

Univerza
v Ljubljani
Fakulteta
*za gradbeništvo
in geodezijo*

ODDELEK ZA
GEODEZIJO



Univerzitetni program
Geodezija,
smer Geodezija

Kandidat:

Igor Derenda

Aproksimacija višinske referenčne ploskve z umetnimi nevronskimi mrežami

Diplomska naloga št.: 731

Mentor:

izr. prof. dr. Tomaž Ambrožič

Somentor:

doc. dr. Miran Kuhar

Ljubljana, 19. 12. 2007

STRAN ZA POPRAVKE, ERRATA

Stran z napako

Vrstica z napako

Namesto

Naj bo

IZJAVA O AVTORSTVU

Podpisani **Igor Derenda** izjavljam, da sem avtor diplomske naloge z naslovom:
»Aproximacija višinske referenčne ploskve z umetnimi nevronske mrežami«.

Izjavljam, da prenašam vse materialne avtorske pravice v zvezi z diplomsko nalogo na UL,
Fakulteto za gradbeništvo in geodezijo.

V Ljubljani, dne: _____

Podpis: _____

BIBLIOGRAFSKO – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

UDK:	004.7:528.21(043.2)
Avtor:	Igor Derenda
Mentor:	doc. dr. Tomaž Ambrožič
Somentor:	doc. dr. Miran Kuhar
Naslov:	Aproksimacija višinske referenčne ploskve z umetnimi nevronskimi mrežami
Obseg in oprema:	154 str., 27 pregl., 7 graf., 81 sl., 40 en.,
Ključne besede:	višinska referenčna ploskev, aproksimacija, umetna nevronska mreža, eksperiment, analiza, primerjava

Izvleček

Pri nekaterih nalogah geodezije je nujno natančno poznavanje višinske referenčne ploskve oziroma lokalnega geoida. Ker je geoid definiran s pomočjo težnostnega potenciala, ki ni neposredno izmerljiva količina in zaradi neprestanega spreminjanja ukrivljenosti geoida s spremembo reliefa in gostote zemeljske notranjosti, je podajanje ploskve geoida nemogoče podati z enostavnimi matematičnimi izrazi. Ploskev geoida je lahko upodobljena z množico diskretnih točk ali pa s pretvorbo teh točk v funkcijo oziroma matematično vrsto. Ena novejših metod je aproksimacija z umetnimi nevronskimi mrežami, kar prikazujemo tudi v tej nalogi. Za uporabo umetnih nevronskih mrež ne potrebujemo teoretičnega poznavanja odnosov med geoidnimi višinami, ampak se umetna nevronska mreža nauči teh relacij iz dovolj velikega števila vhodnih (geografska dolžina in širina) in izhodnih podatkov (geoidna višina) in lahko napove pravilne izhodne vrednosti tudi za vhodne podatke, ki niso sodelovali v procesu učenja. Za aproksimacijo višinske referenčne ploskve so uporabljene tri različne umetne nevronske mreže: Kohonenova protitočna, Levenberg-Marquardtova in radialno bazična umetna nevronska mreža. Za vsako umetno nevronska mrežo so bili sestavljeni računalniški programi. Rezultati umetnih nevronskih mrež so primerjani in analizirani na štirih različnih kombinacijah vzorcev učnih in testnih točk (25/100, 50/75, 75/50 in 99/26) na območju nemške zvezne dežele Baden-Württemberg. Na koncu naloge pa so dobljeni rezultati primerjani in analizirani z rezultati dosedanjih raziskav na tem področju.

BIBLIOGRAPHIC – DOCUMENTALISTIC INFORMATION

UDC: 004.7:528.21(043.2)
Author: Igor Derenda
Supervisor: assist. prof. dr. Tomaž Ambrožič
Cosupervisor: assist. prof. dr. Miran Kuhar
Title: Approximation of height reference surface by artificial neural networks
Notes: 154 p., 27 tab., 7 gra., 81 fig., 40 eq.
Key words: height reference surface, approximation, artificial neural network, experimentation, analysis, comparison

Abstract

With some of geodesy's tasks, it is crucial to have precise knowledge of height reference surfaces and of local geoid respectively. It is impossible to define geoid's surface by using simple mathematical functions due to the following reasons: geoid is defined through gravity potential, which is not a directly measurable quantity itself and furthermore, geoid's curve is subjected to a constant change, depending on the factors of relief change and density of Earth's interior. Geoid's surface can be represented by a multitude of discrete points on the one hand and with transformation of these points into a function or a math series on the other. Approximation with the use of artificial neuron networks is one of the recent methods, which is also demonstrated in this task. Theoretical knowledge of relations between geoid heights is not necessary for the purpose of using artificial neuron networks, since the latter absorb these relations on the basis of sufficient number of incoming (geographic latitude and longitude) and outgoing information (geoid height); moreover, networks in question can also predict accurate output values for incoming information, which were not involved in the process of learning. Three different artificial neuron networks are used for the purpose of approximating height reference surface: Kohonen's counter-propagation artificial neural network, Levenberg-Marquardt's artificial neural network and the radial basis artificial neural network. Computer programs have been designed for every artificial neural network. The results of the artificial neural networks have been compared and analyzed in respect to four different samples combinations of study and test points (25/100, 50/75, 75/50, 99/26) on the territory of the land Baden-Württemberg. The assignment was brought to conclusion by comparing and analyzing the obtained results with the results of previous research on this field.

ZAHVALA

Za pomoč in koristne nasvete pri nastajanju diplomske naloge se iskreno zahvaljujem mentorju doc. dr. Tomažu Ambrožiču in somentorju doc. dr. Miranu Kuharju.

Posebno pa bi se zahvalil mami in sestri ter tekom študija preminulemu očetu, ki so mi ves čas študija podpirali in dajali veliko spodbude, da bi uspešno zaključil študij.

KAZALO VSEBINE

1 UVOD	1
1.1 MOTIV NALOGE	1
1.2 DOSEDANJE RAZISKAVE	4
1.3 CILJI NALOGE	6
1.4 VSEBINA NALOGE.....	7
2 GEOID.....	8
2.1 DOLOČANJE GEOIDA.....	10
2.1.1 Vrsta podatkov za določanje geoida	10
2.1.2 Metode izračuna geoida	12
2.2 UPODOBITEV GEOIDA	13
2.3 UPORABNOST GEOIDA.....	14
3 UMETNE NEVRONSKE MREŽE	16
3.1 BIOLOŠKI NEVRON.....	17
3.2 UMETNI NEVRON.....	20
3.3 UMETNA NEVRONSKA MREŽA.....	23
3.3.1 Prednosti in slabosti umetnih nevronske mrež	23
3.3.2 Vrsta podatkov.....	25
3.4 KRITERIJI RAZDELITVE UMETNIH NEVRONSKI MREŽ	26
3.4.1 Tip vhodnih podatkov	26
3.4.2 Arhitektura umetnih nevronske mrež.....	26
3.4.3 Usmerjenost povezav	27
3.4.4 Tehnika učenja umetnih nevronske mrež.....	28

3.5 PRAVILA UČENJA UMETNIH NEVRONSKIH MREŽ	28
3.5.1 Hebbovo pravilo.....	29
3.5.2 Pravilo delta	29
3.5.3 Pravilo vzratnega razširjanja napake.....	30
3.5.4 Tekmovalno pravilo (Kohonenovo pravilo)	32
3.5.5 Pravilo protitočnega razširjanja podatkov	33
3.6 VPLIV PARAMETROV NA UČINKOVITOST UMETNIH NEVRONSKIH MREŽ..	34
3.7 VRSTA UMETNIH NEVRONSKIH MREŽ.....	35
3.8 KOHONENOVA PROTITOČNA UMETNA NEVRONSKA MREŽA	37
3.8.1 Arhitektura Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže.....	37
3.8.2 Algoritem učenja Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže	39
3.9 UMETNE NEVRONSKE MREŽE Z VZVRATNIM RAZŠIRJANJEM NAPAKE	45
3.9.1 Arhitektura Levenberg-Marquardtovo umetne nevronske mreže	45
3.9.2 Algoritem učenja Levenberg-Marquardtovo umetne nevronske mreže	46
3.10 RADIALNE BAZIČNE UMETNE NEVRONSKE MREŽE	49
3.10.1 Arhitektura radialne bazične umetne nevronske mreže.....	49
3.10.2 Algoritem učenja radialne bazične umetne nevronske mreže.....	51
4 EKSPERIMENTALNI DEL	53
4.1 PROGRAMI ZA UPORABO UMETNIH NEVRONSKIH MREŽ.....	54
4.1.1 Program Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže	54
4.1.1.1 Zgradba prvega dela programa	54
4.1.1.2 Zgradba drugega dela programa	56
4.1.2 Program Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže.....	59
4.1.2.1 Zgradba prvega dela programa	59
4.1.2.2 Zgradba drugega dela programa	62
4.1.3 Program radialne bazične umetne nevronske mreže	64
4.2 VHODNI PODATKI PROGRAMOV UMETNIH NEVRONSKIH MREŽ.....	65
4.3 NUMERIČNI IZRAČUNI	68

4.3.1 Testiranje Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže	69
4.3.1.1 Testiranje 25 učnih in 100 testnih točk.....	70
4.3.1.2 Testiranje 50 učnih in 75 testnih točk.....	73
4.3.1.3 Testiranje 75 učnih in 50 testnih točk.....	76
4.3.1.4 Testiranje 99 učnih in 26 testnih točk.....	79
4.3.1.5 Primerjava rezultatov	85
4.3.2 Testiranje Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže	87
4.3.2.1 Testiranje 25 učnih in 100 testnih točk.....	88
4.3.2.2 Testiranje 50 učnih in 75 testnih točk.....	91
4.3.2.3 Testiranje 75 učnih in 50 testnih točk.....	94
4.3.2.4 Testiranje 99 učnih in 26 testnih točk.....	97
4.3.2.5 Primerjava rezultatov	100
4.3.3 Testiranje radialne bazične umetne nevronske mreže	102
4.3.3.1 Testiranje 25 učnih in 100 testnih točk.....	103
4.3.3.2 Testiranje 50 učnih in 75 testnih točk.....	105
4.3.3.3 Testiranje 75 učnih in 50 testnih točk.....	107
4.3.3.4 Testiranje 99 učnih in 26 testnih točk.....	109
4.3.3.5 Primerjava rezultatov	111
4.3.4 Primerjava rezultatov umetnih nevronske mreže	113
4.3.4.1 Primerjava 25 učnih in 100 testnih točk	114
4.3.4.2 Primerjava 50 učnih in 75 testnih točk	115
4.3.4.3 Primerjava 75 učnih in 50 testnih točk	117
4.3.4.4 Primerjava 99 učnih in 26 testnih točk	118
4.4 REZULTATI DOSEDANJIH RAZISKAV LOKALNEGA OBMOČJA GEOIDA....	120
5 ZAKLJUČEK.....	124
VIRI	128

PRILOGE:

Priloga A: Program Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže.....	133
Priloga B: Program Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže	140
Priloga C: Program radialne bazične umetne nevronske mreže	144
Priloga D: Rezultati umetnih nevronskih mrež za 100 testnih točk	146
Priloga E: Rezultati umetnih nevronskih mrež za 75 testnih točk	149
Priloga F: Rezultati umetnih nevronskih mrež za 50 testnih točk.....	152
Priloga G: Rezultati umetnih nevronskih mrež za 26 testnih točk.....	154

KAZALO PREGLEDNIC

EKSPERIMENTALNI DEL

KOHONENOVA PROTITOČNA UMETNA NEVRONSKA MREŽA

Preglednica 1: Rezultati testa 25 učnih in 100 testnih točk za šestkotno obliko nevrona.	70
Preglednica 2: Rezultati testa 25 učnih in 100 testnih točk za štirikotno obliko nevrona.	70
Preglednica 3: Rezultati testa 50 učnih in 75 testnih točk za šestkotno obliko nevrona.	73
Preglednica 4: Rezultati testa 50 učnih in 75 testnih točk za štirikotno obliko nevrona.	73
Preglednica 5: Rezultati testa 75 učnih in 50 testnih točk za šestkotno obliko nevrona.	76
Preglednica 6: Rezultati testa 75 učnih in 50 testnih točk za štirikotno obliko nevrona.	76
Preglednica 7: Rezultati testa 99 učnih in 26 testnih točk za šestkotno obliko nevrona.	79
Preglednica 8: Rezultati testa 99 učnih in 26 testnih točk za štirikotno obliko nevrona.	79
Preglednica 9: Rezultati testa 99 učnih in 26 testnih točk, za šestkotno obliko nevrona, ter arhitekturo mreže (26×34).	82
Preglednica 10: Rezultati testa 99 učnih in 26 testnih točk, za štirikotno obliko nevrona, ter arhitekturo mreže (26×34).	82
Preglednica 11: Primerjava različnih kombinacij vzorcev učnih in testnih točk.	85

LEVENBERG-MARQUARDTOVA UMETNA NEVRONSKA MREŽA

Preglednica 12: Rezultati testa za 25 učnih in 100 testnih točk.	88
Preglednica 13: Rezultati testa za 50 učnih in 75 testnih točk.	91
Preglednica 14: Rezultati testa za 75 učnih in 50 testnih točk.	94
Preglednica 15: Rezultati testa za 99 učnih in 26 testnih točk.	97
Preglednica 16: Primerjava različnih kombinacij vzorcev učnih in testnih točk.	100

RADIALNA BAZIČNA UMETNA NEVRONSKA MREŽA

Preglednica 17: Rezultati testa za 25 učnih in 100 testnih točk.	103
Preglednica 18: Rezultati testa za 50 učnih in 75 testnih točk.	105
Preglednica 19: Rezultati testa za 75 učnih in 50 testnih točk.	107
Preglednica 20: Rezultati testa za 99 učnih in 26 testnih točk.	109
Preglednica 21: Primerjava različnih kombinacij vzorcev učnih in testnih točk.	111

PRIMERJAVA REZULTATOV UMETNIH NEVRONSKIH MREŽ

Preglednica 22: Primerjava rezultatov umetnih nevronskih mrež.....	114
Preglednica 23: Primerjava umetnih nevronskih mrež za 25 učnih in 100 testnih točk.....	114
Preglednica 24: Primerjava umetnih nevronskih mrež za 50 učnih in 75 testnih točk.....	116
Preglednica 25: Primerjava umetnih nevronskih mrež za 75 učnih in 50 testnih točk.....	117
Preglednica 26: Primerjava umetnih nevronskih mrež za 99 učnih in 26 testnih točk.....	118

REZULTATI DOSEDANJIH RAZISKAV LOKALNEGA OBMOČJA GEOIDA

Preglednica 27: Rezultati dosedanjih raziskav lokalnega območja geoida.	122
--	-----

KAZALO GRAFIKONOV

EKSPERIMENTALNI DEL

KOHONENOVA PROTITOČNA UMETNA NEVRONSKA MREŽA

Grafikon 1: Prikaz rezultatov vzorcev kombinacij učnih in testnih točk. 86

LEVENBERG-MARQUARDOVA UMETNA NEVRONSKA MREŽA

Grafikon 2: Prikaz rezultatov vzorcev kombinacij učnih in testnih točk. 101

RADIALNA BAZIČNA UMETNA NEVRONSKA MREŽA

Grafikon 3: Prikaz rezultatov vzorcev kombinacij učnih in testnih točk. 112

PRIMERJAVA REZULTATOV UMETNIH NEVRONSKIH MREŽ

Grafikon 4: Prikaz rezultatov odstopanj testnih točk, za 25 učnih in 100 testnih točk. 115

Grafikon 5: Prikaz rezultatov odstopanj testnih točk, za 50 učnih in 75 testnih točk. 116

Grafikon 6: Prikaz rezultatov odstopanj testnih točk, za 75 učnih in 50 testnih točk. 117

Grafikon 7: Prikaz rezultatov odstopanj testnih točk, za 99 učnih in 26 testnih točk. 119

KAZALO SLIK

GEOID

Slika 1: Prikaz geoida.	8
Slika 2: Simbolni prikaz odnosa med elipsoidom, geoidom in površjem Zemlje.	9
Slika 3: Prispevek posameznih vrst podatkov pri določitvi geoida.	13

UMETNE NEVRONSKE MREŽE

Slika 4: Slika naravnih nevronskih povezav.	17
Slika 5: Shematski prikaz nevrona.	18
Slika 6: Shematski prikaz sinapse.	19
Slika 7: Shema splošnega umetnega nevrona.	20
Slika 8: Stopničasta aktivacijska funkcija.	21
Slika 9: Sigmoidna aktivacijska funkcija.	21
Slika 10: Hiperbolična tangentna aktivacijska funkcija.	22
Slika 11: Radialna aktivacijska funkcija.	23
Slika 12: Dvoslojna umetna nevronska mreža.	27
Slika 13: Troslojna umetna nevronska mreža.	27
Slika 14: Prikaz razvoja umetne nevronske mreže z vzratnim razširjanjem napake.	30
Slika 15: Prikaz iskanja absolutnega minimuma funkcije napake $E(w)$	31
Slika 16: Shema Kohonenove umetne nevronske mreže z 36 nevroni in 5 sloji uteži.	32
Slika 17: Prikaz umetne nevronske mreže z vnosom podatkov z nasprotne smeri.	33
Slika 18: Šestkotna in štirikotna lokalna topologija umetne nevronske mreže.	38
Slika 19: Različne povezave robnih nevronov: ploskev, valj in torus.	39
Slika 20: Prikaz utežne posodobitvene procedure.	40
Slika 21: Voronojeva območja v šestkotni mreži nevronov.	41
Slika 22: Prikaz sosedskih funkcij: <i>bubble</i> , <i>gaussian</i> , <i>cutgauss</i> ter <i>ep</i>	43
Slika 23: Prikaz različnih aktivacijskih funkcij: <i>inverzna</i> , <i>eksponentna</i> in <i>linearna</i>	44
Slika 24: Prikaz tangentne sigmoidne in linearne aktivacijske funkcije.	46
Slika 25: Arhitektura Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže.	46
Slika 26: Prikaz Gaußove in linearne aktivacijske funkcije.	50
Slika 27: Arhitektura radialne bazične umetne nevronske mreže.	51

EKSPERIMENTALNI DEL

Slika 28: Prikaz večje in manjše vrednosti parametra <i>spread</i> na aktivacijski funkciji	52
Slika 29: Prikaz reliefa območja lokalnega geoida	53
Slika 30: Prikaz mreže s šestkotno obliko nevrona.	57
Slika 31: Prikaz regresijske premice.	58
Slika 32: Prikaz učenja, verifikacije in testiranja umetne nevronske mreže.	63
Slika 33: Prikaz odnosa med izhodnimi in ciljnimi podatki.....	63
Slika 34: Prikaz 25 učnih in 100 testnih točk.	66
Slika 35: Prikaz 50 učnih in 75 testnih točk.	66
Slika 36: Prikaz 75 učnih in 50 testnih točk.	67
Slika 37: Prikaz 99 učnih in 26 testnih točk.	67

KOHONENOVA PROTITOČNA UMETNA NEVRONSKA MREŽA

Slika 38: Prikaz regresijske premice, za 25 učnih in 100 testnih točk.	71
Slika 39: Prikaz karte umetne nevronske mreže, za 25 učnih in 100 testnih točk.....	71
Slika 40: Prikaz odstopanj plastnic, za šestkotno obliko nevrona.	72
Slika 41: Prikaz odstopanj plastnic, za štirikotno obliko nevrona.....	72
Slika 42: Prikaz regresijske premice, za 50 učnih in 75 testnih točk.	74
Slika 43: Prikaz karte umetne nevronske mreže, za 50 učnih in 75 testnih točk.....	74
Slika 44: Prikaz odstopanj plastnic, za šestkotno obliko nevrona.	75
Slika 45: Prikaz odstopanj plastnic, za štirikotno obliko nevrona,.....	75
Slika 46: Prikaz regresijske premice, za 75 učnih in 50 testnih točk.	77
Slika 47: Prikaz karte umetne nevronske mreže, za 75 učnih in 50 testnih točk.....	77
Slika 48: Prikaz odstopanj plastnic, za šestkotno obliko nevrona.	78
Slika 49: Prikaz odstopanj plastnic, za štirikotno obliko nevrona.....	78
Slika 50: Prikaz regresijske premice, za 99 učnih in 26 testnih točk.	80
Slika 51: Prikaz karte umetne nevronske mreže, za 99 učnih in 26 testnih točk.....	80
Slika 52: Prikaz odstopanj plastnic, za šestkotno obliko nevrona,.....	81
Slika 53: Prikaz odstopanj plastnic, za štirikotno obliko nevrona.....	81
Slika 54: Prikaz regresijske premice pri arhitekturi mreže (26×34).....	83
Slika 55: Prikaz karte umetne nevronske mreže pri arhitekturi mreže (26×34).....	83
Slika 56: Prikaz odstopanj plastnic pri arhitekturi mreže (26×34).....	84

Slika 57: Prikaz odstopanj plastnic pri arhitekturi mreže (26×34)..... 84

LEVENBERG-MARQUARDOVA UMETNA NEVRONSKA MREŽA

Slika 58: Prikaz razvoja umetne nevronske mreže, za 25 učnih in 100 testnih točk..... 89
Slika 59: Prikaz odnosa med izhodnimi in ciljnim vrednostmi..... 89
Slika 60: Prikaz odstopanj plastnic, za 25 učnih in 100 testnih točk. 90
Slika 61: Prikaz razvoja umetne nevronske mreže, za 50 učnih in 75 testnih točk..... 92
Slika 62: Prikaz odnosa med izhodnimi in ciljnim vrednostmi..... 92
Slika 63: Prikaz odstopanj plastnic, za 50 učnih in 75 testnih točk. 93
Slika 64: Prikaz razvoja umetne nevronske mreže, za 75 učnih in 50 testnih točk..... 95
Slika 65: Prikaz odnosa med izhodnimi in ciljnim vrednostmi..... 95
Slika 66: Prikaz odstopanj plastnic, za 75 učnih in 50 testnih točk. 96
Slika 67: Prikaz razvoja umetne nevronske mreže, za 99 učnih in 26 testnih točk..... 98
Slika 68: Prikaz odnosa med izhodnimi in ciljnim vrednostmi..... 98
Slika 69: Prikaz odstopanj plastnic, za 99 učnih in 26 testnih točk. 99

RADIALNA BAZIČNA UMETNA NEVRONSKA MREŽA

Slika 70: Prikaz poteka učenja umetne nevronske mreže, za 25 učnih in 100 testnih točk. .. 103
Slika 71: Prikaz odnosa med izhodnimi in ciljnim vrednostmi..... 104
Slika 72: Prikaz odstopanj plastnic, za 25 učnih in 100 testnih točk. 104
Slika 73: Prikaz poteka učenja umetne nevronske mreže, za 50 učnih in 75 testnih točk. 105
Slika 74: Prikaz odnosa med izhodnimi in ciljnim vrednostmi..... 106
Slika 75: Prikaz odstopanj plastnic, za 50 učnih in 75 testnih točk. 106
Slika 76: Prikaz poteka učenja umetne nevronske mreže, za 75 učnih in 50 testnih točk. 107
Slika 77: Prikaz odnosa med izhodnimi in ciljnim vrednostmi..... 108
Slika 78: Prikaz odstopanj plastnic, za 75 učnih in 50 testnih točk. 108
Slika 79: Prikaz poteka učenja umetne nevronske mreže, za 99 učnih in 26 testnih točk. 109
Slika 80: Prikaz odnosa med izhodnimi in ciljnim vrednostmi..... 110
Slika 81: Prikaz odstopanj plastnic, za 99 učnih in 26 testnih točk. 110

1 UVOD

1.1 Motiv naloge

V diplomski nalogi smo skušali ugotoviti, v kolikšni meri so različne umetne nevronske mreže primerne za reševanje problema aproksimacije višinske referenčne ploskve.

Geoid, kvazigeoid in višinska referenčna ploskev imajo podoben pomen, zato se velikokrat zgodi, da je geoid skupni imenovalec vsem trem izrazom (Solheim, 2000). Ob podrobnejšem pogledu pa se pokažejo razlike med njimi.

Geoid je ekvipotencialna ploskev zemeljskega gravitacijskega potenciala. Gravimetrične meritve so reducirane z Zemeljskega površja na geoid. Zato moramo poznati spremembe gostote Zemljinih mas med geoidom in površjem Zemlje. Geoid v kombinaciji s sistemom GPS omogoča pridobitev ortometričnih višin.

Kvazigeoid ni ekvipotencialna ploskev. Gravimetrična opazovanja se nanašajo na Zemeljino površje in zato ne potrebujemo za poznavanja gostote Zemljinih mas. Kvazigeoid v kombinaciji s sistemom GPS omogoča pridobitev normalnih višin. Na ta način je kvazigeoid za normalne višine to, kar je geoid za ortometrične višine. Odstopanja med kvazigeoidom in geoidom so majhna, na morjih ti dve ploskvi celo sovpadata.

Višinska referenčna ploskev je prilagojena lokalnemu vertikalnemu datumu. Ta ploskev na splošno ni niti geoid niti kvazigeoid. Ploskev lahko vključuje lokalne vplive, kot so na primer dvigi ali posedanja tal. Dodane so ji vse napake geoida, globalnega pozicijskega sistema in izravnava. Če je izravnava perfektna in ni nobenih dvigov tal ali posedanj, je ta ploskev lahko geoid ali kvazigeoid, odvisno od izbranega višinskega sistema. Kombinacija višinske referenčne ploskve in sistema GPS daje višine v izbranem vertikalnem datumu.

Zaradi lažjega razumevanja v nadaljevanju besedila namesto višinske referenčne ploskve uporabljamo izraz lokalni geoid.

Vlogo geoida lahko v geodeziji prikažemo iz dveh zornih kotov (Kuhar, 1996). Prvič z zgodovinskega stališča, če razdelimo geodezijo na klasično in sodobno ter drugič s stališča dosežene natančnosti v geodetskih meritvah.

Razvoj geodezije je z uvedbo novih merskih tehnik, predvsem satelitske geodezije in z možnostjo avtomatske obdelave velikega števila podatkov s pomočjo vse zmogljivejših računalnikov spodbudil nov prikaz vloge geoida, ki jo ima v sodobnih geodetskih nalogah. To je predvsem evolutivni prehod geodezije, ki stremi k centimetrski natančnosti.

V klasični geodeziji je bil geoid obravnavan na dva načina:

- predstavljal je matematično figuro Zemlje,
- na praktični ravni je imel bolj pasivno vlogo in se je uporabljal kot referenčna ploskev oziroma datum za nivelmansko določitev višin točk.

Prehod iz klasične v sodobno obravnavo je tudi prehod iz lokalnega v globalno. Uvedba satelitskih meritev, satelitske altimetrije in raziskav, ki so pokazale odstopanja v višinah mareografov (dokazana so velika odstopanja v srednjih morskih gladinah za posamezna in celo za ista morja), je omogočila prehod na novo raven. Pokazalo se je torej, da geoida ni mogoče v popolnosti ponazoriti s srednjo morsk gladino.

V sodobni geodeziji mora definicija geoida izražati odnos med opazovanimi srednjimi morskimi gladinami in nivojskimi ploskvami zemeljskega težnostnega polja. A-priori definicija ni mogoča. Potrebno je zbrati veliko podatkov v določenem času in s pomočjo teh izračunati geoid. Geoid kot izhodni rezultat obdelave vseh možnih podatkov predstavlja geoid za določeno »epoho«, na katero se izbrani podatki nanašajo.

V preteklosti je bilo nepomembno določiti visoko natančen geoid, saj je bilo malo verjetno, da bo rezultat, razen za znanstvene namene, praktično uporaben. Sedaj pa je potreben razmislek, preden se lotimo izračuna geoida, za kaj bi se geoid uporabljal. Izračun natančnega geoida zahteva veliko časa in truda. Poleg tega je izračun geoida težavna geodetska naloga.

Geoid se lahko uporablja za naslednja področja: določanje geometrije površine Zemlje, redukcije terestričnih geodetskih meritev na elipsoid, višinski datum za geodetsko izmero,

povezave terestrične izmere z meritvami satelitske geodezije, raziskave v geodinamiki in geofiziki ter oceanografske raziskave.

Geoid lahko upodobimo na različne načine, z množico diskretnih točk, ali z njihovo pretvorbo v določen matematičen zapis. Takšne upodobitve so na primer (Kuhar, 1996):

- upodobitve s pomočjo globalnega geopotencialnega modela oziroma razvoja gravitacijskega potenciala v vrsto po sfernih funkcijah,
- upodobitve s pomočjo polinomov,
- upodobitve s pomočjo trigonometričnih funkcij oziroma bikubičnih zlepkov ter
- upodobitve s pomočjo umetnih nevronskih mrež, kar je prikazano tudi v tej nalogi.

Umetne nevronske mreže so računalniški programi, ki rešujejo probleme na podoben način, kot delujejo človeški možgani. Ti se učijo odzivati na dane probleme s spreminjanjem informacijskih signalov v sinapsah med nevroni in sčasoma spreminjajo strukturo možganov, da omogočijo izvedbo določenih nalog (Kuhar, 1996). Za razliko od klasičnih računalniških programov, ki rešujejo probleme po vnaprej predpisanem postopku, so umetne nevronske mreže zasnovane tako, da se prilagajajo in pridobivajo znanje z namenom opraviti zadano nalogo.

Funkcija umetnega nevrona je podobna funkciji biološkega nevrona. Vsak nevron prejme od vseh nevronov predhodnega sloja vhodne signale. Na osnovi predelave teh signalov odda izhodni signal, ki potuje v vse nevrone naslednjega sloja. Pri tem so pomembne uteži, ki določajo moč posameznega signala pri vstopu v nevron. S spreminjanjem teh uteži lahko nevronska mreža prilagajamo za reševanje zadanega problema.

Za učenje umetne nevronske mreže moramo poznati tako vhodne kot izhodne podatke. Učenje predstavlja prilagajanje posameznih uteži v nevronih tako, da izhodni podatki ustrezajo vhodnim. V vsakem koraku (iteraciji) umetna nevronska mreža na podlagi razlike popravi uteži. Učenje se konča po vnaprej podanem številu korakov oziroma ko je razlika med izhodnimi (napovedanimi) vrednostminimi in ciljnimi (pričakovanimi) vrednostmi dovolj majhna. Takrat uteži predstavljajo »znanje« umetne nevronske mreže. Na podlagi teh uteži lahko kasneje dobimo izhodne vrednosti za testne podatke.

1.2 Dosedanje raziskave

V nadaljevanju so kronološko navedeni nam dostopni članki, ki opisujejo uporabo umetnih nevronske mrež za napovedovanje oziroma aproksimacijo geoida.

- Ambrožič, Kuhar, Stopar in Turk so leta 1999 objavili strokovni članek z naslovom: »*Modeliranje lokalnega geoida z umetnimi nevronske mrežami*«. Za modeliranje lokalnega geoida na območju Sežane in dela zahodne Slovenije so uporabili večslojno usmerjeno umetno nevronske mrežo.
- Seager, Collier, Kirby so leta 1999 objavili strokovni članek z naslovom: »*Modelling geoid undulations with an artificial neural network*«. Za aproksimacijo lokalnega geoida Avstralije so uporabili umetno nevronske mrežo z vzratnim razširjanjem napake.
- Kuhar, Stopar, Turk in Ambrožič so leta 2001 objavili strokovni članek z naslovom: »*The use of artificial neural network in geoid surface approximation*«. Za aproksimacijo lokalnega geoida na območju vzhodne Floride, ZDA, in na območju zvezne dežele Baden-Württemberg v Nemčiji (ti podatki so bili uporabljeni tudi v tej nalogi), so uporabili večslojno usmerjeno umetno nevronske mrežo.
- Stopar, Ambrožič, Kuhar in Turk so leta 2001 prejšnji strokovni članek še dopolnili. Članek je imel naslov: »*Artificial neural network collocation method for local geoid height determination*«. Aproximirano ploskev lokalnega geoida so še izboljšali z metodo kolokacije.
- Akyilmaz, Ayan in Özlüdemir so leta 2003 objavili strokovni članek z naslovom: »*Geoid surface approximation by using adaptive network based fuzzy Inference systems*«. Za aproksimacijo lokalnega geoida na območju dežele Baden-Württemberg v Nemčiji in Izmirja v Turčiji, so uporabili sisteme mehke logike.
- Zaletnyik, Völgyesi in Paláncz so leta 2004 objavili strokovni članek z naslovom: »*Approach of the Hungarian geoid surface with sequence of neural networks*«. Za modeliranje lokalnega geoida Madžarske so uporabili radialno bazično umetno nevronske mrežo.

- Hu, Sha in Kuang so leta 2004 objavili strokovni članek z naslovom: »*New method for transforming global positioning system height into normal height based on neural network*«. Za aproksimacijo lokalnega geoida na območju mesta Dorder v Kitajski so uporabili umetno nevronske mrežo z vzvratnim širjenjem napake.
- Mehmet in Ersoy sta leta 2005 objavila strokovni članek z naslovom: »*Fuzzy applications in geoid height determination*«. Za modeliranje lokalnega geoida Turčije sta uporabila prilagoditveno umetno nevronske mrežo, ki temelji na mehkih sistemih.
- Kavzoglu in Saka, sta leta 2005 objavila strokovni članek z naslovom: »*Modelling local GPS/levelling geoid undulations using artificial neural networks*«. Za aproksimacijo lokalnega geoida na območju mesta Istanbul v Turčija, sta uporabila umetno nevronske mrežo z vzvratnim širjenjem napake ter rezultate s postopkom kolokacije še izboljšala.
- Veronez, Thum in Côrrea de Souza so leta 2006 objavili strokovni članek z naslovom: »*A new method for obtaining geoidal undulations through artificial neural networks*«. Za aproksimacijo lokalnega geoida na območju dežele Rio dos Sinos v Braziliji so uporabili Levenberg-Marquardtovo umetno nevronske mrežo.
- Stopar, Ambrožič, Kuhar in Turk so leta 2006 objavili strokovni članek z naslovom: »*GPS derived geoid using artificial neural network and least squares collocation*«. Za aproksimacijo lokalnega geoida na območju zvezne dežele Baden-Württemberg v Nemčiji, so uporabili večslojno usmerjeno umetno nevronske mrežo in rezultate z metodo kolokacije še izboljšali.
- Lin je leta 2007 objavil strokovni članek z naslovom: »*Application of a back-propagation artificial neural network to regional grid-based geoid model generation using GPS and leveling data*«. Za aproksimacijo lokalnega geoida na območju Tajvana je bila uporabljena umetna nevronska mreža z vzvratnim širjenjem napake.

1.3 Cilji naloge

Cilj naloge je primerjava rezultatov, dobljenih z različnimi umetnimi nevronske mrežami na različnih kombinacijah vzorcev učnih in testnih točk izbranega lokalnega geoida na območju nemške zvezne dežele Baden-Württemberg.

Izbrane so bile tri različne umetne nevronske mreže:

- Kohonenova protitočna umetna nevronska mreža,
- Levenberg-Marquardtova umetna nevronska mreža ter
- radialna bazična umetna nevronska mreža.

Prav tako pa so bile uporabljene različne kombinacije vzorcev učnih in testnih točk:

- 25 učnih in 100 testnih točk,
- 50 učnih in 75 testnih točk,
- 75 učnih in 50 testni točk ter
- 99 učnih in 26 testnih točk.

Vhodna podatka umetne nevronske mreže sta geografska širina in dolžina. Izhodni podatek pa je geoidna višina. Vrednost izhodnega oziroma napovedanega podatka naj bi bila čim bližje pričakovani oziroma ciljni vrednosti testnega podatka. Ta bližina oziroma kakovost končnega rezultata se preverja s korelacijskim koeficientom in različnimi statističnimi funkcijami napak. Končni cilj naloge je primerjava in analiziranje rezultatov umetnih nevronske mrež, pridobljenih z različno kombinacijo vzorcev učnih in testnih točk, ter s tem ugotoviti primernost oziroma pozitivne in negativne lastnosti posamezne umetne nevronske mreže.

Izpolnjen cilj naloge naj bi pripomogel k nadaljnjim izbiram umetnih nevronske mrež pri podobnih nalogah.

1.4 Vsebina naloge

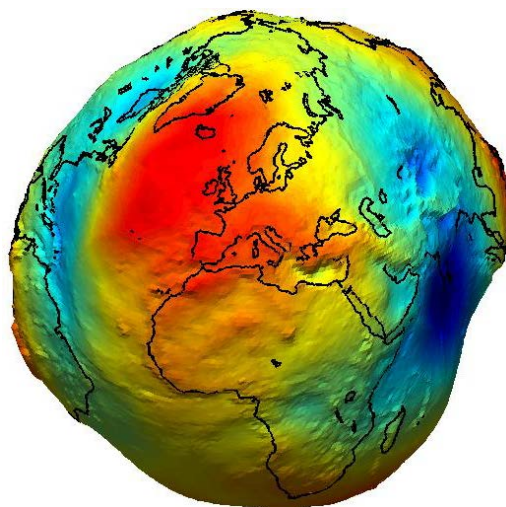
Diplomska naloga je sestavljena iz petih poglavij.

- 1. poglavje: Uvod. V uvodu je predstavljen motiv naloge, ki kaže na razvojne potrebe aproksimacije ploskve geoida in s tem uporabo umetnih nevronskih mrež. Predstavljeni so nekateri dosednji strokovni članki s to tematiko. Prav tako pa je predstavljen tudi cilj naloge.
- 2. poglavje: Geoid. V poglavju je predstavljena kratka zgodovina geoida, vrsta podatkov za določanje, metode izračuna, upodobitev ter uporabnost geoida.
- 3. poglavje: Umetne nevronske mreže. V poglavju sta predstavljena biološki in umetni nevron. Opisane so prednosti in slabosti umetnih nevronskih mrež, predstavljena je tudi vrsta podatkov umetnih nevronskih mrež. Opisani so različni kriteriji razdelitve umetnih nevronskih mrež: tipi vhodnih podatkov, topologija oziroma arhitektura, usmerjenost povezav ter tehnika učenja. Nadalje so razložena učna pravila, ki so uporabljena v nalogi: Hebbovo pravilo, pravilo delta, posplošeno pravilo delta, tekmovalno pravilo in pravilo z vnosom podatkov iz nasprotne smeri. Prikazan je vpliv parametrov na učinkovitost ter vrste umetnih nevronskih mrež. Opisane pa so tudi arhitekture in algoritmi učenja treh uporabljenih umetnih nevronskih mrež: Kohonenove protitočne, Levenberg-Marquardtove ter radialne bazične umetne nevronske mreže.
- 4. poglavje: Eksperimentalni del. Na začetku poglavja je opisana naloga, nato so opisani programi uporabljenih umetnih nevronskih mrež. Sledijo numerični izračuni in analize posamezne umetne nevronske mreže za različne kombinacije vzorcev učnih in testnih točk. Po vsaki umetni nevronske mreži je prikazana primerjava in analiza rezultatov vseh kombinacij vzorcev učnih in testnih točk. Na koncu pa so rezultati vseh umetnih nevronskih mrež primerjani z posamezno kombinacijo vzorcev učnih in testnih točk. Ti rezultati pa so še enkrat primerjani in analizirani z rezultati dosedanjih raziskav na tem območju lokalnega geoida.
- 5. poglavje: Zaključek. V poglavju so predstavljeni rezultati in ugotovitve različnih vrst umetnih nevronskih mrež za različno kombinacijo vzorcev učnih in testnih točk.

2 GEOID

V zgodovini so teoretično obliko Zemlje ponazarjale različne ploskve: najprej je bila to ravnina, nato kroglja in rotacijski elipsoid ter končno geoid (Kuhar, 1996). Geoid se je kronološko razvijal po naslednjem vrstnem redu.

- 1828: C. F. Gauß prvič z besedami opiše obliko Zemlje: »To, kar v geometričnem pomenu imenujemo obliko Zemlje, ni nič drugega kot ploskev, na katero je smer težiščnice povsod pravokotna in katere večji del tvori površina oceanov«.
- 1849: G. G. Stokes iznajde formulo za izračun zemeljskega površja s pomočjo gravitacijskih meritev. Kasneje jo poimenuje Stokesov integral.
- 1873: J. F. Listing poimenuje ploskev: geoid (grško: »v obliki Zemlje«).
- 1880: F. R. Helmert prvi v popolnosti predstavi izmero in upodabljanje fizične površine Zemlje.



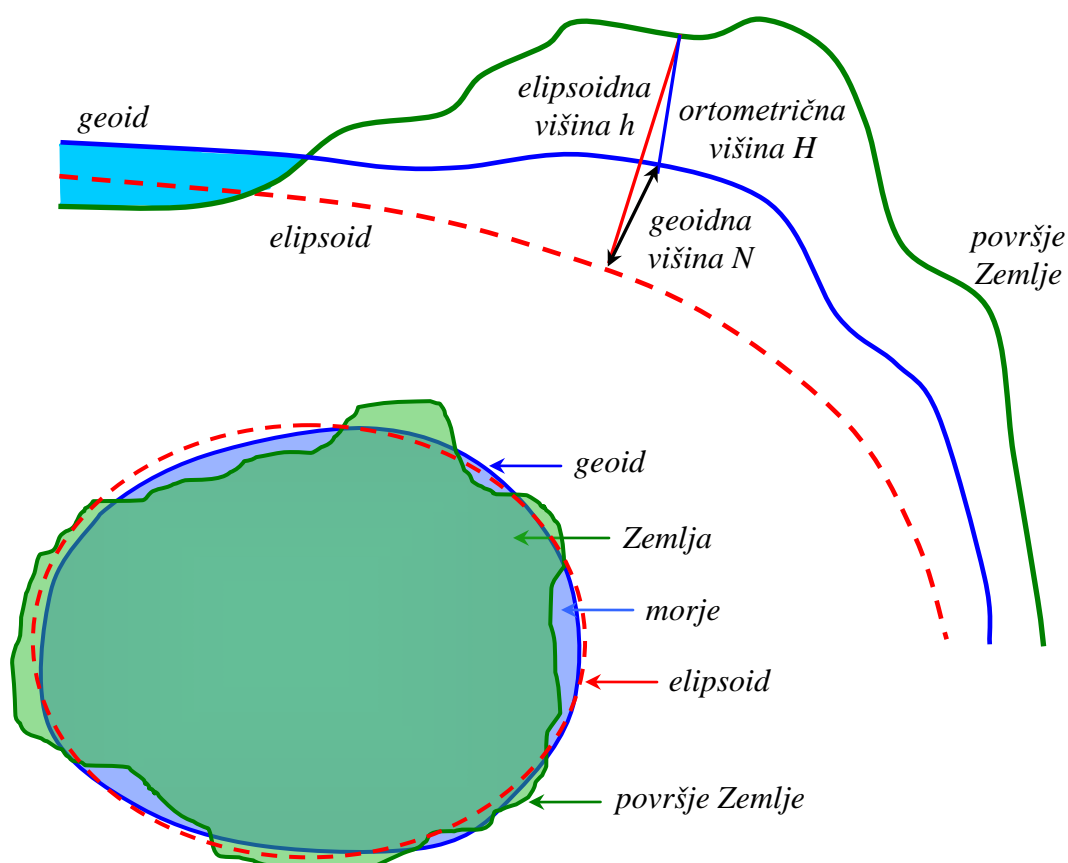
Slika 1: Prikaz geoida (ESA, 2007)

Geoid je po Gaußovi teoriji ekvipotencialna ploskev (ploskev z enako vrednostjo potenciala) zemeljskega telesa, ponazorjena s srednjo gladino svetovnih morij in v mislih podaljšana pod celinami (Kuhar, 1996). Določena je lahko z eno samo točko (v praksi je določena s srednjo morsko gladino). Geoid ni analitična ploskev, zato ga ne moremo izraziti z matematičnimi enačbami, saj se ukrivljenost geoida neprestano spreminja s spremembo reliefa in gostote zemeljske notranjosti.

Ker je geoid definiran s pomočjo težnostnega potenciala, ki ni neposredno izmerljiva količina, ga je nemogoče podati z enostavnimi matematičnimi izrazi. Zato ga v matematičnem pogledu, kot najboljšo aproksimacijo, zamenjuje dvoosni rotacijski elipsoid, z maksimalnim odstopanjem v mejah $\pm 100 - 150$ m. Odstopanja med geoidom in elipsoidom se imenujejo geoidne višine ali geoidne ondulacije (ker se ploskev geoida valovito vzdiguje in ponira glede na elipsoid). Označujemo jih z N .

Splošna zveza med geoidno višino N , elipsoidno višino h in ortometrično oziroma nadmorsko višino H je prikazana v enačbi (1):

$$h = H + N . \quad \dots(1)$$



Slika 2: Simbolni prikaz odnosa med elipsoidom, geoidom in površjem Zemlje.

2.1 Določanje geoida

Pri določanju geoida nas zanima, ali težnostno polje Zemlje v zunanjem prostoru lahko določimo brez poznavanja razporeda gostote v njeni notranjosti, samo s poznavanjem potenciala na robu območja (Kuhar, 2006). Matematično gledano gre za reševanje problema robnega pogoja parcialnih diferencialnih enačb. V primeru težnostnega polja nastopajo Laplaceova (vodi k zunanjemu problemu robnega pogoja) in Poissonova diferencialna enačba (vodi k notranjemu).

V splošnem je pri reševanju problema robnega pogoja znana robna ploskev S , vendar pri geodetskem problemu robnih pogojev temu ni tako. Poleg geometrije robne ploskve moramo določiti tudi potencial W . Pri določitvi geoida nas dejansko zanima samo ploskev. Robne pogoje nam tu določa zvezna robna funkcija – težnostni potencial. Ker potenciala ne moremo neposredno izmeriti, ga predstavimo s količinami, ki se dajo neposredno izmeriti. Te količine so t.i. anomaljske količine težnostnega polja (anomalija težnosti in odkloni navpičnice (Helmertovi ali Pizzetijevi) ter geoidne višine in anomalije višin).

2.1.1 Vrsta podatkov za določanje geoida

Za izračun geoida uporabljamo naslednje geodetske merske količine (Kuhar, 2006).

- Meritve težnosti (težnega pospeška) imajo pomembno vlogo v fizikalni geodeziji. Uporabljamo jih za določanje anomalij težnostnega polja, ortometričnih višin iz nivelmansko določenih višinskih razlik ter v raziskavah tektonskih premikov in proučevanju sprememb srednje morske gladine.
- Z astronomskimi opazovanji zvezd in Sonca določamo astronomske koordinate točk na Zemlji (astronomske širine Φ in astronomske dolžine Λ) ter azimute A stranic v državni mreži. Astronomska opazovanja uporabljamo posredno preko izračunanih komponent odklona navpičnice za določitev geoida (iz primerjave astronomskih in geodetskih koordinat).

- Koordinate točk, določene z metodami satelitske geodezije. Satelitske meritve za določanje položaja na Zemlji (Doppler, GPS) nam podajo tridimenzionalne koordinate točk. Te se nanašajo na globalni geocentrični koordinatni sistem in globalni zemeljski elipsoid. S transformacijo kartezičnih koordinat oziroma samo koordinate Z v elipsoidno višino h , je možna primerjava z ortometričnimi višinami, ki se nanašajo na geoid. Enako velja za normalne višine in anomalije višin.
- Opazovanja do umetnih Zemljinih satelitov in med njimi. S sledenjem pravilnosti tirov gibanja nizkoletnih satelitov in z analizo pridobljenih podatkov je možno določiti model za zemeljski težnostni potencial (geopotencialni model). Največja pomanjkljivost teh modelov je njihova majhna ločljivost – z njim je možno predstaviti samo globalno težnostno polje.
- Meritve satelitske altimetrije. Osnovo predstavljajo višinometri (altimetri), ki jih nosijo nizkoletni sateliti. Altimetri oddajajo, pravokotno na gladino morja, radarske impulze, ki se po odboju vračajo nazaj do satelitske antene. Tiri gibanja satelitov se obravnavajo kot znane količine, torej je znana njihova višina nad referenčnim elipsoidom. Za vsak trenutek merjenja je možno določiti trenutni položaj morske gladine, ki je podana z višino nad elipsoidom. Če poznamo površino morske topografije, je možno neposredno določiti višine geoida nad elipsoidom.

Vse navedene geodetske količine se v neposrednem izračunu geoida uporabljajo v obliki svojih anomaljskih komponent:

- podatki o težnosti so predstavljeni v obliki anomalij težnosti,
- astronomske koordinate so izražene s komponentama odklona navpičnice, torej z meridiansko komponento ξ in komponento v smeri prvega vertikala η ,
- tridimenzionalne koordinate točk, določene s pomočjo satelitskih opazovanj, so izražene v elipsoidnem koordinatnem sistemu, pri čemer višinska komponenta predstavlja elipsoidno višino,
- globalni geopotencialni modeli so predstavljeni z razvojem motečega potenciala v vrsto sfernih funkcij ter
- geometrijo morske gladine predstavljajo višine gladine morja nad referenčnim elipsoidom.

2.1.2 Metode izračuna geoida

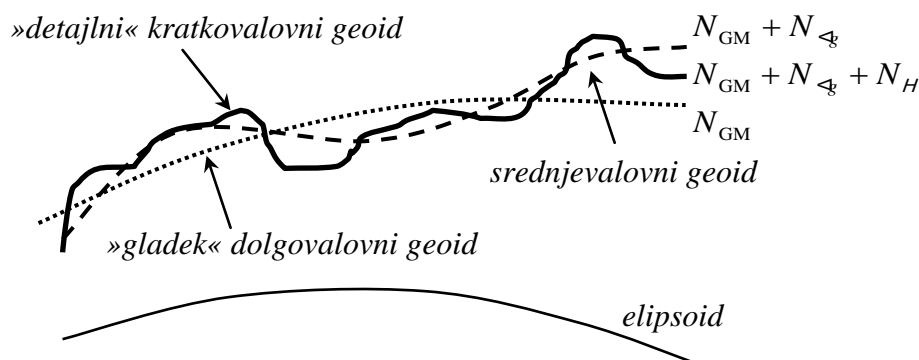
Glede na vrsto uporabljenih podatkov lahko metode razvrstimo v tri skupine (Kuhar, 2006):

- v prvo skupino uvrščamo metode, ki uporabljajo samo terestrične podatke:
 - gravimetrična metoda,
 - astrogeodetska metoda,
- v drugo skupino spadajo satelitske metode določitve geoida,
- tretja skupina metod predstavlja integrirani pristop k določitvi geoida, kjer uporabimo več podatkov terestričnih rešitev in rešitev satelitskih metod, običajno globalni geopotencialni model.

Slaba stran vseh klasičnih metod izračuna geoida je nepopolna in nehomogena razporeditev uporabljenih podatkov na Zemlji. Od vrste uporabljenih podatkov je odvisna tudi:

- gravimetrična rešitev, saj podaja zelo dobro lokalno ločljivost, vendar dolgovalovna komponenta polja zaradi neenakomerne razporeditve izmerjenih vrednosti anomalij težnosti vsebuje sistematični pogrešek,
- astrogeodetska rešitev dejansko vsebuje neposredno merjene vrednosti geoidnih višin, vendar je njena slaba stran relativno velika oddaljenost točk z merjenimi vrednostmi odklonov težiščnic,
- satelitsko podprta rešitev ima dolgovalovno komponento polja homogeno in brez sistematičnih pogreškov, vendar je lokalna ločljivost slaba.

Iz praktičnih in teoretičnih razlogov upoštevajo vse sodobne metode določitve geoida vsaj tri vrste podatkov: globalni geopotencialni model, terestrična opazovanja (neposredno merjene anomalije težnosti ali odklone navpičnice oziroma geoidne višine) in podatke o topografiji. Tako so tudi podatki razdeljeni glede na to, kakšen vpliv imajo na celotno geoidno višino. Podatki imajo dolgovalovni vpliv globalnega geopotencialnega modela (N_{GM} , valovne dolžine okoli 100 km). Terestrični podatki (anomalije težnosti in odkloni, $\rightarrow N_{\Delta g}$) imajo srednjevalovni vpliv (dolžine 2 – 10 km). Kratkovalovni vpliv pa imajo podatki o topografiji, pridobljeni na osnovi digitalnega modela reliefa N_H . Valovna dolžina je odvisna od ločljivosti digitalnega modela reliefa. Posamezne vplive ponazarja slika 3.



Slika 3: Prispevek posameznih vrst podatkov pri določitvi geoida.

Če izračunani geoid obsega tudi oceanska (morska) območja, moramo upoštevati altimetrške meritve. Geoidne višine, pridobljene na osnovi altimetrskih meritev, se lahko pretvorijo v ustrezne altimetrške anomalije težnosti.

2.2 Upodobitev geoida

Rezultat določitve ploskve geoida so geoidne višine (Kuhar, 2006). Ploskev geoida lahko upodobimo z množico diskretnih točk ali s pretvorbo teh točk v določen matematičen zapis (funkcija oziroma matematična vrsta).

Primer matematičnega zapisa je globalni geopotencialni model oziroma razvoj gravitacijskega potenciala v vrsto po sfernih funkcijah. Na osnovi koeficientov razvoja lahko predstavimo geoidne višine, anomalije težnosti ali pa komponente odklona težiščnice. Ker gre za matematično funkcijo, je vsaka izračunana geoidna višina točno povezana z geografskim položajem točke na zemlji (geocentrična sferna širina in sferna dolžina). V poljubni točki pa je možno geoidno višino izračunati z interpolacijo.

Ploskev geoida lahko prikažemo tudi s pomočjo polinomov, pri čemer pa je stopnja polinoma odvisna od števila točk z znanimi geoidnimi višinami. Čim več točk imamo na razpolago, tem višjo stopnjo polinoma lahko uporabimo. Tako bi lahko dosegli, da bi izbrana ploskev potekala skozi vse te točke, kar pa ni dobro, saj ima tak polinom prave vrednosti le v teh točkah, drugje pa so odstopanja od pravih vrednosti lahko velika. Zato uporabljamo polinome največ druge stopnje.

Za model geoida lahko uporabimo tudi trigonometrične funkcije ali bikubične zlepke (spline funkcije), vendar je stabilnost določitve modela geoida s takimi funkcijami pri neugodni razporeditvi točk slabša. Poleg števila točk z znanimi geoidnimi višinami je zato pomembna tudi njihova razporeditev. Priporočljivo je, da so te točke čim enakomerneje razporejene po obravnavanem območju, pri čemer naj bo nekaj točk tudi na robovih tega območja. S tako določeno ploskvijo geoida izračunamo geoidne višine vsem želenim točkam iz tega območja.

Ploskev geoida pa lahko modeliramo tudi z umetnimi nevronske mrežami, kar prikazujemo tudi v tej nalogi.

2.3 Uporabnost geoida

Geoid uporabljamo na naslednjih področjih (Kuhar, 2006), od katerih jih nekaj navajamo v nadaljevanju.

- Določanje geometrije površine Zemlje. Geoid predstavlja vmesno referenčno ploskev in služi kot izhodišče ortometričnih višin.
- Redukcija terestričnih geodetskih meritev na elipsoid. Terestrična geodetska opazovanja opravljamo na površini Zemlje v lokalnem astronomskem sistemu. Nanašajo se na lokalno težnostno polje. Vsa računanja v državnih mrežah (trigonometričnih) pa se nanašajo na privzeti referenčni elipsoid, ki se najbolj prilega ploskvi geoida na tem območju. Tako moramo v vsa geodetska opazovanja vnesti popravke, ki so s skupnim imenom zajeti kot redukcija na elipsoid. Reduciramo naslednje merske količine: astronomske azimute, zenitne razdalje, horizontalne smeri in poševne dolžine.
- Višinski datum za geodetsko izmero. Od samega začetka razvoja nivelmana in nivelmanskih mrež predstavlja geoid ničelno nivojsko ploskev, od katere se računajo absolutne višine točk. Izhodišča za računanje višin oziroma vertikalni datumi pa so mareografske postaje, ki z dolgoletnim opazovanjem določajo srednjo morsko gladino. Zaradi razlik v temperaturah morij, slanosti, morskih tokovih in vetrovih dobimo le približek ploskve geoida.

- Povezava terestrične izmere z meritvami satelitske geodezije. Z uporabo satelitskih meritev v določanju koordinat točk državne mreže je postalo pereče vprašanje povezave datuma državne mreže (podanim z lokalnim referenčnim elipsoidom) s satelitskimi geocentričnimi datumi (WGS-84). Za izračun transformacijskih parametrov za prehod iz enega v drugi koordinatni sistem je potrebno poznavanje geoida (geoidnih višin). V tej zvezi lahko obravnavamo tudi uvedbo satelitskih meritev v vsakdanjo geodetsko izmero. Znano je, da nam GPS meritve podajajo elipsoidne višine, v praksi pa uporabljamo ortometrične (nadmorske) višine točk. Za prehod iz enega višinskega sistema v drugi potrebujemo geoid. V primeru, da geoid poznamo, nam GPS meritve omogočajo določanje višinskih razlik oziroma višin točk na območjih, kjer je izvedba preciznega nivelmana težko uresničljiva (trigonometrično višinomerstvo pa ne omogoča tako visoke natančnosti).
- Raziskave v geodinamiki in geofiziki. Pri raziskavah vertikalnih recentnih tektonskih premikov obravnavamo geoid kot časovno odvisno referenčno ploskev. Ponavljajoče gravimetrične in nivelmanske meritve nam omogočajo določitev premikov.
- Oceanografske raziskave. Pri teh raziskavah je geoid v neposredni zvezi s srednjo gladino morja in morsko topografijo. Časovno odvisne komponente morske topografije (plimovanje in sezonske variacije) je lažje pojasniti s pomočjo geoidnih informacij. Podatki satelitske altimetrije, s pomočjo katerih je možno izračunati ploskev geoida na morskih območjih, nam omogočajo napovedovanje anomalij težnosti na morju. Le-te so pomembne za vključitev v svetovno bazo anomalij, ki predstavljajo osnovo za izračun izboljšanih globalnih geopotencialnih modelov geoidov.

3 UMETNE NEVRONSKE MREŽE

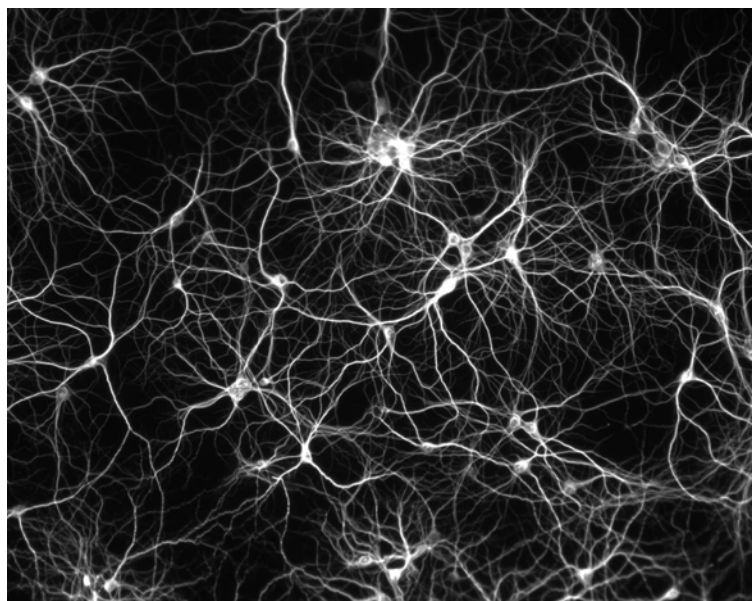
Prvi začetki umetnih nevronske mrež segajo v zgodnja štirideseta leta prejšnjega stoletja, ko sta McCulloch in Pitts predstavila matematični model živčne celice oziroma nevrona (Dobnikar, 1990). Ta model predpostavlja, da ima vsak vhodni signal svojo utež, sestavljeni signal pa je vsota produktov vhodnih signalov in uteži. Kadar vhodni signal preseže neko posebno vrednost, ki je označena kot prag (angl. bias), se sproži izhodni signal, sicer pa ne. S to bistveno preprosto preklopno funkcijo in s spremembo uteži je možno obdelovati velike količine podatkov in prilagajati sistem novim razmeram – ga učiti. Takšen model se vse do danes ni bistveno spremenil in še vedno predstavlja osnovno izhodišče pri najrazličnejših raziskavah. Kmalu pa se je pojavilo vprašanje, kako spreminjati oziroma določevati uteži in prag, da je zadoščalo zahtevam posameznega problema. Enega prvih odgovorov v tej smeri je podal Hebb z učnim pravilom, ki omogoča postopno iskanje vrednosti za uteži in praga tako, da ustrezajo našim zahtevam. S tem je model nevrona postal zanimiv za številne raziskovalce, saj je bilo očitno, da je mogoče z njim reševati zelo zahtevne probleme, za katere ni bilo determinističnih rešitev.

Leta 1959 je Rosenblatt predstavil koncept Perceptrona kot enega prvih adaptivnih sistemov. (Dobnikar, 1990) Osnova je bil privzeti model nevrona, ki mu je dodal povratno zanko za adaptacijo uteži. Podoben model je bil Adaline, ki ga je leta 1961 razvil Widrow, omogočal pa je tudi adaptacijo praga. Leta 1969 sta avtorja Minsky in Papert dokazala nemoč dotlej poznanih adaptivnih sistemov na bazi nevrona. Na preprostem primeru preklopne funkcije ekskluzivni ali (angl. EX-OR) sta dokazala, da je ni moč rešiti s tedaj poznanimi sistemi, tudi če poljubno spreminjamo uteži in prag. Čeprav so že takrat razmišljali o večslojnih nevronske strukturah, pa še ni bil znan učni algoritem za adaptacijo uteži vseh nevronov za želene vrednosti. Le-tega so objavili Rumelhart, Hinton in Williams. S tem je bil takoj rešen problem EX-OR, ki so ga reševali z vpeljavo vsaj dveh slojev nevronov. Od tedaj so se umetne nevronske mreže razvijale z veliko hitrosti, pričeli so jih uporabljati na različnih področjih in pri številnih aplikativnih problemih, zlasti za razpoznavanje vzorcev, klasifikacije vzorcev, procesiranje kompleksnih signalov, diagnosticiranje, informacijskega inženirstva.

Procesiranje z umetnimi nevronskimi mrežami najrazličnejših topologij predstavlja vzorec distribuiranega procesiranja, bistveno drugačnega od klasičnih von Neumanovih računalnikov. Za klasične računalnike je značilna stroga odvisnost od programa oziroma algoritma, medtem ko je značilnost nevronskega procesiranja v tem, da se upošteva nakopičeno znanje, pridobljeno med učenjem, na vhodne podatke pa se odgovarja na način, ki je najbližji izkušnjam v učni dobi. Za procesiranje nevronske mreže je značilno posploševanje in tolerantnost napak na vhodu, zato jih uvrščamo med inteligentne procesorske sisteme.

3.1 Biološki nevron

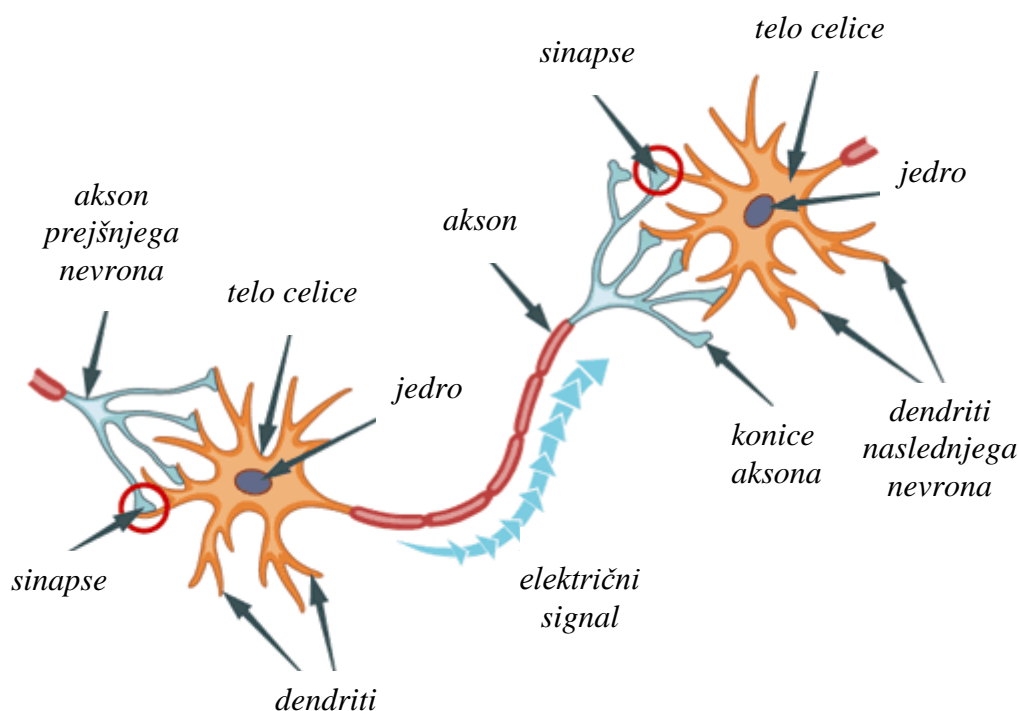
Ocenjuje se, da ima človek približno 10^{11} živčnih celic oz. nevronov, ki so osnovne celice živčnega sistema živih organizmov. Med njimi obstaja približno 10^{15} povezav, ki imajo vsaka svojo utežno funkcijo (Dobnikar, 1990). Ta funkcija se spreminja skladno z razvojem človekove osebnosti, kar pomeni, da je osnovna lastnost nevronske mreže učenje, opravljajo pa tudi vse računske in komunikacijske funkcije v telesu. Možganske živčne celice se ne obnavljajo, torej morajo delovati celotno življenjsko dobo. Alkohol, nikotin in različne bolezni nepovratno uničujejo možganske celice. Škodo, ki pri tem nastane, je delno možno nadomestiti z ustreznim učenjem.



Slika 4: Slika naravnih nevronske povezav (Koninck, 2007).

Biološki nevron sestavljajo tri sekcije (Zupan, Gasteiger, 1999) :

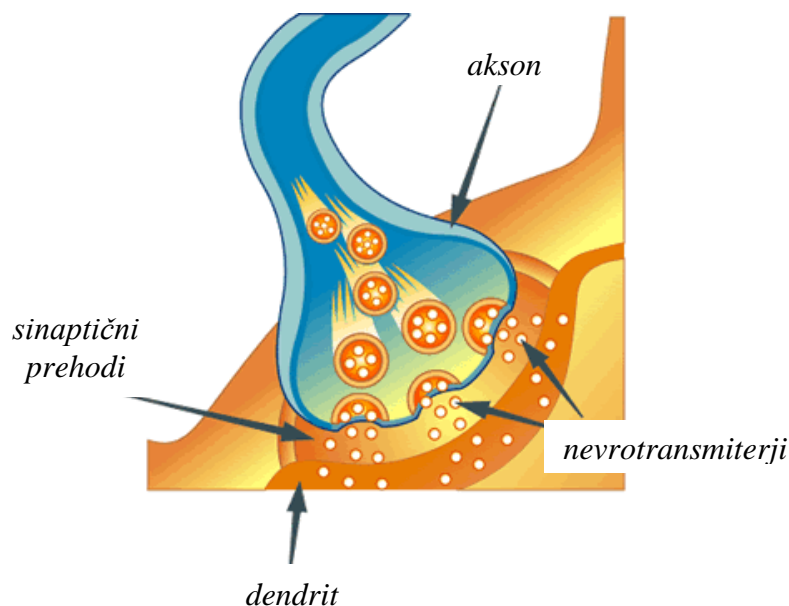
- telo celice,
- dendriti (sprejemniki) ter
- akson (glavna prenosna pot).



Slika 5: Shematski prikaz nevrna (Culverco, 2002).

Telo celice in jedro ne vplivata na procesiranje signalov, temveč skrbita za proizvodnjo različnih molekul in vzdržujeta nevron v delujočem stanju. Za obdelavo signalov skrbi vrh aksona. Dendriti so drobni izrastki iz telesa celice, ki sprejemajo vhodne signale od drugih nevronov prek sinaptičnih povezav. Obstajajo tudi sinaptične povezave med aksoni, med aksoni in telesom in med dendriti. Vhodni signali se v celici seštevajo v kratkih časovnih obdobjih. Kadar je skupni signal v celici dovolj velik (večji kot prag v vrhu aksona), se sproži izhodni signal, ki ga akson prenese naprej. Jakost izhodnega je vedno enaka ne glede na to, ali je vhodni signal komaj presegel prag ali pa je stokrat močnejši. Akson predstavlja glavno prenosno pot v celici. Blizu konca se razcepi na množico končičev, ki se zaključijo z sinapsami, kjer signal prehaja na dendrite ali na telo druge celice. Tako lahko en sam nevron generira impulz, ki bo aktiviral ali zavrl na tisoče drugih nevronov, ti pa spet vplivajo na svoje naslednike in ta postopek se ponavlja brez konca. Prav visoka stopnja povezanosti celic z okolico dajo nevronom kljub preprostosti funkcionalnosti takšno moč procesiranja.

Mesto, kjer akson prehaja v sinapso, se imenuje sinaptični terminal.



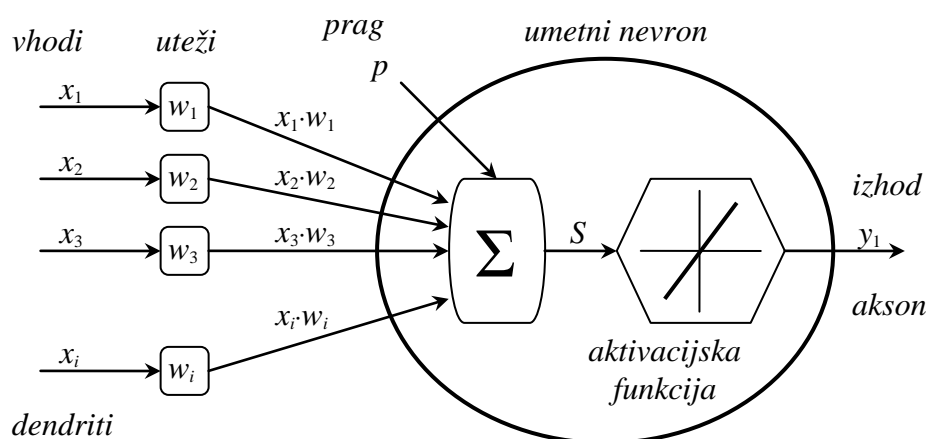
Slika 6: Shematski prikaz sinapse (Culverco, 2002).

Le-ta je povezan s sosednjimi dendriti prek majhne razpoke - sinaptičnega prehoda. Za prenos signalov skrbijo nevrottransmiterji. Ker posinaptična membrana ne oddaja nevrottransmiterjev, lahko potujejo signali le v eni smeri. Fizikalne in nevrokemične lastnosti sinaps določajo jakost in polariteto novega vhodnega signala. Sprememba kemijske zgradbe raznih kemikalij v nevrottransmiterjih pospešuje ali zavira vpliv signala, ki ga akson prek nevrottransmiterjev odda naslednjemu dendritu in posredno naslednjemu nevronu. V tem so možgani najbolj fleksibilni in tudi ranljivi. Razne droge in alkohol vplivajo na kemijsko sestavo nevrottransmiterjev in s tem na delovanje možganov. Živčni strupi (sarin) pa celo blokirajo delovanje sinaps in preprečijo kontrolo nad mišičevjem ter povzročijo zadušitev.

Delovanje biološkega živčnega sistema temelji torej na preprosti obdelavi signalov v nevronu, na izjemni povezanosti brezštevilnih nevronov in na dejstvu, da lahko spreminjamo jakost signalov pri prehodu iz enega nevrone v drugega. Te značilnosti so tudi osnova zasnove umetnih nevronskih mrež.

3.2 Umetni nevron

Vsak umetni nevron je, podobno kot živčna celica v možganih, z dendriti in aksonom povezan z več drugimi umetnimi nevroni (Dobnikar, 1990). Lastnosti vsake take povezave so podane s sinaptično utežjo (Haykin, 1999). Označimo z x_i signal, ki ga sprejme i -ti dendrit, z w_i pa sinaptično utež, s katero so določene lastnosti stika nekega sosednega nevrona z i -tim dendritom opazovanega nevrona. Pri modeliranju pojme, kot so dendriti in akson, navadno nadomestimo z vhodi v nevron in z izhodom iz njega.



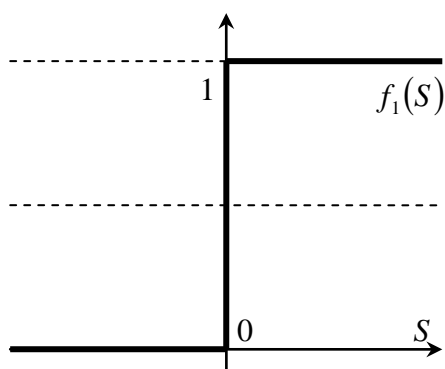
Slika 7: Shema splošnega umetnega nevrona.

Seštevalnik opravlja funkcijo povprečenja signalov čez neko časovno obdobje. V realnem svetu je ta čas točno določen, pri modeliranju pa je to čas, ki ga računalnik potrebuje za dva zaporedna izračuna na istem umetnem nevronu. Rezultat seštevanja je aktivacijska vsota S , to je vsota uteženih signalov w_i iz vseh dendritov x_i :

$$S = \sum_{i=1}^n x_i \cdot w_i. \quad \dots(2)$$

Z aktivacijsko funkcijo določimo odziv nevrona – velikost signala, ki ga pošljemo na akson. Enostavna aktivacijska funkcija je na primer stopničasta funkcija (slika 8), imenovana tudi McCulloch-Pittsov model, ki vrne 1 (vzburi nevron), če je vsota 0 ali pozitivna, in 0 (zavre nevron), če je vsota negativna. Matematično jo zapišemo z enačbo (3):

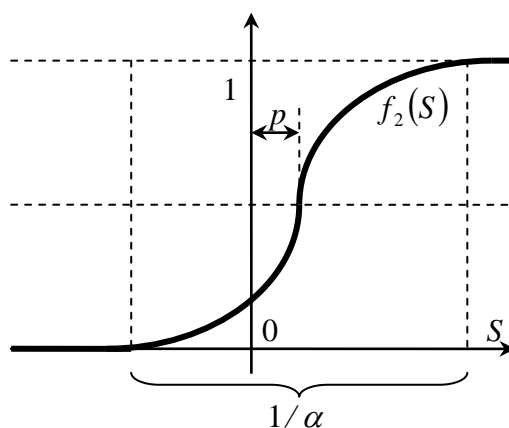
$$f_1(S) = \begin{cases} 1 & S \geq 0 \\ 0 & \text{sicer} \end{cases}. \quad \dots(3)$$



Slika 8: Stopničasta aktivacijska funkcija.

Mnogo pogosteje uporabljamo za aktivacijske funkcije razvlečene stopničaste funkcije, ki so monotono naraščajoče, zvezne in zvezno odvedljive ali sigmoidne. Za razliko od stopničaste funkcije, kjer je nevron lahko ali popolnoma vzburljen ali pa popolnoma zavrt, nam opisane sigmoidne funkcije omogočajo, da je nevron lahko tudi samo malo vzburljen oziroma zavrt, podobno kot velja za živčne celice v možganih. Funkcija preslika vhodne vrednosti med $-\infty$ in $+\infty$ v izhodne, s tem, da jih zglati na vrednosti med 0 in 1. Definirana je z enačbo (4):

$$f_2(S) = \frac{1}{1 + e^{-\alpha(S-p)}} \quad \dots(4)$$



Slika 9: Sigmoidna aktivacijska funkcija.

Naklon aktivacijske funkcije je izražen z recipročno širino intervala $[1/\alpha]$, prag pa z vrednostjo p .

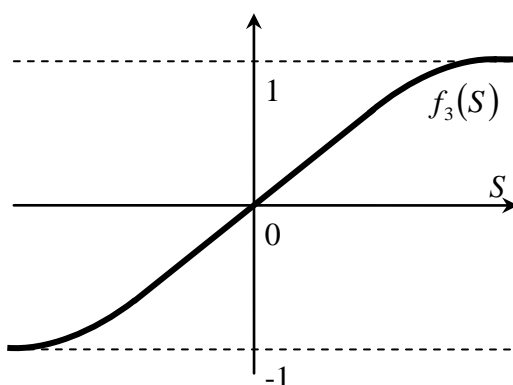
Prednost te funkcije je, da nam zna preslikati poljubno vhodno vrednost na interval med 0 in 1 tako, da je vsaka od vhodnih vrednosti v izhodnem signalu predstavljena s svojo lastno

vrednostjo. Drugače rečeno, vsaka izhodna vrednost je slika natanko ene vhodne vrednosti. Prav ta lastnost jo naredi za idealno funkcijo pri aproksimaciji želenega izhodnega signala. Druga pomembna lastnost te funkcije je, da je mnogo bolj natančna pri vhodnih vrednostih, ki so okrog sredine intervala, vrednosti, ki so na robovih vhodnega signala, pa obravnavamo bolj površno. Zato je že sama po sebi zmožna omejiti pretiran vpliv skrajnih vhodnih vrednosti na izhod.

Hiperbolično tangenta aktivacijska funkcija, podobno kot sigmoidna, zgladi vse izhodne vrednosti, vendar v intervalu 1 in -1. Definirana je z naslednjo enačbo (5):

$$f_3(S) = \frac{e^S - e^{-S}}{e^S + e^{-S}}. \quad \dots(5)$$

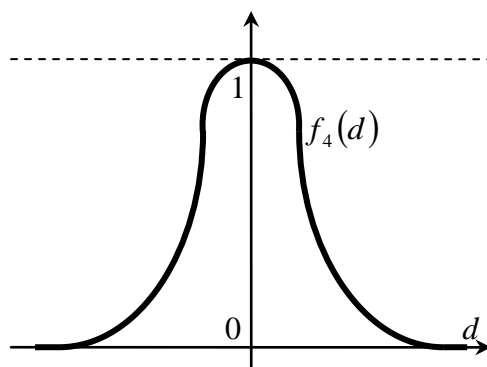
Prednosti (in uporaba) te funkcije so identični tistim, ki jih ima sigmoidna aktivacijska funkcija, le da nam ta najbolj pogoste vhodne signale pretvori v izhodne okrog vrednosti 0.



Slika 10: Hiperbolična tangenta aktivacijska funkcija.

Radialna aktivacijska funkcija preslika vhodne vrednosti v izhodne po enačbi normalne porazdelitve (6):

$$f_4(d) = e^{-d^2}. \quad \dots(6)$$



Slika 11: Radialna aktivacijska funkcija.

Vhod d je pri tej funkciji namesto produkta med utežjo in vhomom praviloma razdalja med utežjo in vhodnim signalom. Izhod iz takšnega nevrona nam torej pokaže, v kolikšni meri je vhodni signal poznan nevronu oziroma koliko se vhodni signal ujema s signalom, s katerim smo nevron učili. Takšni nevroni se pogosto uporabljajo za glajenje kompleksnih funkcij.

Vrsta aktivacijske funkcije se med učenjem ne spreminja in je enaka za vse nevrone v umetni nevronske mreži, ne glede na položaj nevrona in vrsto povezave s sosednjimi nevroni. Med učenjem se spreminjajo le uteži in parametri, ki določajo prag in naklon funkcije.

3.3 Umetna nevronska mreža

3.3.1 Prednosti in slabosti umetnih nevronskih mrež

Prednosti umetne nevronske mreže odlikujejo naslednje lastnosti (Kononenko, 1997).

- Biološka podobnost: z oponašanjem človeških možganov pri čemer skuša doseči večjo učinkovitost pri reševanju zahtevnih problemov.
- Visoka stopnja paralelizma: posledica dejstva, da vsak nevron deluje relativno neodvisno od ostalih, zato so zmožne prilagajanju zapletenemu okolju v realnem času.
- Večsmerno izvajanje: kjer je vsak nevron povezan z vsakim, je vsak nevron hkrati voden in izhoden.

- Robustnost: glede na okvaro posameznih nevronov in sinaps ne izgubimo nobenega podatka v celoti, pri čemer točnost pada sorazmerno s številom uničenih nevronov. Robustna pa je tudi glede na pomanjkljive vhodne podatke, kar izvira iz načina delovanja, ko se manjkajoči podatki aproksimirajo z razpoložljivimi vhodnimi podatki in naučenega znanja.
- Učenje: poteka s spontanim spreminjanjem uteži na sinapsah. Ko je umetna nevronska mreža naučena, je vsak nevron sposoben napovedati svoje stanje v odvisnosti od danih stanj z njim povezanih nevronov.
- Relacija med strojno in programsko opremo: v mreži ni programske opreme v klasičnem pomenu besede. Edini algoritem, po katerem deluje, je individualni nevron, vse ostalo delovanje je spontano.
- Matematična podlaga: temelji v linearni algebri.

Slabosti umetne nevronske mreže so naslednje (Hafner, 1999).

- Za uspešno učenje potrebujemo veliko število kvalitetnih vhodnih podatkov. V primeru, da podatki niso kvalitetni, je taka tudi rešitev.
- Iskanje optimalne umetne nevronske mreže, ker je njeno učenje lahko zelo dolgotrajen proces.
- Pri gradientnih učnih algoritmih se pojavlja problem lokalnih minimumov.
- Rešitve, ki jih pridobimo, so ponavadi nejasne. V večini primerov je nemogoče ugotoviti kakšne so zakonitosti, ki prevedejo sistem do pravega delovanja. Umetne nevronske mreže pogosto primerjajo s črno skrinjico – na eni strani podatki vstopajo, na drugi izstopajo, kakšni so notranji mehanizmi, pa ostaja očem skrito. Vnaprej moramo določiti namen našega dela. Če želimo postaviti le model, ki bo deloval pravilno in nas mehanizmi ne zanimajo, so umetne nevronske mreže vsekakor priporočljive. Nasprotno pa v primeru, ko želimo analizirati postopke in dognati zakonitosti, pridejo umetne nevronske mreže le redkokdaj v poštev.
- Težave zaradi »pretreniranosti«. Cilj procesa učenja je doseči čim boljše prilagajanje učnim podatkom. S spreminjanjem uteži v umetni nevronske mreži skušamo delovanje modela privedi do čim manjše napake. Glavni cilj je izdelati model, ki ne bo deloval

le na učnih podatkih, ampak se bo enako dobro obnesel tudi na katerikoli drugih podatkih. Zato je potrebno v postopek učenja neprenehoma izvajati tudi postopke testiranja. V ta namen je potrebno uporabiti testne podatke, ki niso enake učnim. Napake se za učne in testne podatke ne zmanjšuje enako hitro. V neki točki se napaka na testnih podatkih začne povečevati kljub temu, da se nad učnimi podatki še naprej zmanjšuje. V tej prevojni točki je dosežen trenutek, ko rečemo, da je od tu naprej mreža »pretrenirana«. Predolg proces učenja vodi k slabemu posploševanju, mreža izgubi sposobnost posploševanja, prične pa se proces memoriranja učnih podatkov. Učenje je potrebno v prevojni točki prekiniti. Načeloma bi napako nad učnimi podatki lahko poljubno zmanjšali s povečanjem števila nevronov, vendar pa bi s tem izgubili sposobnost posploševanja.

Poudariti pa je potrebno, da umetne nevronske mreže ne programiramo, ampak jo učimo. (Ambrožič, 2001). Učenje je ustrezna nastavitvev uteži tako, da umetna nevronska mreža izračuna (aproksimira) želeno funkcijo. Učenje mreže je iterativni postopek. Ko mreža deluje tako kot želimo, učenje umetne nevronske mreže zaključimo. Če se to zgodi v končnem času, pravimo, da umetna nevronska mreža konvergira.

3.3.2 Vrsta podatkov

Glede na uporabo razdelimo podatke na (Ambrožič, 2001):

- niz učnih podatkov (angl. training set),
- niz verifikacijskih podatkov (angl. validation set) ter
- niz testnih podatkov (angl. test set).

Umetno nevronska mrežo učimo na nizu učnih podatkov. Na nizu verifikacijskih podatkov določimo »optimalno« geometrijo oziroma topologijo umetne nevronske mreže. Naučeno umetno nevronska mrežo z optimalno geometrijo nato uporabimo na nizu testnih podatkov za preverjanje, ali je izbrana mreža res dobro naučena. Niz verifikacijskih in niz testnih podatkov pogosto združimo v enega.

3.4 Kriteriji razdelitve umetnih nevronske mreže

V poglavju opisujemo različne kriterije po katerih lahko razdelimo umetne nevronske mreže: tip vhodnih podatkov, arhitektura, usmerjenost povezav in tehnika učenja umetnih nevronske povezav.

3.4.1 Tip vhodnih podatkov

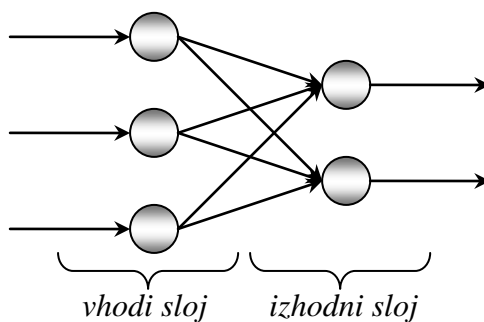
V splošnem ločimo dva tipa vhodnih podatkov:

- diskretne: binarni (0 ali 1), bipolarni (-1 ali 1) ter
- zvezni vhodni podatki (uporabljeni v nalogi).

3.4.2 Arhitektura umetnih nevronske mreže

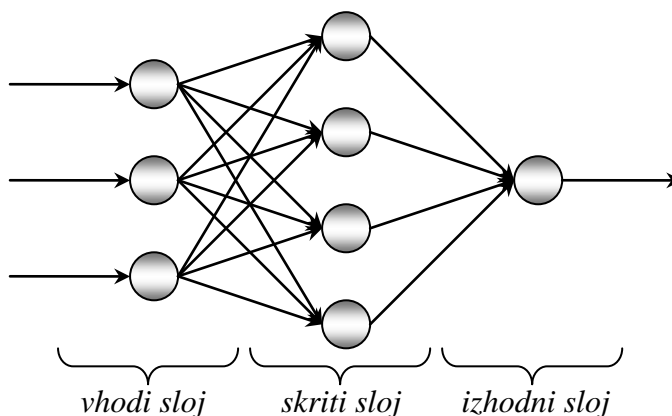
Arhitektura umetne nevronske mreže je ena izmed osnovnih lastnosti nevronske mreže in predstavlja vzorec povezav med nevroni (Kononenko, 1997).

- Umetna nevronska mreža brez slojev (angl. nolayer networks) je najbolj splošna oblika mreže, pri kateri je vsak nevron hkrati voden in izhoden. Vsak nevron je povezan z vsakim nevronom v obeh smereh. Umetna nevronska mreža deluje tako, da se na začetku nevronom vsilijo vrednosti komponent vhodnega vzorca, zatem pa nevroni paralelno sinhrono ali asinhrono spreminjajo svoja stanja toliko časa, dokler se izhod celotne umetne nevronske mreže ne ustali.
- Dvoslojna usmerjena umetna nevronska mreža (angl. twolayer networks) je sestavljena iz skupine vhodnih in skupine izhodnih nevronov. Vsak vhodni nevron je z enosmerno vezjo povezan z vsakim izhodnim nevronom. Izračun take umetne nevronske mreže poteka tako, da se vhodnim nevronom vsilijo vrednosti komponent vhodnega vzorca in zatem v enem koraku vsi izhodni nevroni paralelno izračunajo izhodne vrednosti. Včasih pravijo takim umetnim nevronske mrežam tudi enoslojne, ker so vhodni nevroni samo senzorji. Primer take umetne nevronske mreže je perceptron. Dvoslojne umetne nevronske mreže lahko rešijo samo linearne probleme.



Slika 12: Dvoslojna umetna nevronska mreža.

- Večslojno usmerjeno umetno nevronska mrežo (angl. multilayer networks) dobimo, če dvoslojni umetni nevronske mreže med vhodni in izhodni sloj dodamo še enega ali več skritih slojev. Večslojne umetne nevronske mreže delujejo podobno kot dvoslojne, le da je število korakov za eno večje od števila skritih slojev. Z večslojnimi umetnimi nevronskimi mrežami lahko rešimo tudi nelinearne probleme.



Slika 13: Trislojna umetna nevronska mreža.

3.4.3 Usmerjenost povezav

Glede na usmerjenost povezav ločimo dva tipa umetnih nevronskih povezav (Kokol et al., 2000).

- Umetne nevronske mreže brez povezav nazaj – nerekurventne (angl. feed-forward) umetne nevronske mreže, kjer izhodi enega nevrona pomenijo vhode v druge neurone, vrednost se vedno prenašajo od vhodov proti izhodom.

- Umetne nevronske mreže s povezavami nazaj – rekurentne (angl. feed-backward) umetne nevronske mreže, so še najbližje biološkemu sistemom, saj dovoljujejo povezave v obe smeri. Najbolj znana tipa umetnih nevronskih mrež s povratno zanko sta Elmanova in Hopfieldova mreža.

3.4.4 Tehnika učenja umetnih nevronskih mrež

Poznamo nekaj tehnik učenja umetnih nevronskih mrež (Zupan, 1994).

- Nadzorovano učenje (angl. supervised learning) je tisto, pri katerem moramo med učenjem pri vsakem vhodu podati še želen oziroma pravilen izhod umetne nevronske mreže. Tako za vse učne točke natančno določimo preslikavo vhodov na izhode, ki jo mora umetna nevronska mreža opravljati. Ko je umetna nevronska mreža dovolj naučena, da vsak vhod preslika v pravilen izhod z dovolj majhno napako, lahko menimo, da tudi vhode, ki nimajo poznanih rešitev, preslika na ustrezne izhode.
- Ocenjevano učenje (angl. appreciated learning) ne zahteva poznavanja pravilnega izhoda umetne nevronske mreže, ampak postopke, s katerimi lahko ocenimo približne vrednosti, h katerim mora umetna nevronska mreža težiti.
- Nenadzorovano učenje (angl. unsupervised learning) se razlikuje od prejšnjih načinov po tem, da ne potrebuje nobenih zelenih izhodov ali ocen, ampak samo vhode v umetno nevronska mrežo. Pri tem učenju ni potrebno določiti preslikave z vhoda na izhod, ampak jo določa umetna nevronska mreža sama. Takšna pravila se imenujejo tudi pravila samoorganizacije. Primerna so zlasti za naloge na področju razpoznavanja vzorcev in razvrščanje podatkov v skupine.

3.5 Pravila učenja umetnih nevronskih mrež

V tem poglavju opisujemo nekatera pravila učenja umetnih nevronskih mrež, predvsem tista, ki so pomembna za delovanje uporabljenih umetnih nevronskih mrež.

3.5.1 Hebbovo pravilo

Osnovno Hebbovo pravilo (angl. Hebb rule), ki ga v različnih variantah uporabljajo umetne nevronske mreže pri učenju, je definiral že Hebb leta 1949. Pravilo pravi, da se vez med dvema aktivnima nevronoma ojača (utež se poveča) (Kononenko, 1997). To pravilo zadostuje, da si mreža zapomni frekvenco (in s tem verjetnost), s katero sta dva sosednja nevrona hkrati aktivna.

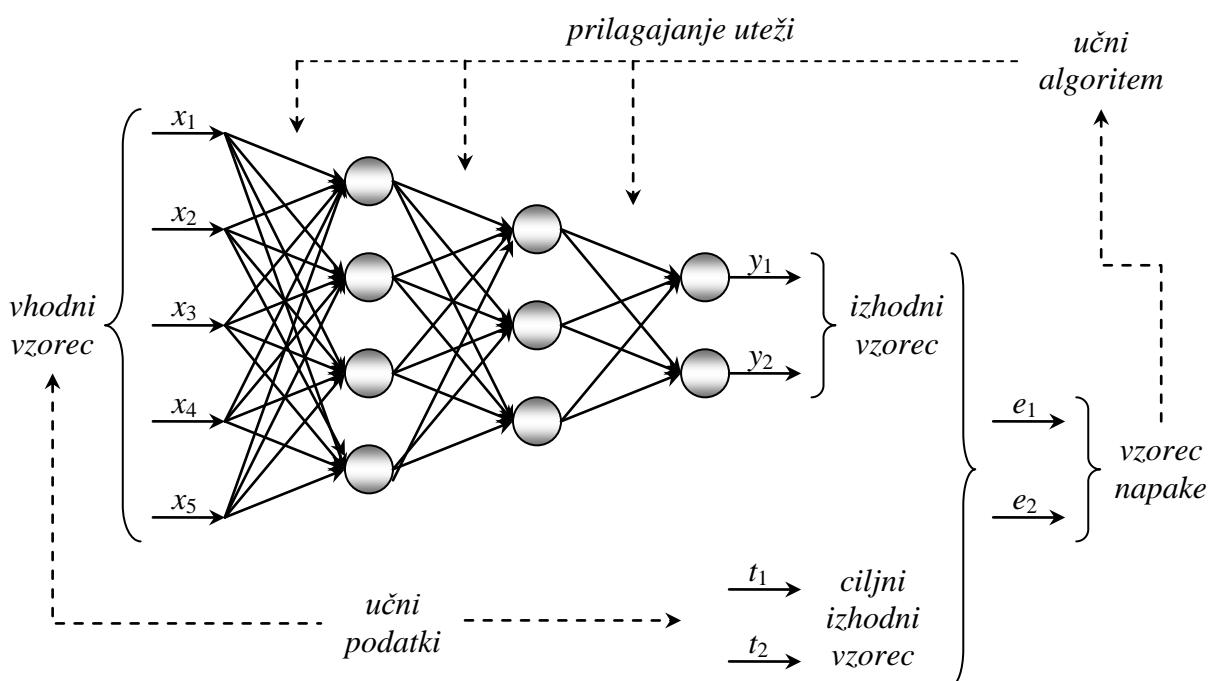
Posplošeno Hebbovo pravilo (angl. generalized Hebb rule) pravi, da se vez med dvema nevronoma ojača, če sta oba hkrati aktivna ali če sta oba hkrati pasivna. Na ta način si umetna nevronska mreža zapomni povezanost med aktivnostima dveh povezanih nevronov.

3.5.2 Pravilo delta

Pravilo delta (angl. delta rule), preprosto pravilo, ki omogoča učenje v dvoslojni umetni nevronske mreži in sta ga definirala že Minsky in Papert leta 1969 (Kononenko, 1997). V dvoslojni umetni nevronske mreži je prvi sloj nevronov vhodni in drugi izhodni. Vsak vhodni nevron je povezan z vsakim izhodnim nevronom. Pred začetkom učenja so uteži izbrane naključno. Učenje poteka z znanimi pari vhodnih in izhodnih vzorcev. Proces učenja poteka tako, da vhodni nevroni dobijo vhodni vzorec. Zatem se v enem koraku izračuna izhodna vrednost pri danem vhodu. Izračuna se razlika med izhodno (angl. outputs) (napovedano – z umetnimi nevronskimi mrežami izračunano) in ciljno (angl. targets) (pričakovano – želeno) vrednostjo na izhodu. Nato se uteži povezav med vhodnimi in izhodnimi nevroni zmanjšajo ali povečajo sorazmerno razliki med izhodno in ciljno vrednostjo. Z iterativnim prikazovanjem znanih parov vhodnih in izhodnih vzorcev dosežemo, da se umetna nevronska mreža nauči pravilno odgovarjati na vhode. Minsky in Papert sta dokazala, da ta algoritem konvergira k fiksni točki, če je funkcija, ki se jo mora umetna nevronska mreža naučiti, linearna. Dvoslojna umetna nevronska mreža ne more rešiti nelinearnih problemov.

3.5.3 Pravilo vzratnega razširjanja napake

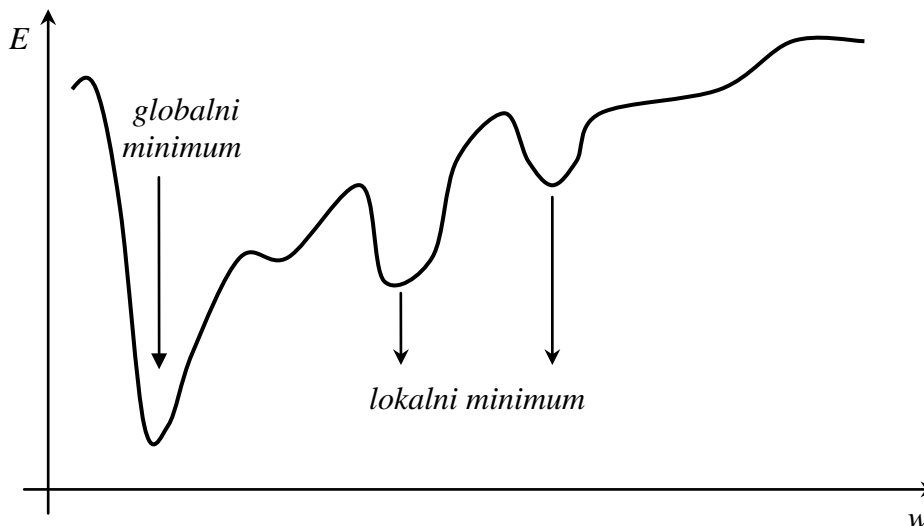
Pravilo vzratnega razširjanja napake (angl. back-propagation of errors) je razvil Rumelhart s sodelavci leta 1986, pravimo mu tudi posplošeno delta pravilo (angl. generalized delta rule) (Kononenko, 1997). Le to omogoča učenje umetne nevronske mreže, sestavljene iz poljubnega števila slojev. Osnovni princip posplošenega pravila delta je isti kot pri navadnem pravilu delta.



Slika 14: Prikaz razvoja umetne nevronske mreže z vzratnim razširjanjem napake.

Na začetku učenja so uteži naključne. Na vходу umetna nevronska mreža dobi vhodni vzorec in z razširjanjem po slojih izračuna izhod do izhodnega sloja. Zatem se izračuna razlika med izhodno (napovedano) in ciljno (pričakovano) vrednostjo na izhodu. Nato se spremenijo uteži med zadnjim in predzadnjim slojem kot pri osnovnem pravilu delta. Zatem se izračunajo izhodne vrednosti nevronov na predzadnjem sloju (to je ključni korak algoritma). Izračuna se razlika med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi nevronov na predzadnjem sloju in rekurzivno se nadaljuje spreminjanje uteži vse do vhodnega sloja nevronov. Za posplošeno pravilo delta velja, da ne konvergira vedno, lahko obtiči v lokalnem minimumu. Algoritem funkcija napake $E(w)$ ($RMSE$, MSE , SSE , MAE ali $MSEREG$ - glej poglavje 4.1.2.1) v postopku učenja oziroma določevanja uteži w minimizira napako, vendar se pri tem znajde v lokalnem

minimumu in ne v globalnem (slika 15). Za rešitev tega problema ne obstaja metoda, ki bi s stoddostno verjetnostjo zagotovila absolutni minimum napake.



Slika 15: Prikaz iskanja absolutnega minimuma funkcije napake $E(w)$.

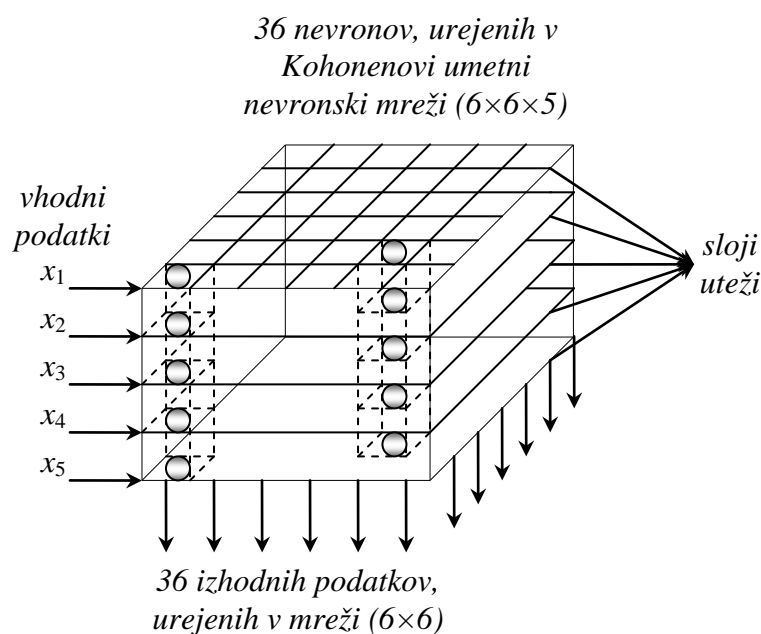
Kljub temu pa obstajajo dokaj dobre hevristične metode, s katerimi lahko omilimo problem lokalnih minimumov.

- Dodajanje momenta pri spremembi uteži, kjer pri tekoči spremembi upoštevamo v določeni meri tudi prejšnjo spremembo. S tem učno pravilo pri manjših lokalnih optimumih ne »odneha« takoj, ampak vztraja še nekaj časa v tej smeri, ki so jo določile prejšnje iteracije sprememb in se tako po možnosti izkoplje iz lokalnega minimuma.
- Uporaba stohastičnega gradientnega pravila, ki problem rešuje na ta način, da se za vsak niz učnih podatkov uporablja različno ploskev funkcije napake in se pri tem nasloni na povprečno vrednost funkcij, po katerih išče najnižjo vrednost. Različne ploskve funkcij napake imajo različne lokalne minimume, kar zmanjšuje verjetnost, da se bo proces ustavil v katerem koli od njih.
- Možnost, ki je uporabljena v nalogi, da naučimo več različnih umetnih nevronskih mrež z uporabo iste množice učnih podatkov, vendar pri tem inicializiramo uteži v umetni nevronske mreže z različnimi naključnimi vrednostmi. Če postopki učenja posamezne umetne nevronske mreže vodijo do različnih minimumov, lahko izberemo umetno nevronske mrežo z najboljšim rezultatom pri preizkusu na preizkusni množici.

Poleg te slabosti, je problematična tudi izbira arhitekture umetne nevronske mreže, saj je največkrat potrebno empirično določiti število skritih slojev in število nevronov v posameznem skritem sloju. Učenje nevronske mreže je tudi dokaj zamudno, saj se za uspešno iskanje minimuma napake zahteva veliko število prehodov preko niza učnih podatkov.

3.5.4 Tekmovalno pravilo (Kohonenovo pravilo)

Kohonenova učna shema je ena izmed najbližjih biološkemu nevronu (Zupan, 1994, Kohonen, 1996). Sama umetna nevronska mreža temelji na enem slojev nevronov, ki so organizirani v dvodimenzionalni ravnini z dobro definirano topologijo. Vsak nevron pa ima toliko uteži, kolikor je komponent vhodnega vektorja x . Sistem se organizira sam in je namenjen nenadzorovanemu učenju.

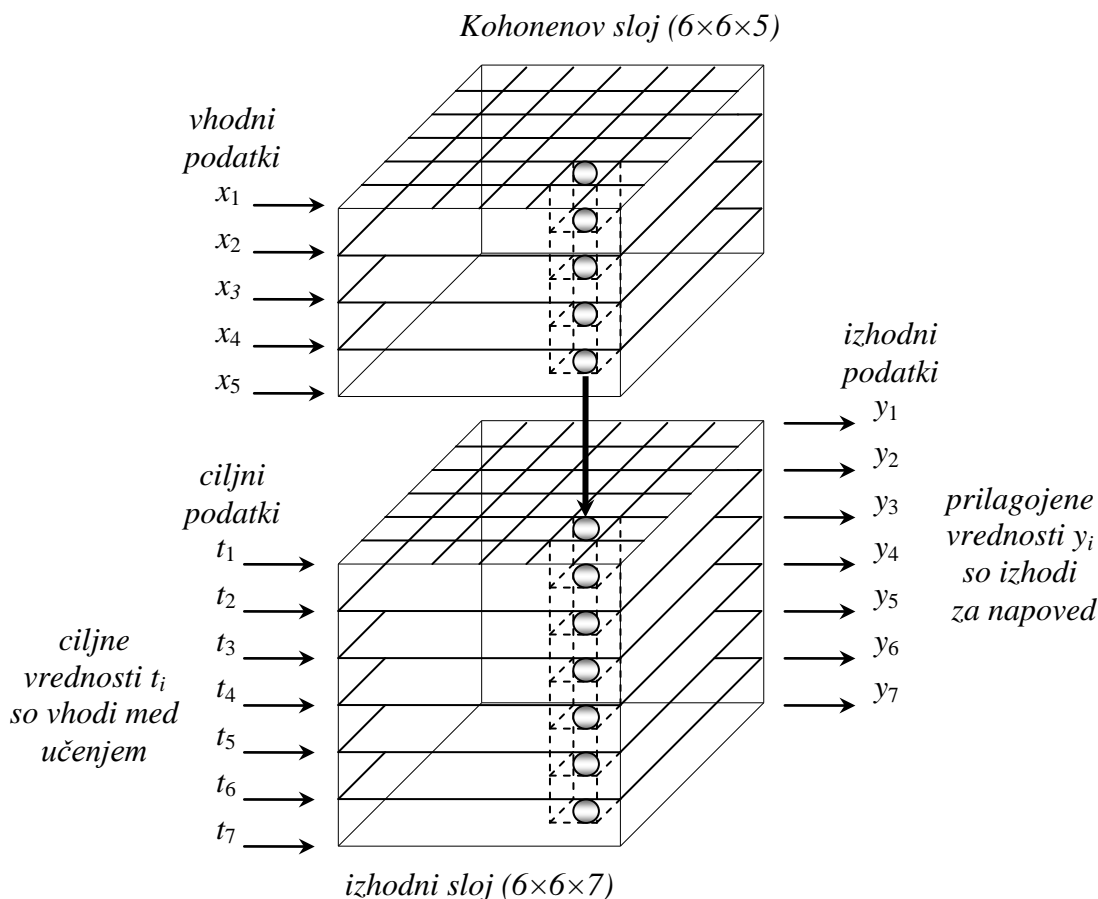


Slika 16: Shema Kohonenove umetne nevronske mreže z 36 nevroni in 5 sloji uteži.

V tekmovalnem Kohonenovem pravilu (angl. Kohonen rule) se zahteva, da je v določeni skupini nevronov aktiven vedno natanko eden. To se doseže z ustrežno arhitekturo (topologijo), kjer je v skupini vsak nevron povezan z vsakim z zaviralnimi vezmi. Ko en nevron postane aktiven, z zaviralnimi vezmi »zatre« ostale nevrone, da ne morejo postati aktivni. Po tem pravilu se uči samo zmagovalni nevron in sicer tako, da poveča uteži vezem, ki so mu pomagale, da je »zmagal«, in zmanjša uteži ostalim vezem.

3.5.5 Pravilo protitočnega razširjanja podatkov

Učenje s pravilom protitočnega razširjanja podatkov oziroma vnosom podatkov z nasprotne smeri (angl. counter-propagation) je zelo podobno Kohonenovemu pravilu, le da ima pod Kohonenovim slojem dodan še dodatni izhodni sloj (Zupan, 1994, Kohonen, 1996). V bistvu je to pravilo nadgradnja Kohonenovega pravila za reševanje nadzorovanih problemov.



Slika 17: Prikaz umetne nevronske mreže z vnosom podatkov z nasprotne smeri.

Razlika s Kohonenovim nenadzorovanim pravilom je le v tem, da se uteži popravljajo glede na ciljne vrednosti t_i namesto na vhodne vrednosti x_i . Razen tega se centralni nevron ne določi z razdaljo, ki je najbližje tarči, ampak glede na položaj centralnega nevrona v Kohonenovem sloju. Izhodni sloj nevronov ima toliko slojev uteži, kolikor je podatkov v izhodnem vektorju. Po zaključku učenja so nevroni v Kohonenovem sloju razporejeni tako, da za vsak vhod x določajo položaj v izhodnem sloju, v katerem je shranjen odgovor. Ker se med učenjem ciljne vrednosti t razporedijo preko vseh nevronov izhodne plasti, vsebuje odgovor prav vsak izhodni nevron, četudi pripadajoči nevron v Kohonenovi plasti ni bil med učenjem nikoli

izbran. Zato lahko tudi za vhodne podatke, ki jih med učenjem nismo poznali, določimo ustrezne izhodne vrednosti.

3.6 Vpliv parametrov na učinkovitost umetnih nevronske mrež

Značilnost umetnih nevronske mrež je, da za reševanje problemov ne potrebujejo teoretičnega poznavanja odnosov med vhodnimi in izhodnimi podatki, temveč se povezave določijo skozi proces učenja iz učnega niza podatkov, ki vsebujejo vhodne in izhodne podatke (Zupan, Gasteiger, 1999). Ko je enkrat umetna nevronska mreža dovolj naučena, lahko poišče ustrezne izhode tudi za vhodne podatke, ki niso sodelovali v procesu učenja. Ta pomembna značilnost umetnih nevronske se imenuje generalizacija. Kolmogorov teorem pravi celo, da umetna nevronska mreža z enim skritim slojem zadošča za reševanje vseh problemov povezav med dvema nizoma podatkov. Vendar pa je učenje umetne nevronske mreže zapleten in dolgotrajen postopek, saj je potrebno eksperimentalno določiti najugodnejše parametre.

Kvaliteto učenja in napovedovanja ocenjujemo s korenem srednjih kvadratov napak – *RMSE* (angl. root mean square error), ter njenim kombinacijami (*MSE*, *SSE*, *MAE* in *MSEREG*), ki so natančneje opisane v poglavju 4.1.2.1. *RMSE* je vsota kvadratov razlik med ciljnim (pričakovanimi – želenimi) t_i in izhodnimi (napovedanimi – z umetno nevronske mrežo izračunanimi) vrednostimi y_i , deljenimi s številom izhodnih oziroma ciljnih vrednosti N :

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (t_i - y_i)^2}{N}}. \quad \dots(7)$$

Vrednost *RMSE* se spreminja glede na obliko umetne nevronske mreže, kot tudi glede na število podatkovnih nizov učnih oziroma testnih podatkov, zato je ne moremo uporabiti kot primerjavo med različnimi modeli umetnih nevronske mrež, ampak le za optimiranje parametrov posamezne umetne nevronske mreže.

Preden se lahko začne učenje umetne nevronske mreže, se mora izbrati in pripraviti podatke za učenje. Kot je bilo že omenjeno, je najbolje, da se podatki delijo v tri dele: prvi del za

učenje, drugi za verifikacijo (nadzor oziroma natančno prilagajanje umetne nevronske mreže), tretji pa za končni test, vendar se verifikacijski del velikokrat izpušča. Umetna nevronska mreža mora biti testirana s popolnoma neodvisnimi podatki. Paziti pa je tudi potrebno, da je niz učnih podatkov primerno velik in da pokriva celotno območje, ki se obdeluje.

Število nevronov v skritem sloju odločilno vpliva na uspešno delovanje umetnih nevronskih mrež. Preveliko število nevronov predvsem upočasni potek učenja, lahko pa se pojavi tudi »pretreniranost« (angl. *overtraining*). Ta nevarnost preti takrat, ko je število vseh nevronov preveliko glede na število podatkov, ki so na voljo za učenje umetne nevronske mreže. V postopku učenja se umetna nevronska mreža odlično prilagodi učnemu nizu podatkov, pri testiranju pa se pokaže, da so rezultati zelo slabi. Zato ponavadi začnemo z majhnim številom nevronov v skritem sloju in po končanem učenju izračunamo napako, nato pa povečujemo število nevronov za ena in to ponavljamo, dokler se napaka ne povečuje oziroma dokler ni sprememba napake dovolj majhna.

3.7 Vrsta umetnih nevronskih mrež

Ker vse umetne nevronske mreže temeljijo na osnovi koncepta nevronov, povezav in aktivacijske funkcije, obstajajo podobnosti med različnimi strukturami oziroma arhitekturami umetnih nevronskih mrež. Večina variacij se razlikuje po učnih pravilih in kako ta pravila modificirajo tipično arhitekturo (topologijo) umetnih nevronskih mrež. V nadaljevanju v grobem prikazujemo uporaba posameznih umetnih nevronskih mrež po kategorijah, ki pa niso mišljene kot izključne, ampak le kot razlikovanje med posameznimi arhitekturami in njenimi najboljšimi uporabami pri specifičnih aplikacijah.

Večina aplikacij umetnih nevronski mrež pade v naslednjih pet kategorij (Anderson, McNeill, 1992).

- Umetne nevronske mreže namenjene napovedovanju (angl. *prediction*): uporabljajo vhodne podatke za napovedovanje izhodnih podatkov:
 - umetne nevronske mreže z vzratnim razširjanjem napake (angl. *back-propagation of errors*),

- umetne nevronske mreže z algoritmom delta bar delta (angl. delta bar delta),
 - umetne nevronske mreže z razširjenim algoritmom delta bar delta (angl. extended delta bar delta),
 - umetne nevronske mreže z naključnim direktnim iskanjem (angl. directed random search),
 - višje ureditvene umetne nevronske mreže (angl. higher order artificial networks),
 - samoorganizirajoče umetne nevronske mreže z vzratnim razširjanjem napake (angl. self-organizing map into back-propagation) ter
 - umetne nevronske mreže radialnih bazičnih funkcij (angl. radial basis function).
- Umetne nevronske mreže za klasifikacijo (angl. classification) uporabljajo vhodne podatke za določitev klasifikacije:
 - umetna nevronska mreža za vektorsko kvantizacijo (angl. learning vector quantization),
 - umetna nevronska mreža z vnosom podatkov iz nasprotne smeri ali protitočna umetna nevronska mreža (ang. counter-propagation) ter
 - statistične umetne nevronske mreže (angl. probabilistic artificial networks).
- Umetne nevronske mreže za podatkovno asociaciranje (angl. data association) so podobne klasifikacijskim, pri čemer pa prepoznajo še podatke, ki vsebujejo napake:
 - Hopfieldova umetna nevronska mreža (angl. Hopfield network),
 - Boltzmannov stroj (angl. Boltzmann machine),
 - Hammingova umetna nevronska mreža (angl. Hamming network) ter
 - umetne nevronske mreže z dvakratnem direktnim asociacijskim spominom (angl. bidirectional associative memory).
- Umetne nevronske mreže za podatkovni konceptualizem (angl. data conceptualization) analizira vhodne podatke, tako da so lahko odnosi skupin povezani:
 - umetne nevronske mreže adaptivne resonančne teorije (angl. adaptive resonance network) ter

- samoorganizirajoče umetne nevronske mreže (angl. self-organizing map).
- Umetne nevronske mreže za podatkovno filtriranje (angl. data filtering), kjer algoritem zgladi (angl. smoth) vhodne podatke:
 - recirkulacijska umetna nevronska mreža (angl. recirculation).

V nalogi smo uporabili tri različne umetne nevronske mreže:

- Kohonenovo protitočno umetno nevronske mrežo (angl. counter-propagation),
- Levenberg-Marquardtovo umetno nevronske mrežo z vzratnim razširjanjem napake (angl. back-propagation of errors) ter
- umetno nevronske mrežo z radialno bazično funkcijo (angl. radial basis networks).

Vse tri umetne nevronske mreže uporabljajo nadzorovani tip učenja. Prva umetna nevronska mreža spada med klasifikacijske, drugi dve pa med umetne nevronske mreže za napovedovanje oziroma aproksimacijo neznane funkcije. Umetne nevronske mreže smo izbrali zaradi njihovih razlik, in s tem večjih možnosti za ocenjevanje njihovih slabosti in prednosti. Vse tri umetne nevronske mreže v nadaljevanju podrobneje opisujemo.

3.8 Kohonenova protitočna umetna nevronska mreža

Kohonenovo protitočno umetno nevronske mrežo oziroma umetno nevronske mrežo z vnosom podatkov z nasprotne smeri (angl. counter-propagation) je iznašel Robert Hecht-Nielsen leta 1987 (Zupan, 1994).

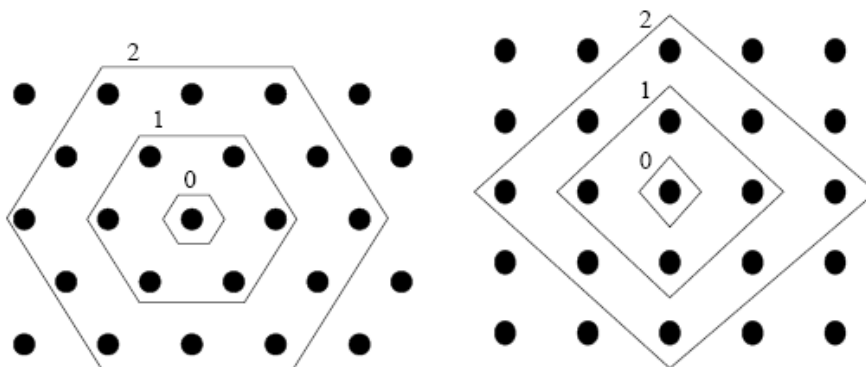
3.8.1 Arhitektura Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže

Arhitekturo Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže smo vizualno in opisno v globalnem smislu predstavili v poglavju 3.5.5: Pravilo protitočnega razširjanja podatkov. Umetna nevronska mreža je v osnovi dvoslojna. Vsebuje nenadzorovan Kohonenov sloj z vplivom na vhodne podatke x_i in izhodni nadzorovani sloj z vplivom na ciljne podatke t_i . Kohonenova samoorganizirajoča mreža (angl. self-organizing map – SOM) ima posamezne

nevrone razporejene v dvodimenzionalno mrežo. Vsak nevron je predstavljen z svojo utežjo $w = [w_1, \dots, w_i]$, kjer je indeks i enak številu vhodnih podatkov. Nevroni so povezani s sosednjimi nevroni v sosedskem razmerju, ki definirajo lokalno arhitekturo oziroma topologijo umetne nevronske mreže. V nalogi smo uporabili dve različni sosedski razmerji oziroma povezavi do sosednjih nevronov: šestkotno in štirikotno.

Za obe obliki povezav do sosednjih nevronov velja, da je lahko nevron:

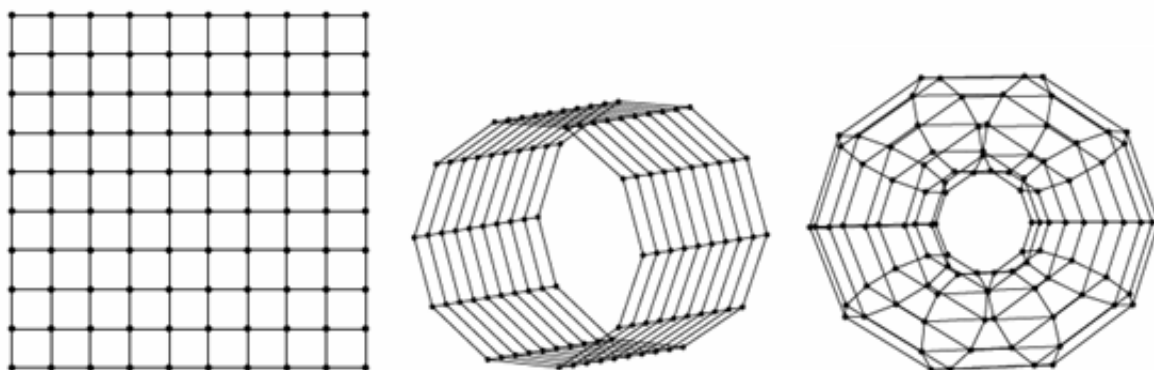
- neodvisen od sosednjih nevronov, na sliki 18 označen z nič,
- odvisen od prvih sosednjih nevronov, na sliki 18 označen z ena in
- odvisen od prvih in drugih sosednjih nevronov, na sliki 18 označen z dva.



Slika 18: Šestkotna in štirikotna lokalna arhitektura umetne nevronske mreže (Vesanto et al., 2000).

Razlike v arhitekturi se pojavljajo tudi v obliki umetne nevronske mreže, oziroma od različnih povezav robnih nevronov. Te povezave so lahko naslednje:

- robni nevroni niso povezani s ostalimi robnimi nevroni, kar prinese ravno mrežno ploskev (angl. sheet), ki je prikazana na levi podobi slike 19.
- robni nevroni so povezani do nasprotnih robnih nevronov, kar prinese cilindrično obliko mreže (angl. cylinder), ki je prikazana na srednji podobi slike 19.
- vsi robni nevroni so povezani med seboj, kar prinese torusno obliko mreže (angl. toroid), prikazana je na desni podobi slike 19.



Slika 19: Različne povezave robnih nevronov: ploskev, valj in torus
(Vesanto et al., 2000).

3.8.2 Algoritem učenja Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže

Algoritme učenja je enostaven in robusten za manjkajoče vrednosti, predvsem pa enostaven za predstavitev vizualne podobe. Te lastnosti pa naredijo iz Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže pomembno orodje za izkoriščanje in raziskovanje podatkov.

Umetne nevronska mreža se uči iterativno (Vesanto et al., 2000). V vsakem koraku učenja je izmed vhodnih podatkov naključno izbran eden izmed vektorjev x , za katerega se določi razdalja med njim in vsemi utežnimi vektorji umetne nevronske mreže. Nevron, katerega utežni vektor je najbližje vhodnemu vektorju x , imenujemo zmagoviti nevron (angl. best-matchig unit), ki je v enačbi označen z indeksom c ,

$$\|x - w_c\| = \min_i \{\|x - w_i\|\}, \quad \dots(8)$$

kjer je $\|\cdot\|$ Evklidska razdalja. V sestavljenem in uporabljenem programu se razdalja popravi z faktorjema.

- Manjkajoče vrednosti: manjkajoče komponente so enostavno izključene iz dolžinskih kalkulacij (predpostavi se, da je njihovo sodelovanje pri dolžini nično). Ker so iste variacije ignorirane v vsaki dolžinski kalkulaciji (nad minimumom), je to veljavna rešitev.

- Maska: vsaka variacija ima povezan utežni faktor. To je primarno uporabljeno v binarni obliki za izključitev nekaterih variacij pri procesu pridobivanja zmagovitega nevrona (1 za vključene in 0 za izključene). Kakorkoli lahko maska dobi katerokoli vrednost, ki je lahko uporabljena pri utežnih variacijah, glede na njihovo pomembnost.

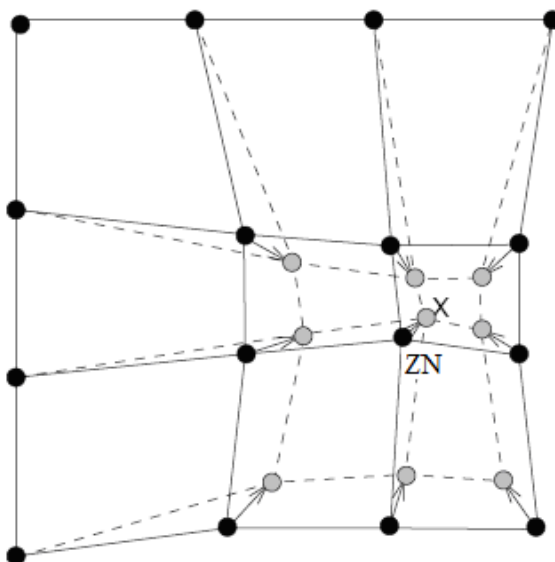
Z upoštevanjem obeh faktorjev lahko dolžino zapišemo kot:

$$\|x - w_c\|^2 = \sum_{k \in K} q_k (x_k - w_k)^2, \quad \dots(9)$$

kjer je:

- K ... niz poznanih (ne manjkajočih) variacij vhodnega vektorja x ,
- x_k in w_k ... sta k -te komponente vhodnih in utežnih vektorjev ter
- q_k ... je k -ta vrednost izbrane maske.

Potem ko je najden zmagoviti nevron (ZN), se vektorji uteži posodobijo tako, da se zmagoviti nevron premakne bližje vhodnemu vektorju v vhodnem prostoru. S topološkimi sosedi okrog zmagovitega nevrona se postopa podobno. Ta adaptacijska procedura raztegne zmagoviti nevron in topološke sosede v smeri vzorčnega vektorja (X), kot je prikazano na sliki 20. Polna in črtkana črta prikazujeta odziv situacije pred in po posodobitvi uteži.



Slika 20: Prikaz utežne posodobitvene procedure (Vesanto et al., 2000).

Enačba za posodobitev utežnega vektorja w_i :

$$w_i(t+1) = w_i(t) + \alpha(t)h_{c_i}(t)[x(t) - w_i(t)], \quad \dots(10)$$

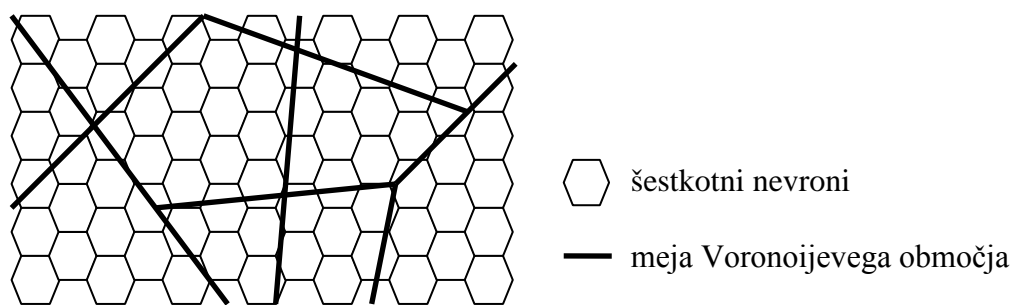
kjer je:

- t ...čas,
- $x(t)$...vhodni vektor, naključno izbran izmed vhodnih podatkov v času t ,
- $h_{c_i}(t)$...sosedstvo okrog zmagovalnega nevrona, označenega z indeksom c ,
- $\alpha(t)$...učni faktor (aktivacijska funkcija) v času t .

Sosedsko jedro je ne naraščajoča funkcija časa in razdalje enote i od zmagovalnega nevrona c . Definira vplivno območje, katerega imajo vhodni vzorci na umetno nevronske mrežo.

Poleg že opisanega učnega algoritma, so razvili še malo posodobljen algoritem, imenovan paketni učni algoritem (angl. batch training algorithm) (Vesanto et al., 2000), ki smo ga tudi uporabili v nalogi.

Z razliko od prejšnjega algoritma, kjer se je uporabil samo en vektor v trenutku, se v tem uporabijo vsi vektorji še preden so narejene kakršne koli prilagoditve. V vsakem koraku (iteraciji) učenja so podatki razdeljeni glede na Voronoijeva območja (angl. Voronoi regions) na mreži utežnih vektorjev, pri čemer vsak vektor pripada tistemu območju na mreži, kateremu je najbližje.



Slika 21: Voronoijeva območja v šestkotni mreži nevronov.

Utežni vektorji se izračunajo po naslednji enačbi:

$$w_i(t+1) = \frac{\sum_{j=1}^n h_{ic}(t) \cdot x_j}{\sum_{j=1}^n h_{ic}(t)}, \quad \dots(11)$$

kjer je:

- $c = \arg \min_k \{ \|x_j - w_k\| \}$...indeks zmagovalnega nevrona podatkov x_j(12)

Novi utežni vektor je utežno povprečje podatkov, kjer je utež vsakega podatka sosedska funkcija $h_{ic}(t)$ zmagovitega nevrona c . Prav tako kot pri prejšnjem algoritmu se tudi tu manjkajoče vrednosti ignorirajo v kalkulaciji utežnega povprečja.

V paketnem učnem algoritmu najprej izračunamo vsoto vektorjev v vsakem Voronoijevem območju:

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^{n_{vj}} x_j, \quad \dots(13)$$

nato še lahko nove vrednosti utežnega vektorja:

$$w_i(t+1) = \frac{\sum_{j=1}^m h_{ij}(t) \cdot s_j(t)}{\sum_{j=1}^m n_{vj} \cdot h_{ij}(t)}. \quad \dots(14)$$

Uporabimo lahko različne sosedske funkcije $h(t)$, ki različno vplivajo na sosednje nevrone.

Sosedske funkcije so definirane z naslednjimi enačbami:

- bubble... $h_{ci}(t) = 1 \cdot (\sigma_t - d_{ci})$, ...(15)

- gaussian... $h_{ci}(t) = e^{-\frac{d_{ci}^2}{2\sigma_t^2}}$, ...(16)

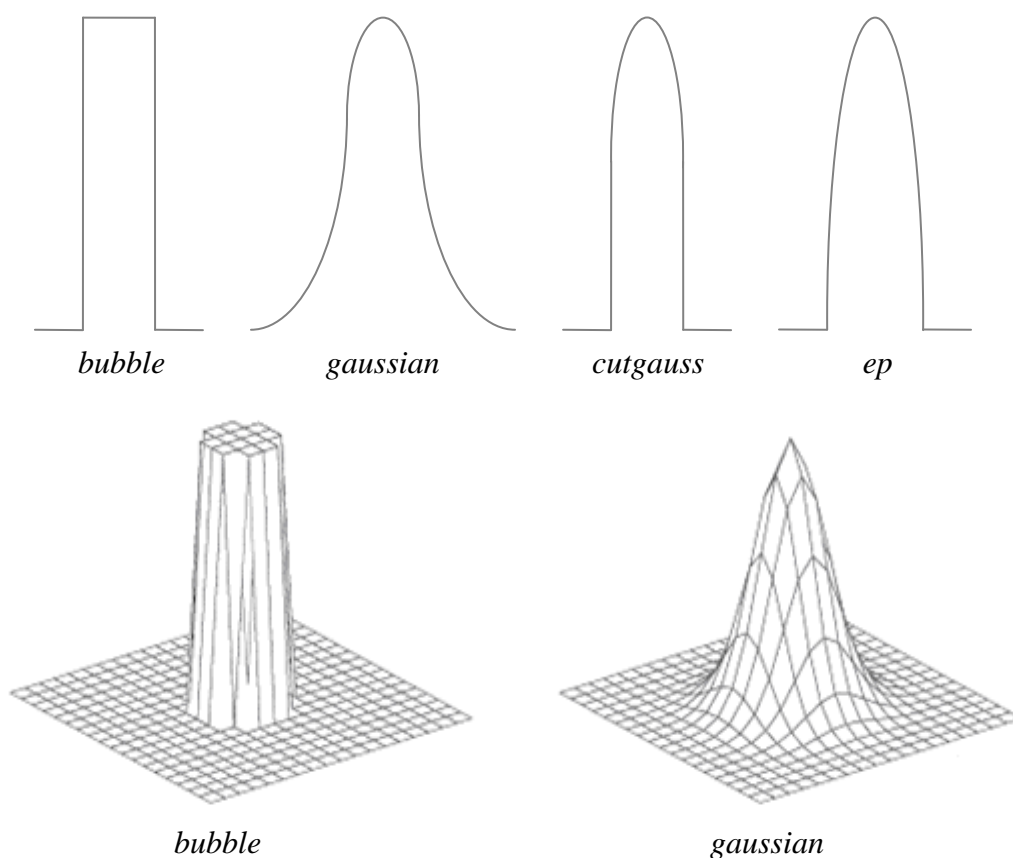
- cutgauss... $h_{ci}(t) = e^{-\frac{d_{ci}^2}{2\sigma_t^2}} \cdot 1 \cdot (\sigma_t - d_{ci})$, ...(17)

- ep... $h_{ci}(t) = \max\{0, 1 - (\sigma_t - d_{ci})^2\}$, ...(18)

kjer je:

- σ_t ...sosedski radij v času t ,
- $d_{ci} = \|r_c - r_i\|$...razdalja med zmagovitim nevronom c in bližnjim nevronom i ,
- $1(x)$...stopničasta funkcija, za katero velja:
 - $1(x) = 0$, če je $x < 0$ in
 - $1(x) = 1$, če je $x \geq 0$.

Sosedske funkcije vizualno prikazujemo na sliki 22:



Slika 22: Prikaz sedeskih funkcij: *bubble*, *gaussian*, *cutgauss* ter *ep* (Vesanto et al., 2000).

V algoritmu je možno uporabiti različne učne oziroma aktivacijske funkcije $\alpha(t)$. Funkcije so definirane z naslednjimi enačbami:

- linearna funkcija... $\alpha(t) = \alpha_0 \cdot \left(\frac{1-t}{T}\right)$, ... (19)

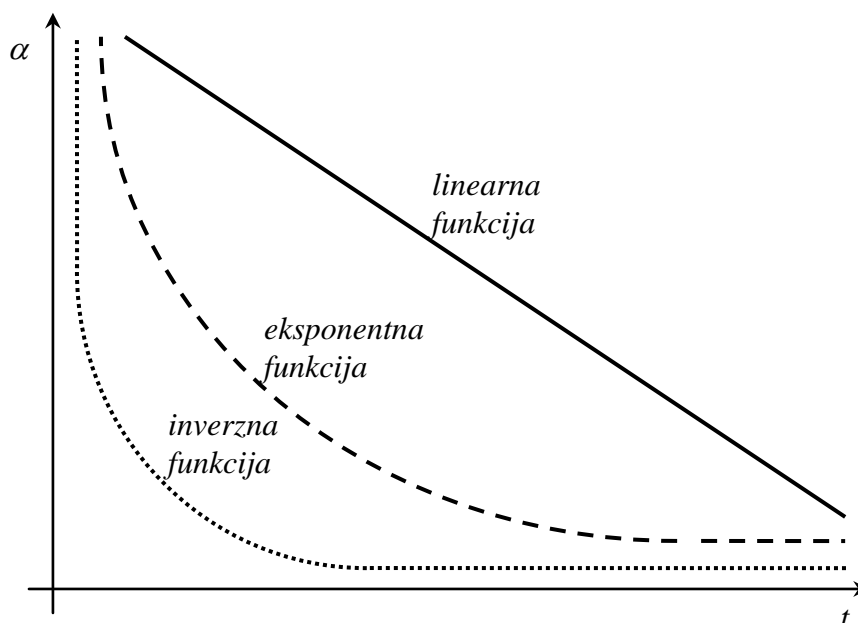
- eksponentna funkcija... $\alpha(t) = \alpha_0 \cdot \left(\frac{0,005}{\alpha_0}\right)^{\frac{t}{T}}$, ... (20)

- inverzna funkcija... $\alpha(t) = \frac{\alpha_0}{1 + \frac{100 \cdot t}{T}}$, ... (21)

kjer je:

- T ...dolžina učenja,
- α_0 ...začetni učni faktor.

Aktivacijske funkcije vizualno prikazujemo na sliki 23.



Slika 23: Prikaz različnih aktivacijskih funkcij: *inverzna*, *eksponentna* in *linearna*.

Učenje oziroma treniranje umetne nevronske mreže je razdeljeno v dve fazi. V prvi fazi uporabljamo relativno visok začetni učni faktor α_0 in sosedski radij σ_0 . V drugi fazi pa oba, učni faktor in sosedski radij, zmanjšamo takoj ob začetku. Procedura se odziva na prvo usklajevanje umetne nevronske mreže približno z isto hitrostjo kot vhodni podatki.

3.9 Umetne nevronske mreže z vzratnim razširjanjem napake

Metoda z vzratnim razširjanjem napake (angl. back-propagation of errors), imenovana tudi metoda padajočih gradientov oziroma posplošeno delta pravilo, je najpogosteje uporabljena metoda za učenje naprej usmerjenih (angl. feed-forward) umetnih nevronskih mrež. (Kokol et al., 2000). Izbrali smo Levenberg-Marquardtovo umetno nevronske mrežo, ki je ena izmed predstavnikov te skupine umetnih nevronskih mrež.

3.9.1 Arhitektura Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže

Umetno nevronske mrežo poleg vhodnega sloja sestavljata dva sloja. Prvi je skriti, obenem pa tudi povratni sloj, ki vsebuje tangentno sigmoidno aktivacijsko funkcijo f_1 . Drugi pa je izhodni sloj z linearno aktivacijsko funkcijo f_2 (Matlab, 1997).

Uporabljeni aktivacijski funkciji:

- tangentna sigmoidna aktivacijska funkcija; funkcija je omejena na intervalu [1,-1]:

$$f_1(x) = \tan \operatorname{sig}(w_{1,i} \cdot x_i + p_1), \quad \dots(22)$$

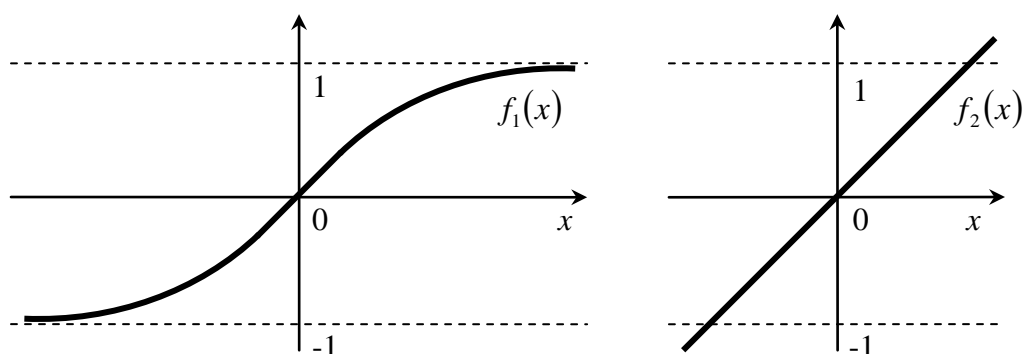
- linearna aktivacijska funkcija; funkcija ni omejena:

$$f_2(x) = \operatorname{purelin}(w_{2,i} \cdot f_1 + p_2), \quad \dots(23)$$

kjer so:

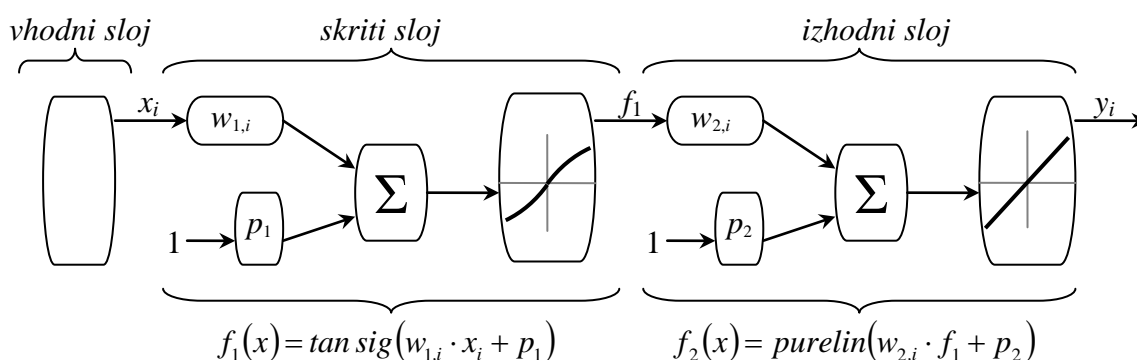
- x_i, y_i ...vhodni in izhodni podatki,
- $w_{1,i}, w_{2,i}$...uteži v prvem in drugem sloju,
- p_1, p_2 ...prag oziroma pragovna vrednost, glede na katero se ravna izhod po zmnožku vhodov z utežmi.

Aktivacijski funkciji vizualno prikazujemo na sliki 24.



Slika 24: Prikaz tangente sigmoidne in linearne aktivacijske funkcije.

Na sliki 25 prikazujemo arhitekturo Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže. Prikazan je potek od vhodnega sloja – vhodnih podatkov x_i , preko skritega sloja do izhodnega sloja in izhodnih podatkov y_i .



Slika 25: Arhitektura Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže.

3.9.2 Algoritem učenja Levenberg-Marquardtovo umetne nevronske mreže

Osnovni algoritem učenja umetne nevronske mreže z vzvratnim razširjanjem napake (angl. back-propagation) smo vizualno in opisno predstavili v poglavju 3.5.3.

Cilj metode padajočih gradientov je zmanjšati napako E statistik MSE , SSE , MAE ali $MSEREG$ (opisane v poglavju 4.1.2.1), tako da se spremenijo uteži v umetni nevronske mreži.

Postopek učenja umetne nevronske mreže je sestavljen iz naslednjih korakov (Kokol et al., 2000, Fifer Bizjak, 1999).

- Inicializacija: vse uteži izberemo z naključno funkcijo.
- Zunanja zanka: ponavljamo postopek v notranji zanki, dokler umetna nevronska mreža ne klasificira vseh učnih objektov pravilno.
- Notranja zanka: za vsak učni objekt ponavljamo naslednje tri korake, dokler ni izhodni vektor y enak ali dovolj blizu ciljnemu vektorju t za dani učni objekt ali dokler ni preseženo maksimalno število korakov:
 - zapis vrednosti atributov za učni objekt v vhodni vektor umetne nevronske mreže,
 - faza »feed-forward«: med premikanjem od vhodnega sloja preko skritih slojev do izhodnega sloja računa vrednosti aktivacijskih funkcij za vsak nevron, da na koncu dobimo vrednosti komponent za izhodni vektor y – odločitev,
 - faza »back-propagation«: primerja vektorja y in t : če sta enaka ali če sta dovolj blizu, se vrne na začetek zunanje zanke; v nasprotnem primeru popravi uteži tako, da se bo v naslednjem koraku vektor y bolj približal vektorju t , in se vrne na začetek notranje zanke.

Faza »back-propagation« popravlja uteži nevronov. Enačba za računanje novih uteži je naslednja:

$$w_{i+1} = w_i + \Delta w_i . \quad \dots(24)$$

Splošna enačba popravka uteži padajočega gradienta, kateremu je dodan člen momenta, je naslednja:

$$\Delta w_i = \alpha \cdot g_i + \eta \cdot \Delta w_{i-1} , \quad \dots(25)$$

kjer je:

- Δw_i ...sprememba uteži,
- α ...učna konstanta vpliva na hitrost učenja in je ponavadi med 0,1 in 0,9. Velika α omogoča hitrejšo konvergenco napake proti ničli, vendar obstaja nevarnost, da se učna

konvergenca ne ustavi v lokalnem minimumu, ampak ga preskoči, to pa lahko povzroči nestabilnost sistema. Kadar je učna konstanta dovolj majhna, sistem počasi konvergira ob nevarnosti, da se konvergenca ustavi v morebitnem lokalnem minimumu in nikoli ne doseže globalnega minimuma. Zato nekateri avtorji predlagajo, da na začetku uporabimo veliko α , proti koncu učenja pa jo zmanjšamo.

- $g_i = \frac{\partial E}{\partial w_i}$...gradient, ki se izračuna po vsaki ponovitvi oziroma iteraciji in pove, kako dobro so izračunani izhodi y ,
- η ...konstanta momenta doda uteži nek dodaten potisk oziroma moment v pravi smeri vrednosti uteži, tako da vsaki spremembi uteži dodamo nek dodatek prejšnje spremembe uteži Δw_{i-1} (kontrolira povratno zanko v okolici Δw_i).

Gradientna metoda je velikokrat počasna. Zato je smotrno za hitrejšo konvergenco uporabiti določene variacije te metode. Tako lahko uporabijo višje odvode funkcije pogreškov E in ne samo prve odvode (Lin, Lee, 1996). Če uporabimo še druge odvode, govorimo o Newtonovi metodi. S to metodo poteka konvergenca kvadratično, ko je blizu rešitve konveksne funkcije.

Slabe strani te metode so:

- za konvergenco so potrebne dobre začetne vrednosti rešitve,
- konvergenca je hitra v primeru konveksne funkcije, drugače lahko konvergira k lokalnemu minimumu,
- potrebno je izračunati Hessianovo matriko in njeno inverzijo, za kar je potrebna dobra zmogljivost računalnika.

Ena od primerov Newtonove metode je Levenberg-Marquardtova metoda, ki smo jo uporabili v naši nalogi, ker da najboljše rezultate v tej skupini metod. Levenberg-Marquardtova metoda uporablja približek Hessianove matrike, ki se določa iterativno po Newtonovi metodi (Matlab, 1997):

$$\mathbf{H} = \mathbf{J}^T \cdot \mathbf{J}, \quad \dots(26)$$

gradient pa kot:

$$\mathbf{g} = \mathbf{J}^T \cdot \mathbf{E} . \quad \dots(27)$$

Iterativno popravljanje uteži poteka po enačbi:

$$\mathbf{w}_{i+1} = \mathbf{w}_i - [\mathbf{J}^T \cdot \mathbf{J} + \mu \cdot \mathbf{I}]^{-1} \cdot \mathbf{J}^T \cdot \mathbf{E} , \quad \dots(28)$$

kjer je:

- \mathbf{J} ...Jacobijeva matrika, ki vsebuje prve odvode signala pogreškov po utežeh,
- μ ...Marquardtov prilagoditveni parameter,
- \mathbf{E} ...vektor signala pogreškov,
- \mathbf{I} ...enotska matrika.

Ko je skalar $\mu = 0$, je to navadna Newtonova metoda, kjer se uporabi približek Hessianove matrike. Ko je skalar μ velik, postane to gradientno padajoča metoda. Newtonova metoda je hitrejša v bližini rešitve oziroma minimuma, zato skušamo gradientno metodo spremeniti v Newtonovo metodo čim hitreje. Zato vrednost skalarja μ zmanjšamo po vsakem uspešnem koraku (napaka se zmanjša) in zvečamo po vsakem nestabilnem koraku, na ta način bo napaka vedno zmanjšana po vsaki iteraciji algoritma.

3.10 Radialne bazične umetne nevronske mreže

Za razvoj radialnih bazičnih umetnih nevronskih mrež (angl. radial basis functions) so zaslužni predvsem Moody in Darken (1989), Powell (1985) ter Niranjan in Fallside (1988) (Hafner, 1999).

3.10.1 Arhitektura radialne bazične umetne nevronske mreže

Umetno nevronske mrežo poleg vhodnega sloja sestavljata dva sloja. Prvi skriti sloj vsebuje Gaußovo aktivacijsko funkcijo f_1 , drugi izhodni sloj pa linearno aktivacijsko funkcijo f_2 (Matlab, 1997).

Uporabljeni aktivacijski funkciji:

- Gaußova aktivacijska funkcija:

$$f_1(d) = \text{radbas}(\|w_{1,i} - x_i\| \cdot p_1), \quad \dots(29)$$

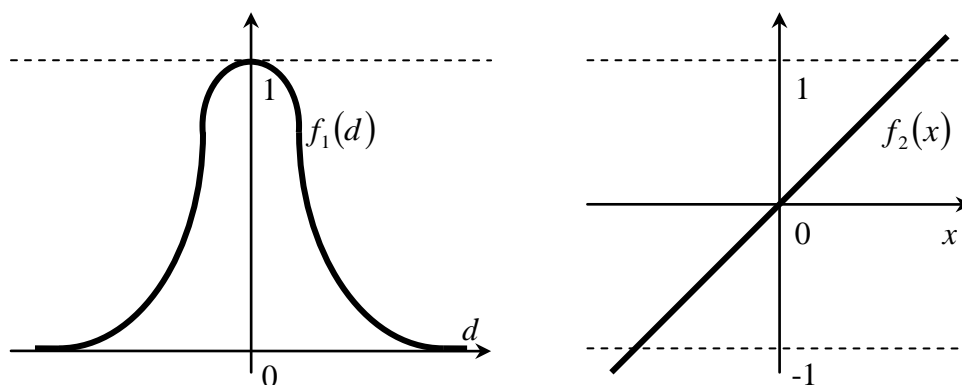
- linearna aktivacijska funkcija:

$$f_2(x) = \text{purelin}(w_{2,i} \cdot f_1 + p_2), \quad \dots(30)$$

kjer so:

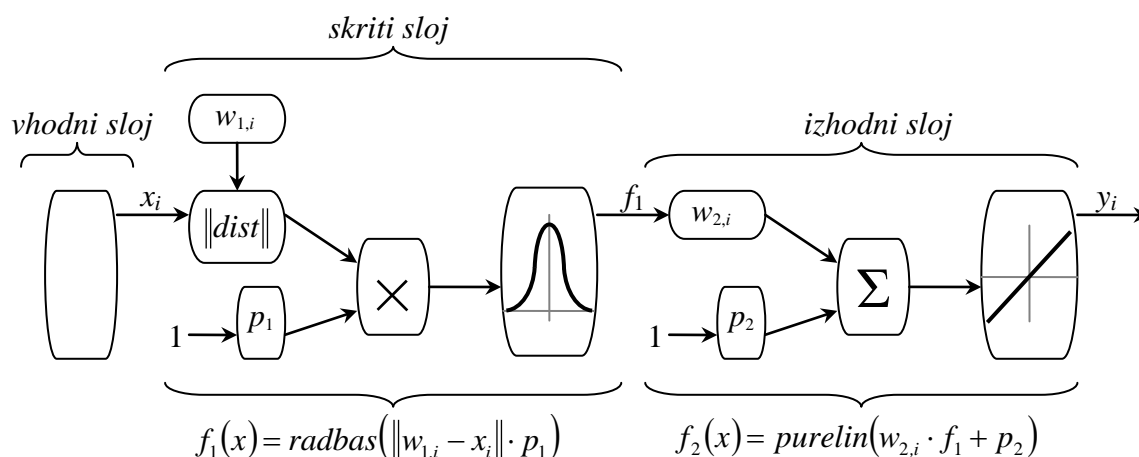
- $x_i, y_i \dots$ vhodni in izhodni podatki,
- $w_{1,i}, w_{2,i} \dots$ uteži v prvem in drugem sloju,
- $p_1, p_2 \dots$ prag oziroma pragovna vrednost, glede na katero se ravna izhod po zmnožku vhodov z utežmi.

Aktivacijski funkciji vizualno prikazujemo na sliki 26.



Slika 26: Prikaz Gaußove in linearne aktivacijske funkcije.

Na sliki 27 prikazujemo arhitekturo radialne bazične umetne nevronske mreže. Prikazan je potek od vhodnega sloja – vhodnih podatkov x_i , preko skritega sloja od izhodnega sloja in izhodnih podatkov y_i .



Slika 27: Arhitektura radialne bazične umetne nevronske mreže.

3.10.2 Algoritem učenja radialne bazične umetne nevronske mreže

Da bi razumeli delovanje radialne bazične umetne nevronske mreže, moramo slediti vhodu x skozi umetno nevronsko mrežo do izhoda y (Matlab, 1997, Potočnik, 2007). Ko mreži damo vhodni signal, bo vsak radialni nevron nanj reagiral glede na to, kako blizu je ta vhodni signal njegovi uteži. Torej bodo signali, ki se močno razlikujejo od vhodnih uteži, imeli vrednost blizu nič in bodo bolj opazni v sloju z linearnimi nevroni. Nasprotno bodo signali, ki so po vrednosti zelo blizu uteži nevronov, zelo opazni po linearni transformaciji.

Nevroni v skitem sloju radialno simetrično pokrivajo prostor, definiran z vhodnimi podatki. Podobnost med vhodnim podatkom x in utežjo w je določena z evklidsko razdaljo d :

$$d_i = \sum_{i=1}^n \|w_{1,i} - x_i\|. \quad \dots(31)$$

Učni algoritem v skitem sloju predvideva Gaußovo radialno simetrično aktivacijsko funkcijo (*radbas*):

$$f_1(d_i) = e^{-\frac{d_i^2}{E_i^2}}, \quad \dots(32)$$

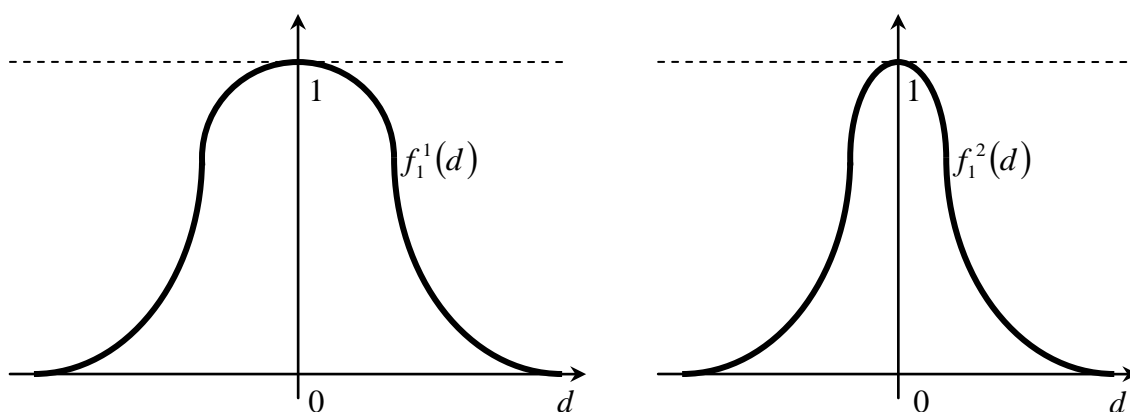
kjer je:

- E_i ...vsota kvadratov napake (*SSE* - glej poglavje 4.1.2.1), ki določa širino aktivacijske funkcije, in je v programu imenovana *spread*.

V izhodnem sloju pa učni algoritem predvideva linearno aktivacijsko funkcijo (*purelin*):

$$f_2(x_i) = x_i. \quad \dots(33)$$

Omenjeni parameter *spread* določa širino območja vhodnih podatkov, na katerega je občutljiv posamezen nevron v vhodnem sloju. Če je vrednost parametra velika, je občutljivost funkcije manjša na izbiro nevrona $f_1^1(d)$, če pa je vrednost parametra majhna, pa je občutljivost aktivacijske funkcije na izbiro nevronov $f_1^2(d)$ večja.

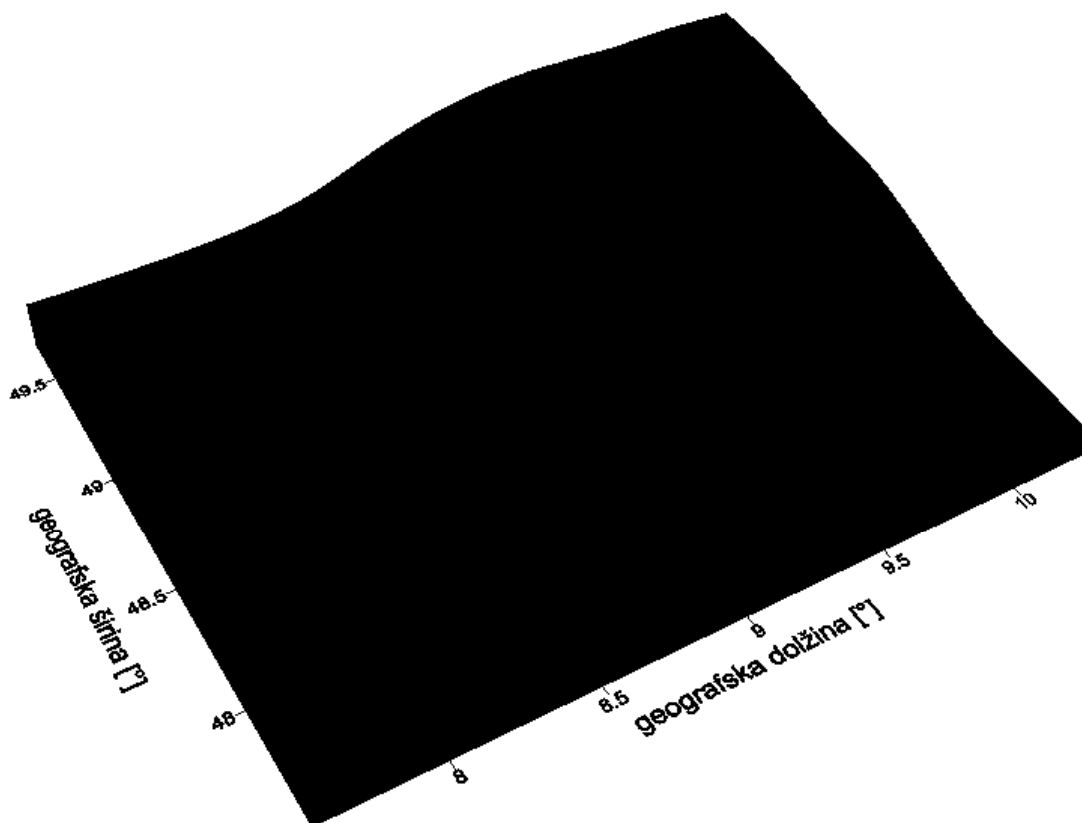


Slika 28: Prikaz večje in manjše vrednosti parametra »*spread*« na Gaußovi aktivacijski funkciji.

Umetna nevronska mreža se uči na način, da iterativno dodaja nevrone v skritem sloju, dokler vsota kvadratov odstopanj *SSE* med ciljnim (pričakovanimi) in izhodnimi (napovedanimi) podatki ne doseže določene vrednosti. Prav tako pa se učenje konča, ko je število nevronov v skritem sloju enako številu vhodnih podatkov (če je 25 vhodnih podatkov pomeni, da je to tudi maksimalno število nevronov v skritem sloju).

4 EKSPERIMENTALNI DEL

V eksperimentalnem delu smo s pomočjo umetnih nevronskih mrež aproksimirali lokalni geoid nemške zvezne dežele Baden-Württemberg. Izbran del geoida je zelo razgiban, zato tudi zanimiv za eksperimente.



Slika 29: Prikaz reliefa območja lokalnega geoida.

Za aproksimacijo ploskve lokalnega geoida oziroma za določitev geoidnih višin smo izdelali in uporabljali tri programe, katerih teorijo smo opisali predhodno, njihovo praktično izvajanje pa opisujemo v nadaljevanju. Programi za namen učenja, verifikacije in testiranja uporabljajo 125 točk, pri čemer so učni in testni podatki za vse programe enaki. Zaradi eksperimentalnih namenov smo učne in testne podatke razdelili v štiri različne kombinacije vzorcev učnih in testnih točk (99/26, 75/50, 50/75, 25/100). Natančnejši opis razporeditev točk opisujemo v poglavju 4.2. Vizualne podobe smo izdelali s programom »Surfer 8«. (Golden Software Inc., 1998)

4.1 Programi za uporabo umetnih nevronske mrež

Izdelani smo tri programe:

- program Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže (Priloga A),
- program Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže (Priloga B) ter
- program radialne bazične umetne nevronske mreže (Priloga C).

4.1.1 Program Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže

Program Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže je izdelan v Matlabovem okolju, vendar z uporabo knjižnice programskih funkcij »Som Toolbox 2.0«, ki so jo izdelali različni avtorji: Esa Alhoniemi, Johan Himberg, Juha Parhankangas, Juha Vesanto in drugi iz Helsinške Tehnološke univerze, laboratorija informacijskih in računalniških znanosti. Knjižnica je bila izbrana, ker po mnenju avtorjev ponuja več variacij izvedbe in boljše vizualno predstavitev kot osnovna Matlabova knjižnica.

Program je sestavljen iz dveh delov. V prvem oziroma začetnem delu so programirane vse potrebne programske funkcije in merila za učenje, verifikacijo in testiranje podatkov. V drugem delu se preberejo in pripravijo podatki, izberejo različni možni parametri umetne nevronske mreže ter vizualizira dobljene rezultate.

4.1.1.1 Zgradba prvega dela programa

V prvem delu programa so definirana merila, lokalna in globalna arhitektura, način določitve uteži, sosedske funkcije, aktivacijske funkcije, učni proces in označevanja umetne nevronske mreže.

Definiranje meril:

- $poc_rad = round(\min([width\ length])/3)$: programski stavek definira začetni sosedski radij nevronov, v prvi grobi fazi učenja, pri čemer so izbrane minimalne vrednosti po celotni širini (angl. width) in dolžini (angl. length) umetne nevronske mreže, deljene s tri, zaradi treh stopenj sosednjih nevronov,

- *tr_len = [rough fine]*: programski stavek definira število ponovitev oziroma iteracij, v prvi grobi fazi učenja (angl. rough), in drugi fini fazi učenja (angl. fine),
- *rad_ini = [poc_rad 2]*: programski stavek definira začetna sosedska radija v prvi in drugi fazi učenja,
- *rad_fin = [1 1]*: programski stavek definira končna sosedska radija v prvi in drugi fazi učenja,
- *alfa_ini = [0,10 0,05]*: programski stavek definira začetni učni faktor v prvi in drugi fazi učenja.

Definiranje arhitekture:

- *som_topol_struct (lattice)*: funkcija definira lokalno arhitekturo umetne nevronske mreže oziroma obliko nevrona; definirana sta šestkotna (*rect*) ter štirikotna (*hexa*) oblika nevrona,
- *som_topol_struct (shape)*: funkcija definira globalno arhitekturo umetne nevronske mreže oziroma odnose sosednjih robnih nevronov; definirane so: ravna ploskev (*sheet*), ki nima povezav do sosednjih robov nevronov, valj (*cyl*), pri katerem sta povezana dva nasprotna robova mreže in torus (*toroid*), pri katerem so povezani vsi štirje robovi mreže.

Definiranje načina določitve uteži:

- *som_randinit*: funkcija naključno določi uteži; vrednosti uteži se enakomerno razporedijo po območju od minimalne do maksimalne vrednosti vhodnih podatkov,
- *som_lininit*: funkcija linearno določi uteži; inicializacija se najprej naredi s kalkulacijo lastnih vrednosti in lastnih vektorjev z vhodnimi podatki. Nato pa se uteži inicializirajo po umetni nevronske mreži glede na največje lastne vektorje iz kovariančne matrike učnih podatkov.

Definiranje sosedskih funkcij:

- *som_set (neigh)*: funkcija definira strukturo za sosedske funkcije, pregleda, da so vsi uporabljeni podatki pravilni, uporabi pa se tudi za preverjanje verifikacijske strukture; definirane so naslednje sosedske funkcije: gaussova (*gaussian*), odrezana gaussova (*cutgauss*), bubble (*bubble*) ter ep (*ep*).

Definiranje aktivacijskih funkcij:

- *learnf*: funkcija definira aktivacijske funkcije; definiranih je več aktivacijskih funkcij: eksponentna (*exp*), inverzna (*inv*) ter linearna (*lin*).

Definiranje učnega procesa:

- *som_batchtrain*: funkcija uporablja paketni učni algoritem; opisan v poglavju 3.8.2,
- *som_bmus*: funkcija išče zmagovalni nevron, uporabljena tako na nizu učnih kot testnih podatkov.

Označevanje:

- *som_autolabel*: funkcija je namenjena lažjemu vstavljanju in odstranjevanju oznak iz umetnih nevronske mrež in podatkovnih struktur, prav tako pa omogoča transformacijo oznak na podobne druge strukture.

Na koncu prvega dela programa sta še izračuna kontrole oziroma napake *RMSE* za niz učnih (*rmsec*) in testnih (*rmsep*) podatkov.

4.1.1.2 Zgradba drugega dela programa

Drugi del programa sestavlja: priprava vhodnih podatkov, nastavitve učnih parametrov ter numerična in vizualna predstavitev rezultatov.

Priprava podatkov:

- *som_read_data*: funkcija prebere vse podatke iz datoteke,
- *som_normalize*: funkcija normira vhodne podatke z izbrano metodo »var«, gre za enostavna linearno transformacijo:

$$x' = \frac{(x - \bar{x})}{RMSE}, \quad \dots(34)$$

kjer je: \bar{x} ...srednja vrednost vhodnih podatkov x_i ,

- *som_modify_dataset*: funkcija iz vseh podatkov izvleče (*extractsamp*) niz učnih podatkov, ter te iste podatke odstrani (*removesamp*) za pridobitev niza testnih podatkov,
- *mask*: funkcija definira odvisne - vhodne (0) oziroma neodvisne - izhodne (1) podatke,

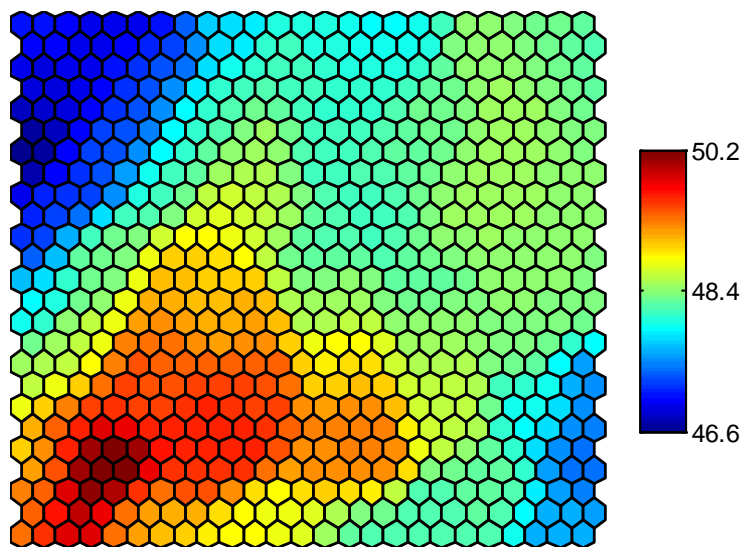
- *som_denormalize*: funkcija po končanju vseh procesov vrne rezultat v originalno obliko, podatki se denormirajo.

Nastavitev učnih parametrov:

- določitev velikosti mreže oziroma določitev število nevronov po širini (*width*) in dolžini (*length*) umetne nevronske mreže,
- določitev dolžino učenja oziroma število iteracij v začetnem – grobem (*rough*) in zaključnem – finem (*fine*) učenju umetne nevronske mreže,
- izbira različnih parametrov, ki so definirani v prvem delu programa: izbira načina določevanja uteži (*init*), izbira lokalne arhitekture umetne nevronske mreže (*latice*), izbira globalne arhitekture umetne nevronske mreže (*shape*), izbira sosedske funkcije (*neighf*), izbira aktivacijske funkcije (*learnf*).

Vizualna predstavitev rezultatov:

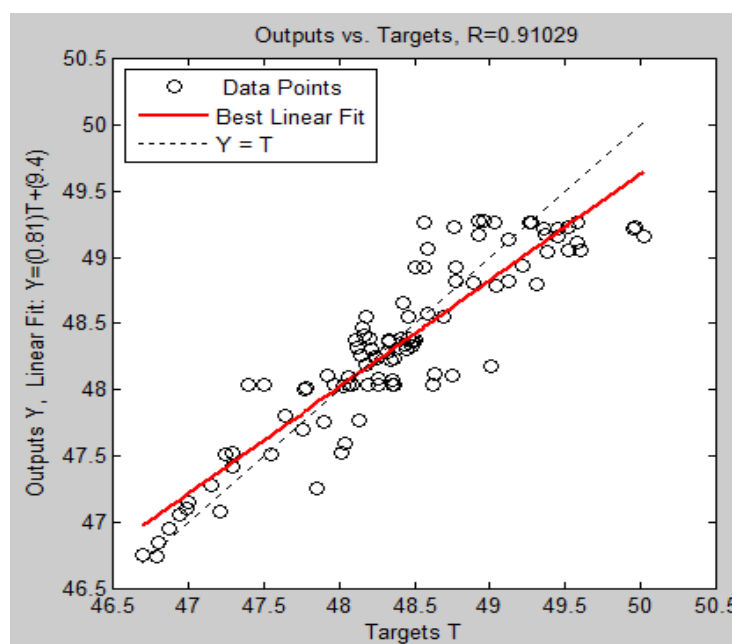
- *som_show*: funkcija temelji na enotni dolžinski matriki (angl. unified distance matrix). Matriko sestavljajo nevroni s šestkotno ali štirikotno obliko. Matrika s pomočjo barve lestvice prikazuje odnose med posameznimi nevroni. Odnosi so rezultat učno-testnega procesa umetne nevronske mreže. Poleg izhodnega podatka (geoidne višine), so prikazani tudi vhodni podatki (geografska dolžina in širina).



Slika 30: Prikaz mreže s šestkotno obliko nevrona.

- *postreg*: funkcija prikazuje linearno regresijsko premico med izhodnimi vrednostmi (angl. outputs) in ciljnim vrednostmi (angl. targets); regresijska premica je predstavljena s tremi numeričnimi parametri:
 - *m*...naklon regresijske premice, ki bi bil ob idealnih razmerah ena (izhodne vrednosti bi bile enake ciljnim vrednostim),
 - *b*...prehod skozi izhodišče, ki bi bil ob idealnih razmerah nič,
 - *R*...korelacijski koeficient, ki pove kako dobro umetna nevronska mreža interpretira variacije v izhodnih podatkih; čim bližje je vrednost ena, tem boljše je umetna nevronska mreža opravila učenje in s tem aproksimacijo.

Osrednji del funkcije (*postreg*) je namenjen vizualnemu prikazu kvalitete naučenih podatkov, ki so predstavljeni s točkami (*Data Points*), te točke naj bi bile čim bližje regresijski premici (rdeča črta) (*Best Linear Fit*), s črtkano črto pa je prikazan idealen odnos med izhodnimi (*A*) in ciljnim (*T*) vrednostmi.



Slika 31: Prikaz regresijske premice.

4.1.2 Program Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže

Program Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže je prav tako kot program Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže izdelan v Matlabovem okolju, vendar z uporabo programskih funkcij le iz osnovne Matlabove knjižnice.

Program je sestavljen iz dveh delov. V prvem delu je izdelana celotna procedura od priprave podatkov, nastavitve parametrov do samega učenja mreže. Drugi del omogoča izbiro števila nevronov v skritem sloju ter vizualno in numerično predstavitev rezultatov.

4.1.2.1 Zgradba prvega dela programa

V prvem delu programa so definirana: priprava vhodnih podatkov, kreiranje, funkcije napak, učni parametri ter učni proces umetne nevronske mreže.

Priprava podatkov:

- *load*: funkcija prebere vse podatke iz datotek,
- *mapstd*: funkcija normira vhodne in ciljne podatke na vrednosti, ki imajo enotno standardno deviacijo in povprečje enako nič,
- razdelitev podatkov na niz testnih (*iitst*) ter niz učnih (*iitr*) in verifikacijskih (*iival*) podatkov, zaporedje niza učnih in verifikacijskih podatkov se izmenično izmenjuje, začne se z nizom učnih nadaljuje z nizom verifikacijskih podatkov in v tem zaporedju do konca,
- za potrebe učnega procesa se določijo dimenzije niza verifikacijskih (*v.P*, *v.T*) in testnih (*t.P*, *t.V*) podatkov, kjer so: *P*...vhodni, *T*...ciljni in *V*...verifikacijski podatki; razporedijo pa se tudi normirane vrednosti za niz testnih (*tts*) in učnih: vhodnih (*ptr*) in ciljnih (*ttr*) podatkov,
- *reverse*: funkcija po končanem učnem procesu denormira izhodne in ciljne vrednosti.

Kreiranje umetne nevronske mreže:

- *newff*: funkcija kreira novo naprej usmerjeno (angl. feed-forward) umetno nevronske mrežo, za kar je potrebno definirati:

- območje normiranih vhodnih podatkov (*minmax(pn)*),
- število nevronov (*hidennode*) v skritem sloju in število nevronov (*outputnode*) v izhodnem sloju,
- aktivacijsko funkcijo: tangenta-sigmoidna (*tansig*) v skritem sloju in linearna (*purelin*) v izhodnem sloju,
- algoritem učenja: Levenberg-Marquardt (*trainlm*); opisan v poglavju 3.9.2.

Definiranje funkcije napak:

- *net.performFcn*: funkcija kontrolira kvaliteto rezultatov, pri čemer so definirane naslednje funkcije napak:

- *MSE*: srednji kvadrat napake (angl. mean squared error):

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (e_i)^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (t_i - y_i)^2, \quad \dots(35)$$

kjer je: *e*...napaka, *t*...ciljne vrednosti, *y*...izhodne vrednosti, *N*...število ciljnih oziroma izhodnih podatkov,

- *SSE*: vsota kvadratov napake (angl. sum squared error):

$$SSE = \sum_{i=1}^N (t_i - y_i)^2, \quad \dots(36)$$

- *MAE*: srednja absolutna napaka (angl. mean absolute error):

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |t_i - y_i|, \quad \dots(37)$$

- *MSEREG*: srednji kvadrat napake z regulacijo (angl. mean squared error with regularization), ki pripomore k izboljšanju generalizacije in vsebuje regulirani zmogljivostni člen γ (angl: performance ratio). Funkcija meri napako kot utežno vsoto dveh faktorjev: srednje kvadratne napake (*MSE*) in srednje kvadratu uteži (*MSW*) ter vrednosti praga. Umetna nevronska mreža ima zato manjše uteži in prag, zato so prehodi mehkejši, prav tako pa je manjša verjetnost, da se bo umetna nevronska mreža pretrenirala:

$$MSW = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N w_j^2, \quad \dots(38)$$

$$MSEREG = \gamma \cdot MSE + (1 - \gamma) \cdot MSW . \quad \dots(39)$$

Regulacija γ je v programu definirana kot (*net.performParam.ratio*), njegova vrednost je nastavljena na 0,5, kar povzroči enake uteži pri srednjemu kvadratu napake (*MSE*) in srednjemu kvadratu uteži (*MSW*).

Definiranje učnih parametrov:

- *net.trainParam.*: funkcija definira različne učne parametre:
 - *epochs*: parameter določa maksimalno število iteracij; njegova vrednost je nastavljena na 100,
 - *show*: parameter omogoča prikaz napredka med posameznimi iteracijami; nastavljen je tako, da se razvoj pokaže po vsaki iteraciji,
 - *goal*: parameter določa največjo vrednost izbrane funkcije napake (*MSE*, *SSE*, *MAE* ali *MSEREG*) med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi; vrednost je nastavljena na $1 \cdot 10^{-3}$, ko doseže to vrednost, se učenje konča,
 - *min_grad*: parameter določa minimalno vrednost gradienta; vrednost je nastavljena na $1 \cdot 10^{-10}$, če je vrednost večja, se učenje konča,
 - *max_fail*: parameter definira maksimalno napako verifikacije; izboljša generalizacijo umetne nevronske mreže; vrednost je nastavljena na 10, če se vrednost funkcije napake (*MSE*, *SSE*, *MAE* ali *MSEREG*) deset krat poveča od zadnjega zmanjšanja, potem se učenje konča,
 - *mu*: parameter določa vrednost Marquardtove prilagoditvene konstante μ ; nastavljena je na $1 \cdot 10^{-3}$,
 - *mu_dec*: parameter regulira vrednost parametra (*mu*); vrednost je nastavljena na $1 \cdot 10^{-1}$, parameter (*mu*) se pomnoži s parametrom (*mu_dec*), če se vrednost funkcije napake (*MSE*, *SSE*, *MAE* ali *MSEREG*) v iteraciji zmanjša,
 - *mu_inc*: parameter regulira vrednost parametra (*mu*); vrednost je nastavljena na 10, parameter (*mu*) se pomnoži s parametrom (*mu_inc*), če se vrednost funkcije napake (*MSE*, *SSE*, *MAE* ali *MSEREG*) v iteraciji poveča,

- *mu_max*: parameter določa maksimalno vrednost parametra (*mu*); vrednost je nastavljena na $1 \cdot 10^{10}$, če je vrednost parametra (*mu*) večja od te vrednosti, se učenje konča,
- *time*: parameter definira maksimalni čas učenja; nastavljen je na neskončno,
- *mem_reduc*: parameter definira količino uporabljenega računalniškega pomnilnika za izračun Jacobijeve matrike; vrednost je nastavljena na 1, če je vrednost večja, se zmanjša količina uporabljenega pomnilnika, kar povzroči počasnejše učenje umetne nevronske mreže.

Učni parametri se v programu določajo oziroma spreminjajo eksperimentalno.

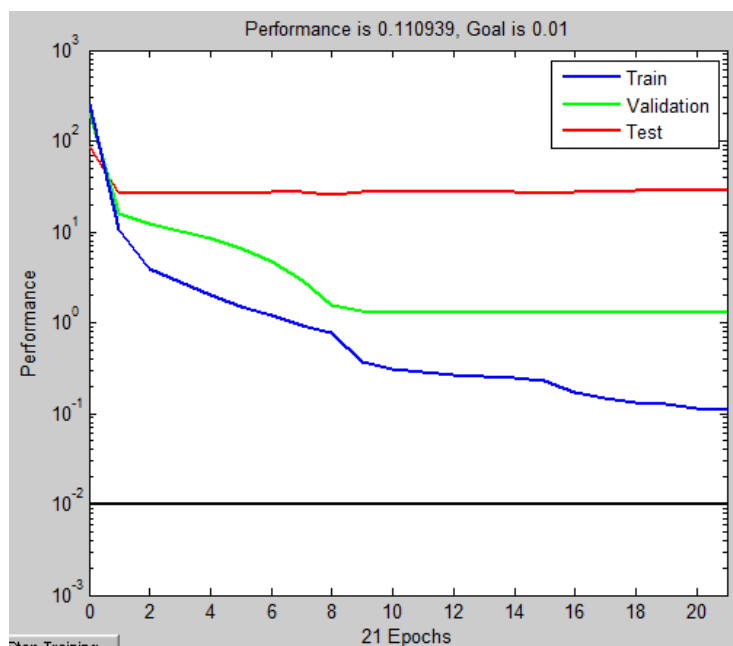
Definiranje učnega procesa:

- *train*: funkcija uči umetno nevronske mrežo s predhodno pripravljenimi podatki, uporabi izbrano funkcijo napake ter upošteva nastavljene učne parametre,
- *sim*: funkcija simulira umetno nevronske mrežo.

4.1.2.2 Zgradba drugega dela programa

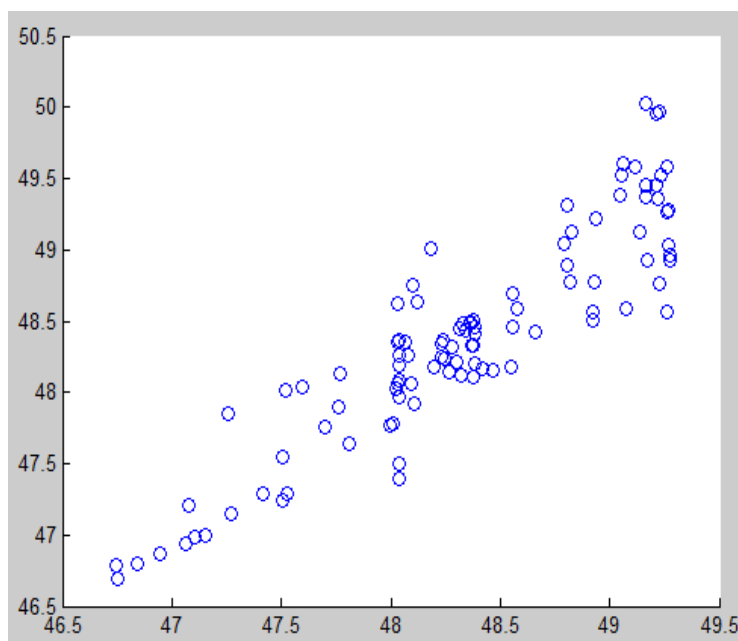
Drugi del programa je namenjen določitvi števila nevronov v skritem sloju ter numerični in vizualni predstavitvi rezultatov:

- *nhn*: izbiri števila nevronov v skritem sloju,
- numeričnem prikazu izhodnih (napovedanih) (*predicted*) in ciljnih (pričakovanih) (*expected*) vrednosti ter vrednost izbrane funkcije napake (*MSE*, *SSE*, *MAE* ali *MSEREG*),
- vizualna predstavitev rezultatov:
 - *postreg*: funkcija prikazuje graf regresijske premice med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi; funkcija je opisana v prejšnjem programu,
 - vizualen prikaz razvoja umetne nevronske mreže:
 - proces učenja (*Train*) prikazan z rdečo črto,
 - proces verifikacije (*Validation*) prikazan z zeleno črto in
 - proces testiranja (*Test*) prikazan z modro črto.



Slika 32: Prikaz učenja, verifikacije in testiranja umetne nevronske mreže.

- *scatter*: funkcija prikazuje odnos med ciljnimi in izhodnimi podatki; z modrimi krožci so prikazane izhodne oziroma napovedane vrednosti.



Slika 33: Prikaz odnosa med izhodnimi in ciljnimi podatki.

4.1.3 Program radialne bazične umetne nevronske mreže

Program radialne bazične umetne nevronske mreže je prav tako kot program Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže izdelan le s pomočjo programskih funkcij iz osnovne Matlabove knjižnice, zaradi česar so nekatere osnovne programske funkcije iste, in v nadaljevanju niso opisane.

Program je sestavljen v enem delu, ker je algoritem enostavnejši in s tem preglednejši od prejšnjih dveh programov, ki ju sestavljata dva dela.

Osnovne programske funkcije: branje podatkov iz datotek, priprava podatkov za učenje (vhodni in izhodni podatki), normiranje in denormiranje podatkov ter vizualne predstavitve rezultatov, so enake kot v programu Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže.

Razlike pa se pojavljajo pri razdelitvi podatkov na učne, verifikacijske in testne podatke, saj algoritem radialne bazične umetne nevronske mreže ne predvideva verifikacijskih podatkov. Algoritem tudi ne predvideva posebne programske funkcije za učenje umetne nevronske mreže. Celotna procedura radialne bazične umetne nevronske mreže je ustvarjena v programski funkciji kreiranja umetne nevronske mreže (*newrb*), pri čemer funkcija ne zahteva dodatnega definiranja aktivacijske funkcije v skitem oziroma izhodnem sloju, prav tako se število nevronov v slojih posebej ne definira. Tudi pri nadzoru kvalitete izhodnih podatkov ni potrebno posebej definirati statistik kot v prejšnjem programu, ampak je statistika vsota kvadratov napake *SSE* neposredno definirana v algoritmu umetne nevronske mreže.

Eksperimentalno lahko spreminjamo samo dva učna parametra:

- *goal*: definira maksimalno vrednost statistike *SSE* ter
- *spread*: določuje širino območja vhodnih podatkov, na katero je občutljiv posamezen nevron v skitem sloju.

4.2 Vhodni podatki programov umetnih nevronskih mrež

Vhodni podatki vseh treh programov umetnih nevronskih mrež so isti. Razporejeni so v štiri podatkovne datoteke, z različno kombinacijo vzorcev učnih in testnih točk (25/100, 50/75, 75/50 in 99/26).

Vse štiri podatkovne datoteke imajo enako strukturo. Sestavljene so iz 125-ih vrstic, zaradi 125-ih točk in petih stolpcev, v katerih so zapisani naslednjimi podatki:

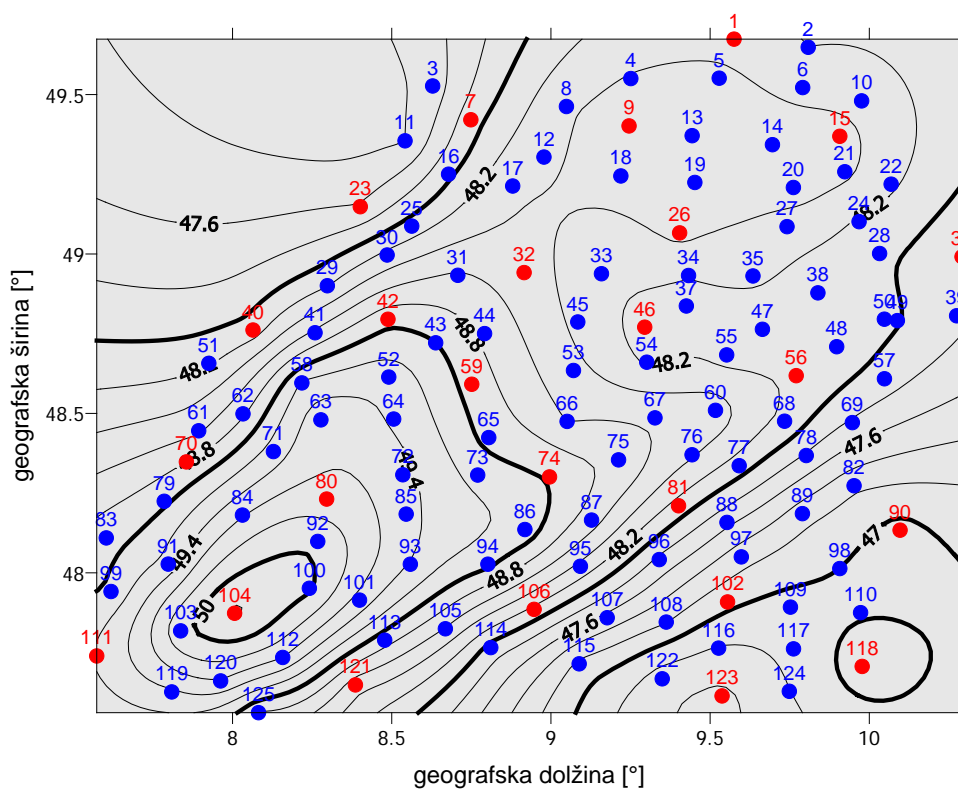
- v prvem stolpcu so podane geografske širine točk, ki predstavljajo vhodni podatek umetne nevronske mreže,
- v drugem stolpcu so podane geografske dolžine točk, ki prav tako predstavljajo vhodni podatek umetne nevronske mreže,
- v tretjem stolpu so podane geoidne višine točk, ki pa predstavljajo izhodni podatek umetne nevronske mreže,
- v četrtem stolpcu so podane numerične oznake točk,
- peti stolpec pa definira, ali je točka učna (šifra: 159) ali testna (šifra: 250).

Razlika se pojavi pri programu Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže, kjer imajo podatkovne datoteke poleg navedenih podatkov dodane še dve vrstici na začetku. V prvi vrstici je zapisano število stolpcev, v drugi vrstici pa so navedena imena posameznih stolpcev.

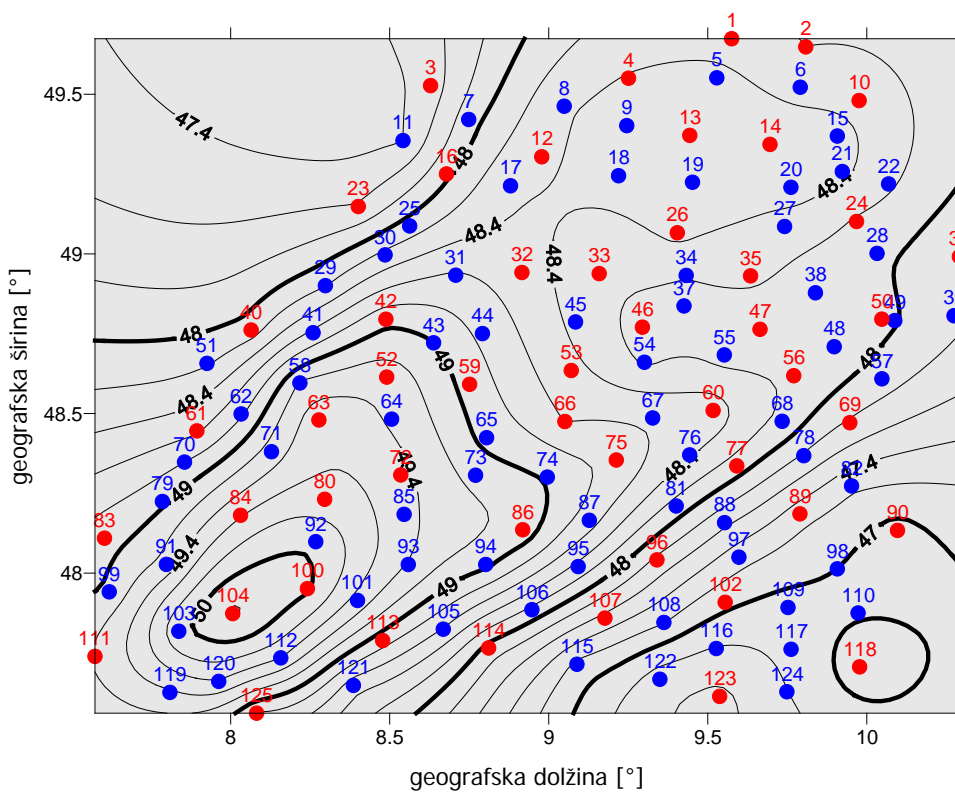
Učne in testne točke so v štirih različnih vzorcih naključno razporejene, obenem pa enakomerno po celotnem območju. Vse kombinacije vzorcev učnih in testnih točk so prikazane na kartah, kjer so učne točke označene z rdečo piko, testne točke pa z modro piko. Vse točke so tudi numerično označene, kar koristi pri nadaljnji analizi napak, zaradi položaja posamezne točke.

Obravnavali smo štiri različne kombinacije vzorcev učnih in testnih točk:

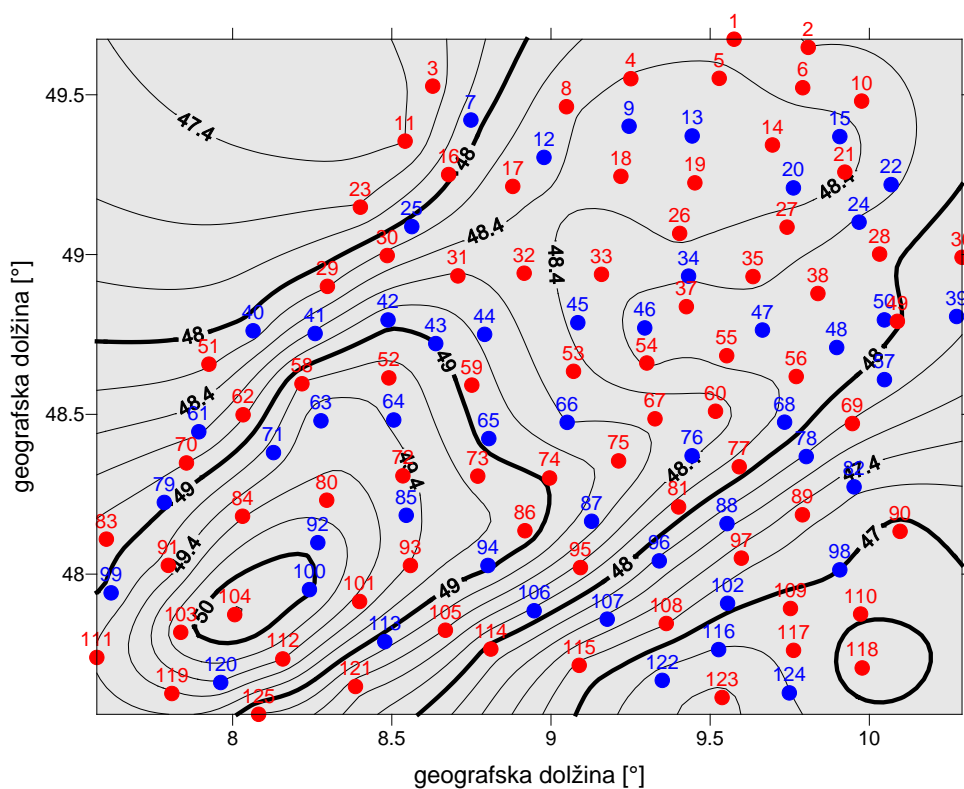
- 25 učnih in 100 testnih točk, slika 34,
- 50 učnih in 75 testnih točk, slika 35,
- 75 učnih in 50 testnih točk, slika 36,
- 99 učnih in 26 testnih točk, slika 37.



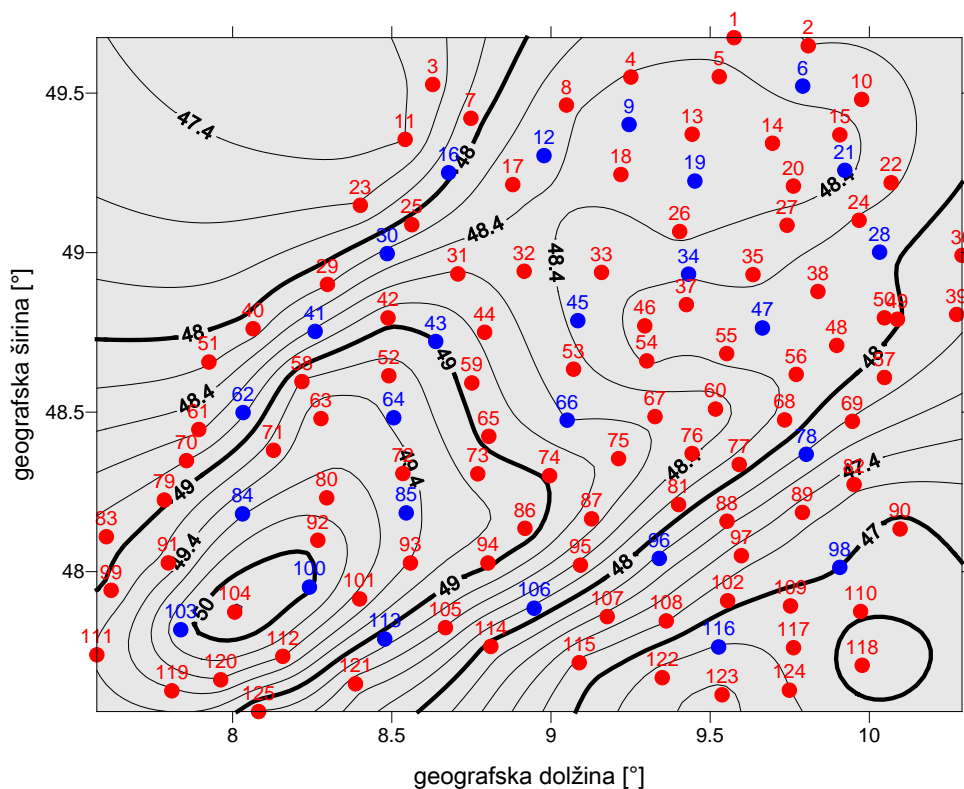
Slika 34: Prikaz 25 učnih (rdeče pike) in 100 (modre pike) testnih točk; ekvidistanca = 20 cm.



Slika 35: Prikaz 50 učnih (rdeče pike) in 75 (modre pike) testnih točk; ekvidistanca = 20 cm.



Slika 36: Prikaz 75 učnih (rdeče pike) in 50 (modre pike) testnih točk; ekvidistanca = 20 cm.



Slika 37: Prikaz 99 učnih (rdeče pike) in 26 (modre pike) testnih točk; ekvidistanca = 20 cm.

4.3 Numerični izračuni

Za aproksimacijo lokalnega geoida na območju nemške zvezne dežele Baden-Württemberg smo uporabili tri različne umetne nevronske mreže:

- Kohonenova protitočna umetna nevronska mreža,
- Levenberg-Marquardtova umetna nevronska mreža in
- radialna bazična umetna nevronska mreža.

Rezultat umetnih nevronske mrež so geoidne višine oziroma geoidne ondulacije točk, ki so funkcije koordinat geografskih širin in dolžin teh točk.

Umetne nevronske mreže so po končanem učnem in testnem procesu analitično ovrednotene z različnimi statistikami:

- umetne nevronske mreže v svojih algoritmi uporablja različne funkcije napak:
 - algoritem Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže uporablja statistiko: $RMSE$ – koren srednje kvadratne napake; opisana v poglavju 3.6,
 - algoritem Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže ima na izbiro več možnih statistik:
 - MSE – srednja kvadratna napaka,
 - SSE – vsota kvadratov napake,
 - MAE – srednja absolutna napaka,
 - $MSEREG$ – srednja kvadratna napaka z regulacijskim členom;statistike so opisane v poglavju 4.1.2.1.
 - algoritem radialne bazične umetne nevronske mreže uporablja statistiko SSE ,
- v vseh umetnih nevronske mrežah pa je kot rezultat grafa linearne regresijske premice predstavljen korelacijski koeficient – R ,
- ločeno od algoritmov umetnih nevronske mrež, so po vsakem testu prikazane še minimalne (mini.), maksimalne (maks.) in srednje (sred.) vrednosti napak med izhodnimi (napovedanimi) in ciljnim (pričakovanimi) geoidnimi višinami.

Po koncu analize vsake posamične umetne nevronske mreže, smo najboljše rezultate različnih kombinacij vzorcev učnih in testnih točk še enkrat prikazali in analizirali. Prav tako pa po

koncu analize vseh umetnih nevronskih mrež prikažemo in analiziramo najboljše rezultate posamične umetne nevronske mreže, ločeno za vsako kombinacijo vzorcev učnih in testnih točk.

4.3.1 Testiranje Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže

Program Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže omogoča različne nastavitve učnih parametrov. Za testiranje štirih različnih kombinacij vzorcev učnih in testnih točk je možno spreminjati naslednje parametre:

- arhitekturo oziroma širino in dolžino umetne nevronske mreže; za vse štiri kombinacije vzorcev so bile uporabljene enake arhitekture: 10×10 , 15×15 , 20×20 , 25×25 in 30×30 , pri čemer pa se oblika mreže prilagodi izbranemu območju, kljub temu pa je bila za 99 učnih in 26 testnih točk testirana arhitektura v razmerju razlik mejnih vrednosti geografske širine in dolžine izbranega območja: 26×34 ,
- obliko povezav do sosednjih nevronov oziroma obliko nevrona; šestkotna ali štirikotna oblika,
- obliko umetne nevronske mreže: uporabili smo ploskovno mrežo, ker sta cilindrična in torusna mreža neuporabni zaradi neodvisnih robov izbranega področja,
- vrsto sosedske funkcije: bubble, gaussian, catgauss ali ep; vse štiri funkcije vrnejo iste rezultate, med njim smo izbrali Gaußovo sosedsko funkcijo,
- vrsto aktivacijske funkcije: linearna, eksponenta ali inverzna; vse tri funkcije vrnejo iste rezultate, izbrali smo linearno aktivacijsko funkcija,
- način določitve uteži: linearno ali naključno; izbrali smo linearen način določitve, ker po ponovitvi učnega procesa ostanejo rezultati isti, z razliko od naključne določitve uteži.

Za vsako kombinacijo vzorcev učnih in testnih točk ter vsako spremembo arhitekture umetne nevronske mreže in obliko nevrona je bilo potrebno za pridobitev najboljših rezultatov ugotoviti optimalno število ponovitev oziroma iteracij v grobem in finem procesu učenja umetne nevronske mreže.

4.3.1.1 Testiranje 25 učnih in 100 testnih točk

V prvem testu Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže je bilo za namen učenja uporabljenih 25 točk, nato so se naučeni parametri uporabili na 100-ih testnih točkah. Z uporabo različnih statistik so bile testirane različne arhitekture mrež (širina×dolžina), za šestkotno obliko (preglednica 1) ter za štirikotno obliko nevrona (preglednica 2).

Preglednica 1: Rezultati testa 25 učnih in 100 testnih točk za šestkotno obliko nevrona.

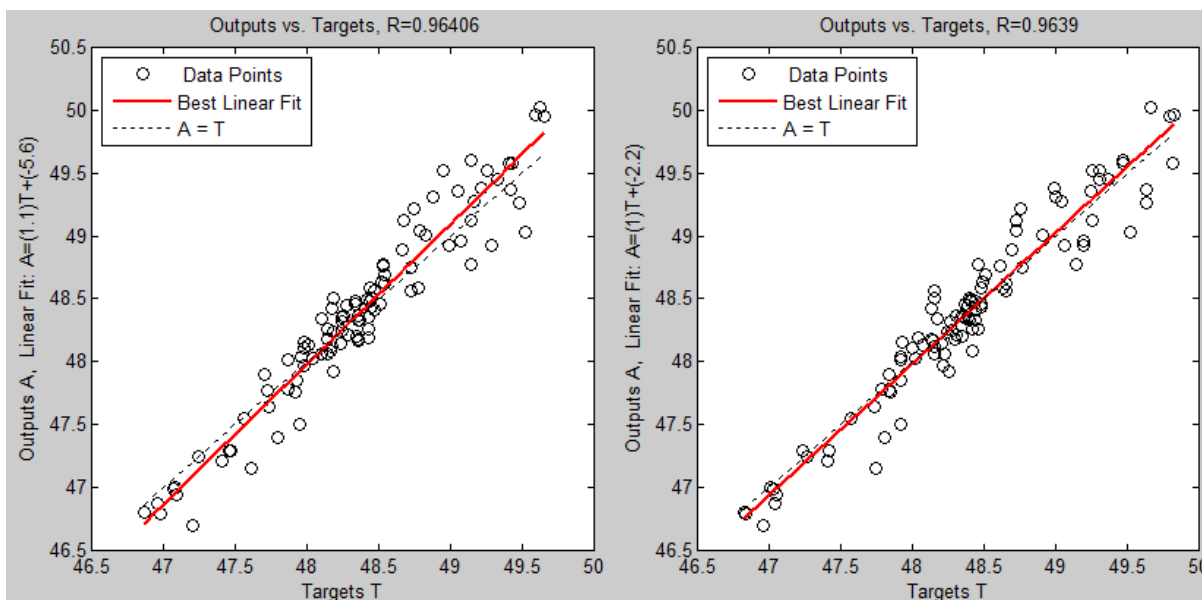
velikost mreže		št. ponovitev		korelacija <i>R</i>	<i>RMSE</i> [m]	mini. [m]	maks. [m]	sred. [m]
širina	dolžina	grobo	fino					
10	10	1	5	0,9369	0,3597	-0,8219	0,8029	0,0550
15	15	3	3	0,9481	0,3132	-0,9422	0,6762	-0,0021
20	20	20	1	0,9641	0,2784	-0,5042	0,5692	0,0211
25	25	15	1	0,9631	0,2744	-0,5690	0,7044	0,0222
30	30	35	1	0,9610	0,2770	-0,5233	0,5762	0,0129

Preglednica 2: Rezultati testa 25 učnih in 100 testnih točk za štirikotno obliko nevrona.

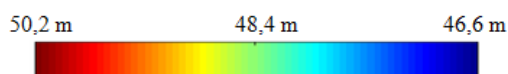
velikost mreže		št. ponovitev		korelacija <i>R</i>	<i>RMSE</i> [m]	mini. [m]	maks. [m]	sred. [m]
širina	dolžina	grobo	fino					
10	10	1	12	0,9504	0,3216	-0,5398	0,6612	0,0702
15	15	16	2	0,9533	0,2947	-0,7575	0,6009	0,0035
20	20	45	1	0,9631	0,2776	-0,5030	0,5861	0,0040
25	25	9	1	0,9633	0,2692	-0,5251	0,5382	0,0179
30	30	7	1	0,9639	0,2630	-0,5924	0,4690	0,0005

Za obe obliki nevrona pri arhitekturi 10×10 in 15×15 nevronov velja, da se da, za pridobitev optimalnega rezultata statistike, število ponovitev pri grobem in finem učenju prosto spreminjati. Rezultati statistik so za štirikotno obliko boljši, zaradi vpliva manjšega števila sosednjih nevronov, ki imajo večji vpliv pri manjši arhitekturi mreže. Pri obeh oblikah nevrona za arhitekture 20×20, 25×25 in 30×30, pa prihaja do pretreniranosti pri finem učenju, zato lahko spreminjamo samo število ponovitev pri grobem učenju, saj v nasprotnem primeru prihaja do negladkih prehodov med nevroni oziroma nastanejo Voronojeva območja posameznih skupin nevronov. Pri šestkotni obliki nevrona je najboljši rezultat pri arhitekturi 20×20, nato pa se začne statistika v naslednjih dveh večjih vzorcih zmanjševati. Pri štirikotni

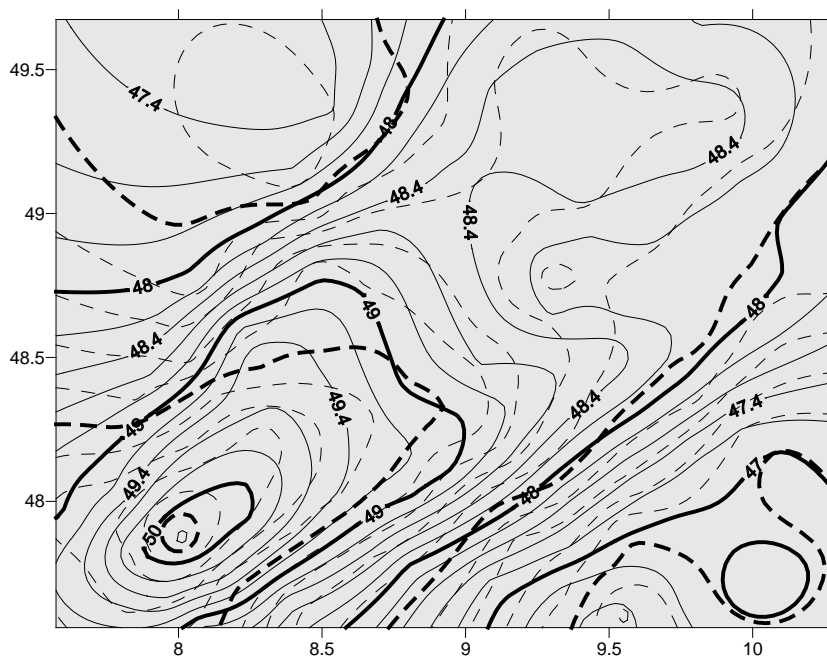
obliki nevrona pa dobimo najboljše vrednosti statistik pri arhitekturi 30×30 , pri večjih velikostih pa se že pojavi problem računalniškega pomnilnika. Na sliki 38 prikazujemo najboljše regresijske premice (odnos med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi), pri čemer so odstopanja istih točk za obe obliki nevrona podobni.



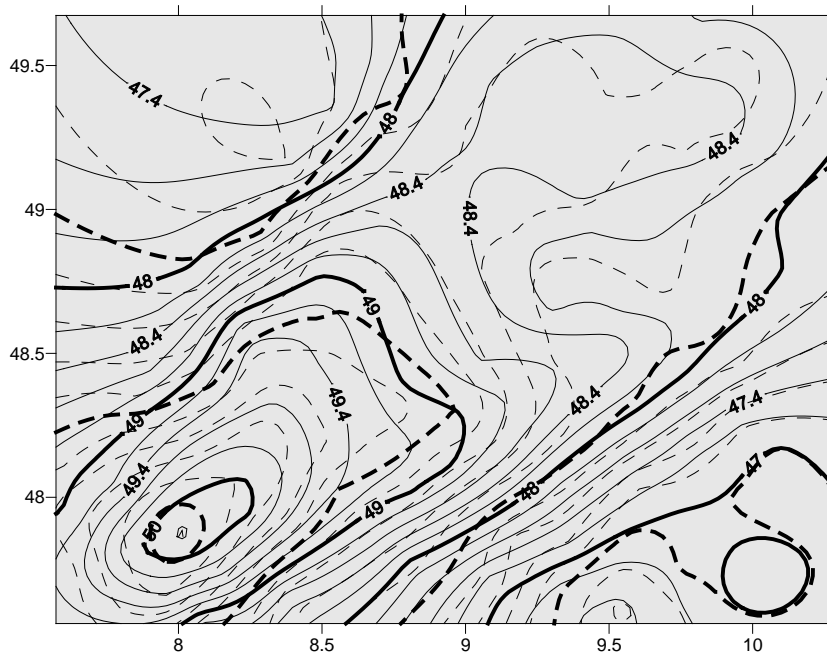
Slika 38: Prikaz regresijske premice pri šest in štirikotni obliki nevrona, za 25 učnih in 100 testnih točk.



Slika 39: Prikaz karte umetne nevronske mreže za šestkotno (arhitektura 20×20) in štirikotno (arhitektura 30×30) obliko nevrona, za 25 učnih in 100 testnih točk.



Slika 40: Prikaz odstopanj plastnic med ciljnimi vrednostmi (polna črta) in izhodnimi vrednostmi, izračunanimi z umetno nevronske mrežo (črtkana črta), za šestkotno obliko nevrona, ter 25 učnih in 100 testnih točk; ekvidistanca = 20 cm.



Slika 41: Prikaz odstopanj plastnic med ciljnimi vrednostmi (polna črta) in izhodnimi vrednostmi, izračunanimi z umetno nevronske mrežo (črtkana črta), za štirikotno obliko nevrona, ter 25 učnih in 100 testnih točk; ekvidistanca = 20 cm.

4.3.1.2 Testiranje 50 učnih in 75 testnih točk

V drugem testu Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže je bilo za namen učenja uporabljenih 50 točk, nato so se naučeni parametri uporabili na 75-ih testnih točkah. Z uporabo različnih statistik so bile testirane različne arhitekture mrež (širina×dolžina), za šestkotno obliko (preglednica 3) ter za štirikotno obliko nevrona (preglednica 4).

Preglednica 3: Rezultati testa 50 učnih in 75 testnih točk za šestkotno obliko nevrona.

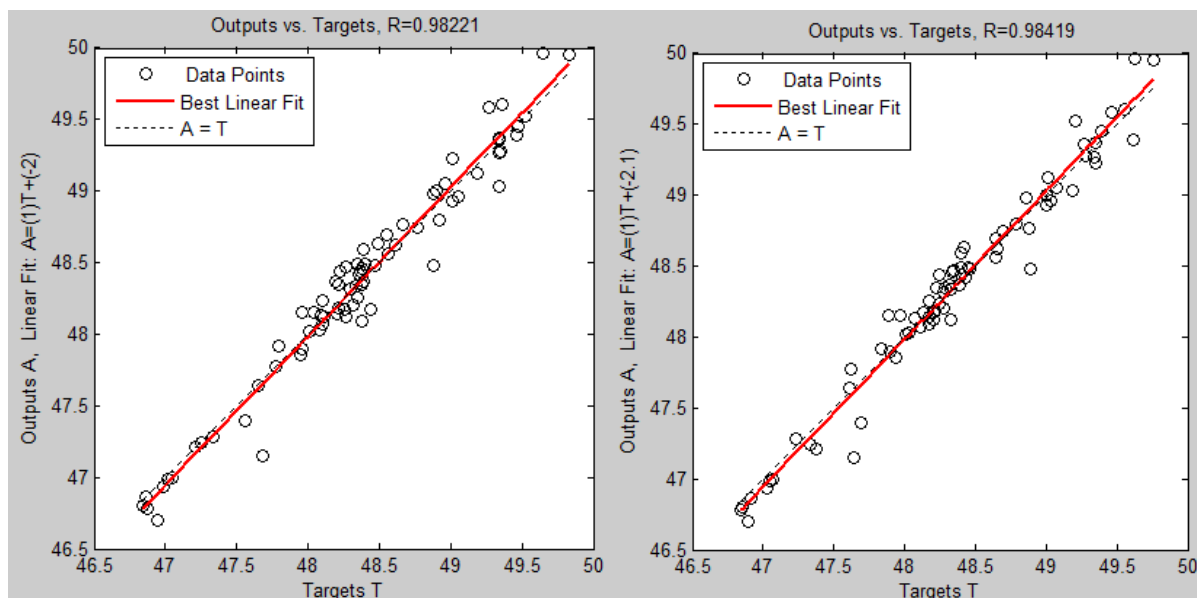
velikost mreže		št. ponovitev		korelacija <i>R</i>	<i>RMSE</i> [m]	mini. [m]	maks. [m]	sred. [m]
širina	dolžina	grobo	fino					
10	10	2	8	0,9607	0,2897	-0,6480	0,5702	-0,0045
15	15	14	4	0,9797	0,2091	-0,4407	0,5885	-0,0085
20	20	17	2	0,9842	0,1810	-0,4943	0,3373	0,0023
25	25	3	20	0,9798	0,2004	-0,3932	0,3344	0,0025
30	30	19	1	0,9818	0,2013	-0,5127	0,5935	0,0081

Preglednica 4: Rezultati testa 50 učnih in 75 testnih točk za štirikotno obliko nevrona.

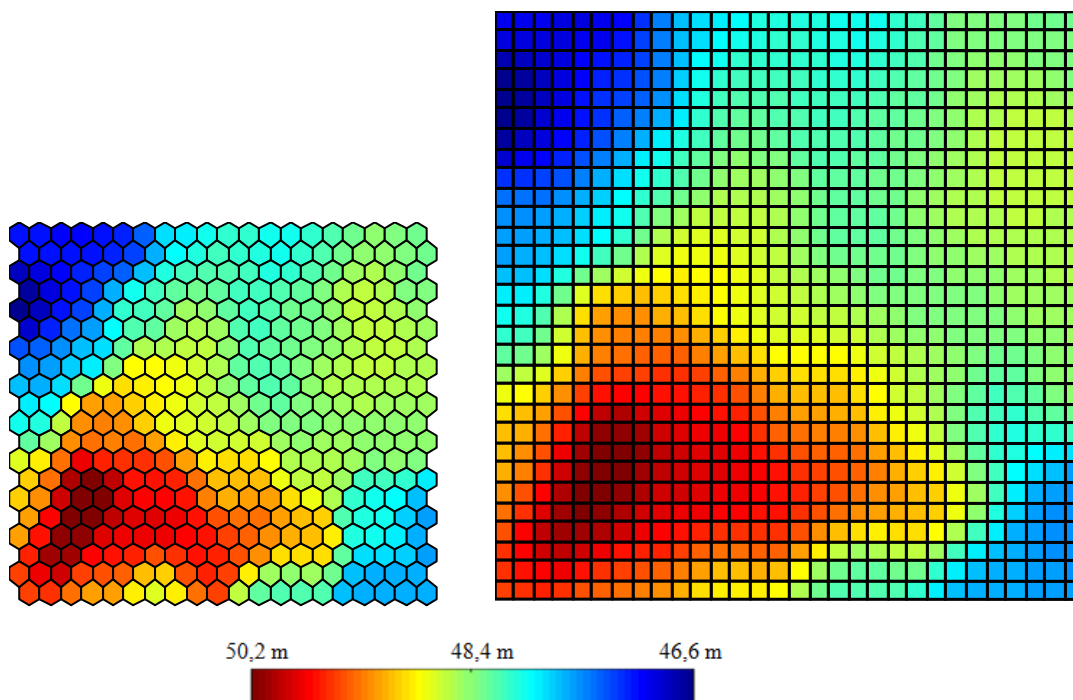
velikost mreže		št. ponovitev		korelacija <i>R</i>	<i>RMSE</i> [m]	mini. [m]	maks. [m]	sred. [m]
širina	dolžina	grobo	fino					
10	10	1	3	0,9612	0,2948	-0,5491	0,6053	-0,0403
15	15	2	6	0,9765	0,2210	-0,4699	0,3512	-0,0194
20	20	3	6	0,9783	0,2075	-0,5469	0,4084	-0,0173
25	25	10	24	0,9795	0,2056	-0,4973	0,4121	-0,0043
30	30	19	1	0,9822	0,1909	-0,5362	0,3152	0,0007

Za obe obliki nevrona pri vseh arhitekturah, razen pri arhitekturi 30×30 nevronov velja, da se da, za pridobitev optimalnega rezultata statistike, število ponovitev pri grobem in finem učenju prosto spreminjati. Za arhitekturo 30×30, pa v obeh primerih prihaja do pretreniranosti pri finem učenju, zato lahko spreminjamo samo število ponovitev pri grobem učenju, saj v nasprotnem primeru prihaja do negladkih prehodov med nevroni oziroma nastanejo Voronojeva območja posameznih skupin nevronov. Pri šestkotni obliki nevrona dobimo najboljše rezultate statistik pri arhitekturi 20×20. Za štirikotno obliko pa so se rezultati statistik izboljševali od najmanjše arhitekture 10×10 pa do največje 30×30. Verjetno bi bili rezultati pri večjih arhitekturah boljši, vendar bi potrebovali več časa in pomnilnika.

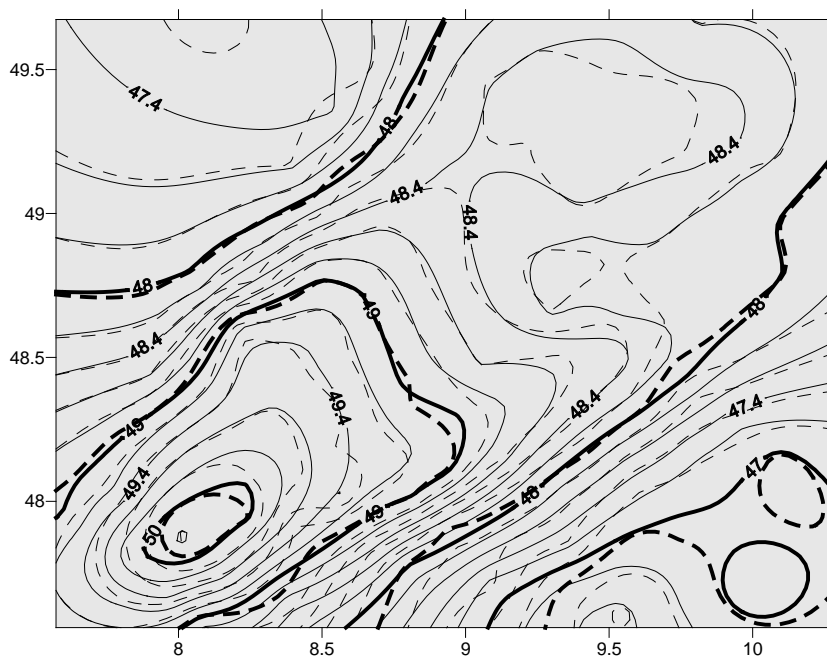
Na sliki 42 prikazujemo najboljše regresijske premice (odnos med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi), pri čemer so odstopanja istih točk, za obe obliki nevrona podobni.



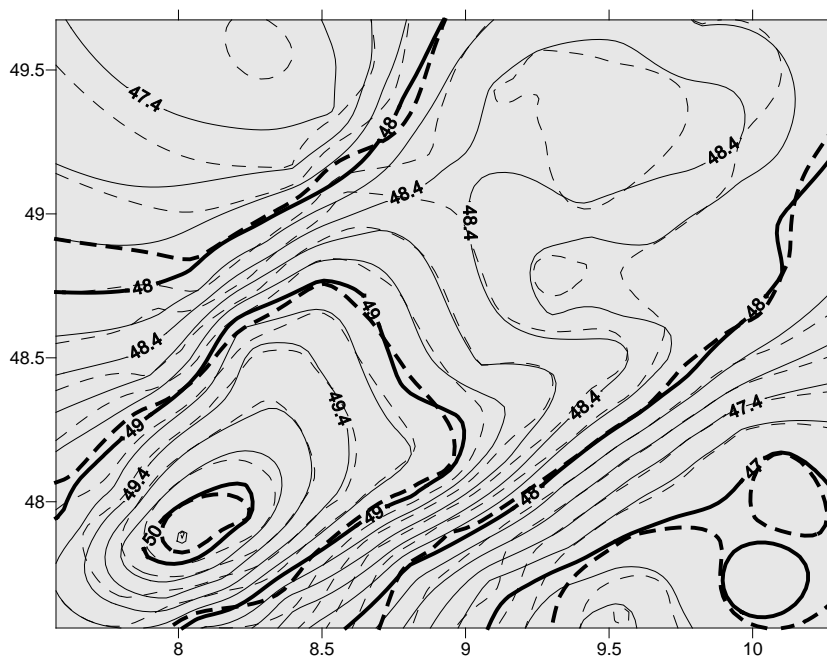
Slika 42: Prikaz regresijske premice pri šest in štirikotni obliki nevrona, za 50 učnih in 75 testnih točk.



Slika 43: Prikaz karte umetne nevronske mreže za šestkotno (arhitektura 20×20) in štirikotno (arhitektura 30×30) obliko nevrona, za 50 učnih in 75 testnih točk.



Slika 44: Prikaz odstopanj plastnic med ciljnimi vrednostmi (polna črta) in izhodnimi vrednostmi, izračunanimi z umetno nevronske mrežo (črtkana črta), za šestkotno obliko nevrona, ter 50 učnih in 75 testnih točk; ekvidistanca = 20 cm.



Slika 45: Prikaz odstopanj plastnic med ciljnimi vrednostmi (polna črta) in izhodnimi vrednostmi, izračunanimi z umetno nevronske mrežo (črtkana črta), za štirikotno obliko nevrona, ter 50 učnih in 75 testnih točk; ekvidistanca = 20 cm.

4.3.1.3 Testiranje 75 učnih in 50 testnih točk

V tretjem testu Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže je bilo za namen učenja uporabljenih 75 točk, nato so se naučeni parametri uporabili na 50-ih testnih točkah. Z uporabo različnih statistik so bile testirane različne arhitekture mrež (širina×dolžina), za šestkotno obliko (preglednica 5) ter za štirikotno obliko nevrona (preglednica 6).

Preglednica 5: Rezultati testa 75 učnih in 50 testnih točk za šestkotno obliko nevrona.

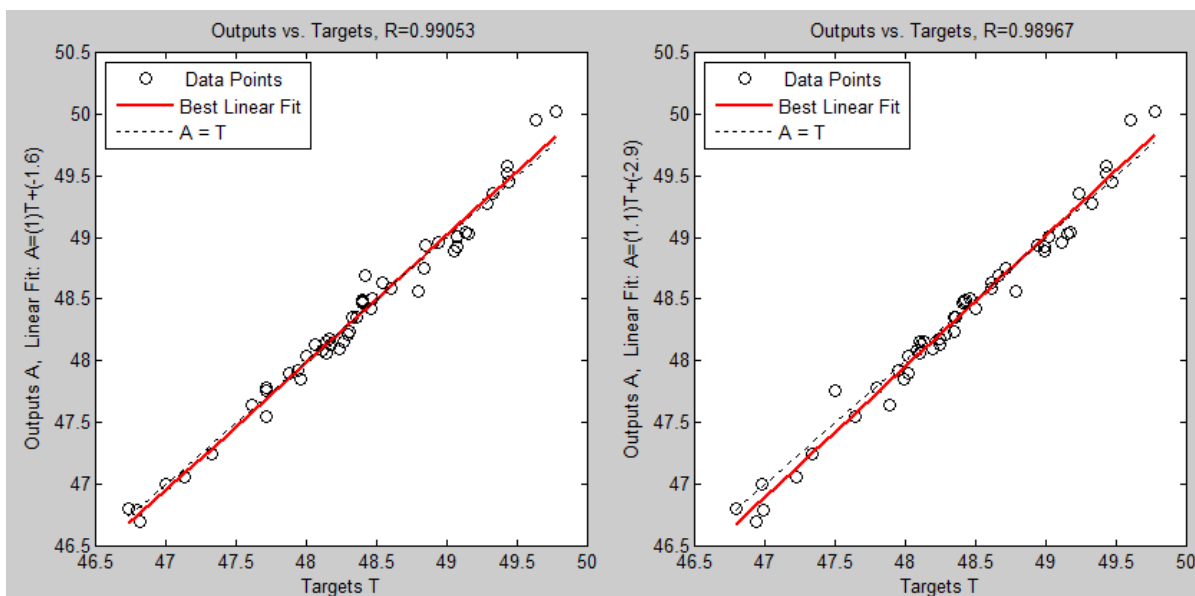
velikost mreže		št. ponovitev		korelacija <i>R</i>	<i>RMSE</i> [m]	mini. [m]	maks. [m]	sred. [m]
širina	dolžina	grobo	fino					
10	10	17	4	0,9645	0,3042	-0,5100	0,6232	-0,0061
15	15	4	15	0,9814	0,2146	-0,3258	0,4569	0,0248
20	20	15	18	0,9881	0,1705	-0,3703	0,3273	0,0082
25	25	14	2	0,9897	0,1571	-0,2487	0,3557	-0,0226
30	30	27	18	0,9880	0,1650	-0,2321	0,3909	0,0013

Preglednica 6: Rezultati testa 75 učnih in 50 testnih točk za štirikotno obliko nevrona.

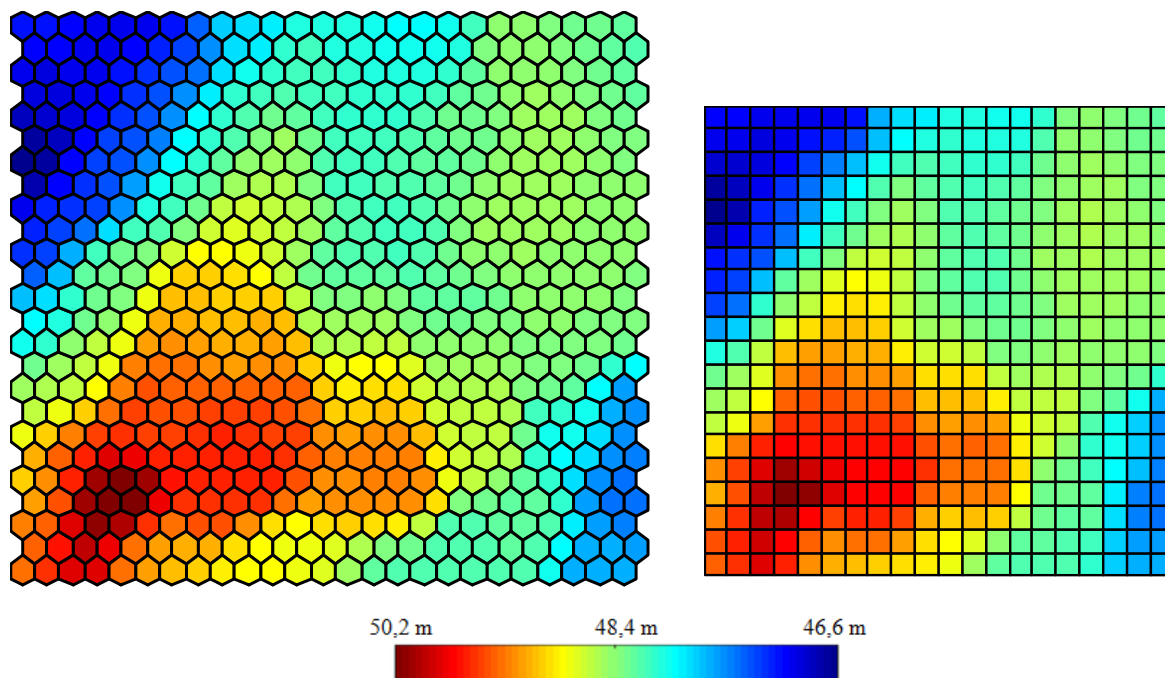
velikost mreže		št. ponovitev		korelacija <i>R</i>	<i>RMSE</i> [m]	mini. [m]	maks. [m]	sred. [m]
širina	dolžina	grobo	fino					
10	10	2	9	0,9608	0,2993	-0,6629	0,5371	-0,0040
15	15	4	15	0,9822	0,2021	-0,3428	0,4244	0,0260
20	20	14	27	0,9905	0,1413	-0,2294	0,3245	-0,0019
25	25	22	61	0,9894	0,1604	-0,2777	0,3828	0,0036
30	30	29	10	0,9901	0,1477	-0,2132	0,3104	0,1137

Za razliko od prejšnjih testov velja za obe obliki nevrona pri vseh arhitekturah, da se da, za pridobitev optimalnega rezultata statistike, število ponovitev pri grobem in finem učenju prosto spreminjati. Enako kot pri prejšnjih testih je tudi tu arhitektura 10×10 občutno slabša od večjih arhitektur. Na splošno so rezultati statistik za obe obliki nevronov in za posamezne arhitekture podobne. Statistike so zelo blizu skupaj za obe obliki pri arhitekturah: 20×20, 25×25 ter 30×30, malo pa odstopajo vrednosti pri šestkotni obliki nevrona in arhitekturi 25×25, ter štirikotni obliki in arhitekturi 20×20.

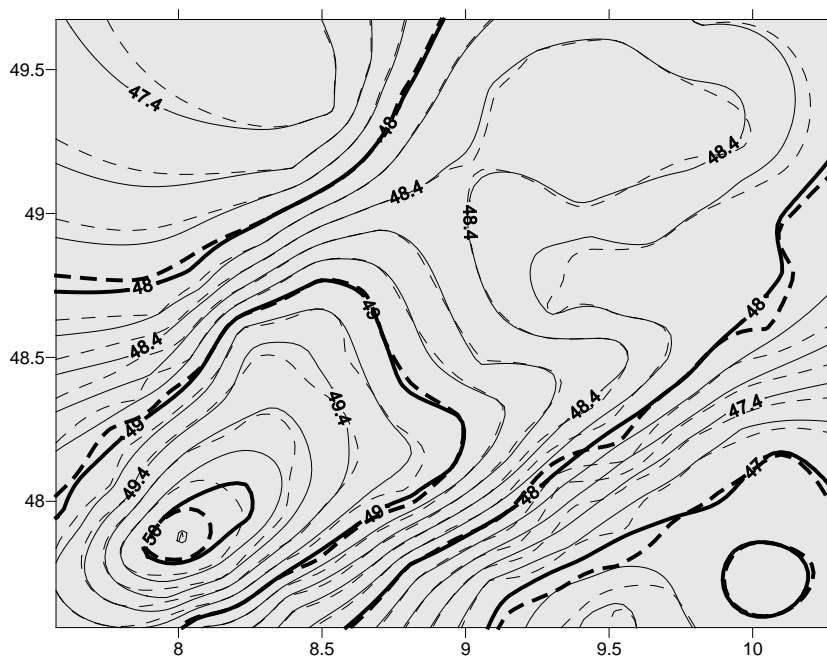
Na sliki 46 prikazujemo najboljše regresijske premice (odnos med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi), pri čemer so odstopanja istih točk, za obe obliki nevrona podobni.



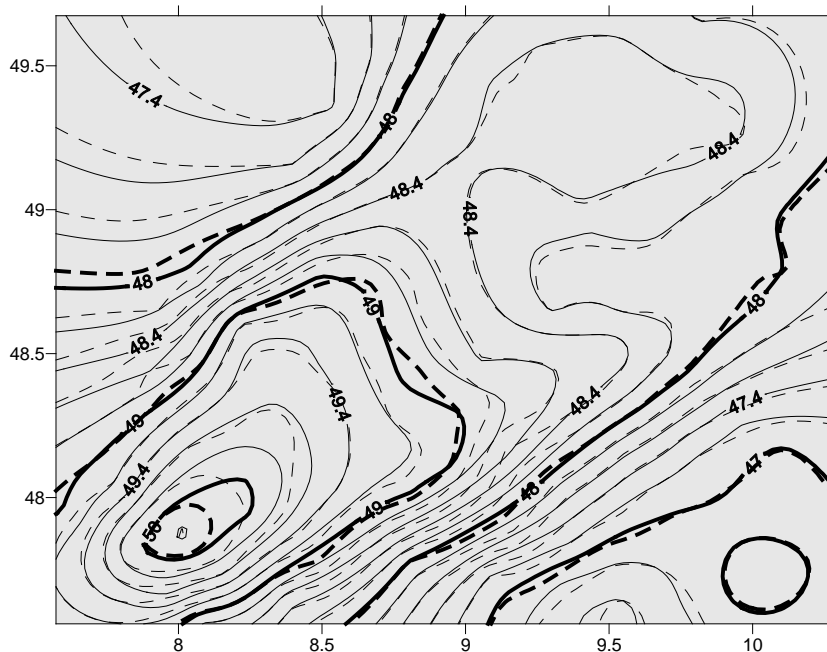
Slika 46: Prikaz regresijske premice pri šest in štirikotni obliki nevrona, za 75 učnih in 50 testnih točk.



Slika 47: Prikaz karte umetne nevronske mreže za šestkotno (arhitektura 25×25) in štirikotno (arhitektura 20×20) obliko nevrona, za 75 učnih in 50 testnih točk.



Slika 48: Prikaz odstopanj plastnic med ciljnimi vrednostmi (polna črta) in izhodnimi vrednostmi, izračunanimi z umetno nevronske mrežo (črtkana črta), za šestkotno obliko nevrona, ter 75 učnih in 50 testnih točk; ekvidistanca = 20 cm.



Slika 49: Prikaz odstopanj plastnic med ciljnimi vrednostmi (polna črta) in izhodnimi vrednostmi, izračunanimi z umetno nevronske mrežo (črtkana črta), za štirikotno obliko nevrona, ter 75 učnih in 50 testnih točk; ekvidistanca = 20 cm.

4.3.1.4 Testiranje 99 učnih in 26 testnih točk

V četrtem testu Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže je bilo za namen učenja uporabljenih 99 točk, nato so se naučeni parametri uporabili na 26-ih testnih točkah. Z uporabo različnih statistik so bile testirane različne arhitekture mrež (širina×dolžina), za šestkotno obliko (preglednica 7) ter za štirikotno obliko nevrona (preglednica 8).

Preglednica 7: Rezultati testa 99 učnih in 26 testnih točk za šestkotno obliko nevrona.

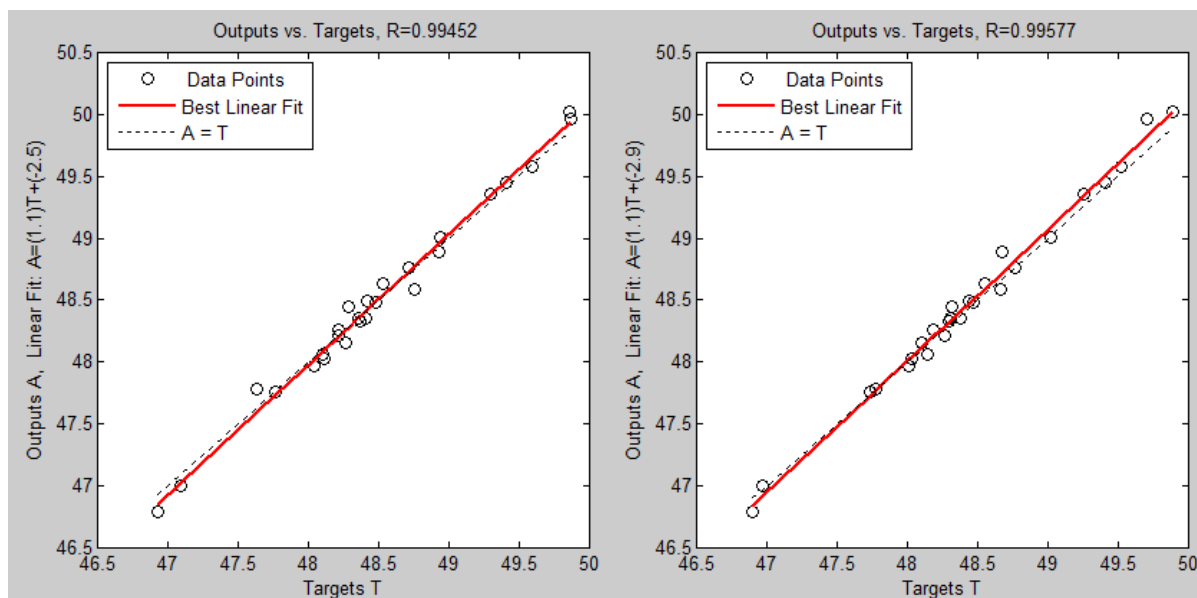
velikost mreže		št. ponovitev		korelacija <i>R</i>	<i>RMSE</i> [m]	mini. [m]	maks. [m]	sred. [m]
širina	dolžina	grobo	fino					
10	10	8	13	0,9812	0,3029	-0,1979	0,6562	0,0886
15	15	11	7	0,9880	0,2202	-0,1807	0,5839	0,0646
20	20	5	13	0,9912	0,1575	-0,1841	0,2754	0,0021
25	25	11	25	0,9938	0,1309	-0,1410	0,2646	0,0511
30	30	47	24	0,9956	0,1169	-0,1122	0,2516	0,0364

Preglednica 8: Rezultati testa 99 učnih in 26 testnih točk za štirikotno obliko nevrona.

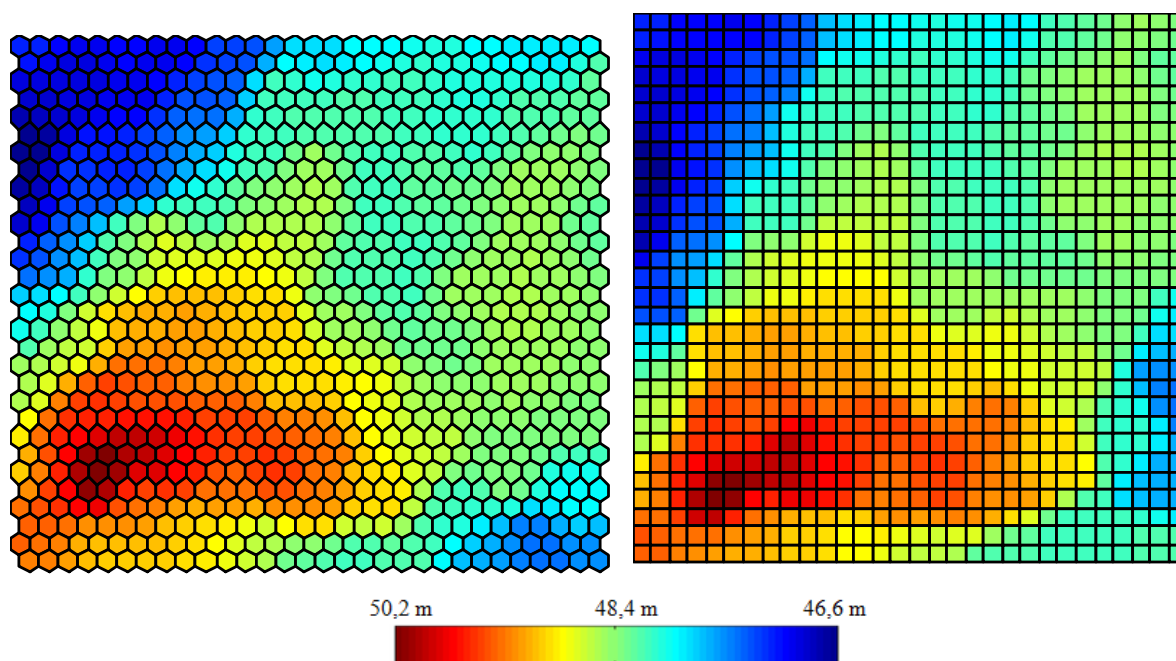
velikost mreže		št. ponovitev		korelacija <i>R</i>	<i>RMSE</i> [m]	mini. [m]	maks. [m]	sred. [m]
širina	dolžina	grobo	fino					
10	10	8	5	0,9770	0,3084	-0,2901	0,6983	0,8677
15	15	6	10	0,9880	0,1921	-0,0825	0,3805	0,0743
20	20	10	17	0,9916	0,1668	-0,2334	0,3274	0,0342
25	25	11	8	0,9921	0,1518	-0,1952	0,3413	0,0322
30	30	5	2	0,9945	0,1142	-0,1681	0,1703	0,0045

Tako kot prejšnji test, je tudi ta neodvisen od oblike nevrona in arhitekture, za pridobitev optimalne statistike lahko prosto spreminjamo število ponovitev pri grobem oziroma finem učenju. Enako kot pri prejšnjih testih, je tudi tu arhitektura 10×10 občutno slabša od večjih arhitektur. Za obe oblike nevrona velja, da se statistike izboljšujejo z večanjem arhitekture mreže oziroma z večanjem nevronov po širini in dolžini. Tako je za šestkotno, kot tudi za štirikotno obliko nevrona najboljša statistika pri arhitekturi oziroma velikosti mreže 30×30. Verjetno bi bili rezultati statistik še boljši ob večji velikosti mreže, za kar pa bi potrebovali več časa in večji računalniški pomnilnik.

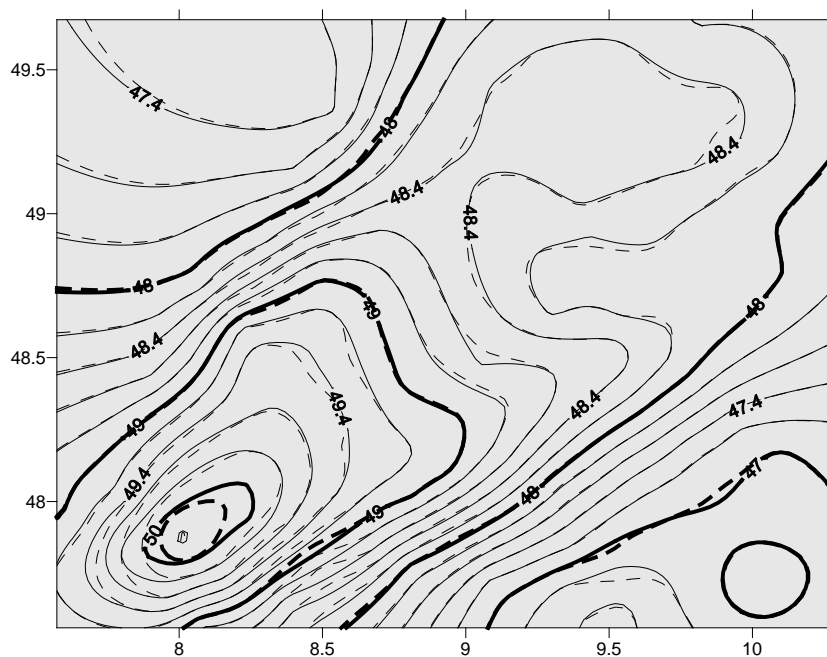
Na sliki 50 prikazujemo najboljše regresijske premice (odnos med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi), pri čemer pa odstopanja istih točk, za obe obliki nevrona niso enake.



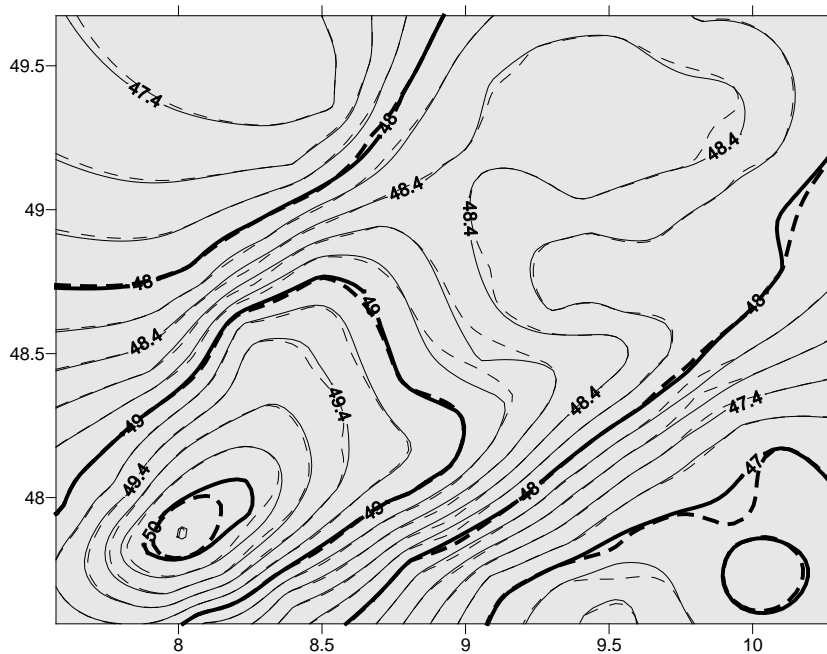
Slika 50: Prikaz regresijske premice pri šest in štirikotni obliki nevrona, za 99 učnih in 26 testnih točk.



Slika 51: Prikaz karte umetne nevronske mreže za šestkotno (arhitektura 30×30) in štirikotno (arhitektura 30×30) obliko nevrona, za 99 učnih in 26 testnih točk.



Slika 52: Prikaz odstopanj plastnic med ciljnimi vrednostmi (polna črta) in izhodnimi vrednostmi, izračunanimi z umetno nevronske mrežo (črtkana črta), za šestkotno obliko nevrona, ter 99 učnih in 26 testnih točk; ekvidistanca = 20 cm.



Slika 53: Prikaz odstopanj plastnic med ciljnimi vrednostmi (polna črta) in izhodnimi vrednostmi, izračunanimi z umetno nevronske mrežo (črtkana črta), za štirikotno obliko nevrona, ter 99 učnih in 26 testnih točk; ekvidistanca = 20 cm.

Tako kot v četrtem testu, je tudi v petem testu Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže, za namen učenja uporabljenih 99 točk, nato so se naučeni parametri uporabili na 26-ih testnih točkah. Prav tako kot v predhodnih testih, je tudi tu test namenjen šestkotni (preglednica 9) in štirikotni (preglednica 10) obliki nevrona. Razlika pa je v tem, da je bila arhitektura mreže prilagojena razliki mejnih vrednosti geografske dolžine in širine.

Preglednica 9: Rezultati testa 99 učnih in 26 testnih točk, za šestkotno obliko nevrona, ter arhitekturo mreže (26×34).

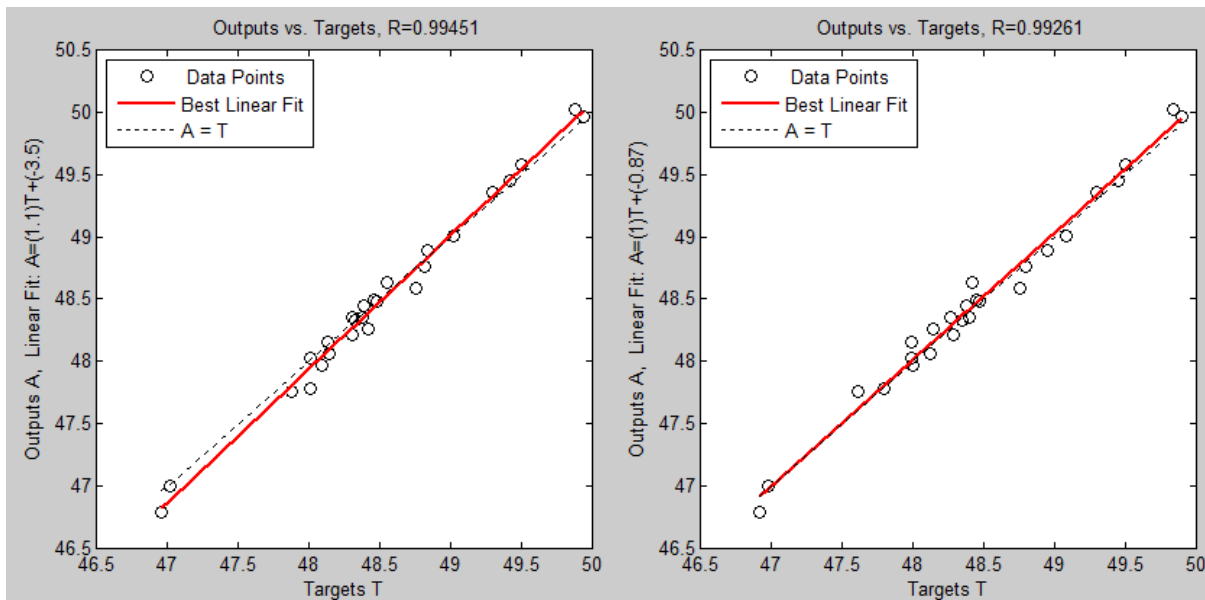
velikost mreže		št. ponovitev		korelacija <i>R</i>	<i>RMSE</i> [m]	mini. [m]	maks. [m]	sred. [m]
širina	dolžina	grob	fino					
26	34	4	4	0,9926	0,1248	-0,1603	0,2182	0,0232

Preglednica 10: Rezultati testa 99 učnih in 26 testnih točk, za štirikotno obliko nevrona, ter arhitekturo mreže (26×34).

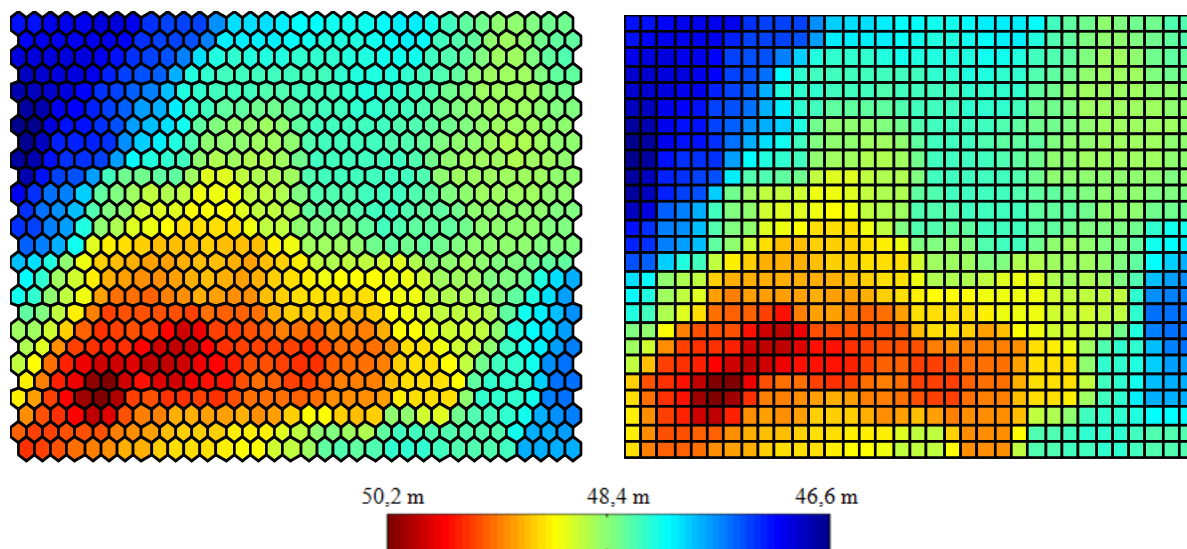
velikost mreže		št. ponovitev		korelacija <i>R</i>	<i>RMSE</i> [m]	mini. [m]	maks. [m]	sred. [m]
širina	dolžina	grob	fino					
26	34	1	44	0,9945	0,1259	-0,2370	0,1494	-0,0238

Učenje mreže ni odvisno od arhitekture oziroma velikosti mreže, kakor tudi ne od oblike nevrona: šestkotne ali štirikotne. Posledica tega je, da lahko prosto spreminjamo število ponovitev v grobem in finem učenju. Obe mreži vsebujeta 884 nevronov (26×34) približno prilagojeno geografski širini in dolžini, kar je malo manj kot pri največjih arhitekturah mreže v prejšnjih testih (30×30), kjer je bilo uporabljeno 900 nevronov. Rezultati testiranja so pokazali, da je pri istem številu učnih in testnih točk rezultat občutno slabši pri šestkotni obliki nevrona. Pri štirikotni obliki pa je rezultat skoraj identičen, kot smo ga dobili s arhitekturo mreže 30×30, verjetno zaradi boljše prilagoditve arhitekturi ter manjšega števila vplivnih sosednjih nevronov.

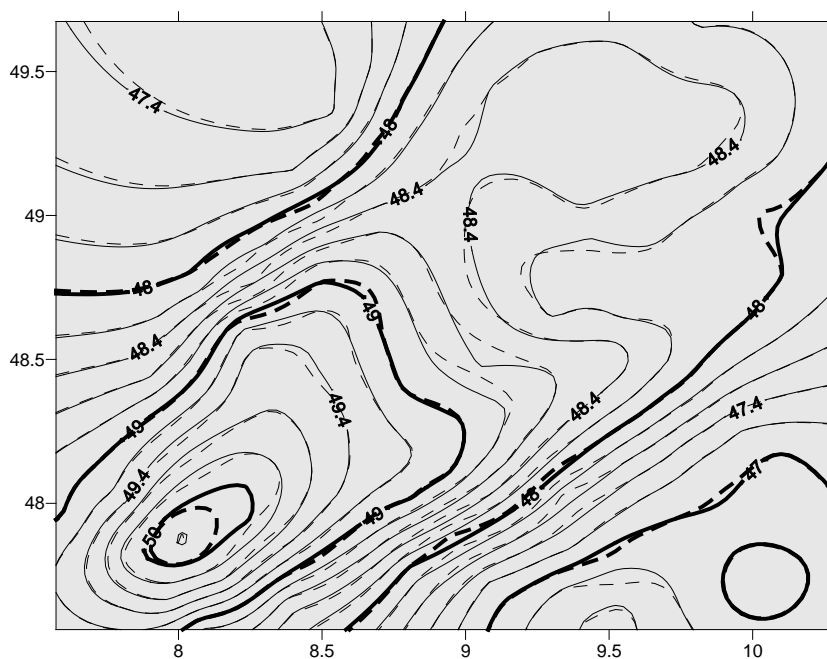
Na sliki 54 prikazujemo regresijski premici (odnos med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi), pri čemer pa odstopanja istih točk, za obe obliki nevrona niso enake.



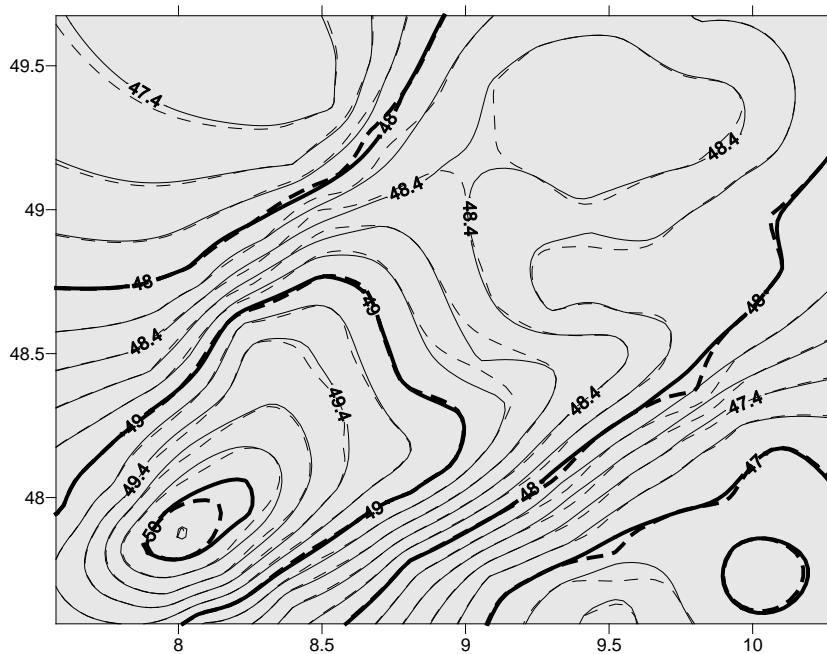
Slika 54: Prikaz regresijske premice pri šest in štirikotni obliki nevrona, za 99 učnih in 26 testnih točk, ter arhitekturi mreže (26×34).



Slika 55: Prikaz karte umetne nevronske mreže za šestkotno (arhitektura 26×34) in štirikotno (arhitektura 26×34) obliko nevrona, za 99 učnih in 26 testnih točk.



Slika 56: Prikaz odstopanj plastnic med ciljnimi vrednostmi (polna črta) in izhodnimi vrednostmi, izračunanimi z umetno nevronske mrežo (črtkana črta), za šestkotno obliko nevrona, ter 99 učnih in 26 testnih točk in arhitekturi (26×34); ekvidistanca = 20 cm.



Slika 57: Prikaz odstopanj plastnic med ciljnimi vrednostmi (polna črta) in izhodnimi vrednostmi, izračunanimi z umetno nevronske mrežo (črtkana črta), za štirikotno obliko nevrona, ter 99 učnih in 26 testnih točk in arhitekturi (26×34); ekvidistanca = 20 cm.

4.3.1.5 Primerjava rezultatov

Po končanem testu vseh različnih vzorcev kombinacij učnih in testnih točk (25/100, 50/75, 75/50 in 99/26), so v preglednici 11 prikazane statistike najboljših vrednosti posameznih vzorcev.

Preglednica 11: Primerjava različnih kombinacij vzorcev učnih in testnih točk.

učne / testne	velikost mreže		št. ponovitev		korelacija <i>R</i>	<i>RMSE</i> [m]	mini. [m]	maks. [m]	sred. [m]
	širina	dolžina	grobo	fino					
25/100	20	20	20	1	0,9641	0,2784	-0,5042	0,5692	0,0211
50/75	20	20	17	2	0,9842	0,1810	-0,4943	0,3373	0,0023
75/50	20	20	14	27	0,9905	0,1413	-0,2294	0,3245	-0,0019
99/26	30	30	47	24	0,9958	0,1169	-0,1122	0,2516	0,0364

Vsi najboljši rezultati pri posameznem vzorcu so bili doseženi pri šestkotni obliki nevrona, razen pri vzorcu 75/50, kjer je bila štirikotna oblika, pa še tu so bili rezultati zelo blizu. Prav tako so bili pri treh vzorcih: 25/100, 50/75 in 75/50 optimalni rezultati pri arhitekturi mreže 20×20. Pri vzorcu 99 učnih in 26 testnih točkah pa so se rezultati statistike izboljševali z večanjem arhitekture mreže in bi bili ob še večji arhitekturi verjetno še boljši.

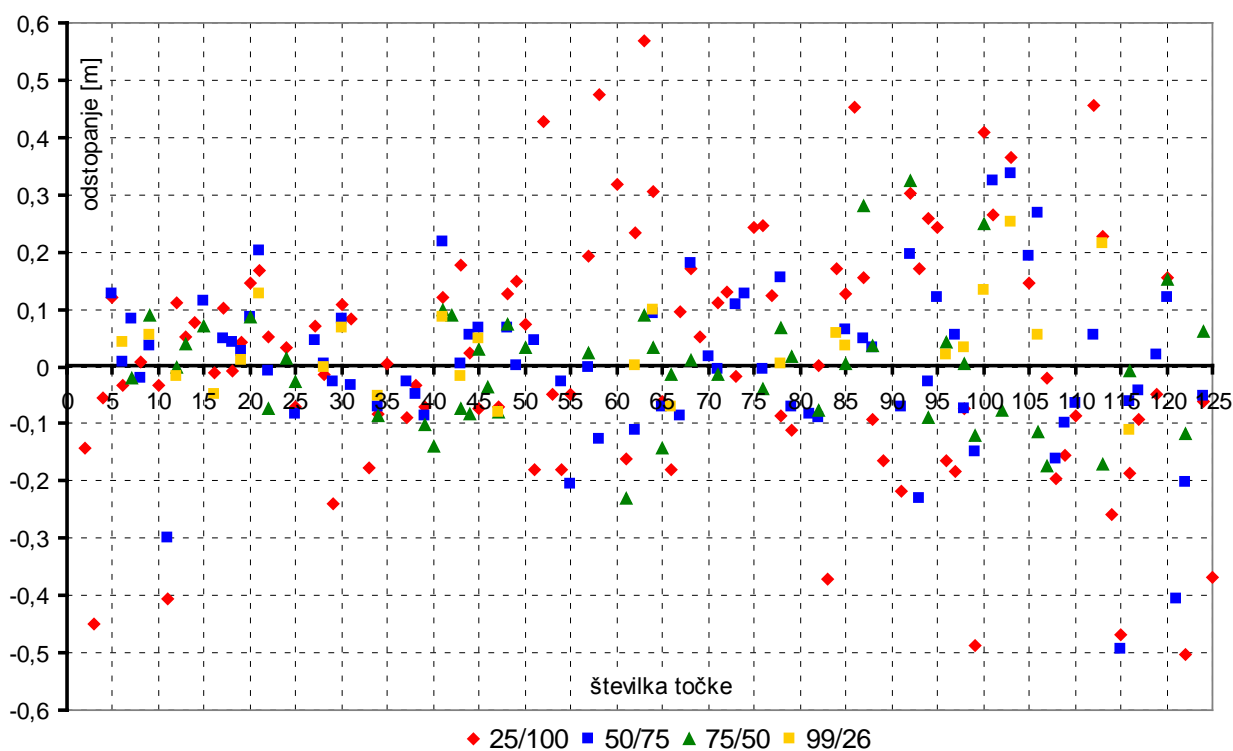
Na grafikonu 1 so prikazani rezultati Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže za vzorce 25/100, 50/75, 75/50 ter 99/26 učnih in testnih točk. Na abscisni osi so prikazane točke (125), na ordinatni pa odstopanja (enota: meter) izhodnih od ciljnih vrednosti. Vzorci različnih kombinacij učnih in testnih točk so označeni z različnimi simboli in barvami. Vsak simbol predstavlja določeno testno točko in njeno odstopanje od pričakovane vrednosti.

Kot je razvidno iz grafikonu 1 so (lokacije točk so prikazane v poglavju 4.2):

- pri 25-ih učnih točkah največja odstopanja od ciljnih vrednosti večja od 40 cm pri točkah na robu območja: 3, 11, 115, 122, 99, takšna odstopanja imajo tudi točke na strmini: 58, 53, 100, 112, 86,
- pri 50-ih učnih točkah največja odstopanja od ciljnih vrednosti večja od 20 cm pri točkah na robu območja: 11, 121, 122, ter točkah na strmini: 41, 93, 101, 103, 106,

- pri 75-ih učnih točkah največja odstopanja od ciljnih vrednosti večja od 15 cm pri točki na robu območja: 61, ter točkah na strmini: 87, 92, 100, 107, 113,
- pri 99-ih učnih točkah največja odstopanja od ciljnih vrednosti večja od 10 cm pri točkah na ravnini: 21, 116, ter točkah na strmini: 100, 103, 113.

Pri vseh kombinacija vzorcev učnih in testnih točk so bila največja odstopanja na robu južne strani območja.



Grafikon 1: Prikaz rezultatov vzorcev kombinacij učnih in testnih točk pridobljenih z Kohonenovo protitočno umetno nevronske mrežo.

4.3.2 Testiranje Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže

Program Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže omogoča različne nastavitve učnih parametrov. Za testiranje štirih različnih kombinacij vzorcev učnih in testnih točk je možno spreminjati naslednje statistike (funkcije napak) in parametre:

- statistike:
 - *MSE* – srednja kvadrata napaka,
 - *SSE* – vsota kvadrata napake,
 - *MAE* – srednja absolutna napaka ter
 - *MSEREG* – srednji kvadrat napake z regulacijo;statistike so opisane v poglavju 4.1.2.1,
- parametri:
 - maksimalno število iteracij oziroma ponovitev,
 - maksimalna vrednost izbrane statistike (*MSE*, *SSE*, *MAE* ali *MSEREG*),
 - minimalna vrednost gradienta,
 - začetno vrednost Marquardtove prilagoditvene konstante (*mu*),
 - vrednost manjšanja Marquardtove prilagoditvene konstante (*mu_dec*),
 - vrednost večanja Marquardtove prilagoditvene konstante (*mu_inc*) ter
 - maksimalna vrednost Marquardtove prilagoditvene konstante (*mu_max*).

Za vsako kombinacijo vzorcev učnih in testnih točk (25/100, 50/75, 75/50 in 99/26) smo umetno nevronske mreže testirali na petih, desetih in dvajsetih nevronih v skitem sloju. Izjema je vzorec petindvajsetih učnih in stotih testnih točkah, kjer rezultati umetne nevronske mreže za dvajset nevronov v skitem sloju niso več izpolnjevali izbranih kriterijev, umetna nevronska mreža se je pretrenirala.

Algoritem Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže naključno izbira začetne uteži. Ker pa je izbira vrednosti začetnih uteži eden od kriterijev kvalitete končnega rezultata, smo postopek učenja oziroma testiranja večkrat ponovili zato, da bi pridobili čim boljše vrednosti izbrane statistike oziroma končnih rezultatov.

4.3.2.1 Testiranje 25 učnih in 100 testnih točk

V prvem testu Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže je bilo za namen učenja uporabljenih 25 točk, nato so se naučeni parametri uporabili na 100-ih testnih točkah. Umetna nevronska mreža je bila testirana na dveh različnih arhitekturah z enim skritim slojem, vendar z različnim številom nevronov v skitem sloju: 5 in 10. Pri večjem številu skritih nevronov se je pojavila pretreniranost umetne nevronske mreže ter slaba generalizacija, kar dokazuje odvisnost med razmerjem učnih in testnih točk ter številom nevronov v skitem sloju. Prav tako pa je pomembna izbira ustrezne statistike (*MSE*, *SSE*, *MAE* in *MSEREG*), ki različno vplivajo na generalizacijo umetne nevronske mreže.

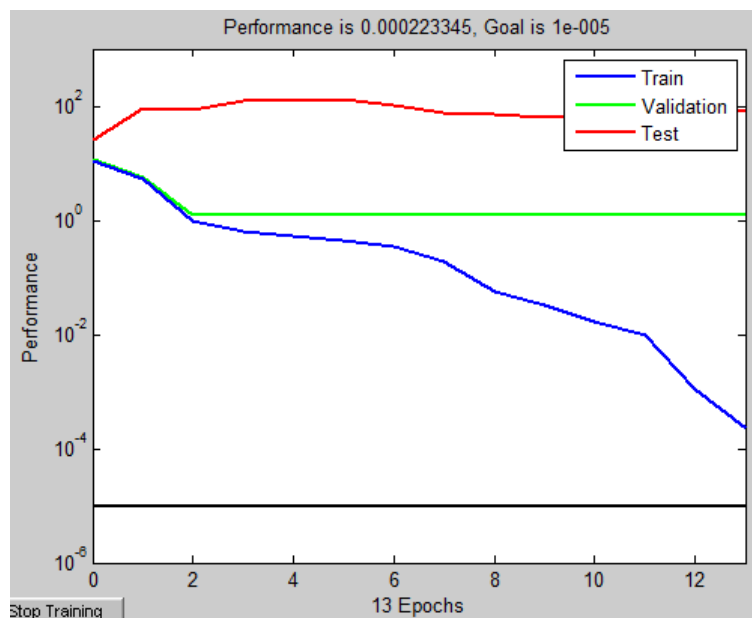
Preglednica 12: Rezultati testa za 25 učnih in 100 testnih točk.

št. skritih neuronov	število ponovitev	korelacija <i>R</i>	statistika [m]		mini. [m]	maksi. [m]	sred. [m]
5	26	0,9639	<i>MSE</i>	0,0857	-0,3208	0,6657	0,1004
10	6	0,9661	<i>MSE</i>	0,1049	-0,2885	0,8162	0,1570
5	13	0,9726	<i>SSE</i>	5,3329	-0,4381	0,3733	0,0315
10	7	0,9663	<i>SSE</i>	6,7519	-0,6646	0,5964	0,0514
5	14	0,9723	<i>MAE</i>	0,1912	-0,4746	0,6103	0,0346
10	15	0,9624	<i>MAE</i>	0,2246	-0,4496	0,6744	0,0694
5	18	0,9612	<i>MSEREG</i>	0,0809	-0,3889	0,6191	0,0479
10	5	0,9667	<i>MSEREG</i>	0,0885	-0,2924	0,8856	0,1179

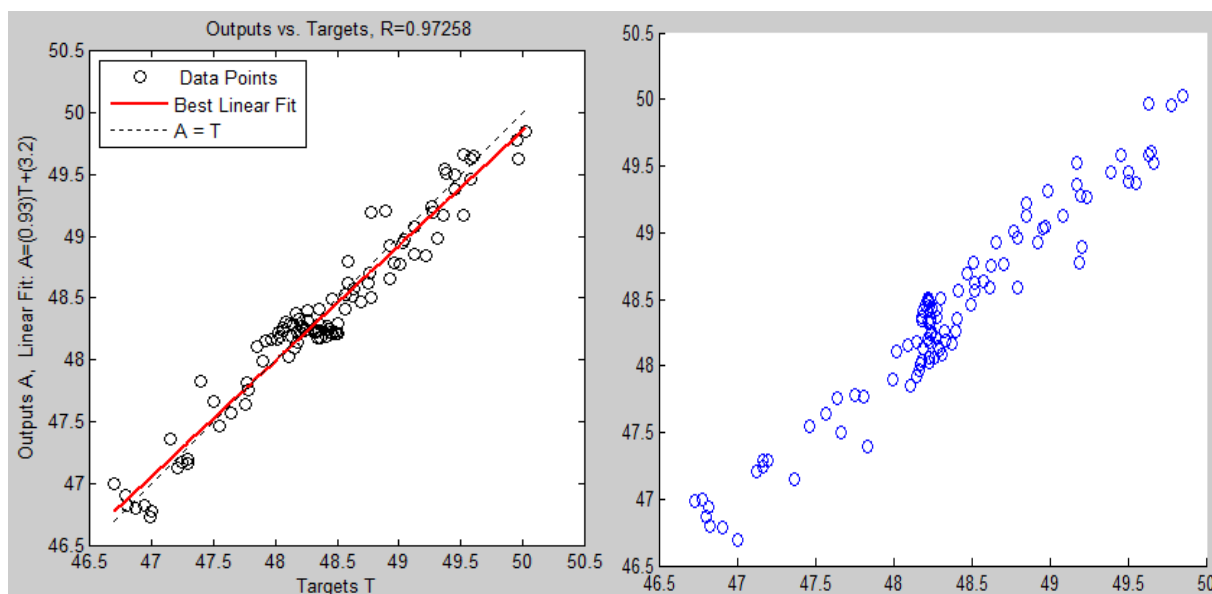
Iz rezultatov testiranja je razvidno, da je potrebno za manjše število nevronov v skitem sloju večkrat ponoviti učni oziroma testni proces. Najboljši rezultate smo dobili pri statistiki *SSE* z petimi nevroni v skitem sloju ter trinajstimi ponovitvami. Podoben rezultat z enakim številom nevronov v skitem sloju, smo dobili tudi za statistiko *MAE*. Za statistike *MSE* in *MSEREG*, pa je bil rezultat nekoliko slabši, z razliko od prejšnjih dveh je bil boljši rezultat pri desetih skritih nevronih. Za statistiko *MSEREG* se je izkazalo, da so rezultati generalizacije slabši, je pa zato manjša verjetnost, da se mreža pretrenira, kar prikazujejo tudi krivulje razvoja: treniranja, verifikacije in testiranja, ki so si zelo blizu skupaj in s tem tudi podobne.

Na sliki 58 prikazujemo s krivuljami razvoj po iteracijah - ponovitvah: treniranje (*train*), verifikacijo (*validation*) in testiranje (*test*) umetne nevronske mreže. Dobro generalizacijo

pomeni usklajen potek teh treh krivulj, brez hitrih skokov in križanj. Prikazan je razvoj umetne nevronske mreže z najboljšimi statističnimi vrednostmi. Razvoj se je pri trinajstih ponovitvah vstavil zaradi zadovoljive verifikacijske ocene.

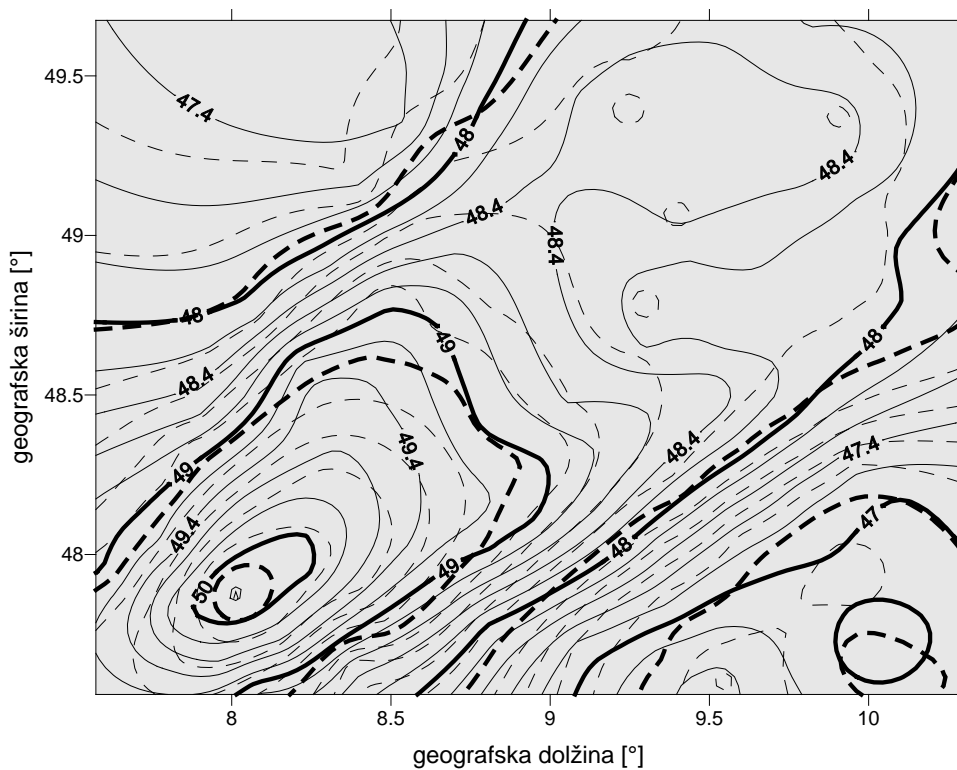


Slika 58: Prikaz razvoja umetne nevronske mreže, za 25 učnih in 100 testnih točk.



Slika 59: Prikaz odnosa med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi, za 25 učnih in 100 testnih točk.

Na sliki 59 prikazujemo grafa odnosa med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi. Na levem grafu je poleg odnosa prikazana še regresijska premica in premica idealnega odnosa med njima, na desnem pa je prikazan samo odnos stotih testnih točk med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi, pri čemer sta abscisna in ordinatna os zamenjani.



Slika 60: Prikaz odstopanj plastnic med ciljnimi vrednostmi (polna črta) in izhodnimi vrednostmi, izračunanimi z umetno nevronske mrežo (črtkana črta), za 25 učnih in 100 testnih točk; ekvidistanca = 20 cm.

4.3.2.2 Testiranje 50 učnih in 75 testnih točk

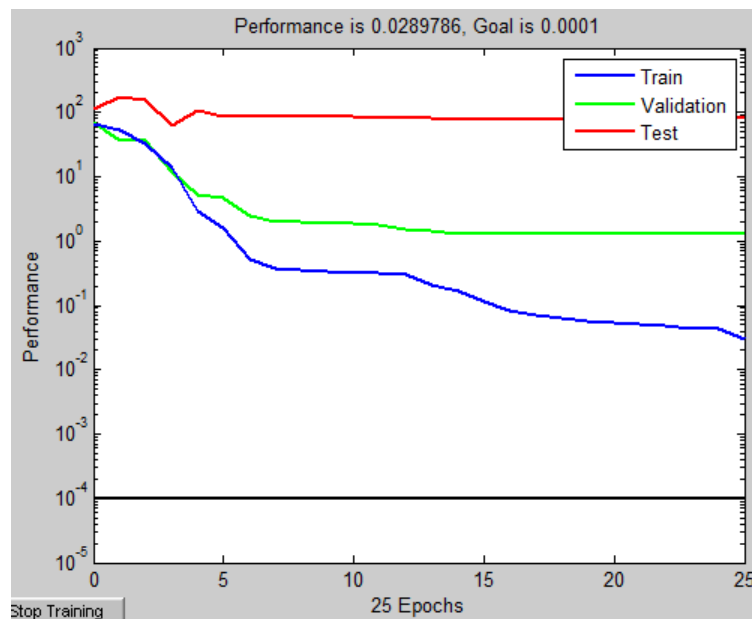
V drugem testu Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže je bilo za namen učenja uporabljenih 50 točk, nato so se naučeni parametri uporabili na 75-ih testnih točkah. Umetna nevronska mreža je bila testirana na treh različnih arhitekturah z enim skritim slojem, vendar z različnim številom nevronov v skitem sloju: 5, 10 in 20. Pri večjem številu se je v skitem sloju (več kot 20 nevronov), prav tako kot pri prejšnjem testu, pojavila pretreniranost ter slaba generalizacija. Pomembna je tudi izbira ustrezne statistike (*MSE*, *SSE*, *MAE* in *MSEREG*), ki različno vpliva na generalizacijo umetne nevronske mreže.

Preglednica 13: Rezultati testa za 50 učnih in 75 testnih točk.

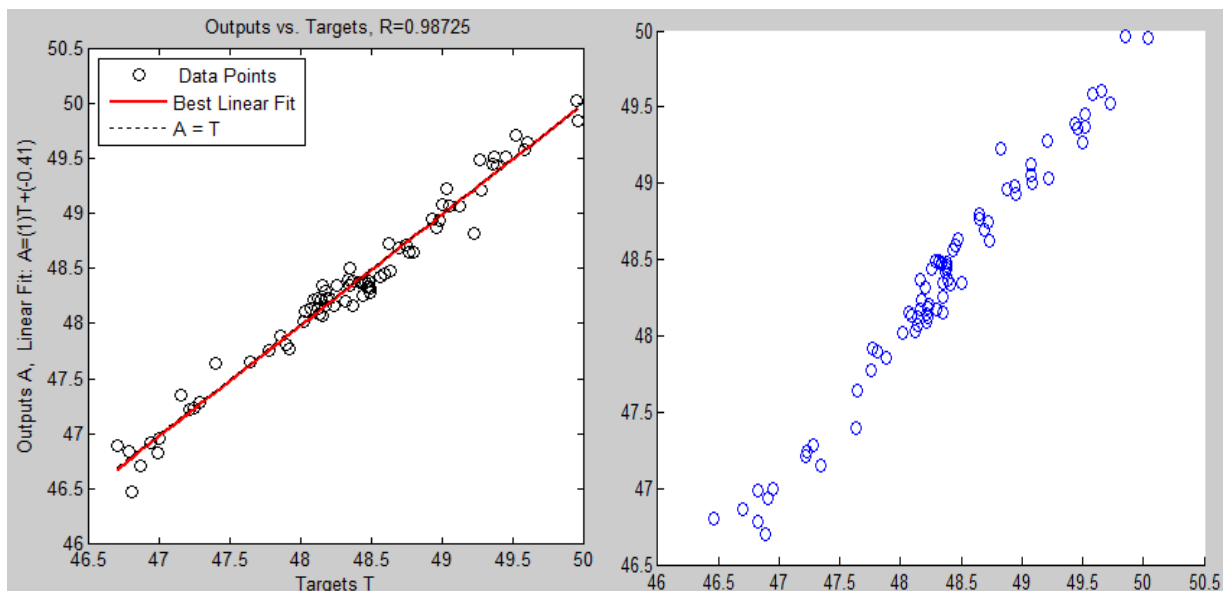
št. skritih nevronov	število ponovitev	korelacija <i>R</i>	statistika [m]		mini. [m]	maksi. [m]	sred. [m]
5	47	0,9805	<i>MSE</i>	0,0436	-0,3440	0,4781	0,0161
10	25	0,9856	<i>MSE</i>	0,0391	-0,6635	0,3735	-0,0070
20	5	0,9811	<i>MSE</i>	0,0612	-0,3510	0,5648	0,0164
5	55	0,9837	<i>SSE</i>	2,7845	-0,2912	0,4759	0,0054
10	25	0,9873	<i>SSE</i>	1,9871	-0,2387	0,3985	0,0118
20	9	0,9855	<i>SSE</i>	2,3644	-0,4486	0,3119	-0,0098
5	32	0,9847	<i>MAE</i>	0,1416	-0,4015	0,3695	0,0235
10	19	0,9864	<i>MAE</i>	0,1578	-0,4518	0,3829	-0,0032
20	6	0,9845	<i>MAE</i>	0,1536	-0,4731	0,4355	-0,0034
5	6	0,9772	<i>MSEREG</i>	0,0457	-0,4592	0,6699	0,0282
10	12	0,9839	<i>MSEREG</i>	0,0351	-0,4379	0,4005	-0,0042
20	9	0,9816	<i>MSEREG</i>	0,0505	-0,3398	0,4813	0,0310

Število ponovitev – iteracij se z večanjem števila nevronov v skitem sloju močno zmanjšuje, le pri statistiki *MSEREG* je število ponovitev manjše in neodvisno od števila nevronov v skitem sloju. Najboljše rezultate smo dobili pri statistiki *SSE* z desetimi nevroni v skitem sloju ter petindvajsetimi ponovitvami. Izkazalo se je, da so pri vseh statistikah najboljši rezultati pri desetih nevronih v skitem sloju. Podobno dobre rezultate smo dobili tudi pri statistiki *MAE*. Malo slabši rezultate smo dobili za statistiki *MSE* in *MSEREG*, za kateri pa tako in tako velja, da so rezultati generalizacije slabši, je pa zato manjša verjetnost, da se bo umetna nevronska mreža pretrenirala.

Na sliki 61 prikazujemo s krivuljami razvoj po iteracijah: treniranje, verifikacijo in testiranje umetne nevronske mreže. Dobro generalizacijo pomeni usklajen potek teh treh krivulj, brez hitrih skokov in križanj. Prikazan je razvoj mreže z najboljšimi statističnimi vrednostmi. Razvoj se je pri petindvajsetih ponovitvah vstavil zaradi zadovoljive verifikacijske ocene.

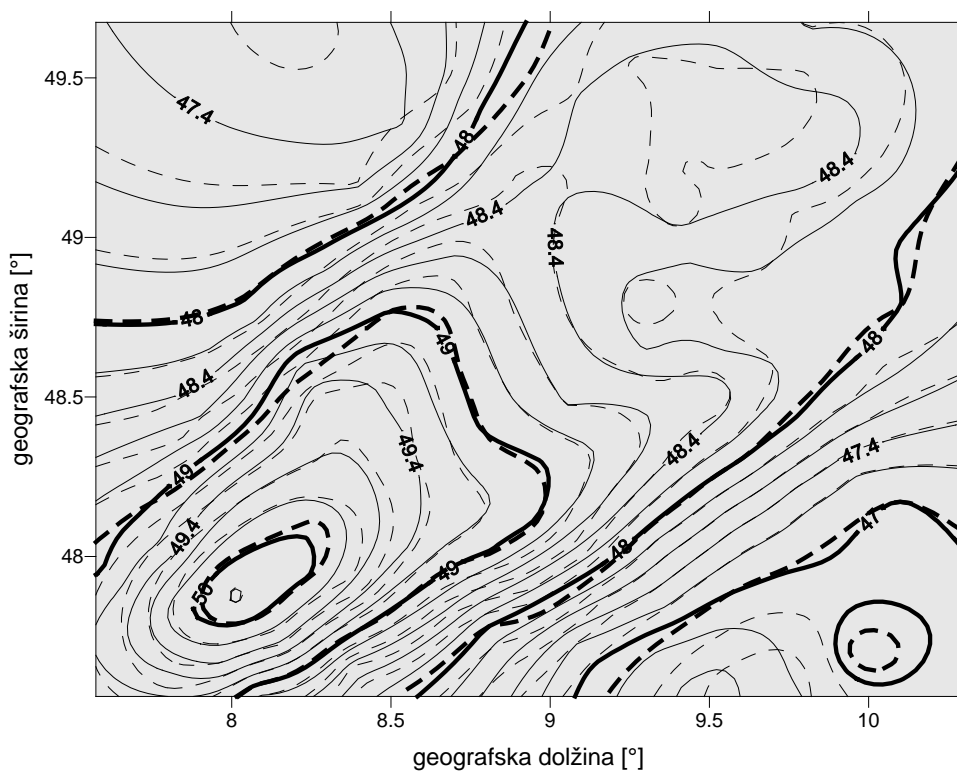


Slika 61: Prikaz razvoja umetne nevronske mreže, za 50 učnih in 75 testnih točk.



Slika 62: Prikaz odnosa med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi, za 50 učnih in 75 testnih točk.

Na sliki 62 prikazujemo grafa odnosa med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi. Na levem grafu je poleg odnosa prikazana še regresijska premica in premica idealnega odnosa med njima, na desnem pa je prikazan samo odnos petinsedemdesetih testnih točk med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi, pri čemer sta abscisna in ordinatna os zamenjani.



Slika 63: Prikaz odstopanj plastnic med ciljnimi vrednostmi (polna črta) in izhodnimi vrednostmi, izračunanimi z umetno nevronske mrežo (črtkana črta), za 50 učnih in 75 testnih točk; ekvidistanca = 20 cm.

4.3.2.3 Testiranje 75 učnih in 50 testnih točk

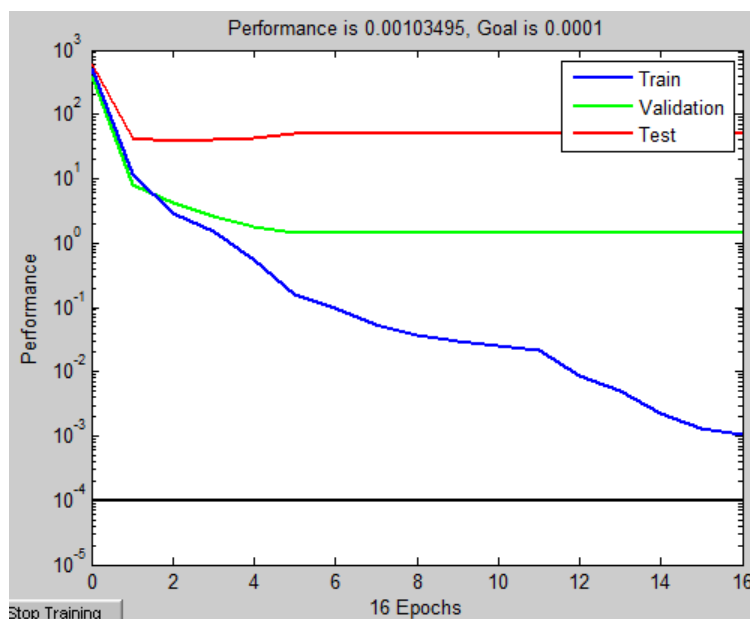
V tretjem testu Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže, je bilo za namen učenja uporabljenih 75 točk, nato so se naučeni parametri uporabili na 50-ih testnih točkah. Umetna nevronska mreža je bila testirana na treh različnih arhitekturah, z enim skritim slojem, vendar z različnim številom nevronov v skitem sloju: 5, 10 in 20. Pri večjem številu se je v skitem sloju (več kot 20 nevronov), prav tako kot pri prejšnjem testu, pojavila pretreniranost ter slaba generalizacija. Pomembna je tudi izbira ustrezne statistike (*MSE*, *SSE*, *MAE* in *MSEREG*), ki različno vpliva na generalizacijo umetne nevronske mreže.

Preglednica 14: Rezultati testa za 75 učnih in 50 testnih točk.

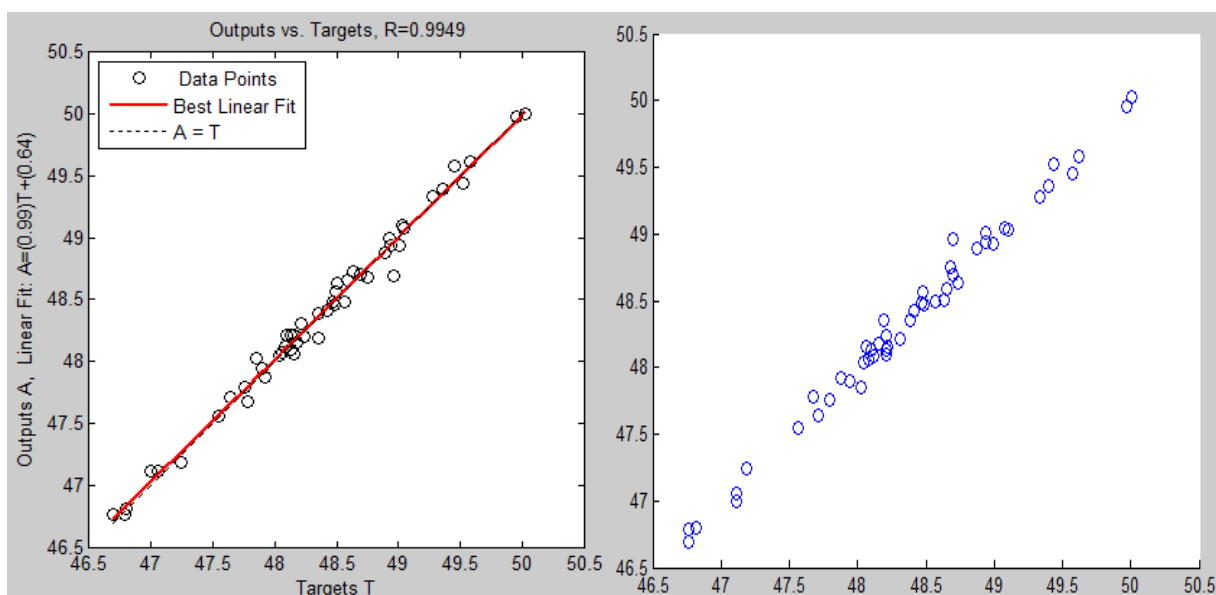
št. skritih nevronov	število ponovitev	korelacija <i>R</i>	statistika [m]		mini. [m]	maksi. [m]	sred. [m]
5	40	0,9899	<i>MSE</i>	0,0228	-0,4406	0,2260	-0,0277
10	20	0,9931	<i>MSE</i>	0,0153	-0,3027	0,2276	-0,0165
20	12	0,9922	<i>MSE</i>	0,0174	-0,1284	0,3702	0,0211
5	25	0,9905	<i>SSE</i>	1,1152	-0,2474	0,2124	-0,0197
10	45	0,9947	<i>SSE</i>	0,6499	-0,2441	0,1627	-0,0229
20	16	0,9949	<i>SSE</i>	0,5263	-0,1721	0,2631	-0,0130
5	24	0,9894	<i>MAE</i>	0,1075	-0,4391	0,2467	-0,0261
10	23	0,9935	<i>MAE</i>	0,0916	-0,2329	0,1221	-0,0224
20	11	0,9937	<i>MAE</i>	0,0844	-0,2850	0,2184	-0,0201
5	18	0,9826	<i>MSEREG</i>	0,0387	-0,5137	0,3074	-0,0142
10	10	0,9923	<i>MSEREG</i>	0,0159	-0,3142	0,1491	-0,0250
20	13	0,9897	<i>MSEREG</i>	0,0190	-0,3025	0,3248	-0,0131

Tako kot pri prejšnjih dveh testih ne moremo reči, da je število ponovitev neodvisno od števila nevronov v skitem sloju, kvečjemu to velja za statistiko *MSE*. Najboljše rezultate smo dobili pri statistiki *SSE* z dvajsetimi nevrni v skitem sloju ter šestnajstimi ponovitvami. Za statistiki *SSE* in *MAE* velja, da so rezultati pri dvajsetih in desetih nevronih v skitem sloju, podobni in dobri. Pri statistikah *MSE* in *MSEREG* pa dobimo boljše rezultate pri desetih nevronih v skitem sloju. Za statistiko *MSEREG* tako kot prej velja, da so rezultati generalizacije nekoliko slabši, je pa zato potrebno manjše število ponovitev učnega procesa in manjša je verjetnost, da se bo umetna nevronska mreža pretrenirala.

Na sliki 64 prikazujemo s krivuljami razvoj po iteracijah: treniranje, verifikacijo in testiranje umetne nevronske mreže. Dobro generalizacijo pomeni usklajen potek teh treh krivulj, brez hitrih skokov in križanj. Prikazan je razvoj mreže z najboljšimi statističnimi vrednostmi. Razvoj se je pri šestnajstih ponovitvah vstavil zaradi zadovoljive verifikacijske ocene.

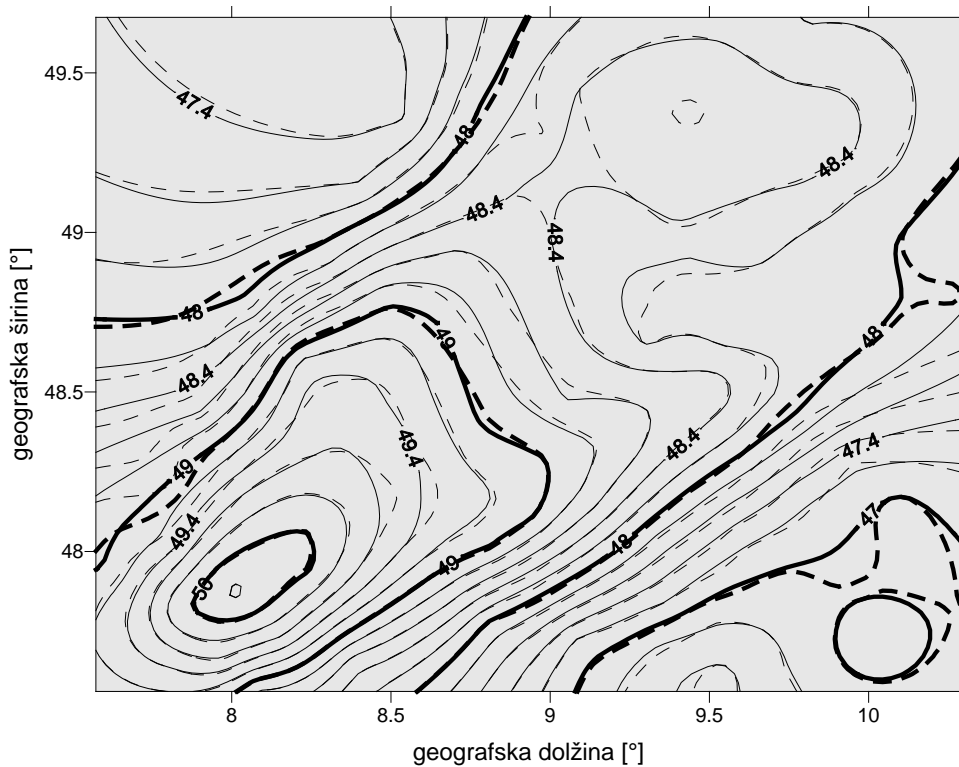


Slika 64: Prikaz razvoja umetne nevronske mreže, za 75 učnih in 50 testnih točk.



Slika 65: Prikaz odnosa med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi, za 75 učnih in 50 testnih točk.

Na sliki 65 prikazujemo grafa odnosa med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi. Na levem grafu je poleg odnosa prikazana še regresijska premica in premica idealnega odnosa med njima, na desnem pa je prikazan samo odnos petdesetih testnih točk med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi, pri čemer sta abscisna in ordinatna os zamenjani.



Slika 66: Prikaz odstopanj plastnic med ciljnimi vrednostmi (polna črta) in izhodnimi vrednostmi, izračunanimi z umetno nevronske mrežo (črtkana črta), za 75 učnih in 50 testnih točk; ekvidistanca = 20 cm.

4.3.2.4 Testiranje 99 učnih in 26 testnih točk

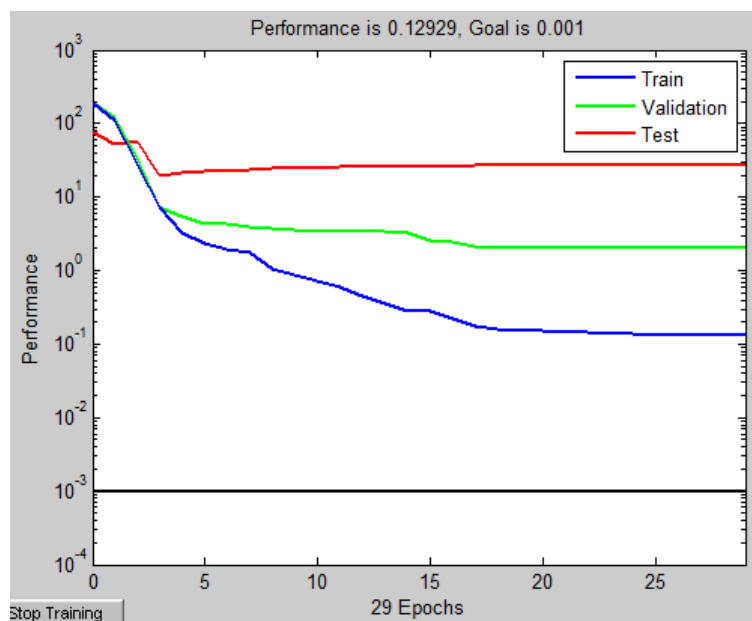
V četrtem zadnjem testu Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže je bilo za namen učenja uporabljenih 99 točk, nato so se naučeni parametri uporabili na 26-ih testnih točkah. Mreža je bila testirana na treh različnih arhitekturah, z enim skritim slojem, vendar z različnim številom nevronov v skritem sloju: 5, 10 in 20. Tu bi lahko število nevronov v skritem sloju povečali, z ustreznim povečanjem mejne vrednosti izbrane statistike (*MSE*, *SSE*, *MAE* in *MSEREG*), vendar rezultati niso bili bistveno boljši, hkrati pa je ostala arhitektura umetne nevronske mreže enaka, kot pri prejšnjih testih. Izbira ustrezne statistike pa je prav tako pomembna, zaradi vpliva na generalizacijo umetne nevronske mreže.

Preglednica 15: Rezultati testa za 99 učnih in 26 testnih točk.

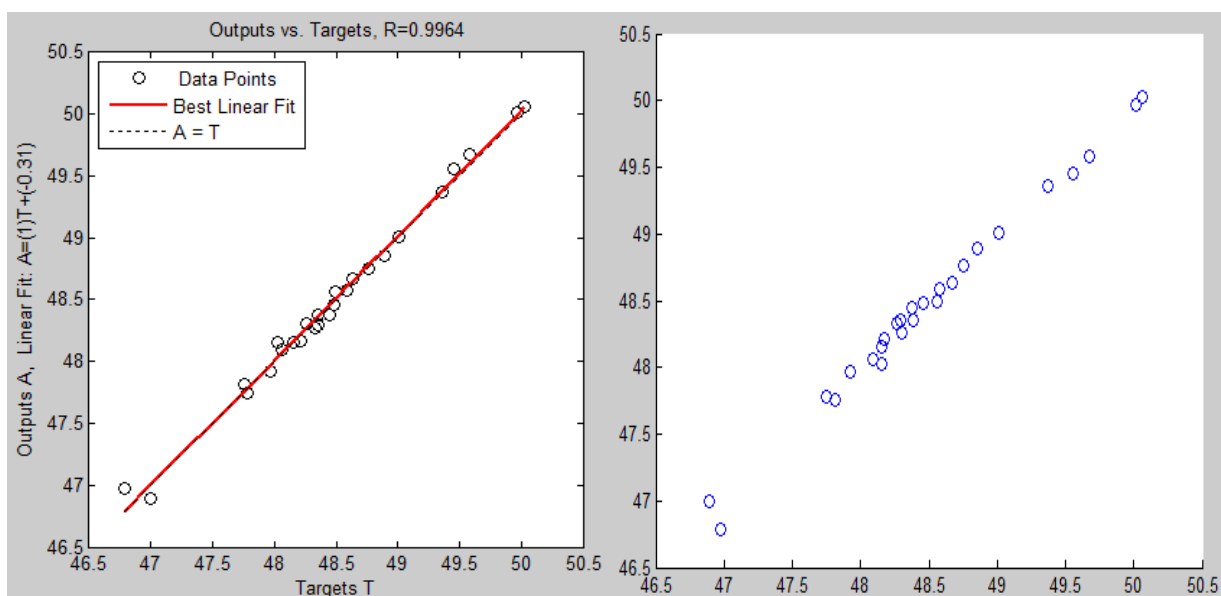
št. skritih nevronov	število ponovitev	korelacija <i>R</i>	statistika [m]		mini. [m]	maksi. [m]	sred. [m]
5	27	0,9907	<i>MSE</i>	0,0196	-0,1850	0,2129	-0,0161
10	37	0,9958	<i>MSE</i>	0,0089	-0,1264	0,1724	-0,0162
20	16	0,9958	<i>MSE</i>	0,0085	-0,0991	0,1557	0,0076
5	16	0,9903	<i>SSE</i>	0,6072	-0,2735	0,1065	-0,0517
10	29	0,9964	<i>SSE</i>	0,1955	-0,1851	0,1048	-0,0141
20	19	0,9958	<i>SSE</i>	0,2134	-0,1758	0,1209	0,0032
5	27	0,9913	<i>MAE</i>	0,1070	-0,2427	0,0913	-0,0401
10	31	0,9956	<i>MAE</i>	0,0788	-0,1711	0,1127	-0,0034
20	20	0,9957	<i>MAE</i>	0,0761	-0,1625	0,1427	-0,0149
5	17	0,9857	<i>MSEREG</i>	0,0252	-0,2335	0,2042	-0,0048
10	11	0,9929	<i>MSEREG</i>	0,0150	-0,2023	0,1476	-0,0393
20	7	0,9951	<i>MSEREG</i>	0,0086	-0,1822	0,1566	-0,0070

Pri tem vzorcu učnih in testnih točk je število ponovitev neodvisno od izbrane arhitekture oziroma števila nevronov v skritem sloju. Najboljše rezultate smo dobili pri statistiki *SSE* z desetimi nevroni v skritem sloju ter devetindvajsetimi ponovitvami. Za tri statistike *MSE*, *SSE* in *MAE* velja, da so rezultati zelo podobni pri arhitekturi desetih in dvajsetih nevronih v skritem sloju, pri petih pa so rezultati nekoliko slabši, vendar prav tako podobni. Za statistiko *MSEREG* velja, da so rezultati generalizacije malo slabši, se pa izboljšujejo z večanjem števila nevronov v skritem sloju. Prav tako kot prej je manjše število ponovitev, ter manjša je verjetnost, da se umetna nevronska mreža pretrenira.

Na sliki 67 prikazujemo s krivuljami razvoj po iteracijah: treniranja, verifikacije in testiranja umetne nevronske mreže. Dobro generalizacijo pomeni usklajen potek teh treh krivulj, brez hitrih skokov in križanj. Prikazan je razvoj mreže z najboljšimi statističnimi vrednostmi. Razvoj se je pri devetindvajsetih ponovitvah vstavil zaradi zadovoljive verifikacijske ocene.

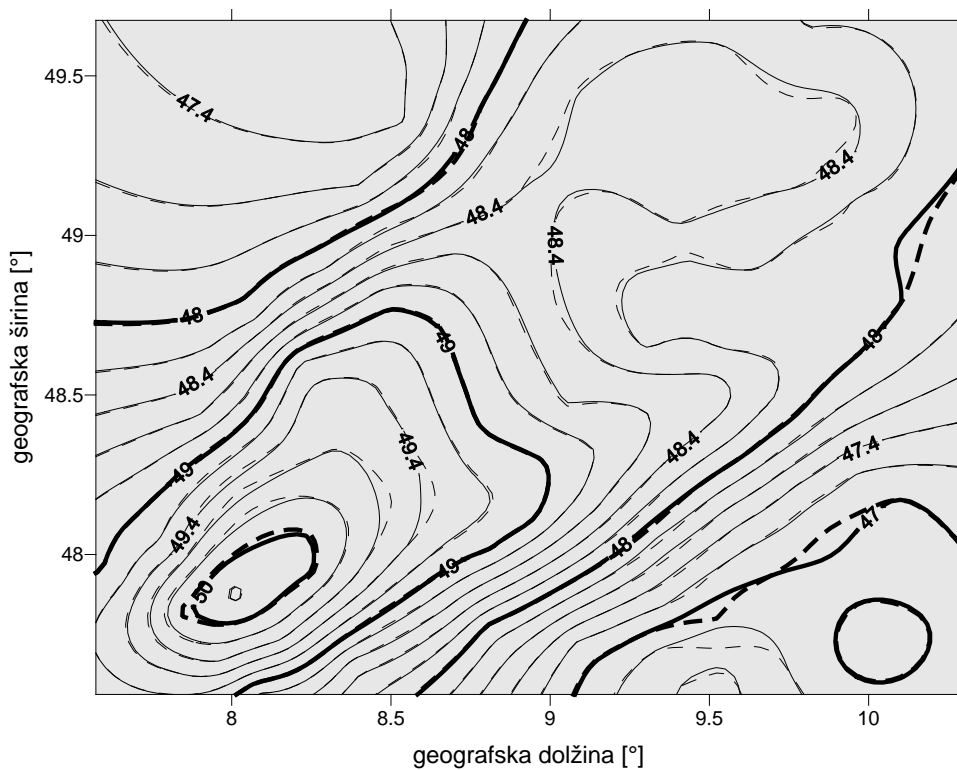


Slika 67: Prikaz razvoja umetne nevronske mreže, za 99 učnih in 26 testnih točk.



Slika 68: Prikaz odnosa med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi, za 99 učnih in 26 testnih točk.

Na sliki 68 prikazujemo grafa odnosa med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi. Na levem grafu je poleg odnosa prikazana še regresijska premica in premica idealnega odnosa med njima, na desnem pa je prikazan samo odnos šestindvajsetih testnih točk med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi, pri čemer sta abscisna in ordinatna os zamenjani.



Slika 69: Prikaz odstopanj plastnic med ciljnimi vrednostmi (polna črta) in izhodnimi vrednostmi, izračunanimi z umetno nevronske mrežo (črtkana črta), za 99 učnih in 26 testnih točk; ekvidistanca = 20 cm.

4.3.2.5 Primerjava rezultatov

Po končanem testu vseh različnih vzorcev kombinacije učnih in testnih točk (25/100, 50/75, 75/50 in 99/26), smo v preglednici 16 prikazali statistike najboljših vrednosti posameznih vzorcev.

Preglednica 16: Primerjava različnih kombinacij vzorcev učnih in testnih točk.

učne / testne	št. skritih nevronov	število ponovitev	korelacija R	SSE [m]	mini. [m]	maksi. [m]	sred. [m]
25/100	5	13	0,9726	5,3329	-0,4381	0,3733	0,0315
50/75	10	25	0,9873	1,9871	-0,2387	0,3985	0,0118
75/50	20	16	0,9949	0,5263	-0,1721	0,2631	-0,0130
99/26	10	29	0,9964	0,1955	-0,1851	0,1048	-0,0141

Pri vseh vzorcih kombinacij učnih in testnih točk smo najboljše rezultate dobili pri statistiki vsote kvadratov napake SSE . Blizu teh vrednosti je bila statistika srednje absolutne napake MAE . Malo slabše rezultate pa smo dobili pri statistikah srednje kvadratne napake MSE in srednje kvadratne napake z regulacijo MSE_{REG} . Za zadnjo statistiko pa velja, da regulacijski člen porazdeli napako med srednjo kvadratno napako MSE in srednjim kvadratom uteži MSW , kar povzroči mehkejše prehode in manjšo verjetnost, da se umetna nevronska mreža pretrenira. Prednosti te statistike so v možnosti uporabe večjega števila nevronov v skritem sloju in manjšem številu ponovitev učnega procesa.

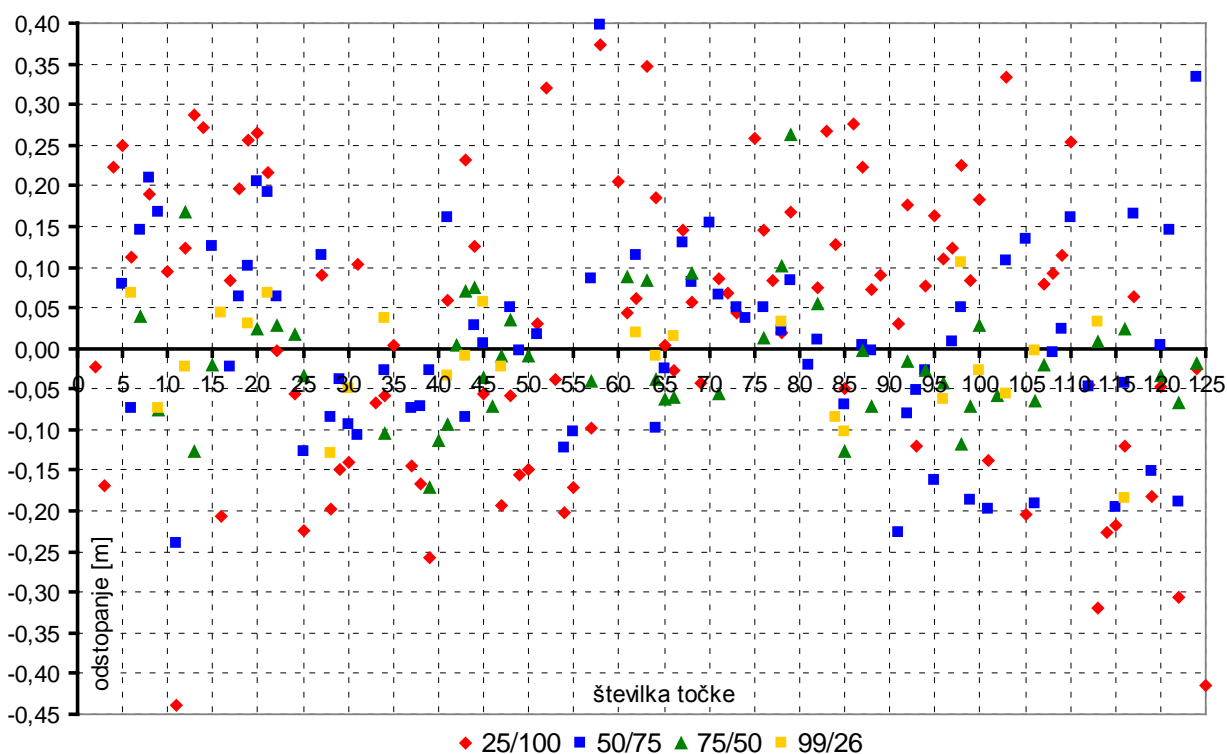
Za kombinacijo 25 učnih in 100 testnih točk smo dobili najboljše rezultate pri petih nevronih v skitem sloju, pri desetih in več nevronih v skitem sloju, pa se je umetna nevronska mreža pretrenirala. Pri kombinaciji 50/75 učnih in testnih točk smo dobili najboljše rezultate pri desetih nevronih v skitem sloju in so se z večanjem števila nevronov v skitem sloju zmanjšali. Za kombinaciji 75/50 in 99/26 učnih in testnih točk velja, da so rezultati pri desetih in dvajsetih nevronih v skitem sloju podobni, kar dokazuje, da je optimalni rezultat nekje pri tej arhitekturi umetne nevronske mreže.

Na grafikonu 2 smo prikazali rezultate Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže za vzorce 25/100, 50/75, 75/50 ter 99/26 učnih in testnih točk. Na abscisni osi so prikazane točke

(125), na ordinatni pa odstopanja (enota: meter) izhodnih od ciljnih vrednosti. Vzorci različnih kombinacij učnih in testnih točk so označeni z različnimi simboli in barvami. Vsak simbol predstavlja določeno testno točko in njeno odstopanje od ciljne vrednosti.

Kot je razvidno iz grafikonu 2 so (lokacije točk so prikazane v poglavju 4.2):

- pri 25-ih učnih točkah največja odstopanja od ciljnih vrednosti večja od 30 cm pri točkah na robu območja: 11, 122, 125, takšna odstopanja imajo tudi točke na strmini: 52, 58, 63, 103, 113,
- pri 50-ih učnih točkah največja odstopanja od ciljnih vrednosti večja od 20 cm pri točkah na robu območja: 11, 124, ter točkah na strmini: 58,91,
- pri 75-ih učnih točkah največja odstopanja od ciljnih vrednosti večja od 10 cm pri točki na robu območja: 39, 40, 79 ter točkah na ravnini: 12, 13, 85, 98,
- pri 99-ih učnih točkah največja odstopanja od ciljnih vrednosti večja od 7 cm pri točkah na ravnini: 28, 85, 98, 116, ter točki na strmini: 84.



Grafikon 2: Prikaz rezultatov vzorcev kombinacij učnih in testnih točk pridobljenih z Levenberg-Marquardtovo umetno nevronske mrežo.

4.3.3 Testiranje radialne bazične umetne nevronske mreže

Program radialne bazične umetne nevronske mreže je po strukturi in po učnih parametrih enostavnejši od predhodnih programov. Algortitem umetne nevronske mreže uporablja za nadzor dobljenih rezultatov statistiko vsote kvadratov napake *SSE*. Eksperimentalno pa se da spreminjati samo dva parametra:

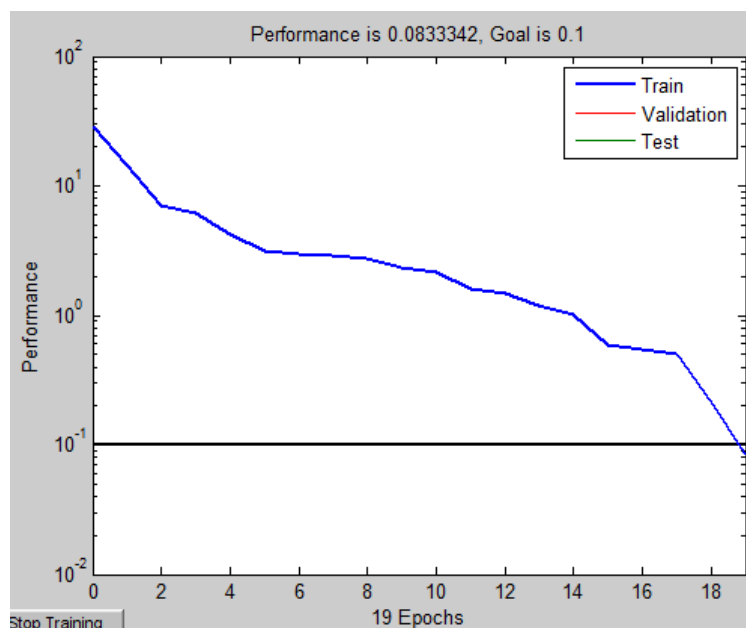
- *goal*: maksimalna vrednost statistike *SSE* ter
- *spread*: parameter, ki določa širino območja vhodnih podatkov, na katerega je občutljiv posamezen nevron v skritem sloju.

4.3.3.1 Testiranje 25 učnih in 100 testnih točk

V prvem testu radialne bazične umetne nevronske mreže je bilo za namen učenja uporabljenih 25 točk, nato so se naučeni parametri uporabili na 100-ih testnih točkah. Algoritem umetne nevronske mreže je definiran tako, da je maksimalno število ponovitev enako številu vhodnih podatkov oziroma učnih podatkov: 25. Učenje pa se lahko konča, ko je dosežena maksimalna vrednost statistike *SSE* – to se je zgodilo tudi v tem primeru, ko je bila najboljša korelacija dosežena po 19-ih ponovitvah. Širino Gaußove aktivacijske funkcije smo eksperimentalno nastavili na 0,8.

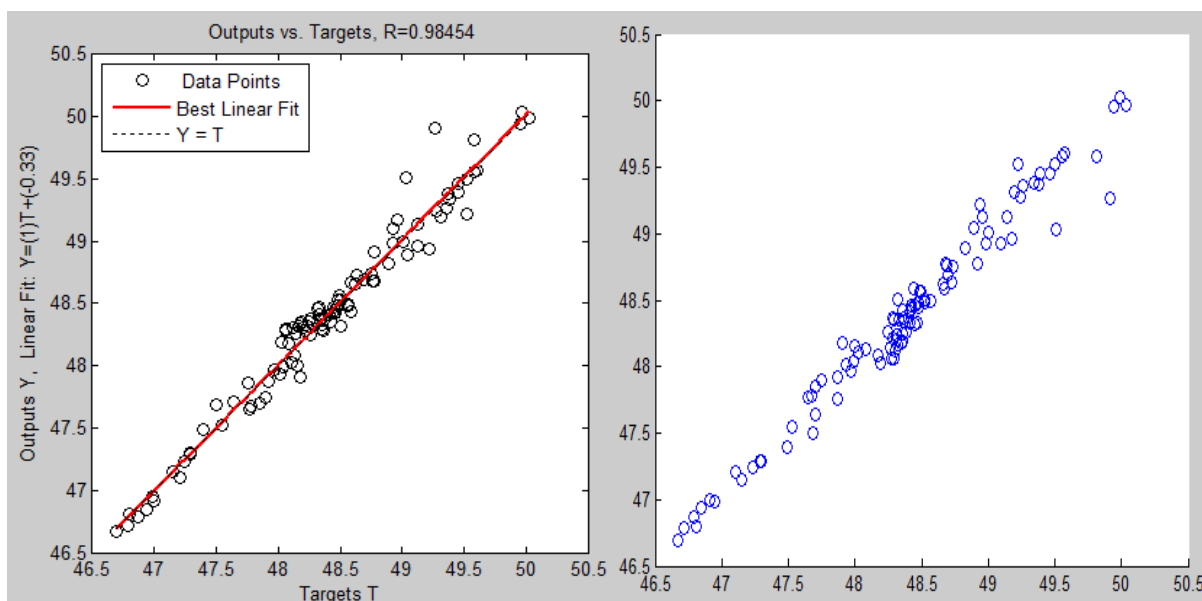
Preglednica 17: Rezultati testa za 25 učnih in 100 testnih točk.

število ponovitev	<i>spread</i>	korelacija <i>R</i>	<i>SSE</i> [m]	mini. [m]	maksi. [m]	sred. [m]
19	0,8	0,9845	3,0760	-0,6443	0,2999	-0,0102

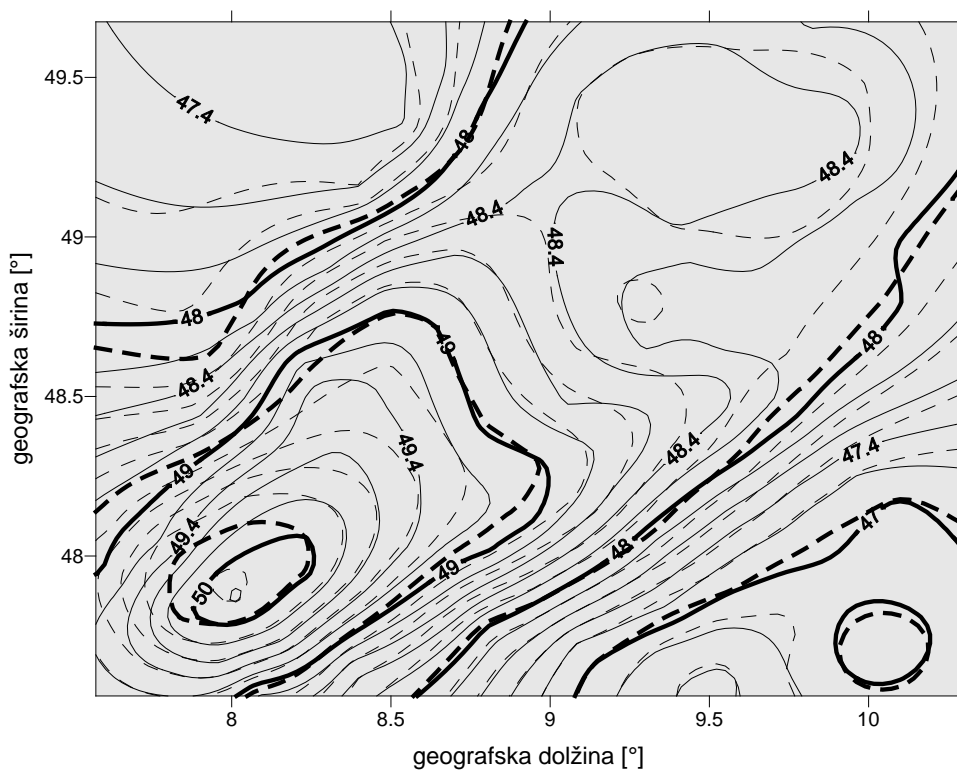


Slika 70: Prikaz poteka učenja umetne nevronske mreže, za 25 učnih in 100 testnih točk.

Na sliki 71 prikazujemo grafa odnosa med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi. Na levem grafu je poleg odnosa prikazana še regresijska premica in premica idealnega odnosa med njima, na desnem pa je prikazan samo odnos stotih testnih točk med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi, pri čemer sta abscisna in ordinatna os zamenjani.



Slika 71: Prikaz odnosa med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi, za 25 učnih in 100 testnih točk.



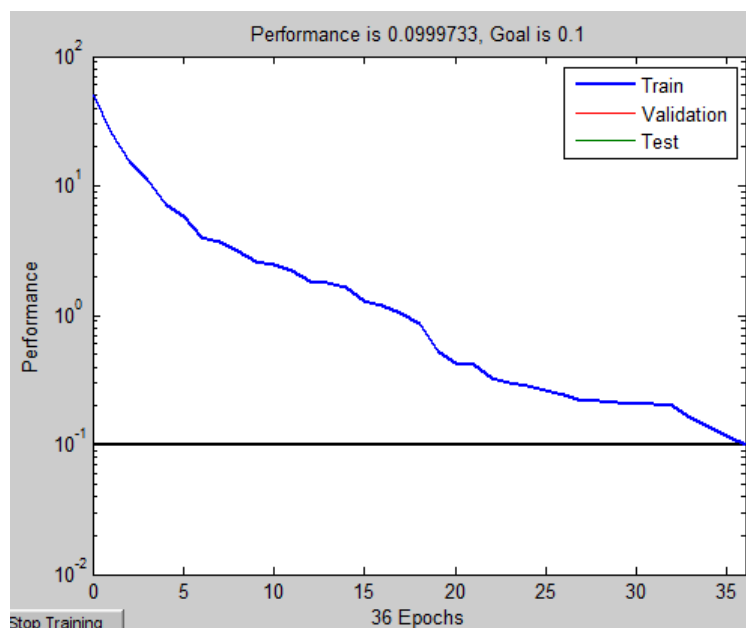
Slika 72: Prikaz odstopanj plastnic med ciljnimi vrednostmi (polna črta) in izhodnimi vrednostmi, izračunanimi z umetno nevronske mrežo (črtkana črta), za 25 učnih in 100 testnih točk; ekvidistanca = 20 cm.

4.3.3.2 Testiranje 50 učnih in 75 testnih točk

V drugem testu radialne bazične umetne nevronske mreže je bilo za namen učenja uporabljenih 50 točk, nato so se naučeni parametri uporabili na 75-ih testnih točkah. Algoritem umetne nevronske mreže je definiran tako, da je maksimalno število ponovitev enako številu vhodnih podatkov oziroma učnih podatkov: 50. Učenje pa se lahko konča, ko je dosežena maksimalna vrednost statistike *SSE* – to se je zgodilo tudi v tem primeru, ko je bila najboljša korelacija dosežena po 36-ih ponovitvah. Širino Gaußove aktivacijske funkcije smo eksperimentalno nastavili na 0,6.

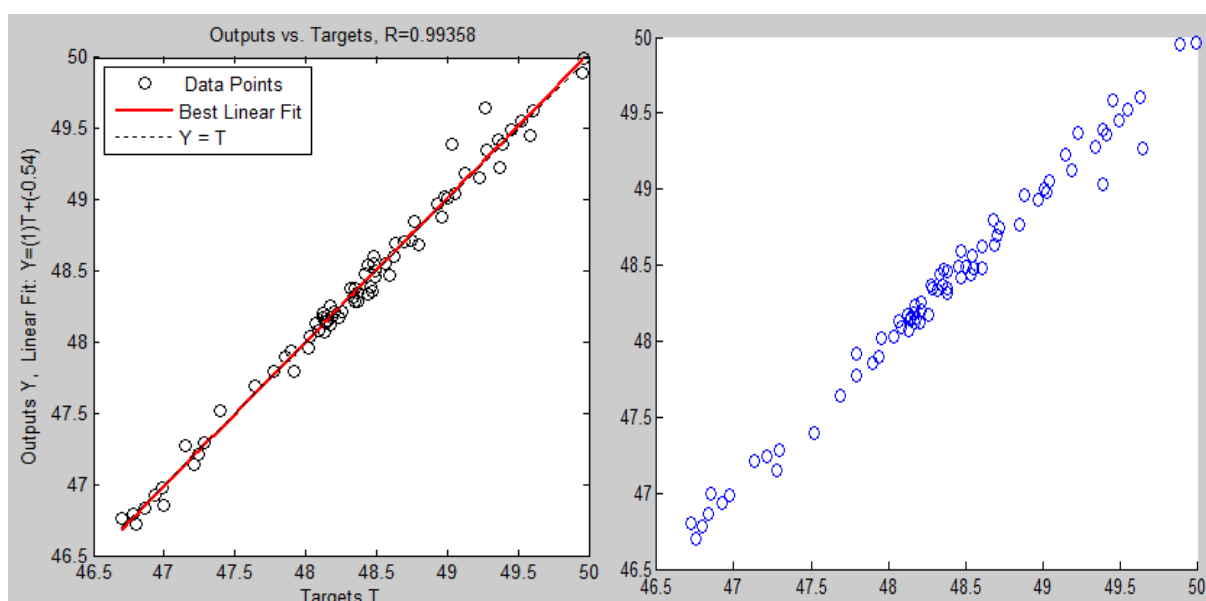
Preglednica 18: Rezultati testa za 50 učnih in 75 testnih točk.

število ponovitev	<i>spread</i>	korelacija <i>R</i>	<i>SSE</i> [m]	mini. [m]	maksi. [m]	sred. [m]
36	0,6	0,9936	1,0003	-0,3813	0,1468	-0,0062

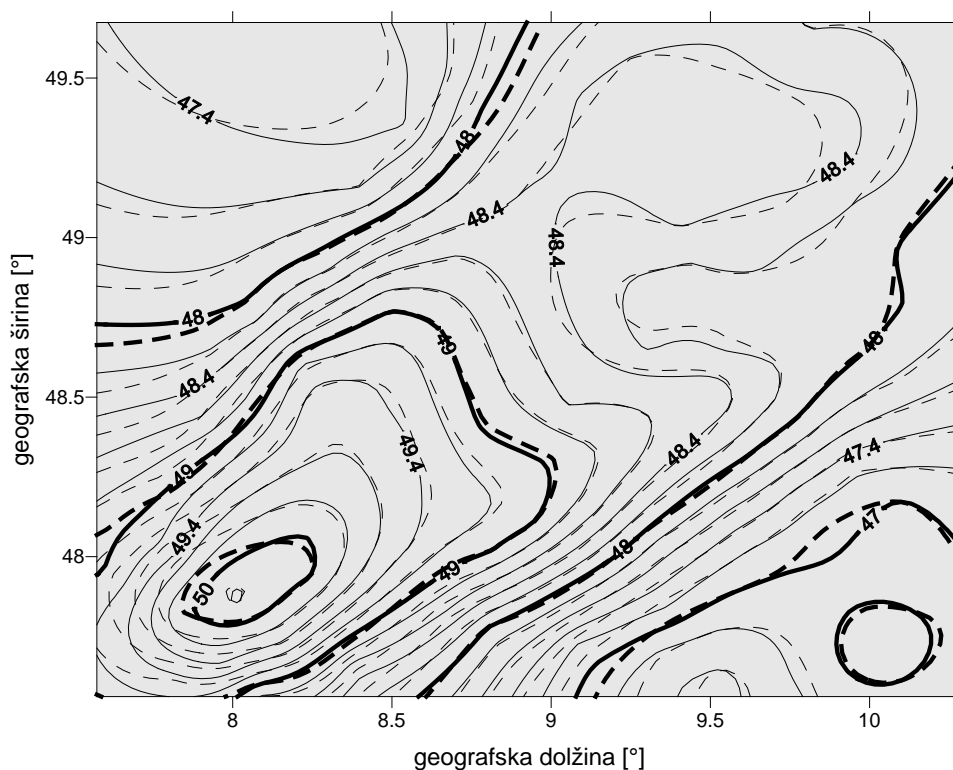


Slika 73: Prikaz poteka učenja umetne nevronske mreže, za 50 učnih in 75 testnih točk.

Na sliki 74 prikazujemo grafa odnosa med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi. Na levem grafu je poleg odnosa prikazana še regresijska premica in premica idealnega odnosa med njima, na desnem pa je prikazan samo odnos petinsedemdesetih testnih točk med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi, pri čemer sta abscisna in ordinatna os zamenjani.



Slika 74: Prikaz odnosa med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi, za 50 učnih in 75 testnih točk.



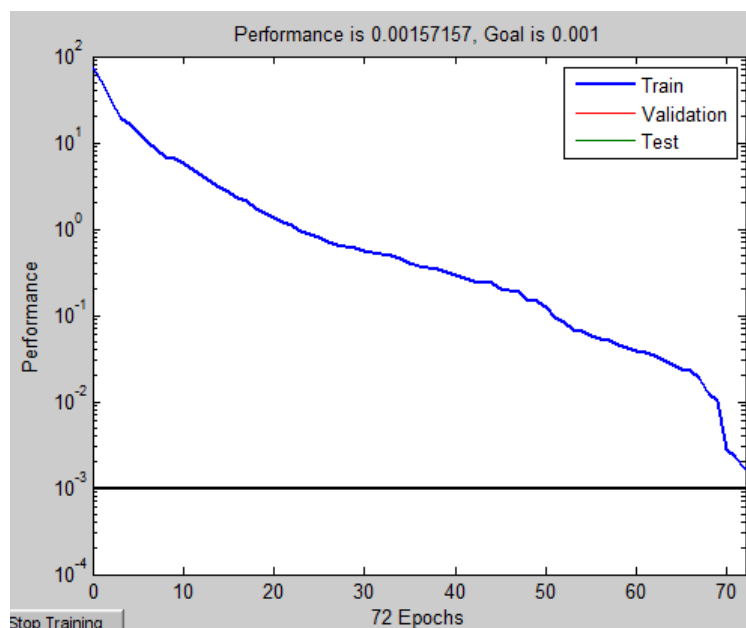
Slika 75: Prikaz odstopanj plastnic med ciljnimi vrednostmi (polna črta) in izhodnimi vrednostmi, izračunanimi z umetno nevronske mrežo (črtkana črta), za 50 učnih in 75 testnih točk; ekvidistanca = 20 cm.

4.3.3.3 Testiranje 75 učnih in 50 testnih točk

V tretjem testu radialne bazične umetne nevronske mreže je bilo za namen učenja uporabljenih 75 točk, nato so se naučeni parametri uporabili na 50-ih testnih točkah. Algoritem umetne nevronske mreže je definiran tako, da je maksimalno število ponovitev enako številu vhodnih podatkov oziroma učnih podatkov: 75. Učenje pa se lahko konča, ko je dosežena maksimalna vrednost statistike *SSE* – to se je zgodilo tudi v tem primeru, ko je bila najboljša korelacija dosežena po 74-ih ponovitvah. Širino Gaußove aktivacijske funkcije smo eksperimentalno nastavili na 0,4.

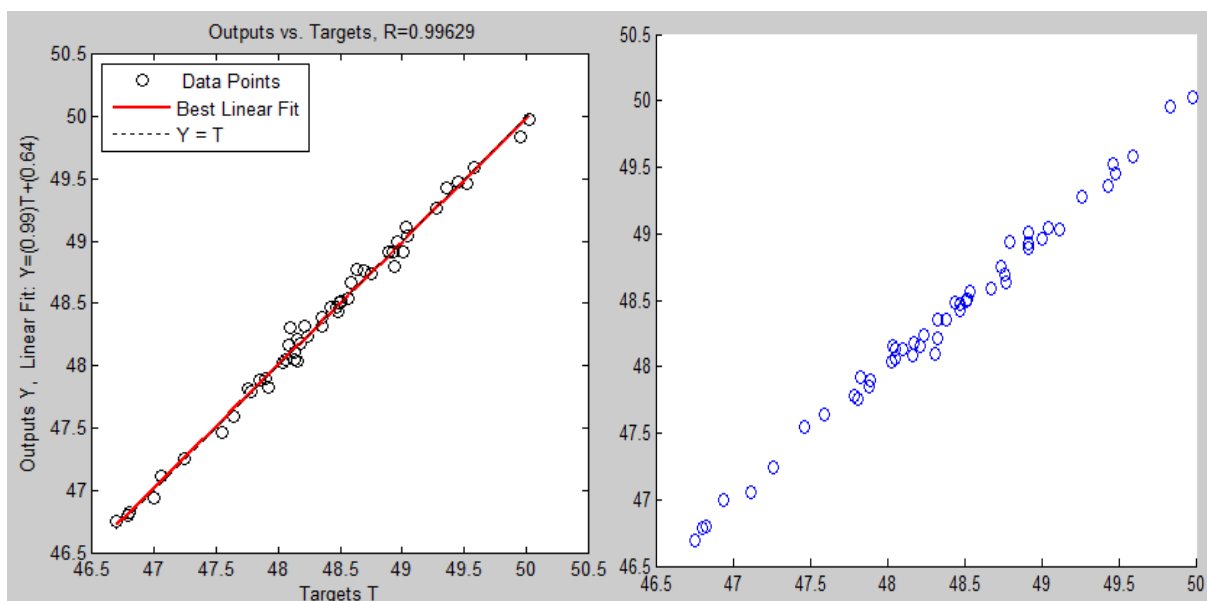
Preglednica 19: Rezultati testa za 75 učnih in 50 testnih točk.

število ponovitev	<i>spread</i>	korelacija <i>R</i>	<i>SSE</i> [m]	mini. [m]	maksi. [m]	sred. [m]
74	0,4	0,9963	0,3773	-0,2123	0,1450	-0,0056

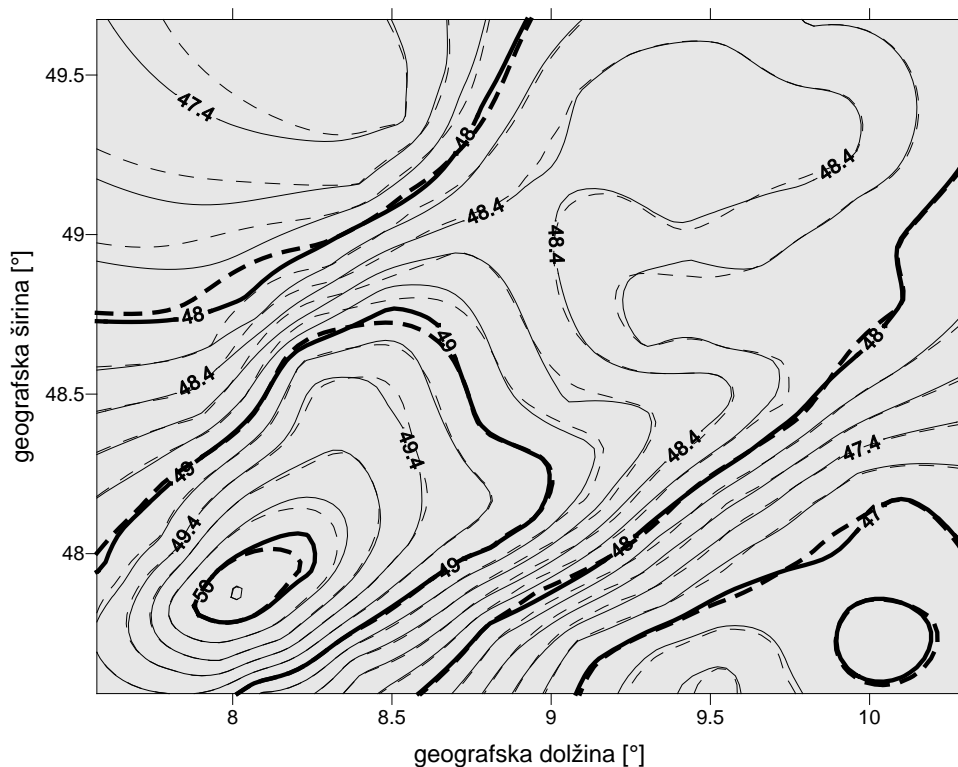


Slika 76: Prikaz poteka učenja umetne nevronske mreže, za 75 učnih in 50 testnih točk.

Na sliki 77 prikazujemo grafa odnosa med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi. Na levem grafu je poleg odnosa prikazana še regresijska premica in premica idealnega odnosa med njima, na desnem pa je prikazan samo odnos petdesetih testnih točk med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi, pri čemer sta abscisna in ordinatna os zamenjani.



Slika 77: Prikaz odnosa med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi, za 75 učnih in 50 testnih točk.



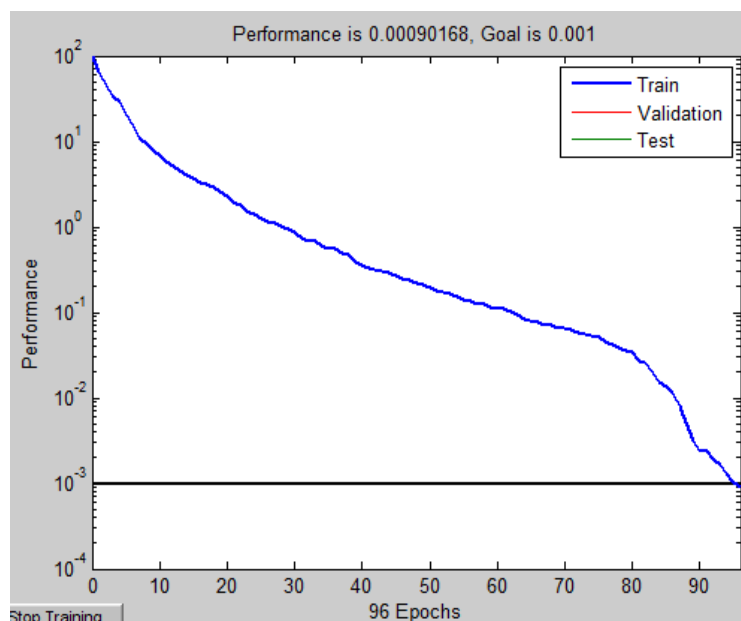
Slika 78: Prikaz odstopanj plastnic med ciljnimi vrednostmi (polna črta) in izhodnimi vrednostmi, izračunanimi z umetno nevronske mrežo (črtkana črta), za 75 učnih in 50 testnih točk; ekvidistanca = 20 cm.

4.3.3.4 Testiranje 99 učnih in 26 testnih točk

V zadnjem četrtem testu radialne bazične umetne nevronske mreže je bilo za namen učenja uporabljenih 99 točk, nato so se naučeni parametri uporabili na 26-ih testnih točkah. Algoritem umetne nevronske mreže je definiran tako, da je maksimalno število ponovitev enako številu vhodnih podatkov oziroma učnih podatkov: 99. Učenje pa se lahko konča, ko je dosežena maksimalna vrednost statistike *SSE* – to se je zgodilo tudi v tem primeru, ko je bila najboljša korelacija dosežena po 96-ih ponovitvah. Širino Gaußove aktivacijske funkcije smo eksperimentalno nastavili na 0,4.

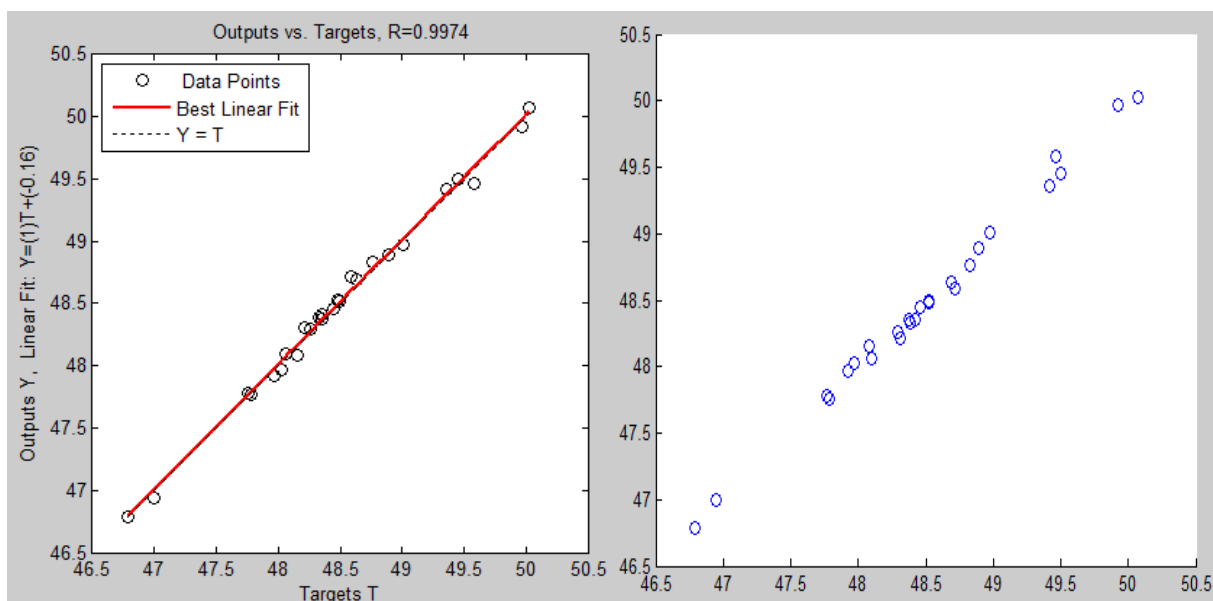
Preglednica 20: Rezultati testa za 99 učnih in 26 testnih točk.

število ponovitev	<i>spread</i>	korelacija <i>R</i>	<i>SSE</i>	mini. [m]	maksi. [m]	sred. [m]
96	0,4	0,9974	0,1431	-0,1257	0,1253	-0,0148

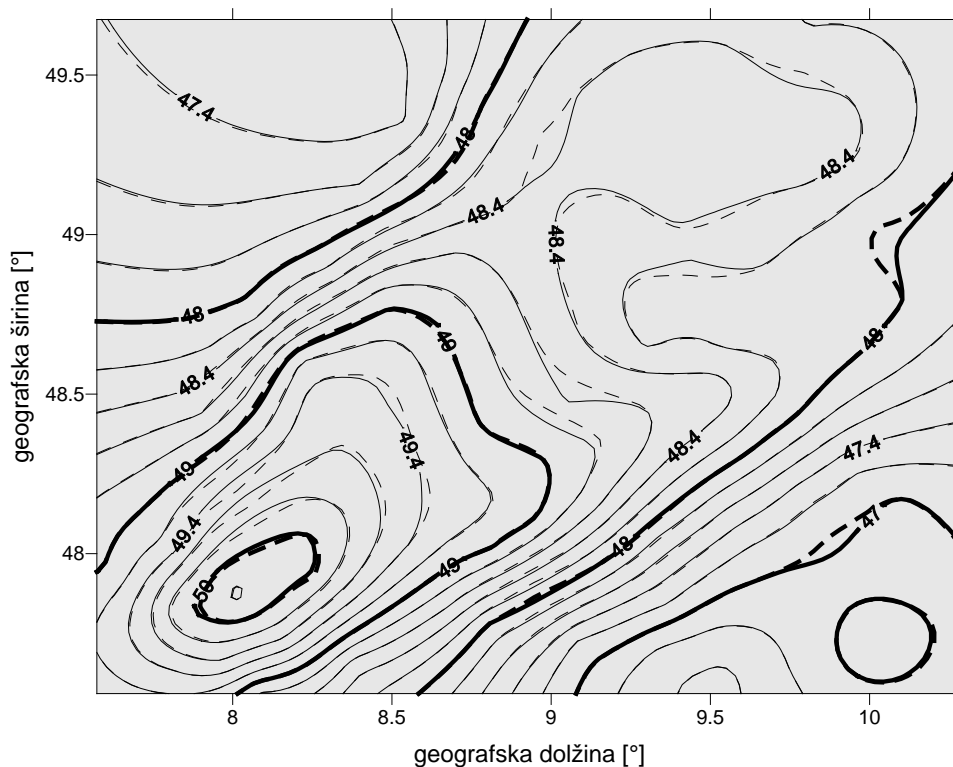


Slika 79: Prikaz poteka učenja umetne nevronske mreže, za 99 učnih in 26 testnih točk.

Na sliki 80 prikazujemo grafa odnosa med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi. Na levem grafu je poleg odnosa prikazana še regresijska premica in premica idealnega odnosa med njima, na desnem pa je prikazan samo odnos šestindvajsetih testnih točk med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi, pri čemer sta abscisna in ordinatna os zamenjani.



Slika 80: Prikaz odnosa med izhodnimi in ciljnimi vrednostmi, za 99 učnih in 26 testnih točk.



Slika 81: Prikaz odstopanj plastnic med ciljnimi vrednostmi (polna črta) in izhodnimi vrednostmi, izračunanimi z umetno nevronske mrežo (črtkana črta), za 99 učnih in 26 testnih točk; ekvidistanca = 20 cm.

4.3.3.5 Primerjava rezultatov

Po končanem testu vseh različnih vzorcev kombinacij učnih in testnih točk (25/100, 50/75, 75/50 in 99/26), so v preglednici 21 prikazane statistike najboljših vrednosti posameznih vzorcev.

Preglednica 21: Primerjava različnih kombinacij vzorcev učnih in testnih točk.

učne / testne	število ponovitev	<i>sprerad</i>	korelacija <i>R</i>	<i>SSE</i> [m]	mini. [m]	maksi. [m]	sred. [m]
25/100	19	0,8	0,9845	3,0760	-0,6443	0,2999	-0,0102
50/75	36	0,6	0,9936	1,0003	-0,3813	0,1468	-0,0062
75/50	74	0,4	0,9963	0,3773	-0,2123	0,1450	-0,0056
99/26	96	0,4	0,9974	0,1431	-0,1257	0,1253	-0,0148

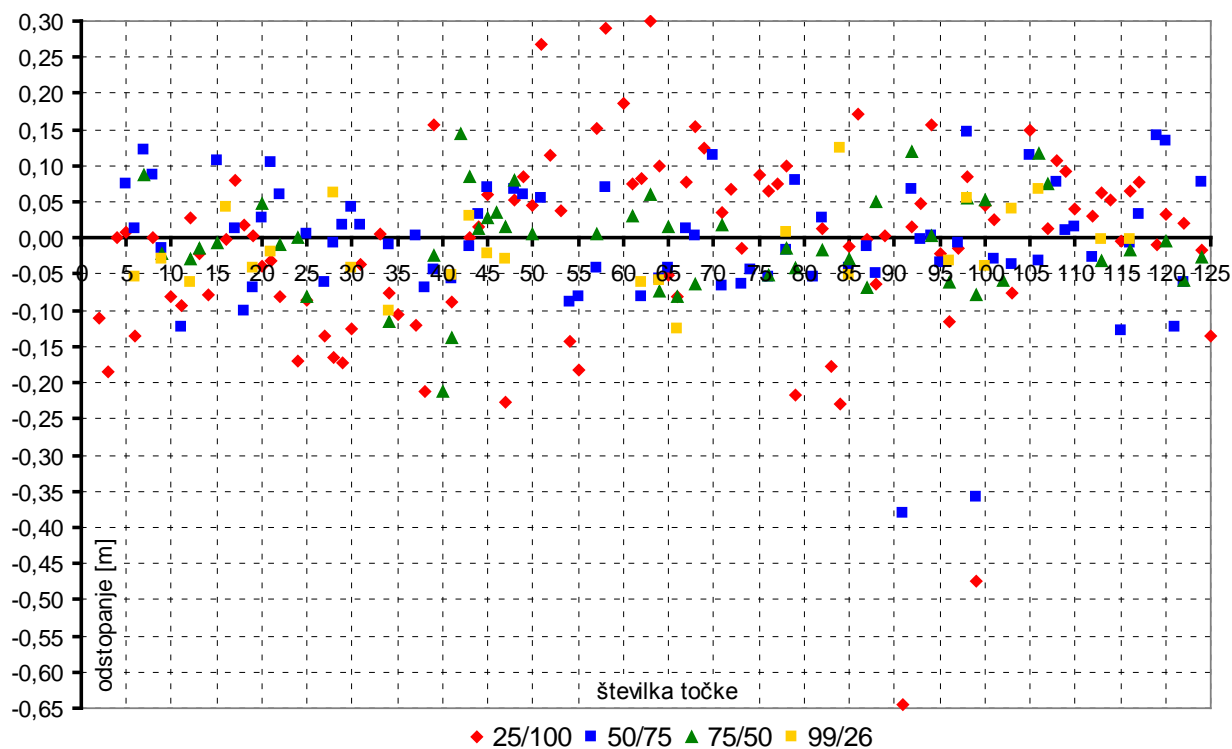
Za vse vzorce kombinacij učnih in testnih točk (25/100, 50/75, 75/50, 99/26) niso bile izkoriščene vse ponovitve oziroma iteracije, ki jih omogoča algoritem radialnih bazičnih umetnih nevronskih mrež, ki pravi, da je lahko toliko ponovitev kot je vhodnih podatkov oziroma učnih točk. Proces se je vedno prej končal zaradi dosega maksimalne vrednosti statistike vsote kvadratov napake *SSE*, ker se je med testiranjem izkazalo, da so tako pridobljeni rezultati boljše generalizirani. Pri kombinacijah 75/50 in 99/26 učnih in testnih točk se je število ponovitev zelo približalo maksimalnemu številu ponovitev 75 in 99. Tudi parameter *spread*, ki določa širino območja vhodnih podatkov, na katerega je občutljiv posamezen nevron v skritem sloju, ni dosegel vrednosti ena. Pri 25-ih učnih podatkih je bil 0,8, pri 50-ih 0,6 ter pri 75-ih in 99-ih učnih podatkih 0,4, kar pomeni, da se je občutljivost na sosednje nevrone zmanjševala z večanjem učnih podatkov.

Na grafikonu 3 so prikazani rezultati radialne bazične umetne nevronske mreže za vzorce 25/100, 50/75, 75/50 ter 99/26 učnih in testnih točk. Na abscisni osi so prikazane točke (125), na ordinatni pa odstopanja (enota: meter) izhodnih od ciljnih vrednosti. Vzorci različnih kombinacij učnih in testnih točk so označeni z različnimi simboli in barvami. Vsak simbol predstavlja določeno testno točko in njeno odstopanje od ciljne vrednosti.

Kot je razvidno iz grafikonu 3 so (lokacije točk so prikazane v poglavju 4.2):

- pri 25-ih učnih točkah največja odstopanja od pričakovanih vrednosti večja od 20 cm pri točkah na strmim robu območja: 79, 84, 91, 99, takšna odstopanja imajo tudi točke na strmini: 58, 63 in točki na ravnini: 38, 47,
- pri 50-ih učnih točkah največja odstopanja od pričakovanih vrednosti večja od 12 cm pri točkah na robu območja: 99, 119, 120, 115, 98, ter točka na strmini: 91,
- pri 75-ih učnih točkah največja odstopanja od pričakovanih vrednosti večja od 10 cm pri točki na robu območja, z nadaljevanjem proti strmini: 40, 41, 42 ter točki na strmini: 92, 96,
- pri 99-ih učnih točkah največja odstopanja od pričakovanih vrednosti večja od 5 cm pri točkah na ravnini: 12, 28, 34, 64, 66, ter točkah na strmini: 62, 84, 106.

Iz grafikona vidimo, da od pričakovanih vrednosti močno odstopajo štiri točke: dve testni točki pri 25-ih učnih točkah: točka 91 odstopa -0,644 m in točka 99 odstopa -0,475 m in isti testni točki pri 50-ih učnih točkah: točka 91 odstopa -0,381 m ter točka 99 odstopa -0,357 m.



Grafikon 3: Prikaz rezultatov vzorcev kombinacij učnih in testnih točk pridobljenih z radialno bazično umetno nevronske mrežo.

4.3.4 Primerjava rezultatov umetnih nevronskih mrež

V preglednici 22 so prikazani rezultati statistik (korelacija ter funkcije napak: *RMSE*, *MSE*, *SSE* in *MAE*) najboljših kombinacij vzorcev učnih in testnih točk za posamezno umetno nevronske mrežo:

- Kohonenovo protitočno umetno nevronske mrežo (K_CP),
- Levenberg-Marquardtovo umetno nevronske mrežo (LM_BP) ter
- radialno bazično umetno nevronske mrežo (RBF).

Najslabše rezultate smo dobili s Kohonenovo protitočno umetno nevronske mrežo, ki pa je že v svoji osnovi namenjena klasifikaciji in zato manj primerna za takšne naloge. Glavna prednost te mreže je v njeni vizualni predstavitvi rezultatov. Drugi dve mreži sta namenjeni napovedovanju oziroma aproksimaciji neznane funkcije, zato dobimo rezultata aproksimacije boljša. Od teh dveh pa dobimo malo slabše rezultate z Levenberg-Marquardtovo umetno nevronske mrežo. Prednosti te umetne nevronske mreže so v hitrem učenju in lahki razumljivosti. Pomanjkljivosti pa so v njeni nestabilnosti (problem lokalnih minimumov), kjer ob poteku učenja prihaja do velikih nihanj v natančnosti, zato je pomembno, da učenje pravočasno prekinemo. Najboljše rezultate smo dobili z radialno bazično umetno nevronske mrežo. Prednosti te umetne nevronske mreže so v njeni enostavnosti v kreiranju, ter lažji interpretaciji dogajanja v umetni nevronske mreži, slabost pa v počasnejšem učenju oziroma večjemu številu ponovitev (iteracij).

Največje razlike med umetnimi nevronskimi mrežami so pri kombinaciji 25-ih učnih in 100-ih testnih točk. Korelacijski koeficient radialne bazične umetne nevronske mreže je boljši za 0,0119 oziroma 0,0204 od Levenberg-Marquardtove oziroma Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže. Pri 50-ih učnih in 75-ih testnih točkah sta korelacijska koeficienta Kohonenove protitočne in Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže bližje: 0,0031. Od njiju pa odstopa korelacijski koeficient radialne bazične umetne nevronske mreže za 0,0063 in 0,0094. Pri 75-ih učnih in 50-ih testnih točkah sta korelacijska koeficienta blizu pri radialni bazični in Levenberg-Marquardtovi umetni nevronske mreži: 0,0015. V negativnem smislu pa odstopa korelacijski koeficient Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže za 0,0058 in 0,0044. Pri 99-ih učnih in 26-ih testnih točkah pa so vsi trije korelacijski koeficienti umetnih nevronskih mrež dokaj skupaj. Korelacijska koeficienta Kohonenove protitočne in

Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže odstopata od korelacijskega koeficienta radialne bazične umetne nevronske mreže za 0,0010 oziroma 0,0016.

Preglednica 22: Primerjava rezultatov umetnih nevronske mrež.

vrsta UNM	učne/testne točke	korelacija R	$RMSE$ [m]	MSE [m]	SSE [m]	MAE [m]
K_CP	25/100	0,9641	0,2150	0,0462	4,6235	0,1678
LM_BP	25/100	0,9726	0,1784	0,0318	3,1818	0,1497
RBF	25/100	0,9845	0,1355	0,0184	1,8352	0,0953
K_CP	50/75	0,9842	0,1398	0,0195	1,4663	0,1013
LM_BP	50/75	0,9873	0,1257	0,0158	1,1856	0,0989
RBF	50/75	0,9936	0,0892	0,0080	0,5968	0,0625
K_CP	75/50	0,9905	0,1091	0,0119	0,5956	0,0824
LM_BP	75/50	0,9949	0,0792	0,0063	0,3140	0,0617
RBF	75/50	0,9963	0,0671	0,0045	0,2250	0,0513
K_CP	99/26	0,9958	0,0903	0,0082	0,2122	0,0672
LM_BP	99/26	0,9964	0,0670	0,0045	0,1166	0,0530
RBF	99/26	0,9974	0,0573	0,0033	0,0853	0,0482

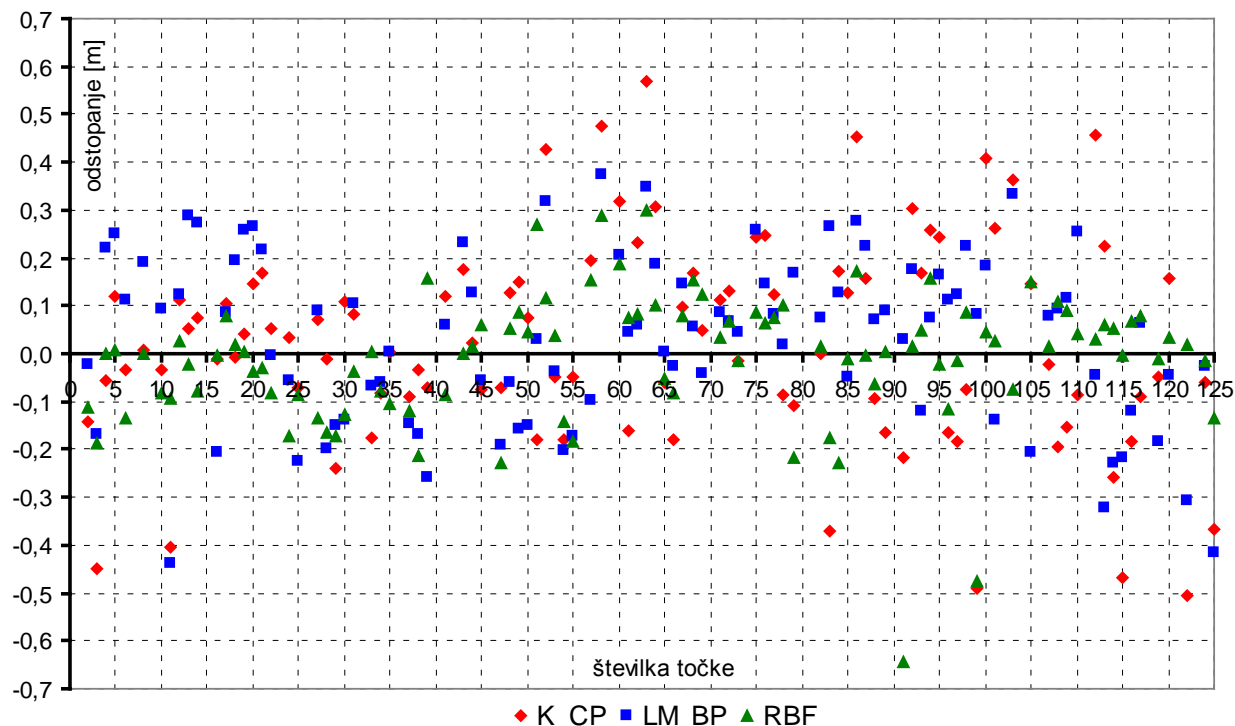
4.3.4.1 Primerjava 25 učnih in 100 testnih točk

V preglednici 23 prikazujemo statistike vseh treh umetnih nevronske mrež za 25 učnih in 100 testnih točk. Vrednostim iz preglednice 22 smo dodali minimalne (mini.), maksimalne (maks.) in srednje (sred.) vrednosti odstopanj geoidnih višin, dobljenih kot razliko izhodnih in ciljnih vrednosti.

Preglednica 23: Primerjava umetnih nevronske mrež za 25 učnih in 100 testnih točk.

vrsta UNM	korelacija R	$RMSE$ [m]	MSE [m]	SSE [m]	MAE [m]	mini. [m]	maksi. [m]	sred. [m]
K_CP	0,9641	0,2150	0,0462	4,6235	0,1678	-0,5042	0,5692	0,0211
LM_BP	0,9726	0,1784	0,0318	3,1818	0,1497	-0,4381	0,3733	0,0315
RBF	0,9845	0,1355	0,0184	1,8352	0,0953	-0,6443	0,2999	-0,0102

Na grafikonu 4 prikazujemo rezultate vseh treh umetnih nevronskih mrež za kombinacijo 25-ih učnih in 100-ih testnih točk. Na abscisni osi so prikazane točke (125), na ordinatni pa odstopanja (enota: meter) izhodnih od ciljnih vrednosti. Vzorci različnih umetnih nevronskih mrež so označeni z različnimi simboli in barvami. Vsak simbol predstavlja določeno testno točko in njeno odstopanje od ciljne vrednosti.



Grafikon 4: Prikaz rezultatov odstopanj testnih točk, vseh treh umetnih nevronskih mrež, za 25 učnih in 100 testnih točk.

Numerični rezultati vseh treh umetnih nevronskih mrež za 25 učnih in 100 testnih točk, so prikazane v prilogi D.

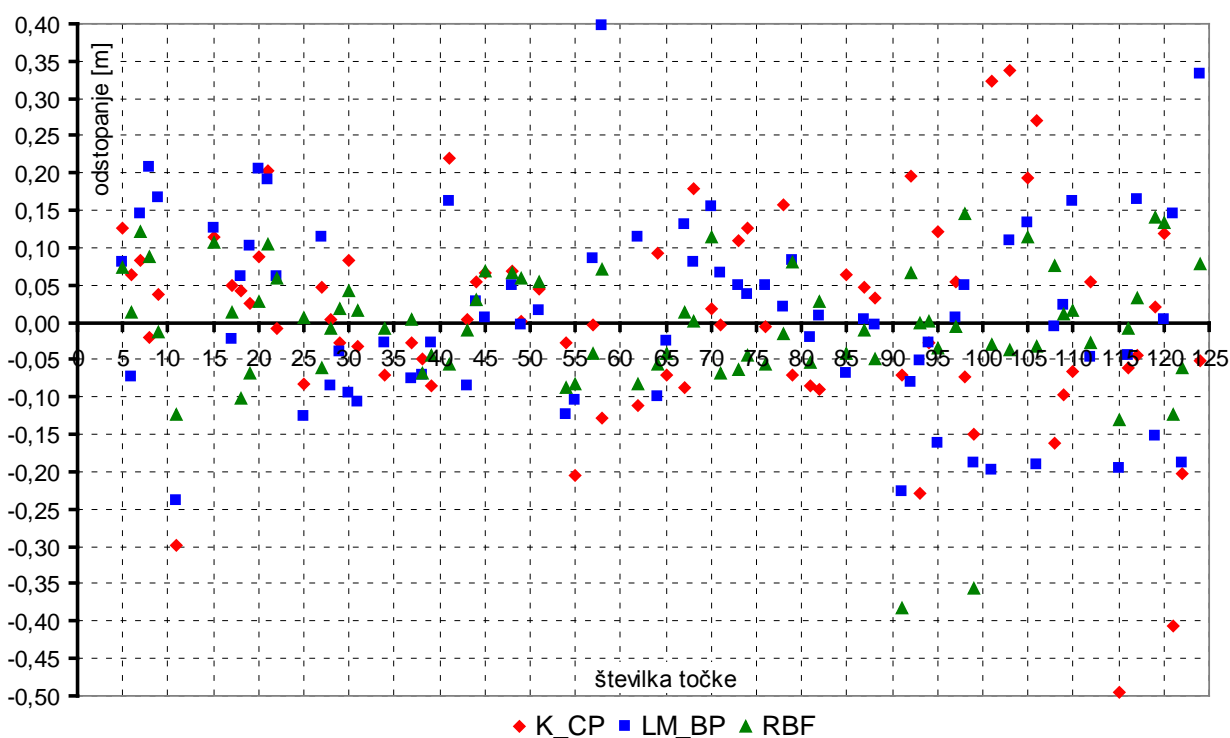
4.3.4.2 Primerjava 50 učnih in 75 testnih točk

V preglednici 24 prikazujemo statistike vseh treh umetnih nevronskih mrež za 50 učnih in 75 testnih točk. Vrednostim iz preglednice 22 smo dodali minimalne (mini.), maksimalne (maks.) in srednje (sred.) vrednosti odstopanj geoidnih višin, dobljenih kot razliko izhodnih in ciljnih vrednosti.

Preglednica 24: Primerjava umetnih nevronske mrež za 50 učnih in 75 testnih točk.

vrsta UNM	korelacija R	$RMSE$ [m]	MSE [m]	SSE [m]	MAE [m]	mini. [m]	maksi. [m]	sred. [m]
K_CP	0,9842	0,1398	0,0195	1,4663	0,1013	-0,4943	0,3373	0,0023
LM_BP	0,9873	0,1257	0,0158	1,1856	0,0989	-0,2387	0,3985	0,0118
RBF	0,9936	0,0892	0,0080	0,5968	0,0625	-0,3813	0,1468	-0,0062

Na grafikonu 5 prikazujemo rezultate vseh treh umetnih nevronske mrež za kombinacijo 50-ih učnih in 75-ih testnih točk. Na abscisni osi so prikazane točke (125), na ordinatni pa odstopanja (enota: meter) izhodnih od ciljnih vrednosti. Vzorci različnih umetnih nevronske mrež so označeni z različnimi simboli in barvami. Vsak simbol predstavlja določeno testno točko in njeno odstopanje od ciljne vrednosti.



Grafikon 5: Prikaz rezultatov odstopanj testnih točk, vseh treh umetnih nevronske mrež, za 50 učnih in 75 testnih točk.

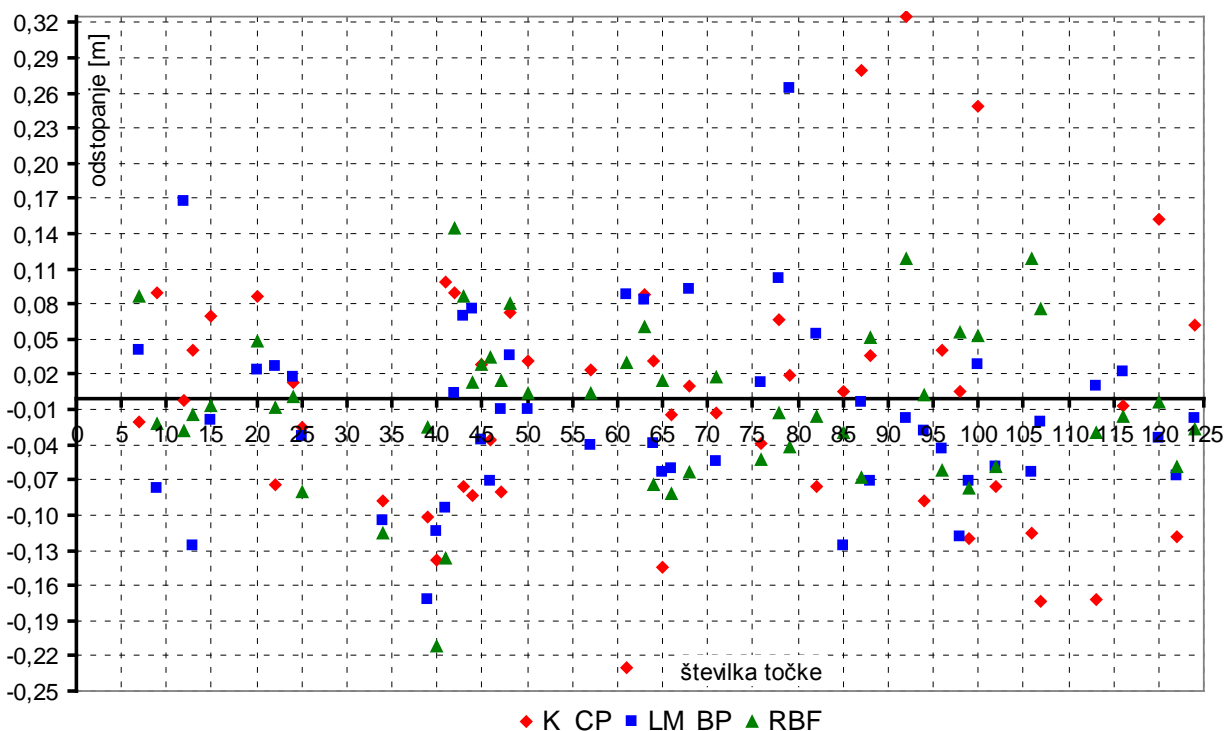
Numerični rezultati vseh treh umetnih nevronske mrež za 50 učnih in 75 testnih točk, so prikazane v prilogi E.

4.3.4.3 Primerjava 75 učnih in 50 testnih točk

V preglednici 25 prikazujemo statistike vseh treh umetnih nevronskih mrež za 75 učnih in 50 testnih točk. Vrednostim iz preglednice 22 smo dodali minimalne (mini.), maksimalne (maks.) in srednje (sred.) vrednosti odstopanj geoidnih višin, dobljenih kot razliko izhodnih in ciljnih vrednosti.

Preglednica 25: Primerjava umetnih nevronskih mrež za 75 učnih in 50 testnih točk.

vrsta UNM	korelacija R	$RMSE$ [m]	MSE [m]	SSE [m]	MAE [m]	mini. [m]	maksi. [m]	sred. [m]
K_CP	0,9905	0,1091	0,0119	0,5956	0,0824	-0,2294	0,3245	-0,0019
LM_BP	0,9949	0,0792	0,0063	0,3140	0,0617	-0,1721	0,2631	-0,0130
RBF	0,9963	0,0671	0,0045	0,2250	0,0513	-0,2123	0,1450	-0,0056



Grafikon 6: Prikaz rezultatov odstopanj testnih točk, vseh treh umetnih nevronskih mrež, za 75 učnih in 50 testnih točk.

Na grafikonu 6 prikazujemo rezultate vseh treh umetnih nevronske mrež za kombinacijo 75-ih učnih in 50-ih testnih točk. Na abscisni osi so prikazane točke (125), na ordinatni pa odstopanja (enota: meter) izhodnih od ciljnih vrednostih. Vzorci različnih umetnih nevronske mrež so označeni z različnimi simboli in barvami. Vsak simbol predstavlja določeno testno točko in njeno odstopanje od ciljne vrednosti.

Numerični rezultati vseh treh umetnih nevronske mrež za 75 učnih in 50 testnih točk, so prikazane v prilogi F.

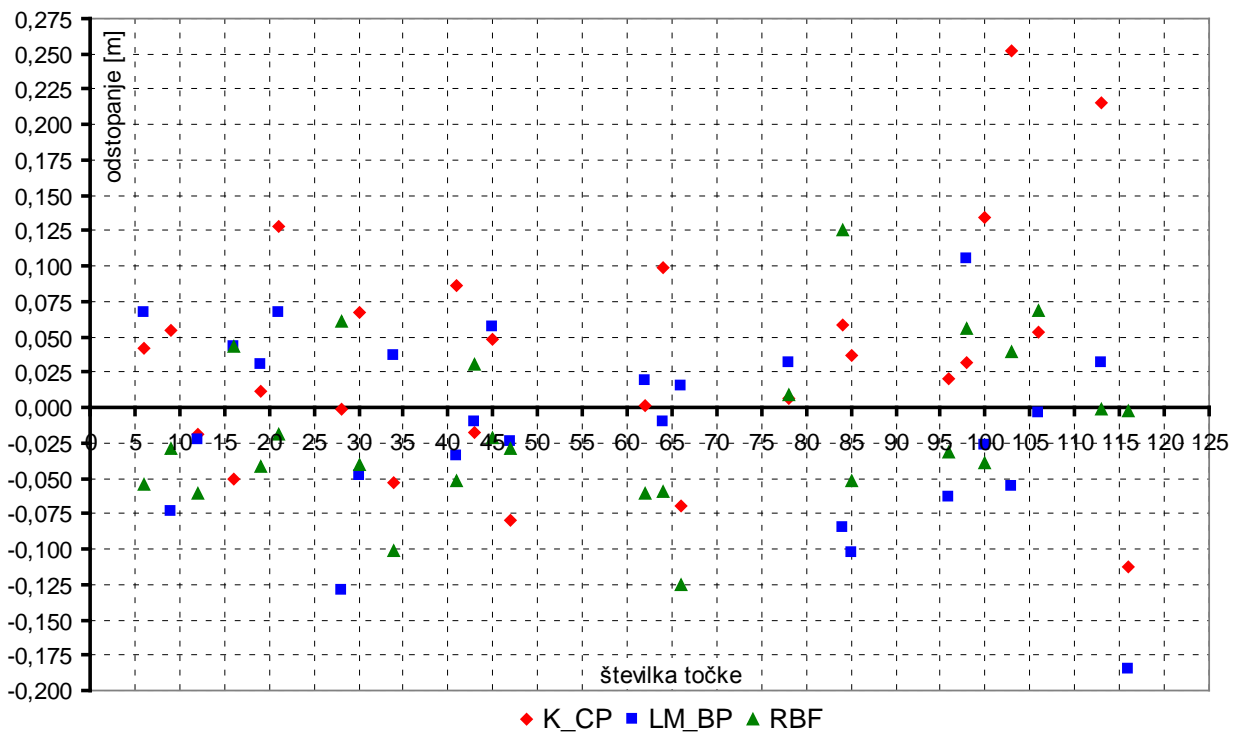
4.3.4.4 Primerjava 99 učnih in 26 testnih točk

V preglednici 26 prikazujemo statistike vseh treh umetnih nevronske mrež za 99 učnih in 26 testnih točk. Vrednostim iz preglednice 22 smo dodali minimalne (mini.), maksimalne (maks.) in srednje (sred.) vrednosti odstopanj geoidnih višin, dobljenih kot razliko izhodnih in ciljnih vrednosti.

Preglednica 26: Primerjava umetnih nevronske mrež za 99 učnih in 26 testnih točk.

vrsta UNM	korelacija R	$RMSE$ [m]	MSE [m]	SSE [m]	MAE [m]	mini. [m]	maks. [m]	sred. [m]
K_CP	0,9958	0,0903	0,0082	0,2122	0,0672	-0,1122	0,2516	0,0364
LM_BP	0,9964	0,0670	0,0045	0,1166	0,0530	-0,1851	0,1048	-0,0141
RBF	0,9974	0,0573	0,0033	0,0853	0,0482	-0,1257	0,1253	-0,0148

Na grafikonu 7 prikazujemo rezultate vseh treh umetnih nevronske mrež za kombinacijo 99-ih učnih in 26-ih testnih točk. Na abscisni osi so prikazane točke (125), na ordinatni pa odstopanja (enota: meter) od ciljnih vrednosti. Vzorci različnih umetnih nevronske mrež so označeni z različnimi simboli in barvami. Vsak simbol predstavlja določeno testno točko in njeno odstopanje od ciljne vrednosti.



Grafikon 7: Prikaz rezultatov odstopanj testnih točk, vseh treh umetnih nevronskih mrež, za 99 učnih in 26 testnih točk.

Numerični rezultati vseh treh umetnih nevronskih mrež za 99 učnih in 26 testnih točk, so prikazane v prilogi G.

4.4 Rezultati dosedanjih raziskav lokalnega območja geoida

Kot je bilo že omenjeno v uvodu v poglavju 1.2: Dosedanje raziskave, je bilo na območju nemške zvezne dežele Baden-Württemberg za enako kombinacijo vzorcev učnih in testnih točk že narejeno nekaj raziskav.

- Leta 2001 so raziskovalci Ambrožič, Kuhar, Stopar in Turk iz Fakultete za gradbeništvo in geodezijo, Ljubljana objavili strokovni članek z naslovom: »*The use of artificial neural network in geoid surface approximation*«. Omenjeno območje lokalnega geoida so aproksimirali z večslojno usmerjeno umetno nevronske mrežo. Dobljene rezultate so primerjali z enako kombinacijo vzorcev učnih in testnih točk z:
 - globalnim geopotencialnim modelom (angl. global geopotential model) definiranim leta 1996 (EGM96),
 - evropskim gravimetričnim geoidom (angl. European gravimetric geoid) definiranim leta 1997 (EGG97) ter
 - interpolacijsko tehniko: minimalnih krivuljnih zlepkov (angl. minimum (continuous) curvature splines) (MC).
- Isti raziskovalci so nadaljevali z raziskavami in kasneje v letu 2001 objavili strokovni članek z naslovom: »*Artificial neural network collocation method for local geoid height determination*«. Rezultate predhodne raziskave so nadgradili z uvedbo postopka kolokacije (angl. collocation) (C) oziroma posplošene izravnave po metodi najmanjših kvadratov, ki obsega skupne probleme izravnave, filtriranja in predikcije oziroma napovedovanja.
- Leta 2003 so raziskovalci Akyilmaz, Ayan in Özlüdemir iz Fakultete za gradbeništvo, oddelka za geodezijo, Istanbul, objavili strokovni članek z naslovom: »*Geoid surface approximation by using adaptive network based fuzzy inference systems*«. Za aproksimacijo omenjenega lokalnega geoida na vzorcu 99-ih učnih in 26-ih testnih točk so uporabili metodo mehkega sistema (angl. fuzzy systems) (FS). Mehki sistemi je skupen izraz za mehke množice, logiko, algoritme in kontrolo. Osnovni koncept je mehek (»zvezen«) prehod med dvema vrednostima (npr. 0 in 1). Mehki sistemi spadajo v eno izmed skupin inteligentnih sistemov, kamor sodijo tudi umetne nevronske mreže.

- Rezultatom dosedanjih raziskav smo dodali še rezultate iz te naloge, kjer smo za aproksimacijo omenjenega lokalnega geoida uporabili tri različne umetne nevronske mreže:
 - Kohonenovo protitočno umetno nevronske mrežo (K_CP),
 - Levenberg-Marquardtovo umetno nevronske mrežo (LM_BP) ter
 - radialno bazično umetno nevronske mrežo (RBF).

V preglednici 27 so prikazani rezultati dosedanjih raziskav lokalnega območja geoida nemške zvezne dežele Baden-Württemberg. Vsi rezultati so prikazani za kombinacijo vzorcev učnih in testnih točk (25/100, 50/75, 75/50, 99/26), razen pri metodi mehkega sistema, kjer so prikazani rezultati samo za vzorec 99 učnih in 100 testnih točk. Za oceno kvalitete rezultatov so uporabljene naslednje statistike:

- korelacijski koeficient R : pove kako dobro umetna nevronska mreža interpretira variacije v izhodnih podatkih; čim bližje je vrednost ena, tem boljše je umetna nevronska mreža opravila učenje in s tem aproksimacijo,
- standardna deviacija (st. dev.), v predhodnem delu besedila imenovana $RMSE$:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (t_i - y_i)^2}, \quad \dots(40)$$

kjer je:

- t_i ... ciljna vrednost in
 - y_i ...izhodna vrednost,
- minimalne (mini.), maksimalne (maks.) in srednje (sred.) vrednosti odstopanj geoidnih višin, dobljenih kot razliko ciljnih in izhodnih vrednosti.

Preglednica 27: Rezultati dosedanjih raziskav lokalnega območja geoida.

učne/testne točke	vrsta	korelacija R	st. dev. [m]	mini. [m]	maksi. [m]	sred. [m]
25/100	K_CP	0,9641	0,214	-0,504	0,569	0,021
	LM_BP	0,9726	0,176	-0,438	0,373	0,032
	RBF	0,9845	0,135	-0,644	0,300	-0,010
	ML_BP	0,9783	0,171	-0,703	0,349	-0,006
	ML_BP_C	0,9772	0,179	-0,742	0,389	-0,011
	EGM96	0,9535	0,229	-0,527	0,556	0,019
	EGM96_C	0,9809	0,148	-0,518	0,464	-0,010
	EGG97	0,9996	0,022	-0,052	0,074	-0,001
	EGG97_C	0,9997	0,018	-0,066	0,057	-0,002
MC	0,9772	0,165	-0,745	0,331	0,003	
50/75	K_CP	0,9842	0,140	-0,494	0,337	0,002
	LM_BP	0,9873	0,125	-0,239	0,399	0,012
	RBF	0,9936	0,089	-0,381	0,147	-0,006
	ML_BP	0,9870	0,127	-0,305	0,360	-0,010
	ML_BP_C	0,9881	0,123	-0,321	0,394	-0,010
	EGM96	0,9589	0,220	-0,562	0,515	0,006
	EGM96_C	0,9947	0,080	-0,312	0,173	-0,003
	EGG97	0,9996	0,021	-0,054	0,072	-0,001
	EGG97_C	0,9998	0,015	-0,048	0,060	-0,001
MC	0,9925	0,095	-0,294	0,280	0,005	
75/50	K_CP	0,9905	0,109	-0,229	0,325	-0,002
	LM_BP	0,9949	0,078	-0,172	0,263	-0,013
	RBF	0,9963	0,067	-0,212	0,145	-0,006
	ML_BP	0,9950	0,079	-0,197	0,148	-0,001
	ML_BP_C	0,9976	0,055	-0,144	0,135	-0,011
	EGM96	0,9537	0,235	-0,572	0,487	0,012
	EGM96_C	0,9972	0,067	-0,171	0,110	-0,010
	EGG97	0,9997	0,021	-0,043	0,059	-0,002
	EGG97_C	0,9999	0,013	-0,028	0,026	-0,002
MC	0,9964	0,069	-0,204	0,128	-0,003	
99/26	K_CP	0,9958	0,083	-0,112	0,252	0,036
	LM_BP	0,9964	0,065	-0,185	0,105	-0,014
	RBF	0,9974	0,055	-0,126	0,125	-0,015
	ML_BP	0,9963	0,067	-0,126	0,113	0,001

ML_BP_C	0,9985	0,043	-0,094	0,061	-0,008
EGM96	0,9622	0,218	-0,344	0,519	0,036
EGM96_C	0,9963	0,067	-0,149	0,236	-0,011
EGG97	0,9996	0,023	-0,021	0,076	0,007
EGG97_C	0,9998	0,018	-0,022	0,067	0,002
MC	0,9944	0,083	-0,140	0,298	-0,011
FS	0,9983	0,067	-0,126	0,113	0,001

Iz preglednice 27 zaključimo, da je kvaliteta dobljenih rezultatov umetnih nevronskih mrež za vse kombinacije vzorcev učnih in testnih točk v naslednjem zaporedju: Kohonenova protitočna (K_CP), Levenberg-Marquardtova (LM_BP), večslojna usmerjena (ML_BP) in radialno bazična umetna nevronska mreža (RBF). Rezultati Levenberg-Marquardtove in večslojne usmerjene umetne nevronske mreže so zelo podobni, predvsem zaradi enakega uporabljenega pravila: vzvratnega razširjanja napake. Če primerjamo rezultate umetnih nevronskih mrež z globalnim modelom geoida (EGM96) vidimo, da so rezultati (EGM96) bistveno slabši. Z evropskim modelom geoida (EGG97), dobimo najboljše rezultate. Rezultati interpolacijske tehnike (MC) so zelo blizu rezultatom umetnih nevronskih mrež. Za edini vzorec učnih in testnih točk (99/26) so se Mehki sistemi (FS) izkazali kot zelo dobri, in celo boljši od umetnih nevronskih mrež. Z uvedbo postopka kolokacije (C) so se vrednosti kar precej izboljšale, še posebej pri globalnem modelu geoida (EGM96_C), kjer so dobili skoraj idealne vrednosti. V primeru evropskega modela (EGG97_C), pa ni bilo veliko manevrskega prostora za izboljšavo - najboljše rezultate je težko dosti izboljšati.

5 ZAKLJUČEK

V preteklosti je bilo nepomembno določiti visoko natančen geoid, saj je bilo malo verjetno, da se bo rezultat, razen za znanstvene namene, praktično uporabljal. Po uvedbi satelitske tehnike se je pomen in vloga geoida v veliki meri spremenila. Predvsem GPS tehnologija predstavlja najboljšo in eno najcenejših možnosti vzpostavitve osnovne državne geodetske mreže. Določitev natančnega geoida oziroma geoidnih višin postala pomembna naloga, katere cilj je doseči natančnost elipsoidnih višin, pridobljenih s pomočjo GPS opazovanj. Dobro definiran in natančen geoid se lahko uporabi kot učinkovito orodje v GPS višinomerstvu za neposredno določanje ortometričnih višin.

Zaradi nepravilne razporeditve mas Zemlje je geoid nepravilne oblike in ni skladen z nobeno geometrijsko ploskvijo. Določiti geoid pomeni, z največjo možno natančnostjo podati najbolj ustrezno obliko in dimenzije ploskve geoida, glede na izbrani referenčni elipsoid. Ključno vez med tema dvema ploskvama predstavljajo geoidne višine, končni rezultat vsakega izračuna geoida. Geoid lahko upodobimo na različne načine, izbrana pa je bila novejša metoda s pomočjo umetnih nevronskih mrež.

Umetne nevronske mreže so sistemi, ki omogočajo preslikavo niza vhodnih podatkov v niz izhodnih podatkov brez poznavanja teorije odnosov med vhodnimi in izhodnimi podatki. Vhodni in izhodni podatki so povezani med seboj prek nevronov z utežmi, ki se spreminjajo v procesu učenja. S pomočjo večjega števila znanih vhodnih in izhodnih podatkov se nevronska mreža uči na ta način, da prilagaja uteži tako dolgo, dokler izhodni podatki ustrezajo vhodnim podatkom za vse podatke v učnem nizu. Tako naučena umetna nevronska mreža lahko kasneje izračuna izhodne podatke tudi za vhodne podatke, ki niso sodelovali v procesu učenja.

V nalogi smo obravnavali tri vrste umetnih nevronskih mrež: Kohonenovo protitočno, Levenberg-Marquardtovo in radialno bazično umetno nevronska mrežo. Umetne nevronske mreže smo testirali na štirih različnih kombinacijah vzorcev učnih in testnih točk (25/100, 50/75, 75/50 in 99/26).

Najprej smo testirali Kohonenovo protitočno umetno nevronske mrežo. Umetna nevronska mreža ima obsežen algoritem in omogoča spreminjanje različnih učnih parametrov. Zaradi specifičnih podatkov sta ključno vlogo odigrala oblika nevrona (šestkotna ali štirikotna) ter arhitektura umetne nevronske mreže oziroma širina in dolžina le-te (10×10, 15×15, 20×20, 25×25 in 30×30 nevronov). Najboljše statistične rezultate smo pri vseh kombinacijah vzorcev učnih in testnih točk dobili s šestkotna oblika nevrona. Za štirikotno obliko pa je praviloma veljalo, da za določeno statistiko potrebuje večjo arhitekturo. V nekaj primerih se je pojavila tudi pretreniranost pri fini oziroma zaključni fazi učenja: pri 25 učnih točkah se je pretreniranost pojavila pri arhitekturi večji od 15×15 nevronov ter pri 50 učnih točkah pri arhitekturi 30×30 nevronov. Pretreniranost se je odrazila z negladkimi prehodi med nevroni oziroma nastajanju Voronojevih območij posameznih skupin nevronov. Pri samem testiranju umetne nevronske mreže se je pojavil problem velike porabe računalniškega pomnilnika in s tem preprečitev uporabe večje arhitekture umetne nevronske mreže. Težava pa je bil tudi pri dolgočasnem iskanju števila ponovitev oziroma iteracij v grobi in fini fazi učenja.

Nato smo testirali Levenberg-Marquardtovo umetno nevronske mrežo. Umetno nevronske mrežo smo testirali na različnih funkcijah napake: *MSE*, *SSE*, *MAE* in *MSEREG* ter različni arhitekturi oziroma številu nevronov v skritem sloju (5, 10 in 20 nevronov). Umetno nevronske mrežo smo testirali tudi na dveh skritih slojih, vendar nismo dobili boljših rezultatov. Pri vseh vzorcih kombinacij učnih in testnih točk smo najboljše rezultate dobili pri statistiki vsote kvadratov napake *SSE*. Podobne rezultate smo dobili z uporabo statistike srednje absolutne napake *MAE*. Malo slabše rezultate pa smo dobili pri statistikah srednje kvadratne napake *MSE* in srednje kvadratne napake z regulacijo *MSEREG*. Za zadnjo statistiko velja, da regulacijski člen porazdeli napako med srednjo kvadratno napako *MSE* in srednjim kvadratom uteži *MSW*, kar povzroči mehkejše prehode in manjšo verjetnost, da se umetna nevronska mreža pretrenira. Tudi pri tej umetni nevronske mreži se je pojavila pretreniranost. Pri 25 učnih točkah se je pretreniranost pojavila, ko je bilo v skritem sloju več kot 10 nevronov. Pri 50-ih in 75-ih učnih točkah se je pretreniranost pojavila, ko je bilo v skritem sloju več kot 20 nevronov. Pri 99-ih učnih točk pa se je pretreniranost pojavila, ko je bilo v skritem sloju več kot 30 nevronov. Pretreniranost se je pokazala na grafu razvoja umetne nevronske mreže, kjer je krivulja učenja hitro padla pod mejne vrednosti izbrane statistike. Za kombinacijo 25 učnih in 100 testnih točk smo dobili najboljše rezultate, ko je bil

skriti sloj sestavljen iz 5-ih nevronov. Pri kombinaciji 50/75 učnih in testnih točk smo dobili najboljše rezultate, ko je bilo v skritem sloju 10 nevronov. Z večanjem števila nevronov v skritem sloju so se rezultati slabšali. Za kombinaciji 75/50 in 99/26 učnih in testnih točk velja, da so rezultati pri 10-ih in 20-ih nevronih v skritem sloju podobni, kar nas napelje, da je optimalni rezultat nekje v tej okolici. Za statistike *MSE*, *SSE* in *MAE* velja, da se pri povečanju števila nevronov v skritem sloju pri vseh kombinacijah vzorcev učnih in testnih točk število ponovitev oziroma iteracij učnega procesa zmanjšuje. To pa ne velja za statistiko *MSE**REG*, kjer je število ponovitev neodvisno od števila nevronov v skritem sloju. Problem pa se pojavi zato, ker algoritem naključno izbira začetne uteži. Ker pa je izbira vrednosti začetnih uteži eden od kriterijev kvalitete končnega rezultata, smo postopek učenja oziroma testiranja večkrat ponavljali, da bi pridobiti čim boljše vrednosti izbrane statistike oziroma končnih rezultatov.

Zadnje smo testirali radialno bazično umetno nevronska mrežo. Algoritem umetne nevronske mreže je po strukturi in učnimi parametri enostavnejši od predhodnih dveh. Edini parameter, ki smo ga med testiranjem spreminjali, je bil parameter *spread*, ki določa širino območja vhodnih podatkov, na katerega je občutljiv posamezen nevron v skritem sloju. Za vse vzorce kombinacij učnih in testnih točk (25/100, 50/75, 75/50 in 99/26) niso bile izkoriščene vse možne ponovitve oziroma iteracije, ki jih omogoča algoritem, ki pravi, da je lahko le toliko ponovitev, kot je vhodnih podatkov oziroma učnih točk. Proces učenja se je vedno končal, ko je statistika vsote kvadratov napake *SSE* dosegla mejno definirano vrednost. Med testiranjem se je izkazalo, da so tako pridobljeni rezultati boljše generalizirani. Pri večjem številu učnih točk (75 in 99) se je število ponovitev približalo mejni vrednosti ponovitev. Tudi parameter *spread* ni dosegel vrednosti 1: pri 25-ih učnih podatkih je bil 0,8, pri 50-ih je bil 0,6 ter pri 75-ih in 99-ih učnih podatkih dosegel vrednost 0,4, kar pomeni, da se je občutljivost na sosednje nevrone zmanjševala z večanjem učnih podatkov. Radialna bazična umetna nevronska mreža nam ni povzročala večjih težav, testiranje je bilo hitro končano.

Zaporedje kvalitete končnih rezultatov je bilo do neke mere pričakovano. Najslabše rezultate smo dobili z Kohonenovo protitočno umetno nevronska mrežo, ki pa je že v svoji osnovi namenjena klasifikaciji in zato manj primerna za takšne naloge. Glavna prednost te mreže je v njeni vizualni predstavitvi rezultatov. Drugi dve mreži sta namenjeni napovedovanju oziroma

aproksimaciji neznane funkcije, zato smo pričakovano dobili boljše rezultate. Levenberg-Marquardtova umetna nevronska mreža se je izkazala malo slabše kot radialna bazična umetna nevronska mreža. Prednosti Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže so v hitrem učenju in lahki razumljivosti delovanja. Pomanjkljivosti pa so v njeni nestabilnosti (problem lokalnih minimumov), kjer ob poteku učenja prihaja do velikih nihanj v natančnosti, zato je pomembno, da učenje pravočasno prekinemo. Najboljše rezultate smo dobili z radialno bazično umetno nevronske mrežo. Prednosti te umetne nevronske mreže so v njeni enostavnosti v kreiranju, ter lažji interpretaciji dogajanja v mreži, slabost pa v počasnejšem učenju oziroma večjemu številu ponovitev (iteracij).

Na rezultate aproksimacije lokalnega geoida močno vpliva število učnih točk. Kot mero za kvaliteto aproksimacije smo uporabili korelacijski koeficient. Ta je pri uporabi Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže narasel iz 0,9641, ko smo imeli 25 učnih točk, na vrednost 0,9958, ko smo imeli 99 učnih točk. Korelacijski koeficient je pri uporabi Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže bil 0,9726, ko smo imeli 25 učnih točk, 0,9873, ko smo imeli 50 učnih točk, 0,9949, ko smo imeli 75 učnih točk in 0,9964, ko smo imeli 99 učnih točk. Pri uporabi radialne bazične umetne nevronske mreže pa se je korelacijski koeficient povečal od 0,9845, 0,9936, 0,9963 do 0,9974, ko smo imeli 25, 50, 75 in 99 učnih točk.

Kljub nekaterim težavam in zahtevnem postopku učenja umetnih nevronskih mrež ocenjujemo, da bo v bodoče uporaba umetnih nevronskih mrež za aproksimacijo lokalnega geoida dobra alternativa geoidnim modelom, predvsem na slabo ocenjenih območjih geoidnega modela. Rezultate umetnih nevronskih mrež je tako možno izboljšati z uvedbo postopka kolokacije oziroma posplošene izravnave po metodi najmanjših kvadratov, ki obsega skupne probleme izravnave, filtriranja in predikcije.

Cilj diplomske naloge smo dosegli, saj smo raziskali, v kolikšni meri so različne umetne nevronske mreže, pri različni kombinaciji vzorcev učnih in testnih točk, primerne za reševanje problema aproksimacije lokalnega geoida.

VIRI

Akyilmaz, O., Ayan, T., Özlüdemir, M. T. 2003. Geoid surface approximation by using Adaptive Network based Fuzzy Inference Systems. AVN, 8-9/2003: 308-315.

Ambrožič, T. 2001. Aplikacija umetnih nevronske mrež v napovedovanju ugrezanja zaradi podzemnega rudarjenja. Doktorska disertacija, Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Naravoslovnotehniška fakulteta, Oddelek za geotehnologijo in rudarstvo: 107 str.

Ambrožič, T., Kuhar, M., Stopar, B., Turk, G. 1999. Modeliranje lokalnega geoida z umetnimi nevronske mrežami. Geodetski vestnik, 43, 2: 118-129.

Anderson, D., McNeill, G. 1992. Artificial neural networks technology. New York, Utica Griffiss AFB: 83 str.

Culverco, L. 2002. The body electric, Activity: Nervous Energy.
<http://www.hendrickspower.com/safety/body/nervous.html> (20.7.2007).

Dobnikar, A. 1990. Nevronske mreže. Teorija in aplikacije. Radovljica, Didakta: 154 str.

ESA, 2007. The GOCE (Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer).
http://www.esa.int/esaLP/SEMI9DWUP4F_LPgoce_1.html#a (20.7.2007)

Firer Bizjak, K. 1999. Uporabnost nevronske mrež v inženirski geologiji. Doktorska disertacija. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Naravoslovnotehniška fakulteta, Oddelek za geologijo: 154 str.

Surfer for Windows, Version 8 User's Guide. Golden Software Inc. 1998. Golden, Golden: 640 str.

Hafner, J. 1999. Integracija GIS-a in umetne inteligence v geologiji. Doktorska disertacija. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Naravoslovnotehniška fakulteta, Oddelek za geologijo: 162 str.

Haykin, S. 1999. Neural networks: a comprehensive foundation. 2nd. Edition. Upper Saddle River (New Jersey), Prentice Hall International: 842 str.

Hu, W., Sha, Y., Kuang, S. 2004. New Method for Transforming Global Positioning System Height into Normal Height Based on Neural Network. Journal of surveying engineering, 130, 1: 36-39.

Kohonen, T. 1996. Self-Organizing Maps. 3rd. Edition. Berlin, Springer: 487 str.

Kokol, P., Hleb Babič, Š., Podgorelec, V., Zorman, M. 2000. Inteligentni sistemi. Maribor, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko: 208 str.

Koninck, P. 2007. Dissociated culture of rat hippocampal neurons.

http://www.greenspine.ca/en/dissociated_culture.html (20.7.2007)

Kononenko, I. 1997. Strojno učenje. 1. Izdaja. Ljubljana, Fakulteta za računalništvo in informatiko: 305 str.

Kuhar, M. 1996. Raziskave ploskve geoida v Sloveniji. Doktorska disertacija. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Oddelek za geodezijo, Geodetska smer: 145 str.

Kuhar, M., Stopar, B., Turk, G., Ambrožič, T. 2001. The use of artificial neural network in geoid surface approximation. AVN, 1/2001: 22-27.

Kuhar, M. 2006. Geofizika. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Oddelek za geodezijo, Katedra za matematično in fizikalno geodezijo ter navigacijo: 117 str.

Kavzoglu, T., Saka, M., H. 2005. Modelling local GPS/levelling geoid undulations using artificial neural networks. Journal of Geodesy, 78, 9: 520-527.

Lin, C. T., Lee, C. S. G. 1996. Neural Fuzzy Systems – A Neuro-Fuzzy Synergism to Intelligent Systems. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall: str. 20-262.

Lin, L.-S. 2007. Application of a Back-Propagation Artificial Neural Network to Regional Grid-Based Geoid Model Generation Using GPS and Leveling Data. *Journal of Surveying engineering*, 133, 2: 81-89.

Matlab 5.3.0.10183, Release 11, Windows Version, MathWorks, 1997, Neural Network Toolbox, str. 46-418.

Potočnik, B. 2007. Osnove razpoznavanja vzorcev z nevronske mrežami. Maribor, Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko: 213 str.

Seager, J., Collier, P., Kirby J. 1999. Modelling Geoid Undulations with an Artificial Neural Network. *International Joint Conference on Neural Networks*, Washington, DC, 99, 5: 3332-3335.

Solheim, D. 2000. New height reference surfaces for Norway. München, Report on the Symposium of the IAG Subcommission for Europe (EUREF) held in Tromsø 22 - 24 June 2000.

Stopar, B., Ambrožič, T., Kuhar, M., Turk, G. 2001. Artificial Neural Network Collocation Method for Local Geoid Height Determination. *Gravity, Geoid and Geodynamics 2000*, Jul. 31 - Aug. 4, 2000, Banff, Alberta, Canada: 1-6.

Stopar, B., Ambrožič, T., Kuhar, M., Turk, G. 2006. GPS derived Geoid using Artificial Neural Network and Least Squares Collocation. *Survey Review*, 38, 300: 513-525.

Veronez, M. R., Thum, A. B., Côrrea de Souza, G. 2006. A new method for obtaining geoidal undulations through Artificial Neural Networks. *7 th International Symposium on Spatial Accuracy Assessment in Natural Resources and Environmental Sciences*, str. 306-316.

Vesanto, J., Himberg, J., Alhoniemi, E., Perhankangas, J. 2000. SOM Toolbox for Matlab. Helsinki, Helsinki University of Technology: 59 str.

Zaletnyik, P., Völgyesi, L., Paláncz, B. 2004. Approach of the Hungarian geoid surface with sequence of neural networks. Budapest, Hungary, Department of Geodesy and Surveying, Budapest University of Technology and Economics: 4 str.

Zupan, J. 1994. Introduction to Artificial neural network (ANN) methods: what they are and how to use them. *Acta Chimica Slovenica*, 41, 3: 327-352.

Zupan, J., Gasteiger, J. 1999. *Neural Networks in Chemistry and Drug Design*. 2nd Edition. Weinheim, Wiley-VCH Verlag: 367 str.

PRILOGE:

- Priloga A: Program Kohonenove protitočne umetne nevronske mreže,
- Priloga B: Program Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže,
- Priloga C: Program radialne bazične umetne nevronske mreže,
- Priloga D: Rezultati umetnih nevronske mreže za 100 testnih točk,
- Priloga E: Rezultati umetnih nevronske mreže za 75 testnih točk,
- Priloga F: Rezultati umetnih nevronske mreže za 50 testnih točk,
- Priloga G: Rezultati umetnih nevronske mreže za 26 testnih točk.


```

%Definiranje meril treniranja:
%
poc_rad = round(min([width length])/3); % Začetni radij sosedov (I učna
faza)
tr_len = [rough fine]'; % Dolžina treniranja
rad_ini = [poc_rad 2]'; % Začetni radij v obeh učnih fazah
rad_fin = [1 1]'; % Končni radij v obeh učnih fazah
alfa_ini = [0.10 0.01]'; % Začetna učna mera
%-----
%
% Definiranje lokalne topologije mreže:
%
if lattice == 2
    sTopol = som_topol_struct(sD, 'msize', [width length], 'lattice',
'rect');
else
    sTopol = som_topol_struct(sD, 'msize', [width length], 'lattice',
'hexa');
end
%-----
%
% Definiranje globalne topologije mreže:
%
if shape == 3
    sTopol = som_topol_struct(sTopol, 'shape', 'toroid');
elseif shape == 2
    sTopol = som_topol_struct(sTopol, 'shape', 'cyl');
else
    sTopol = som_topol_struct(sTopol, 'shape', 'sheet');
end
%-----
%
% Definiranje utežne inštalirane funkcije:
% 1 - linearne in 2 - naključne
%
if init == 2
    % naključne
    sM = som_randinit(sD, sTopol);
else
    % linearne
    sM = som_lininit(sD, sTopol);
end
%-----
%
% Definiranje sosedskih funkcij :
% 1 - gaussian; 2 - cut gaussian; 3 - ep; 4 - bubble
%
if neighf == 2
    sM = som_set(sM, 'neigh', 'cutgauss');
elseif neighf == 3
    sM = som_set(sM, 'neigh', 'ep');
elseif neighf == 4
    sM = som_set(sM, 'neigh', 'bubble');
else
    sM = som_set(sM, 'neigh', 'gaussian');
end
sM.mask = mask;
%-----

```



```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% KOHONEN SELF-ORGANIZING MAP (SOM)
% COUNTER-PROPAGATION ARTIFICIAL NEURAL NETWORK
%-----
% KOHONENOVA SAMOORGANIZAJOČA Z VNOSOM PODATKOV Z NASPROTNE SMERI
% UMETNA NEVRONSKA MREŽA
%-----
%
% DRUGI DEL PROGRAMA: namenjen pripravi podatkov, izbiri parametrov, ter
% vizualni in numerični predstavitvi podatkov.
%-----
% Uporabljena knjižnica funkcij : SOM_TOOLBOX_2:
% som_cplane, som_data_struct, som_denormalize, som_label,
% som_modify_dataset, som_norm_variable, som_normalize, som_read_data,
% som_recolorbar, som_show, som_unit_coords, som_unit_dists,
% som_vis_coords, vis_footnote, vis_patch, vis_PlaneAxisProperties,
% vis_planeGetArgs, vis_som_show_data, vis_valuetype;
%
% Avtorji: Juha Vesanto, Johan Himberg, Esa Alhoniemi, Juha Parhankangas
% Helsinki University of Technology
% http://www.cis.hut.fi/projects/somtoolbox/
%-----
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
clc
clear all
% zapri vse
echo on
%-----
%
% Branje podatko0v iz datoteke:
%
% sDall = som_read_data('testne100_ucne25_som.dat');
% sDall = som_read_data('testne75_ucne50_som.dat');
% sDall = som_read_data('testne50_ucne75_som.dat');
sDall = som_read_data('testne26_ucne99_som.dat');
%-----
%
% Normiranje podatkov
%
sDall = som_normalize(sDall,'var');
echo off
disp(' Pritisni katerokoli tipko')
echo on
%-----
clc
%-----
%
% Odstranitev 4 IN 5 stolpca
%
sDall = som_modify_dataset(sDall, 'removecomp', [4 5]);
%-----
```

```

% PRIPRAVA PODATKOV ZA:
%
% Učni niz
%
% sD = som_modify_dataset(sDall, 'extractsamp',[101:125]);
% sD = som_modify_dataset(sDall, 'extractsamp',[76:125]);
% sD = som_modify_dataset(sDall, 'extractsamp',[51:125]);
sD = som_modify_dataset(sDall, 'extractsamp',[27:125]);
%-----
%
% Testirani niz
%
% sDtest = som_modify_dataset(sDall, 'removesamp',[101:125]);
% sDtest = som_modify_dataset(sDall, 'removesamp',[76:125]);
% sDtest = som_modify_dataset(sDall, 'removesamp',[51:125]);
sDtest = som_modify_dataset(sDall, 'removesamp',[27:125]);
%-----
%
echo off
disp(' Pritisni katerokoli tipko')
echo on
pause
%-----
%
% PRIPRAVA NEODVISNIH IN ODVISNIH PODATKOV
%
% Izbira odvisnih (0) in neodvisnih (1) podatkov.
%
mask = [1; % x - vhodni podatki
        1; % y - vhodni podatki
        0]; % z - izhodni podatki
%-----
%
echo off
disp(' Pritisni katerokoli tipko')
echo on
pause
clc
%-----
%
% Velikost mreže
%
width = 30;
length = 30;
%-----
%
% Dolžina treniranje
%
rough = 47;
fine = 24;
%-----
%
% Izbira različnih parametrov nevronske mreže
%
init = 1; % utežne inštalacijske funkcije (1 - linearne; 2 - naključne)
lattice = 1; % sosedstvo (1 - šest-koten; 2 - štiri-koten)
shape = 1; % oblika mreže (1 - ploskev; 2 - cilinder; 3 - toroid)
neighf = 1; % sosedske funkcije (1 - gaussian; 2 - cut gaussian);

```


Priloga B: Program Levenberg-Marquardtove umetne nevronske mreže

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% FEED-FORWARD BACK-PROPAGATION OF ERRORS ARTIFICIAL NEURAL NETWORK
%-----
% NAPREJ USMERJENA Z VZVRATNIM RAZŠIRJANJEM NAPAKE UMETNA NEVRONSKA MREŽA
%-----
%
% ALGORITE TRENIRANJA: Levenberg-Marquardt
%-----
% I DEL PROGRAMA: namenjen pripravi podatkov, definiranju parametrov,
% treniranju, simuliranju in kontroliranju rezultatov;
%-----
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
function [a, tts, bnt] = ff_igord(hdd)
%
hidennode = hdd; % hidennode - skriti nevron
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% Branje podatkov iz datoteke
%
data = load('testne100_ucne25.dat');
% data = load('testne75_ucne50.dat');
% data = load('testne50_ucne75.dat');
% data = load('testne26_ucne99.dat');
%-----
%
% Razporeditev prebranih podatkov
%
p = data(1:2,:); % vhodni podatki (geografska širina in dolžina)
tn = data(3,:); % izhodni podatki (geoidna višina)
%-----
%
% Dimenzija izbranih podatkov
%
[inputnode,number_p] = size(p);
[outputnode,number_tn] = size(tn);
%-----
%
% Normiranje podatkov
%
pn = mapstd(p);
[tn,ts] = mapstd(tn);
%-----
%
% Testirani niz podatkov (uporabljeno za testiranje)
%
iitst = [1:100];
% iitst = [1:75];
% iitst = [1:50];
% iitst = [1:26];
%-----
%

```

```
% Verifikacijski niz podatkov (uporabljeno v izogib pretreniranju)
%
iival = [2:2:25]+100;
% iival = [2:2:50]+75;
% iival = [2:2:75]+50;
% iival = [2:2:99]+26;
%-----
%
% Trenirani niz podatkov (uporabljeno za testiranje)
iitr = [1:2:25]+100;
% iitr = [1:2:50]+75;
% iitr = [1:2:75]+50;
% iitr = [1:2:99]+26;
%-----
%
% Priprava normiranih verifikacijskih, testnih in učnih podatkov
%
v.P = pn(:,iival);
v.T = tn(:,iival);
t.P = pn(:,iitst);
t.V = tn(:,iitst);
tts = tn(:,iitst);
ptr = pn(:,iitr);
ttr = tn(:,iitr);
%-----
%
% Ustvarjanje "Feed-Forward" umetne nevronske mreže
%
net = newff(minmax(pn),[hidennode outputnode],...
    {'tansig' 'purelin'},'trainlm');
%-----
%
% Funkcije meril natančnosti in zanesljivosti ocene
%
% net.performFcn = 'mse';           % Srednji kvadrat napake
net.performFcn = 'sse';           % Vsota kvadrata napake
% net.performFcn = 'mae';           % Srednja absolutna napaka
% net.performFcn = 'msereg';        % Srednji kvadrat napake z regulacijo
% net.performParam.ratio = 0.5;    % Zmogljivostno razmerje za msereg
%-----
%
% Parametri pri treniranju
%
net.trainParam.epochs = 100;      % Maksimalno število iteracij
net.trainParam.show = 1;          % Prikaz razvoja med iteracijami
net.trainParam.goal = 1.0e-3;     % Minimalna vrednost statistike
net.trainParam.min_grad = 1.0e-10; % Minimalna vrednost gradienta
net.trainParam.max_fail = 10;     % Maksimalna napaka verifikacije
net.trainParam.mem_reduc = 1;     % Zmanjšanje spominskega faktorja
net.trainParam.time = inf;        % Maksimalni čas treniranja v sekundah
net.trainParam.mu = 1.0e-10;     % Začetna konstanta sigma
net.trainParam.mu_dec = 0.1;     % Manjšanje konstante sigma
net.trainParam.mu_inc = 10;      % Večanje konstante sigma
net.trainParam.mu_max = 1.0e10;  % Maksimalna vrednost konstante sigma
%-----
```


Priloga C: Program radialne bazične umetne nevronske mreže

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% RADIAL BASIC ARTIFICIAL NEURAL NETWORK (RBF)
%-----
% RADIALNE BAZIČNE UMETNE NEVRONSKE MREŽE
%-----
%
% ALGORITME TRENIRANJA: RADIALNE BAZIČNE FUNKCIJE
%-----
% VSEBINA PROGRAMA: namenjen pripravi podatkov, definiranju parametrov,
% treniranju, simuliranju, kontroliranju rezultatov ter vizualnim in
% numeričnim prikazom rezultatov;
%-----
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% Branje podatkov iz datoteke
%
% data = load('testne100_ucne25.dat');
% data = load('testne75_ucne50.dat');
% data = load('testne50_ucne75.dat');
% data = load('testne26_ucne99.dat');
%-----
%
% Razporeditev prebranih podatkov
%
p = data(1:2,:); % vhodni podatki (geografska širina in dolžina)
tn = data(3,:); % izhodni podatki (geoidna višina)
%-----
%
% Normiranje podatkov
%
pn = mapstd(p);
[tn,ts] = mapstd(tn);
%-----
%
% Testirani niz podatkov (uporabljen za testiranje)
%
% iitst = [1:100];
% iitst = [1:75];
% iitst = [1:50];
% iitst = [1:26];
%-----
%
% Trenirani niz podatkov (uporabljen za testiranje)
%
% iitr = [1:25]+100;
% iitr = [1:50]+75;
% iitr = [1:75]+50;
% iitr = [1:99]+26;
%-----
%
% Priprava normiranih testnih in učnih podatkov
%
tts = tn(:,iitst);

```


Priloga D: Rezultati umetnih nevronskih mrež za 100 testnih točk

št. točke	φ [°]	λ [°]	N [m]	ΔN [m] K_CP	N [m] K_CP	ΔN [m] LM_BP	N [m] LM_BP	ΔN [m] RBF	N [m] RBF
2	49,648	9,808	48,200	-0,143	48,057	-0,023	48,177	-0,112	48,088
3	49,527	8,629	47,496	-0,450	47,046	-0,169	47,327	-0,186	47,310
4	49,550	9,251	48,414	-0,055	48,359	0,222	48,636	0,002	48,416
5	49,552	9,528	48,459	0,122	48,581	0,250	48,709	0,009	48,468
6	49,522	9,791	48,334	-0,033	48,302	0,113	48,447	-0,137	48,198
8	49,463	9,049	48,369	0,007	48,376	0,190	48,559	0,001	48,370
10	49,480	9,976	48,329	-0,032	48,297	0,095	48,424	-0,082	48,248
11	49,355	8,542	47,394	-0,406	46,988	-0,438	46,956	-0,095	47,300
12	49,304	8,978	48,358	0,111	48,469	0,122	48,480	0,027	48,385
13	49,371	9,444	48,505	0,052	48,557	0,287	48,792	-0,021	48,484
14	49,343	9,696	48,491	0,077	48,568	0,272	48,763	-0,078	48,413
16	49,250	8,678	47,963	-0,012	47,951	-0,206	47,757	-0,003	47,960
17	49,213	8,880	48,363	0,103	48,466	0,085	48,448	0,079	48,442
18	49,245	9,220	48,439	-0,007	48,432	0,196	48,635	0,017	48,456
19	49,224	9,452	48,485	0,041	48,526	0,257	48,742	0,004	48,489
20	49,209	9,762	48,488	0,146	48,634	0,265	48,753	-0,038	48,450
21	49,258	9,923	48,443	0,169	48,612	0,216	48,659	-0,032	48,411
22	49,219	10,069	48,233	0,053	48,286	-0,003	48,230	-0,082	48,151
24	49,101	9,968	48,173	0,034	48,207	-0,057	48,117	-0,170	48,003
25	49,088	8,563	48,089	-0,070	48,019	-0,224	47,865	-0,086	48,003
27	49,086	9,742	48,318	0,070	48,388	0,089	48,407	-0,136	48,182
28	49,002	10,032	48,030	-0,013	48,017	-0,198	47,832	-0,165	47,865
29	48,900	8,298	48,187	-0,241	47,946	-0,149	48,038	-0,172	48,015
30	48,997	8,486	48,256	0,109	48,365	-0,140	48,116	-0,126	48,130
31	48,933	8,708	48,623	0,082	48,705	0,103	48,726	-0,037	48,586
33	48,938	9,159	48,255	-0,176	48,079	-0,068	48,187	0,005	48,260
34	48,933	9,432	48,208	-0,083	48,125	-0,059	48,149	-0,077	48,131
35	48,931	9,635	48,251	0,004	48,255	0,005	48,256	-0,105	48,146
37	48,837	9,425	48,142	-0,090	48,052	-0,146	47,997	-0,120	48,022
38	48,878	9,839	48,066	-0,033	48,033	-0,168	47,899	-0,212	47,854
39	48,806	10,274	47,856	-0,070	47,786	-0,257	47,599	0,157	48,013

41	48,753	8,259	48,636	0,120	48,756	0,059	48,695	-0,088	48,549
43	48,721	8,638	49,003	0,178	49,181	0,232	49,235	0,001	49,004
44	48,750	8,792	48,751	0,023	48,774	0,126	48,877	0,016	48,767
45	48,787	9,084	48,352	-0,074	48,278	-0,057	48,296	0,059	48,411
47	48,764	9,664	48,067	-0,071	47,996	-0,193	47,874	-0,227	47,840
48	48,709	9,898	48,135	0,127	48,262	-0,058	48,077	0,051	48,186
49	48,791	10,088	48,015	0,149	48,164	-0,156	47,859	0,085	48,100
50	48,796	10,047	48,035	0,074	48,109	-0,150	47,885	0,046	48,081
51	48,657	7,925	48,177	-0,179	47,998	0,030	48,207	0,268	48,445
52	48,614	8,491	49,309	0,427	49,736	0,319	49,628	0,116	49,425
53	48,635	9,071	48,460	-0,049	48,411	-0,039	48,421	0,039	48,499
54	48,661	9,301	48,172	-0,181	47,991	-0,202	47,970	-0,144	48,028
55	48,684	9,552	48,121	-0,050	48,071	-0,171	47,950	-0,182	47,939
57	48,609	10,047	47,899	0,193	48,092	-0,098	47,802	0,152	48,051
58	48,596	8,218	49,224	0,475	49,699	0,373	49,597	0,289	49,513
60	48,510	9,517	48,506	0,318	48,824	0,206	48,712	0,187	48,693
61	48,446	7,894	48,567	-0,161	48,406	0,043	48,610	0,076	48,643
62	48,499	8,033	48,768	0,234	49,002	0,062	48,830	0,084	48,852
63	48,480	8,277	49,522	0,569	50,091	0,348	49,870	0,300	49,822
64	48,482	8,506	49,361	0,306	49,667	0,186	49,547	0,101	49,462
65	48,424	8,805	48,928	-0,061	48,867	0,005	48,933	-0,052	48,876
66	48,475	9,051	48,592	-0,181	48,411	-0,027	48,565	-0,082	48,510
67	48,486	9,327	48,561	0,096	48,657	0,145	48,706	0,077	48,638
68	48,476	9,734	48,153	0,170	48,323	0,058	48,211	0,154	48,307
69	48,471	9,947	47,772	0,050	47,822	-0,042	47,730	0,125	47,897
71	48,380	8,128	49,279	0,112	49,391	0,085	49,364	0,035	49,314
72	48,308	8,535	49,457	0,131	49,588	0,069	49,526	0,067	49,524
73	48,307	8,770	49,126	-0,016	49,110	0,044	49,170	-0,015	49,111
75	48,354	9,212	48,770	0,242	49,012	0,258	49,028	0,086	48,856
76	48,370	9,443	48,421	0,247	48,668	0,146	48,567	0,064	48,485
77	48,336	9,591	48,104	0,123	48,227	0,082	48,186	0,074	48,178
78	48,368	9,802	47,777	-0,086	47,691	0,019	47,796	0,101	47,878
79	48,224	7,785	48,960	-0,110	48,850	0,168	49,128	-0,217	48,743
82	48,273	9,952	47,243	0,002	47,245	0,074	47,317	0,014	47,257
83	48,110	7,603	48,922	-0,372	48,550	0,267	49,189	-0,177	48,745

84	48,181	8,031	49,586	0,172	49,758	0,127	49,713	-0,229	49,357
85	48,184	8,545	49,452	0,126	49,578	-0,050	49,402	-0,012	49,440
86	48,136	8,918	49,130	0,451	49,581	0,276	49,406	0,172	49,302
87	48,165	9,128	48,696	0,156	48,852	0,224	48,920	-0,002	48,694
88	48,158	9,553	47,643	-0,093	47,550	0,073	47,716	-0,064	47,579
89	48,186	9,790	47,290	-0,165	47,125	0,091	47,381	0,002	47,292
91	48,027	7,798	49,269	-0,217	49,053	0,029	49,298	-0,644	48,625
92	48,098	8,268	49,957	0,301	50,258	0,176	50,133	0,016	49,973
93	48,027	8,558	49,388	0,170	49,558	-0,119	49,269	0,049	49,437
94	48,027	8,802	49,049	0,259	49,308	0,076	49,125	0,156	49,205
95	48,020	9,093	48,346	0,244	48,590	0,163	48,509	-0,021	48,325
96	48,042	9,340	47,752	-0,166	47,586	0,111	47,863	-0,116	47,636
97	48,050	9,598	47,288	-0,183	47,105	0,123	47,411	-0,014	47,275
98	48,013	9,907	46,999	-0,075	46,924	0,225	47,224	0,084	47,083
99	47,941	7,618	49,037	-0,489	48,548	0,084	49,121	-0,475	48,562
100	47,952	8,241	50,032	0,408	50,440	0,183	50,215	0,045	50,077
101	47,914	8,399	49,527	0,264	49,791	-0,138	49,389	0,025	49,552
103	47,818	7,837	49,962	0,365	50,327	0,333	50,295	-0,075	49,887
105	47,824	8,668	48,589	0,146	48,735	-0,205	48,384	0,150	48,739
107	47,859	9,177	47,542	-0,021	47,521	0,080	47,622	0,014	47,556
108	47,846	9,362	47,213	-0,196	47,017	0,092	47,305	0,107	47,320
109	47,892	9,752	46,933	-0,154	46,779	0,115	47,048	0,091	47,024
110	47,875	9,973	46,986	-0,087	46,899	0,253	47,239	0,040	47,026
112	47,735	8,158	49,604	0,457	50,061	-0,046	49,558	0,030	49,634
113	47,789	8,478	48,886	0,226	49,112	-0,320	48,566	0,061	48,947
114	47,766	8,811	47,922	-0,260	47,663	-0,227	47,695	0,053	47,975
115	47,715	9,089	47,147	-0,468	46,679	-0,217	46,931	-0,005	47,143
116	47,764	9,527	46,786	-0,185	46,601	-0,119	46,667	0,066	46,852
117	47,761	9,762	46,867	-0,091	46,776	0,064	46,931	0,077	46,944
119	47,626	7,809	49,368	-0,049	49,319	-0,182	49,186	-0,010	49,358
120	47,661	7,963	49,586	0,156	49,742	-0,047	49,540	0,033	49,619
122	47,668	9,350	46,695	-0,504	46,191	-0,307	46,388	0,020	46,715
124	47,628	9,749	46,797	-0,062	46,736	-0,026	46,771	-0,016	46,781
125	47,561	8,082	48,779	-0,368	48,411	-0,414	48,365	-0,136	48,643

Priloga E: Rezultati umetnih nevronskih mrež za 75 testnih točk

št. točke	φ [°]	λ [°]	N [m]	ΔN [m] K_CP	N [m] K_CP	ΔN [m] LM_BP	N [m] LM_BP	ΔN [m] RBF	N [m] RBF
5	49,552	9,528	48,459	0,126	48,585	0,080	48,539	0,074	48,533
6	49,522	9,791	48,334	0,065	48,399	-0,073	48,261	0,014	48,348
7	49,421	8,748	47,916	0,084	48,000	0,145	48,061	0,122	48,038
8	49,463	9,049	48,369	-0,020	48,349	0,209	48,578	0,088	48,457
9	49,402	9,245	48,490	0,037	48,527	0,168	48,658	-0,014	48,476
11	49,355	8,542	47,394	-0,298	47,096	-0,239	47,155	-0,124	47,270
15	49,369	9,907	48,466	0,116	48,582	0,125	48,591	0,108	48,574
17	49,213	8,880	48,363	0,050	48,413	-0,022	48,341	0,014	48,377
18	49,245	9,220	48,439	0,042	48,481	0,063	48,502	-0,101	48,338
19	49,224	9,452	48,485	0,026	48,511	0,102	48,587	-0,069	48,416
20	49,209	9,762	48,488	0,088	48,576	0,206	48,694	0,029	48,517
21	49,258	9,923	48,443	0,203	48,646	0,192	48,635	0,105	48,548
22	49,219	10,069	48,233	-0,007	48,226	0,063	48,296	0,060	48,293
25	49,088	8,563	48,089	-0,083	48,006	-0,127	47,963	0,006	48,095
27	49,086	9,742	48,318	0,047	48,365	0,114	48,432	-0,062	48,257
28	49,002	10,032	48,030	0,005	48,035	-0,085	47,945	-0,007	48,023
29	48,900	8,298	48,187	-0,028	48,159	-0,039	48,149	0,018	48,205
30	48,997	8,486	48,256	0,084	48,340	-0,095	48,161	0,043	48,299
31	48,933	8,708	48,623	-0,032	48,591	-0,106	48,517	0,017	48,640
34	48,933	9,432	48,208	-0,071	48,137	-0,028	48,180	-0,008	48,200
37	48,837	9,425	48,142	-0,028	48,114	-0,074	48,068	0,003	48,145
38	48,878	9,839	48,066	-0,050	48,016	-0,071	47,995	-0,068	47,998
39	48,806	10,274	47,856	-0,086	47,770	-0,027	47,829	-0,044	47,812
41	48,753	8,259	48,636	0,219	48,855	0,161	48,797	-0,056	48,580
43	48,721	8,638	49,003	0,005	49,008	-0,085	48,918	-0,012	48,992
44	48,750	8,792	48,751	0,056	48,807	0,028	48,779	0,032	48,783
45	48,787	9,084	48,352	0,067	48,419	0,007	48,359	0,069	48,421
48	48,709	9,898	48,135	0,068	48,203	0,050	48,185	0,066	48,201
49	48,791	10,088	48,015	0,002	48,017	-0,004	48,012	0,059	48,074
51	48,657	7,925	48,177	0,044	48,221	0,017	48,194	0,055	48,232
54	48,661	9,301	48,172	-0,027	48,145	-0,122	48,050	-0,087	48,085

55	48,684	9,552	48,121	-0,204	47,917	-0,104	48,018	-0,082	48,039
57	48,609	10,047	47,899	-0,002	47,897	0,087	47,986	-0,042	47,858
58	48,596	8,218	49,224	-0,127	49,097	0,399	49,623	0,071	49,295
62	48,499	8,033	48,768	-0,111	48,657	0,114	48,882	-0,082	48,686
64	48,482	8,506	49,361	0,092	49,453	-0,098	49,263	-0,056	49,305
65	48,424	8,805	48,928	-0,071	48,857	-0,024	48,904	-0,040	48,888
67	48,486	9,327	48,561	-0,087	48,474	0,130	48,691	0,013	48,574
68	48,476	9,734	48,153	0,180	48,333	0,081	48,234	0,003	48,156
70	48,348	7,855	48,800	0,017	48,817	0,154	48,954	0,115	48,915
71	48,380	8,128	49,279	-0,004	49,275	0,065	49,344	-0,067	49,212
73	48,307	8,770	49,126	0,109	49,235	0,050	49,176	-0,064	49,062
74	48,301	8,996	48,982	0,126	49,108	0,038	49,020	-0,043	48,939
76	48,370	9,443	48,421	-0,005	48,416	0,051	48,472	-0,055	48,366
78	48,368	9,802	47,777	0,157	47,934	0,021	47,798	-0,016	47,761
79	48,224	7,785	48,960	-0,069	48,891	0,083	49,043	0,081	49,041
81	48,210	9,401	48,122	-0,084	48,038	-0,021	48,101	-0,054	48,068
82	48,273	9,952	47,243	-0,091	47,152	0,010	47,253	0,027	47,270
85	48,184	8,545	49,452	0,064	49,516	-0,069	49,383	-0,042	49,410
87	48,165	9,128	48,696	0,047	48,743	0,005	48,701	-0,011	48,685
88	48,158	9,553	47,643	0,034	47,677	-0,003	47,640	-0,049	47,594
91	48,027	7,798	49,269	-0,070	49,199	-0,226	49,043	-0,381	48,888
92	48,098	8,268	49,957	0,197	50,154	-0,080	49,878	0,067	50,024
93	48,027	8,558	49,388	-0,229	49,159	-0,051	49,337	-0,001	49,387
94	48,027	8,802	49,049	-0,026	49,023	-0,028	49,021	0,002	49,051
95	48,020	9,093	48,346	0,122	48,468	-0,162	48,184	-0,033	48,313
97	48,050	9,598	47,288	0,055	47,343	0,007	47,295	-0,007	47,281
98	48,013	9,907	46,999	-0,072	46,927	0,050	47,049	0,147	47,146
99	47,941	7,618	49,037	-0,149	48,888	-0,187	48,850	-0,357	48,680
101	47,914	8,399	49,527	0,323	49,850	-0,197	49,330	-0,029	49,499
103	47,818	7,837	49,962	0,337	50,299	0,109	50,071	-0,036	49,926
105	47,824	8,668	48,589	0,194	48,783	0,134	48,723	0,114	48,703
106	47,885	8,947	48,153	0,269	48,422	-0,192	47,962	-0,031	48,122
108	47,846	9,362	47,213	-0,161	47,052	-0,006	47,207	0,077	47,290
109	47,892	9,752	46,933	-0,097	46,836	0,024	46,957	0,011	46,944
110	47,875	9,973	46,986	-0,065	46,921	0,162	47,148	0,015	47,001

112	47,735	8,158	49,604	0,054	49,658	-0,048	49,557	-0,027	49,577
115	47,715	9,089	47,147	-0,494	46,653	-0,196	46,951	-0,129	47,018
116	47,764	9,527	46,786	-0,061	46,725	-0,043	46,743	-0,007	46,779
117	47,761	9,762	46,867	-0,044	46,823	0,165	47,032	0,034	46,901
119	47,626	7,809	49,368	0,020	49,388	-0,152	49,216	0,141	49,509
120	47,661	7,963	49,586	0,119	49,705	0,004	49,590	0,134	49,720
121	47,648	8,386	48,482	-0,406	48,076	0,146	48,628	-0,124	48,358
122	47,668	9,350	46,695	-0,202	46,494	-0,188	46,507	-0,062	46,633
124	47,628	9,749	46,797	-0,052	46,745	0,334	47,131	0,078	46,875

Priloga F: Rezultati umetnih nevronske mrež za 50 testnih točk

št. točke	φ [°]	λ [°]	N [m]	ΔN [m] K_CP	N [m] K_CP	ΔN [m] LM_BP	N [m] LM_BP	ΔN [m] RBF	N [m] RBF
7	49,421	8,748	47,916	-0,021	47,895	0,040	47,956	0,086	48,002
9	49,402	9,245	48,490	0,089	48,579	-0,077	48,413	-0,021	48,469
12	49,304	8,978	48,358	-0,003	48,356	0,168	48,526	-0,029	48,329
13	49,371	9,444	48,505	0,040	48,545	-0,126	48,379	-0,014	48,491
15	49,369	9,907	48,466	0,069	48,535	-0,020	48,446	-0,007	48,459
20	49,209	9,762	48,488	0,086	48,574	0,024	48,512	0,048	48,536
22	49,219	10,069	48,233	-0,074	48,159	0,027	48,260	-0,009	48,224
24	49,101	9,968	48,173	0,013	48,186	0,017	48,190	0,000	48,173
25	49,088	8,563	48,089	-0,025	48,064	-0,033	48,056	-0,080	48,009
34	48,933	9,432	48,208	-0,088	48,120	-0,104	48,104	-0,115	48,093
39	48,806	10,274	47,856	-0,102	47,754	-0,172	47,684	-0,025	47,831
40	48,762	8,064	48,095	-0,138	47,957	-0,114	47,981	-0,212	47,883
41	48,753	8,259	48,636	0,099	48,735	-0,095	48,541	-0,137	48,499
42	48,795	8,488	48,941	0,089	49,030	0,004	48,945	0,145	49,086
43	48,721	8,638	49,003	-0,075	48,928	0,070	49,073	0,086	49,089
44	48,750	8,792	48,751	-0,083	48,668	0,076	48,827	0,013	48,764
45	48,787	9,084	48,352	0,029	48,381	-0,036	48,316	0,028	48,380
46	48,770	9,295	48,137	-0,036	48,102	-0,071	48,066	0,034	48,171
47	48,764	9,664	48,067	-0,080	47,987	-0,009	48,058	0,015	48,082
48	48,709	9,898	48,135	0,073	48,208	0,036	48,171	0,080	48,215
50	48,796	10,047	48,035	0,031	48,066	-0,010	48,025	0,005	48,040
57	48,609	10,047	47,899	0,024	47,923	-0,040	47,859	0,005	47,904
61	48,446	7,894	48,567	-0,229	48,338	0,088	48,655	0,030	48,597
63	48,480	8,277	49,522	0,089	49,611	0,084	49,606	0,061	49,583
64	48,482	8,506	49,361	0,032	49,393	-0,039	49,322	-0,074	49,287
65	48,424	8,805	48,928	-0,144	48,784	-0,064	48,865	0,015	48,943
66	48,475	9,051	48,592	-0,014	48,578	-0,061	48,531	-0,082	48,510
68	48,476	9,734	48,153	0,011	48,164	0,093	48,246	-0,064	48,089
71	48,380	8,128	49,279	-0,013	49,266	-0,055	49,224	0,017	49,296
76	48,370	9,443	48,421	-0,039	48,383	0,013	48,434	-0,052	48,369
78	48,368	9,802	47,777	0,066	47,843	0,102	47,879	-0,013	47,764

79	48,224	7,785	48,960	0,018	48,978	0,263	49,223	-0,042	48,918
82	48,273	9,952	47,243	-0,076	47,167	0,055	47,298	-0,016	47,227
85	48,184	8,545	49,452	0,006	49,458	-0,126	49,326	-0,029	49,423
87	48,165	9,128	48,696	0,279	48,975	-0,003	48,693	-0,069	48,627
88	48,158	9,553	47,643	0,036	47,679	-0,071	47,572	0,051	47,694
92	48,098	8,268	49,957	0,325	50,282	-0,017	49,940	0,118	50,075
94	48,027	8,802	49,049	-0,088	48,961	-0,028	49,022	0,002	49,051
96	48,042	9,340	47,752	0,041	47,793	-0,043	47,709	-0,061	47,691
98	48,013	9,907	46,999	0,006	47,005	-0,118	46,881	0,056	47,055
99	47,941	7,618	49,037	-0,120	48,918	-0,071	48,966	-0,077	48,960
100	47,952	8,241	50,032	0,249	50,281	0,028	50,060	0,052	50,084
102	47,909	9,555	47,055	-0,076	46,979	-0,059	46,996	-0,059	46,996
106	47,885	8,947	48,153	-0,115	48,038	-0,064	48,089	0,118	48,271
107	47,859	9,177	47,542	-0,173	47,369	-0,021	47,521	0,076	47,618
113	47,789	8,478	48,886	-0,172	48,714	0,009	48,895	-0,030	48,856
116	47,764	9,527	46,786	-0,006	46,780	0,023	46,809	-0,016	46,770
120	47,661	7,963	49,586	0,152	49,738	-0,035	49,551	-0,003	49,583
122	47,668	9,350	46,695	-0,118	46,577	-0,067	46,628	-0,059	46,637
124	47,628	9,749	46,797	0,062	46,859	-0,018	46,779	-0,027	46,770

Priloga G: Rezultati umetnih nevronskih mrež za 26 testnih točk

št. točke	φ [°]	λ [°]	N [m]	ΔN [m] K_CP	N [m] K_CP	ΔN [m] LM_BP	N [m] LM_BP	ΔN [m] RBF	N [m] RBF
6	49,522	9,791	48,334	0,041	48,375	0,068	48,402	-0,055	48,279
9	49,402	9,245	48,490	0,055	48,545	-0,073	48,417	-0,029	48,461
12	49,304	8,978	48,358	-0,018	48,340	-0,022	48,336	-0,060	48,298
16	49,250	8,678	47,963	-0,050	47,913	0,044	48,007	0,044	48,007
19	49,224	9,452	48,485	0,011	48,496	0,030	48,515	-0,042	48,443
21	49,258	9,923	48,443	0,128	48,571	0,068	48,511	-0,019	48,424
28	49,002	10,032	48,030	-0,001	48,029	-0,129	47,901	0,061	48,091
30	48,997	8,486	48,256	0,068	48,324	-0,049	48,207	-0,041	48,215
34	48,933	9,432	48,208	-0,053	48,155	0,036	48,244	-0,101	48,107
41	48,753	8,259	48,636	0,087	48,723	-0,034	48,602	-0,051	48,585
43	48,721	8,638	49,003	-0,018	48,986	-0,010	48,993	0,031	49,034
45	48,787	9,084	48,352	0,048	48,400	0,057	48,409	-0,021	48,331
47	48,764	9,664	48,067	-0,079	47,988	-0,024	48,043	-0,030	48,038
62	48,499	8,033	48,768	0,001	48,769	0,019	48,787	-0,060	48,708
64	48,482	8,506	49,361	0,099	49,460	-0,010	49,351	-0,059	49,302
66	48,475	9,051	48,592	-0,069	48,523	0,015	48,607	-0,126	48,466
78	48,368	9,802	47,777	0,006	47,783	0,032	47,809	0,009	47,786
84	48,181	8,031	49,586	0,059	49,645	-0,085	49,501	0,125	49,711
85	48,184	8,545	49,452	0,036	49,488	-0,103	49,349	-0,052	49,400
96	48,042	9,340	47,752	0,020	47,772	-0,063	47,689	-0,031	47,721
98	48,013	9,907	46,999	0,032	47,031	0,105	47,104	0,056	47,055
100	47,952	8,241	50,032	0,135	50,167	-0,026	50,006	-0,039	49,993
103	47,818	7,837	49,962	0,252	50,214	-0,055	49,907	0,040	50,002
106	47,885	8,947	48,153	0,053	48,206	-0,004	48,150	0,069	48,222
113	47,789	8,478	48,886	0,216	49,102	0,032	48,918	-0,001	48,885
116	47,764	9,527	46,786	-0,112	46,674	-0,185	46,601	-0,002	46,784