	15,15	15,18	15,20	10,48	10,50	11,02	11,04
15,38	15,40	15,44	15,46	11,04	11,06	11,18	11,20
15,58	16,00	16,04	16,06	11,20	11,22	11,34	11,36
16,23	16,25	16,29	16,31	11,36	11,38	11,49	11,51
16,48	16,50	16,54	16,56	11,52	11,54	12,05	12,07
17,08	17,10	17,19	17,21	12,08	12,10	12,20	12,22
17,38	17,40	17,44	17,46	12,24	12,26	12,36	12,38
18,02	18,05	18,08	18,10	12,40	12,42	12,51	12,53
18,37	18,40	18,38	18,40	12,56	12,58	13,07	13,09
19,17	19,20	19,08	19,10	13,12	13,14	13,22	13,24
19,57	20,00	19,48	19,50	13,28	13,30	13,37	13,39
20,32	20,35	20,28	20,30	13,44	13,46	13,52	13,54
21,07	21,10	21,08	21,10	13,60	14,02	14,07	14,09
21,37	21,40	21,38	21,40	14,16	14,18	14,22	14,24
22,52	22,55	22,38	22,40	14,32	14,34	14,37	14,39
		23,43	23,45	14,47	14,49	14,52	14,54
				15,02	15,04	15,07	15,09
				15,17	15,19	15,27	15,29
				15,35	15,37	15,42	15,44
				15,49	15,51	15,57	15,59

27			
Iz NS Rudnik		**Z Letališke**	
Bav. dvor	Kolodvor	Kolodvor	Bav. dvor
16,03	16,05	16,13	16,15
16,17	16,19	16,29	16,31
16,31	16,33	16,45	16,47
16,47	16,49	17,01	17,03
17,03	17,05	17,17	17,19
17,19	17,21	17,33	17,35
17,35	17,37	17,44	17,46
17,48	17,50	17,60	18,02
18,04	18,06	18,16	18,18
18,20	18,22	18,32	18,34
18,36	18,38	18,48	18,50
18,52	18,54	19,04	19,06
19,08	19,10	19,20	19,22
19,24	19,26	19,36	19,38
19,40	19,42	19,50	19,52
19,56	19,58	20,04	20,06
20,10	20,12	20,20	20,22
20,24	20,26	20,36	20,38
20,38	20,40	20,52	20,54
20,52	20,54	21,10	21,12
21,10	21,12	21,30	21,32
21,30	21,32	21,50	21,52
21,50	21,52	22,10	22,12
22,10	22,12		
22,30	22,32		
23,40	23,42		

PRILOGA C: Potovalni časi avtobusov

2 Zelena jama - Kolodvor

Konica

Vzorec t	Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
19	μ	2,65766	12	2	2	1,02174	0,956992	0,93663	
12	σ^2	0,01852	13	1					
17	σ	0,13611	14	4					
14	E(t)	14,3957	15	1	6	5,42186	0,334238	0,061646	
14	Var(t)	3,87522	16	0					
12	S.O.(t)	1,96855	17	1					
14			18	0	1	3,11971	4,493208	1,44026	
15			19	1	1	0,43667	0,317336	0,72671	
13							∑	3,165246	3,841
14								potrjeno	

Nekonica

Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
10	12	μ	2,40694	8	2	2	0,56017	2,073103	3,700829	
14	13	σ^2	0,02332	9	4					
9	12	σ	0,15273	10	5	9	8,09250	0,82355	0,101767	
12	11	E(t)	11,2301	11	8					
12	15	Var(t)	2,97648	12	10	18	15,6772	5,395185	0,344141	
12	10	S.O.(t)	1,72525	13	3	3	5,40469	5,782573	1,069916	
11	12			14	1	1	3,01542	4,06192	1,347049	
12	10			15	2	2	2,24995	0,06248	0,027769	
13	10							∑	6,591471	7,815
8	12								potrjeno	
12	11									
9	10									
11	11									
11	12									
8	11									
15	9									
13	9									
11										

2 Zelena jama - Bavarski dvor										
Konica										
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
20		μ	3,017018	18	1	1	0,59697	0,162426	0,27208	
20		σ^2	0,006614	19	1					
20		σ	0,081324	20	4	5	3,37061	2,654901	0,787661	
25		E(t)	20,49795	21	3					
20		Var(t)	2,787994	22	0	3	4,21893	1,485794	0,352173	
21		S.O.(t)	1,669729	23	0					
18				24	0					
21				25	1	1	1,81347	0,661744	0,364903	
21								∑	1,776818	3,841
19									potrjeno	
Nekonica										
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
13	14	μ	2,640606	10	1	1	0,24537	0,569464	2,320826	
11	14	σ^2	0,021264	11	3					
14	13	σ	0,145822	12	0	3	3,18232	0,033243	0,010446	
16	13	E(t)	14,17157	13	4					
15	15	Var(t)	4,316279	14	4	8	8,47063	0,221496	0,026149	
11	16	S.O.(t)	2,077566	15	6					
17	15			16	4	10	7,71668	5,213535	0,675619	
16	13			17	1	1	2,14631	1,314046	0,612232	
15	15			18	1	1	2,23866	1,534296	0,685362	
18	11							∑	4,330633	7,815
16	10								potrjeno	
15	14									

2 Nove Jarše-Bavarski Dvor

Konica

Vzorec t	Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
49	μ	3,836308	41	1	1	0,585117	0,172128	0,294176	
48	σ^2	0,00485	42	1					
41	σ	0,069644	43	1					
52	E(t)	46,46655	44	1	3	2,821779	0,031763	0,011256	
45	Var(t)	10,498	45	2					
43	S.O.(t)	3,240061	46	3					
52			47	0					
46			48	2	7	6,970444	0,000874	0,000125	
45			49	1					
50			50	1					
46			51	0	2	3,346044	1,811835	0,541486	
48			52	2	2	1,276616	0,523285	0,4099	
42							∑	1,256944	5,991
44								potrjeno	
46									

Nekonica

Vzorec t	Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
38	μ	3,587255	34	2	2	0,883881	1,245722	1,409378	
34	σ^2	0,001766	35	3	3	1,802213	1,434693	0,796073	
36	σ	0,042023	36	2	2	2,888796	0,789958	0,273456	
38	E(t)	36,16669	37	1	1	2,98484	3,939591	1,319867	
38	Var(t)	2,311932	38	4	4	3,44027	0,313298	0,091068	
35	S.O.(t)	1,520504					∑	3,889841	5,991
36								potrjeno	
38									
35									
34									
35									
37									

2 Nove Jarše-Kolodvor										
Konica										
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
54	46	μ	3,92548	46	2	2	1,45773	0,294056	0,201722	
52	47	σ^2	0,00527	47	2					
58	52	σ	0,07259	48	1					
46		E(t)	50,8111	49	3	6	3,68530	5,357813	1,453831	
53		Var(t)	13,6421	50	0					
54		S.O.(t)	3,69353	51	1					
49				52	2	3	5,07551	4,307749	0,848732	
48				53	1					
49				54	2					
49				55	0	3	3,70522	0,497341	0,134227	
47				56	0					
58				57	0					
51				58	2	2	2,07622	0,005811	0,002799	
								∑	2,641311	5,991
									potrjeno	
Nekonica										
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
40	41	μ	3,68791	36	5					
38	40	σ^2	0,00825	37	2	7	4,56188	5,944424	1,303064	
36	43	σ	0,09084	38	3					
45	36	E(t)	40,1265	39	0					
41	37	Var(t)	13,3422	40	3	6	7,03589	1,073067	0,152513	
36	37	S.O.(t)	3,65270	41	5					
36	48			42	0					
38	36			43	1	6	6,57455	0,330109	0,05021	
40				44	1					
44				45	1					
41				46	0	2	3,43227	2,0514	0,59768	
50				47	0					
41				48	1					
38				49	0	1	1,11032	0,01217	0,010961	
41				50	1	1	0,28508	0,511101	1,792789	
								∑	3,907218	7,815
									potrjeno	

8 Gameljne-Bavarski dvor										
Konica										
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
39	41	μ	3,729492	37	1					
41	37	σ^2	0,006166	38	1	2	2,29737	0,088431	0,038492	
39	41	σ	0,078523	39	3					
40	45	E(t)	41,78656	40	3	6	3,45027	6,501125	1,884237	
40		Var(t)	10,79959	41	4					
49		S.O.(t)	3,286273	42	1					
44				43	1					
38				44	1	7	8,63475	2,672422	0,309496	
50				45	2					
42				46	0					
40				47	0					
41				48	0					
45				49	1	3	4,24987	1,562179	0,367583	
39				50	1	1	0,36773	0,399764	1,08711	
43								∑	3,686918	5,991
									potrjeno	
Nekonica										
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
33	38	μ	3,587078	32	1	1	0,28254	0,514744	1,821823	
36	38	σ^2	0,003324	33	2					
38	37	σ	0,057653	34	1	3	2,05562	0,891837	0,433851	
32	37	E(t)	36,18844	35	0					
38	33	Var(t)	4,360195	36	3					
36	39	S.O.(t)	2,088108	37	4	7	8,22795	1,507874	0,183262	
37				38	4	4	2,38595	2,605156	1,091874	
37				39	1	1	3,04792	4,193985	1,376014	
36								∑	4,906824	5,991
34									potrjeno	

8 Brnčičeva-Bavarski dvor										
Konica										
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
28	26	μ	3,371716	25	1	1	1,34698	0,120396	0,089382	
25	35	σ^2	0,012312	26	3					
28	36	σ	0,110959	27	1	4	2,60556	1,944444	0,746265	
32		E(t)	29,30835	28	4					
28		Var(t)	10,64102	29	1					
27		S.O.(t)	3,262057	30	2					
30				31	0	7	7,45019	0,202677	0,027204	
26				32	1					
35				33	0					
30				34	0					
28				35	2	3	3,81378	0,662241	0,173644	
26				36	1	1	0,78347	0,046884	0,059841	
29								∑	1,096337	5,991
									potrjeno	
Nekonica										
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
23	19	μ	3,157285	19	1					
21	25	σ^2	0,006112	20	1	2	0,50412	2,23764	4,438655	
26	22	σ	0,078176	21	1					
23	20	E(t)	23,57864	22	3	4	4,65424	0,428031	0,091966	
24	24	Var(t)	3,40812	23	6	6	4,98735	1,025442	0,205608	
25	24	S.O.(t)	1,846109	24	4	4	5,57776	2,489355	0,446299	
25	23			25	7	7	4,67623	5,399904	1,154756	
25	25			26	3	3	5,60027	6,761429	1,207339	
25	24							∑	7,544623	7,815
23	23								potrjeno	
23	26									
26	22									
25	22									

**11
Ježica-Bavarski Dvor**

Konica

Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
17	16	μ	2,79720	14	2	2	1,17491	0,680764	0,579416	
17	17	σ^2	0,01188	15	2					
14	22	σ	0,10901	16	6	8	5,39602	6,780714	1,256614	
16	19	E(t)	16,4964	17	3					
18	16	Var(t)	3,25328	18	1	4	6,28714	5,231035	0,832021	
16	16	S.O.(t)	1,80368	19	1					
14	16			20	0	1	2,59324	2,53844	0,978865	
15	15			21	0					
				22	1	1	0,54867	0,203698	0,371257	
								∑	4,018172	5,991
									potrjeno	

Nekonica

Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
14	16	μ	2,67138	12	1	1	0,49909	0,250911	0,502736	
14	15	σ^2	0,00823	13	5	5	2,51261	6,187091	2,462413	
14	16	σ	0,09076	14	7	7	6,00959	0,980908	0,163224	
14	13	E(t)	14,5197	15	6	6	7,40039	1,961118	0,265002	
13	15	Var(t)	1,74404	16	5					
13	14	S.O.(t)	1,32062	17	0	5	7,64574	6,99995	0,915536	
13	15			18	1	1	0,93256	0,004548	0,004877	
16	13							∑	4,313787	7,815
18	15								potrjeno	
16	16									
14	12									
15	14									
15										

11 Zalog-Bavarski Dvor

Konica										
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
58	58	μ	4,04467	51	1					
59	51	σ^2	0,00179	52	0	1	0,19233	0,652317	3,391499	
60	59	σ	0,04237	53	0					
57	59	E(t)	57,1438	54	1	1	1,12933	0,016728	0,014812	
58	55	Var(t)	5,86954	55	1					
57		S.O.(t)	2,42271	56	1	2	3,21741	1,482106	0,460651	
56				57	2					
54				58	3	5	4,49234	0,257715	0,057368	
59				59	4					
				60	1	5	4,96856	0,000988	0,000199	
								∑	3,924528	5,991
									potrjeno	
Nekonica										
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
56	45	μ	3,77833	39	1					
47	42	σ^2	0,00924	40	4	5	3,69756	1,696342	0,458773	
44	47	σ	0,09613	41	3					
40		E(t)	43,9455	42	3					
40		Var(t)	17,9321	43	2					
40		S.O.(t)	4,23464	44	1	9	7,31278	2,846695	0,389277	
39				45	1					
41				46	0					
43				47	3					
47				48	0	4	6,48227	6,161702	0,950546	
51				49	0					
42				50	0					
43				51	1					
42				52	1	2	2,75050	0,563256	0,204783	
52				53	0					
41				54	0					
41				55	0					
40				56	1	1	0,75687	0,059112	0,0781	
								∑	2,081478	5,991
									potrjeno	

12 Bežigrad-Kolodvor										
Konica										
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
6		μ	2,32341	6	1	1	0,18963	0,656688	3,462869	
9		σ^2	0,06322	7	0					
11		σ	0,25144	8	0					
9		E(t)	10,5384	9	3	3	3,19705	0,03883	0,012145	
18		Var(t)	7,24820	10	2					
11		S.O.(t)	2,69224	11	3					
10				12	1					
12				13	0					
11				14	0	6	6,46182	0,21328	0,033006	
9				15	0					
10				16	0					
				17	0					
				18	1	1	1,15148	0,022949	0,01993	
								∑	3,52795	3,841
									potrjeno	
Nekonica										
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
10	9	μ	2,12214	6	1	1	0,36924	0,397859	1,077509	
6	7	σ^2	0,02822	7	3	3	1,83705	1,352443	0,736202	
7	10	σ	0,168	8	5					
10	8	E(t)	8,46767	9	1	6	7,88165	3,540627	0,449224	
8	8	Var(t)	2,05252	10	4	4	2,79107	1,461506	0,523636	
7	11	S.O.(t)	1,43266	11	1	1	2,12097	1,256592	0,592459	
10	8							∑	3,379029	5,991
8									potrjeno	

12 Vevče-Kolodvor

Konica

Vzorec t	Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
34	μ	3,46512	27	1	1	0,71884	0,079051	0,10997	
28	σ^2	0,01254	28	2					
28	σ	0,11200	29	0					
27	E(t)	32,1815	30	1					
34	Var(t)	13,0751	31	1	4	3,57687	0,179035	0,050053	
33	S.O.(t)	3,61595	32	0					
30			33	2					
38			34	2					
38			35	0	4	4,39145	0,153238	0,034895	
31			36	0					
33			37	0					
			38	2	2	2,31282	0,097861	0,042312	
							∑	0,23723	3,841
								potrjeno	

Nekonica

Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
27	26	μ	3,28244	25	2	2	0,88645	1,239972	1,398792	
27	25	σ^2	0,00192	26	4	4	2,58912	1,99057	0,76882	
26	29	σ	0,04391	27	3	3	3,96184	0,925153	0,233516	
28	28	E(t)	26,6665	28	2	2	3,01938	1,039145	0,344158	
25	27	Var(t)	1,37276	29	1	1	1,54318	0,295047	0,191194	
26		S.O.(t)	1,17164					∑	2,93648	5,991
26									potrjeno	

13 Sostro-Bavarski dvor										
Konica										
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
47		μ	3,97302	47	1	1	0,31085	0,474923	1,5278	
51		σ^2	0,00399	48	1					
54		σ	0,06318	49	0					
56		E(t)	53,2509	50	0					
53		Var(t)	11,3427	51	1	2	2,77558	0,601532	0,216723	
54		S.O.(t)	3,36790	52	1					
52				53	2					
53				54	2	5	4,11037	0,791433	0,192545	
59				55	1					
57				56	1					
55				57	1	3	3,19701	0,038816	0,012141	
48				58	0					
				59	1	1	1,60616	0,36744	0,228768	
								∑	2,177978	5,991
									potrjeno	
Nekonica										
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
50	52	μ	3,90655	44	1					
51	51	σ^2	0,00206	45	0	1	0,24988	0,562669	2,251694	
51	51	σ	0,04539	46	1					
47	51	E(t)	49,7787	47	1					
48	50	Var(t)	5,11138	48	1	3	3,67468	0,455195	0,123873	
50	52	S.O.(t)	2,26083	49	1					
50	50			50	5	6	5,93804	0,003838	0,000646	
53	46			51	5					
49				52	2	7	5,21318	3,192723	0,612433	
44				53	1	1	2,92420	3,702558	1,266177	
								∑	4,254824	5,991
									potrjeno	

19 Barje-Bavarski dvor											
Konica											
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$		
18		μ	3,16727	18	1						
28		σ^2	0,01368	19	0						
24		σ	0,11697	20	0	1	0,71264	0,082572	0,115867		
26		E(t)	23,9055	21	0						
22		Var(t)	7,87348	22	1						
24		S.O.(t)	2,80597	23	2						
27				24	3	6	4,65460	1,810088	0,388881		
24				25	0						
23				26	1						
23				27	1	2	3,27409	1,623319	0,495807		
				28	1	1	1,35865	0,128632	0,094676		
								∑	1,095231	3,841	
									potrjeno		
Nekonica											
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$		
17	20	μ	2,97895	17	2	2	1,19934	0,641049	0,5345		
21	24	σ^2	0,00980	18	4						
21	18	σ	0,09902	19	2	6	4,98407	1,032106	0,207081		
22	20	E(t)	19,7638	20	3						
18	19	Var(t)	3,84915	21	3						
20	17	S.O.(t)	1,96192	22	1	7	8,62654	2,645654	0,306688		
21	19			23	1	1	1,22178	0,049189	0,04026		
23	18			24	1	1	0,96824	0,001008	0,001041		
18								∑	1,089569	5,991	
									potrjeno		

19 Tomačevo-Bavarski dvor										
Konica										
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
15	14	μ	2,716569	13	1	1	0,20468	0,632526	3,090238	
16	14	σ^2	0,005121	14	2	2	1,46778	0,283256	0,192983	
16	16	σ	0,071562	15	4	4	3,75896	0,058098	0,015456	
15	15	E(t)	15,16712	16	4	4	3,96612	0,001148	0,000289	
13	15	Var(t)	1,181096	17	1	1	2,60244	2,567828	0,986698	
16	17	S.O.(t)	1,086783					∑	4,285664	5,991
									potrjeno	
Nekonica										
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
15	14	μ	2,604727	11	1					
16	14	σ^2	0,01071	12	2	3	1,85203	1,317819	0,711551	
13	16	σ	0,103488	13	5	5	3,40324	2,549618	0,749172	
13	13	E(t)	13,60016	14	3	3	4,19402	1,425705	0,339937	
15	11	Var(t)	1,991574	15	2	2	3,16507	1,357389	0,428865	
13	14	S.O.(t)	1,411232	16	2	2	2,38561	0,1487	0,062332	
12	12							∑	2,291857	5,991
13									potrjeno	

25 Medvode-Bavarski dvor										
Konica										
Vzorec t	Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$		
41	μ	3,636965	32	1						
35	σ^2	0,006562	33	0						
38	σ	0,081005	34	0	1	0,86065	0,019418	0,022561		
39	E(t)	38,10119	35	1						
39	Var(t)	9,557212	36	0						
37	S.O.(t)	3,091474	37	1	2	2,87834	0,771493	0,268033		
32			38	3						
44			39	2						
38			40	0						
38			41	1	6	4,53951	2,133022	0,469879		
			42	0						
			43	0						
			44	1	1	1,72148	0,520543	0,30238		
							∑	1,062854	3,841	
								potrjeno		
Nekonica										
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
30	31	μ	3,475433	29	1	1	0,31256	0,472561	1,511859	
33	35	σ^2	0,003224	30	1					
32	34	σ	0,056776	31	1					
29	32	E(t)	32,36393	32	3	5	4,44157	0,311842	0,07021	
33		Var(t)	3,381881	33	2					
32		S.O.(t)	1,838989	34	1	3	4,21237	1,469848	0,348936	
35				35	2	2	2,03348	0,001121	0,000551	
								∑	1,931556	3,841
									potrjeno	

25 Medvode-Kolodvor									
Konica									
Vzorec t	Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
45	μ	3,68588	35	2	2	1,16185	0,702495	0,604635	
41	σ^2	0,01008	36	1					
35	σ	0,10041	37	1					
37	E(t)	40,0818	38	2	4	2,62153	1,900154	0,724824	
42	Var(t)	16,2824	39	0					
38	S.O.(t)	4,03514	40	0					
35			41	2					
38			42	1	3	4,58033	2,497465	0,545258	
41			43	0					
46			44	0					
47			45	1					
36			46	1	2	2,70550	0,497734	0,183971	
			47	1	1	0,93077	0,004793	0,005149	
							∑	2,063837	5,991
								potrjeno	
Nekonica									
Vzorec t	Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
36	μ	3,55758	31	1	1	0,58313	0,173776	0,298004	
31	σ^2	0,00584	32	1					
34	σ	0,07646	33	1					
36	E(t)	35,1810	34	2	4	3,17360	0,682922	0,215188	
34	Var(t)	7,25836	35	1					
32	S.O.(t)	2,69413	36	2					
38			37	1					
33			38	1	5	5,61827	0,382266	0,06804	
37			39	0					
35			40	0					
41			41	1	1	1,62497	0,390599	0,240371	
							∑	0,821603	3,841
								potrjeno	

25 Zadobrova-Kolodvor

Konica

Vzorec t	Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
35	μ	3,53340	29	1					
32	σ^2	0,01470	30	0	1	1,37813	0,142986	0,103753	
40	σ	0,12126	31	2					
32	E(t)	34,4929	32	2					
36	Var(t)	17,6257	33	0					
29	S.O.(t)	4,19829	34	0	4	3,39032	0,371702	0,109636	
44			35	2					
31			36	1					
35			37	0					
31			38	0					
			39	0					
			40	1	4	4,23249	0,054056	0,012772	
			41	0					
			42	0					
			43	0					
			44	1	1	0,99904	9,22E-07	9,23E-07	
							∑	0,226162	3,841
								potrjeno	

Nekonica

Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
26	28	μ	3,34257	25	1	1	1,19014	0,036154	0,030378	
25	27	σ^2	0,00675	26	4					
31	28	σ	0,08217	27	3	7	3,93549	9,391205	2,386285	
32	29	E(t)	28,3875	28	2					
26	26	Var(t)	5,45990	29	3					
29	27	S.O.(t)	2,33664	30	1	6	8,59402	6,728937	0,782979	
27	26			31	2					
31	29			32	1	3	3,07501	0,005628	0,00183	
34				33	0					
30				34	1	1	1,20532	0,042159	0,034977	
								∑	3,236449	5,991
									potrjeno	

25 Zadobrova-Bavarski dvor										
Konica										
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus	O_i		E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
38	43	μ	3,592647	31	1	1	0,58564	0,171687	0,293158	
36	35	σ^2	0,007607	32	1					
32	37	σ	0,08722	33	0					
44	35	E(t)	36,46858	34	2	3	3,21604	0,046676	0,014513	
35		Var(t)	10,15604	35	3					
39		S.O.(t)	3,186854	36	3	6	3,98979	4,040909	1,01281	
36				37	2					
34				38	2					
38				39	1	5	5,67089	0,4501	0,07937	
37				40	0					
36				41	0					
34				42	0					
31				43	1					
				44	1	2	3,53761	2,364252	0,668319	
								∑	2,06817	5,991
									potrjeno	
Nekonica										
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus	O_i		E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
29	31	μ	3,383306	26	2					
28	32	σ^2	0,004817	27	0	2	1,34931	0,423389	0,31378	
31	29	σ	0,069408	28	1	1	1,65091	0,423694	0,256641	
26	29	E(t)	29,53911	29	4					
29	31	Var(t)	4,213635	30	1	5	4,82194	0,031702	0,006575	
26		S.O.(t)	2,052714	31	3					
33				32	1	4	3,65040	0,122214	0,03348	
30				33	1	1	1,52740	0,278161	0,182113	
								∑	0,792588	5,991
									potrjeno	

27 Letališka-Kolodvor										
Konica										
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus	O_i	E_i		$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
26	26	μ	3,28851	24	1	1	0,56026	0,19337	0,345142	
29	28	σ^2	0,00398	25	1					
24	28	σ	0,06310	26	6	7	3,84805	9,934759	2,581761	
26	25	E(t)	26,8565	27	1					
28	31	Var(t)	2,87801	28	3	4	6,17041	4,710682	0,763431	
26	26	S.O.(t)	1,69647	29	1					
27				30	0	1	2,90211	3,618055	1,246695	
26				31	1	1	0,51915	0,231213	0,445364	
								∑	5,382393	5,991
									potrjeno	
Nekonica										
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus	O_i	E_i		$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
23	25	μ	3,07252	18	2	2	0,81657	1,400501	1,715098	
21	22	σ^2	0,01159	19	2					
19	19	σ	0,10768	20	0	2	3,46533	2,147199	0,619623	
21	23	E(t)	21,7219	21	5					
25	23	Var(t)	5,50315	22	3					
21	27	S.O.(t)	2,34588	23	3	11	8,68979	5,337053	0,614175	
18	21			24	0					
22	22			25	2					
21				26	0	2	4,26482	5,129439	1,202731	
18				27	1	1	0,76347	0,055944	0,073276	
								∑	4,224902	5,991
									potrjeno	

27 Letališka-Bavarski dvor										
Konica										
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
29	32	μ	3,361894	23	1	1	0,26918	0,534085	1,984057	
33	27	σ^2	0,010872	24	0					
27	25	σ	0,10427	25	1					
28	34	E(t)	29,00098	26	1	2	2,60640	0,367724	0,141085	
28	33	Var(t)	9,194037	27	3					
27	26	S.O.(t)	3,032167	28	3					
29	33			29	3					
29				30	0	9	8,76846	0,053608	0,006114	
28				31	1					
23				32	1					
31				33	3	5	4,58565	0,17168	0,037438	
				34	1	1	1,77028	0,593342	0,335167	
								∑	2,50386	5,991
									potrjeno	
Nekonica										
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
23	32	μ	3,186662	20	3	3	1,80232	1,434422	0,795872	
20	32	σ^2	0,016193	21	3					
21	25	σ	0,127251	22	2	5	4,30501	0,483	0,112195	
26	20	E(t)	24,40428	23	4					
23	25	Var(t)	9,722456	24	1					
21	25	S.O.(t)	3,118085	25	6	11	10,0905	0,827022	0,08196	
22	23			26	2					
25	28			27	2					
23	27			28	2	6	7,39019	1,932632	0,261513	
27	26			29	0					
25	28			30	0					
21	24			31	0	0	2,71062	7,347507	2,710628	
22	25			32	2	2	0,70124	1,686768	2,405396	
20								∑	6,367564	7,815
									potrjeno	

27 NS Rudnik-Bavarski dvor

Konica

Vzorec t	Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
22	μ	3,200594	20	1	1	0,64202	0,128145	0,199594	
23	σ^2	0,016155	21	0					
24	σ	0,127101	22	3					
22	E(t)	24,74618	23	1					
27	Var(t)	9,972968	24	1	5	4,51342	0,236753	0,052455	
32	S.O.(t)	3,158001	25	2					
25			26	1					
26			27	1					
29			28	0	4	5,04189	1,085537	0,215304	
20			29	1					
22			30	0					
25			31	0	1	1,40476	0,163835	0,116628	
			32	1	1	0,39789	0,362537	0,911149	
							∑	1,49513	5,991
								potrjeno	

Nekonica

Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
22	23	μ	3,076874	18	2	2	0,52040	2,189206	4,20675	
21	19	σ^2	0,008126	19	1					
23	25	σ	0,090143	20	5	6	4,44811	2,408352	0,541432	
20	24	E(t)	21,77881	21	3					
22	23	Var(t)	3,869842	22	6	9	10,2175	1,482365	0,145081	
21	18	S.O.(t)	1,967191	23	4	4	4,85473	0,730579	0,150488	
21	22			24	4	4	3,42659	0,328799	0,095955	
22	20			25	2	2	3,53263	2,348954	0,664931	
24	22							∑	5,804636	7,815
18	22								potrjeno	
20	20									
20	23									
24	25									
24										

27 NS Rudnik-Kolodvor										
Konica										
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
26	30	μ	3,30029	24	1	1	0,95970	0,001624	0,001692	
25	28	σ^2	0,00676	25	3					
27	25	σ	0,08222	26	2					
26	33	E(t)	27,2125	27	2	7	5,73747	1,593982	0,27782	
25	28	Var(t)	5,02372	28	3					
27	24	S.O.(t)	2,24136	29	1					
29				30	1	5	5,76434	0,584226	0,101352	
28				31	0					
				32	0	0	1,22893	1,510289	1,228938	
				33	1	1	0,30954	0,476733	1,540124	
								∑	3,149926	5,991
									potrjeno	
Nekonica										
Vzorec t		Ocena po metodi največjega verjetja		χ^2 preizkus		O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	
25	27	μ	3,18249	22	2	2	0,93126	1,142187	1,226485	
22	25	σ^2	0,00390	23	4					
23	25	σ	0,06247	24	0	4	5,20076	1,44183	0,277234	
23	25	E(t)	24,1538	25	5	5	3,22597	3,147162	0,975569	
23	23	Var(t)	2,28167	26	1	1	2,17156	1,372555	0,632059	
26	22	S.O.(t)	1,51052	27	1	1	1,47043	0,221307	0,150505	
25								∑	3,261853	5,991
									potrjeno	

PRILOGA D: Ukazni niz za določitev matrik koeficientov in števila prestopov

```
for k=1:size(Sa,1)
for l=1:size(Sd,1)
for i=1:size(A,1)
for j=1:size(D,1)
W(i,j)=D(j,1)+Sd(l,1)-(A(i,1)+Sa(k,1))-t;   %matrika čakalnih časov%
if abs(W(i,j)-B(1,1))<=B(2,1)               %matrika posplošenih prestopov%
T(i,j)=1;
elseif abs(W(i,j)-B(3,1))<=B(4,1)
T(i,j)=2;
elseif abs(W(i,j)-B(5,1))<=B(6,1)
T(i,j)=3;
elseif abs(W(i,j)-B(7,1))<=B(8,1)
T(i,j)=4;
else
T(i,j)=5;
end
M=min(T,[],2);        %stolpec kategorij dejanskih prestopov%
if M(i,1)==1          %stolpec vrednosti kazenske funkcije za prestope%
P(i,1)=B(9,1);
elseif M(i,1)==2
P(i,1)=B(10,1);
elseif M(i,1)==3
P(i,1)=B(11,1);
elseif M(i,1)==4
P(i,1)=B(12,1);
else
P(i,1)=B(13,1);
end
if M(i,1)==1    %stolpec enic za določitev števila prestopov po kategorijah%
N1(i,1)=1;
else
N1(i,1)=0;
end
if M(i,1)==2
N2(i,1)=1;
else
N2(i,1)=0;
end
if M(i,1)==3
N3(i,1)=1;
else
N3(i,1)=0;
end
if M(i,1)==4
N4(i,1)=1;
else
N4(i,1)=0;
end
if M(i,1)==5
N5(i,1)=1;
else
N5(i,1)=0;
end
end
end
n1(k,l)=sum(N1);   %matrike števila prestopov posamezne kategorije%
n2(k,l)=sum(N2);
n3(k,l)=sum(N3);
n4(k,l)=sum(N4);
n5(k,l)=sum(N5);
Z(k,l)=sum(P);     %matrika koeficientov namenske funkcije za povezavo%
end
end
```

PRILOGA E: Ukazni niz za določitev prestopov povezave

```
for i=1:size(A,1)
for j=1:size(D,1)
W(i,j)=D(j,1)+sd-(A(i,1)+sa)-t;         %matrika čakalnih časov%
if abs(W(i,j)-B(1,1))<=B(2,1)           %matrika posplošenih prestopov%
T(i,j)=1;
elseif abs(W(i,j)-B(3,1))<=B(4,1)
T(i,j)=2;
elseif abs(W(i,j)-B(5,1))<=B(6,1)
T(i,j)=3;
elseif abs(W(i,j)-B(7,1))<=B(8,1)
T(i,j)=4;
else
T(i,j)=5;
end
M=min(T,[],2);       %stolpec kategorij dejanskih prestopov%
As(i,1)=A(i,1)+sa;   %stolpec prestopnih prihodov%
Asurno(i,1)=3+floor(As(i,1)/60)+((As(i,1)-60*floor(As(i,1)/60))/100);  %pretvorba v urni zapis%
end
end
for i=1:size(T,1)
for j=1:size(T,2)
if T(i,j)==5       %indeksiranje prestopnih odhodov%
Q(i,j)=1000;
elseif T(i,j)==M(i,1)
Q(i,j)=j;
else
Q(i,j)=1000;
end
U=min(Q,[],2);
if abs(U(i,1)-(size(D,1)+1)*0.5)<=(size(D,1)-1)*0.5
Ds(i,1)=D(U(i,1),1)+sd;   %prestopni odhodi%
else
Ds(i,1)=-180;
end
Dsurno(i,1)=3+floor(Ds(i,1)/60)+((Ds(i,1)-60*floor(Ds(i,1)/60))/100);  %pretvorba v urni zapis%
end
end
C=[Asurno,M,Dsurno];   %prestopi%
```

PRILOGA F: Ukazni niz za določitev prestopov povezave (upoštevanje slučajnosti potovalnih časov avtobusov)

```
for m=1:n                      %n poskusov%
U1a=rand(size(A,1),1);     %dva para slučajnih spremenljivk, enakomerno porazdeljenih na (0,1)%
U2a=rand(size(A,1),1);
U1d=rand(size(D,1),1);
U2d=rand(size(D,1),1);
for i=1:size(A,1)
for j=1:size(D,1)
Xa(i,1)=((-2*log(U1a(i,1)))^0.5)*sin(2*pi*U2a(i,1)); %generacija st. norm. porazd. sluč. spr.%
Ya(i,1)=round(Xa(i,1)*SOa);                          %in transformacija v norm. porazd. sluč. spr.%
Xd(j,1)=((-2*log(U1d(j,1)))^0.5)*sin(2*pi*U2d(j,1));
Yd(j,1)=round(Xd(j,1)*SOd);
W(i,j)=D(j,1)+Yd(j,1)+sd-(A(i,1)+Ya(i,1)+sa)-t;
if abs(W(i,j)-B(1,1))<=B(2,1)
T(i,j)=1;
elseif abs(W(i,j)-B(3,1))<=B(4,1)
T(i,j)=2;
elseif abs(W(i,j)-B(5,1))<=B(6,1)
T(i,j)=3;
elseif abs(W(i,j)-B(7,1))<=B(8,1)
T(i,j)=4;
else
T(i,j)=5;
end
M=min(T,[],2);
if M(i,1)==1
P(i,1)=B(9,1);
elseif M(i,1)==2
P(i,1)=B(10,1);
elseif M(i,1)==3
P(i,1)=B(11,1);
elseif M(i,1)==4
P(i,1)=B(12,1);
else
P(i,1)=B(13,1);
end
As(i,1)=A(i,1)+Ya(i,1)+sa;
Asurno(i,1)=3+floor(As(i,1)/60)+((As(i,1)-60*floor(As(i,1)/60))/100);
end
end
for i=1:size(T,1)
for j=1:size(T,2)
if T(i,j)==5
Q(i,j)=1000;
elseif T(i,j)==M(i,1)
Q(i,j)=j;
else
Q(i,j)=1000;
end
U=min(Q,[],2);
if abs(U(i,1)-(size(D,1)+1)*0.5)<=(size(D,1)-1)*0.5
Ds(i,1)=D(U(i,1),1)+Yd(U(i,1),1)+sd;
else
Ds(i,1)=-180;
end
Dsurno(i,1)=3+floor(Ds(i,1)/60)+((Ds(i,1)-60*floor(Ds(i,1)/60))/100);
end
end
C=[Asurno,M,Dsurno];
Z(m,1)=sum(P);
end
```