

Univerza  
v Ljubljani  
Fakulteta  
*za gradbeništvo  
in geodezijo*

*Janova 2  
1000 Ljubljana, Slovenija  
telefon (01) 47 68 500  
faks (01) 42 50 681  
fgg@fgg.uni-lj.si*



Podiplomski program Geodezija

Kandidat:

**Uroš Ranfl**

**Uporaba Kalmanovega filtra pri povezavi  
različnih senzorjev za določanje položaja v  
cestnem mobilnem kartirnem sistemu**

**Magistrska naloga št. 48**

**Mentor:**  
prof. dr. Bojan Stopar

Ljubljana, 5. 3. 2009

Univerza  
v Ljubljani  
Fakulteta  
*za gradbeništvo  
in geodezijo*



**UROŠ RANFL**

**UPORABA KALMANOVEGA FILTRA PRI POVEZAVI  
RAZLIČNIH SENZORJEV ZA DOLOČANJE  
POLOŽAJA V CESTNEM MOBILNEM KARTIRNEM  
SISTEMU**

MAGISTRSKA NALOGA

PODIPLOMSKI ŠTUDIJ GEODEZIJE

LJUBLJANA, 2009



Kandidat:

**UROŠ RANFL, univ.dipl.inž.geod.**

**Uporaba Kalmanovega filtra pri povezavi različnih  
senzorjev za določanje položaja v cestnem mobilnem  
kartirnem sistemu**

Magistrsko delo št.: **48**

**Application of Kalman filter in multi-sensor position  
determination for road mobile mapping system**

Master of Science Thesis No.: **48**

**Komisija za zagovor:**

**Mentor:**  
izr.prof.dr. Bojan Stopar

**Predsednik komisije:**  
izr.prof. dr. Bojan Stopar

**Član:**  
doc.dr. Tomaž Ambrožič

**Član:**  
doc.dr. Miran Kuhar

Datum zagovora: \_\_\_\_\_ 2009

## **STRAN ZA POPRAVKE, ERRATA**

**Stran z napako**

**Vrstica z napako**

**Namesto**

**Naj bo**

## **IZJAVA O AVTORSTVU**

Podpisani **UROŠ RANFL** izjavljam, da sem avtor magistrske naloge z naslovom:  
**„UPORABA KALMANOVEGA FILTRA PRI POVEZAVI RAZLIČNIH SENZORJEV  
ZA DOLOČANJE POLOŽAJA V CESTNEM MOBILNEM KARTIRNEM  
SISTEMU“**.

Ljubljana, 18. 2. 2009

Uroš Ranfl

**UDK:** 528.51:528.8+625.7:(043.3)

**Avtor:** Uroš Ranfl

**Mentor:** izr. prof. dr. Bojan Stopar

**Naslov:** Uporaba Kalmanovega filtra pri povezavi različnih senzorjev za določanje položaja v cestnem mobilnem kartirnem sistemu

**Obseg in oprema:** 123 str., 10 pregl., 45 sl., 84 en.

**Ključne besede:** mobilni kartirni sistem, GPS, INS, integrirana navigacija, Kalmanov filter

#### **Izvleček**

Tehnologija mobilnih kartirnih sistemov je namenjena pridobivanju metričnih in geolociranih podatkov o prostoru. Za zagotovitev geolokacije prostorskih podatkov moramo uporabiti merske tehnike, ki omogočajo določevanje koordinat med premikanjem in so čimbolj neodvisne od zunanjih vplivov. V praksi se kot za zelo primerne izkažejo integrirani sistemi, ki združujejo kinematično GPS-izmero in inercialno navigacijo. S sistemom GPS lahko zagotavljamo natančne koordinate za večino primerov. GPS-meritve so lahko zelo obremenjene z zunanjimi vplivi in zato v določenih okoliščinah s sistemom ne moremo določiti koordinat z ustrezno natančnostjo. V takih premerih uporabimo komplementaren inercialni sistem, ki je neodvisen od zunanjih dejavnikov. Natančnost določevanja koordinat z inercialnimi sistemi s časom zelo hitro pada, zato lahko s takim sistemom premoščamo le kratkotrajne vrzeli v GPS-meritvah.

Natančnost GPS-meritev in neodvisnost inercialnih meritev od zunanjih vplivov lahko uspešno uporabimo za neprekinjeno določevanje položaja. Meritve obeh sistemov združujemo s pomočjo Kalmanovega filtra. Kalmanov filter na široko uporabljamo pri preračunavanju podatkov za navigacijske potrebe. Rekurzivni postopek izvedemo v dveh stopnjah: napoved in obnovitev ocenjenih parametrov. V prvem koraku uporabimo dinamični model, ki opisuje povezave med neznankami v času. V drugem koraku kombiniramo podatke meritev, ki smo jih pridobili v predhodnem koraku (v napovedi) z novimi meritvami.

V nalogi so predstavljene teoretične osnove navigacijske komponente mobilnega kartirnega sistema WideoCar 3 (senzorji, navigacijske enačbe, združevanje podatkov) in prikazan praktični primer uporabe združevanja GPS/INS-meritev s pomočjo Kalmanovega filtra. Praktični primer je izveden na podlagi testnih meritev in obdelan s programskim paketom Inertial Explorer.

**UDC:** 528.51:528.8+625.7:(043.3)

**Autor:** Uroš Ranfl

**Supervisor:** prof. Bojan Stopar, Ph.D.

**Title:** Application of Kalman filter in multi-sensor position determination for road mobile mapping system

**Notes:** 123 p., 10 tab., 45 fig., 84 eq.

**Key words:** GPS, INS, integrated navigation, Kalman filtering, mobile mapping system

### **Abstract**

Technology of mobile mapping systems is used to provide metric and georeferenced spatial data. We can achieve geolocation of spatial data by the means of measurement techniques that can measure data while moving. These techniques should be independent from external disturbances. State of the art systems that integrate kinematic GPS method and inertial navigation are proved as appropriate to fulfill given demands. We can measure accurate coordinates for almost all time epochs with GPS system, but GPS measurements can be influenced by the external impacts so we can not achieve demanded accuracy. In such cases we have to use complementary inertial navigational system which is independent from external impacts. We can bridge only short GPS gaps with the inertial system because accuracy of the measured coordinates with inertial system rapidly decreases.

We can successfully merge accurate GPS measurements with, from external impacts independent, inertial measurements, to provide continuous coordinates. Measurements from both systems are integrated by the means of Kalman filtering. Kalman filtering is widely used for calculating navigational data. Recursive algorithm is implemented in two steps: prediction and update of estimated parameters. In the first step is used dynamical model to describe time transition of state vector. In the second step are combined data from the previous step with current measurement update.

I will describe in the M. Sc. thesis theoretical backgrounds (sensors, navigational equations, data merging) of navigational subsystem in the mobile mapping system WideoCar 3. I will also present practical data experiment of GPS/INS data fusion in the Kalman filter algorithm. Practical example was done on test data and by the means of Inertial Explorer software.

## **ZAHVALA**

Vsem, ki so mi pri nastajanju magistrske naloge pomagali, svetovali in me podpirali, se želim iskreno zahvaliti. Izpostaviti želim mentorja izr. prof. dr. Bojana Stoparja, predvsem pa sodelavce in direktorja podjetja DFG CONSULTING, d. o. o. mag. Tomaža Gvozdaničiča, ki so me potrpežljivo in vztrajno spremljali pri mojem raziskovalnem delu.



**KAZALO:**

<b>1</b>	<b>UVOD</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>RAZVOJNE STOPNJE MOBILNEGA KARTIRNEGA SISTEMA WIDEOCAR</b>	<b>5</b>
<b>2.1</b>	<b>Mobilni kartirni sistem WideoCar prve generacije</b>	<b>5</b>
<b>2.2</b>	<b>Mobilni kartirni sistem WideoCar druge generacije</b>	<b>6</b>
<b>2.3</b>	<b>Mobilni kartirni sistem WideoCar tretje generacije</b>	<b>8</b>
<b>2.4</b>	<b>Primerjava sistemov in terenskih meritev</b>	<b>8</b>
<b>3</b>	<b>SENZORJI ZA DOLOČEVANJE POLOŽAJA VOZILA</b>	<b>10</b>
<b>3.1</b>	<b>GPS</b>	<b>13</b>
<b>3.2</b>	<b>Kodna opazovanja</b>	<b>14</b>
<b>3.2.1</b>	<b>Opazovanje psevdorazdalj</b>	<b>14</b>
<b>3.2.2</b>	<b>Fazna opazovanja</b>	<b>16</b>
<b>3.2.2.1</b>	<b>Fazne razlike</b>	<b>19</b>
<b>3.2.3</b>	<b>Vplivi na GPS-opazovanja</b>	<b>21</b>
<b>3.2.3.1</b>	<b>Natančnost tirnic GPS-satelitov</b>	<b>21</b>
<b>3.2.3.2</b>	<b>Pogreški satelitovih ur</b>	<b>22</b>
<b>3.2.3.3</b>	<b>Pogreški sprejemnikove ure</b>	<b>22</b>
<b>3.2.3.4</b>	<b>Vpliv ionosfere in troposfere</b>	<b>23</b>
<b>3.2.3.5</b>	<b>Odboj signala od objektov v bližini - multipath</b>	<b>25</b>
<b>3.2.4</b>	<b>Kinematično določevanje položaja s sistemom GPS</b>	<b>25</b>
<b>3.3</b>	<b>Inercialni navigacijski sistemi</b>	<b>28</b>
<b>3.4</b>	<b>Senzorji v inercialnih navigacijskih sistemih</b>	<b>32</b>
<b>3.4.1</b>	<b>Žiroskopi</b>	<b>32</b>
<b>3.4.1.1</b>	<b>Piezoelektrični žiroskop</b>	<b>33</b>
<b>3.4.1.2</b>	<b>Kalibracija piezoelektričnega žiroskopa</b>	<b>34</b>
<b>3.4.1.3</b>	<b>Pogrešek izhodne enote (Bias)</b>	<b>36</b>
<b>3.4.1.4</b>	<b>Pogrešek faktorja merila (Scale factor)</b>	<b>37</b>
<b>3.4.1.5</b>	<b>Optični žiroskop</b>	<b>38</b>

<b>3.4.1.6</b>	<b>Viri pogreškov optičnih žiroskopov</b>	<b>41</b>
<b>3.4.2</b>	<b>Merilnik pospeškov</b>	<b>43</b>
<b>3.4.2.1</b>	<b>Merilnik pospeškov na podlagi mehanske vrtavke</b>	<b>43</b>
<b>3.4.2.2</b>	<b>Merilnik pospeškov z nihalom</b>	<b>44</b>
<b>3.4.2.3</b>	<b>Merilnik pospeškov z nihajočo struno</b>	<b>45</b>
<b>3.4.2.4</b>	<b>Kalibracija merilnikov pospeška</b>	<b>45</b>
<b>3.4.3</b>	<b>Odometer</b>	<b>46</b>
<b>3.4.3.1</b>	<b>Induktivni senzor</b>	<b>47</b>
<b>3.4.3.2</b>	<b>Kalibracija odometra</b>	<b>48</b>
<b>4</b>	<b>INTEGRIRANA NAVIGACIJA – SISTEMI GPS/INS</b>	<b>50</b>
<b>4.1</b>	<b>Koordinatni sistemi</b>	<b>50</b>
<b>4.1.1</b>	<b>Inercialni koordinatni sistem</b>	<b>51</b>
<b>4.1.2</b>	<b>Terestrični koordinatni sistem</b>	<b>52</b>
<b>4.1.3</b>	<b>Lokalni koordinatni sistem</b>	<b>53</b>
<b>4.1.4</b>	<b>Koordinatni sistem platforme</b>	<b>53</b>
<b>4.1.5</b>	<b>Senzorski koordinatni sistem</b>	<b>54</b>
<b>4.1.6</b>	<b>Transformacije med koordinatnimi sistemi</b>	<b>55</b>
<b>4.2</b>	<b>Določevanje položajev z inercialnimi senzorji</b>	<b>57</b>
<b>4.2.1</b>	<b>Inicializacija inercialnega sistema</b>	<b>59</b>
<b>4.2.2</b>	<b>Približna začetna poravnava inercialnih senzorjev</b>	<b>60</b>
<b>4.2.3</b>	<b>Navigacijske enačbe</b>	<b>61</b>
<b>4.2.4</b>	<b>Vplivi pogreškov inercialnih sistemov na določevanje trajektorije</b>	<b>62</b>
<b>4.3</b>	<b>Principi združevanja meritev različnih senzorjev</b>	<b>66</b>
<b>4.3.1</b>	<b>Nesklopljena združitev meritev</b>	<b>68</b>
<b>4.3.2</b>	<b>Šibko sklopljena združitev meritev</b>	<b>69</b>
<b>4.3.3</b>	<b>Močno sklopljena združitev meritev</b>	<b>70</b>
<b>4.4</b>	<b>Kalmanov filter</b>	<b>72</b>
<b>4.4.1</b>	<b>Računske osnove Kalmanovega filtra</b>	<b>72</b>
<b>4.4.2</b>	<b>Diskretni Kalmanov filter</b>	<b>73</b>
<b>4.4.3</b>	<b>Razširjen Kalmanov filter</b>	<b>76</b>
<b>4.4.4</b>	<b>Primer uporabe Kalmanovega filtra pri združevanju senzorjev</b>	<b>79</b>

<b>4.5</b>	<b>Glajenje GPS/INS-meritev</b>	<b>85</b>
<b>4.5.1</b>	<b>Osnove glajenja</b>	<b>85</b>
<b>4.5.2</b>	<b>RTS-glajenje</b>	<b>89</b>
<b>5</b>	<b>SISTEM NOVATEL SPAN</b>	<b>91</b>
<b>5.1</b>	<b>Opis sistema</b>	<b>92</b>
<b>5.2</b>	<b>Delovanje sistema</b>	<b>94</b>
<b>5.2.1</b>	<b>Postprocesiranje podatkov</b>	<b>95</b>
<b>5.3</b>	<b>Testne meritve</b>	<b>95</b>
<b>5.3.1</b>	<b>Analiza vhodnih podatkov</b>	<b>96</b>
<b>5.3.2</b>	<b>Obdelava podatkov s programskim paketom Inertial Explorer</b>	<b>100</b>
<b>5.3.3</b>	<b>Analiza rezultatov</b>	<b>101</b>
<b>5.3.4</b>	<b>Primerjava rezultatov brez glajenja</b>	<b>104</b>
<b>5.3.5</b>	<b>Primerjava rezultatov z glajenjem</b>	<b>108</b>
<b>5.3.6</b>	<b>Primerjava kombiniranih rešitev</b>	<b>111</b>
<b>5.3.7</b>	<b>Spremembe natančnosti ocene položaja na izbranih intervalih</b>	<b>114</b>
<b>6</b>	<b>ZAKLJUČEK</b>	<b>117</b>
<b>7</b>	<b>VIRI</b>	<b>120</b>

## KAZALO SLIK

Slika 2.1: Mobilni kartirni sistem WideoCar prve generacije .....	6
Slika 2.2: Mobilni kartirni sistem WideoCar druge generacije .....	7
Slika 3.1: Žiroskopsko stabiliziran inercialni sistem .....	30
Slika 3.2: Inercialni sistem s fiksiranimi senzorji .....	31
Slika 3.3: Piezoelektrični žiroskop .....	34
Slika 3.4: Odvisnost izhodne napetosti od temperature .....	35
Slika 3.5: Pogrešek izhodne enote .....	36
Slika 3.6: Odvisnost faktorja merila od temperature in od naklona .....	37
Slika 3.7: Fazni optični žiroskop .....	39
Slika 3.8: Princip delovanja krožnega laserskega žiroskopa .....	40
Slika 3.9: Princip delovanja merilnika pospeškov z nihalom .....	44
Slika 3.10: Induktivni senzor .....	47
Slika 4.1: Koordinatni sistemi v inercialni navigaciji .....	51
Slika 4.2: Koordinatni sistem platforme .....	54
Slika 4.3: Transformacije med posameznimi koordinatnimi sistemi .....	55
Slika 4.4: Teoretična natančnost inercialnega sistema glede na pogrešek izhodne enote pospeškometra .....	64
Slika 4.5: Teoretična natančnost inercialnega sistema glede na pogrešek izhodne enote žiroskopa .....	65
Slika 4.6: Nesklopljena združitev GPS/INS-meritev .....	69
Slika 4.7: Šibko sklopljena združitev GPS/INS-meritev .....	70
Slika 4.8: Močno sklopljena združitev GPS/INS-meritev .....	71
Slika 4.9: Princip Kalmanovega filtra .....	75
Slika 4.10: Princip delovanja Kalmanovega filtra pri združevanju različnih senzorjev .....	79
Slika 4.11: Obdelava podatkov po času naprej in nazaj .....	86
Slika 4.12: Kombinacija dveh trajektorij .....	88
Slika 5.1: Shematski prikaz sistema Novatel SPAN .....	92
Slika 5.2: GPS-sprejemnik Novatel ProPak-C3 in inercialna enota iMAR-FSAS .....	93
Slika 5.3: Trajektorija testne vožnje v središču mesta .....	97
Slika 5.4: Delež vidnih satelitov na testni vožnji v središču mesta .....	98

---

Slika 5.5: Frekvenca intervalov brez vidnih GPS-satelitov .....	99
Slika 5.6: Primerjava natančnosti ocene različnih načinov določevanja položajev.....	102
Slika 5.7: Rezultati obdelave brez glajenja (interval 40 sekund).....	105
Slika 5.8: Rezultati obdelave brez glajenja (interval 83 sekund).....	105
Slika 5.9: Rezultati obdelave brez glajenja (interval 90 sekund).....	106
Slika 5.10: Rezultati obdelave brez glajenja (interval 60 sekund).....	107
Slika 5.11: Rezultati obdelave brez glajenja (interval 67 sekund).....	107
Slika 5.12: Rezultati obdelave z glajenjem (interval 40 sekund).....	108
Slika 5.13: Rezultati obdelave z glajenjem (interval 60 sekund).....	109
Slika 5.14: Rezultati obdelave z glajenjem (interval 67 sekund).....	109
Slika 5.15: Rezultati obdelave z glajenjem (interval 83 sekund).....	110
Slika 5.16: Rezultati obdelave z glajenjem (interval 90 sekund).....	110
Slika 5.17: Primerjava različnih rešitev kombinirane obdelave (interval 40 sekund) .....	112
Slika 5.18: Primerjava različnih rešitev kombinirane obdelave (interval 60 sekund) .....	112
Slika 5.19: Primerjava različnih rešitev kombinirane obdelave (interval 67 sekund) .....	113
Slika 5.20: Primerjava različnih rešitev kombinirane obdelave (interval 83 sekund) .....	113
Slika 5.21: Primerjava različnih rešitev kombinirane obdelave (interval 90 sekund) .....	114

## LIST OF FIGURES

Fig. 2.1: First version of mobile mapping system WideoCar.....	6
Fig. 2.2: The second version of mobile mapping system WideoCar.....	7
Fig. 3.1: Gimbaled inertial measurement unit .....	30
Fig. 3.2: Strapdown inertial measurement unit .....	31
Fig. 3.3: Piezoelectric gyroscope.....	34
Fig. 3.4: Dependence of output voltage on the temperature.....	35
Fig. 3.5: Bias.....	36
Fig. 3.6: Dependence of scale factor on temperature and incline .....	37
Fig. 3.7: Fiber optic gyroscope.....	39
Fig. 3.8: Principle of operation of ring laser gyroscope .....	40
Fig. 3.9: Principle of operation of pendulum accelerometer .....	44
Fig. 3.10: Variable reluctance rotation sensor .....	47
Fig. 4.1: Coordinate systems in inertial navigation.....	51
Fig. 4.2: Coordinate system of platform.....	54
Fig. 4.3: Transformations between different coordinate systems.....	55
Fig. 4.4: Theoretical INS performance due to the an accelerometer bias .....	64
Fig. 4.5: Theoretical INS performance due to the a gyro bias.....	65
Fig. 4.6: Uncoupled GPS/INS integration.....	69
Fig. 4.7: Loosely coupled GPS/INS integration.....	70
Fig. 4.8: Tightly coupled GPS/INS integration.....	71
Fig. 4.9: Principle of Kalman filtering .....	75
Fig. 4.10: Principle of Kalman filtering in the integration of different sensors .....	79
Fig. 4.11: Forward and backward data filtering .....	86
Fig. 4.12: Combination of forward and backward solution.....	88
Fig. 5.1: Schematic diagram of the Novatel SPAN system.....	92
Fig. 5.2: GPS receiver Novatel ProPak-C3 and IMU iMAR-FSAS.....	93
Fig. 5.3: Trajectory of test drive in the city center .....	97
Fig. 5.4: The proportion of visible satellites in a test run in the city center .....	98
Fig. 5.5: Frequency of intervals without visible GPS satellites .....	99
Fig. 5.6: Comparison of precision of different methods of position determination .....	102

---

Fig. 5.7: The results of postprocessing without smoothing (interval 40 seconds).....	105
Fig. 5.8: The results of postprocessing without smoothing (interval 83 seconds).....	105
Fig. 5.9: The results of postprocessing without smoothing (interval 90 seconds).....	106
Fig. 5.10: The results of postprocessing without smoothing (interval 60 seconds).....	107
Fig. 5.11: The results of postprocessing without smoothing (interval 67 seconds).....	107
Fig. 5.12: The results of postprocessing with smoothing (interval 40 seconds).....	108
Fig. 5.13: The results of postprocessing with smoothing (interval 60 seconds).....	109
Fig. 5.14: The results of postprocessing with smoothing (interval 67 seconds).....	109
Fig. 5.15: The results of postprocessing with smoothing (interval 83 seconds).....	110
Fig. 5.16: The results of postprocessing with smoothing (interval 90 seconds).....	110
Fig. 5.17: Comparison of different combined solutions (interval 40 seconds).....	112
Fig. 5.18: Comparison of different combined solutions (interval 60 seconds).....	112
Fig. 5.19: Comparison of different combined solutions (interval 67 seconds).....	113
Fig. 5.20: Comparison of different combined solutions (interval 83 seconds).....	113
Fig. 5.21: Comparison of different combined solutions (interval 90 seconds).....	114

## KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 3.1: Princip delovanja GPS/DR-sistema.....	12
Preglednica 3.2: Tipi senzorjev v odometrih in njihove lastnosti .....	47
Preglednica 3.3: Dejavniki, ki vplivajo na velikost in obliko pnevmatik .....	48
Preglednica 4.1: Primerjava GPS-sprejemnikov in inercialnih senzorjev.....	66
Preglednica 5.1: Lastnosti inercialne enote iMAR-FSAS .....	93
Preglednica 5.2: Analiza vidnosti GPS-satelitov.....	97
Preglednica 5.3: Analiza časovnih intervalov brez vidnih GPS-satelitov .....	99
Preglednica 5.4: Analiza ocene natančnosti izračunane trajektorije .....	102
Preglednica 5.5: Analizirani intervali brez vidnih GPS-satelitov.....	103
Preglednica 5.6: Sprememba natančnosti ocene na krajiščih intervalov brez vidnih GPS-satelitov.....	115

## LIST OF TABLES

Table 3.1: Principle of operation of GPS/DR system.....	12
Table 3.2: Types of odometer sensors and their characteristics .....	47
Table 3.3: Factors affecting the size and shape of the tire .....	48
Table 4.1: Comparison of GPS receivers and inertial sensors .....	66
Table 5.1: Characteristics of inertial measurement unit iMAR-FSAS.....	93
Table 5.2: Analysis of the visibility of GPS satellites.....	97
Table 5.3: Analysis of time intervals without visible GPS satellites.....	99
Table 5.4: The analysis of the precision of the calculated trajectory .....	102
Table 5.5: Analyzed intervals without visible GPS satellites.....	103
Table 5.6: Change of accuracy estimate at the interval endpoints without GPS satellites....	115



## SEZNAM OKRAJŠAV

DR	Dead Reckoning
ECI	Earth Centered Inertial
ECEF	Earth Centered Earth Fixed
GPS	Global Positioning System
IGS	International GPS Service
IMU	Inertial Measurement Unit
INS	Inercialni Navigacijski Sistem
ISA	Inertial Sensor Assembly
MEMS	Micro Electromechanical System
MMS	Mobile mapping System
NGS	National Geodetic Survey
RTS	Rauch-Tung-Streibel
SPAN	Synchronized Position & Navigation
ZUPT	Zero Velocity Update





## 1 UVOD

Za upravljanje cest so ključnega pomena natančni podatki o oseh in širinah cest, evidenca stanja cestišč, talnih oznak in objektov ob cestah. Pridobivanje teh podatkov na terenu je zamudno in hkrati tudi nevarno, če se dalj časa zadržujemo na cestišču. Geolociranje objektov cestnega inventarja je omogočeno z uporabo video tehnike in integriranega sistema GPS/INS. Zajem podatkov o cestni infrastrukturi izvedemo z mobilno enoto (avtomobil), na kateri so nameščene dve ali več digitalnih video kamer ter sistem za določevanje položaja. V podjetju DFG CONSULTING, d.o.o. smo v letu 2001 za potrebe pridobivanja podatkov o cestni infrastrukturi razvili mobilni kartirni sistem WideoCar, katerega funkcija je pridobivanje geolociranih video posnetkov. Geolocirani video posnetki predstavljajo osnovo za zajem prostorskih podatkov o prometni infrastrukturi in objektov ob cestah.

V času izdelave prve različice sistema WideoCar, stanje in potrebe na trgu niso zagotavljale zadostnega finančnega potenciala, ki bi opravičeval nakup mobilnega kartirnega sistema. Take sisteme so izdelovali le v tujini (Združene države Amerike, Kanada, Nemčija) in so dosegali vrednosti več kot 150.000 ameriških dolarjev. Ob tem moramo poudariti, da takih sistemov ni mogoče kupiti na ključ, ampak so vedno pripravljene po specifikacijah naročnika. Ker smo v Sloveniji vseeno videli tržno priložnost na področju pridobivanja podatkov o cestni infrastrukturi, smo se v našem podjetju odločili za lasten razvoj mobilnega kartirnega sistema, t.i. „low cost“ različice.

Izdelava mobilnega kartirnega sistema je v tistem obdobju na našem trgu pomenila velik tehnološki napredek, kljub določenim poenostavitvam glede na primerljive sisteme iz tujine. Pred nami so vsi izvajalci meritev za pridobivanje podatkov o cestah izvajali le-te neposredno na terenu s konvencionalnimi metodami. V tistem obdobju so sicer že bili poskusi snemanja z video kamerami iz vozečega vozila, vendar so bili ti podatki zaradi nestrokovnega določevanja geolokacije t.j. brez uporabe fotogrametričnih metod in GPS-tehnologije, zelo slabe položajne natančnosti.

Pri določanju trajektorije (poti) vozila s sistemom GPS nastane težava, ko pride do prekinitve sprejema GPS-signala. S tem izgubimo možnost pridobitve podatka o absolutnem položaju vozila. V takem primeru moramo nadomestiti manjkajoča opazovanja z drugimi opazovanji. Uporabimo senzorje, ki nam omogočajo določanje relativnih premikov, ki temeljijo na opazovanju razdalje in smeri premika. Senzorji, ki se uporabljajo za relativno določevanje položaja so: žiroskop, odometer, inklinometri, magnetni kompas. Lastnost teh senzorjev je, da se natančnost položaja s časom zmanjšuje, zato jih je potrebno stalno kalibrirati oz. uporabljati postopke, ki upoštevajo ali celo odpravljajo te napake. Pri povezovanju pomožnih senzorjev z GPS-meritvami, za določevanje poti, se uporablja Kalmanov filter.

Kadar uporabljamo pomožne senzorje, govorimo o t.i. „dead reckoning” (DR) določevanju položaja. Sistem DR upošteva dejstvo, da je možno izračunati trenutni položaj premikajočega se objekta, če poznamo začetni položaj in vse vmesne premike. Tak sistem mora zagotoviti opazovanja za določitev opravljene poti in smeri. Standardni sistem DR predstavlja inercialni navigacijski sistem (INS), s katerim določamo položaj na podlagi merjenja pospeškov in kotnih hitrosti. Alternativno možnost predstavlja uporaba sistema, ki meri neposredno hitrost vozila z odometrom in spremembe kotne hitrosti (smer in naklon) (Hofmann-Wellenhof, 2003).

Pogrešek določanja položaja s sistemom DR narašča s podaljšanjem intervala opazovanj. Majhen pogrešek določanja smeri na začetku povzroči po daljšem času velik pogrešek pri določitvi položaja. Veliko natančnost določevanja položajev objekta lahko določimo le v zelo kratkih intervalih izvajanja opazovanj. V praksi so časovni intervali, ko potrebujemo podatke s sistema DR, tako dolgi, da ne zagotavljajo več ustrezne natančnosti. Zato je potrebno uporabiti metode, s katerimi ocenimo velikost pogreškov, ki jih upoštevamo pri določitvi položaja (Grewall, 2001).

Običajen pristop pri združevanju meritev GPS/INS-sistemu je tak, da najprej pridobimo začetno pot s pomočjo meritev INS-senzorjev. V tem primeru nastavimo sistem nelinearnih diferencialni enačb prvega reda, ki ga rešimo z uporabo podatkov kinematičnih opazovanj. Rešitev tega sistema nam poda položaje in hitrosti objekta. Zaradi pogreškov senzorjev INS je tudi rešitev sistema diferencialnih enačb obremenjena s pogreški, ki so lahko sistematične ali

pa stohastične narave. Da bi te pogreške lahko čim boljše modelirali, je potrebno primerjati t.i. INS-rešitev s pripadajočimi rezultati pridobljenimi iz GPS-opazovanj. S določitvijo razlik med obema rešitvama lahko ocenimo pogreške opazovanj v okviru sistema INS z implementacijo Kalmanovega filtra (Nasser, 2005).

Kalmanov filter se široko uporablja v nalogah navigacije. Ker se ga izvaja rekurzivno, je zelo uporaben pri statistično optimalnem združevanju podatkov opazovanj, ki so bili pridobljeni iz različnih senzorjev v različnih časovnih trenutkih. Rekurzivni postopek izvedemo v dveh stopnjah: napoved in obnovitev ocenjenih parametrov. V prvem koraku (napoved) uporabimo dinamični model, ki opisuje povezave med neznankami v času. Napoved izvedemo zaradi ocene neznank v času izvedbe vsakega niza opazovanj, kot tudi ocene neznank med meritvami, za kar je potrebna interpolacija. V drugem koraku (preoblikovanje ali korekcija) kombiniramo podatke opazovanj, ki smo jih pridobili v predhodnem koraku (v napovedi) z novimi opazovanji (Bar-Shalom, 2001).

S Kalmanovim filtrom iz vrednotimo proces tako, da uporablja obliko povratne kontrole: filter določi vrednosti neznank v določenem trenutku in nato prejme povratno informacijo v obliki opazovanj. Kalmanov filter se torej izvaja kot zaporedje napovedi (predhodne ocene) in preoblikovanja. V fazi napoved določimo vrednosti neznank in pripadajočih varianc in kovarianc kot a priori vrednosti za naslednji časovni korak. Preoblikovanje ali korekcija pa je namenjena vključitvi novih opazovanj v a priori določitev z namenom izboljšave a posteriori določitve neznank. Kalmanov filter predstavlja optimalno kombinacijo v smislu minimizacije varianc med oceno parametrov iz predhodnega časovnega trenutka in trenutnimi opazovanji (Bar-Shalom, 2001).

Sistematične in slučajne pogreške sistema INS določimo torej s konstruiranjem modela pogreškov znotraj uporabe Kalmanovega filtra, ki nam poda rezultate, popravljene za vpliv modeliranih pogreškov. Senzorji INS pa niso obremenjeni samo s pogreški, ki jih lahko modeliramo, ampak je njihova natančnost pogojena tudi s šumom meritev, ki predstavlja eno od večjih omejitev pri zagotavljanju kakovostnih opazovanj. Da bi pridobili čim zanesljivejše rezultate, je potrebno INS-opazovanja izvajati s čim večjo frekvenco, to pa ima za posledico povečanje šuma v opazovanjih, ki ga je skoraj nemogoče modelirati. Zato je zelo pomembno,

da se za pridobitev zanesljivih rezultatov pri določevanju položaja uporablja kakovostne senzorje, ki omogočajo izvajanje opazovanj s čim manj šuma (Nasser, 2005).

V magistrski nalogi bom podal kratek opis razvoja mobilnega kartirnega sistema po posameznih razvojnih stopnjah. Podrobneje bom opisal del sistema WideoCar tretje generacije, ki ga uporabljamo za geolociranje vozila. Mobilni kartirni sistem WideoCar tretje generacije temelji na sistemu za določevanje položaja kanadskega podjetja Novatel, ki je komercialno na voljo pod blagovno znamko Novatel SPAN (Synchronized Position & Navigation). V tretjem poglavju bom predstavil delovanje senzorjev in naprave za neposredno (GPS) in posredno („dead reckoning“) določevanje položaja. Omejil se bom na tehnologijo, ki je uporabljena tudi v sistemu za določevanje položaja Novatel SPAN. Sistem Novatel SPAN tvorijo dvofrekvenčni sprejemnik GPS, pulzni odometer in inercialna enota, ki združuje triosni lasersko-optični žiroskop in triosni pospeškometer. V četrtem poglavju bo podan teoretični okvir in matematični model združevanja GPS-meritev in meritve inercialnega sistema za določevanje položaja. Opisan bo matematični postopek z uporabo Kalmanovega filtra. V petem poglavju bom opisal navigacijsko komponento mobilnega kartirnega sistema WideoCar tretje generacije in predstavil delovanje in analiziral rezultate pridobljene iz testnih podatkov. Končni cilj naloge je prikazati pomen in uporabnost najmodernejše tehnologije za uporabo v mobilnem kartiranju s predstavitvijo rezultatov na testnem primeru.

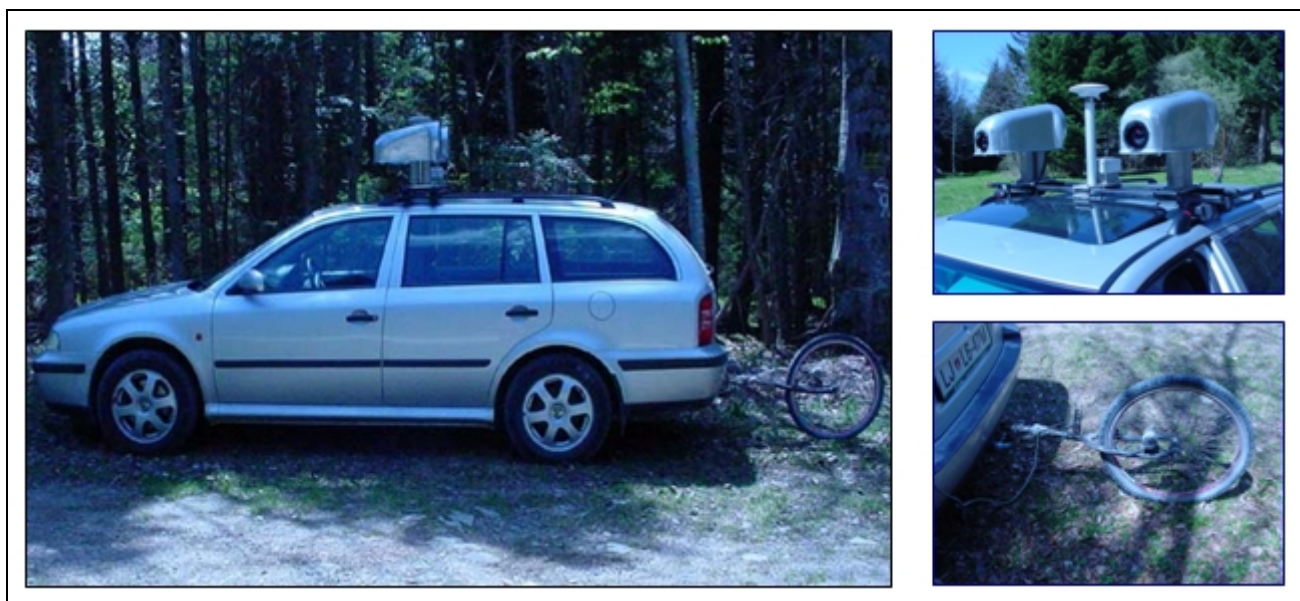
## **2 RAZVOJNE STOPNJE MOBILNEGA KARTIRNEGA SISTEMA WIDEOCAR**

V Sloveniji ni ponudnikov mobilnih kartirnih sistemov (angl.: Mobile Mapping System – MMS). V podjetju DFG CONSULTING, d.o.o. smo zato v letu 2001 razvili lasten mobilni kartirni sistem, ki smo ga poimenovali WideoCar. V letu 2004 smo le-tega nadgradili v drugo razvojno različico. V letu 2008 pa je v teku razvoj že tretje generacije mobilnega kartirnega sistema, ki bo omogočal bistveno izboljšanje pridobivanje geolociranih podatkov, na podlagi video posnetkov visoke ločljivosti in uporabe najsodobnejših naprav za določevanje položaja (dvofrekvenčni sprejemnik GPS in inercialna enota s triosnim optičnim žiroskopom in posmeškomeri).

### **2.1 Mobilni kartirni sistem WideoCar prve generacije**

Mobilni kartirni sistem WideoCar prve generacije (v letu 2001, Slika 2.1) so sestavljale naslednje komponente: dvofrekvenčni GPS sprejemnik, magnetni kompas in dvoosni inklinometer, odometer ter dve digitalni video kameri standardne ločljivosti 720 x 576 pikslov. Medij za shranjevanje video podatkov so bile mini-DV video kasete. Vsa merilna oprema je delovala neodvisno, zato smo morali vložiti veliko napora za zagotavljanje sinhronizacije podatkov.





Slika 2.1: Mobilni kartirni sistem WideoCar prve generacije

Fig. 2.1: First version of mobile mapping system WideoCar

Mobilni kartirni sistem je bil sestavljen iz posameznih, na tržišču dostopnih komponent, ki smo jih integrirali v celoto, ki je zagotavljala osnovno funkcionalnost. Uporaba takega sistema je bila dokaj okorna in je zahtevala izkušeno tehnično ekipo operaterjev. Podrobneje je bil mobilni kartirni sistem WideoCar prve generacije opisan v diplomski nalogi Kinematična GPS-izmera linijskih objektov za potrebe GIS (Ranfl, 2004).

Zaradi narave uporabljenih senzorjev nismo mogli zagotoviti položaja projekcijskega centra objektiva video kamere za vsak trenutek. Težave so se tako pojavljale v trenutkih, ko s sistemom GPS nismo mogli določiti položaja zaradi premajhnega števila signalov s satelitov. To se je dogajalo v primerih, ko se je sistem nahajal v globokih dolinah, gozdovih in v predorih.

## 2.2 Mobilni kartirni sistem WideoCar druge generacije

Prvotna različica mobilnega kartirnega sistema ni več zadostovala dejanskim potrebam po učinkovitem delovanju, zaradi zahtev pri izvajanju projektov in razvijanja novih izdelkov. Leta 2004 smo se odločili sistem posodobiti (Slika 2.2). Cilj posodobitve je bil predvsem v

optimizaciji shranjevanja podatkov in upravljanju sistema. Rezultati posodobitve so bili naslednji:

- krmilni modul sistema (kontrola video kamer, centralno zbiranje podatkov in shranjevanje, zagotavljanje časovnega signala za sinhronizacijo),
- zagotovljen je bil centralen in neodvisen vir električne energije (dodatni akumulator, povezan na akumulator avtomobila preko alternatorja),
- sistemu za določevanje položaja smo dodali enosni piezoelektrični žiroskop,
- zvočni in svetlobni sistem za sinhronizacijo meritev na podlagi časovnega signala,
- uporabljeni so bili posebni prenosni diski kot medij za shranjevanje video posnetkov.



Slika 2.2: Mobilni kartirni sistem WideoCar druge generacije

Fig. 2.2: The second version of mobile mapping system WideoCar

S posodobitvijo mobilnega kartirnega sistema smo predvsem želeli poenostaviti uporabo sistema ter povečati njegovo robustnost. Z uporabo enosnega piezoelektričnega žiroskopa pa smo izboljšali še popolnost in natančnost podatkov položaja vozila t.i. trajektorije, predvsem na področjih, kjer je bilo onemogočeno izvajanje GPS-meritev. Ker smo v sistemu še vedno

uporabljali enofrekvenčni GPS-sprejemnik, se sama natančnost določitve položaja ni bistveno izboljšala.

Zaradi naraščajočih zahtev naročnikov glede vedno višje kvalitete prostorskih podatkov, z mobilnim kartirnim sistemom prve generacije nismo več zmogli reševati potreb naročnikov. Zato smo se odločili za razvoj mobilnega kartirnega sistema tretje generacije.

### **2.3 Mobilni kartirni sistem WideoCar tretje generacije**

Zaradi naraščajočih potreb naročnikov in izboljšanja kakovosti izdelkov mobilnega kartirnega sistema WideoCar smo v letu 2008 vzpostavili popolnoma nov, tehnološko naprednejši mobilni kartirni sistem.

Senzorska platforma novega mobilnega kartirnega sistema je sestavljena iz naslednjih komponent:

- sistem za določevanje položaja: dvofrekvenčni GPS-sprejemnik, v povezavi s triosnim optičnim žiroskopom, triosnimi pospeškomeri ter magnetnim merilcem hitrosti;
- stereo video sistem visoke ločljivosti;
- sistem za sinhronizacijo GPS-meritev in video posnetkov;
- ogrodje za namestitev video kamer, GPS-antene in ostalih senzorjev na streho vozila;
- prenosni računalnik s krmilnim modulom;
- sistem za neprekinjeno napajanje.

### **2.4 Primerjava sistemov in terenskih meritev**

V vseh različicah mobilnega kartirnega sistema WideoCar smo uporabili za določevanje položaja GPS-sprejemnik in pomožne senzorje. Uporabo opreme in merskih tehnik je pogojevalo razmerje med stroški in zahtevano natančnostjo končnih izdelkov. Tako niso bili vedno uporabljeni najnatančnejši merski instrumenti, ki bi zagotavljali natančno določevanje položajev.

V prvi različici mobilnega kartirnega sistema smo uporabili dvofrekvenčni GPS-sprejemnik, medtem ko smo v drugi različici uporabili enofrekvenčni GPS-sprejemnik, ki je bil integriran skupaj z enoosnim piezoelektričnim žiroskopom. V prvi različici smo kot pomožne senzorje za določevanje položaja uporabili magnetni kompas, dvoosni inklinometer in odometer. Zaradi pomanjkanja virov in časa nismo uspeli izvesti združevanja meritev različnih senzorjev, zato smo položaje vozila določali samo s sistemom GPS, kar je imelo za posledico, da je prišlo v različnih primerih od 6 do 44 % izpada trajektorije, to pomeni, da ni bilo možno izračunati položaja samo na podlagi GPS-meritev. Z uporabo GPS-sistema kot edine tehnike za določevanje položaja, smo se morali odpovedati uporabi faznih meritev in uporabljati samo kodna opazovanja, da smo lahko zagotovili čim več položajev izračunanih iz GPS-meritev. Natančnost tako izračunanih položajev je bila okoli enega metra v horizontalni komponenti in okoli dveh metrov v višinski komponenti in smo jo zagotovili z naknadno obdelavo GPS-meritev (Ranfl, 2004).

V drugi različici mobilnega kartirnega sistema smo za določevanje položaja uporabili integriran sistem, ki je vseboval enofrekvenčni GPS-sprejemnik in enoosni piezoelektrični žiroskop. Kot dodatni senzor je bil uporabljen tudi odometer. Sistem je že vseboval interno programsko opremo, ki je na podlagi GPS in inercialnih meritev sproti izračunavala položaj z uporabo razširjenega Kalmanovega filtra. Natančnost izračunanih položajev se ni izboljšala, saj smo položaje v tem primeru izračunavali iz kodnih GPS-opazovanj brez naknadne obdelave. Bistveno pa se je izboljšala popolnost trajektorije, saj smo sedaj lahko zagotovili trajektorijo za vsak trenutek meritev.

V mobilnem kartirnem sistemu tretje generacije bomo uporabili dvofrekvenčni GPS-sprejemnik in inercialno enoto s tremi žiroskopi in tremi pospeškometri ter odometrom. S sistemom bomo lahko shranjevali surove meritve GPS-sistema in inercialnih senzorjev, kar nam bo omogočilo naknadno obdelavo meritev na podlagi močno sklopljenega sistema. Natančnost tako določenih položajev bo boljša od 10 cm v primeru GPS-meritev in boljša od 1 m v primeru samo inercialnih meritev na intervalu krajšem od 120 sekund.

### 3 SENZORJI ZA DOLOČEVANJE POLOŽAJA VOZILA

Premikajočim se objektom lahko določimo njegove absolutne koordinate na več načinov. Največkrat uporabljena metoda je določevanje položajev z globalnimi satelitskimi navigacijskimi sistemi, med katere uvrščamo tudi sistem GPS. Kakovost določevanja položajev s sistemom GPS je odvisna od števila in jakosti sprejetih s satelitov oddanih signalov v GPS-sprejemniku. Pri določevanju trajektorije vozila s sistemom GPS nastane težava, ko pride do prekinitve GPS-signala. S tem izgubimo podatek o absolutnem položaju. V takem primeru moramo nadomestiti izpadle meritve z drugimi tehnikami. Uporabimo senzorje, ki nam omogočajo določevanje relativnih premikov (razdalja in smer). Med senzorje, ki jih uporabljamo za relativno določevanje položaja sodijo žiroskopi, odometer, inklinometri, magnetni kompas. Lastnost teh senzorjev je, da se natančnost meritev s časom zmanjšuje, zato jih je potrebno stalno kalibrirati oz. uporabljati postopke, ki upoštevajo ali celo odpravljajo te napake. Pri povezovanju pomožnih senzorjev z GPS-meritvami, za določevanje trajektorije, uporabljamo Kalmanov filter.

Ko želimo govoriti o alternativnih navigacijskih sistemih, naletimo v tuji literaturi na izraz „dead reckoning”. V geodetskem izrazoslovju pomeni prevod tega izraza računanje slepega poligona, kjer določamo položaj nove točke relativno glede na znano točke na podlagi dolžinskih in kotnih meritev. Izraz je splošno sprejet v strokovnem svetu, ki se ukvarja z alternativnimi navigacijskimi sistemi. Ker v slovenščini nimamo primernega izraza, ki bi nadomestil angleški izraz, bom v nadaljevanju uporabil okrajšavo sistemi DR, ki bo nadomeščala izraz „dead reckoning”.

V zgodovini navigacijskih sistemov se je „dead reckoning” uporabljal za določevanje položajev vodnih plovil na podlagi meritev azimutov in hitrosti. Ob predvideni smeri in hitrosti gibanja plovila je bil sistem tudi uporaben za načrtovanje položajev plovil v prihodnosti glede na trenutni znani položaj. Položaji, določeni na ta način (ponavadi sta bila uporabljena le kompas in merilec hitrosti), so bili le približni, ker niso upoštevali merskih napak oz. niso vsebovali dodatnih sistemov za odpravljanje napak.

V modernih navigacijskih in naprednih transportnih sistemih so združene različne neodvisne merske tehnike. Z njimi lahko v veliki meri odpravimo slabosti posameznih merskih metod. Za določevanje položajev za navigacijske in geodetske potrebe je najprimernejši sistem satelitske navigacije GPS. Sistem GPS nam v osnovi poda absolutni položaj objekta v poznanem koordinatnem sistemu. Ena od slabosti sistema GPS pa je v tem, da zaradi različnih elektromagnetnih motenj, fizičnih ovir in stalnega premikanja ni možno zagotoviti GPS-signala za vsak trenutek opazovanj, na podlagi katerega je mogoče določiti položaj objekta. Sistem DR podaja natančne podatke o relativnem premiku objekta, vendar pa se pogreški senzorjev s časom povečujejo, zato je potrebno sistem stalno kalibrirati. Z integracijo sistema DR s sistemom GPS pridobimo učinkovit merski sistem, ki zadošča zahtevam in nalogam moderne navigacije in geodetskim zahtevam ter zagotavlja kakovostne podatke v vsakem trenutku.

Sistem DR temelji na relativnem določevanju položaja. Potrebno je poznati izhodiščni položaj objekta ter njegovo hitrost in smer premikanja za vsak trenutek opazovanj. Tipični DR-sistem združuje senzorje za merjenje dolžine (odometer) ter senzorje za določevanje smeri premikajočega se objekta. Takšni sistemi zagotavljajo le dvodimenzionalni podatek o položaju. Izpopolnjeni sistemi vsebujejo še dodatne senzorje za določevanje višin ali pa inklinometre, s katerimi lahko pridobimo tridimenzionalni položaj objekta.

Pogrešek določevanja položaja narašča s povečevanjem intervala opazovanja. Majhen pogrešek določevanja smeri na začetku, povzroči po daljšem času velik pogrešek pri določitvi položaja. Visoko natančnost določevanja položajev objekta lahko določimo le v zelo kratkih intervalih meritev. V praksi so časovni intervali, ko potrebujemo podatke s sistema DR, tako dolgi, da ne zagotavljajo več ustrezne natančnosti. Zato je potrebno uporabiti metode, s katerimi ocenimo velikost pogreškov, ki jih upoštevamo pri določitvi položaja.

Sistemi DR se v praksi uporabljajo kot dopolnilo pri izvajanju kinematičnih GPS-meritev. Podatki sistema DR so na voljo skozi ves čas meritev, medtem ko prihaja pri sistemu GPS do občasnih prekinitev signala. V primeru, ko je sistem DR kombiniran s sistemom GPS, uporabimo položaje, določene s satelitsko navigacijo, za določevanje pogreškov sistema DR.

Te podatke uporabimo za kalibracijo sistema DR in jih upoštevamo pri določevanju položaja, kjer signala z GPS-satelitov ni mogoče pridobiti. Sistema vsak posebej nista idealna, vendar v kombinaciji v veliki meri odpravljata njune pogoške in pomanjkljivosti.

Preglednica 3.1: Princip delovanja GPS/DR-sistema

Table 3.1: Principle of operation of GPS/DR system

GPS-signal		
Prekinitev	Slab	Dober
↓	↓	↓
določevanje položaja iz kalibriranih meritev DR-senzorjev	določevanje položaja s kombinacijo GPS-meritev in kalibriranih DR-senzorjev	določevanje položaja s sistemom GPS; kalibracija DR-senzorjev

GPS-sprejemnik sprejema signale, poslane z GPS-satelitov, DR-senzorji pa zaznavajo premike glede na trenutni položaj. Del meritev DR-sistema lahko služi za popravke GPS-opazovanj, preostali del pa vstopi v fazo obdelave meritev, kjer se združi s popravljenimi GPS-opazovanji. Zahtevna obdelava kombinacije meritev poteka prek algoritma Kalmanovega filtriranja. Obdelava poteka iterativno v toliko ponovitvah, dokler standardni odkloni iskanih količin niso manjši od predhodno določenih. Izhodni podatki so naslednji: položaj in hitrost objekta, orientacija objekta v prostoru ter ocenjene vrednosti pogoškov senzorjev (po Kozmus, 2001).

### 3.1 GPS

Globalni navigacijski sistem (Global Positioning System – GPS) je sestav satelitov, ki uporabnikom na Zemlji in v njeni bližini zagotavlja neprekinjen radijski signal, ki ga je možno uporabiti za navigacijo in določevanje časa.

Oscilatorji na GPS-satelitu generirajo osnovno frekvenco  $f = 10,23$  Mhz. Osnova GPS signala sta dve nosilni valovanji označeni z L1 in L2. Izvedeni sta z množenjem osnovne frekvence z mnogokratnikom 154 in 120. Tako je frekvenca nosilnega valovanja L1  $f_{L1} = 154 \cdot f_0 = 1575,42$  Mhz in nosilnega valovanja L2  $f_{L2} = 120 \cdot f_0 = 1227,6$  Mhz. Če upoštevamo enačbo za valovno dolžino  $\lambda = c/f$ , kjer  $c$  predstavlja hitrost svetlobe, dobimo valovni dolžini obeh valovanj:  $\lambda_{L1} \approx 0,19$  m in  $\lambda_{L2} \approx 0,24$  m.

Satelitski signal je kodiran z dvema kodama PRN (Pseudo Random Noise), ki sta modulirani na osnovni valovanji L1 in L2. Ločimo tri kode: C/A-kodo (Coarse/Aquisition) in P-kodo (Precise) ter navigacijsko kodo. Kode so na satelitski signal nanese z modulacijo. Valovanje L1 je modulirano s C/A-kodo, valovanje L2 pa s P-kodo. Obe valovanji pa vsebujeta tudi P-kodo, ki je zaščitena s skrivno W-kodo, ter navigacijsko kodo. C/A-koda in P-koda sta modulirani na valovanju L1 z 90-stopinjskim faznim zamikom.

Za določitev položaja s sistemom GPS moramo poznati razdaljo med najmanj štirimi GPS-sateliti in GPS-sprejemnikom. Če upoštevamo, da se elektromagnetno valovanje širi s svetlobno hitrostjo  $c$ , lahko razdaljo med GPS-satelitom in sprejemnikom pridobimo na osnovi meritev časovnega zamika  $d\tau$ , to je časovni zamik med trenutkom oddaje signala s satelita in trenutkom sprejema signala v sprejemniku.

Ko kakovost sprejetega signala GPS pade pod določeno mejo zaradi prekinitve signala in (ali) pogreškov GPS-sistema, z GPS-sprejemnikom ne moremo kontinuirano zagotavljati ustrezne natančnosti položajnih koordinat. Do prekinitve sprejema GPS-signala pride zaradi ovir, ki onemogočajo prost pogled na obzorje. Te ovire so zgradbe (urbani kanjoni), predori, gozdovi,



ozke soteske... Taka ovira lahko popolnoma prekine sprejem GPS-signala, lahko pa se od tega objekta signal odbije, kar povzroči efekt „multipatha“.

## 3.2 Kodna opazovanja

Ko s korelacijo kode zagotovimo vrednost avtokorelacijske funkcije enako 1, sta kodi povezani in ta povezava se v GPS-sprejemniku ohranja. Če pade vrednost avtokorelacijske funkcije pod 1, je bil signal moten ali pa je prišlo do prekinitve signala. Dokler je povezava s satelitskim signalom neprekinjena, je sprejemniku na voljo tudi navigacijsko sporočilo.

Navigacijsko sporočilo vsebuje podatek o urinem stanju satelitovih ur in vrednosti popravka stanja satelitovih, glede na GPS-čas. Z znanim urinim stanjem in njegovim popravkom lahko s korekcijo kode sprejemnik oceni časovni zamik  $d\tau$ , to je čas potovanja signala od satelita do sprejemnika. Časovni zamik  $d\tau$ , pomnožen s svetlobno hitrostjo  $c$ , predstavlja razdaljo  $\rho = c \cdot d\tau$  med satelitom in sprejemnikom.

Za določitev razdalje  $\rho$  bi morali biti uri s satelita in sprejemnika popolnoma usklajeni. Uri GPS-satelita in GPS-sprejemnika sta stalno primerjani z natančnim GPS-časom. Zaradi nepopolnosti oscilatorjev satelitove in sprejemnikove ure (nekateri sprejemniki imajo lahko le kvarčni kristal) se urino stanje obeh ur stalno spreminja. To dejstvo ima vpliv na vsak izmerjen časovni trenutek. Izmerjeni časovni interval vključuje napake satelitove in sprejemnikove ure. Te neizogibne napake se izražajo v geometrijski razdalji med satelitom in sprejemnikom. Razdalje, pridobljene na osnovi takšnih vrednosti časovnih zamikov, imenujemo psevdorazdalje.

### 3.2.1 Opazovanje psevdorazdalj

Označimo  $t_k$  čas sprejemnika, ki je bil izmerjen s sprejemnikovo uro ob trenutku sprejema signala, in  $t^p$  čas satelita  $p$ , izmerjen s satelitovo uro. Oba časa sta na podlagi pravega časa  $t_r$  podana z izrazoma:

$$\begin{aligned}t_{r,k} &= t_k + dt_k \\t_r^p &= t^p + dt_p\end{aligned}\tag{3.1}$$

Pseudorazdalja  $P_k^p(t_k)$  med satelitom  $p$  in sprejemnikom  $k$  je podana z enačbo:

$$P_k^p(t_k) = (t_k - t^p) \cdot c\tag{3.2}$$

Splošni izraz za opazovano pseudorazdaljo zapišemo kot:

$$P_k^p(t_k) = [t_k + dt_k - (t^p + dt^p)] \cdot c = \rho_k^p + I_k^p + T_k^p + \varepsilon_k\tag{3.3}$$

in ga lahko zapišemo tudi kot:

$$P_k^p(t_k) = (t_k - t^p) \cdot c = (t_k - t^p) \cdot c = \rho_k^p + (t^p - t_k) \cdot c + I_k^p + T_k^p + \varepsilon_k\tag{3.4}$$

V gornjih enačbah je  $I_k^p$  oznaka za vpliv ionosfere in  $T_k^p$  oznaka za vpliv troposfere na izmerjeno razdaljo. Vpliv ionosfere na izmerjeno razdaljo je funkcija frekvence nosilnega valovanja. Z  $\varepsilon_k$  je označen vpliv odboja signala od objektov v bližini sprejemnika in šum sprejemnika. Prava geometrijska razdalja med satelitom in sprejemnikom v trenutku oddaje signala je označena z  $\rho_k^p$  in jo lahko podamo tudi kot:

$$\rho_k^p = \sqrt{(x^p - x_k)^2 + (y^p - y_k)^2 + (z^p - z_k)^2}\tag{3.5}$$

kjer so  $x_k, y_k, z_k$  in  $x^p, y^p, z^p$  pravokotne koordinate sprejemnika  $k$ , kateremu določamo položaj, in satelita  $p$  v referenčnem koordinatnem sistemu. Koordinate satelita  $p$  so vnaprej znane (angl.: broadcast efemeride), zato v gornjih enačbah nastopa osem neznank. To so 3 koordinate sprejemnika  $x_k, y_k, z_k$ , pogrešek urinega stanja sprejemnika  $dt_k$  in pogrešek urinega stanja satelita  $dt^p$ ,  $I_k^p$  vpliv ionosfere in  $T_k^p$  vpliv troposfere na izmerjeno vrednost

razdalje ter odboja signala od objektov v bližini sprejemnika in šum sprejemnika  $\varepsilon_k$ . Za pridobitev vrednosti teh neznank bi potrebovali osem izmerjenih psevdorazdalj, vendar vsaka nova izmerjena razdalja doda v sistem dve novi neznanki  $I$  in  $T$ .

Stanje satelitovih ur nadzirajo s kontrolne postaje na Zemlji in jih usklajujejo s časom GPS. Zato lahko predpostavimo, da je stanje satelitovih ur pravilno oziroma znano. Vrednost vpliva ionosfere in troposfere na izmerjeno psevdorazdaljo lahko modeliramo z uporabo modelov ionosfere in troposfere ali pa jo zanemarimo. Prav tako lahko modeliramo ali pa zanemarimo vpliv odboja signala od objektov in šum sprejemnika. Tako ostanejo štiri neznanke: koordinate sprejemnika  $x_k, y_k, z_k$  in pogrešek urinega stanja ure sprejemnika  $dt_k$ .

Časovni zamik lahko sprejemnik izmeri z ločljivostjo 1 % valovne dolžine kode ali manj. Glede na valovno dolžino C/A- in P-kode ( $\lambda_{C/A} = 300$  m,  $\lambda_P = 30$  m) predstavlja izmera časovnega zamika z ločljivostjo 1 % v dolžinskem smislu ločljivost za C/A-kodo 3 m in za P-kodo 0,3 m.

### 3.2.2 Fazna opazovanja

Faze nosilnega opazovanja so osnovna opazovanja pri uporabi tehnologije GPS za potrebe geodezije. Fazna opazovanja temeljijo na nemoduliranih nosilnih valovanjih L1 in L2. Faza nosilnega valovanja je za obravnavo nekoliko težavnejša kot koda, vendar sta si v osnovi podobni.

Fazna razlika sprejetega valovanja in valovanja, generiranega v sprejemniku, omogoča izvedbo opazovanj, četudi v samem začetku ne poznamo števila celih valov med satelitom in sprejemnikom, ki je potreben za določitev razdalje med satelitom in sprejemnikom. Opazovana količina v primeru faznih opazovanj je fazna razlika med fazo valovanja, oddano s satelita, ter fazo valovanja, ki je generirana v sprejemniku. Spreminjanje faze valovanja je rezultat dejstva, da se razdalja med satelitom in sprejemnikom spreminja. Faza nosilnega

valovanja se spremeni za vrednost ene valovne dolžine, ko se razdalja med satelitom in sprejemnikom spremeni za eno valovno dolžino (Stopar, 2000).

Za izmero faze valovanja potrebujemo valovanji enakih frekvenc. V primeru opazovanj GPS pa sprejeto in v sprejemniku generirano valovanje nimata enake frekvence. Vzrok za to je dejstvo, da se satelit glede na sprejemnik vedno giblje. Posledica tega gibanja je sprememba frekvence s sprejemnikom sprejetega valovanja za vrednost Dopplerjevega efekta. S satelita, ki se sprejemniku približuje, sprejemnik sprejema valovanje višje frekvence od oddane nominalne frekvence, s satelita, ki se glede na sprejemnik oddaljuje, pa sprejemnik sprejema nižjo frekvenco od oddane nominalne frekvence.

Opazovanje faze nosilnega valovanja se zato lahko v primeru uporabe GPS-tehnologije izvede samo na sestavljenem valovanju. V GPS-terminologiji je to valovanje imenovano beat valovanje in nastane kot sestavljeno valovanje dveh valovanj različnih frekvenc. V primeru GPS-a je sestavljeno valovanje vzpostavljeno, ko se sestavita valovanje, sprejeto s satelita, in valovanje, generirano v sprejemniku. Izmerjena vrednost faze se tako nanaša na razliko med sestavljenim valovanjem (za vrednost Dopplerjevega efekta spremenjenega sprejetega valovanja) in v sprejemniku generiranim valovanjem nominalne frekvence.

Razdaljo med satelitom in sprejemnikom lahko torej pridobimo, če poznamo valovno dolžino valovanja, število celih valov med satelitom in sprejemnikom, del faze valovanja na oddajniku v trenutku oddaje signala ter del faze na sprejemniku v trenutku sprejema signala. Opazovano fazo obravnavamo kot nedoločeno psevdorazdaljo. Nedoločena psevdorazdalja je enako kot psevdorazdalja obremenjena s pogreški oscilatorja satelita in sprejemnika ter dodatno še z nedoločenim številom celih valov med satelitom in sprejemnikom v začetnem trenutku opazovanj.

Osnovno enačbo razdalje med satelitom in sprejemnikom na podlagi faznih opazovanj lahko zapišemo kot:

$$\Phi_k^p(t) = \varphi_k(t) - \varphi^p(t) + N_k^p(1) \quad (3.6)$$

kjer je:

$\Phi_k^p(t)$ : psevdorazdalja med satelitom  $p$  in sprejemnikom  $k$  v enotah valovne dolžine  
[m/obrat]

$\varphi^p(t)$ : vrednost faze valovanja, oddanega s satelita  $p$  [obrat]

$\varphi_k(t)$ : vrednost faze valovanje, ko prispe do antene sprejemnika v trenutku  $t$  [obrat]

$N_k^p(1)$ : neznano število celih valov med satelitom in sprejemnikom v začetku opazovanj  
[obrat]

Končni oblika enačbe opazovane faze pa se glasi:

$$\Phi_k^p(t) = \frac{f}{c} \rho_k^p(t) - f \left[ 1 - \frac{\dot{\rho}_k^p(t)}{c} \right] dt_k + f dt^p + N_k^p(1) + \frac{a^p}{c} \rho_k^p(t) + I_{k,\varphi}^p(t) + \frac{f}{c} T_k^p(t) + \varepsilon_\varphi \quad (3.7)$$

kjer je:

$t$ : trenutek sprejema signala [s]

$f$ : frekvenca nosilnega valovanja [obrat/s]

$c$ : hitrost svetlobe [m/s]

$\rho_k^p$ : geometrijska razdalja med sprejemnikom in satelitom [m]

$dt_k$ : pogreški sprejemnikove ure [s]

$dt^p$ : pogreški satelitove ure [s]

$a^p$ : skupno odstopanje urinega stanja v trenutku oddaje signala [obrat/s]

$I_{k,\varphi}^p$ : vpliv ionosfere na opazovane faze [obrat]

$T_k^p$ : vpliv troposfere na opazovane faze [m]

$\varepsilon_\varphi$ : vpliv šuma sprejemnika in odboja od objektov v bližini na opazovane faze [obrat]

Ker se satelit giblje relativno glede na sprejemnik, se vrednost opazovane faze nenehno spreminja. Tako se tudi razdalja med satelitom in sprejemnikom nenehno spreminja.

Sprememba vrednosti opazovane faze je merilo za spremembo razdalje med satelitom in sprejemnikom ne glede na to, ali se giblje samo satelit ali sprejemnik in satelit.

Valovni dolžini valovanj L1 in L2 sta  $\lambda_{L1} \approx 0,19 \text{ m}$  in  $\lambda_{L2} \approx 0,24 \text{ m}$ . Sprejemnik lahko fazo izmeri z natančnostjo 1 % valovne dolžine, kar ustreza približno 2 mm v dolžinskem smislu. Natančnost opazovanj faze je torej za faktor 1000 višja od opazovanj C/A-kode (Stopar, 2000). Za določitev razdalje z natančnostjo 3 mm moramo glede na svetlobno hitrost izmeriti čas potovanja signala z natančnostjo 0,01 ns ( $10^{-11}$  sek). Na osnovi psevdorazdalj se uri satelita in sprejemnika uskladita do 0,1 mikrosekunde. Neodstranjeni del pogreška urinih stanj je odstranjen na osnovi t. i. faznih razlik.

### 3.2.2.1 Fazne razlike

Fazne razlike so ključne količine pri določanju položajev točk z geodetsko natančnostjo. Predstavljajo osnovo za določitev relativnega položaja med dvema ali več sprejemniki. To pa pomeni, da jih lahko uporabljamo samo v primeru, ko z dvema ali več sprejemniki istočasno sprejemamo signal, oddan s štirih ali več GPS-satelitov. Poznamo enojno, dvojno ali trojno fazno razliko.

Osnova za tvorjenje faznih razlik je enačba opazovane faze, zapisana v obliki:

$$\varphi_k^p(t) - f dt^p(t) = \frac{1}{\lambda} \rho_k^p(t) + N_k^p(1) - f dt_k(t) \quad (3.8)$$

Enojno fazno razliko imenujemo razliko opazovanih faz valovanja, oddanega z enega satelita, in sprejetega istočasno z dvema sprejemnikoma. Za stojišči *A* in *B* ter opazovani satelit *j* zapišemo končno enačbo enojne fazne razlike kot:

$$\varphi_{AB}^j(t) = \frac{1}{\lambda} \rho_{AB}^j(t) + N_{AB}^j(1) - f dt_{AB}(t) \quad (3.9)$$

kjer predstavljajo členi razlike:

$$\begin{aligned}
 \varphi_{AB}^j(t) &= \varphi_B^j(t) - \varphi_A^j(t) \\
 \rho_{AB}^j(t) &= \rho_B^j(t) - \rho_A^j(t) \\
 dt_{AB}^j(t) &= dt_B^j(t) - dt_A^j(t) \\
 N_{AB}^j(1) &= N_B^j(1) - N_A^j(1)
 \end{aligned}
 \tag{3.10}$$

Z uporabo enojnih faznih razlik odstranimo vpliv pogreška satelitove ure.

Dvojna fazna razlika predstavlja razliki enojnih faznih razlik za opazovanja valovanj, oddanih z dveh satelitov. Za stojišči  $A$  in  $B$  ter opazovana satelita  $j$  in  $k$  zapišemo končno enačbo dvojne fazne razlike kot:

$$\varphi_{AB}^{jk}(t) = \frac{1}{\lambda} \rho_{AB}^{jk}(t) + N_{AB}^{jk}(1)
 \tag{3.11}$$

V izrazu za dvojno fazno razliko ni več člena, ki opisuje pogrešek urinega stanja satelita.

Trojna fazna razlika pa je razlika dvojnih faznih razlik, sestavljena za dva trenutka opazovanj.

$$\varphi_{AB}^{jk}(t_{12}) = \frac{1}{\lambda} \rho_{AB}^{jk}(t_{12})
 \tag{3.12}$$

Določanje relativnega položaja je možno na osnovi kateregakoli tipa faznih razlik, vendar se različni tipi faznih razlik uporabljajo v različnih fazah v postopku določanja relativnega položaja. Tako se uporabljajo trojne fazne razlike za odstranitev neznanega števila celih valov ob začetku opazovanj in za pridobitev prvega približka komponent baznega vektorja, če je položaj ene od točk znan. Dvojne fazne razlike nato uporabimo za izračun komponent baznega vektorja.

### 3.2.3 Vplivi na GPS-opazovanja

Natančnost določitve položaja na osnovi GPS-opazovanj je odvisna od kvalitete opazovanj in od geometrijske razporeditve opazovanih satelitov. Vplive na GPS-opazovanja lahko razdelimo glede na njihov izvor v tri skupine:

- vplivi z izvorom v satelitih, ki vključujejo pogreške tirnic satelitov in satelitovih ur;
- vplivi z izvorom v sprejemniku, ki vključujejo odboj signala od objektov v bližini („multipath“), spreminjanje položaja faznega centra antene in šum sprejemnika;
- vplivi z izvorom v mediju, v katerem signal potuje (vključujejo ionosfersko in troposfersko refrakcijo).

V postopku obdelave GPS-opazovanj je potrebno oceniti velikost sistematičnih vplivov na GPS-opazovanja. Nekatere sistematične vplive lahko opišemo z matematičnim modelom in jih kot dodatne neznanke vključimo v matematični model določitve položaja. Druga možnost pa je zmanjšanje ali odstranitev sistematičnih vplivov na GPS-opazovanja s primerno oblikovanimi kombinacijami opazovanj.

#### 3.2.3.1 Natančnost tirnic GPS-satelitov

Položaj GPS-satelita podajamo s koordinatami oz. efemeridami. Tirnica satelita je vnaprej modelirana, vendar se sateliti, zaradi vplivov Zemljinega težnostnega polja, privlačnosti Lune in Sonca ter pritiska Sončevega sevanja, ne gibljejo točno po vnaprej definirani poti. Pogrešek tirnice satelita obravnavamo kot razliko med pravim položajem GPS-satelita in njegovo predvideno vrednostjo. Predstavimo jih v koordinatnem sistemu trenutnega položaja satelita. Komponente tega koordinatnega sistema so višina  $h$ , prečna komponenta  $c$  in vzdolžna komponenta  $l$ . Os  $h$  sovpada s smerjo radij vektorja satelita, os  $c$  je normalna na ravnino tirnice, os  $l$  leži v ravnini tirnice in je pravokotna na osi  $h$  in  $c$ . Pogrešek položaja satelita tako sestavljajo pogrešek v višini (v smeri radij vektorja položaja satelita), odstopanje od



nominalne ravnine tirnice in vzdolžni pogrešek položaja glede na nominalni položaj radij vektorja v ravnini tirnice.

Za izboljšanje natančnosti tirnic GPS-satelitov pri najnatančnejših geodetskih meritvah uporabljamo precizne efemeride, ki jih pripravljajo različne civilne organizacije. S preciznimi efemeridami so tirnice GPS-satelitov modelirane glede na dejansko opravljeno pot satelitov. Različne civilne institucije (International GPS Service – IGS, National Geodetic Survey – NGS, Center for Orbit Determination in Europe – CODE) so v ta namen vzpostavile mrežo stalno delujočih GPS-postaj, postavljenih na točno določene položaje (znane koordinate). Na podlagi znanih koordinat permanentnih postaj in opazovanj GPS-signalov naknadno izračunamo parametre tirnic, ki so natančnejši od predvidenih. Natančnost naknadno izračunanih tirnic je od 1 do 5 cm.

### **3.2.3.2 Pogreški satelitovih ur**

Pogreške satelitovih ur določamo hkrati z izračunom natančnih efemerid. Stanje satelitove ure primerjamo glede na GPS-čas, ki ga vzdržujejo v glavni GPS-kontrolni postaji v Coloradu Springsu. Podatek o stanju satelitove ure in urinem teku je na voljo v navigacijskem sporočilu kot koeficienti urinih pogreškov. Ti predstavljajo predvideno stanje ure za vnaprej določen čas (za 24 ur ali več vnaprej). Kljub uporabi cezijeveh in rubidijeveh oscilatorjev nam opisani model podaja napake satelitovih ur le z natančnostjo do 20 nanosekund, kar v dolžinskem smislu pomeni 6 m.

### **3.2.3.3 Pogreški sprejemnikove ure**

GPS-sprejemniki so opremljeni s kvarčnimi oscilatorji. Prednost kvarčnih oscilatorjev je v tem, da so poceni, majhni in porabijo malo energije. Slabost kvarčnih oscilatorjev pa je v tem, da omogočajo stabilen urin tek le v krajšem časovnem obdobju. Urin tek je v posameznih GPS-sprejemnikih različen, zato jih moramo povezati s stabilnim časom (npr. GPS-časom). Razliko med GPS-časom in sprejemnikovo uro imenujemo pogrešek sprejemnikove ure, ki

ima vpliv na vse izmerjene razdalje med satelitom in GPS-sprejemnikom. Tipična rešitev tega problema je uvedba nove neznanke (pogrešek sprejemnikove ure) v matematični model določitve položaja na osnovi psevdorazdalj.

### 3.2.3.4 Vpliv ionosfere in troposfere

Ko GPS-valovanje potuje skozi ionosfero, pride do razpršitve valovanja in s tem do spremembe hitrosti razširjanja valovanja. Zaradi vpliva ionosfere se kodirano valovanje razširja z manjšo hitrostjo glede na razširjanje valovanja v vakuumu. To ima za posledico, da bo izmerjena razdalja daljša od prave vrednosti. Po drugi strani pa bodo razdalje, določene na osnovi faznih opazovanj, krajše zaradi prehitevanja faze, kar je posledica vpliva ionosfere na nosilno valovanje.

Vpliv ionosfere na valovanje je podan z ionosferskim refrakcijskim koeficientom. Ionosferski refrakcijski koeficient ima na hitrost razširjanja faze valovanja in na hitrost kode valovanja različen vpliv. Izraža se s prehitevanjem nosilnega valovanja in z zakasnitvijo kode. Izraz za vrednost ionosferske refrakcije v dolžinski meri zapišemo kot:

$$\Delta_{ph}^{iono} = -\frac{40.3}{f^2} TEC \quad \text{oz.} \quad \Delta_{gr}^{iono} = \frac{40.3}{f^2} TEC \quad (3.13)$$

kjer predstavlja:

$\Delta_{ph}^{iono}$  : vpliv na fazne meritve

$\Delta_{gr}^{iono}$  : vpliv na kodne meritve

$TEC$ : število prostih elektronov na površini 1 m<sup>2</sup>, podan v enoti 10<sup>16</sup> el./ m<sup>2</sup>

Vpliv ionosfere na določevanje razdalj znaša od 50 m za signal, oddan s satelita v zenitu, do 150 m za signal, oddan s satelitov v bližini horizonta. Za zmanjšanje vpliva ionosfere na opazovanja se kot del navigacijskega sporočila prenašajo tudi koeficienti korekcijskih formul.

Natančnost korekcije je v največji meri odvisna od zanesljivosti določitve števila prostih elektronov (*TEC*) vzdolž poti signala. Število prostih elektronov je količina, ki je odvisna od Sončeve aktivnosti, letnih in dnevnih sprememb, azimuta in višine satelita ter od položaja opazovališča.

Z izvajanjem opazovanj na obeh nosilnih valovanjih in njihovo linearno kombinacijo lahko odstranimo vpliv ionosferske refrakcije na meritve.

Vpliv nevtralne atmosfere (neionizirane) na GPS-opazovanja imenujemo troposferska refrakcija. Razširjenje valovanja v nevtralni atmosferi je neodvisno od frekvence valovanja. To pomeni, da troposferske refrakcije ne moremo odstraniti z opazovanji dveh različnih frekvenc.

Troposfersko refrakcijo razstavimo na mokro in suho komponento. Suha komponenta se nanaša na suho komponento atmosfere, mokra komponenta pa na vodno paro v atmosferi. Približno 90 % troposferske refrakcije izhaja iz suhe in približno 10 % iz mokre komponente. Vrednosti suhe komponente troposferske refrakcije znaša 2,2–2,3 m in jo lahko modeliramo z relativno natančnostjo 2–5 %. Pri tem uporabljamo na površini Zemlje izmerjene vrednosti temperature in zračnega tlaka. Mokra komponenta troposferske refrakcije je velikosti 10–30 cm. Zaradi velikega časovnega in prostorskega spreminjanja vodne pare je težavna za modeliranje.

Vpliv troposfere na bazni vektor, določen na podlagi GPS-opazovanj, lahko razstavimo na:

- relativno troposfersko refrakcijo, to je razliko troposferske refrakcije med krajiščema baznega vektorja;
- absolutno troposfersko refrakcijo, to je skupno troposfersko refrakcijo na krajiščih baznega vektorja.

Relativna troposferska refrakcija ima največji vpliv na višinsko razliko med točkama. Relativni pogrešek v zenitni troposferski refrakciji za 1 mm povzroči pogrešek razlike med točkama za 3–4 mm. Absolutna troposferska refrakcija ima največji vpliv na merilo mreže.

Absolutni pogrešek refrakcije za 1 mm povzroči pogrešek v merilu mreže za 0,4 ppm in je nasprotno od relativne troposferske refrakcije sorazmeren z dolžino baznega vektorja.

Popravke opazovanih razdalj med satelitom in sprejemnikom zaradi troposferske refrakcije, določene na osnovi modelov troposfere, pridobimo v dolžinskih enotah in jih moramo odšteti od opazovane razdalje, kar pomeni, da so razdalje brez upoštevanja troposferske refrakcije daljše od geometričnih razdalj.

### **3.2.3.5 Odboj signala od objektov v bližini - multipath**

Multipath je največji pogrešek, ki ga je v primeru GPS-opazovanj potrebno obravnavati. Multipath vpliva tako na kodna opazovanja kot tudi na opazovanja faz. Multipath je neizogiben v večini primerov GPS-izmere, ker prihaja do odboja GPS-signala od objektov, kot so tla, zgradbe, vozila, vodne površine v bližini sprejemnika. Signal, odbit od objekta v bližini, prispe do antene v časovnem zamiku glede na signal, ki prispe do antene direktno. Vpliv odboja signala je odvisen od jakosti signala, višinskega kota, lastnosti antene in sprejemnika ter načina obdelave GPS-signala. Ker je multipath odvisen od geometrije okolice antene, se v kratkem časovnem obdobju obnaša kot sistematičen (periodični) vpliv zaradi spreminjanja geometrijske razporeditve satelitov v času opazovanj.

Vpliv odboja signala od objektov v bližini na fazna opazovanja ni nikoli večji od  $\lambda/4$ . Za frekvenco L1 lahko znaša multipath do 4,8 cm, za frekvenco L2 tudi do 6 cm. Vpliv multipatha na razdalje, pridobljene na osnovi kodnih opazovanj, lahko znaša do 150 m za C/A-kodo in do 15 m za P-kodo.

### **3.2.4 Kinematično določevanje položaja s sistemom GPS**

O kinematičnem določevanju položajev govorimo, kadar želimo določiti položaj objekta, ki se premika na ali blizu Zemljine površine. S sistemom GPS lahko določimo položaje sproti ali pa z naknadno obdelavo. V prvem primeru nas ne zanimajo najnatančnejši rezultati in jih

uporabljammo za navigacijo vozil. V primeru naknadne obdelave meritev pa lahko izračunamo položaje z nekajcentimetrovsko natančnostjo (Jekeli, 2001).

V primeru statičnih GPS-meritev imamo veliko število nadštevilnih opazovanj, saj s povečevanjem dolžine trajanja GPS-meritev pridobimo mnogo več opazovanj kot imamo neznanke. V primeru kinematičnih meritev pa se z vsakim trenutkom GPS-opazovanj spremeni položaj in s tem pridobimo nove neznanke. Zato se pri kinematičnem določanju položajev s sistemom GPS, kot primerna izkaže uporaba Kalmanovega filtra. V algoritmu Kalmanovega filtra lahko s časom dodajamo in odstranjujemo neznanke glede na število GPS-opazovanj in na kakovost GPS-opazovanj. Najprej je potrebno identificirati neznanke v sistemu in določiti dinamični model po katerem se spreminjajo. Kot neznanke v sistemu obravnavamo pogrešek določitve položaja in hitrosti, pogreške urinega stanja sprejemnikove ure, neznanost števila celih valov s satelita oddanega valovanja in pogreški zaradi vpliva ionosfere in troposfere. Za vsako neznanost v sistemu je potrebno določiti linearni dinamični model skupaj s stohastičnimi lastnostmi (Jekeli, 2001).

Pri izvajanju kinematičnih GPS-opazovanj za določitev položaja na podlagi faznih meritev se izkaže kot najpomembnejša ovira nezanesljiva določitev celega števila valov s satelita oddanega valovanja. V sistemu modeliramo to neznanost kot konstanto. Ko je enkrat določena z zadovoljivo kakovostjo, jo lahko izločimo iz sistema kot neznanost do naslednje prekinitve sprejema GPS-signala ali pa do začetka sprejemanja signala z novega GPS-satelita (Jekeli, 2001).

Matematični model za ocenjevanje pogreškov položaja lahko razvijemo, če predpostavimo, da poznamo povezavo med pogreškom položaja v času  $t_k$  in času  $t_{k+1}$ . To povezavo lahko opišemo s poznavanjem varianc pri določanju pogreškov pospeška. Predpostavimo lahko, da predstavljajo pogreški pospeškov neprekinjen beli šum, iz česar lahko sklepamo, da so tudi pogreški hitrosti izračunanih iz pospeškov naključni. Če se pri kinematičnem določevanju položaja omejimo samo na modeliranje položajnih pogreškov, ki so odvisni tudi od pogreškov določevanja pospeškov objekta, lahko dinamični model v diskretnem Kalmanovem filtru ( $\mathbf{x}_k = \Phi(t_k, t_{k-1}) \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{u}_k$ ) zapišemo kot (Jekeli, 2001):

$$\begin{pmatrix} \delta \mathbf{x}_k \\ \delta \dot{\mathbf{x}}_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \Delta t \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta \mathbf{x}_{k-1} \\ \delta \dot{\mathbf{x}}_{k-1} \end{pmatrix} + \mathbf{u}_k, \quad (3.14)$$

kjer je  $\delta \mathbf{x}_k$  vektor položajnih pogreškov,  $\delta \dot{\mathbf{x}}_k$  vektor pogreškov določevanja pospeškov, enotska podmatrika  $\mathbf{I}$  velikosti  $3 \times 3$ ,  $\Delta t$  časovni interval med trenutkoma  $k$  in  $k-1$  ter  $\mathbf{u}_k$  beli šum v diskretnem modelu.

V primeru kinematičnih GPS-meritev lahko v trenutni epohi izvajamo kodna in fazna opazovanja z določenega števila satelitov. Vsa ta opazovanja so med seboj linearno neodvisna glede na določitev položaja in odvisna glede na vrsto drugih neznank. Vektor neznank, ki ga tvorijo pogreški položajev in pogreški sprejemnikove ure, označimo z  $\boldsymbol{\varepsilon}_k$  in je velikosti  $m \times 1$  v trenutku  $k$ . Oznaka  $m$  predstavlja število neznank v sistemu. Vektor  $\boldsymbol{\varepsilon}_k$  določimo kot razliko med začetnimi ocenjenimi vrednostmi  $\tilde{\mathbf{z}}_k$  in dejanskimi pravimi vrednostmi  $\mathbf{z}_k$  (Jekeli, 2001):

$$\boldsymbol{\varepsilon}_k = \tilde{\mathbf{z}}_k - \mathbf{z}_k. \quad (3.15)$$

Enačbe opazovanj se nanašajo na  $m$  neznank v vsakem trenutku in na  $n$  razlik med opazovanimi in izračunanimi vrednostmi neznank. V modelu opazovanj Kalmanovega filtra uporabimo vektor  $\tilde{\mathbf{y}}$  (velikosti  $n \times 1$ ) za predstavitev opazovanj v trenutku  $k$ . Vektor  $\tilde{\mathbf{y}}$  izrazimo kot:

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{h}(\mathbf{z}_k) + \mathbf{v}_k, \quad (3.16)$$

kjer je  $\mathbf{h}(\mathbf{z}_k)$  vektorska funkcija in  $\mathbf{v}_k$  šum opazovanja. Razlika  $\delta \mathbf{y}_k$  med vektorji izračunanih vrednosti neznank in opazovanj, je podana z linearno aproksimacijo in jo zapišemo z:

$$\delta \mathbf{y}_k \approx \mathbf{H}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k - \mathbf{v}_k, \quad (3.17)$$

kjer je  $\mathbf{H}_k$  matrika parcialnih odvodov velikosti  $m \times n$  in jo zapišemo kot:

$$\mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial h}{\partial z} \right|_{z=\tilde{z}_k} \quad (3.18)$$

Zaradi narave izvajanja kinematičnih GPS-meritev se okolje meritev nenehno spreminja. To ima za posledico, da se v takih primerih soočamo s težavami, kot so pogoste prekinitve sprejema GPS-signala zaradi spreminjanja orientacije vozila in različnih ovir in pojavljanje vpliva „multipatha“ zaradi odbojev GPS-signala od objektov v bližini. Za premostitev teh težav se poleg GPS-meritev izvaja hkrati tudi meritve z inercialnimi senzorji, ki niso odvisni od istih zunanjih vplivov, kot sistem GPS.

### 3.3 Inercialni navigacijski sistemi

Inercija je lastnost teles, ki ohranja njihovo translacijsko in rotacijsko hitrost konstantno, vse dokler ni zmotena zaradi zunanjih sil in navorov. Referenčni inercialni sistem je tisti sistem, v katerem veljajo Newtonovi zakoni gibanja. Inercialni sistemi ne rotirajo in nanj ne delujejo zunanje sile (ne pospešujejo). Inercialni koordinatni sistemi ponavadi ne sovpadajo z navigacijskim koordinatnim sistemom v katerem rešujemo probleme določevanja položaja. Na primer: lokalni koordinatni sistem, v katerem določamo položaj objekta na ali v bližini zemeljskega površja, rotira skupaj z Zemljo in pospešuje. Te pospeške in rotacije je potrebno upoštevati pri določevanju položajev z inercialnimi merskimi sistemi (Grewal, 2007).

S senzorji v inercialnih sistemih merimo inercialne pospeške in rotacije, ki jih obravnavamo kot vektorske količine (Grewal, 2007). Meritve pospeškov vzdolž posameznih osi v navigacijskem koordinatnem sistemu so osnovna opazovanja pri določevanju položajev z inercialnimi sistemi. Pospeški so izpeljani iz meritev delovanja specifične sile na vozilo. Žiroskope uporabljamo za stabilizacijo koordinatnih osi, po katerih merimo pospeške z meritvami kotnih zasukov. Stabilizacijo z žiroskopi lahko izvedemo mehansko in analitično (Hofmann-Wellenhof, 2003).

Merilniki pospeškov so senzorji, ki merijo inercialni pospešek oz. specifično silo in ne težnostnega pospeška. Merilniki zaznavajo pospeške, ki jih lahko modeliramo z drugim Newtonovim zakonom  $a = F / m$ , kjer predstavlja  $F$  silo, ki deluje na telo z maso  $m$  (brez gravitacije), in količnik  $F / m$  specifično silo (Grewal, 2007).

Žiroskopi so senzorji, s katerimi merimo rotacije oz. zasuke. Z žiroskopi lahko merimo le spremembe v rotaciji, lahko pa tudi absolutne vrednosti zasukov. V inercialnih sistemih za določevanje položaja podajajo žiroskopi podatek o tem, kako so merilniki pospeškov orientirani v inercialnem in navigacijskem koordinatnem sistemu (Grewal, 2007).

Sestav inercialnih senzorjev (angl.: Inertial Sensor Assembly - ISA) predstavlja skupek togo med seboj povezanih inercialnih senzorjev na skupni platformi. Sestave inercialnih senzorjev, ki jih uporabljamo v inercialni navigaciji, tvorijo trije merilniki pospeškov in trije žiroskopi. Inercialna merilna enota (angl.: Inertial Measurement Unit - IMU) združuje sestav inercialnih senzorjev in elektronske komponente, ki služijo za krmiljenje in kalibracijo sistema. Inercialni navigacijski sistem pa je sestavljen iz inercialne enote, računalnika, ki obdeluje meritve s senzorjev, uporabniškega vmesnika in enote za napajanje (Grewal, 2007).

Gostujoče vozilo predstavlja platformo, na kateri je nameščen inercialni navigacijski sistem. To je lahko letalo, ladja, podmornica in vozilo na kopnem. Z inercialnim navigacijskim sistemom določujemo položaj sestava inercialnih senzorjev – podobno kot s sistemom GPS določujemo položaje GPS-antene. Pri združevanju GPS- in INS-meritev moramo zato upoštevati relativni položaj med sistemoma.

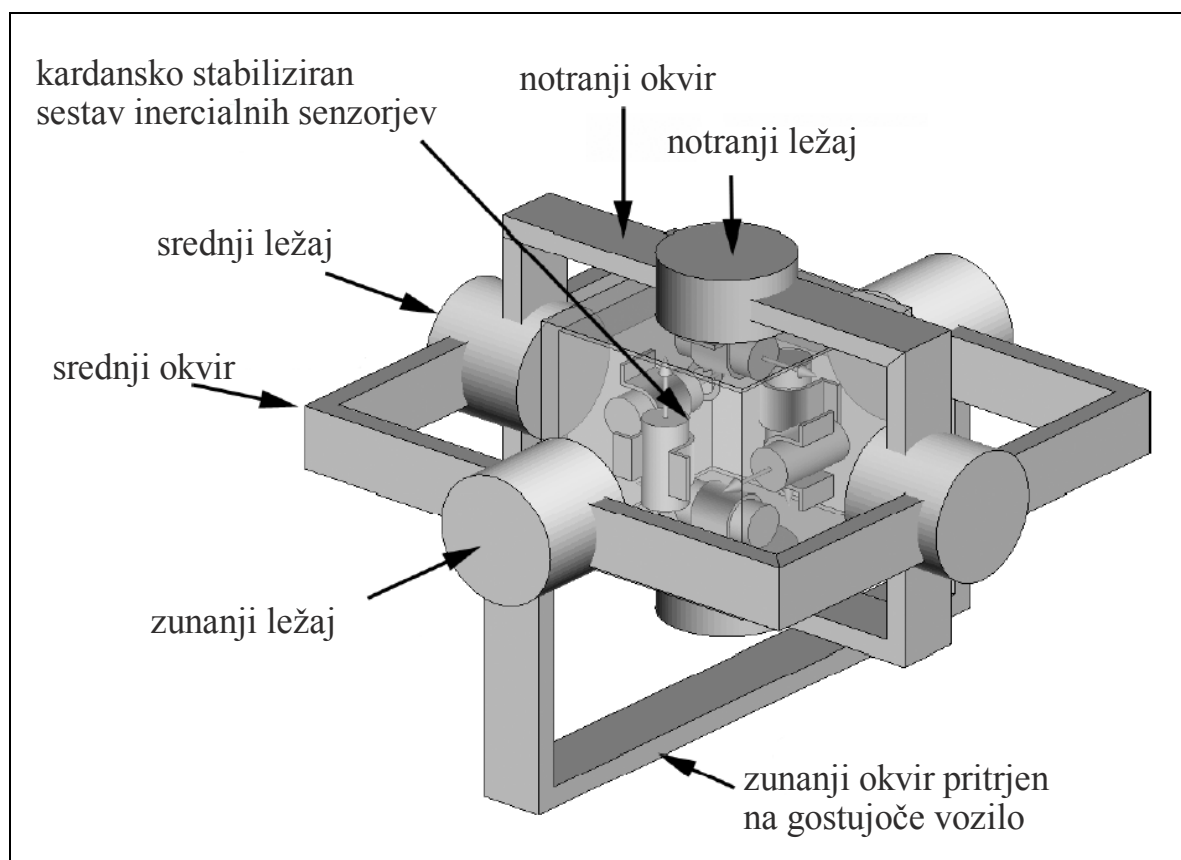
V splošnem lahko inercialne navigacijske sisteme razdelimo v dve skupini:

- žiroskopsko stabiliziran,
- sistem s fiksiranimi senzorji.

Žiroskopsko stabilizirani sistemi so bili razviti v obdobju, ko se s procesorsko močjo računalnikov še ni dalo zagotoviti ustrezne hitrosti preračunavanja navigacijskih enačb v



realnem času. Žiroskopsko stabiliziran sistem (angl.: gimbale system) tvori sestav inercialnih senzorjev, izoliran od rotacij gostujočega vozila. Sestavu senzorjev, ki je izoliran od rotacije vozila, pravimo tudi inercialna platforma oz. stabilni element. V tem primeru inercialno enoto sestavljajo sestav inercialnih senzorjev in kardanska komponenta s pripadajočo elektroniko. Senzorji so pri tej zasnovi vedno obrnjeni v nastavljeno smer oz. položaj, ki se ne spreminja kljub premikanju gostujočega vozila.



Slika 3.1: Žiroskopsko stabiliziran inercialni sistem (Grewal, 2007)

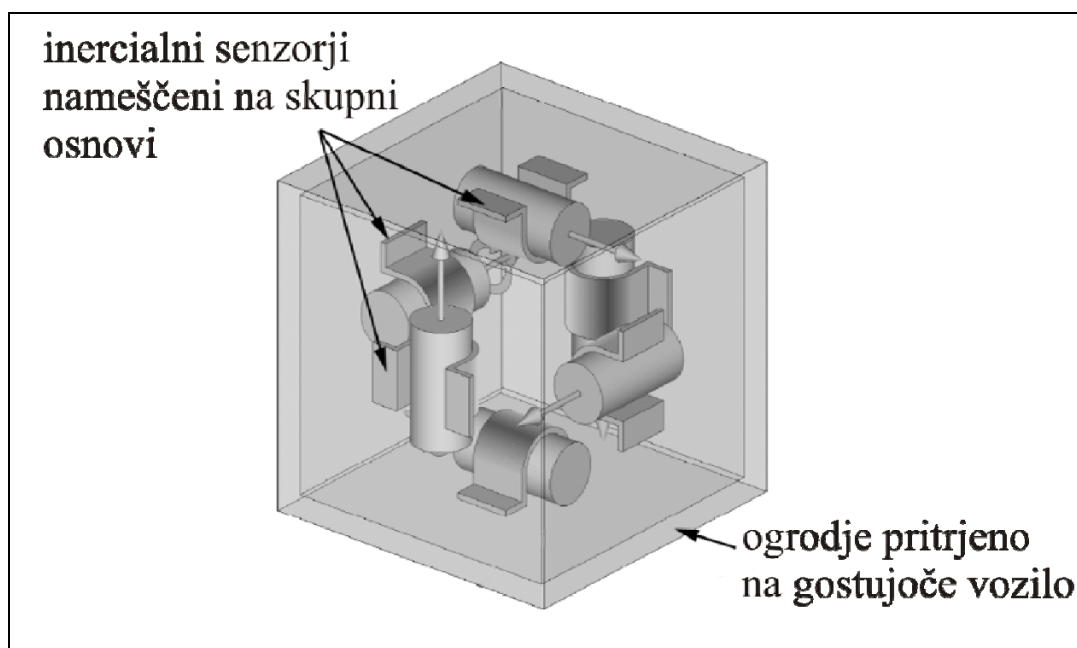
Fig. 3.1: Gimbaled inertial measurement unit (Grewal, 2007)

Osnovni sestavni deli žiroskopsko stabiliziranega sistema so kardanski zglobovi, s katerimi izoliramo notranjost senzorja od zunanjih rotacij. Kot vidimo na sliki 3.1, potrebujemo tri med seboj pravokotne sisteme kardanskih ležajev, da zagotovimo popolno izolacijo od zunanjih rotacij. Zaradi navora, ki nastane kot posledica trenja v ležajih, lahko z žiroskopi znotraj sistema zaznamo katerokoli rotacijo zunanjega okvira. Ko z žiroskopi zaznamo rotacijo, s krmilnimi motorji poravnamo sistem v izhodiščni položaj. Razporeditev senzorjev,

kot jo vidimo na sliki 3.1, opisuje sistem, kjer je zunanja kardanska os poravnana z osjo v smeri premikanja in je notranja kardanska os vertikalna. Če tak sestav inercialnih senzorjev ohranjamo poravnani z lokalnimi smermi (vzhod-zahod-gor) predstavljajo odčitki zasukov Eulerjeve kote (naklon, odklon, smer), ki definirajo relativno usmerjenost objekta glede na smeri vzhod-zahod-gor v lokalnem koordinatnem sistemu.

Prednost uporabe žiroskopsko stabiliziranih sistemov je tem, da so inercialni senzorji izolirani od hitrih zasukov. Na ta način se lahko izognemo pogreškom senzorjev, ki so odvisni od zasukov (npr. faktor merila) in s tem posledično zagotavljajo višjo natančnost. Glavne slabosti takih sistemov pa so njihova velikost in teža ter visoka cena.

Sistem s fiksiranimi senzorji (angl.: strapdown system): v tem primeru je sestav inercialnih senzorjev togo pritrjen na ohišje in s tem na nosilno konstrukcijo gostujočega vozila. V takem primeru inercialna enota ni izolirana od rotacij platforme in jih neposredno zaznava. Z inercialno enoto s fiksiranimi senzorji zaznavamo premike in zasuke na podlagi računske obdelave izhodnih meritev iz senzorjev in ne na podlagi mehanskih zasukov kot je to v primeru žiroskopsko stabiliziranega sistema (Grewal, 2007).



Slika 3.2: Inercialni sistem s fiksiranimi senzorji (Grewal, 2007)

Fig. 3.2: Strapdown inertial measurement unit (Grewal, 2007)

Glavna prednost sistemov s fiksiranimi senzorji, v primerjavi z žiroskopsko stabiliziranimi sistemi, je nižja cena. S sistemi s fiksiranimi senzorji lahko natančneje določimo naklone in zasuke. Slabost sistemov s fiksiranimi senzorji je v tem, da morajo delovati pri veliko višjih frekvencah obratov, kar podraži ceno izdelave takih sistemov. Prav tako je potrebno izvesti kalibracijo sistema s fiksiranimi senzorji, katere končni produkt je kalibracijska tabela (Grewal, 2007).

### **3.4 Senzorji v inercialnih navigacijskih sistemih**

#### **3.4.1 Žiroskopi**

Naloga žiroskopov je ohranitev fiksnih smeri v inercialnem prostoru, kar predstavlja mehansko realizacijo inercialnega koordinatnega sistema. Kotni zasuk se določi na podlagi relativnega zasuk med vrtavkami in ogrodjem (Kozmus, 2001).

Mehanizem žiroskopa sestavlja hitro rotirajoči rotor v ogrodju, ki omogoča prosto rotacijo v poljubni smeri, t. j. okoli vseh rotacijskih osi. Zaradi vztrajnostnega momenta rotorja ostaja obnašanje senzorja nespremenjeno tudi, ko je ogrodje nagnjeno. To lastnost izkoriščajo mnoge aplikacije. Žiroskope uporabljamo v raznih instrumentih, kot so kompas, avtopilot na ladjah in letalih, usmerjevalni mehanizem torpeda, stabilizator nagiba in inercialni navigacijski sistemi (Kozmus, 2001).

Rotacijska os vrtečega se rotorja ohranja isto smer glede na nagibanje sistema. To lastnost imenujemo inercija žiroskopa. Če se hitrost vrtenja rotorja manjša, hkrati izginja tudi inercija – os rotorja začne nihati in končno zavzame poljuben položaj. Rotorji z visoko kotno hitrostjo in skoncentrirano maso v bližini osi imajo največjo inercijo. Kolo rotorja je podvrženo zakonom krožnega gibanja in inercije, tako da vzdržuje stalno smer v prostoru in ohranja vztrajnostni moment, razen v primeru, ko nanj vpliva zunanja sila (Kozmus, 2001).

Z žiroskopi zaznavamo stopnjo zasuk in spremembe smeri objekta. Če je uporabljena samo ena vrtavka, merimo spremembo smeri samo v eni ravnini. Ko imamo tri med seboj

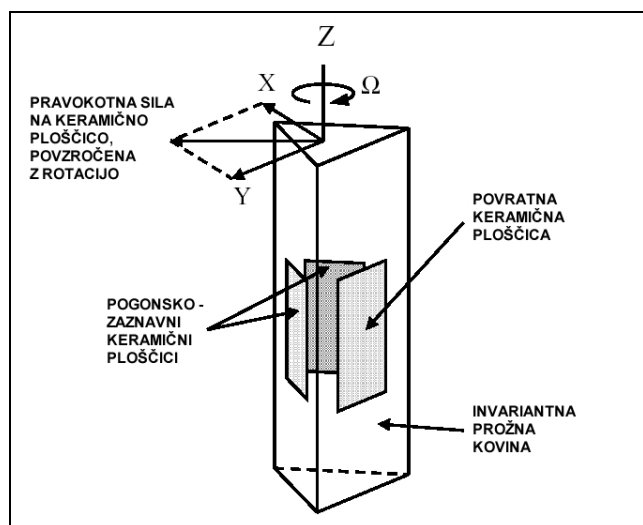
pravokotno nameščene žiroskope, lahko zaznavamo zasuke po vseh treh oseh tri-razsežnostnega prostora.

### 3.4.1.1 Piezoelektrični žiroskop

Piezoelektrični materiali so podvrženi piezoelektričnemu efektu, pri katerem vibracijsko gibanje kristalov ustvarja električni potencial v materialu samem. Nasprotno se lahko pod vplivom električnega polja piezoelektrični efekt uporabi za povzročanje vibracij piezoelektričnih kristalov. Uporaba piezoelektričnega efekta temelji na resonančnih ali harmoničnih frekvencah, ki so odvisne od velikosti, oblike in dielektričnosti piezoelektričnega materiala. Vibracijski žiroskopi vsebujejo t.i. senzorje MEMS (Micro-Electro-Mechanical System), ki zaznavajo elektronske in mehanske vplive na mikročipu.

Piezoelektrični senzorji zaznavajo Coriolisovo silo. Coriolisova sila je fiktivna sila, ki deluje na telo, ki se giblje v rotirajočem se referenčnem sistemu. Je stranski produkt določevanja koordinat glede na rotirajoči koordinatni sistem, v nasprotju s pospeševanjem mase v inercialnem sistemu. Coriolisovo silo lahko zapišemo kot  $\mathbf{F}_c = 2 \cdot m \cdot (\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\boldsymbol{\omega}})$ , kjer je  $m$  masa objekta,  $\mathbf{v}$  hitrost in  $\boldsymbol{\omega}$  vektor kotne hitrosti.

Palica, ki ji vsilimo vibriranje, ustvarja vektor oscilacijske hitrosti. Če sistem z vibrirajočo palico rotiramo okoli merilne osi, se inducira oscilacijska sila, ki povzroči vibracije piezoelektričnega kristala. Vibracije piezoelektričnega kristala zaznamo kot spreminjajočo se električno napetost in predstavlja izhodni signal iz senzorja.



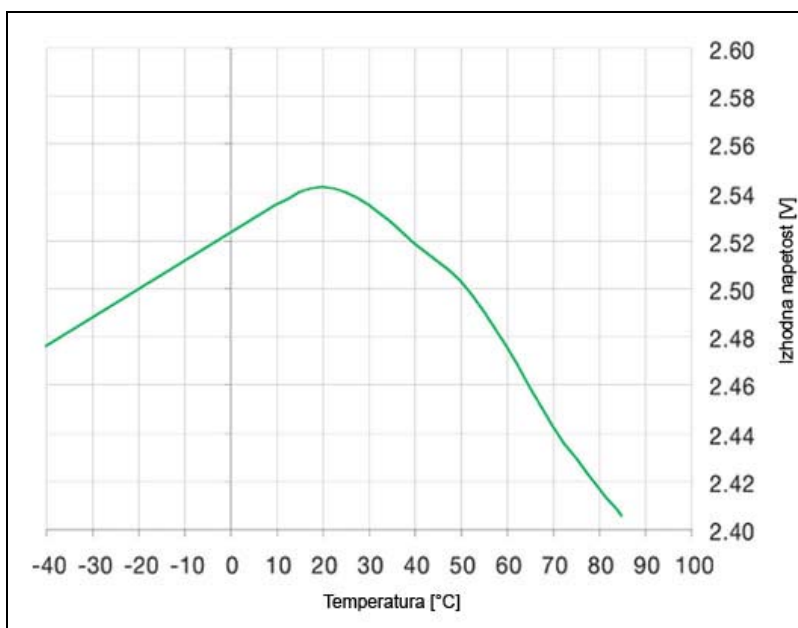
Slika 3.3: Piezoelektrični žiroskop (Stephen, 2000)

Fig. 3.3: Piezoelectric gyroscope (Stephen, 2000)

Na sliki 3.3 je predstavljen piezoelektrični žiroskop, katerega ogrodje predstavlja trikotna palica iz prožne invariantne kovine. Na vsaki stranici palice je pritrjena piezoelektrična keramična ploščica. Gibanje se na kovinsko palico prenese preko dveh pogonskih stranic. Tretja stranica pa se uporabi za vzpostavitev povratne zanke, ki kontrolira oscilacijo. Pogonske keramične ploščice se prav tako uporabijo tudi za prepoznavanje gibanja palice. Rotacijo žiroskopa zaznamo na podlagi primerjanja izhodnega signala iz zaznavnih ploščic. Za določitev smeri in hitrosti rotacije primerjamo fazne kote in magnitudo vibracije.

### 3.4.1.2 Kalibracija piezoelektričnega žiroskopa

V zvezi s pogreški piezoelektričnega žiroskopa bomo obravnavali pogrešek izhodne enote in pa pogrešek faktorja merila. Ta dva pogreška najbolj vplivata na delovanje žiroskopa in sta zato tudi glavna pokazatelja njegove kakovosti. Pri žiroskopu se začetni pogreški seštevajo zaradi nestabilnosti senzorja, ki je posledica temperaturnih sprememb (Slika 3.4), vibracij in šuma meritev.



Slika 3.4: Odvisnost izhodne napetosti od temperature (Murata, 2000)

Fig. 3.4: Dependence of output voltage on the temperature (Murata, 2000)

Kadar za določevanje smeri uporabimo žiroskope, orientacijo objekta izračunamo po naslednji enačbi (Gabaglio, 2001):

$$\phi_k = \phi_{k-1} + dt \cdot (\lambda \cdot \omega + b) \quad (3.19)$$

kjer je

$\phi_k$ : orientacija objekta v času  $k$ , če je  $k = 0$ , potem predstavlja  $\phi_0$  začetno smer [°]

$\lambda$ : faktor merila

$b$ : pogrešek izhodne enote [°/h]

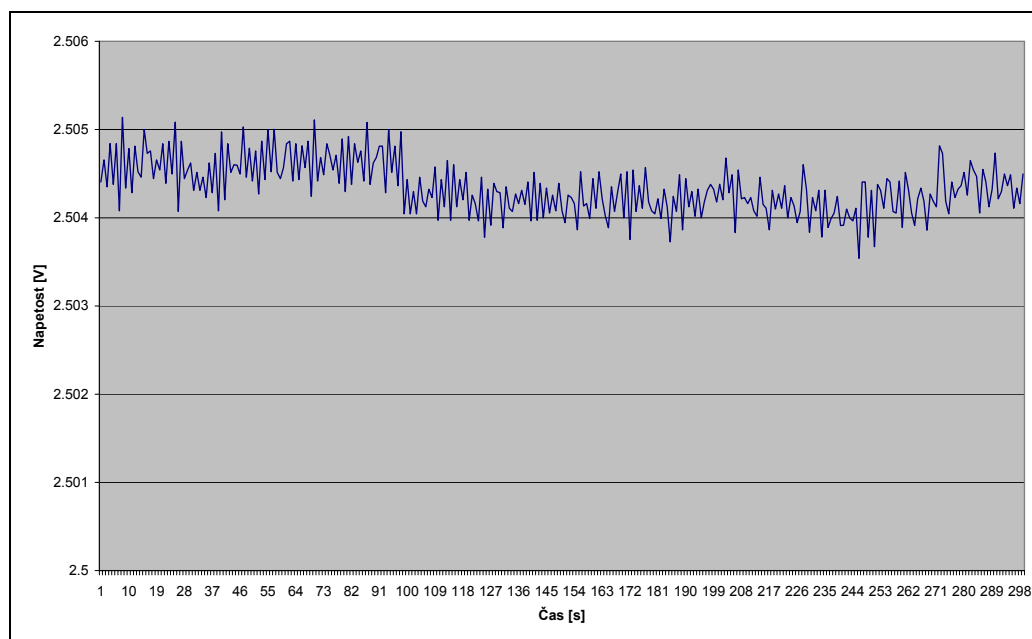
$\omega$ : izmerjena kotna hitrost [ $s^{-1}$ ]

Faktor merila in pogrešek izhodne enote sta parametra, ki ju je potrebno oceniti, v postopku kalibracije žiroskopa. Kalibracija se izvede ob vsaki novi namestitvi žiroskopa v vozilo. Med postopkom kalibracije senzorja moramo zagotoviti dober sprejem GPS-signala, saj nam GPS-meritve služijo kot referenca na katero kalibriramo žiroskop. Kalibracijo lahko izboljšujemo tudi med potekom dejanskih meritev, kadar imamo dober sprejem signala GPS-satelitov.

### 3.4.1.3 Pogrešek izhodne enote (Bias)

Ničelna vrednost žiroskopa je vrednost na izhodni enoti, ko vozilo stoji ali pa se premika premočrtno in jo poda proizvajalec. Ponavadi je to referenčna električna napetost. Ko vozilo miruje ali se premika premočrtno, vrednost, ko jo izmeri senzor pa ne ustreza nominalni vrednosti, pravimo, da se pojavi pogrešek izhodne enote. Ta vrednost se spreminja tudi kot funkcija temperature.

S piezoelektričnimi žiroskopi določamo zasuke na podlagi meritev električne napetosti, ki v žiroskopu nastane kot posledica vrtenja. Na spodnjem grafu (Slika 3.5) so prikazane meritve napetosti na izhodni enoti žiroskopa ob mirujočem vozilu. Nominalna vrednost pri mirujočem vozilu na izhodni enoti bi morala biti 2,5 V. Vidimo, da se merjena vrednost s časom tudi spreminja.



Slika 3.5: Pogrešek izhodne enote

Fig. 3.5: Bias

Da lahko zagotovimo, da pogrešek izhodne enote ne bo imel prevelikega vpliva na izračun položaja, je potrebno natančno izvajati meritve izhodne napetosti in izvesti kalibracijo senzorja, kadar je to mogoče. Npr., če je referenčna vrednost električne napetosti 2,5 V, in če

ima pogrešek izhodne enote vrednost 2,5 mV (to je približno 0,1°/s), naraste skupni pogrešek v 3 minutah (180 s) na 18° od pravilne smeri.

### 3.4.1.4 Pogrešek faktorja merila (Scale factor)

Za pridobitev kotne hitrosti je potrebno napetost na izhodni enoti žiroskopa pomnožiti s faktorjem merila. To vrednost nato integriramo po času in dobimo smer premikanja. Faktor merila določa, za vsako vrednost izhodne napetosti, velikost kotne hitrosti. Definiramo ga z enačbo:

$$SF = \frac{V_{\omega} - V_0}{\omega}, \quad (3.20)$$

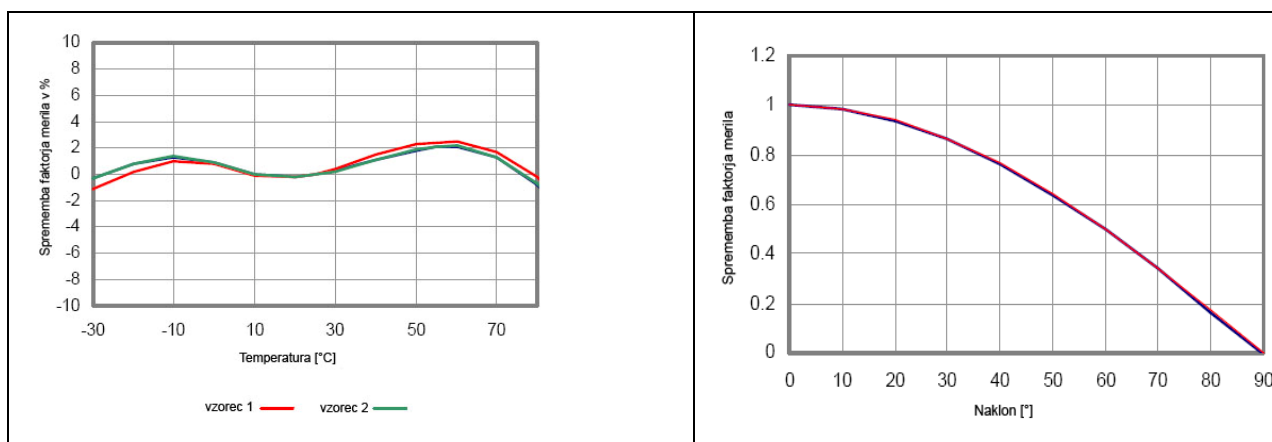
kjer je:

$\omega$ : kotna hitrost [ $s^{-1}$ ]

$V_0$ : izhodna napetost pri mirovanju vozila ( $\omega = 0$ ) [V]

$V_{\omega}$ : izhodna napetost pri kotni hitrosti  $\omega$  [V]

Pogrešek faktorja merila je odklon merjene vrednosti od prave vrednosti in je močno odvisen od temperature. Zato je potrebno poznati t.i. prireditvene tabele, v katerih je podana odvisnost faktorja merila od temperature.



Slika 3.6: Odvisnost faktorja merila od temperature in od naklona (Murata, 2000)

Fig. 3.6: Dependence of scale factor on temperature and incline (Murata, 2000)



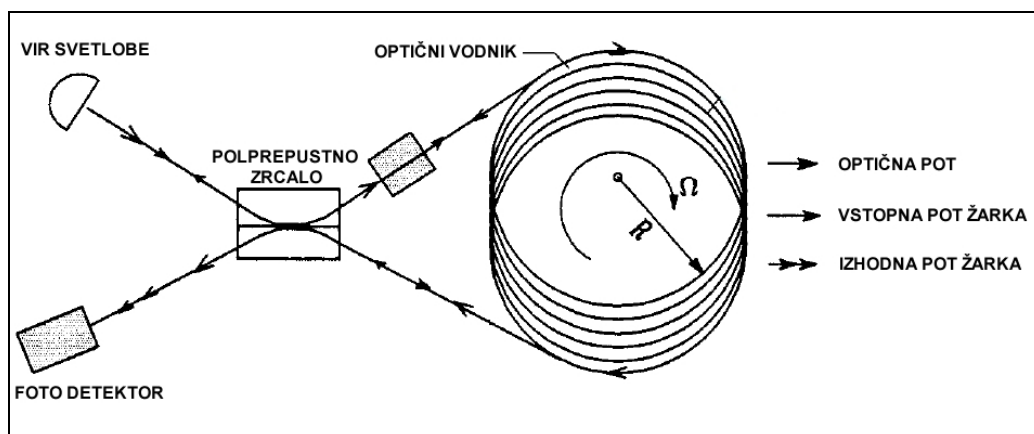
### 3.4.1.5 Optični žiroskop

Delovanje optičnega žiroskopa temelji na Sagnacovem efektu. Svetlobno valovanje, ki potuje po mirujočem vodniku v nasprotnih smereh, doseže začetno točko vodnika istočasno. Če vodnik zavrtimo, bo svetlobno valovanje, ki se širi v smeri vrtenja vodnika, naredilo daljšo pot do začetne točke, valovanje, ki se širi v nasprotni smeri vodnika, pa krajšo pot. Glede na časovno razliko potovanja obeh valovanj lahko izračunamo kotno hitrost vrtenja optičnega žiroskopa (Stopar, 1998).

Optične žiroskope delimo glede na tehnično izvedbo na fazne optične žiroskope (angl.: phase optical gyro) in krožne laserske žiroskope (angl.: ring laser gyro).

Fazni optični žiroskop (Slika 3.7) deluje po principu interference dveh svetlobnih valovanj. Senzor naprave sestavljajo: izvor svetlobe (laser), polprepustno zrcalo, optični vodnik v obliki navitja in interferometrični detektor. Izvor svetlobe usmeri lasersko svetlobo na polprepustno zrcalo, ki svetlobno valovanje razdeli na dve enako močni valovanji. Ti v vodnik navitja vstopita drugo nasproti drugemu. Po izstopu iz navitja se valovanji ponovno privedeta do polprepustnega zrcala, kjer valovanji interferirata in nato vstopita v interferenčni detektor.

Pri mirujočem optičnem žiroskopu sta valovanji v fazi (ojačeni) ali v nasprotni fazi (oslabljeni, odstranjeni). Pri vrtenju žiroskopa sta obe valovanji fazno premaknjeni. Vrednost fazne razlike določi interferometer na podlagi interferiranih signalov. Konstantna kotna hitrost vrtenja žiroskopa predstavlja konstantni fazni zamik. Večjo občutljivost žiroskopa dosežemo s povečanjem površine faznega navitja. Takšno povečanje dosežemo z večjim številom navojev, kar ima za posledico daljšo dolžino optičnega vodnika v navitju. Svetlobnega vodnika ne moremo daljšati v nedogled, saj zaradi tehničnih lastnosti optičnih vodnikov stabilnost valovanj v zelo dolgih vodnikih občutno pade. Posledično se zato zmanjša natančnost določitve fazne razlike. Pri majhnih kotnih hitrostih sta tudi fazni premik valovanj in sprememba jakosti interferiranih valovanj majhna. Za doseganje velike občutljivosti senzorja je zato potrebno uporabiti zelo natančen interferometer (Kozmus, 2001).



Slika 3.7: Fazni optični žiroskop (Skaloud, 1999)

Fig. 3.7: Fiber optic gyroscope (Skaloud, 1999)

Krožni laserski žiroskop (Slika 3.8) predstavlja optična votlina z dvema žarkoma koherentne svetlobe, ki potujeta v nasprotnih smereh. Žarka sta med seboj neodvisna, t. j. lahko oscilirata različne amplitude in frekvence. Ojačanje jakosti svetlobnega valovanja je doseženo z izločanjem električnih plinov v zmesi helija in neona, ki sta v razmerju 10:1, ob tlaku med 1 in 13 milibarov. Zrcala, ki odbijajo žarke v kotih vodnika, so dielektrična. Ta zrcala selektivno zrcalijo frekvenco uporabljenega He-Ne valovanja (Kozmus, 2001).

Za vzdrževanje oscilacije mora biti dolžina zaključene poti okoli vodnika enaka večkratniku valovne dolžine svetlobnega valovanja. Ker je stabilnost poti valovanja primarnega pomena, je blok ohišja narejen iz steklokeramičnih materialov, ki imajo nizki temperaturni razteznostni koeficient. Dodatno je dolžina tirnice nadzirana z piezoelektričnim modifikatorjem dolžine. Fotodioda, ki je v drugem kotu montirana na zrcalu, zaznava trenutno moč žarka.

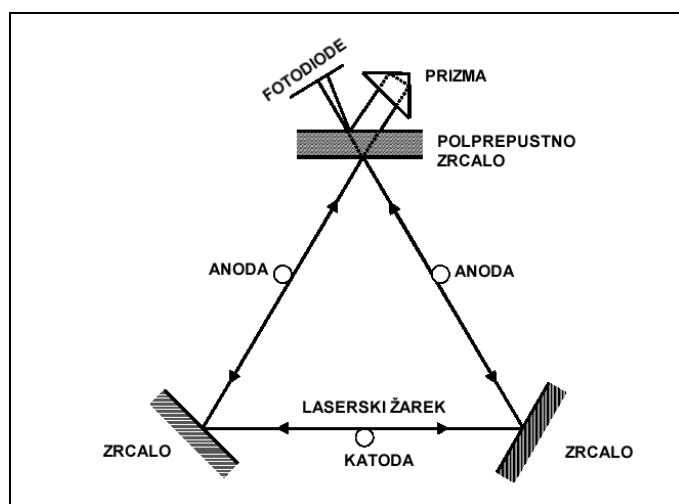
Optično pot laserskega žarka poteka v stekleni optični votlini s premerom nekaj centimetrov. Notranja oblika optične votline je lahko tri- ali štristranični poligon. V vogalih optične votline so nameščena visoko kakovostna zrcala od katerih se odbijajo laserski žarki. Eno od zrcal je polprepustno, s čimer zagotovimo optično zaznavanje rotacije s foto detektorjem. Optična votlina je napolnjena s plinom (helij ali neon), ki je ioniziran s pomočjo visoke napetosti (okoli 1000 V). S pomočjo dveh anod in ene katode privedemo v optično votlino dva laserska žarka, ki potujeta v nasprotnih smereh. Dolžina poti laserskih žarkov je kontrolirana s

prilagajanjem položaja zrcal. S tem dosežemo optično resonanco laserskih žarkov znotraj optične votline. Do optične resonance pride, če je dolžina poti žarkov celoštevilski večkratnik valovne dolžine laserskega žarka. Mirujoči žarek, ki ga pridobimo s superimpozicijo dveh laserskih žarkov, ohranja fiksno orientacijo v inercialnem koordinatnem sistemu. Ko pride do fizične rotacije žiroskopa, zazna detektor znotraj optične votline interferenco med dvema nasproti potujočima laserskima žarkoma. Fazno razliko med dvema nasproti potujočima žarkoma pridobimo, ko integriramo naslednji izraz po času:

$$d\varphi = \frac{4A}{\lambda_l L} \delta\Theta \quad (3.21)$$

kjer predstavlja  $A$  območje poti laserskega žarka,  $\lambda_l$  je nominalna valovna dolžina laserskega žarka,  $L$  je nominalna pot laserskega žarka in je  $\delta\Theta$  inkrement rotacije (Hofman-Wellenhof, 2003).

Krožni laserski žiroskop sodi med najbolj natančne senzorje za določanje kotne hitrosti in njene spremembe. Je majhne in enostavne konstrukcije, uporaben tudi, kadar je čas opazovanj daljši, mersko območje pa zahteva visoko zanesljivost meritev. Krožna laserska vrtavka je sposobna obdržati položaj izhodiščne smeri vrtenja z odstopanjem, manjšim od  $0,02^\circ/\text{h}$  (Kozmus, 2001).



Slika 3.8: Princip delovanja krožnega laserskega žiroskopa (Stephen, 2001)

Fig. 3.8: Principle of operation of ring laser gyroscope (Stephen, 2001)

### 3.4.1.6 Viri pogreškov optičnih žiroskopov

Napake delovanja faznih optičnih žiroskopov nastanejo kot posledica dejstva, da deljeni žarek ne potuje enako skozi optična vlakna. Razlike v poti skozi optična vlakna nastanejo zaradi različne polarizacije žarkov, zaradi česar je potrebno žarka poslati skozi polarizator. Ko žarka potujeta po vlaknih v optični tuljavi, se jima identično spreminja tudi polarizacija. Kljub temu lahko vpliv magnetnega polja na žarka povzroči spremembo faze, kot posledico Faradayevega efekta. Da bi se izognili spremembam faze zaradi vpliva magnetnega polja, je potrebno uporabiti posebne optične tuljave v katerih se polarizacija ohranja. Drugi vir napak faznih optičnih žiroskopov predstavljajo učinki Rayleighova sipanja, ki nastanejo kot posledica spreminjanja koeficienta refrakcije v tuljavi ter pogreški zaradi Kerrovega efekta, ki nastanejo kot posledica odvisnosti hitrosti valovanja od njegove intenzitete. Največjo omejitev pri uporabi optičnih žiroskopov predstavlja šum vira svetlobne energije (Jekeli, 2001).

Vse nemodelirane pogreške faznega optičnega žiroskopa lahko opišemo z naslednjo enačbo (Jekeli, 2001):

$$\delta\omega = \delta\omega_d + \kappa\omega + \nu_\omega \quad (3.22)$$

kjer je

$\delta\omega_d$ : pogrešek lezenja (sprememba vrtilnega momenta kot posledica zunanjih vrtilnih količin) [ $^\circ/\text{h}$ ]

$\kappa\omega$ : faktor merila (linearni odklon merjene vrednosti od prave)

$\nu_\omega$ : šum [ $^\circ/\sqrt{\text{h}}$ ]

Tipične vrednosti nemodeliranih pogreškov optičnih žiroskopov znašajo od 0,5 do 150 stopinj na uro in nemodelirane vrednosti faktorja merila od 100 ppm do čez 1000 ppm.

Natančnost laserskega žiroskopa je v največji meri odvisna od stabilnosti optične poti laserskega žarka. Zato mora biti material, ki ga uporabljamo za izdelavo optične votline čim

bolje toplotno neprevoden. Prav tako se za zagotavljanje stabilnosti optične poti uporablja posebna kontrolna zanka. V tej zanki se s pomočjo zrcala, ki ga krmili piezoelektrični dajalnik, popravlja jakost laserskega žarka, tako da se ohranja čim večja končna moč.

Težavo laserskih žiroskopov predstavlja tudi slaba občutljivost pri zaznavanju majhnih kotnih hitrosti. Nepopolnost različnih komponent optične votline žiroskopa (npr. plinsko polnilo, zrcala), povzroča sipanje laserskega žarka. V takem primeru se dva nasproti gibajoča žarka, ki oscilirata skoraj z enako frekvenco, na optični poti združita in zanihata z isto frekvenco. Posledica tega je, da žiroskop ne zazna rotacije. Ta problem se rešuje na način, da se skonstruira asimetrično optično votlino, po kateri potujeta žarka različno. To sicer privede do umetno povzročenih napak, vendar, ker se deformacije poznane, jih lahko upoštevamo v končnih izračunih. Drugi način za reševanje težav z združevanjem laserskih žarkov pa je uporaba magnetno induciranih deformacij, s katerimi izoliramo premikajoče dele od žiroskopa. S tem zagotovimo, da ne prihaja do lastnih vibracij sistema, izognemo se pogreškom izmerjenih kotnih hitrosti zaradi napačne poravnave senzorjev, hkrati pa tudi zmanjšamo celoten šum v sistemu.

Nemodelirane pogreške laserskih žiroskopov lahko zapišemo z izrazom, ki vsebuje pogrešek lezenja  $\delta\omega_d$ , pogrešek faktorja merila  $\kappa\omega$  in šum  $\nu_\omega$  (Jekeli, 2001):

$$\delta\omega = \delta\omega_d + \kappa\omega + \nu_\omega \quad (3.23)$$

Pogrešek merila je sestavljen iz fiksne delo in iz dela, ki je linearno odvisen od predznaka smeri rotacije. Nekompenzirani del pogreška lezenja lahko vsebuje še vplive zaradi občutljivosti na temperaturne in magnetne spremembe ter konstantne vplive zaradi učinkov medija po katerem se gibljejo laserski žarki in optičnega sipanja ter histereze zaradi spreminjanja temperature (Jekeli, 2001).

### 3.4.2 Merilnik pospeškov

Merilnik pospeškov je instrument, ki meri spremembo hitrosti objekta (pospešek objekta). Pospeška se neposredno ne da izmeriti. Določa se na podlagi spremembe položaja jedra merilnika glede na ohišje, na katero deluje pospešek. Pospešek se izračuna iz povezave povzročene sile  $F$  in mase  $m$ , ki jo podaja drugi Newtonov zakon:  $F = m \cdot a$ . Z integracijo izmerjenih pospeškov v času, pridobimo podatek o hitrosti. Z integracijo hitrosti pa izračunamo opravljeno pot merilnika. Upoštevati moramo dejstvo, da izmerjeni pospešek vsebuje tudi težnostni pospešek, ki ga iz same meritve ne moremo izločiti, lahko pa ocenjeno komponento težnostnega pospeška upoštevamo v izračunu (Kozmus, 2001).

Izhodni podatek merilnika pospeška je običajno v obliki spreminjajoče se električne napetosti ali premika kazalca na fiksni skali. Ko na objekt deluje pospešek, vztrajnost povzroči, da zgoščena masa v jedru merilnika zaostaja, medtem ko njeno ohišje pospešuje skupaj s samim objektom. Premik mase je sorazmeren z velikostjo pospeška objekta. Velikost povzročene premika se prek potenciometra pretvori v ustrezno električno napetost na izhodu senzorja. Ker je električni tok konstanten, se izhodna električna napetost spreminja hkrati z vrednostjo pospeška (Kozmus, 2001).

Osnovni princip delovanja vseh merilnikov pospeška je enak, razlikujejo pa se po metodi spreminjanja pospeška v ustrezno vrednost električne napetosti na izhodni enoti senzorja. Pri takem načinu delovanja je merilno območje senzorja relativno majhno, slaba pa je tudi linearnost merilnika. Za odpravo naštetih slabosti je bila razvita druga skupina merilnikov pospeška, ki deluje na principu povratne zanke. Signal izhodne enote se v tem primeru uporablja za vzpostavitev izhodiščnega položaja merilnika. Na tak način se povečata delovno območje in linearnost senzorja.

#### 3.4.2.1 Merilnik pospeškov na podlagi mehanske vrtavke

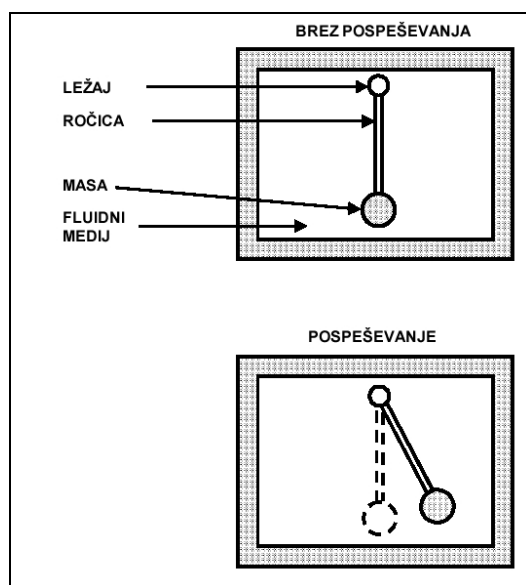
Delovanje merilnika pospeškov na podlagi mehanske vrtavke je podobno delovanju mehanske vrtavke za merjenje zasukov, le da v tem primeru namesto navora deluje pospešek v smeri

vhodne osi, kar povzroči vrtilni moment okoli izhodne osi. Servo krmiljen motor izniči vrtilni moment okoli izhodne osi zaradi pospeška, tako da zavrti okvir merilnika okoli vhodne osi in povzroči nasprotni vrtilni moment okoli izhodne osi. Kot vrtenja ohišja okoli vhodne osi služi za pridobitev vrednosti pospeška. Tako konstruiran merilnik pospeška je zelo natančna naprava s širokim delovnim območjem.

### 3.4.2.2 Merilnik pospeškov z nihalom

Princip delovanja merilnika pospeškov z nihalom (Slika 3.9) temelji na fizikalnem gibanju nihala. Nihalo ima lahko obliko fizičnega nihala ali obliko magnetne tuljave, ki leži v trajnem električnem polju. Ko na ohišje deluje določen pospešek, se nihalo sensorja premakne. Glede na premik telesa merilnika se določi dejanski pospešek. Odmik telesa od osnovnega položaja se določi induktivno, kapacitivno ali optično. Podatek na izhodni enoti je sorazmeren merjenemu pospešku.

Potrebno je poskrbeti za ustrezno dušenje nihanja telesa, da je premik izmerjen v skoraj istem trenutku, kot se je zgodil. Hkrati pa mora biti odklon nihala od ravnovesne lege v območju merilnika.



Slika 3.9: Princip delovanja merilnika pospeškov z nihalom (Stephen, 2000)

Fig. 3.9: Principle of operation of pendulum accelerometer (Stephen, 2000)

### 3.4.2.3 Merilnik pospeškov z nihajočo struno

Merilnik pospeškov z nihajočo struno meri pospešek na podlagi nihanja strune in spremembe lastne frekvence nihanja strune. Frekvenca nihanja strune se spremeni, ko nanjo deluje sila, ki pospešuje objekt. Sprememba dolžine strune povzroči spremembo lastne frekvence. Elektromagnet nepretrgoma povzroča, da struna niha z lastno frekvenco. V trajnem magnetu, ki leži poleg strune, se zaradi nihanja strune inducira izmenična napetost z enako frekvenco, kot jo ima nihanje strune. Ta frekvenca je merilo spremembe dolžine strune.

Senzor merilnika pospeška na podlagi nihanja strune zazna spremembo hitrosti le v smeri osi nosilca. Za določitev pospeška v prostoru so potrebni trije senzorji, ki ne smejo biti v isti ravnini. Praviloma so senzorji pritrjeni v smereh treh koordinatnih osi merilnika (med seboj so pravokotni). Pospešek v poljubni smeri povzroči spremembe lastnih frekvenc v vseh treh merilnikih. Izmerjene vrednosti pospeška v treh smereh koordinatnih osi so dejanske vrednosti komponente pospeška, ki je povzročil spremembo sil na strune. Natančnost določitve komponent pospeška in s tem položaja objekta je odvisna od natančnosti določitve frekvenc nihanja strune. Nihajoča struna v merilnikih pospeškov ima običajno lastno frekvenco med 500 in 1000 Hz. Tovrstni merilniki pospeškov so temperaturno občutljivi, saj sprememba temperature vpliva na dolžino strune in lastno frekvenco nihanja. Za zmanjševanje oz. odstranitev tega efekta, so merilniki obdani z ustrežno toplotno zaščito ali termostatom, ki omogoča merjenje frekvenc le v optimalnem temperaturnem območju.

### 3.4.2.4 Kalibracija merilnikov pospeška

Pogreške pospeškometerov lahko razdelimo na naslednje komponente (Biežad, 2008):

- pogrešek izhodne enote,
- ničelna stabilnost,
- pogreški zaradi faktorja merila.



Pogrešek izhodne enote predstavlja izmerjeno vrednost pospeška, ko je pospeškometer v fazi mirovanja. Pogrešek izhodne enote nastane kot posledica delovanja notranjih sil, ki delujejo na trdno maso. Inercialna enota je lahko konstruirana tako, da kompenzira poznane vplive pogreška izhodne enote, če lahko predpostavimo, da je ta vpliv konstanten v času.

Ničelna stabilnost predstavlja naključen odklon na izhodni enoti ob mirovanju, zaradi mehaničnih nestabilnosti v konstrukciji pospeškometra in premikov, ki so posledica kompenzacije pogreška izhodne enote.

Proporcionalna konstanta, ki povezuje vhodne in izhodne signale iz pospeškometra imenujemo faktor merila. Nezanosljivost določitve te konstante ima za posledico stalen vir pogreška izmerjene vrednosti pospeška. Pogrešek je sorazmeren z velikostjo pospeška in vpliva na meritve samo v primeru, ko pospešek dejansko izmerimo.

### 3.4.3 Odometer

Odometer je naprava za merjenje hitrosti in razdalj, prevoženih z vozilom, ali pa razdalj, ki jih je opravilo vsako kolo posebej. Večina vozil ima odometer, ki uporablja pogonsko prenosni del motorja za določevanje celotne razdalje ali dnevno prevožene poti. Takšen tip odometra deluje na principu štetja obratov pogonske gredi pri navadnem menjalniku in kardanske gredi pri avtomatskem menjalniku. V zavornih sistemih ABS in sistemih za kontrolo hitrosti so ob kolesih nameščeni senzorji za štetje obratov. Zavorni sistem ABS postaja standard v avtomobilski industriji, kar zagotavlja enostavno uporabo sistema DR brez dodatnih stroškov. Kot odometer se lahko uporabi tudi dodatno kolo, ki ga vozilo vleče za sabo. Za štetje vrtljajev osi se uporabljajo mehanski, elektronski in optični sistemi. Senzorji vrtljajev uporabljajo različne frekvence zaznavanja obratov osi in lahko zbirajo tako diskretne signale (digitalni impulzi) kot tudi neprekinjene (sinusoidne krivulje). Preprosti sistemi uporabljajo nizko frekvenco zbiranja podatkov, medtem ko se frekvenca poveča v zahtevnih sistemih, kot so sistemi ABS in sistemi za kontrolo hitrosti. Obe vrsti odometrov (prenosni in kolesni) uporabljamo kot pripomoček za navigacijske potrebe. V preglednici 3.2 je podanih nekaj tipov senzorjev za štetje vrtljajev (Stephen, 2000):

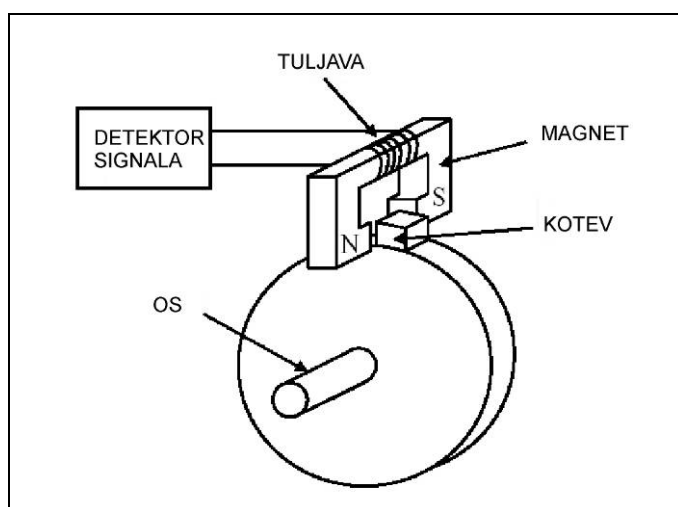
Preglednica 3.2: Tipi senzorjev v odometrih in njihove lastnosti

Table 3.2: Types of odometer sensors and their characteristics

Senzor	Natančnost	Tip podatkov	Omejitve
Induktivni	½ razdalje med tabulatorjema	diskretni	omejitev hitrosti
„Hallov efekt“	5–50 % razdalje tabulatorja	diskretni in neprekinjeni	-
Optični	0,1 % obrata	diskretni in neprekinjeni	težavna montaža
Dopplerjev radar	1 % razdalje	neprekinjeni (hitrost)	občutljivost na nepravilnosti na cestišču

### 3.4.3.1 Induktivni senzor

Po Faradayevem zakonu se v tuljavi, ki je pravokotna na spreminjajoče se magnetno polje, inducira električni tok. Ko gre kovinska kotev skozi magnetno zanko, se jakost magnetnega polja v magnetu zmanjša. Izhodni signal je v sorazmerju s frekvenco spreminjanja magnetnega polja in zato tudi v sorazmerju s hitrostjo vrtenja osi. Jakost signala je odvisna od kotne hitrost osi. Če se os vrti počasi, je tudi izhodni signal šibkejši. Kotno hitrost osi, pri kateri senzor še zazna rotacijo, imenujemo mejna hitrost (angl.: cut-off speed). Na sliki 3.10 je prikazana na osi le ena kotev, vendar se pri praktični izvedbi uporabi cel niz enakomerno razporejenih kotev na osi, tako da dobimo rotacijo, razdeljeno na več ločenih podenot.



Slika 3.10: Induktivni senzor (Stephen, 2000)

Fig. 3.10: Variable reluctance rotation sensor (Stephen, 2000)

### 3.4.3.2 Kalibracija odometra

Za vse vrste odometrov je potrebno uskladiti število vrtljajev osi s prepotovano razdaljo. Na podlagi neodvisno in kakovostno izmerjene razdalje in razdalje izmerjene z odometrom, se določi faktor merila, za katerega je potrebno vse meritve razdalj z odometrom popraviti. Faktor merila je odvisen od obsega kolesa oz. osi ter podrsavanja kolesa.

Podrsavanje kolesa je odvisno od kakovosti in obrabljenosti pnevmatik na kolesu ter od hrapavosti podlage (cestišča). Zaradi zapletenosti modeliranja in neenakomernega pojavljanja podrsavanja kolesa je edini način, da se izognemo napakam, pazljivo obravnavanje podatkov, pridobljenih z odometra, kjer sumimo, da bi do podrsavanja lahko prišlo. Kadar se podrsavanje pojavi, je to le trenutni vir pogreškov pri določevanju razdalj in ponavadi napaka ni večja od 10 cm.

S poznavanjem obsega kolesa, števila obratov kolesa, in če zanemarimo pogreške zaradi podrsavanja, lahko določimo prevoženo razdaljo. Moderne pnevmatike imajo dokaj stabilno obliko in velikost kljub različnim vplivom, katerim so podvržene. Vseeno pa so študije pokazale, da na obliko in velikost vplivajo dejavniki, ki so podani v preglednici 3.3.

Preglednica 3.3: Dejavniki, ki vplivajo na velikost in obliko pnevmatik (Stephen, 2000)

Table 3.3: Factors affecting the size and shape of the tire (Stephen, 2000)

Dejavnik	Možna napaka pri določevanju radija pnevmatike
pritisk	14 mm / bar
temperatura	1 mm / 5° C
obrabljenost	5 mm
hitrost	1 mm
teža	1 mm / 100 kg

Današnje pnevmatike so zasnovane tako, da imata temperatura okolice in segrevanje zaradi trenja majhen vpliv na njihovo raztezanje. Koeficient linearnega termičnega raztezanja za

naravno gumo je  $0,067 \text{ } \%/^{\circ}\text{C}$ , koeficient pa se po vulkanizaciji še zmanjša. Če predpostavimo spremembo temperature za  $80 \text{ } ^{\circ}\text{C}$ , bo lahko sprememba radija pnevmatike zaradi raztezanja gume še vedno manjša od  $1 \text{ mm}$  (Stephen, 2000).

Vrtenje koles povzroča centrifugalno silo na pnevmatike. Zaradi centrifugalne sile pride do njihovega raztezanja. Raztezek zaradi centrifugalne sile povzroči povečanje obsega pnevmatike in zaradi tega pridobimo višje izmerjene hitrosti ter razdalje. Vpliv lahko minimiziramo, če je pritisk v pnevmatikah dovolj visok. V primeru, ko uporabimo za odometer dodatno kolo, ki ga vlečemo za sabo, moramo paziti, da pritisk v pnevmatiki ne bo previsok. Z uporabo dodatnega kolesa povečamo možnost odskakovanja kolesa. Ko kolo odskoči, je za trenutek brez stika s podlago in se vrti v prazno.

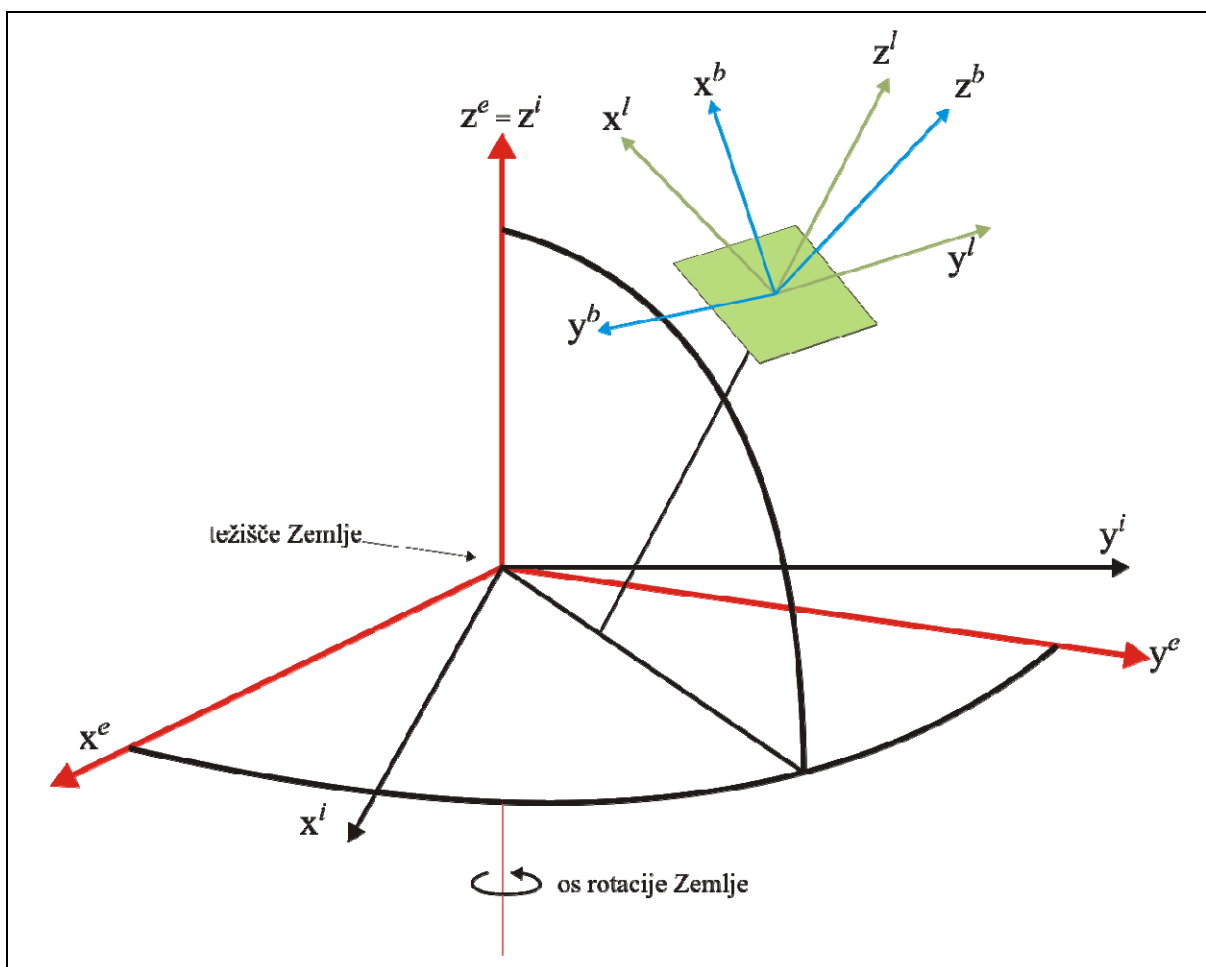
Za zagotovitev  $10 \text{ m}$  natančnosti meritev po nekaj minutah in kilometrih prevožene razdalje, določene z odometrom, meritve ne smejo vsebovati pogreška, večjega od  $1 \text{ } \%$  celotne razdalje. Zato je potrebno upoštevati faktor merila odometra. Odometer lahko kalibriramo s pomočjo podatkov sistema GPS. Primerjamo hitrosti določene z GPS-meritvami in izmerjene z odometrom, lahko pa primerjamo tudi razdalje, izmerjene z obema sistemoma.

## 4 INTEGRIRANA NAVIGACIJA – SISTEMI GPS/INS

Za obdelavo meritev v inercialnem sistemu mora biti senzorski koordinatni sistem orientiran tako, da je poravnan z računskim sistemom ali navigacijskem sistemom, če se razlikujeta. Pri obdelavi podatkov moramo upoštevati le meritve, ki jih pridobimo kot posledico rotacije vozila. Vse podatke, ki jih izmerimo s pomočjo žiroskopov in pospeškometerov kot posledico vrtenja Zemlje in njene ukrivljenosti, moramo upoštevati in jih izločiti iz računskih modelov. S tem zagotovimo, da so izmerjeni pospeški in rotacije le posledica premikanja vozila (Novatel, 2008).

### 4.1 Koordinatni sistemi

Pri določevanju položajev z inercialnimi sistemi je pomembno, da pravilno upoštevamo koordinatne sisteme v katerih izvajamo meritve. Senzorji v inercialnih napravah merijo zasuke relativno na referenčni inercialni koordinatni sistem. Inercialni koordinatni sistem ne rotira oz. pospešuje glede na referenčni astronomski sistem. S pospeškometeri merimo spremembo hitrosti glede na inercialni sistem, medtem ko z žiroskopi merimo spremembo rotacije glede na inercialni sistem. Če lahko meritve v inercialnem sistemu povežemo s poljubnim navigacijskim koordinatnim sistemom, lahko inercialne senzorje uporabimo za določevanje trirazsežnih koordinat in trirazsežnih zasukov.



Slika 4.1: Koordinatni sistemi v inercialni navigaciji

Fig. 4.1: Coordinate systems in inertial navigation

Slika 4.1 predstavlja povezave med različnimi koordinatnimi sistemi, ki jih uporabljamo pri določevanju položajev z inercialnimi sistemi. S črko *i* je označen inercialni koordinatni sistem, s črko *e* terestrični, s črko *l* lokalni in s črko *b* koordinatni sistem platforme.

#### 4.1.1 Inercialni koordinatni sistem

Inercialni koordinatni sistem je sistem, na katerega ne delujejo pospeški, t.j. miruje ali pa se premo giblje s konstantno hitrostjo. Zato lahko inercialni koordinatni sistem predstavimo kot sistem, ki je inercialen v rotaciji, ni nujno pa tudi v translaciji. V to kategorijo spada geocentrični ekvatorski koordinatni sistem (angl.: ECI – Earth Centered Inertial), ki je vezan

na opazovanja nebesnih teles. Tak koordinatni sistem je psevdoinercialni sistem, ker se geocentrični sistem premika skupaj z Zemljo okoli Sonca (Chatfield, 1997; Hofmann-Wellenhof, 2003).

Praktična implementacija geocentričnega ekvatorskega inercialnega referenčnega sestava je definirana s težiščem Zemlje kot izhodiščem. Os  $X$  se nanaša na astronomski koordinatni sistem in je usmerjena proti pomladišču. Pomladišče je točka na navidezni nebesni krogli, v kateri se sekata ekliptika in nebesni ekvator. V tej točki Sonce na svoji navidezni poti prečka nebesni ekvator.  $Z$  os sovpada z srednjo osjo rotacije Zemlje in poteka skozi dogovorjeni zemeljski pole (angl.: CTP – Conventional Terrestrial Pole).  $Y$  os zaključuje koordinatni sistem, tako da je koordinatni sistem desnosučni (Chatfield, 1997; Hofmann-Wellenhof, 2003).

#### 4.1.2 Terestrični koordinatni sistem

Terestrični (pritrjeni na telo Zemlje – angl.: Earth Fixed) koordinatni sistemi so definirani za celotno Zemljo z določenim številom materialnih točk na zemeljski površini in imajo izhodišče v težišču Zemlje (angl.: Earth Centered). Pri tem ne upoštevajo fizikalnih lastnosti Zemlje kot nebesnega telesa. Terestrične koordinatne sisteme označujemo s kratico ECEF (Earth Centered Earth Fixed). Terestrični koordinatni sistem se razlikuje od inercialnega koordinatnega sistema po tem, da se vrti skupaj z Zemljo. Terestrični koordinatni sistem rotira relativno na inercialni koordinatni sistem (ECI) s kotno hitrostjo vrtenja Zemlje  $\omega_e$  (Chatfield, 1997).

Izračune v globalnih navigacijskih sistemih in inercialnih sistemih izvajamo v terestričnih koordinatnih sistemih. Izhodišče teh sistemov je v težišču Zemlje.  $Z$  os poteka skozi dogovorjeni Zemljin pol (CTP) in sovpada z osjo inercialnega sistema, t.j. s srednjo osjo rotacije Zemlje. Os  $X$  se nahaja v presečišču ekvatorske ravnine in ravnine meridiana Greenwicha. Os  $Y$  zaključuje desnosučni koordinatni sistem. Kot primer praktično vzpostavljenega terestričnega koordinatnega sistema lahko navedemo sistem World Geodetic System 1984 (WGS84) (Chatfield, 1997; Hofmann-Wellenhof, 2003).

### 4.1.3 Lokalni koordinatni sistem

V lokalnem koordinatnem sistemu podajamo koordinate v smislu urejenih trojic, ki kažejo proti vzhodu, severu in navzgor. Izhodišče koordinatnega sistema je poljubno. Ponavadi se nahaja v središču senzorskega sestava in se tako premika skupaj z objektom. Os  $Z$  je ortogonalna na referenčni elipsoid. Če je os  $Z$  usmerjena navzgor je koordinatni sistem levosučen. V nasprotnem primeru, ko je os  $Z$  usmerjena navzdol, je koordinatni sistem desnosučen. Smer osi  $Z$  definiramo z elipsoidnima koordinatama  $\varphi$  (geografska širina) in  $\lambda$  (geografska dolžina) na referenčnem elipsoidu. Os  $X$  je usmerjena proti severu in vzporedna s tangento meridiana v točki, kjer os  $Z$  seka meridian. Os  $Y$  je usmerjena proti vzhodu (Jekeli, 2001; Hofmann-Wellenhof, 2003).

Izračunov v lokalnem koordinatnem sistemu ne uporabljamo za opis položaja objekta v prostoru, ker se koordinatni sistem premika skupaj z objektom. Orientacijo objekta v lokalnem koordinatnem sistemu podajamo z zasuki okoli koordinatnih osi. Glavni namen izračunov v lokalnem koordinatnem sistemu je v tem, da v njem podajamo lokalne usmerjenosti (sever, vzhod, gor) in komponente vektorja hitrosti po teh smereh. To je praktično uporabno v navigacijskih sistemih, ki ohranjajo horizontalnost. Lokalni koordinatni sistem predstavlja tudi skupno osnovo za senzorski in koordinatni sistem platforme (Jekeli, 2001).

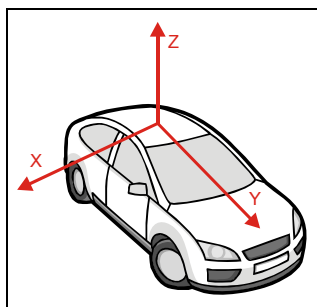
### 4.1.4 Koordinatni sistem platforme

Kartezični trirazsežni koordinatni sistem platforme je predstavljen na sliki 4.2. V splošnem se koordinatni sistem platforme nanaša na objekt (vozilo, letalo), ki mu določujemo položaj. Koordinatni sistem platforme uporabljamo za določevanje relativnega položaja objekta glede na lokalni koordinatni sistem.

Izhodišče koordinatnega sistema se nahaja v točki znotraj objekta, ponavadi je to masno težišče, osi pa sovpadajo s primarnimi rotacijskimi osmi objekta.  $Z$  os poteka navpično navzgor iz vozila. Okoli  $Z$  osi merimo smer premikanja vozila.  $Y$  os poteka v vzdolžni smeri



t.j. v smeri premikanja vozila. Pozitivna smer kaže proti sprednjemu delu vozila. Y os je os okoli katere merimo prečni nagib vozila. Pozitivno smer prečnega nagiba merimo v nasprotni smeri urinega kazalca v desno sučnem koordinatnem sistemu. Os X senzorskega koordinatnega sistema zaključuje desnosučni koordinatni sistem. Okoli osi X merimo vzdolžni nagib vozila (Hofmann-Wellenhof, 2003).



Slika 4.2: Koordinatni sistem platforme

Fig. 4.2: Coordinate system of platform

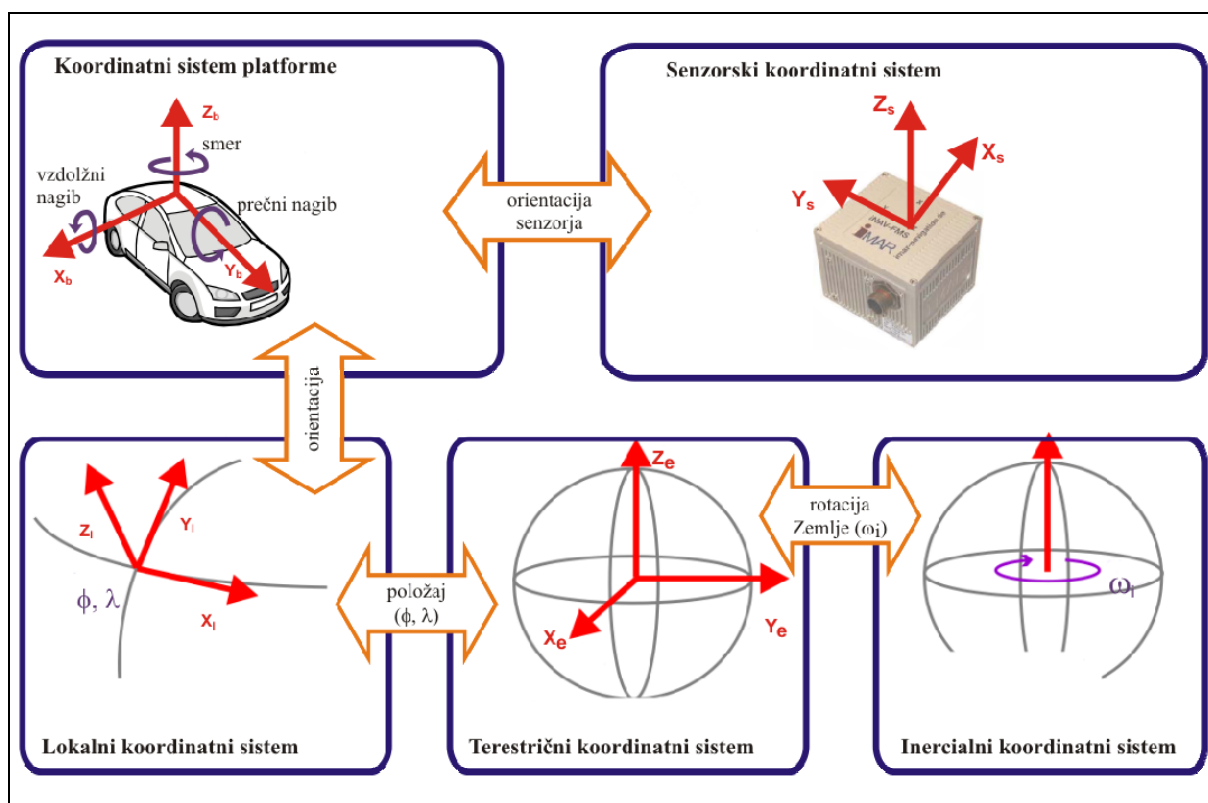
#### 4.1.5 Senzorski koordinatni sistem

Senzorski koordinatni sistem predstavlja referenčni okvir v katerem je sestavljena inercialna enota. V njem modeliramo in predstavljamo pogreške sensorjev za analitične potrebe, kot je npr. filtriranje podatkov.

V sistemih s fiksiranimi senzorji je ponavadi senzorski koordinatni sistem poravnan s koordinatnim sistemom platforme, tako da imata koordinatna sistema isto izhodišče in sta vzporedna. V žiroskopsko stabiliziranih sistemih pa je senzorski koordinatni sistem poravnan z lokalnim koordinatnim sistemom. Orientacija senzorskega koordinatnega sistema je poljubna za vsak časovni trenutek. Zato moramo za vsak trenutek meritev natančno poznati položaj in orientacijo senzorskega koordinatnega sistema glede na koordinatni sistem platforme. V primeru, ko senzorski koordinatni sistem ni poravnan s koordinatnim sistemom platforme, moramo poznati velikosti zasukov med obema sistemoma (Jekeli, 2001).

#### 4.1.6 Transformacije med koordinatnimi sistemi

Za potrebe inercialnega določevanja položaja moramo meritve iz osnovnega senzorskega koordinatnega sistema pretvoriti v računski koordinatni sistem, to je v terestrični koordinatni sistem. Zato je potrebno postopno izvajati transformacije med posameznimi koordinatnimi sistemi. Shematski prikaz transformacij je podan na sliki 4.3.



Slika 4.3: Transformacije med posameznimi koordinatnimi sistemi (Novatel, 2008)

Fig. 4.3: Transformations between different coordinate systems (Novatel, 2008)

Predpostavimo, da se relativni položaj med inercialnim in terestričnim koordinatnim sistemom spreminja samo zaradi rotacije okoli Z-osi pri tem pa zanemarimo vplive nutacije in precesije Zemljine rotacijske osi. Če z  $\omega_e$  označimo kotno hitrost vrtenja Zemlje, ki je predvidoma konstantna, potem predstavlja zveza  $\omega_e t$  ( $t$ : čas) kot med inercialnim in terestričnim koordinatnim sistemom. Kotno hitrost  $\omega_{ie}^e$  terestričnega koordinatnega sistema glede na inercialni koordinatni sistem zapišemo kot (Jekeli, 2001):

$$\boldsymbol{\omega}_{ie}^e = (0 \quad 0 \quad \omega_e)^T. \quad (4.1)$$

Transformacijsko matriko med inercialnim in terestričnim koordinatnim sistemom lahko zapišemo kot:

$$\mathbf{C}_i^e = \begin{pmatrix} \cos \omega_e t & \sin \omega_e t & 0 \\ -\sin \omega_e t & \cos \omega_e t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.2)$$

kjer je  $t$  čas od začetka meritev.

Zveza med kartezičnimi  $(x, y, z)$  koordinatami v terestričnem koordinatnem sistemu in geografskimi (elipsoidnimi) koordinatami  $(\lambda, \varphi, h)$  je za rotacijski elipsoid dana z izrazi:

$$\begin{aligned} x_e &= (N + h) \cdot \cos(\varphi) \cdot \cos(\lambda) \\ y_e &= (N + h) \cdot \cos(\varphi) \cdot \sin(\lambda) \\ z_e &= \left( \frac{b^2}{a^2} N + h \right) \cdot \sin(\varphi) \end{aligned} \quad (4.3)$$

kjer sta  $a$  in  $b$  polosi rotacijskega elipsoida in predstavlja  $N$  radij ukrivljenosti elipsoida v ravnini prvega vertikalna za geografsko širino  $\varphi$  in je podan z izrazom:

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2(\varphi)}}. \quad (4.4)$$

Za obratno transformacijo obstaja več postopkov. Eden izmed postopkov je naslednji:

$$\varphi = \operatorname{atan} \frac{z + e^2 b \cdot \sin^3(\theta)}{p - e^2 a \cdot \cos^3(\theta)}, \quad \lambda = \operatorname{atan} \frac{y}{x}, \quad h = \frac{P}{\cos(\varphi)} - N \quad (4.5)$$

kjer so:

$$\theta = \operatorname{atan} \frac{z \cdot a}{p \cdot b}, \quad e' = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b}, \quad e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}, \quad p = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (4.6)$$

Gornji izrazi so navidez direktni, vendar približni, ki pa so za praktične potrebe geodezije dovolj točni.

Transformacijo med terestričnim in lokalnim koordinatnim sistemom otežuje dejstvo, da sistema nista koncentrična. Nujno medsebojno povezavo lahko opišemo z uporabo Eulerjevih zasukov. Najprej rotiramo okoli lokalne „east“ osi za velikost kota  $(\pi/2 + \varphi)$ , nato pa še okoli vertikalne osi za kot  $-\lambda$ , kar lahko zapišemo kot (Jekeli, 2001):

$$\mathbf{C}_n^e = \mathbf{R}_3(-\lambda) \mathbf{R}_2(\pi/2 + \varphi) \quad \text{oz.} \quad \mathbf{C}_n^e = \begin{pmatrix} -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \lambda & -\cos \varphi \cos \lambda \\ -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \lambda & -\cos \varphi \sin \lambda \\ \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi \end{pmatrix}. \quad (4.7)$$

Transformacijo koordinat med koordinatnim sistemom platforme in lokalnim koordinatnim sistemom izvedemo s pomočjo Eulerjevih kotov, ki so prečni nagib ( $\eta$ ), vzdolžni nagib ( $\chi$ ) in smer ( $\alpha$ ). Transformacijsko matriko iz koordinatnega sistema platforme v lokalni koordinatni sistem opredelimo kot zaporedje treh rotacij in sicer: najprej za negativno vrednost odklona ( $-\eta$ ) okoli osi  $y_b$ , nato za negativno vrednost naklona ( $-\chi$ ) okoli osi  $x_b$  in na koncu še za negativno vrednost usmerjenosti ( $-\alpha$ ) okoli osi  $z_b$ . Transformacijsko matriko lahko sedaj zapišemo kot (Jekeli, 2001):

$$\mathbf{C}_b^n = \mathbf{R}_3(-\alpha) \mathbf{R}_2(-\chi) \mathbf{R}_1(-\eta). \quad (4.8)$$

## 4.2 Določevanje položajev z inercialnimi senzorji

Pospešek  $\ddot{x}$  izračunamo kot drugi odvod položaja po času. Osnovna opazovanja v inercialni navigaciji so meritve pospeškov  $\ddot{x}$  vzdolž posameznih osi v koordinatnem sistemu – ponavadi je to lokalni koordinatni sistem. Pospeške izmerimo kot posledico delovanja

specifične sile na pospeškomere. Z žiroskopi stabiliziramo koordinatne osi z meritvami zasukov okoli osi. Položaj, hitrost in orientacijo objekta pridobimo iz meritev žiroskopov in pospeškomerov s pomočjo numerične integracije sistema diferencialnih enačb. Te diferencialne enačbe opredelimo kot navigacijske enačbe (Hofmann-Wellenhof, 2003).

Vektor trenutne hitrosti pridobimo z integriranjem izmerjenih pospeškov  $\ddot{x}$  po času (Hofmann-Wellenhof, 2003):

$$\dot{x}(t) = \int_{t_A}^t \ddot{x}(t) dt + \dot{x}_A, \quad (4.9)$$

kjer z  $A$  označujemo začetno točko vozila,  $\dot{x}_A = \dot{x}(t_A)$  je začetni vektor hitrosti in  $t$  časovni interval. Z nadaljnjo integracijo zgornje enačbe pridobimo trenutni položajni vektor vozila  $x(t)$  relativno glede na začetno točko  $x_A = x(t_A)$ :

$$x(t) = \int_{t_A}^t \dot{x}(t) dt + x_A. \quad (4.10)$$

Rešitev enačb 4.9 in 4.10 je odvisna od izbranega koordinatnega sistema in vključuje šest integracijskih konstant, ki jih moramo poznati: vektor začetne hitrosti  $\dot{x}_A$  in položaj začetne točke  $x_A$ . Prav tako moramo poznati tudi začetno orientacijo vozila, s čimer lahko, v primeru sistemov s fiksno osnovo, analitično poravnamo senzorje z uporabljenim koordinatnim sistemom (Hofmann-Wellenhof, 2003).

Kadar želimo določevati položaje z inercialnimi senzorji, ki so v bližini velike mase (npr. Zemlje), moramo upoštevati dejstvo, da na izmerjene pospeške vpliva tudi gravitacijska sila. Pazljivo pa moramo obravnavati tudi navidezne sile, ki nastanejo kot posledica vrtenja referenčnega koordinatnega sistema glede na inercialni koordinatni sistem (Hofmann-Wellenhof, 2003).

Pospeškomeri in žiroskopi so nameščeni na skupni osnovi, ki jo uporabljamo za izvajanje inercialnih meritev. V praksi uporabljamo tri med seboj pravokotne pospeškomere in tri med

seboj pravokotne žiroskope. S pospeškomeri merimo specifično silo vzdolž osi lokalnega koordinatnega sistema. Specifična sila predstavlja rezultanto vseh zunanjih sil, ki delujejo na telo brez privlačne sile Zemlje. Z žiroskopi merimo kotne hitrosti zasukov med lokalnim in inercialnim koordinatnim sistemom. V primeru inercialnega koordinatnega sistema je specifična sila določena kot razlika med inercialnim pospeškom vozila in težnostnim pospeškom (Hofmann-Wellenhof, 2003).

#### **4.2.1 Inicializacija inercialnega sistema**

Preden začnemo določevati položaje z inercialno enoto je potrebno izvesti inicializacijo sistema. V fazi inicializacije določimo integracijske konstante, ki jih potrebujemo pri integriranju navigacijske enačbe ter začetno usmerjenost sistema glede na lokalni koordinatni sistem. S podatki začetne usmerjenosti inercialnega sistema izvedemo poravnavo koordinatnih sistemov. Med izvajanjem meritev z inercialnim sistemom položajni pogreški s časom naraščajo kot posledica pogreškov senzorjev. Zato je potrebno med izvajanjem meritev večkrat izvesti poravnavo sistema z uporabo zunanjih meritev (Hofmann-Wellenhof, 2003).

V fazi začetne poravnave inercialnega sistema moramo določiti začetno orientacijo platforme, integracijske konstante v navigacijskih enačbah (začetna hitrost in položaj) ter sistematične pogreške inercialnih senzorjev. Standardna tehnika izvedbe poravnave sistema temelji na statični inicializaciji, kjer predvidimo, da platforma miruje. S kombiniranjem meritev zunanjih senzorjev (GPS-sistema) lahko inicializacijo sistema s fiksnimi senzorji izvedemo tudi med premikanjem platforme (Hofmann-Wellenhof, 2003).

V splošnem lahko izvedemo dve vrsti začetne poravnave: približno in natančno poravnavo. Z inercialnimi senzorji v mirujočem stanju lahko izmerimo smer in velikost težnostnega pospeška ter smer in hitrost rotacije Zemlje. Približno poravnavo izvedemo na podlagi teh meritev z inercialnimi senzorji ter poznavanjem sistematičnih pogreškov senzorjev. Precizno poravnavo sistema lahko izvedemo na podlagi statičnih meritev z inercialnimi senzorji ter z uporabo Kalmanovega filtra, ki nam tudi omogoča pridobitev stohastičnih lastnosti navigacijskega sistema (Hofmann-Wellenhof, 2003).

Med izvajanjem meritev lahko poravnavo inercialnega sistema obnovimo oz. popravimo s pomočjo zunanjih informacij o hitrosti in položaju. Eden od načinov je, da sistem privedemo v mirujoče stanje (angl. „zero velocity update“) v vodoravni legi. Ko sistem miruje v vodoravni legi, bi morala pospeškometera v vodoravni ravnini zaznavati pospešek nič. Če v takem primeru vrednost pospeškov v vodoravni ravnini ni enaka nič, pomeni, da sistem ni poravnan. Podobno je tudi v primeru žiroskopov. Žiroskop, ki ima os obrnjeno proti vzhodu, ne sme zaznati rotacije (Hofmann-Wellenhof, 2003).

#### 4.2.2 Približna začetna poravnava inercialnih senzorjev

S približno začetno poravnavo inercialnih senzorjev pridobimo hitro orientacijo platforme glede na lokalni koordinatni sistem s pomočjo meritev pospeškov in kotnih hitrosti neposredno iz inercialnih senzorjev.

V inercialnih sistemih s fiksiranimi senzorji začetno približno poravnavo sistema izvedemo analitično. Cilj začetne poravnave inercialnega sistema s fiksiranimi senzorji je določitev smernih kosinusov transformacijske matrike  $\mathbf{C}_b^l$  iz koordinatnega sistema platforme, kjer deluje sistem senzorjev (žiroskopi in pospeškometeri), v lokalni koordinatni sistem. Transformacijsko matriko zapišemo kot (Jekeli, 2001):

$$\mathbf{C}_b^l = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\bar{g} \\ \omega_e \cos \phi & 0 & -\omega_e \sin \phi \\ 0 & \bar{g} \omega_e \cos \phi & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\mathbf{a}^b)^T \\ (\boldsymbol{\omega}_{ib}^b)^T \\ (-\mathbf{a}^b \times \boldsymbol{\omega}_{ib}^b)^T \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

kjer predstavlja  $\omega_e$  rotacijo Zemlje,  $\bar{g}$  velikost težnostnega vektorja,  $\mathbf{a}^b$  meritve pospeškometera in  $\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$  meritve žiroskopa. V transformacijski matriki v izrazu (4.11) ne upoštevamo pogreškov senzorjev in odklona navpičnice.

### 4.2.3 Navigacijske enačbe

V nadaljevanju bom podal enačbe za določevanje položajev v sistemih s fiksnimi senzorji v lokalnem koordinatnem sistemu. V sistemih s fiksnimi senzorji so pospeškometri in žiroskopi nameščeni na skupni togi osnovi, ki je neposredno pritrjena na vozilo. Tako z inercialno enoto izvajamo meritve v koordinatnem sistemu platforme. Z žiroskopi zaznavamo kotne premike vozila s katerimi analitično transformiramo s pospeškometri izmerjene pospeške v lokalni koordinatni sistem.

Kadar podajamo hitrost vozila nas ponavadi zanima tudi njegova smer, ki jo definiramo kot kot med osjo, usmerjeno proti severu in osjo proti vzhodu v lokalnem koordinatnem sistemu. Zato hitrost vozila izražamo v lokalnem koordinatnem sistemu ( $l$ ). Za premikajoče se vozilo velja, da se izhodišče lokalnega koordinatnega sistema spreminja iz točke v točko. Zato se za podajanje položajnih koordinat izkaže kot bolj praktična uporaba terestričnega koordinatnega sistema ( $e$ ). Navigacijske enačbe tako podamo kot kombinacijo vrednosti v lokalnem in terestričnem koordinatnem sistemu in jih zapišemo kot (Hofmann-Wellenhof, 2003):

$$\dot{\mathbf{v}}^l = \bar{\mathbf{g}}^l + \mathbf{f}^l - (\boldsymbol{\Omega}_{il}^l + \boldsymbol{\Omega}_{ie}^l) \mathbf{v}^l, \quad (4.12)$$

$$\dot{\mathbf{x}}^e = \mathbf{C}_l^e \mathbf{v}^l, \quad (4.13)$$

kjer je:

$\bar{\mathbf{g}}^l$ : gravitacijski vektor, ki vsebuje težnostni pospešek in centrifugalne pospeške

$\mathbf{f}^l$ : vektor specifične sile

$\mathbf{v}^l$ : vektor hitrosti

$\mathbf{C}_l^e$ : transformacijska matrika iz lokalnega v terestrični koordinatni sistem

Matrika zasukov  $\boldsymbol{\Omega}_{il}^l$  predstavlja rotacijo med lokalnim in inercialnim koordinatnim sistemom, izraženo v lokalnem koordinatnem sistemu. Rotacijska matrika  $\boldsymbol{\Omega}_{ie}^l$  opisuje rotacijo Zemlje, podano v lokalnem koordinatnem sistemu. Položaj in hitrost, določena z inercialnim sistemom, pridobimo z numerično rešitvijo (integracijo) zgornjih diferencialnih



enačb ob danih začetnih pogojih (začetnem položaju in hitrosti). Pri tem predpostavimo, da poznamo težnostno polje Zemlje.

V sistemih s fiksnimi senzorji merimo specifično silo v koordinatnem sistemu platforme in jo moramo zato transformirati v lokalni koordinatni sistem z enačbo:

$$\mathbf{f}^l = \mathbf{C}_b^l \mathbf{f}^b, \quad (4.14)$$

kjer je  $\mathbf{R}_b^l$  matrika, ki predstavlja orientacijo vozila. Orientacijsko matriko pridobimo iz žiroskopskih meritev z integracijo naslednje enačbe:

$$\dot{\mathbf{C}}_b^l = -\boldsymbol{\Omega}_{il}^l \mathbf{R}_b^l + \mathbf{R}_b^l \boldsymbol{\Omega}_{ib}^b, \quad (4.15)$$

kjer predstavlja matrika  $\boldsymbol{\Omega}_{ib}^b$  rotacijo med inercialnim koordinatnim sistemom in koordinatnim sistemom platforme. Za numerično integracijo navigacijskih enačb potrebujemo orientacijsko matriko, ker moramo transformirati specifično silo v lokalni koordinatni sistem. Zato sta določitev orientacije vozila in položaja medsebojno odvisni nalogi.

#### 4.2.4 Vplivi pogreškov inercialnih sistemov na določevanje trajektorije

Pogreški posameznih inercialnih senzorjev so bili že predstavljeni v tretjem poglavju. S pogreški senzorjev opredeljujemo vplive določenih komponent na delovanje inercialnega sistema in posledično na natančnost določitve položaja. Pri analizi zanesljivosti inercialnega sistema jih uporabljamo za napovedovanje delovanja sistema kot funkcije posameznih lastnosti komponent sistema. Pogreške senzorjev lahko razdelimo na stohastične (šum, naključne napake) in sistematične (pogrešek izhodne enote, faktor merila, nelinearnost...). Ogleдали si bomo še kakšen vpliv imajo na določevanje položaja t.i. sistemski pogreški, ki obravnavajo inercialni sistem kot skupek več senzorjev. Sistemske pogreške lahko v grobem razdelimo na naslednje skupine:

- pogreški zaradi napak pri inicializaciji sistema,
- pogreški zaradi napak pri poravnavi sistema,
- pogreški zaradi napak pri kalibraciji senzorjev.

Pogreški inicializacije so pogreški začetnih vrednosti. Z inercialnimi navigacijskimi sistemi lahko v algoritmu za določevanje položajev integriramo le, če imamo podane začetne vrednosti položaja in hitrosti. Če nimamo na voljo sistema GPS, potrebujemo druge vire, ki nam zagotavljajo začetne vrednosti (Grewal, 2007).

Za zagon inercialnega sistema moramo v primeru sistema s fiksnimi senzorji določiti smerne kosinuse glede na osi lokalnega koordinatnega sistema. Pogreški, ki nastanejo v tej proceduri, se imenujejo pogreški začetne poravnave sistema in se izražajo v napačnih naklonih (rotacije okoli horizontalnih osi) in napakah v usmerjenosti (rotacija okoli vertikalne osi). Pogreški pri določevanju začetnih naklonov se izražajo predvsem pri napačno izračunanih gravitacijskih pospeških. Pogreški določevanja začetnega azimuta se izražajo v rotaciji koordinatnega sistema okoli začetne točke (Grewal, 2007).

V postopku kalibracije senzorjev določimo parametre, ki nastopajo v modelih za odpravo pogreškov senzorjev. Ponavadi se ti parametri spreminjajo tudi med samo izvedbo meritev. Izdelava inercialnih senzorjev s čim bolj stabilnimi parametri kalibracije je zelo draga. Zato se je uveljavil model sprotnega določevanja parametrov pogreškov senzorjev, ki jih določamo s pomočjo kombiniranega sistema GPS/INS. Z združevanjem meritev v integriranem sistemu s pomočjo Kalmanovega filtra, lahko določimo tudi kalibracijske parametre inercialnih senzorjev. Tako določeni kalibracijski parametri niso konstantni, ampak se s časom počasi spreminjajo (Grewal, 2007).

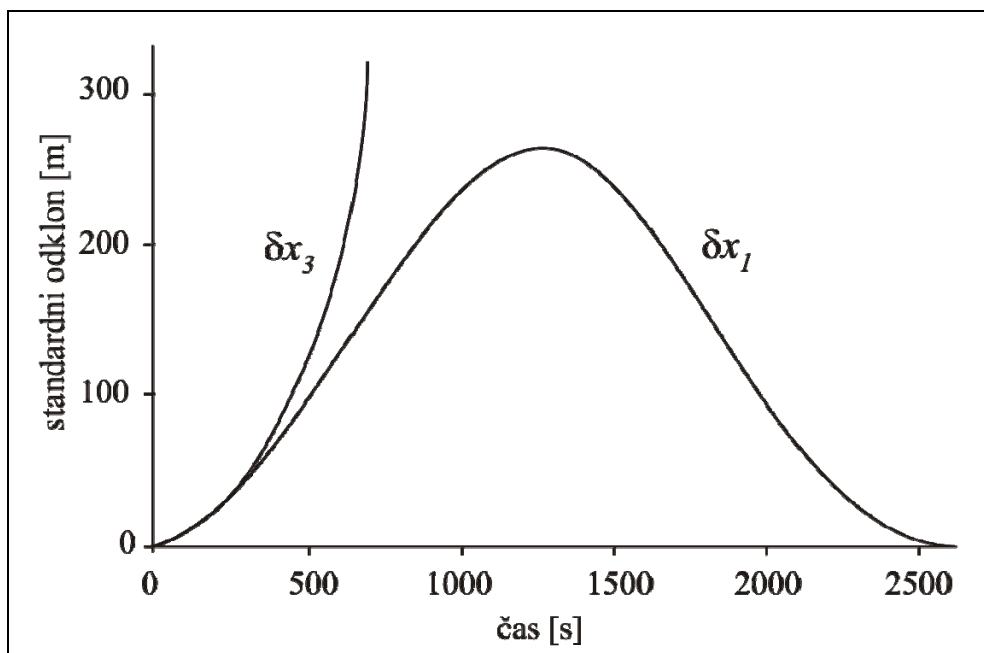
Dinamika prenosa inercialnih pogreškov v navigacijskih enačbah je močno pogojena z dejstvom, da so gravitacijski pospeški usmerjeni proti središču Zemljine mase in se zmanjšujejo s premikanjem proti poloma. Glavni učinek na določevanje položaja z inercialnimi senzorji imajo pogreški zaradi nepravilno določenih naklonov. To so pogreški, ki nastanejo kot posledica napačno ocenjene smeri lokalne vertikalne osi v senzorskem koordinatnem sistemu. V smislu določevanja položaja se ti pogreški izražajo skozi proces Schulerjeve oscilacije. V inercialnem sistemu prihaja do napak pri določevanju položaja zaradi razlike med modeliranim gravitacijskim pospeškom, ki se spreminja s spremembo lokacije vozila in dejansko izmerjenim pospeškom. Zaradi tega prihaja do oscilacij pogreškov

pri določevanju položaja, hitrosti in pospeškov. S Schulerjevo oscilacijo dobimo meje horizontalnih pogreškov inercialne navigacije (Grewal, 2007).

Meritve pospeškometra, obremenjenega s pogreškom izhodne enote, lahko zapišemo v obliki enačbe (Hofmann-Wellenhof, 2003):

$$\bar{f} = f + \delta f \quad (4.16)$$

kjer je  $\bar{f}$  meritev specifične sile obremenjena s pogreški,  $f$  je nominalna specifična sila in  $\delta f$  pogrešek izhodne enote. Če vzamemo v poštev pogreške vseh treh pospeškometerov v sistemu, je skupni horizontalni položajni pogrešek  $\delta x_1$  omejen z obsegom Schulerjeve oscilacije, medtem ko se natančnost določevanja vertikalnega položaja  $\delta x_3$  stalno poslabšuje. Slika 4.4 prikazuje primer vpliva pogreškov pospeškometerov na določevanje položaja z inercialnim sistemom.



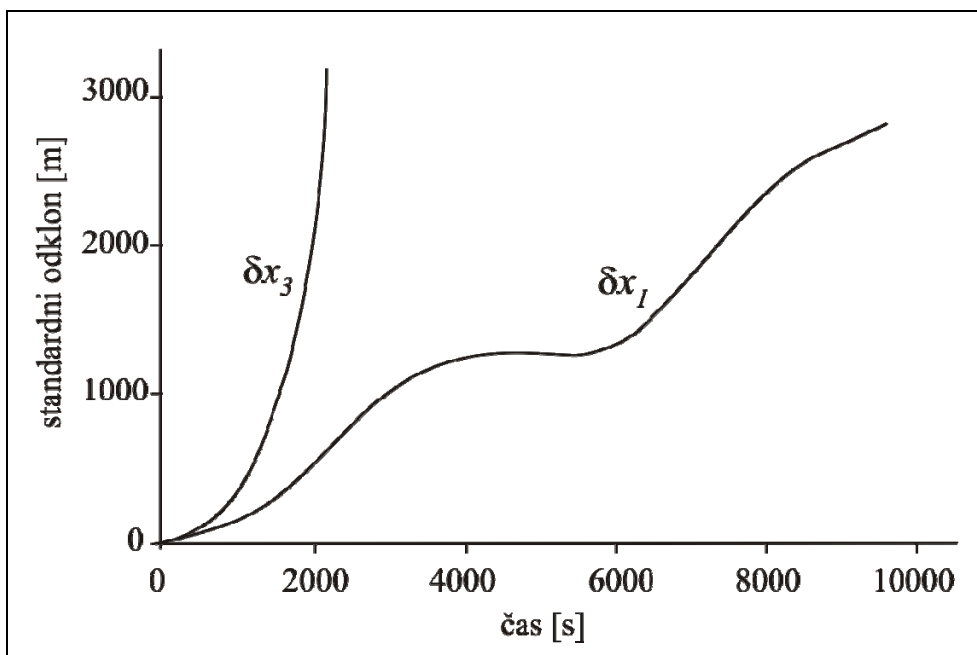
Slika 4.4: Teoretična natančnost inercialnega sistema glede na pogrešek izhodne enote pospeškometra (Hofmann-Wellenhof, 2003)

Fig. 4.4: Theoretical INS performance due to the an accelerometer bias (Hofmann-Wellenhof, 2003)

Meritve žiroskopa obremenjenega s pogreškom izhodne enote lahko zapišemo v obliki enačbe:

$$\bar{\omega} = \omega + \delta\omega \quad (4.17)$$

kjer je  $\bar{\omega}$  meritev kotnih hitrosti obremenjena s pogreški,  $\omega$  je nominalna vrednost kotnih hitrosti in  $\delta\omega$  pogrešek izhodne enote. V poenostavljeni obliki lahko vpliv pogreška izhodne enote žiroskopa v smeri sever–jug izrazimo kot povečevanje odstopanja od poravnave platforme ob začetni inicializaciji in ga zapišemo z enačbo  $\varepsilon = \delta\omega t$ , kjer je  $\varepsilon$  kot med začetno tangencialno ravnino začetne poravnave in trenutne poravnave. Pogrešek izhodne enote žiroskopa ima za posledico neomejeno naraščanje položajnega pogreška. Slika 4.5 prikazuje primer vpliva pogreškov žiroskopov na določevanje položaja z inercialnim sistemom.



Slika 4.5: Teoretična natančnost inercialnega sistema glede na pogrešek izhodne enote žiroskopa (Hofmann-Wellenhof, 2003)

Fig. 4.5: Theoretical INS performance due to the a gyro bias (Hofmann-Wellenhof, 2003)

### 4.3 Principi združevanja meritev različnih senzorjev

V primerih, ko določujemo trajektorijo vozila samo s kinematično metodo GPS izmere, prihaja do pogostih prekinitev sprejema GPS-signala zaradi različnih vplivov in s tem do prekinitve določevanja položaja. Za zapolnitev vrzeli pri določevanju položaja v takih primerih uporabimo instrumente oz. senzorje, s katerimi izvajamo dodatne meritve in omogočajo določevanje dinamike vozila v trenutkih, ko s sistemom GPS ni mogoče določiti koordinat. Inercialni senzorji omogočajo najboljšo določitev dinamike vozila v kratkem časovnem intervalu z visoko ločljivostjo. Komplementarne lastnosti GPS-sprejemnikov in inercialnih senzorjev (glej preglednico 4.1) omogočajo združevanje njihovih meritev pri natančnem določevanju položajev (Jekeli, 2001).

Preglednica 4.1: Primerjava GPS-sprejemnikov in inercialnih senzorjev (Jekeli, 2001)

Table 4.1: Comparison of GPS receivers and inertial sensors

	<b>GPS</b>	<b>INS</b>
princip meritev	določevanje dolžin na podlagi časovnih razlik	inercialni pospeški
delovanje sistema	odvisno od vesoljskega segmenta GNSS	avtonomno
izhodne spremenljivke	položaji, čas	položaji, orientacijski koti
dolgoročni pogreški	majhni	veliki
kratkoročni pogreški	veliki	majhni
količina podatkov (data rate)	majhna ( $\leq 10$ Hz)	velika ( $\geq 25$ Hz)
stroški opreme	nizki (15.000 USD)	visoki (>50.000 USD)

Združevanje GPS/INS-meritev ima za posledico, da pogreški inercialnega sistema, ki so v samostojnem delovanju inercialnega sistema nesprejemljivi oz. imajo velik vpliv na določevanje položaja, postanejo v primeru kombiniranja z GPS-meritvami obvladljivi. Zato tudi ni potrebno izvesti predhodne kalibracije senzorjev, ki bi modelirala prav vse napake. Meritve inercialnega sistema pa lahko pripomorejo k učinkovitosti delovanja GPS-sistema, saj omogočajo hitrejšo ponovno sledenje GPS-signala po prekinitvi.

V primerih, ko v navigacijskem sistemu vozila hkrati uporabljamo več kot en senzor oz. sestave senzorjev, govorimo o t.i. integrirani navigaciji. Pri ocenjevanju vektorja neznank (položaj, hitrost in usmerjenost) vozila je potrebno upoštevati principe združevanja podatkov z različnih senzorjev (Jekeli, 2001).

Pri določevanju položajev z inercialnimi senzorji moramo integrirati po času meritve pospeškov in kotnih hitrosti. To ima za posledico, da se vsi vplivi zaradi šuma v meritvah kopičijo in s časom naraščajo, s tem pa se manjša natančnost in zanesljivost določevanja položaja. Napake določevanj s sistemom GPS so lahko relativno velike, brez ustrezne naknadne obdelave, vendar se v splošnem ne kopičijo in imajo vpliv samo na trenutno določevanje položaja. Inercialni navigacijski sistemi delujejo avtonomno in niso odvisni od zunanjih dejavnikov, tako kot GPS-sprejemniki, ki sprejemajo signale s satelitov. Zato lahko obravnavamo inercialne senzorje kot dopolnilo pri določevanju položajev sistemom GPS v primerih prekinitve signala in interpolaciji meritev (Jekeli, 2001).

Na začetku izvajanja meritev je potrebno določiti začetno orientacijo inercialnih senzorjev (angl.: „initial alignment“). Ker s časom pogreški inercialnih senzorjev naraščajo, je potrebno njihovo orientacijo večkrat ponovno določiti. S tem postopkom analitično določimo začetne vrednosti naklona, odklona in usmerjenosti inercialnih senzorjev ter ocenimo vrednosti sistematičnih pogreškov. Klasični postopki izvajanja začetne orientacije inercialnih senzorjev se izvajajo ob mirovanju sistema. Z razvojem tehnik GPS-meritev in algoritmov za združevanje GPS in inercialnih meritev, pa lahko začetno orientacijo določimo tudi med premikanjem sistema s pomočjo kinematičnih GPS-meritev (Hofmann-Welenhoff, 2003).

Obstajajo trije glavni načini združevanja GPS/INS-meritev: nesklopljena združitev (angl.: uncoupled integration), šibko sklopljena združitev (angl.: loosely coupled integration) in močno sklopljena združitev (angl.: tightly coupled integration).

### 4.3.1 Nesklopljena združitev meritev

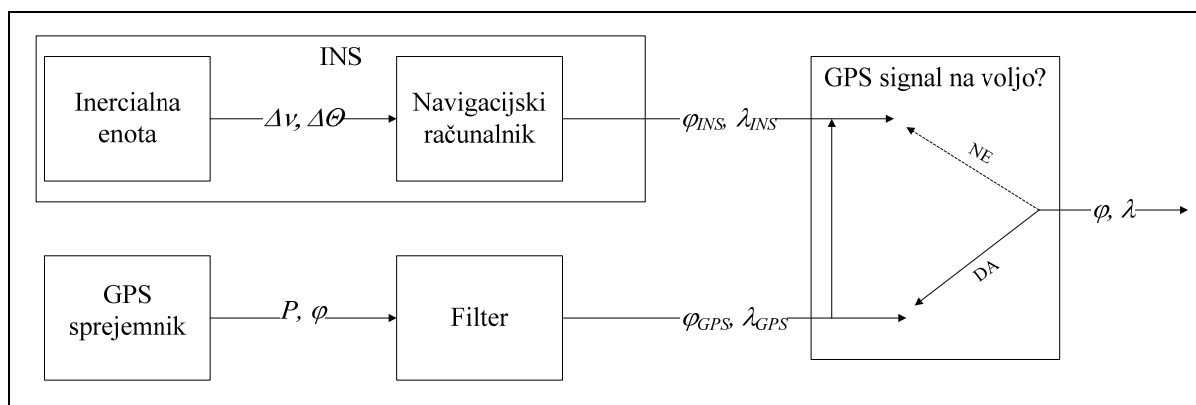
V primeru nesklopljenega združevanja podatkov izvajamo meritve in izračunavamo položaje neodvisno, tako z inercialnimi senzorji kot s sprejemnikom GPS (Slika 4.6). Z meritvami inercialnega sistema pridobimo podatke o spremembi hitrosti ( $\Delta v$ ) in spremembi smeri ( $\Delta \Theta$ ). Z integracijo teh meritev v navigacijskem računalniku pridobimo položajne koordinate ( $\varphi_{INS}$ ,  $\lambda_{INS}$ ), hitrost in orientacijske kote vozila. V teh izračunih standardnih deviacij pogreškov meritev ne izračunavamo sproti. Pri obdelavi inercialnih meritev uporabljamo model pogreškov, ki je bil izračunan med inicializacijo sistema, to je na začetku izvajanja meritev. Z GPS-sprejemnikom merimo faze s satelita oddanega valovanja ( $\varphi$ ) in psevdorazdalje ( $P$ ) do satelitov. Iz teh meritev lahko pridobimo podatke o položaju ( $\varphi_{GPS}$ ,  $\lambda_{GPS}$ ) in oceno natančnosti določitve položaja.

Združevanje meritev obeh sistemov izvedemo s preprostim algoritmom v katerem uporabljamo podatke enega ali drugega sistema, odvisno od razpoložljivosti. Sistem GPS služi kot primarni navigacijski sistem, saj zagotavlja dolgoročno stabilnost pri doseganju ustrezne natančnosti meritev. Ko ni na voljo GPS-signala za določevanje položaja, uporabimo meritve z inercialnega sistema do trenutka, ko zopet lahko izračunamo položaj z GPS-opazovanji.

Algoritem za nesklopljeno rešitev združevanja GPS/INS-meritev podaja naslednji sistem enačb (Jekeli, 2001):

$$\begin{bmatrix} \varphi(t_k) \\ \lambda(t_k) \end{bmatrix} = \begin{cases} \begin{bmatrix} \varphi_{GPS}(t_k) \\ \lambda_{GPS}(t_k) \end{bmatrix}, & \text{če je na voljo rešitev GPS} \\ \begin{bmatrix} \varphi_{INS}(t_k) + (\varphi_{GPS}(t_0) - \varphi_{INS}(t_0)) \\ \lambda_{INS}(t_k) + (\lambda_{GPS}(t_0) - \lambda_{INS}(t_0)) \end{bmatrix}, & \text{če rešitve GPS ni navoljo} \end{cases} \quad (4.18)$$

kjer predstavlja  $t_0$  zadnji trenutek, ko je bila še na voljo rešitev s sistemom GPS.



Slika 4.6: Nesklopljena združitev GPS/INS-meritev (Jekeli, 2001)

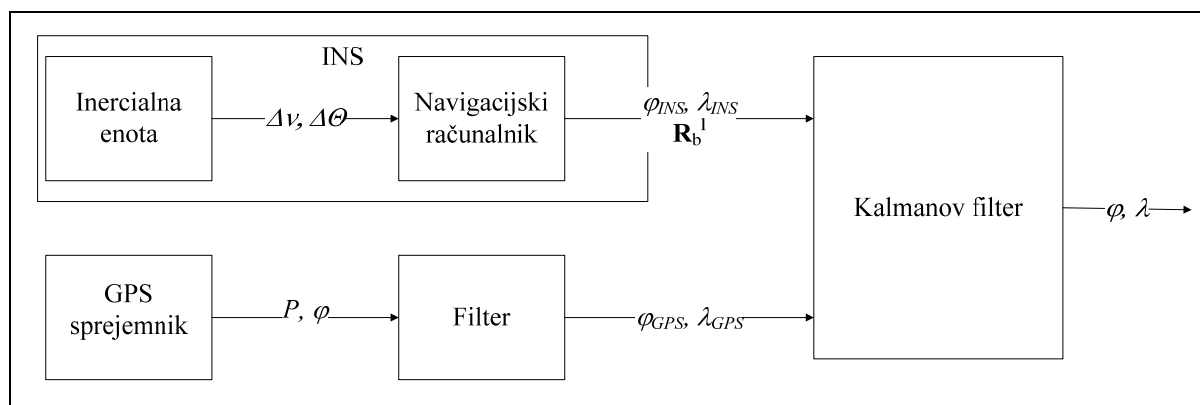
Fig. 4.6: Uncoupled GPS/INS integration (Jekeli, 2001)

### 4.3.2 Šibko sklopljena združitev meritev

Glede na nesklopljeno rešitev združevanja GPS/INS-meritev lahko izboljšamo določitev položaja tako, da upoštevamo meritve sistema GPS za modeliranje napak v inercialnem sistemu. Z vsakim sistemom posebej še vedno izvajamo neodvisne meritve in izračunavamo koordinate  $\varphi$  in  $\lambda$  (Slika 4.7). Napake v izračunanih položajih z inercialnim sistemom v trenutkih brez GPS-signala poizkušamo odpraviti z njihovim modeliranjem v postopku Kalmanovega filtriranja. V postopku Kalmanovega filtriranja lahko ocenimo pogreške inercialnih senzorjev kot so na primer pogreški izhodne enote pospeškomerov in žiroskopov in nepravokotnost med posameznimi osmi senzorjev. Prav tako lahko kot rezultat Kalmanovega filtriranja podatkov izboljšamo natančnost določitve hitrosti s sistemom GPS na osnovi inercialnih meritev. Sprejemnik GPS lahko na podlagi inercialnih meritev bolje predvideva pojav Dopplerjeve frekvence na frekvenci GPS-valovanja, kar omogoča boljše sprejemanje in ponovno sprejemanje izgubljenega GPS-signala (Jekeli, 2001).

Uporaba šibko sklopljene združitve GPS/INS-meritev se izkaže kot preprosta in robustna. V primeru, ko odpove en navigacijski sistem, je navigacijo še vedno mogoče izvajati z drugim sistemom. Kot pomanjkljivost uporabe šibko sklopljene rešitve se izkaže dejstvo, da v primeru prekinitve sprejema GPS-signala (vidnih je manj kot štiri satelitov) ni mogoče izvesti obnove meritev v skupnem Kalmanovem filtru.





Slika 4.7: Šibko sklopljena združitev GPS/INS-meritev (Jekeli, 2001)

Fig. 4.7: Loosely coupled GPS/INS integration (Jekeli, 2001)

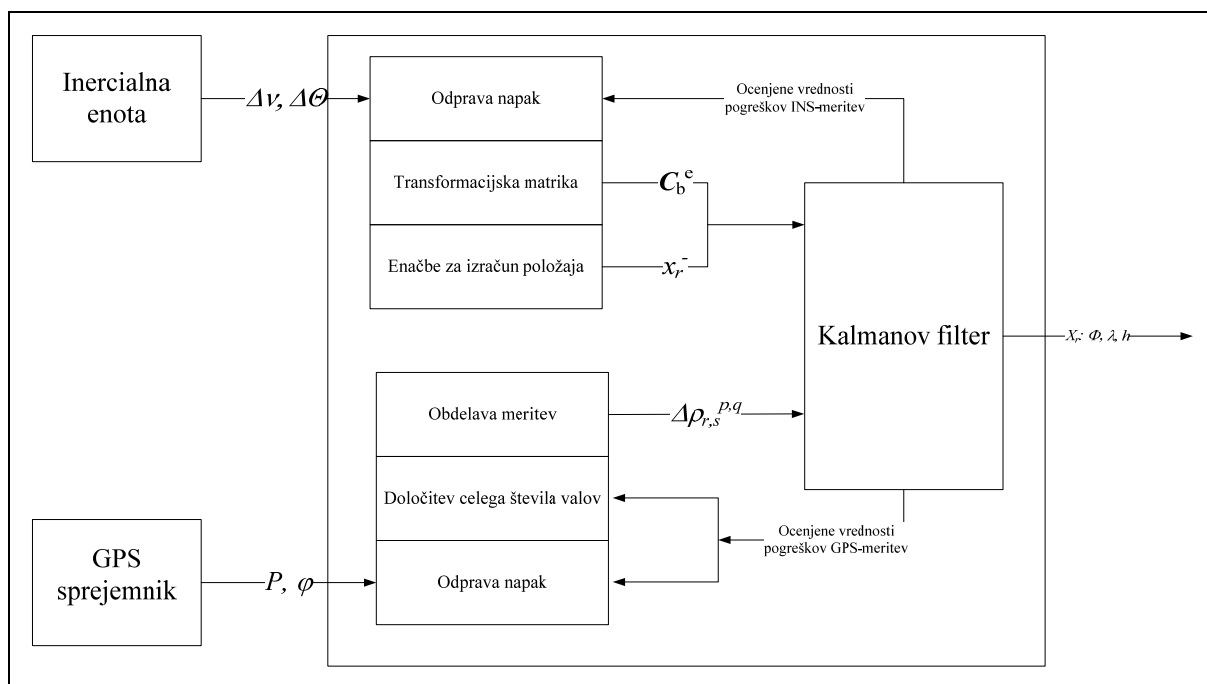
### 4.3.3 Močno sklopljena združitev meritev

Močno sklopljena združitev GPS/INS-meritev temelji na skupni obdelavi surovih meritev vsakega od podsistemov – GPS in INS. S sistemom GPS lahko določamo pseudorazdalje do satelitov ali pa meritve faze s satelita oddanega valovanja. Z inercialnim sistemom merimo specifično silo in zasuke. Napake inercialnega sistema modeliramo s Kalmanovim filtrom, v katerem združimo meritve obeh sistemov. Prav tako iz Kalmanovega filtra pridobimo natančnejši podatek o hitrosti, ki ga posredujemo v sistem GPS (Jekeli, 2001).

Prednost uporabe močno sklopljenega združevanja GPS/INS-podatkov je v tem, da lahko s sistemom GPS pridobimo podatek o položaju vozila tudi, če ni na voljo GPS-signala. Na primer: za določevanje trirazsežnega položaja s sistemom GPS potrebujemo signal z najmanj štirih GPS-satelitov. V močno sklopljenem sistemu je dovolj, če sprejemamo signal z dveh ali treh satelitov. Prav tako lahko v takem sistemu lažje določamo celo število s satelita oddanih valov (Hofmann-Wellenhof, 2003).

Na sliki 4.8 je shematično predstavljeno močno sklopljeno združevanje GPS/INS-meritev. Bistvena razlika, v primerjavi s šibko sklopljenim združevanjem GPS/INS-meritev, je v obdelavi podatkov. V algoritmu za združevanje meritev sedaj vpeljemo meritve iz sistema GPS in inercialnega sistema v t.i. surovi obliki. To pomeni, da sedaj obdelujemo spremembe

zasuka v času in hitrosti ( $\Delta\theta, \Delta v$ ) pridobljene iz žiroskopov in pospeškometerov ter psevdorazdalje ( $P$ ) in faze ( $\varphi$ ) izmerjene s sprejemnikom GPS. Napake obeh sistemov sedaj ocenimo skupaj v Kalmanovem filtru. Za posodobitev oz. popravek izračunanega položaja z inercialnim sistemom v tem primeru ne uporabimo koordinat izračunanih s sistemom GPS, ampak psevdorazdalje in faze (Jekeli, 2001).



Slika 4.8: Močno sklopljena združitev GPS/INS-meritev (Jekeli, 2001)

Fig. 4.8: Tightly coupled GPS/INS integration (Jekeli, 2001)

## 4.4 Kalmanov filter

Kalmanov filter na široko uporabljamo pri preračunavanju in združevanju GPS- in INS-meritev za navigacijske potrebe. Ker ga izvajamo rekurzivno, je zelo uporaben pri statistično optimalnem združevanju podatkov, ki so bili pridobljeni iz različnih senzorjev v različnih časih. Rekurzivni postopek izvedemo v dveh stopnjah: napoved in obnovitev ocenjenih parametrov. V prvem koraku (napoved) uporabimo dinamični model, ki opisuje povezave med neznankami v času. Napoved izvedemo zaradi ocene neznank v času vsake meritve, kot tudi ocene neznank med meritvami, za kar je potrebna interpolacija. V drugem koraku (preoblikovanje ali korekcija) kombiniramo podatke meritev, ki smo jih pridobili v predhodnem koraku (v napovedi) z novimi meritvami.

### 4.4.1 Računske osnove Kalmanovega filtra

Če imamo  $\tilde{\mathbf{x}}_k$  vektor a priori vrednost neznank v trenutku  $k$  in  $\hat{\mathbf{x}}_k$  vektor a posteriori vrednosti neznank v trenutku  $k$  in je  $\mathbf{x}_k$  prava vrednost vektorja neznank, lahko definiramo:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{e}}_k &= \mathbf{x}_k - \tilde{\mathbf{x}}_k \rightarrow \text{a priori pogrešek} \\ \hat{\mathbf{e}}_k &= \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k \rightarrow \text{a posteriori pogrešek}\end{aligned}\tag{4.19}$$

z ustreznima a priori in a posteriori kovariančnima matrikama:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{P}}_k &= E[\tilde{\mathbf{e}}_k \cdot \tilde{\mathbf{e}}_k^T] = \left[ (\mathbf{x}_k - \tilde{\mathbf{x}}_k)(\mathbf{x}_k - \tilde{\mathbf{x}}_k)^T \right] \rightarrow \text{a priori} \\ \hat{\mathbf{P}}_k &= E[\hat{\mathbf{e}}_k \cdot \hat{\mathbf{e}}_k^T] = \left[ (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)^T \right] \rightarrow \text{a posteriori}\end{aligned}\tag{4.20}$$

Osnovna naloga Kalmanovega filtra je, kako pridobiti matematično zvezo, s katero a posteriori vrednost  $\hat{\mathbf{x}}_k$  izrazimo kot linearno kombinacijo z a priori vrednostjo  $\tilde{\mathbf{x}}_k$  in utežno razliko med dejanskimi opazovanji  $\mathbf{z}_k$  in napovedjo vrednosti opazovanj  $\mathbf{H}\tilde{\mathbf{x}}_k$  :

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}(\mathbf{z}_k - \mathbf{H}\tilde{\mathbf{x}}_k) \quad (4.21)$$

kjer je:

**K**: Kalmanova matrika dimenzije  $n \times m$ , katere namen je minimizirati vpliv a posteriori varianc in kovarianc pogreškov in predstavlja osnovo Kalmanovega filtra

**H**: modelna matrika dimenzije  $m \times n$  in povezuje neznanke z opazovanji

$(\mathbf{z}_k - \mathbf{H}\tilde{\mathbf{x}}_k)$ : predstavlja razliko med opazovanji in napovedjo vrednosti opazovanj

#### 4.4.2 Diskretni Kalmanov filter

Z uporabo Kalmanovega filtra skušamo rešiti splošni problem izračuna spremenljivk oz. neznanek  $\mathbf{x} \in R^n$ , ki nastopa v nekem diskretnem časovnem procesu. Dinamične lastnosti sistema modeliramo z opisom medsebojnih povezav dveh zaporednih vektorjev in jih zapišemo kot (Welch, Bishop, 2002; Hofmann-Wellenhof, 2003):

$$\mathbf{x}_k = \Phi_{k-1}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1} \quad (4.22)$$

ter na podlagi opazovanj:

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (4.23)$$

kjer so:

$\Phi_{k-1}$ : prehodna matrika sistema, dimenzije  $n \times n$ , ki povezuje sedanji dogodek ( $k$ ) s preteklim ( $k-1$ ).  $\Phi$  je sicer časovno odvisna, vendar jo predpostavimo kot konstantno.

**H**: modelna matrika dimenzije  $m \times n$  in povezuje neznanke z opazovanji,

$\mathbf{x}_k$ : vektor neznank dimenzije  $n \times 1$  za trenutek  $k$ ,

$\mathbf{w}_{k-1}$ : procesni beli šum s sredino 0 in dano kovariančno matriko  $\mathbf{Q}$ ,  $p(\mathbf{w}) \sim N(0, \mathbf{Q})$ ,

$\mathbf{v}_k$ : šum opazovanja s sredino 0 in kovariančno matriko  $\mathbf{R}$ ,  $p(\mathbf{v}) \sim N(0, \mathbf{R})$ ,

in predpostavljamo, da sta  $\mathbf{Q}$  in  $\mathbf{R}$  konstantni kovariančni matriki šuma v procesu in opazovanjih. Matrika  $\mathbf{Q}$  opisuje netočnost obdelovalnega modela sistema, medtem ko matrika  $\mathbf{R}$  opisuje natančnost opazovanj. Oba šuma sta med seboj neodvisna.

Obdelava v Kalmanovem filtru temelji na določitvi kovariančne matrike trenutnega belega šuma  $\mathbf{v}_k$  in procesnega oz. začetnega belega šuma  $\mathbf{w}_k$ . Kalmanov filter omogoča minimizacijo sledi pripadajoče kovariančne matrike pogreškov neznank na osnovi modela enačb za neznanke  $\mathbf{x}_k$  in modela enačb za opazovanja  $\mathbf{z}_k$ .

V enačbah (4.22) in (4.23) označimo s  $k$  trenutek  $t_k$  obnove sistema s podatki pridobljenimi iz meritev. Vektor neznank  $\mathbf{x}_{k-1}$  s pripadajočo kovariančno matriko se s časom spreminjata, zato ju moramo določiti za vsak trenutek  $t_k$  s pomočjo dinamičnega modela (4.22). Sedaj lahko zapišemo tri glavne korake v Kalmanovem filtru:

1. korak: izračun obnove Kalmanove verige

$$\mathbf{K}_k = \tilde{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (4.24)$$

2. korak: korekcija (popravki) meritev

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{x}}_k) \quad (4.25)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \tilde{\mathbf{P}}_k \quad (4.26)$$

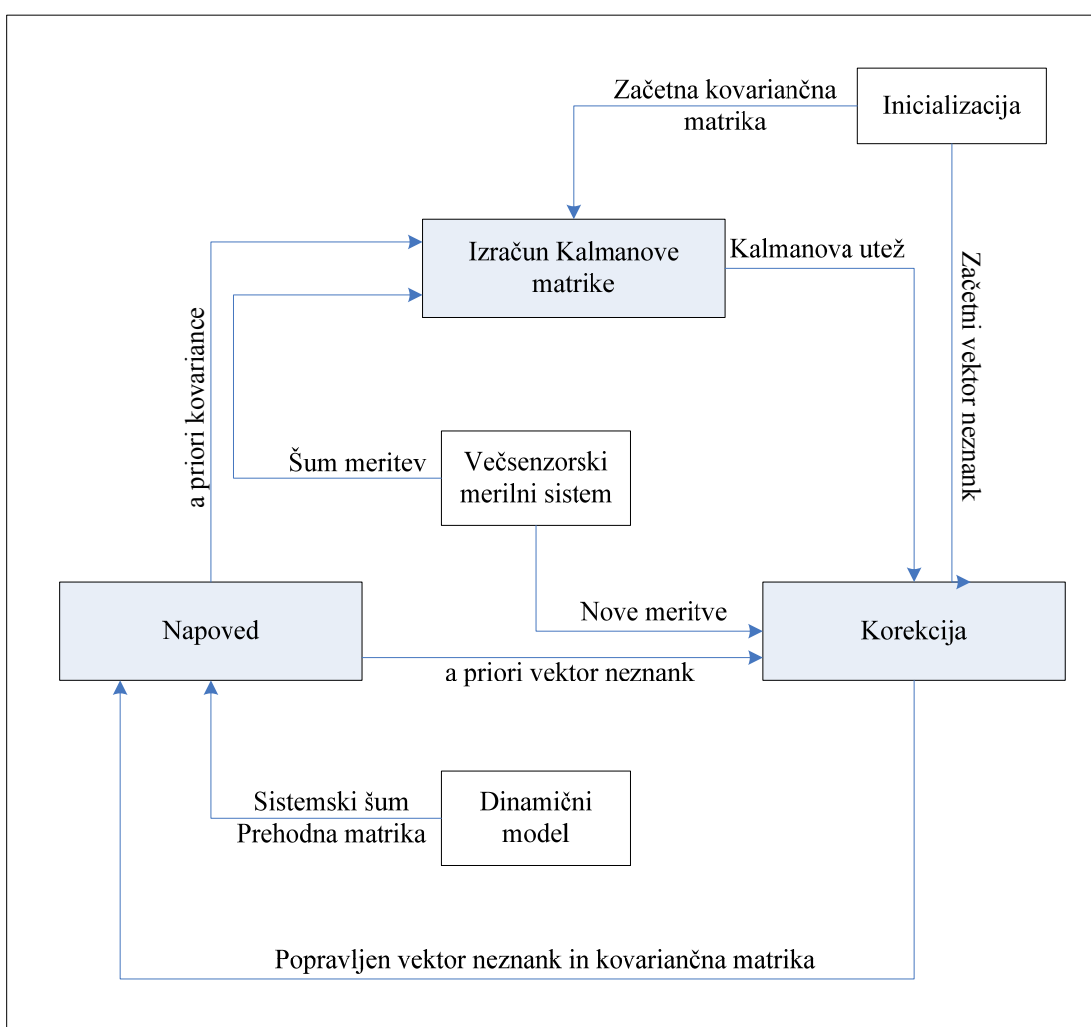
3. korak: napoved

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1} = \Phi_k (\hat{\mathbf{x}}_k) \quad (4.27)$$

$$\tilde{\mathbf{P}}_{k+1} = \Phi_k \hat{\mathbf{P}}_k \Phi_k^T + \mathbf{Q}_k \quad (4.28)$$

S Kalmanovim filtrom iz vrednotimo proces tako, da uporabimo obliko povratne kontrole: filter določi vrednosti neznank v določenem trenutku in nato prejme povratno informacijo v obliki opazovanj. Kalmanov filter se torej izvaja kot zaporedje napovedi (predhodne ocene) in preoblikovanja:

- napoved: določitev vrednosti neznank in pripadajočih varianc in kovarianc kot a priori vrednosti za naslednji časovni korak,
- preoblikovanje ali korekcija: namenjeno vključitvi novih opazovanj v a priori določitev z namenom izboljšave a posteriori določitve neznank.



Slika 4.9: Princip Kalmanovega filtra (Hofmann-Wellenhof, 2003)

Fig. 4.9: Principle of Kalman filtering (Hofmann-Wellenhof, 2003)

Za izvedbo Kalmanovega filtriranja je potrebno določiti prehodno matriko sistema  $\Phi$  in variančno kovariančno matriko sistema  $Q$ .

Kalmanovo filtriranje predstavlja optimalno rešitev problema, vendar se zgodi, da je algoritem numerično nestabilen. Problem zaokroževanja lahko vodi v teoretično nemogoče kovariančne matrike z negativnimi lastnimi vrednostmi, s čimer se srečamo v primeru ko:

- so opazovanja dana z visoko natančnostjo,
- je linearna kombinacija komponent vektorja neznank dana z visoko natančnostjo, medtem ko so ostale kombinacije nedoločljive.

Kalmanov filter predstavlja optimalno kombinacijo v smislu minimizacije varianc med oceno parametrov iz predhodnega časovnega trenutka in trenutnimi opazovanji. Kalmanov filter je strukturiran v dveh neodvisnih modelih: v dinamičnem modelu in modelu opazovanj. Vsak model je sestavljen iz funkcionalnega in stohastičnega dela.

#### 4.4.3 Razširjen Kalmanov filter

Kalmanovo filtriranje zahteva linearno zvezo med opazovanji in dinamičnim modelom sistema. Dejansko pa imamo v navigaciji opravka z nelinearnimi sistemi. Problema se lahko lotimo tako, da opazujemo samo majhne spremembe v vektorju neznank, ki jih lahko obravnavamo kot linearne spremembe v funkcijskem modelu. Metoda temelji na linearizaciji ob poti, ki se nenehno obnavlja z oceno stanja, pridobljeno iz tekočih opazovanj. Postopek linearizacije, ki je podoben Taylorjevi vrsti, poteka na osnovi parcialnih odvodov funkcij modela in opazovanja v okolici trenutne ocene stanja modela.

Za izpeljavo matematičnega modela razširjenega Kalmanovega filtra predpostavimo, da obravnavamo kinematični sistem, ki je za trenutek  $t_k$  podan z nizom nelinearnih enačb opazovanj (Hofmann-Welenhoff, 2003):

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (4.29)$$

in nelinearno zvezo med dvema zaporednima  $n$ -razsežnima vektorjema neznank  $\mathbf{x}_k$  in  $\mathbf{x}_{k+1}$  v trenutkih  $t_k$  in  $t_{k+1}$ , ki jo zapišemo kot:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \boldsymbol{\varphi}_k(\mathbf{x}_k) + \mathbf{w}_k, \quad (4.30)$$

kjer je

$\mathbf{z}_k$ :  $l_k$ -razsežni vektor opazovanj,

$\mathbf{v}_k$ :  $l_k$ -razsežni vektor šuma opazovanj,

$\mathbf{w}_k$ :  $n$ -razsežni vektor procesnega šuma,

$\mathbf{R}_k$ : kovariančna matrika opazovanj

$\mathbf{Q}_k$ : kovariančna matrika procesnega šuma

$\mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k)$ :  $l_k$ -razsežni vektor enačb opazovanj  $h_{k(i)}(\mathbf{x}_k)$  za  $i = 1, \dots, l_k$ ,

$\boldsymbol{\varphi}_k(\mathbf{x}_k)$ :  $n$ -razsežni vektor dinamičnih funkcij  $\varphi_{k(j)}(\mathbf{x}_k)$  za  $j = 1, \dots, n$ .

V določenih primerih dinamičnih funkcij ne poznamo neposredno. Zato si pomagamo z zveznimi diferencialnimi enačbami, s katerimi modeliramo spremembo vektorja neznank po času. Tem enačbam pravimo tudi enačbe sistema in jih v splošni obliki podamo kot:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}), \quad (4.31)$$

kjer  $\dot{\mathbf{x}}$  predstavlja trenutno spremembo vektorja neznank in  $\mathbf{f}$  označuje  $n$ -razsežni vektor kontrolnih funkcij. Dinamične funkcije iz enačbe (4.30) pridobimo z integriranjem enačbe (4.31).

Modelno matriko  $\mathbf{H}_k$ , velikosti  $l_k \times n$ , dobimo z linearizacijo enačb opazovanj glede na ocenjeno vrednosti vektorja neznank  $\tilde{\mathbf{x}}_k$ , s pomočjo parcialnih odvodov v trenutku  $t_k$ :



$$H_{k(i,p)} = \left. \frac{\partial h_{k(j)}(\mathbf{x})}{\partial x_p} \right|_{x=\hat{x}_k}, \text{ kjer je } \begin{cases} j = 1, \dots, n \\ p = 1, \dots, n \end{cases} \quad (4.32)$$

Prehodno matriko  $\Phi_k$  velikosti  $n \times n$ , dobimo z linearizacijo dinamičnih funkcij  $\varphi_k$  glede na popravljene vrednosti neznank  $\hat{x}_k$ , s pomočjo parcialnih odvodov v trenutku  $t_k$ :

$$\Phi_{k(j,q)} = \left. \frac{\partial \varphi_{k(j)}(\mathbf{x})}{\partial x_q} \right|_{x=\hat{x}_k}, \text{ kjer je } \begin{cases} j = 1, \dots, n \\ q = 1, \dots, n \end{cases} \quad (4.33)$$

Sedaj lahko izvedemo Kalmanovo filtriranje za poljuben trenutek v treh osnovnih korakih, kjer predstavlja  $\mathbf{K}$  matriko obnove Kalmanove verige ter a priori in a posteriori kovariančni matriki ( $\tilde{\mathbf{P}}, \hat{\mathbf{P}}$ ) vektorja neznank. Prvi in drugi korak sta enaka kot v primeru diskretnega Kalmanovega filtra, razlikuje pa se v tretjem koraku – napovedi. Sedaj zapišemo enačbe v razširjenemu Kalmanovem filtru kot:

1. korak: izračun obnove Kalmanove verige

$$\mathbf{K}_k = \tilde{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (4.34)$$

2. korak: korekcija (popravki) meritev

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\tilde{\mathbf{x}}_k)) \quad (4.35)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \tilde{\mathbf{P}}_k \quad (4.36)$$

3. korak: napoved

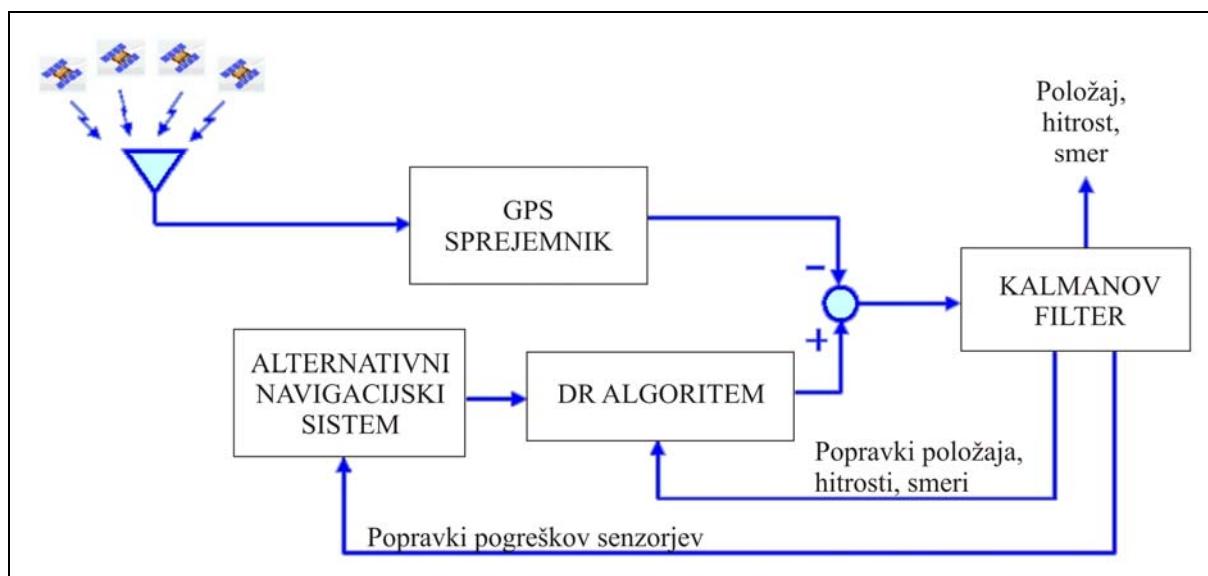
$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1} = \varphi_k(\hat{\mathbf{x}}_k) \quad (4.37)$$

$$\tilde{\mathbf{P}}_{k+1} = \Phi_k \hat{\mathbf{P}}_k \Phi_k^T + \mathbf{Q}_k \quad (4.38)$$

Za izračun prve matrike obnove Kalmanove verige  $\mathbf{K}_k$  v trenutku  $k = 1$  moramo poznati začetne vrednosti neznank in pripadajočo a priori kovariančno matriko  $\tilde{\mathbf{P}}_k$ .

#### 4.4.4 Primer uporabe Kalmanovega filtra pri združevanju senzorjev

V splošnem je princip Kalmanovega filtra pri združevanju GPS-meritev in meritev DR-senzorjev prikazan na sliki 4.10. Kalmanov filter se uporablja za kombiniranje inercialnih meritev s podatki sistema GPS. Združene podatke med seboj primerjamo in določimo pogreške meritev za določevanje položajev z alternativnim navigacijskim sistemom. Ocenjene vrednosti pogreškov uporabimo za izboljšavo določevanja položaja z alternativnim sistemom, kadar ni na voljo GPS-podatkov.



Slika 4.10: Princip delovanja Kalmanovega filtra pri združevanju različnih senzorjev

Fig. 4.10: Principle of Kalman filtering in the integration of different sensors

Za primer uporabe Kalmanovega filtra bom podal poenostavljen model določevanja položaja z integriranim sistemom GPS/INS. Splošno enačbo za določevanje položaja z integriranim sistemom lahko zapišemo kot (Gabaglio, 2001):

$$\begin{aligned} N_k &= N_{k-1} + r_k \cdot \cos(\phi_k) \\ E_k &= E_{k-1} + r_k \cdot \sin(\phi_k) \end{aligned} \quad (4.39)$$

kjer je

$N_k, E_k$ : northing in easting koordinati v času  $k$  [m]

$\phi_k$ : smer [°]

$r_k$ : prevožena razdalja [m], izračunana kot:  $r_k = s \cdot dt$

$s$ : izmerjena hitrost ali izračunana iz merilcev pospeška [m/s]

$dt$ : časovni interval [s]

Kadar za določevanje smeri uporabimo žiroskope, orientacijo objekta izračunamo po naslednji enačbi:

$$\phi_k = \phi_{k-1} + dt \cdot (\lambda \cdot \omega + b) \quad (4.40)$$

kjer je

$\phi_k$ : smer objekta v času  $k$ , če je  $k = 0$ , potem predstavlja  $\phi_0$  začetno smer [°]

$\lambda$ : faktor merila

$b$ : pogrešek izhodne enote [°/h]

$\omega$ : kotna hitrost, izmerjena z žiroskopom [s<sup>-1</sup>]

Faktor merila, pogrešek izhodne enote in začetna smer so parametri, ki jih je potrebno oceniti v postopku Kalmanovega filtriranja.

Dinamični model v Kalmanovem filtru temelji na poznavanju lastnosti premikanja vozila. Za vzpostavitev integriranega navigacijskega sistema moramo poznati dinamični model premikanja vozila ali pa poznati model pogreškov uporabljenih senzorjev. Model pogreškov poznamo le v primerih, ko uporabljamo dominantni navigacijski sistem, kot je npr. inercialni navigacijski sistem, katerega pogreške ocenimo in kalibriramo s pomočjo povratne informacije v postopku Kalmanovega filtriranja. Pri satelitsko vodenih navigacijskih sistemih lahko rečemo, da je sistem GPS dominanten. Vendar se lahko v tem primeru pojavita dve možnosti:

1. Natančnost določevanja položaja s sistemom GPS je zadovoljiva in ni potrebe po kalibraciji.
2. Druga možnost pa je, da imamo nezmožnost določevanja položaja zaradi izgube GPS-signala, kjer ni možno izvesti kalibracije. Zato je pri tem primerneje uporabiti dinamični model.

Funkcionalni del dinamičnega modela predstavlja oceno neznank modela. Neznanke v sistemu, ki vsebuje GPS-meritve, vrtavke, merilce pospeškov in odometer, sestavljajo vektor (Gabaglio, 2001; Zhao, 2002):

$$\mathbf{x}^T = [E \quad N \quad \phi \quad v \quad a \quad \omega \quad b \quad \lambda \quad s] \quad (4.41)$$

kjer je:

$E, N$ : koordinati objekta [m]

$\phi$ : smer objekta izračunana iz GPS-opazovanj [°]

$v$ : hitrost objekta izračunana iz GPS-opazovanj [m/s]

$a$ : pospešek objekta [m/s<sup>2</sup>]

$\omega$ : kotna hitrost žiroskopa [s<sup>-1</sup>]

$b$ : pogrešek izhodne enote žiroskopa [°/h]

$\lambda$ : faktor merila

$s$ : faktor merila pogreška odometra

Če upoštevamo stohastični del modela, lahko uporabimo enačbe prenosa varianc in kovarianc ter uporabimo le relativne spremembe parametrov. Vektor neznank lahko zapišemo kot:

$$d\mathbf{x}^T = [dE \quad dN \quad d\phi \quad dv \quad da \quad d\omega \quad db \quad d\lambda \quad ds] \quad (4.42)$$

Za vzpostavitev strogega stohastičnega modela obravnavamo najprej dinamični model kot zvezno funkcijo, kar pa v resnici ni, ker imamo samo diskretne meritve. Ta korak je le

teoretičen, iz katerega pa lahko pridobimo enačbo, ki opisuje korelacijo med ocenjenimi neznankami:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x} = \mathbf{F}_k \mathbf{dx} + \mathbf{G} \mathbf{w} \quad (4.43)$$

kjer je:

$\mathbf{F}_k$  : matrika dinamičnih koeficientov

$\mathbf{w}$ : beli šum

$\mathbf{G}$ : matrika porazdelitve šuma v vektorju  $\mathbf{dx}$

Elementi matrike  $\mathbf{F}_k$  so časovni odvodi enačb funkcionalnega modela določitve položaja s GPS/INS-integriranim navigacijskim sistemom.

Za uporabo Kalmanovega filtra je potrebno zgornjo zvezno enačbo prevesti v diskretno obliko. Ta postopek izvedemo z naslednjo enačbo (Gabaglio, 2001):

$$\begin{aligned} \Phi_k &= \mathbf{I} + \mathbf{F}_k \cdot dt + \frac{\mathbf{F}_k^2}{2!} dt^2 + \frac{\mathbf{F}_k^3}{3!} dt^3 + \dots \\ \mathbf{P}_k &= \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Phi_k \mathbf{G} \cdot \mathbf{q}_u \cdot \mathbf{G}^T \cdot \Phi_k^T dt \end{aligned} \quad (4.44)$$

kjer je:

$\mathbf{I}$ : enotska matrika

$\Phi_k$ : prehodna matrika

$\mathbf{P}_k$ : kovariančna matrika šuma

$\mathbf{q}_u$ : spektralna gostota šuma

Med izvedbo procesa izračunamo neznanke po enačbah matematičnega modela za določevanja položaja z integriranim sistemom. Hkrati izračunamo tudi prenos varianc in kovarianc iz enačbe (4.38), kjer vsebuje matrika  $\mathbf{P}_{k+1}$  variance in kovariance neznanek v času  $k$ .

V modelu opazovanj obravnavamo zunanja opazovanja iz sistema GPS. Iz sprejemnika GPS lahko pridobimo informacijo o položaju (koordinati  $E_{GPS}$ ,  $N_{GPS}$ ), hitrosti  $v_{GPS}$  in smeri  $\phi_{GPS}$ . GPS-opazovanja tvorijo vektor opazovanj  $\mathbf{z}_k$ . V bistvu so to neznanke, izračunane iz kodnih in faznih GPS-opazovanj. To dejstvo upoštevamo pri izračunu kovariančne matrike opazovanj  $\mathbf{R}_k$ . Vektor zunanjih opazovanj, zapisan v obliki  $\mathbf{z}_k = \mathbf{h}_k(x) + \mathbf{v}_k$ , kjer  $\mathbf{h}_k$  vektor nelinearnih dinamičnih funkcij, ki povezujejo neznanke z opazovanji in  $\mathbf{v}$  vektor šuma opazovanj, lineariziramo in dobimo:

$$\tilde{\mathbf{v}}_k - \mathbf{v} = \mathbf{H}_k \delta \mathbf{x} \quad (4.45)$$

V enačbi (4.45) lahko zapišemo za vektor popravkov opazovanj  $\tilde{\mathbf{v}}_k$ , ki je izračunan iz dejanske vrednosti opazovanj in predvidenih vrednosti opazovanj naslednji izraz:

$$\tilde{\mathbf{v}}_k = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}\tilde{\mathbf{x}}_k \quad (4.46)$$

v katerem je:

$\mathbf{z}_k$  : vektor opazovanj

$\tilde{\mathbf{x}}_k$  : vektor neznanek, določenih v času  $k$

$\mathbf{H}$  je modelna matrika, ki se nanaša na enačbo (4.41) in jo lahko zapišemo kot:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

Število vrstic v matriki  $\mathbf{H}$  je enako številu zunanjih opazovanj (v našem primeru so GPS-podatki: koordinati easting in northing ter smer in hitrost izračunani iz GPS-opazovanj). Število stolpcev v matriki  $\mathbf{H}$  je enako številu neznank v vektorju  $x$ .

V enačbi za  $\tilde{\mathbf{v}}_k$  se izraža razlika med GPS-meritvami položaja, smeri in hitrosti z meritvami iz integriranega GPS/INS-sistema. Ta vektor je indikator zanesljivosti opravljenih meritev. Velika odstopanja v tem vektorju so lahko posledica pogreškov GPS-opazovanj oz. pogreškov meritev inercialnih senzorjev v sistemu.

V fazi korekcije združimo dinamični model in model opazovanj. V tem procesu minimiziramo variance pogreškov opazovanj in ocenjenih parametrov. Fazo korekcije lahko izvedemo, ko so izpolnjeni naslednji pogoji:

- GPS signal je na voljo,
- variance navigacijskih neznank ( $E_{GPS}$ ,  $N_{GPS}$ ,  $v_{GPS}$ ,  $\phi_{GPS}$ ) so v okviru zahtev,
- podatki izračunani iz GPS-opazovanj so zanesljivi. Zanesljivost določamo v postopku izračuna vektorja popravkov opazovanj  $\tilde{\mathbf{v}}_k$  in s primerjavo GPS-meritev z INS-meritvami. Npr.: ko se objekt giblje zelo počasi oz. miruje, GPS-meritev ne moremo uporabiti za korekcijo inercialnih senzorjev, s katerimi določamo smer objekta.

Parametre korekcije izračunamo po enačbah (4.46) in (4.35):

$$d\tilde{\mathbf{x}}_k = \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{v}}_k \quad (4.48)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \tilde{\mathbf{x}}_k + d\tilde{\mathbf{x}}_k = \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{v}}_k \quad (4.49)$$

kjer je :

$\tilde{\mathbf{x}}_k$  : vektor vrednosti neznank, določenih v času  $t_k$

$\hat{\mathbf{x}}_k$  : vektor ocenjenih vrednosti neznank

$$\mathbf{K}_k = \tilde{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T \left( \mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \right)^{-1} \quad (4.50)$$

Enačba (4.48) nam podaja način porazdelitve razlik med meritvami s sistemom GPS in inercialnim sistemom med neznanke. Porazdelitev je opredeljena s Kalmanovo matriko  $\mathbf{K}$ .

## 4.5 Glajenje GPS/INS-meritev

Uporaba Kalmanovega filtra je v dosedanji obravnavi namenjena problemu sprotne določitve ocene stanja dinamičnega procesa v času opazovanja. Uporabo Kalmanovega filtra lahko posplošimo na celoten proces, ne samo na trenutni čas, temveč tudi na predhodne dogodke v procesu. Vzvrtno reševanje modela imenujemo glajenje (Kozmus, 2002).

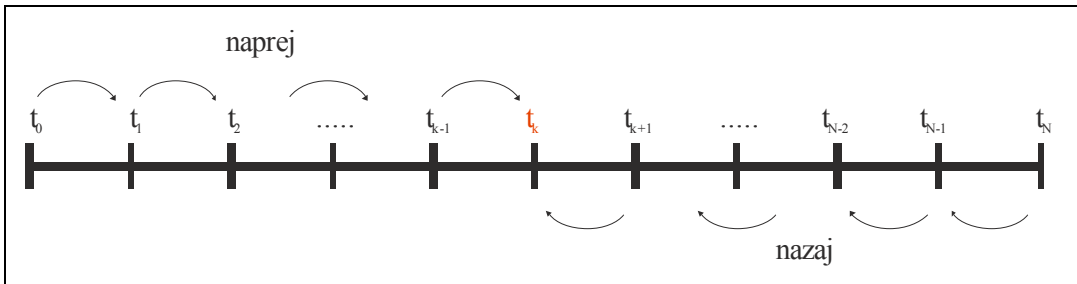
Pri GPS/INS-integriranemu načinu določevanja nam uporaba GPS-meritev zagotavlja kakovostne fazne meritve v močno sklopljenem sistemu in natančne podatke o položaju in hitrostih, ko meritve obravnavamo v šibko sklopljenem sistemu (Zhang, 2006). Zaradi narave izvajanja kinematičnih GPS-meritev prihaja do pogostih prekinitev sprejema GPS-signalov, kar pomeni, da se položaji izračunavajo samo na podlagi inercialnih meritev inercialnih senzorjev. Za natančno določitev položajev moramo zato uporabiti algoritme, ki premoščajo intervale, ko ni na voljo GPS-meritev, s katerimi lahko popravljamo inercialne meritve. V primerih, ko imamo možnost naknadne obdelave terenskih GPS/INS-meritev lahko trajektorijo izračunamo po času naprej in po času nazaj. Optimalni rezultat lahko dobimo s kombiniranjem obeh rešitev oz. s t.i. vzvratnim glajenjem (angl. backward smoothing) (Godha, 2006).

### 4.5.1 Osnove glajenja

Glajenje je računsko metoda, v kateri ocenjujemo neznanke v sistemu v trenutku  $t_k$  na podlagi meritev pred in po času  $t_k$ . Optimalno glajenje lahko dosežemo kot kombinacijo dveh optimalnih rešitev – rešitev s Kalmanovim filtrom po času naprej in rešitev s Kalmanovim



filtru po času nazaj. Ko ocenjujemo neznanke po času naprej, uporabimo pri izračunu meritve pred časom  $t_k$ , medtem ko ocenjujemo neznanke po času nazaj, uporabimo meritve po času  $t_k$  (Slika 4.11) (Godha, 2006).



Slika 4.11: Obdelava podatkov po času naprej in nazaj

Fig. 4.11: Forward and backward data filtering

Kombinacijo obdelav naprej in nazaj po času lahko zapišemo z enačbo:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^s = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_k^f + \mathbf{B}\hat{\mathbf{x}}_k^b, \quad (4.51)$$

kjer strešica ( $\hat{\phantom{x}}$ ) označuje vektorja ocenjenih neznank,  $f$  rešitev naprej,  $b$  rešitev nazaj,  $s$  glajeno rešitev. Z  $\mathbf{x}_k$  je označen vektor neznank v trenutku  $t_k$ ,  $\mathbf{A}$  in  $\mathbf{B}$  pa sta utežni matriki.

Če v enačbi (4.51) zamenjamo vektorje ocenjenih neznank z njihovo pravo vrednostjo in oceno napake, lahko sedaj enačbo za vektor neznank zapišemo v obliki:

$$\delta\hat{\mathbf{x}}_k^s = (\mathbf{A} + \mathbf{B} - \mathbf{I})\mathbf{x}_k + \mathbf{A}\delta\hat{\mathbf{x}}_k^f + \delta\mathbf{B}\hat{\mathbf{x}}_k^b, \quad (4.52)$$

kjer predstavlja  $\delta$  vpliv pogreškov na oceno vektorja neznank. Za enačbo (4.52) zapišemo kovariančno matriko kot:

$$\mathbf{P}_k^s = \mathbf{A}\mathbf{P}_k^f\mathbf{A}^T + \mathbf{B}\mathbf{P}_k^b\mathbf{B}^T, \quad (4.53)$$

kjer je  $\mathbf{P}_k^s$  kovariančna matrika pogreškov sistema. Če želimo, da bo glajenje računsko pravilno, mora v prvem členu enačbe (4.52) veljati:

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} - \mathbf{I} = 0 \text{ in } \mathbf{B} = \mathbf{I} - \mathbf{A}. \quad (4.54)$$

Z minimiziranjem kovarianc pogreškov v postopku glajenja in uporabo zveze v enačbi (4.54) lahko sedaj zapišemo utežni matriki  $\mathbf{A}$  in  $\mathbf{B}$  v obliki:

$$\mathbf{A} = \mathbf{P}_k^b (\mathbf{P}_k^f + \mathbf{P}_k^b)^{-1}, \quad (4.55)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{A} - \mathbf{I} = \mathbf{P}_k^f (\mathbf{P}_k^f + \mathbf{P}_k^b)^{-1}. \quad (4.56)$$

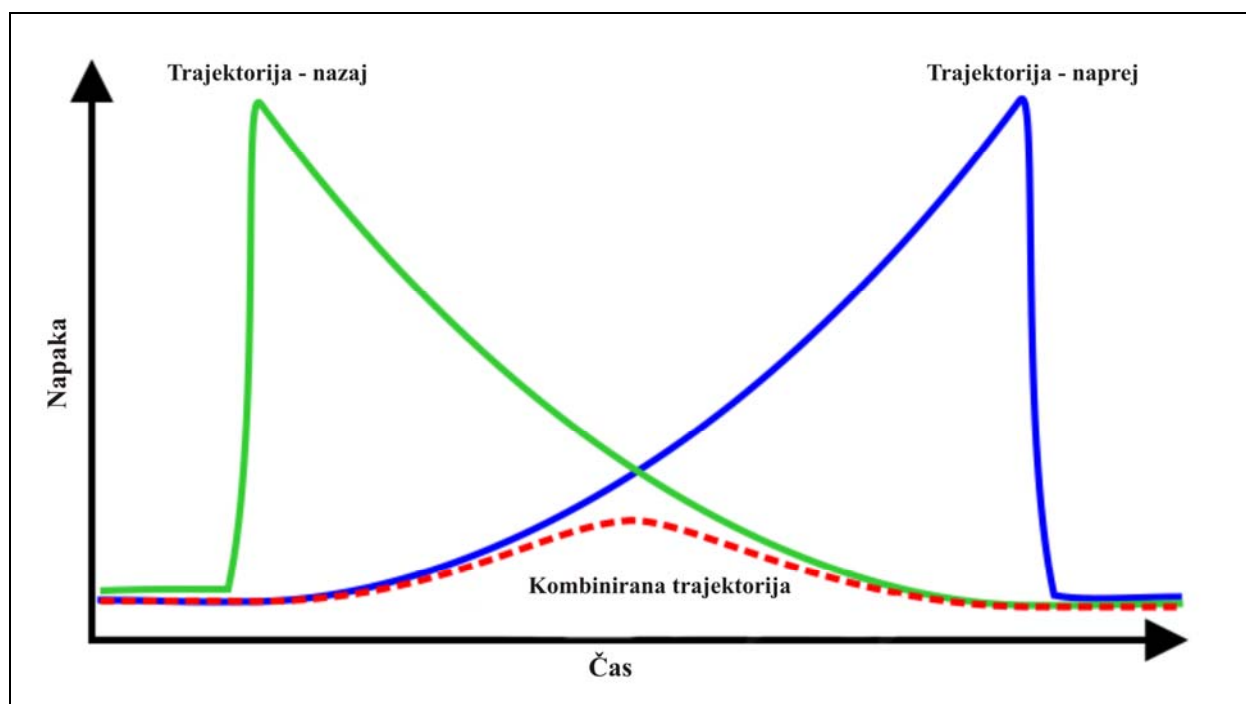
Enačbi (4.55) in (4.56) vstavimo v enačbo (4.53) in tako dobimo končno obliko za kovariančno matriko v postopku glajenja:

$$(\mathbf{P}_k^s)^{-1} = (\mathbf{P}_k^f)^{-1} + (\mathbf{P}_k^b)^{-1}. \quad (4.57)$$

Iz enačbe (4.53) je razvidno, da so ocenjene kovariance v postopku glajenja vedno manjše, kot v posameznih primerih računanja naprej in nazaj po času. Iz tega izhaja tudi ugotovitev, da velja za ocenjene vrednosti kovarianc, da so najmanj toliko natančne, če že niso boljše, kot so v posameznih primerih izračunov. Glajenje se vedno izvaja po Kalmanovem filtriranju in so zato rezultati glajenja vedno odvisni od rezultatov Kalmanovega filtriranja. Za natančno določitev kovarianc v procesu glajenja moramo imeti zato dobro določene kovariance že v predhodni fazi Kalmanovega filtriranja.

V kontekstu GPS/INS-meritev uporabljamo glajenje v trenutkih prekinitev sprejema GPS-signalov. Princip glajenja rezultatov v trenutkih prekinitve sprejema GPS-signalov je prikazan na sliki 4.12. V intervalu brez GPS-signalov deluje inercialni sistem v fazi napovedi ocenjenih vrednosti neznank v Kalmanovem filtru. Ker v procesu Kalmanovega filtriranja ne pride do korekcije z novimi meritvami iz sistema GPS, se v tej fazi pogreški akumulirajo, tako da se s

časom zmanjšuje natančnost določitve položaja. Tako se bodo v izračunu po času naprej tudi pogreški povečevali po času naprej (slika 4.12, modra črta) in obratno v izračunu po času nazaj (slika 4.12, zelena črta). Če obe rešitvi združimo na podlagi enačb (4.51)-(4.53), dobimo glajeno oceno neznank (položaja), ki jo predstavlja rdeča na sliki 4.12. Z glajenjem močno zmanjšamo pogreške pri določevanju položaja v trenutkih brez GPS-signalov, relativno glede na posamezno rešitev po času naprej in nazaj.



Slika 4.12: Kombinacija dveh trajektorij

Fig. 4.12: Combination of forward and backward solution

V praksi tipično uporabljamo tri vrste algoritmov za glajenje: glajenje s fiksnim intervalom, glajenje s fiksno točko in glajenje s fiksnim zaostankom. V primeru uporabe GPS/INS-meritev se ponavadi uporabljata algoritma s fiksnim intervalom in s fiksnim zaostankom (Godha, 2006). V praksi so vse meritve izvedene v končnem časovnem intervalu. Zato je za učinkovito glajenje potrebno obravnavati vse meritve in na podlagi teh meritev določiti vse neznanke v sistemu. Algoritem, ki upošteva to načelo je algoritem za glajenje s fiksnim intervalom. V algoritmu s fiksnim intervalom je interval določen z začetno ( $t_0$ ) in končno točko ( $t_N$ ) in iščemo optimalno oceno znotraj tega intervala za posamezne točke ali pa celotni interval. Najbolj tipična uporaba tega algoritma za glajenje je v naknadni obdelavi s šumom

obremenjenih opazovanj (Kozmus, 2002). V nadaljevanju bo opisan algoritem Rauch-Tung-Streibel (RTS) algoritem za glajenje, ki spada med algoritme s fiksnim intervalom. Ta algoritem je bil tudi uporabljen v praktičnem delu naloge.

#### 4.5.2 RTS-glajenje

Računsko proceduro RTS-algoritma predstavljata tekoča (angl. forward) zanka, ki ji sledi vzvratna (angl. backward) zanka. V prvem delu obdelujemo podatke po času naprej z običajnim Kalmanovim filtrom. Na vsakem koraku je potrebno hraniti izračunani a priori in a posteriori vrednosti neznank ter pripadajoči kovariančni matriki vektorjev neznank. Te so potrebne za izvedbo vzvratne zanke. Po končani tekoči obdelavi sledi vzvratna zanka z začetnimi parametri, pridobljenimi v zadnjem koraku filtra tekoče obdelave. Na vsakem koraku povratne zanke se stare ocene filtra popravijo in tvorijo izboljšano, glajeno oceno, ki temelji na vseh opazovanjih v modelu (Kozmus, 2002).

V vzvratni zanki glajenja za ocene neznank uporabljamo naslednje enačbo (Godha, 2006):

$$\delta \hat{\mathbf{x}}_k^s = \delta \hat{\mathbf{x}}_k^{f+} + \mathbf{G}_k \left( \delta \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^s - \delta \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^{f-} \right), \quad (4.58)$$

s pripadajočo kovariančno matriko glajenih ocen  $\mathbf{P}_k^s$ , ki jo zapišemo kot:

$$\mathbf{P}_k^s = \mathbf{P}_k^{f+} + \mathbf{G}_k \left( \mathbf{P}_{k+1}^s - \mathbf{P}_{k+1}^{f-} \right) \mathbf{G}_k^T, \quad (4.59)$$

kjer pomenita oznaki „+“ in ocenjeno vrednost in „-“ napovedano vrednost v predhodnem koraku.  $\mathbf{G}_k$  označuje verigo glajenja (angl. smoothing gain) in jo izračunamo kot:

$$\mathbf{G}_k = \mathbf{P}_k^{f+} \mathbf{\Phi}_{k+1,k}^T \left( \mathbf{P}_{k+1}^{f-} \right)^{-1} \quad (4.60)$$

in je  $\mathbf{\Phi}_{k+1,k}$  prehodna matrika iz trenutka  $t_k$  v  $t_{k+1}$ .

Ker je matematični model v Kalmanovem filtru lineariziran, predstavlja vektor neznank vektor popravkov opazovanj. Zato z zgornjimi enačbami pridobimo vrsto glajenih popravkov za vsak trenutek opazovanj in jih uporabimo v rešitvi, izračunani po času naprej. Končno glajeno rešitev dobimo z naslednjo enačbo:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^s = \hat{\mathbf{x}}_k^{f+} + (\delta\hat{\mathbf{x}}_k^s - \delta\hat{\mathbf{x}}_k^{f+}). \quad (4.61)$$

Iz enačb (4.58) v vzvratni zanki vidimo, da je izračun ocene neznank neodvisen od izračuna kovariančne matrike in zato kovariančne matrike za samo glajenje ni potrebno izračunati.

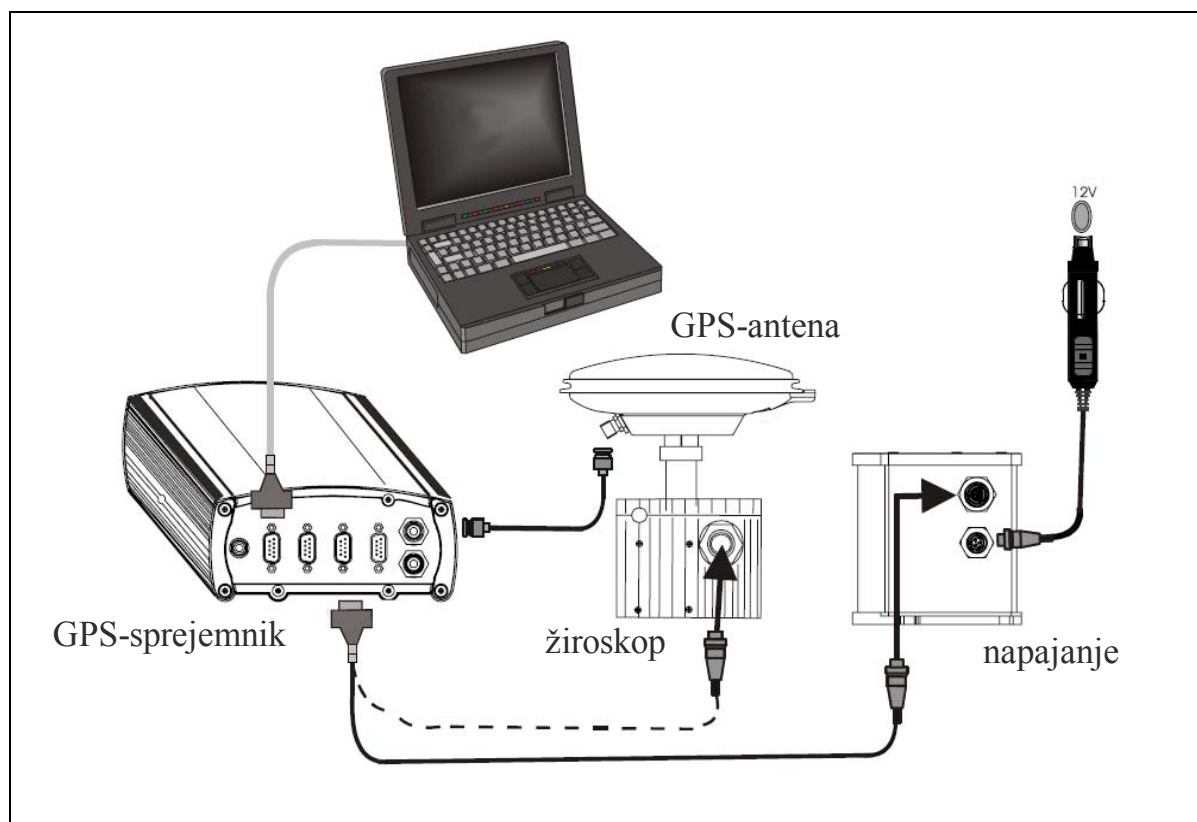
## 5 SISTEM NOVATEL SPAN

Kot sem že omenil v drugem poglavju, nadgradnja sistema WideoCar v tretjo različico, temelji na navigacijskem sistemu Novatel SPAN. V nadaljevanju bom opisal lastnosti sistema in njegovo delovanje. Za prikaz delovanja sistema v posebno neugodnem okolju za izvajanje kinematičnih GPS-meritev, bom prikazal rezultate naknadno obdelanih podatkov, pridobljenih s sistemom SPAN. Ker v trenutku priprave naloge sistema še nismo imeli na voljo za izvajanje meritev, sem uporabil testne podatke, ki jih je zagotovil proizvajalec sistema. Podatke sem obdelal s programom Inertial Explorer 8.10.

Sistem Novatel SPAN (Synchronized Position Attitude Navigation) združuje delovanje dvo-frekvenčnega GPS-sprejemnika in inercialne merske enote za določevanje položajev in orientacije premikajočih vozil.

Sistem Novatel SPAN sestavljajo naslednje komponente (Slika 5.1):

- dvofrekvenčni GPS-sprejemnik Novatel ProPak-V3
- optični žiroskop iMAR-FSAS
- magnetni odometer iMWS-V2
- prenosni računalnik za shranjevanje podatkov



Slika 5.1: Shematski prikaz sistema Novatel SPAN

Fig. 5.1: Schematic diagram of the Novatel SPAN system

## 5.1 Opis sistema

Sistem SPAN, ki združuje meritve sistema GPS in inercialnega merskega sistema, je predviden za uporabo v aplikacijah, kjer moramo neprekinjeno zagotavljati podatke o položaju, hitrosti in orientaciji. Z uporabo meritev inercialne merske enote, kot dopolnilo GPS-meritvam, pridobimo podatke z visoko frekvenco, kar omogoča izračun položaja hitrosti in orientacije vozila v trenutkih, ko teh vrednosti ni mogoče izračunati iz meritev GPS-sistema. Združevanje GPS/INS-meritev v sistemu je izvedeno na podlagi algoritma za močno sklopljeno združevanje podatkov.

Jedro GPS-sprejemnika Novatel ProPak-V3 v sistemu SPAN je osnovna procesna plošča OEMV-3, ki omogoča sprejemanje satelitskega signala s satelitov GPS. GPS-sprejemnik je nastavljen za sprejemanje meritev inercialne enote. Kot komplementarni merilni sistem je

dodan inercialni sistem iMAR-FSAS, ki vsebuje tri optične žiroskope in tri servo pospeškomere. Inercialna merska enota iMAR-FSAS sodi po natančnosti v razred taktičnih (vojaških) inercialnih merskih enot, vendar je namenjena za civilno uporabo. Meritve inercialne merske enote se sproti integrirajo v GPS-rešitev položaja, hitrosti in orientacije in so vzorčene s frekvenco 200 Hz. Ostale lastnosti inercialne enote iMAR-FSAS so podane v preglednici 5.1.

Preglednica 5.1: Lastnosti inercialne enote iMAR-FSAS

Table 5.1: Characteristics of inertial measurement unit iMAR-FSAS

Pogrešek izhodne enote žiroskopov	0.75 °/h
Faktor merila	300 ppm
Šum kotnih meritev	0.16 °/√h
Pogrešek izhodne enote pospeškomerov	1.0 mg
Vpliv nelinearnosti in faktorja merila pospeškomerov	300 ppm
Šum meritev hitrosti	50 μg/√Hz



Slika 5.2: GPS-sprejemnik Novatel ProPak-C3 in inercialna enota iMAR-FSAS

Fig. 5.2: GPS receiver Novatel ProPak-C3 and IMU iMAR-FSAS

Dodatne meritve hitrosti v inercialnem sistemu zagotavljamo tudi z magnetnim odometrom. Odometer je sestavljen iz traku, na katerem je nameščenih 25 magnetov, senzorja, ki zaznava prehode magnetov ter procesne enote, ki pretvarja magnetne meritve v hitrost. Trak z magneti mora biti nameščen na nepogonskem kolesu. Odometer je integriran v sistem, tako da posreduje meritve hitrosti v GPS-sprejemnik. V GPS-sprejemniku se meritve sinhronizirajo in uporabijo v integrirani GPS/INS-obdelavi. Ker ne poznamo točnega obsega kolesa, se ta



neznana količina izrazi kot pogrešek v merilu odometra in ga ocenimo med obdelavo podatkov v Kalmanovem filtru.

Z uporabo omenjenih senzorjev in algoritmov za združevanje GPS/INS-podatkov v programskem paketu Inertial Explorer v sistemu SPAN, lahko opišemo glavne lastnosti delovanja sistema in pridobljenih podatkov:

- zagotavlja informacije o orientaciji vozila,
- zagotavljanje neprekinjenega določevanja položaja vozila ,
- omogoča pridobitev podatkov o položaju, orientaciji in hitrosti s frekvenco 200 Hz,
- omogoča uporabo faznih GPS-meritev za odpravljanje napak inercialnih meritev tudi v primerih, ko s samimi GPS-meritvami ne moremo določiti položaja.

## 5.2 Delovanje sistema

Za čim boljši izračun položaja vozila v sistemu SPAN, kombiniramo surove meritve tako sistema GPS kot tudi inercialnega sistema. Z uporabo natančnega določevanja položaja s sistemom GPS lahko modeliramo in odpravljamo napake inercialnega sistema. Nasprotno pa neprekinjenost in relativno visoka natančnost inercialnega sistema omogoča hitrejšo ponovno sledenje izgubljenega signala GPS in konvergenco v RTK-načinu delovanja. V urbanih področjih in z gozdovi poraščenimi območji prihajamo v situacije, kjer imamo na voljo signale le s treh ali manj satelitov. Sistem SPAN omogoča, da z meritvami faz z vsaj dveh s satelita oddanih valovanj, izboljšamo izračun položaja na podlagi inercialnih meritev.

Med izvajanjem meritev se v realnem času izračunavajo koordinate položaja, hitrost in orientacije vozila, hkrati pa se shranjujejo tudi surovi podatki vseh senzorjev za naknadno obdelavo. Naknadno obdelavo meritev izvedemo s programom Inertial Explorer, ki omogoča obdelavo statičnih in kinematičnih GPS-meritev ter meritve pridobljene z inercialnim merskim sistemom. V programu je mogoče izvesti tako šibko sklopljeno rešitev združevanja GPS/INS-meritev, kot tudi močno sklopljeno združevanje. Poleg tega omogoča tudi obdelavo

podatkov kinematičnih meritev v obeh smereh (naprej in nazaj po času) z uporabo Rauch-Tung-Striebel (RTS) filtra.

### **5.2.1 Postprocesiranje podatkov**

Naknadno obdelavo podatkov izvajamo s programskim paketom Inertial Explorer, s katerim lahko združimo meritve GPS-sistema, inercialne meritve in meritve odometra za ocenjevanje položaja vozila. Programski paket Inertial Explorer je nadgradnja programa GrafNav, ki omogoča natančno obdelavo kinematičnih GPS-meritev z upoštevanjem več referenčnih postaj hkrati. Za optimizacijo izračunanih položajev lahko z GPS-sistemom določeno trajektorijo izračunamo po času naprej in nazaj. Z uporabo RTS-filtra pa še dodatno zmanjšujemo napake inercialnega merskega sistema med prekinitvijo sprejemanja GPS-signala.

S programskim paketom Inertial Explorer lahko izračunamo trajektorijo iz GPS/INS-meritev v šibko sklopljenem sistemu ali pa v močno sklopljenem sistemu. V primeru šibko sklopljenega sistema se najprej izračuna trajektorija vozila samo iz kinematičnih GPS-meritev, nato pa se izvrši še združitev z inercialnimi meritvami in opcijsko tudi z meritvami hitrosti iz odometra.

## **5.3 Testne meritve**

V času priprave naloge še nismo imeli na voljo navigacijskega sistema Novatel SPAN. Zato so mi pri podjetju Novatel priskrbeli testne meritve, ki so jih izvedli v centru mesta Calgary 16.1.2008. Meritve so bile izvedene v času med 21:13 in 23:19, to je v obdobju z manj prometa in so ceste bolj pretočne. Celotna dolžina testne trase znaša 52 km, vendar sem se pri analizi meritev omejil le na 16 km trase, ki poteka v strogem središču mesta Calgary. Področje središča mesta Calgary je pozidano z nebotičniki in predstavlja dober primer za preizkušanje sistemov za določevanje položaja na podlagi GPS in inercialnih meritev. Na testni trasi v središču mesta ni bilo mogoče zagotoviti dovolj meritev s sistemom GPS za določitev

neprekinjene trajektorije zaradi pogostih prekinitev sprejema GPS-signala. V takih primerih smo uporabili tudi meritve inercialnih senzorjev, s katerimi smo lahko izračunali neprekinjeno trajektorijo vozila tudi ob izgubi GPS-signalov.

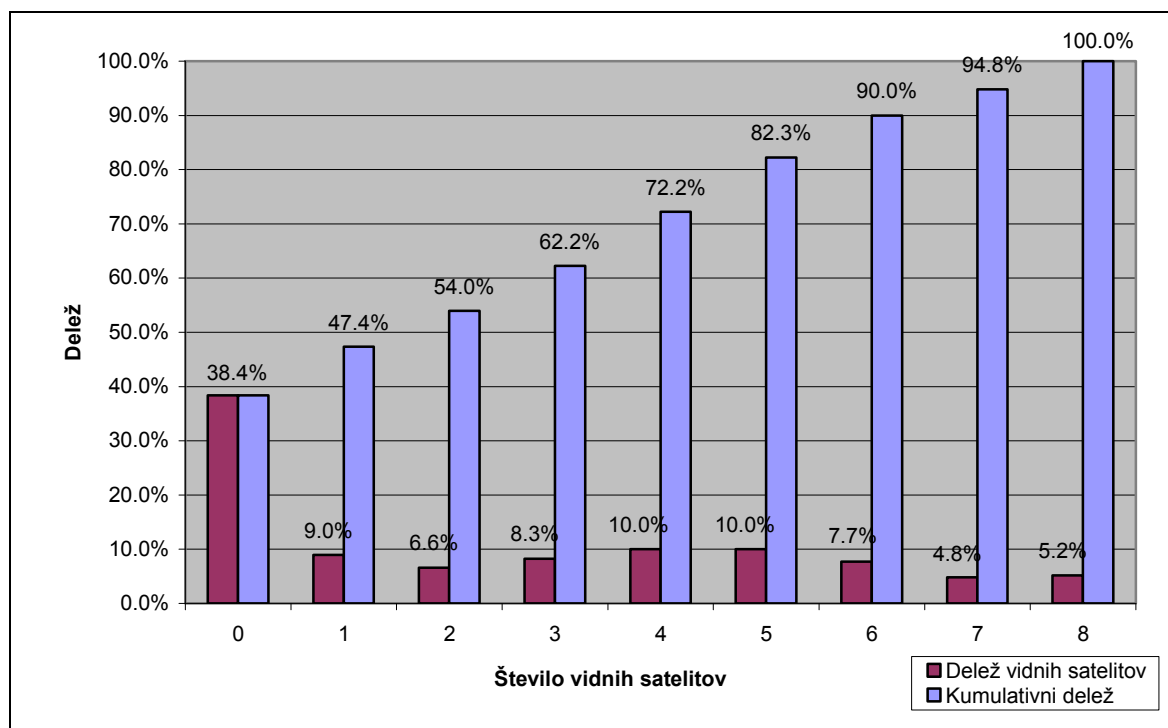
Sistem za določevanje položaja Novatel SPAN združuje meritve GPS-sistema in inercialnih senzorjev. GPS-komponenta vsebuje dvofrekvenčni GPS-sprejemnik. Natančnost GPS-kinematičnih meritev z dvofrekvenčnim GPS-sprejemnikom sem analiziral že v diplomski nalogi (Ranfl, 2004), zato se bom pri analizi natančnosti meritev v večji meri osredotočil na časovne intervale, ko ni bilo mogoče izračunati položaja samo iz GPS-meritev.

### 5.3.1 Analiza vhodnih podatkov

S sistemom Novatel SPAN so se hkrati izvajale GPS-meritve in meritve z inercialnim sistemom. V sklopu meritev s sistemom GPS so se shranjevala kodna opazovanja in fazne meritve na obeh frekvencah L1 in L2 ter Dopplerjeve meritve na frekvenci L1. Interval shranjevanja GPS-podatkov je bil 1-sekundni, medtem, ko so se podatki inercialnih meritev shranjevali s frekvenco 200 Hz. Z inercialnim sistemom so se shranjevali zasuki in pospeški okoli treh osi (naprej, gor, prečno).

Na sliki 5.3 je prikazana trajektorija testne vožnje v središču mesta. Rdeče točke predstavljajo položaje, ki so bili izračunani v trenutkih, ko ni bilo dovolj GPS-signalov za določitev položaja samo iz GPS-meritev. Zelene točke predstavljajo položaje, ki so bili izračunani samo iz GPS-meritev.





Slika 5.4: Delež vidnih satelitov na testni vožnji v središču mesta

Fig. 5.4: The proportion of visible satellites in a test run in the city center

Zaradi različnih ovir, ki so se nahajale na cestišču ali ob njem, je prihajalo do prekinitev sprejema signala GPS. V trenutkih brez signala GPS ni bilo možno določiti koordinat in je bilo potrebno uporabiti ostale senzorje. Lastnost pomožnih (inercialnih) senzorjev je, da se z povečevanjem časa neodvisnega delovanja, to je brez GPS-meritev, povečujejo pogreški delovanja teh senzorjev in s tem zmanjšuje natančnost določevanja izračunanega položaja. Zato bom posebno pozornost namenil analizi intervalov, ko ni bilo mogoče sprejeti signalov z dovolj GPS-satelitov za določitev položaja vozila.

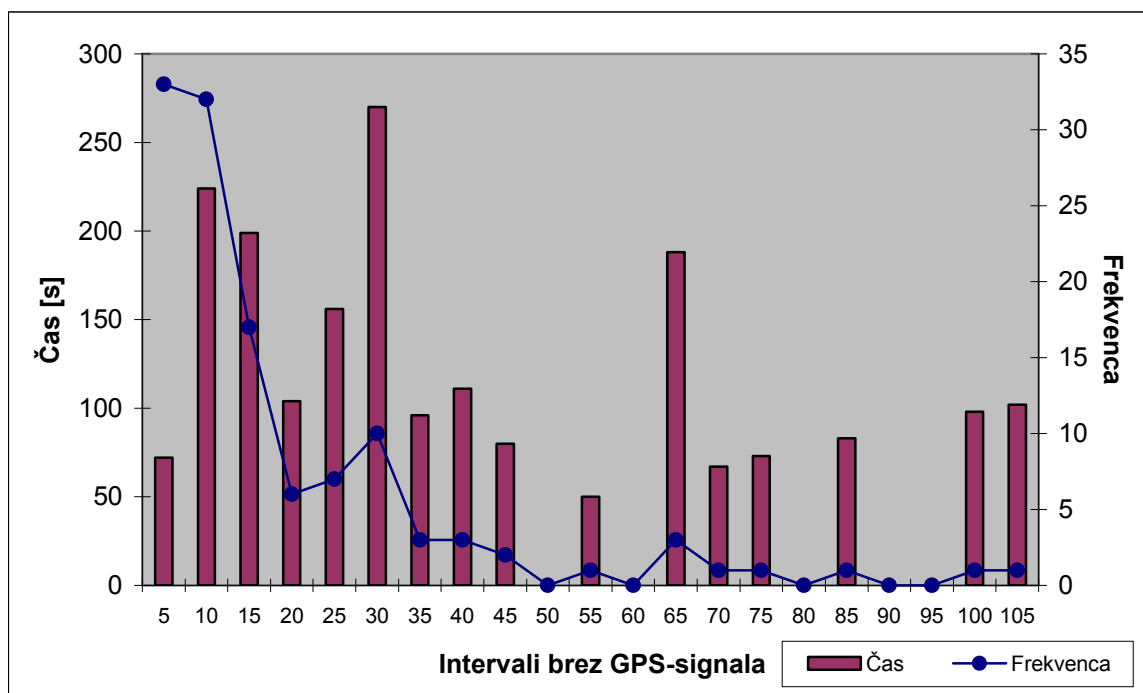
Kot prekinitev GPS-signala sem obravnaval vsak izpad signala, ki je bil daljši od 1 sekunde. Zaradi lažje analize podatkov sem intervale prekinitev GPS-signala razporedil po razredih (glej preglednico 5.3). V preglednici 5.3 so prikazani število prekinitev GPS-signala po razredih, celotni čas izpada GPS-signala v posameznem razredu ter relativni deleži glede na celoten čas brez GPS-signala. Analiza meritev pokaže, da je prišlo pri testnem snemanju do 122 prekinitev sprejema GPS-signala v skupnem času 1973 sekund, kar znaša 62 % celotnega časa vožnje.

Preglednica 5.3: Analiza časovnih intervalov brez vidnih GPS-satelitov

Table 5.3: Analysis of time intervals without visible GPS satellites

	Časovni interval brez GPS-signala																				
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105
<b>Frekvenca</b>	33	32	17	6	7	10	3	3	2	0	1	0	3	1	1	0	1	0	0	1	1
<b>Skupen čas</b>	72	224	199	104	156	270	96	111	80	0	50	0	188	67	73	0	83	0	0	98	102
<b>Delež v času</b>	4%	11%	10%	5%	8%	14%	5%	6%	4%	0%	3%	0%	10%	3%	4%	0%	4%	0%	0%	5%	5%

Analiza intervalov, ko ni bilo mogoče izračunati položaja s sistemom GPS pokaže, da je največ prekinitev sprejema GPS-signala v časovnem intervalu od 5 do 20 sekund, kar je razvidno iz grafa na sliki 5.5. Po specifikacijah inercialne enote naj bi bilo delovanje sistema v teh intervalih neproblematično v smislu doseganja ustrezne položajne natančnosti. Večja odstopanja od pravilnega položaja pa lahko pričakujemo v intervalih, ki so daljši od 20 sekund, saj je bila uporabljena inercialna enota srednjega kakovostnega razreda.



Slika 5.5: Frekvenca intervalov brez vidnih GPS-satelitov

Fig. 5.5: Frequency of intervals without visible GPS satellites

### 5.3.2 Obdelava podatkov s programskim paketom Inertial Explorer

Meritve na testni vožnji so bile obdelane s programskim paketom Inertial Explorer 8.10, ki omogoča izračun trajektorije iz kinematičnih GPS-meritev in inercialnih meritev. V primeru združevanja GPS in inercialnih meritev je omogočen izračun položaj tako v šibko sklopljenemu sistemu kot tudi v močno sklopljenemu sistemu. V analizi so prikazani rezultati izračunov v šibko sklopljenem in močno sklopljenem sistemu. V nadaljnji obdelavi meritev pa je bil uporabljen tudi filter za glajenje, s katerim je bilo doseženo izboljšanje končnih rezultatov.

Postopek izračuna trajektorije poteka podobno kot pri obdelavi samo GPS-meritev. Za relativno določanje položaja potrebujemo tudi meritve z referenčne GPS-postaje. Program samodejno označi intervale, kjer ni mogoče izračunati GPS-položajev, in na teh mestih uporabi za izračun položaja meritve inercialnega sistema. Trajektorijo je mogoče izračunati po času naprej in po času nazaj. Z združitvijo trajektorije, izračunane v obeh smereh, lahko znatno izboljšamo končno kvaliteto trajektorije. V tem primeru je upoštevano dejstvo, da se natančnost inercialnih meritev zmanjšuje. Ko pride do prekinitve sprejema GPS-signala se položaj izračuna na podlagi inercialnih meritev. Natančnost izračuna položaja se s časom zmanjšuje, dokler sistem ne začne ponovno sprejemati zadostnega števila GPS-opazovanj. V primeru, ko računamo trajektorijo vozila po času nazaj, natančnost izračunanih položajev trajektorije pada v obratni smeri kot v izračunu po času naprej. Tako dobimo dve trajektoriji, ki imata v kombinaciji ocenjeno optimalno natančnost izračunane trajektorije.

Pri obdelavi meritev v šibko sklopljenem sistemu se najprej neodvisno izračunajo položaji iz GPS-meritev in inercialnih meritev in oceni natančnost izračuna. Nato se izračunani položaji združijo v skupno trajektorijo, sestavljeno iz položajev vozila izračunanih iz GPS-meritev in položajev izračunanih iz inercialnih meritev. Pri tem se vsakemu položaju določi atribut, ki opisuje iz katerih meritev je položaj določen. Poleg atributov GPS (položaj izračunan iz GPS-meritev) in FREE (položaj izračunani iz inercialnih meritev) uporabimo tudi atribut ZUPT („zero velocity update“), ki označuje, da je vozilo v tem trenutku mirovalo. Pri obdelavi meritev v močno sklopljenem sistemu je dodan atribut PHS („phase update“), ki označuje

trenutke, ko so se položaji izračunavali iz inercialnih meritev, hkrati pa so bile uporabljene tudi fazne meritve GPS-opazovanj z enega, dveh ali pa treh GPS-satelitov. Vsak od naštetih atributov opisno označuje kakovost izračunanega položaja. Tako opisujemo z atributom GPS najzanesljivejši način določitve položaja vozila, medtem ko z atributom FREE označujemo položaj, ki je določen z manjšo natančnostjo.

### 5.3.3 Analiza rezultatov

Pri analizi rezultatov testne vožnje bom primerjal izračune natančnosti ocene izračunanih položajev v šibko sklopljenem sistemu in močno sklopljenem sistemu. V obeh primerih sem trajektorijo izračunal po času naprej in po času nazaj ter tudi v kombiniranem načinu, t.j. z združitvijo obeh rešitev – naprej in nazaj. Kot končno različico trajektorije sem upošteval glajeno kombinirano trajektorijo, ki je bila glajena z RTS-filtrom. V preglednici 5.4 so podane natančnosti ocene izračunanega položaja po posameznih oseh s standardnimi odkloni ( $sE$ ,  $sN$  in  $sH$ ) ter natančnost ocene položaja v trirazsežnem prostoru ( $pQ = \sqrt{sE^2 + sN^2 + sH^2}$ ) za celotno območje testne trajektorije.

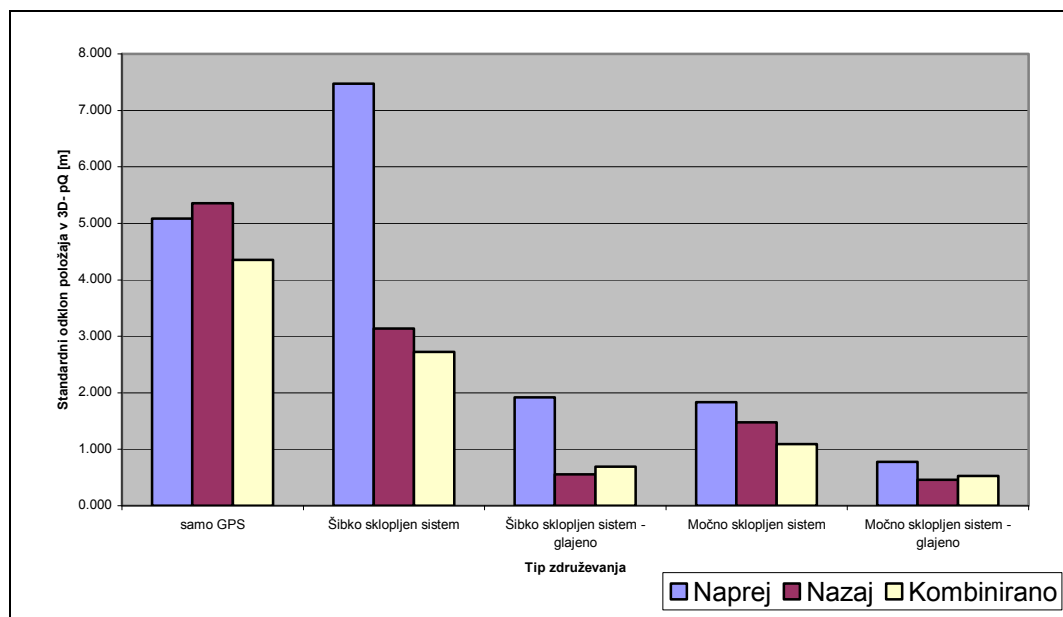
Iz preglednice 5.4 in iz slike 5.6 je razvidno, da so v celoti najslabši rezultati izračunani samo iz GPS-meritev. To je posledica dejstva, da so bile meritve izvajane v zelo težavnem področju za izvedbo GPS-meritev. V središču mesta, kjer ceste potekajo med visokimi zgradbami, prihaja do večkratnih odbojev GPS-signala, hkrati pa je tudi težko pridobiti zadostno količino GPS-signala za natančen izračun položaja. Najboljše rezultate pa smo pridobili v primeru močno sklopljenega sistema, kjer smo uporabili kombinacijo izračuna trajektorije po času naprej in nazaj ter izvedbo RTS-glajenja. Kot je bilo že omenjeno v poglavju 4.3.3, v močno sklopljenemu sistemu obravnavamo v algoritmu Kalmanovega filtra surove meritve obeh merskih podsistemov (GPS/INS). Tak način obdelave nam omogoča optimalen izračun položajev, saj lahko s kombinacijo surovih meritev dobro modeliramo pomanjkljivosti posameznega sistema.



Preglednica 5.4: Analiza ocene natančnosti izračunane trajektorije

Table 5.4: The analysis of the precision of the calculated trajectory

Tip meritev	Smer	$sE$	$sN$	$sH$
	izračuna			
GPS	naprej	1.40	2.11	4.41
	nazaj	1.42	2.41	4.57
	kombinirano	1.15	1.79	3.80
Šibko sklopljen sistem	naprej	4.23	5.36	3.04
	nazaj	1.95	2.26	0.98
	kombinirano	1.64	1.96	0.95
Šibko sklopljen sistem z uporabo RTS-filtra	naprej	1.18	1.15	0.99
	nazaj	0.33	0.33	0.30
	kombinirano	0.41	0.41	0.37
Močno sklopljen sistem	naprej	0.99	1.29	0.85
	nazaj	0.63	1.09	0.78
	kombinirano	0.53	0.75	0.60
Močno sklopljen sistem z uporabo RTS-filtra	naprej	0.38	0.49	0.47
	nazaj	0.23	0.30	0.26
	kombinirano	0.26	0.34	0.31



Slika 5.6: Primerjava natančnosti ocene različnih načinov določevanja položajev

Fig. 5.6: Comparison of precision of different methods of position determination

Podrobnejšo analizo natančnosti ocene določevanja položaja s sistemom v trenutkih, ko ni bilo mogoče določiti položaja na podlagi GPS-meritev sem opravił na časovnih intervalih brez vidnih GPS-satelitov oz. s premalo vidnih GPS-satelitov, ki so daljši od 35 sekund. Izbrani intervali za analizo so podani v preglednici 5.5:

Preglednica 5.5: Analizirani intervali brez vidnih GPS-satelitov

Table 5.5: Analyzed intervals without visible GPS satellites

Zap. št.	Začetek [GPS-čas v sekundah]	Konec [GPS-čas v sekundah]	Interval brez GPS-signala [s]	Čas mirovanja vozila	
				[s]	%
1	336958	337041	83	0	0%
2	337064	337100	36	14	39%
3	337131	337198	67	0	0%
4	337721	337761	40	0	0%
5	337773	337833	60	0	0%
6	338456	338558	102	10	10%
7	338639	338679	40	40	100%
8	338693	338791	98	61	62%
9	338798	338871	73	58	79%
10	338874	338924	50	14	28%
11	339286	339350	64	51	80%
12	339431	339495	64	64	100%
13	339780	339817	37	24	65%

V preglednici 5.5 vidimo, da je vozilo v 40 % primerov, ko ni bilo na voljo dovolj GPS-signala za izračun položaja, mirovalo. Zato sem izmed naštetih intervalov iz analize izločil vse tiste intervale, kjer je vozilo mirovalo. Tako so prišli v poštev za analizo samo naslednji časovni intervali z zaporednimi števkami iz preglednice 5.5: 1, 3, 4, 5, 6. Vozilo je mirovalo tudi v začetnih dvanajstih epohah v intervalu od trenutka 338456 do trenutka 338558. Ker se je obdobje mirovanja pojavilo na začetku intervala in znaša samo 10 % celotnega intervala, sem ga tudi upošteval v nadaljnjih analizah.

Pri analizi natančnosti ocen položaja v intervalih, kjer so bili položaji izračunani samo na podlagi meritev inercialnega sistema sem izvedel naslednje primerjave:







- rezultate šibko sklopljenega sistema in močno sklopljenega sistema,
- rezultate šibko sklopljenega sistema in močno sklopljenega sistema z uporabo filtra RTS,
- rezultate različnih kombiniranih rešitev,
- spremembo natančnosti določitve položaja v posameznem intervalu brez GPS-signalu.

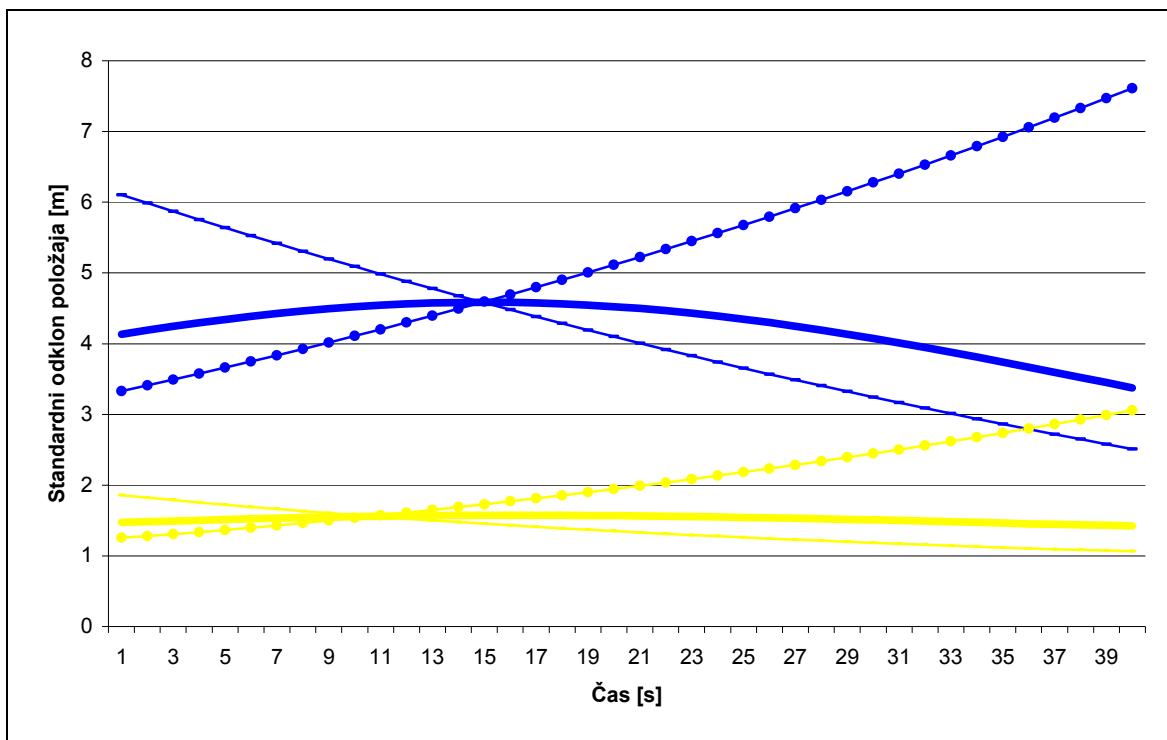
### 5.3.4 Primerjava rezultatov brez glajenja

V grafih (slike 5.7, 5.8, 5.9, 5.10, 5.11), kjer so prikazane krivulje vrednosti natančnosti ocene položaja (brez glajenja) za posamezni intervali brez GPS-signalu, vidimo, da je v splošnem najslabša natančnost dosežena v primeru, ko so bili položaji izračunani samo v eni smeri v šibko sklopljenem sistemu. Na začetku intervala vstopimo v algoritem izračuna z natančnostjo ocene, ki je bila določena na zadnji točki, in je bila izračunana še s pomočjo GPS-meritev. Nato vidimo, da se v vseh primerih natančnost ocene položaja poslabšuje, do trenutka, ko zopet ne dobimo dovolj GPS-signalov. Ko smo rezultate posameznih rešitev v šibko sklopljenem sistemu združili v kombinirano rešitev, smo dobili močno izboljšane natančnosti ocene položaja, kar je razvidno tudi iz grafov. Na grafih tudi vidimo, da je natančnost kombinirane rešitve vedno boljša od vrednosti, v presečišču rešitev po času naprej in nazaj.

Podobne oblike grafov (slike 5.7, 5.8, 5.9, 5.10, 5.11), ki prikazujejo natančnosti ocene položajev, imamo tudi v primerih, ko so bile meritve inercialnega sistema obdelane v močno sklopljenem sistemu. Zaradi načina združitve različnih tipov meritev, kjer združujemo v navigacijskem algoritmu surove meritve, lahko veliko bolje ocenimo pogreške inercialnega sistema. Zato so tudi rezultati natančnosti ocene položajev v trenutkih brez GPS-signalu veliko boljši. Tudi v močno sklopljenem sistemu prinaša kombinirana rešitev izboljšavo natančnosti ocenjenih vrednosti položajev.

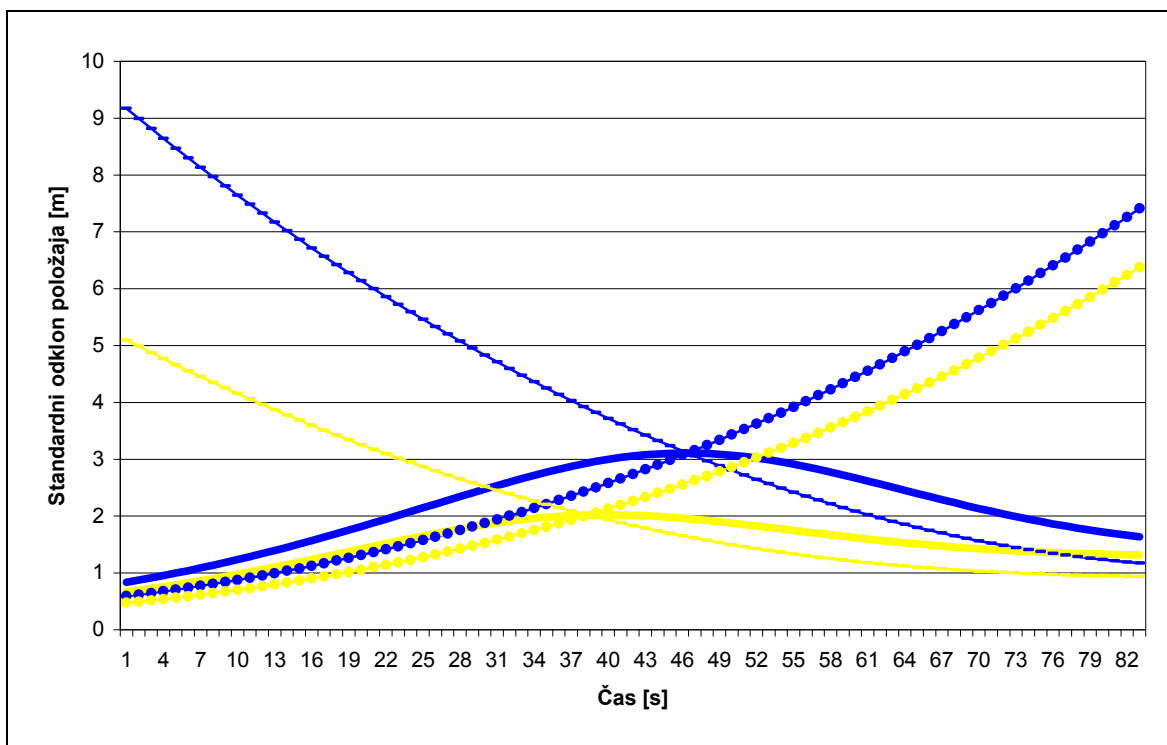
Legenda za grafe prikazane na slikah 5.7, 5.8, 5.9, 5.10, 5.11:

 Šibko sklopljeno - naprej	 Šibko sklopljeno - nazaj	 Šibko sklopljeno - kombinirano
 Močno sklopljeno - naprej	 Močno sklopljeno - nazaj	 Močno sklopljeno - kombinirano



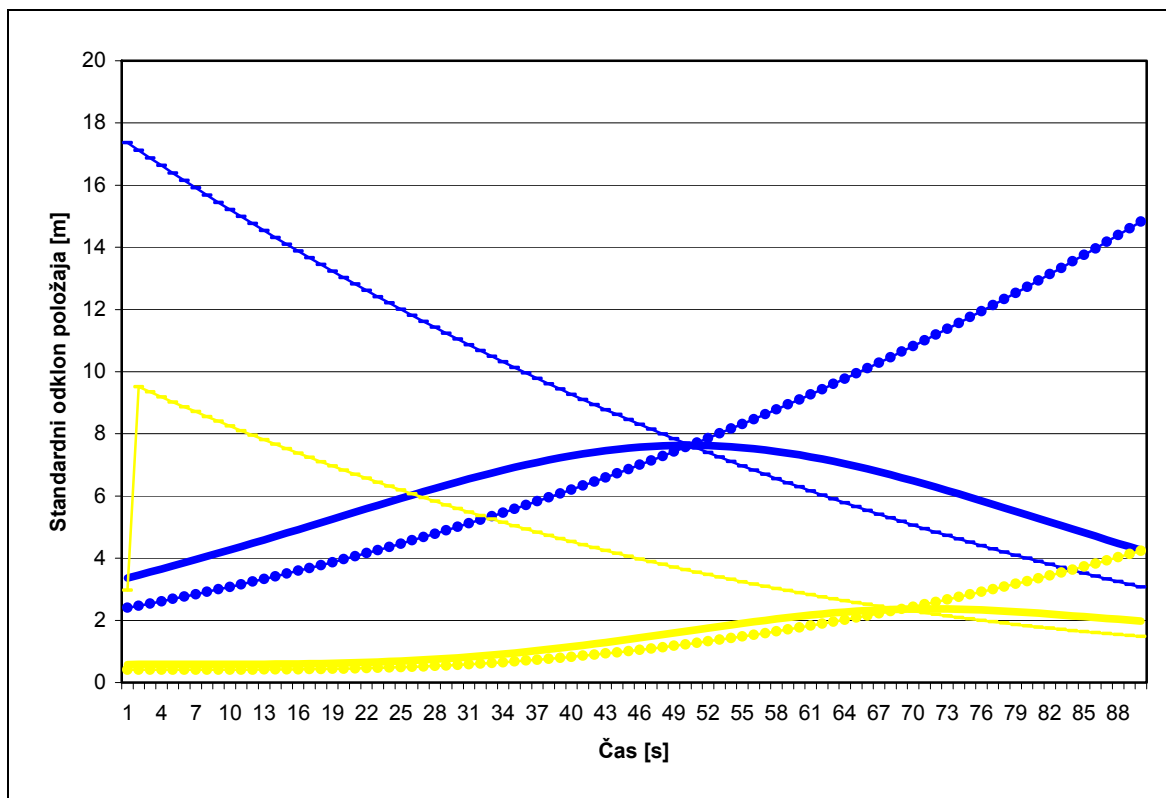
Slika 5.7: Rezultati obdelave brez glajenja (interval 40 sekund)

Fig. 5.7: The results of postprocessing without smoothing (interval 40 seconds)



Slika 5.8: Rezultati obdelave brez glajenja (interval 83 sekund)

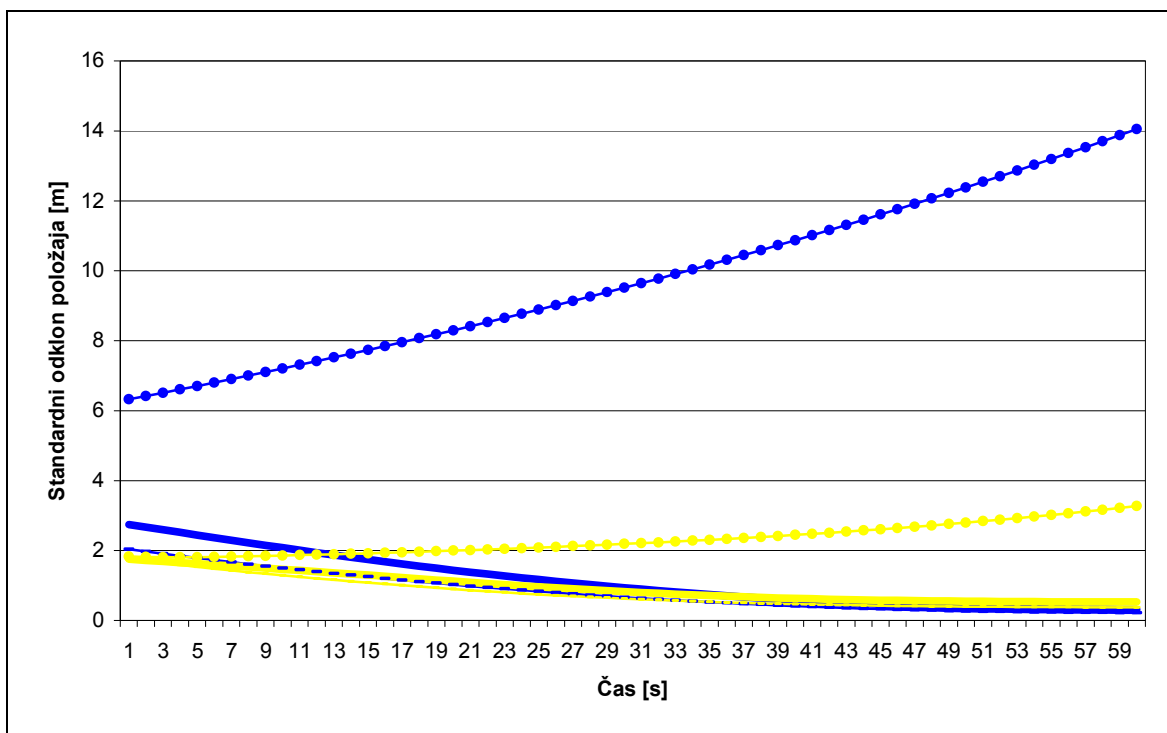
Fig. 5.8: The results of postprocessing without smoothing (interval 83 seconds)



Slika 5.9: Rezultati obdelave brez glajenja (interval 90 sekund)

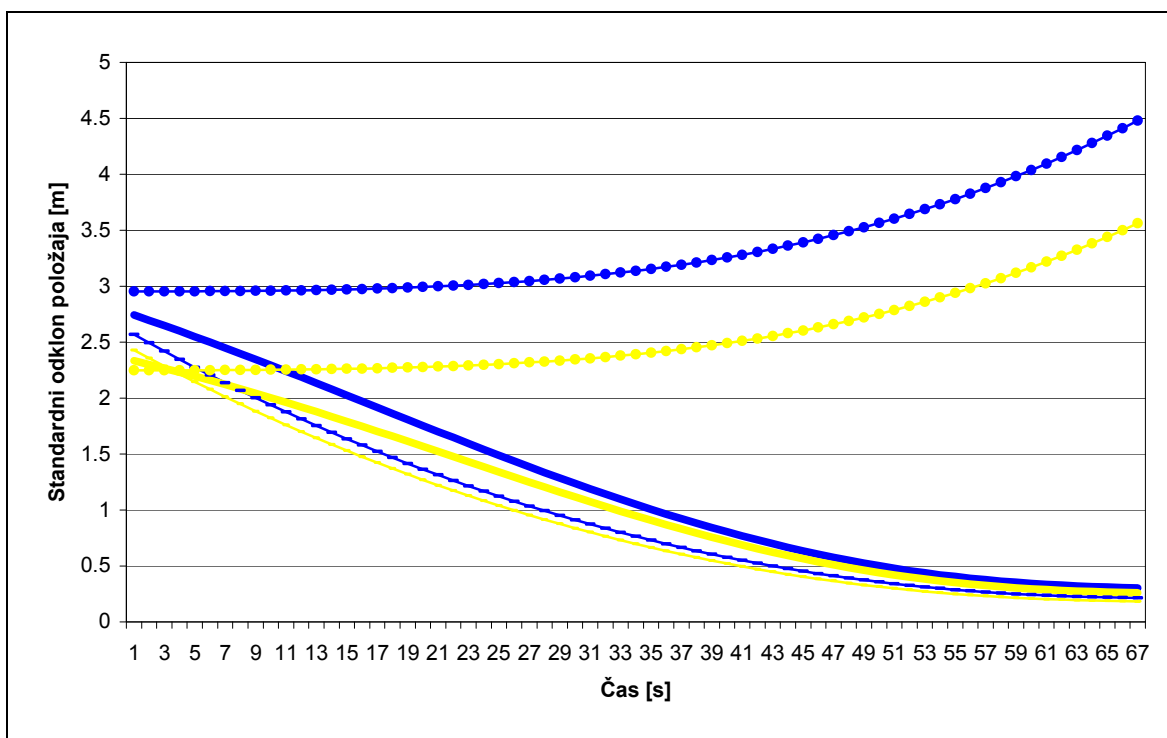
Fig. 5.9: The results of postprocessing without smoothing (interval 90 seconds)

Če primerjamo grafe kombiniranih rešitev vidimo, da se grafi na slikah 5.7, 5.8 in 5.9 po obliki približno ujemajo z grafom na sliki 4.12, kjer je predstavljena teoretična oblika grafa natančnosti kombiniranih rešitev. Na grafih na slikah 5.10 in 5.11 imamo zelo netipično situacijo. Natančnosti ocenjenih vrednosti položajev v izračunu po času naprej so izrazito slabše kot v izračunu po času nazaj. V trenutkih preden je prišlo do prekinitve GPS-opazovanj je sistem deloval le na podlagi inercialnih meritev in GPS-sistema z izvajanjem opazovanj le s štirih GPS-satelitov. Nekaj trenutkov za opazovanim intervalom se je vozilo ustavilo in mirovalo 30 sekund. V tem obdobju je bil tudi sprejem GPS-signala zelo dober, saj je GPS-sprejemnik sprejemal signale s sedmih satelitov. Taka situacija je bila zelo dobra za oceno pogreškov inercialnega sistema v smeri po času nazaj. Tik pred prenehanjem sprejema GPS-signala je bil torej položaj s sistemom GPS zelo dobro določen, hkrati pa so bili lahko tudi dobro ocenjeni trenutni pogreški inercialnega sistema v proceduri mirovanja (angl.: „zero velocity update“). Zaradi omenjenih razlogov graf, ki prikazuje rešitve v smeri naprej in nazaj, ni simetričen, kot bi bil v običajnem primeru.



Slika 5.10: Rezultati obdelave brez glajenja (interval 60 sekund)

Fig. 5.10: The results of postprocessing without smoothing (interval 60 seconds)



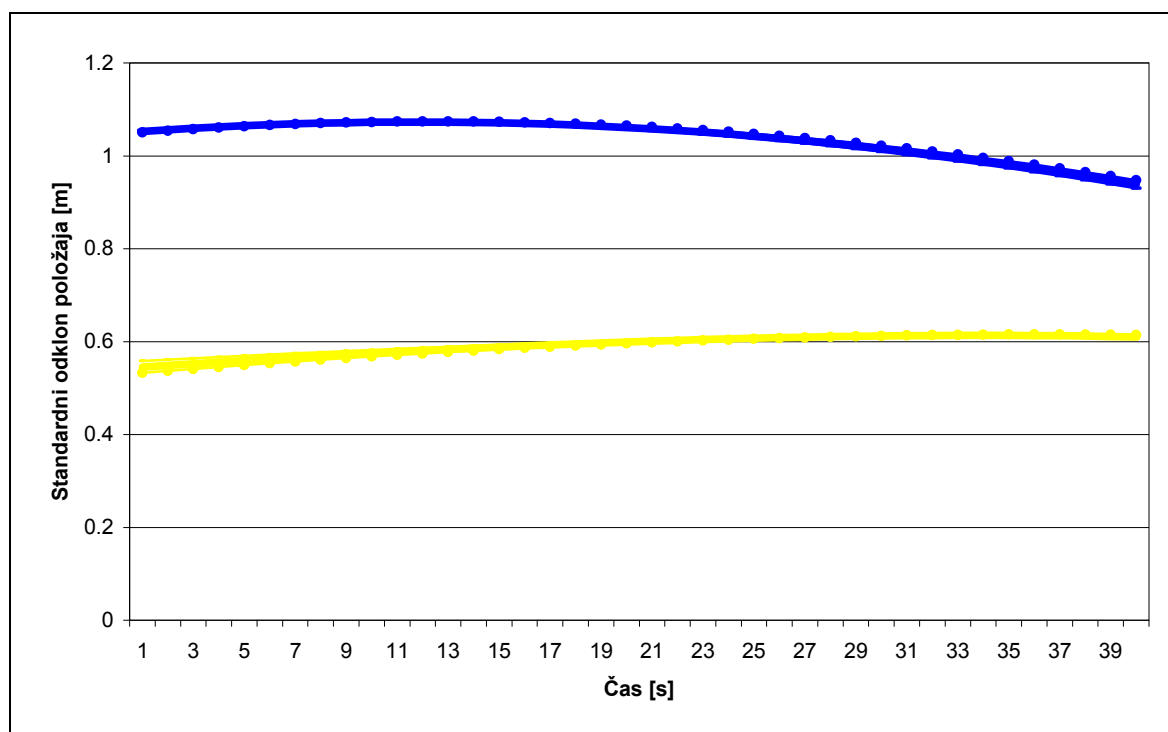
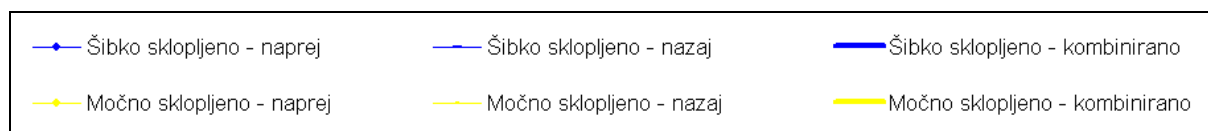
Slika 5.11: Rezultati obdelave brez glajenja (interval 67 sekund)

Fig. 5.11: The results of postprocessing without smoothing (interval 67 seconds)

### 5.3.5 Primerjava rezultatov z glajenjem

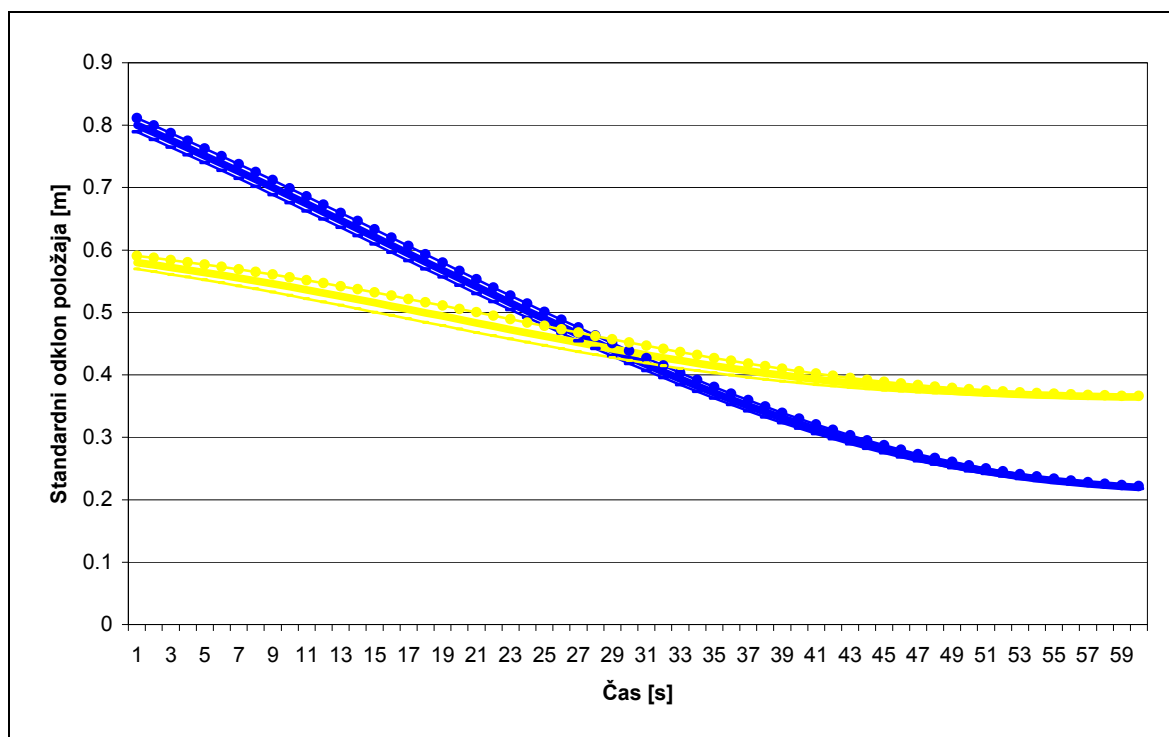
Na slikah 5.12, 5.13, 5.14, 5.15 in 5.16 so predstavljeni grafi rešitev šibko in močno sklopljenega sistema z uporabo glajenja rezultatov. Zaradi načina obdelave (glajenja) imajo grafi povsem drugačno obliko, kot v primeru obdelav brez glajenja. Iz oblike grafov vidimo, da se sedaj natančnosti ocene položaja spreminjajo za vse rešitve približno enako, t.j. natančnost se povečujejo ali pa se zmanjšujejo. Druga ugotovitev pa je, da so krivulje natančnosti ocen položajev sedaj veliko bolj homogene. Dosežene natančnosti so boljše kot v primeru brez glajenja in iz grafov je razvidno, da so povsod razen na grafu na sliki 5.13, natančnosti določitve položaj boljše v močno sklopljenem sistemu.

Legenda za grafe prikazane na slikah 5.12, 5.13, 5.14, 5.15 in 5.16:



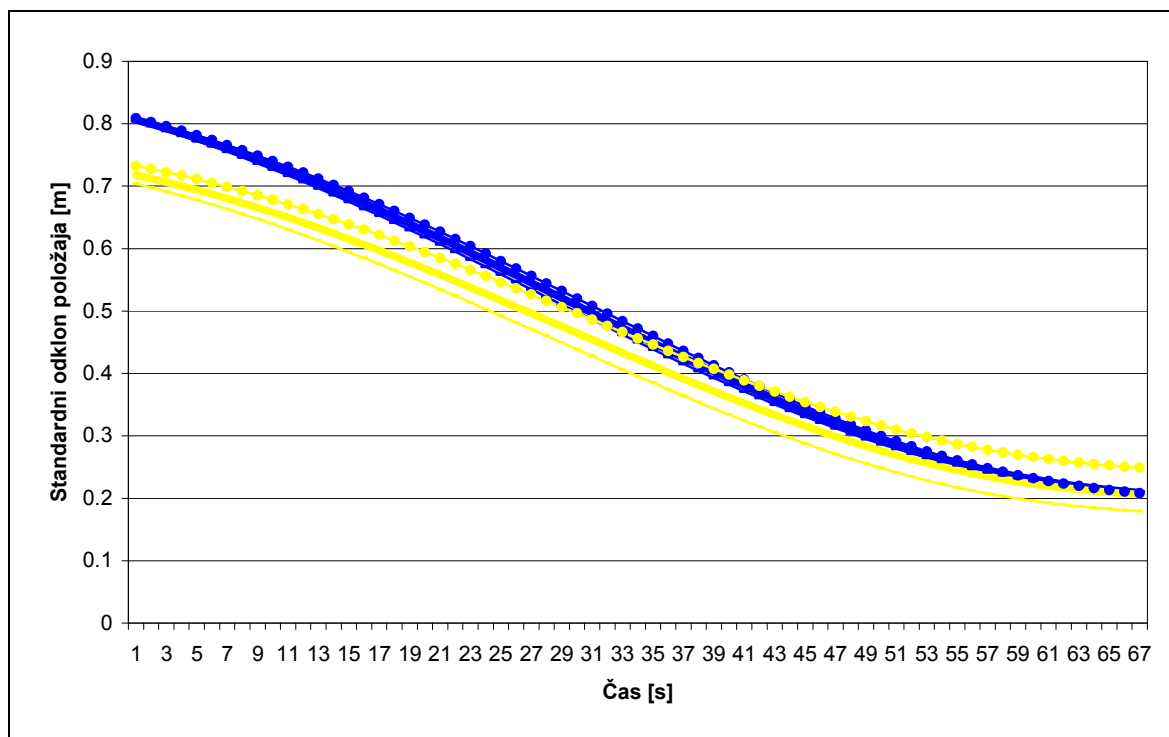
Slika 5.12: Rezultati obdelave z glajenjem (interval 40 sekund)

Fig. 5.12: The results of postprocessing with smoothing (interval 40 seconds)



Slika 5.13: Rezultati obdelave z glajenjem (interval 60 sekund)

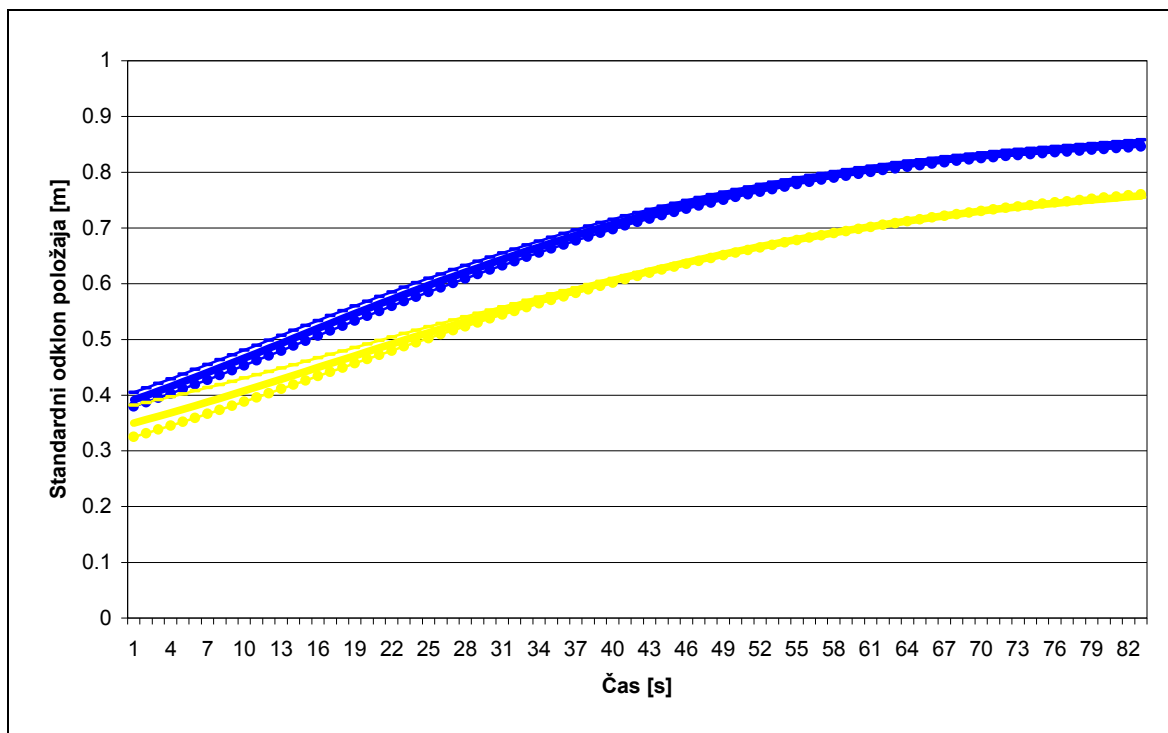
Fig. 5.13: The results of postprocessing with smoothing (interval 60 seconds)



Slika 5.14: Rezultati obdelave z glajenjem (interval 67 sekund)

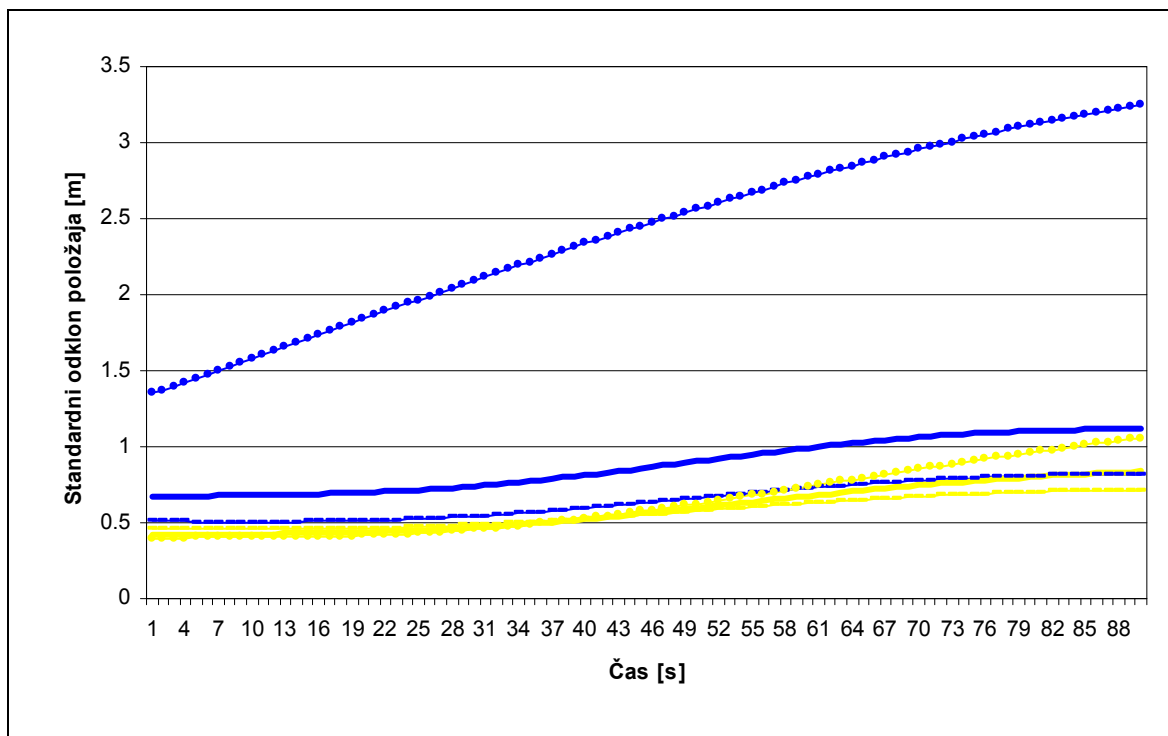
Fig. 5.14: The results of postprocessing with smoothing (interval 67 seconds)





Slika 5.15: Rezultati obdelave z glajenjem (interval 83 sekund)

Fig. 5.15: The results of postprocessing with smoothing (interval 83 seconds)



Slika 5.16: Rezultati obdelave z glajenjem (interval 90 sekund)





Fig. 5.16: The results of postprocessing with smoothing (interval 90 seconds)

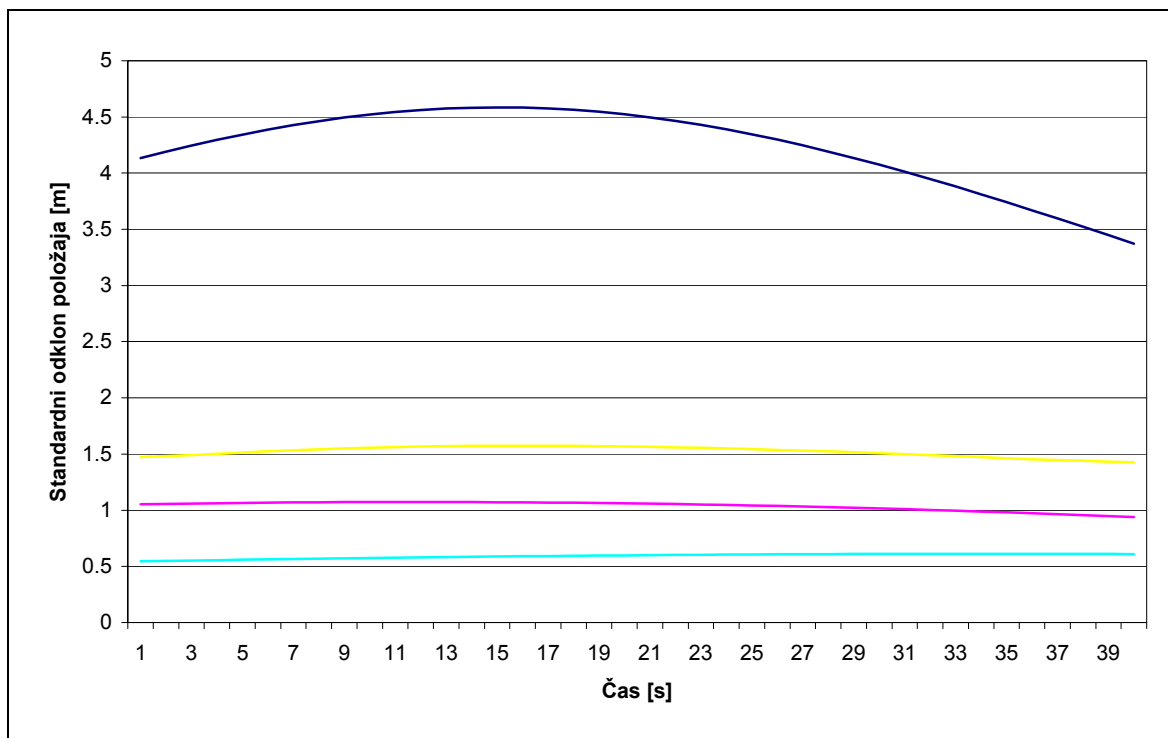
Na sliki 5.13 je prikazan graf glajenih rezultatov v izbranem 60-sekundnem intervalu brez GPS-signala. Če primerjamo natančnosti ocen vrednosti položajev, vidimo, da so od približno polovice intervala naprej rezultati v šibko sklopljenem sistemu boljše določeni kot v močno sklopljenem sistemu. Kot sem že omenil, so se pred začetkom opazovanega intervala meritve izvajale v sila neugodnih razmerah, kjer so bili le posamezni trenutki, v katerih je bilo mogoče izračunati položaj na podlagi GPS-meritev. Po zaključku opazovanega intervala pa se je vozilo ustavilo na mestu, kjer je bil omogočen zelo dober sprejem signalov GPS (6 in več satelitov). Zaradi tega smo lahko zelo dobro ocenili pogreške inercialnega sistema, ki smo jih upoštevali in so prišle do izraza na obravnavanem intervalu pri obdelavi po času nazaj. Med izvajanjem meritev v časovnem intervalu pa je bil mogoč tudi sprejem GPS-signalov z 2–3 satelitov. Ta podatek smo lahko upoštevali v močno sklopljenem sistemu. Te GPS-meritve niso bile najbolj kakovostne. Po vsej verjetnosti so morale biti obremenjene z različnimi vplivi, predvsem z vplivom „multipatha“. V izračunu v močno sklopljenem sistemu so bile vseeno uporabljene. To pa je imelo za posledico slabše natančnosti ocenjenih vrednosti položajev v primerjavi glede na rezultate v šibko sklopljenem sistemu. V šibko sklopljenem sistemu smo pri obdelavi po času nazaj imeli na začetku intervala zelo dobro ocenjen položaj, ki pa ga nismo, pri izključno inercialnem določevanju položajev, še dodatno obremenjevali s slabimi GPS-meritvami.

### 5.3.6 Primerjava kombiniranih rešitev

Kot smo videli dobimo najboljše rezultate pri določevanju trajektorije, če uporabimo kombinirano rešitev. Zato si bomo ogledali še primerjavo kombiniranih rešitev. Na slikah 5.17, 5.18, 5.19, 5.20 in 5.21 so združeni grafi kombiniranih rešitev za posamezni interval brez GPS-signala.

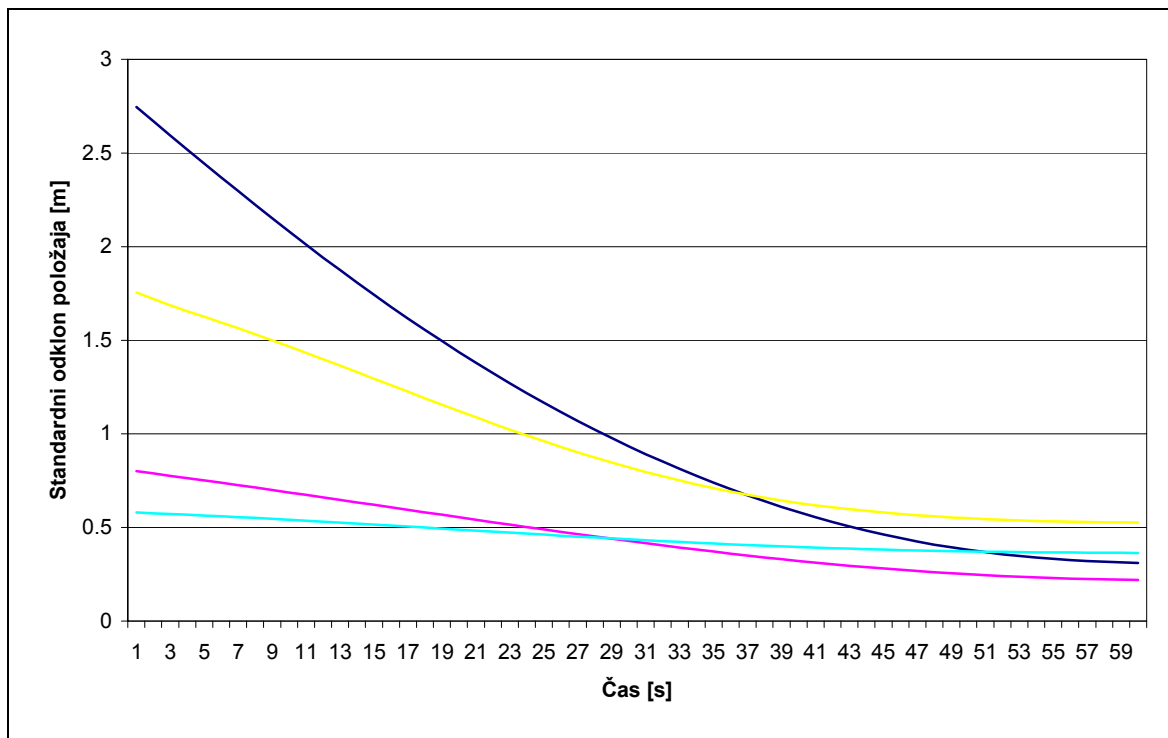
Legenda za grafe prikazane na slikah 5.17, 5.18, 5.19, 5.20 in 5.21:

 Šibko sklopljeno	 Šibko sklopljeno - glajeno	 Močno sklopljeno	 Močno sklopljeno - glajeno
--	--	--	--



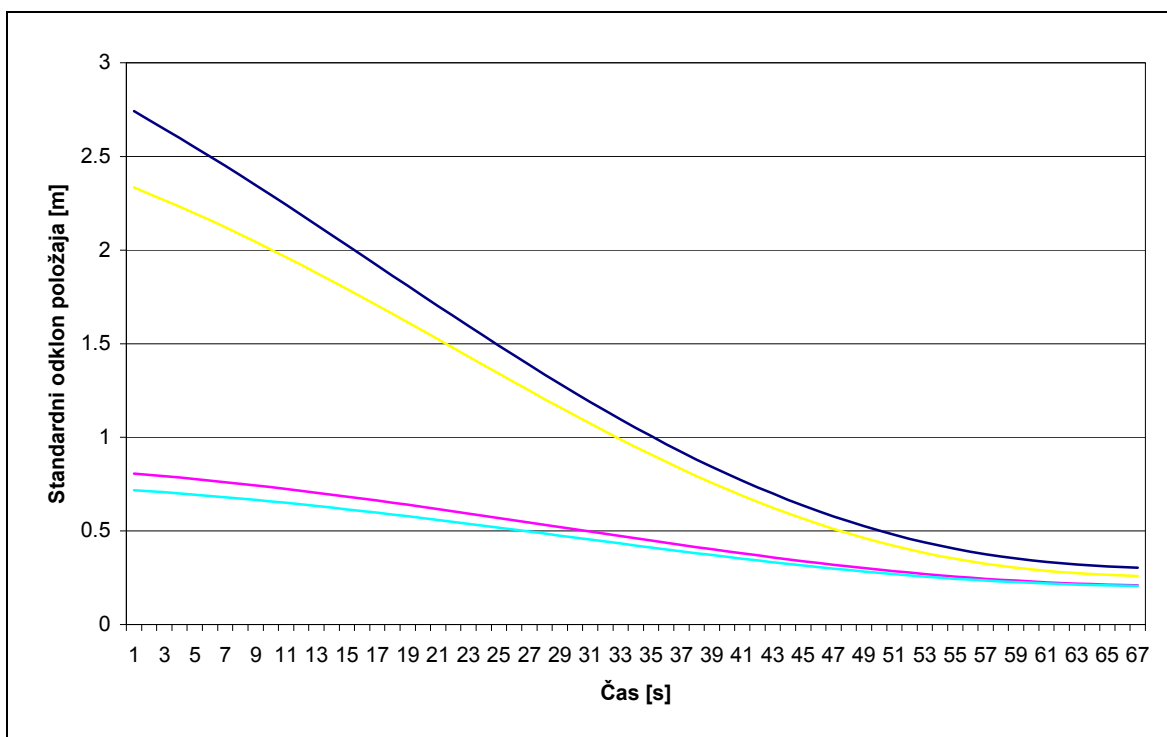
Slika 5.17: Primerjava različnih rešitev kombinirane obdelave (interval 40 sekund)

Fig. 5.17: Comparison of different combined solutions (interval 40 seconds)



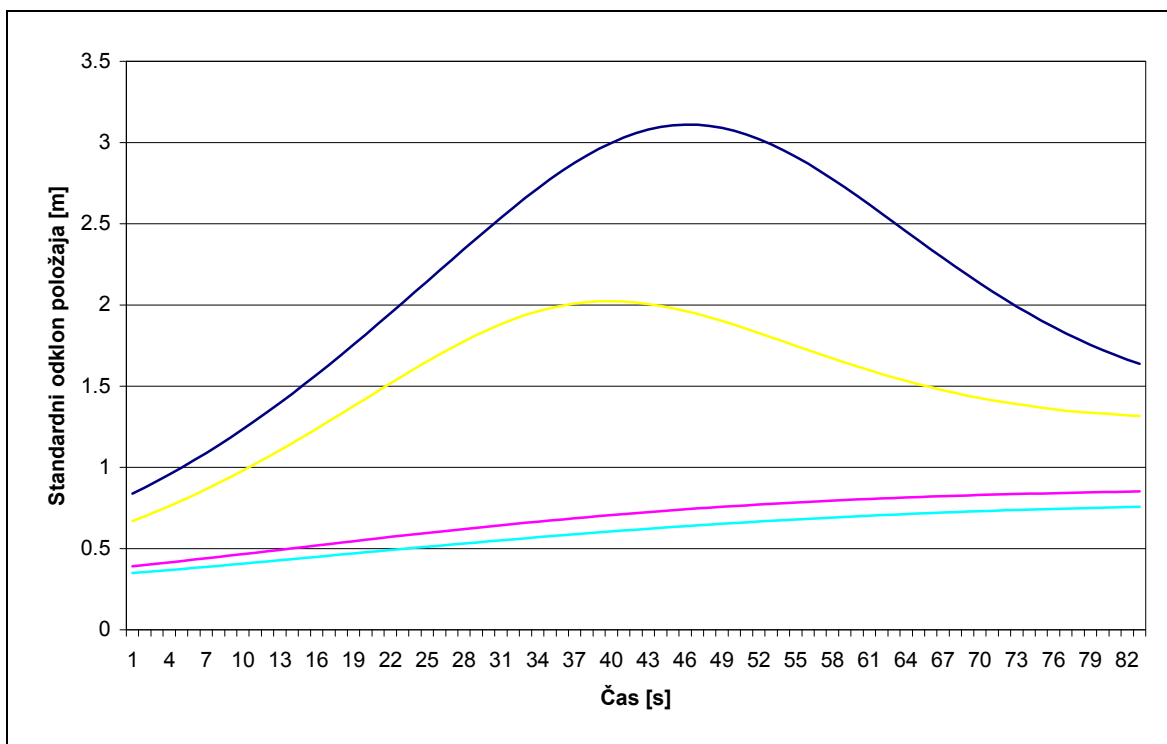
Slika 5.18: Primerjava različnih rešitev kombinirane obdelave (interval 60 sekund)

Fig. 5.18: Comparison of different combined solutions (interval 60 seconds)



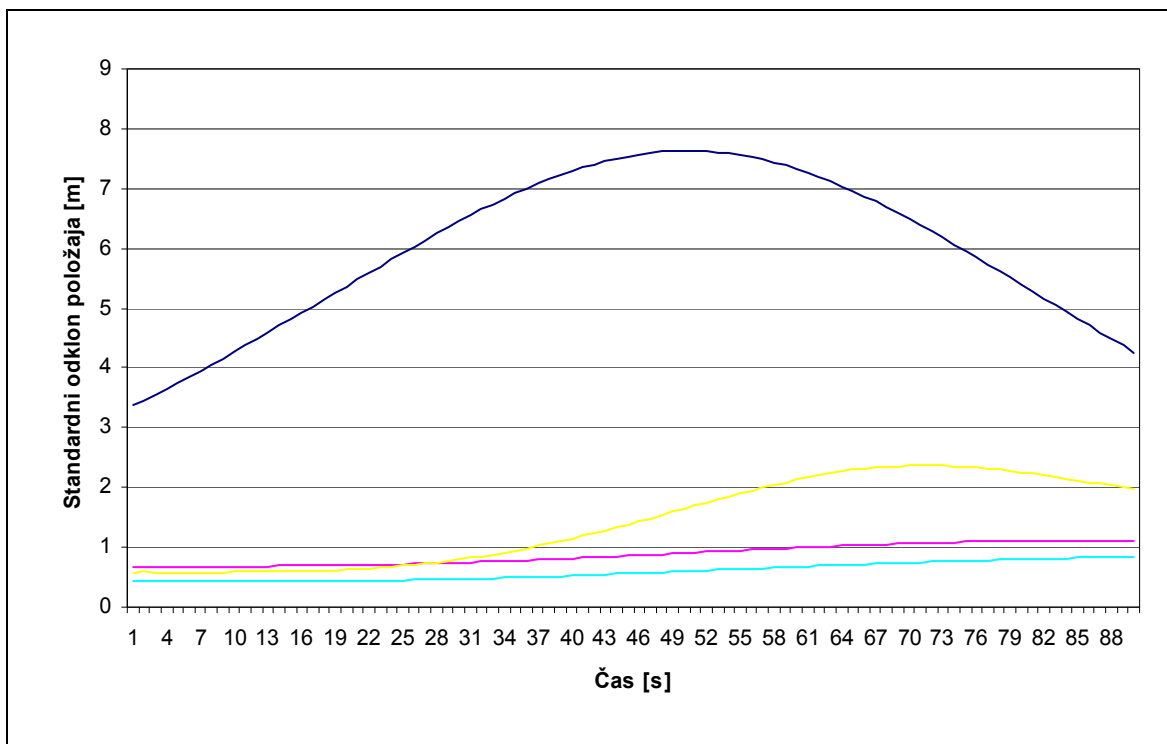
Slika 5.19: Primerjava različnih rešitev kombinirane obdelave (interval 67 sekund)

Fig. 5.19: Comparison of different combined solutions (interval 67 seconds)



Slika 5.20: Primerjava različnih rešitev kombinirane obdelave (interval 83 sekund)

Fig. 5.20: Comparison of different combined solutions (interval 83 seconds)



Slika 5.21: Primerjava različnih rešitev kombinirane obdelave (interval 90 sekund)

Fig. 5.21: Comparison of different combined solutions (interval 90 seconds)

Vidimo, da na vseh grafih, razen na slikah 5.18 in 5.19, močno izstopa krivulja natančnosti ocene položaja za neglajeno rešitev v šibko sklopljenem sistemu, kjer so natančnosti ocene najslabše. V primerih na slikah 5.18 in 5.19 je prišlo do posebne situacije zaradi okoliščin, ki so bile že opisane. Iz grafov tudi vidimo, da je glajenje izrednega pomena, za doseg boljših rezultatov pri natančnosti oceni položajev. V vseh primerih je krivulja natančnosti za neglajeno rešitev močno sklopljenega sistema nad krivuljo glajene rešitve šibko sklopljenega sistema. Krivulje glajenih rešitev se vedno nahajajo najnižje, se pravi, da so rešitve določene z najboljšo natančnostjo ocene.

### 5.3.7 Spremembe natančnosti ocene položaja na izbranih intervalih

Zaradi narave pogreškov inercialnih senzorjev (šum in sistematični pogreški) in načina izračunavanja položajev (dvojno integriranje po času) se natančnost izračunanih položajev, samo iz meritev inercialnih senzorjev, s časom poslabšuje. Zato bomo analizirali izbrane

intervale tudi z vidika spremembe (poslabšanja) natančnosti. V preglednici 5.6 so za vse štiri načine izračunov trajektorije predstavljene relativne spremembe natančnosti v posameznem intervalu brez GPS-signala. Primerjavo sem izvedel tako, da sem odštel začetno vrednost in končno vrednost ocenjene natančnosti določitve koordinate v izbranem intervalu. Negativni predznak pomeni, da je prišlo do poslabšanja natančnosti in obratno pomeni, pozitiven predznak, da se je na koncu opazovanega intervala natančnost določitve položaja izboljšala.

Preglednica 5.6: Sprememba natančnosti ocene na krajiščih intervalov brez vidnih GPS-satelitov

Table 5.6: Change of accuracy estimate at the interval endpoints without GPS satellites

Smer izračuna	Interval brez GPS	Šibko sklopljen sistem	Šibko sklopljen sistem – RTS-glajenje	Močno sklopljen sistem	Močno sklopljen sistem – RTS-glajenje
<b>Naprej</b>	40	-4.28	0.10	-1.80	-0.08
	60	-7.73	0.59	-1.44	0.22
	67	-1.53	0.60	-1.31	0.48
	83	-6.82	-0.47	-5.90	-0.44
	90	-12.42	-1.90	-3.82	-0.66
<b>Nazaj</b>	40	-3.59	-0.12	-0.79	0.05
	60	-1.82	-0.57	-1.38	-0.21
	67	-2.35	-0.59	-2.25	-0.52
	83	-8.00	0.45	-4.16	0.37
	90	-14.30	0.30	-1.49	0.26
<b>Kombinirano</b>	40	0.76	0.11	0.05	-0.07
	60	2.44	0.58	1.23	0.22
	67	2.44	0.60	2.07	0.51
	83	-0.80	-0.46	-0.65	-0.41
	90	-0.89	-0.44	-1.40	-0.41

Iz preglednice 5.6 je razvidno, da se izračunana natančnost položaja v smeri po času naprej ali nazaj poslabšuje, tako v šibko sklopljenem kot tudi močno sklopljenem, kar je tudi predvideno v teoriji. V rešitvah po času naprej in nazaj ne dobimo identičnih rezultatov.

Kakovost določitve trajektorije je odvisna od zanesljivosti in natančnosti določitve neznanega števila celih valov s satelita oddanih signalov in od modeliranja pogreškov inercialnih senzorjev na podlagi inercialnih meritev in GPS-meritev v mirujočem stanju. Ker se rešitvi po času naprej in po času nazaj pri tem razlikujeta – ena rešitev je lahko bistveno boljša od druge (glej graf na sliki 5.17) – lahko na ta način dobimo tudi različne (boljše ali slabše) vstopne parametre za izračun položajev z navigacijskimi enačbami inercialnih sistemov. Tako se lahko zgodi, da se pri kombinaciji obeh rešitev na koncu interval brez GPS-signalov položaj tudi popravi (glej graf na slikah 5.16 in 5.19).

V primeru glajenih rešitev pri določevanju položajev iz meritev inercialnih senzorjev se za trenutni izračun koordinate trajektorije uporabi več predhodnih in kasnejših meritev. Tako določena trajektorija je odvisna od izvedbe vseh opazovanj, zato težko opredelimo, kakšna bo dejansko oblika krivulje natančnosti. V preglednici 5.6 vidimo, da se v primeru glajenih rešitev natančnost lahko poslabša (intervala 83 in 90) lahko pa se tudi izboljša (intervala 60 in 67).

## 6 ZAKLJUČEK

Osnovna komponenta za določevanje koordinat z mobilnim kartirnim sistemom je sistem GPS (sprejemnik in antena). Zaradi narave sistema GPS, ki je zelo občutljiv na zunanje dejavnike (razne ovire) in lastnosti kinematične GPS-izmere, ni mogoče zagotoviti izračuna koordinat za vsak trenutek. Zato je potrebno kot dopolnilo GPS-sistemu uporabiti tudi od zunanjih vplivov čimbolj neodvisni merski sistem. Kot zelo primerni se izkažejo inercialni merski sistemi, ki združujejo senzorje za merjenje pospeškov in zasukov. Rezultat meritev z inercialnimi merskimi sistemi so hitrost in orientacija objekta. Na podlagi teh podatkov in algoritmov inercialne navigacije lahko premostimo trenutke, ko z opazovanji v sistemu GPS ne moremo določiti koordinat.

Kot del navigacijske komponente lahko uporabimo različne vrste inercialnih merskih sistemov. Osnovni sistemi so sestavljeni iz MEMS-žiroskopov in odometrov. Prednost uporabe takih sistemov je predvsem v njihovi ceni, saj zanaša od nekaj sto evrov do nekaj tisoč evrov. Osnovni inercialni sistemi so zelo omejeni pri zagotavljanju natančnosti pri daljših časovnih intervalih in so praktično neuporabni. Na primer: iz praktičnih izkušenj v mobilnem kartirnem sistemu WideoCar 2 je lahko koordinata po dveh minutah odstopala od pravilnega položaja tudi za 20 m in več. Praktična uporabna vrednost takih sistemov se je izkazala v cestni navigaciji, kjer lahko za razmeroma nizko ceno dobimo še komplementarni navigacijski sistem za premoščanje prekinitev v GPS-navigaciji.

Naslednja skupina inercialnih sistemov so taktični inercialni sistemi. Ti sistemi so ponavadi sestavljeni iz optičnih žiroskopov in servo pospeškometerov. Tak inercialni sistem sem predstavil tudi v magistrski nalogi. Cene taktičnih inercialnih sistemov se gibljejo v rangi nekaj deset tisoč evrov. Taktične inercialne sisteme uporabljajo predvsem kot navigacijski sistem v medcelinskih izstrelkih, v zadnjem času pa tudi v mobilnih kartirnih sistemih, predvsem zaradi znižanja cen. Natančnost takih sistemov zagotavlja določevanje koordinat s podmetrsko natančnostjo tudi po več kot minuti brez sprejema GPS-signala.



Najnatančnejši inercialni sistemi so t.i. navigacijski inercialni sistemi. Uporabljamo jih v aplikacijah, kjer potrebujemo najnatančnejše meritve za določevanje orientacije objektov (npr. za stabilizacijo različnih platform), v letalih kot dopolnilo GPS-sistemu in v podmornicah, kjer predstavlja edini sistem za navigacijo tudi za več tednov skupaj. V navigacijskih inercialnih sistemih so uporabljeni laserski in mehanski žiroskopi. Cene navigacijskih inercialnih sistemov se gibljejo od sto tisoč evrov navzgor.

Iz omenjenega in analiz v tej nalogi lahko trdim, da so trenutno, če primerjamo razmerje cena–natančnost, za uporabo v mobilnih kartirnih sistemih najprimernejši taktični žiroskopi. Iz analiz in preteklih izkušenj pri uporabi kinematične GPS-metode za določevanje položajev v mobilnem kartirnem sistemu, smo ugotovili, da so trenutki, ko je nemogoče določiti položaj s sistemom GPS, v večini primerov krajši od dveh minut. Največkrat se pojavijo prekinitve pri sprejemu GPS-signala v intervalih do 20 sekund. To pa so pogoji v katerih lahko s taktičnim inercialnim sistemom zagotovimo ustrezno natančnost določevanja položajnih koordinat, to je boljše kot 1 m.

Iz izkušenj, ki sem jih pridobil med izdelavo magistrske naloge lahko zaključim, da je za zagotovitev natančnih rezultatov potrebno obdelovati GPS-opazovanja in inercialne meritve v močno sklopljenem sistemu. V tem primeru obdelujemo surove meritve obeh navigacijskih podsistemov. Na ta način lahko zelo dobro opišemo model pogreškov inercialnih senzorjev, ki je nujno potreben za pravilen izračun v navigacijskih enačbah inercialnih meritev. Hkrati pa nam omogoča izvajanje inercialnih meritev skupaj z GPS-meritvami hitrejša in zanesljivejša določanje koordinat s sistemom GPS. Teoretične osnove in praktična izvedba naknadne obdelave GPS/INS-meritev je pokazala, da s kombinacijo glajenih rešitev po času naprej in po času nazaj, znatno izboljšamo natančnost določitve koordinat.

Za zagotavljanje natančnih koordinat z inercialnim sistemom moramo posvetiti posebno pozornost postopku začetne inicializacije in poravnave sistema. S tem postopkom zagotovimo vhodne parametre v inercialnih navigacijskih enačbah in določimo model pogreškov inercialnih senzorjev. Inicializacijo in poravnavo sistema moramo nujno izvesti na začetku izvajanja meritev, in na koncu, če želimo meritve obdelati tudi po času nazaj. Inicializacijo izvajamo, ko je vozilo v mirujočem stanju. S programsko opremo Inertial Explorer pa je

mogoče poravnavo izvajati tudi v vseh vmesnih trenutkih, ko se je vozilo ustavilo („zero velocity update“). Zanimiv primer je opisan v poglavju 5.3, slika 5.11., kjer se na intervalu brez GPS-signala (67 sekund) rešitvi po času naprej in nazaj bistveno razlikujeta po ocenjeni natančnosti. Kot možen vzrok predvidevam ravno izvedbo vmesne poravnave takoj po zaključku opazovanega intervala. V analizah, ki so bile predmet magistrske naloge, nisem obravnaval vplivov vmesnih poravnav na natančnost določitve trajektorije za celoten obseg opazovanj, zato bi bilo smotrno usmeriti nadaljnje raziskave v analizo vplivov vmesnih poravnav na natančnost določitve trajektorije kot celote. Določiti bi bilo potrebno frekvenco in trajanje vmesnih poravnav. Rezultati takih raziskav bi lahko vplivali tudi na navodila vozniku mobilnega kartirnega sistema. Trenutno se vozilo ustavlja zgolj naključno. Če bi se izkazalo, da imajo vmesne poravnave bistven vpliv na natančnost določitve koordinat z inercialnim sistemom, bi v primernih časovnih intervalih načrtovali točno določene postanke, za namen vmesne poravnave.

Sestavni del navigacijske komponente mobilnega kartirnega sistema WideoCar 3 je tudi odometer. V testnih podatkih nisem imel na voljo meritev odometra, ki bi jih lahko vključil v obdelavo. Z obdelavo GPS/INS-meritev v močno sklopljenem sistemu lahko obravnavamo tudi fazne meritve valovanja z dveh ali treh GPS-satelitov. S temi podatki lahko nadomestimo meritve odometra (Kenedy, 2006) za pomoč v združitvenem algoritmu Kalmanovega filtra. Ker je v Sloveniji več kot 50 % površja pokritega z gozdnimi površinami in zaradi hribovite oblike reliefa, je zelo težko zagotoviti stalen in nemoten sprejem GPS-signalov (tudi s samo dveh ali treh satelitov). Zato bi bile meritve odometra zelo koristne za izboljšanje natančnosti določitve koordinat v daljših intervalih, ko ni mogoč sprejem GPS-signala z nobenega satelita.

V nalogi sem analiziral predvsem natančnost določevanja komponente položaja navigacijske rešitve. Za izvedbo fotogrametričnih postopkov pa potrebujemo tudi natančne podatke o orientaciji vozila (usmerjenost in nakloni). V nadaljnjih raziskavah bi bilo potrebno analizirati spreminjanje natančnosti pri določevanju orientacije, in vplive, ki najbolj obremenjujejo končne rezultate pri določevanju orientacije vozila.

## 7 VIRI

### Uporabljeni viri

2000. Piezoelectric vibratory Gyroscope, MODEL : ENV-05F-03. Tehnical data. Kyoto, Murata MFG. Co.

2008. Inertial explorer. User manual. Revision 4. Calgary, Novatel Inc.

Bar-Shalom, Y., Rong Li, X., Thiagalingam K. 2001. Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory Algorithms and Software. New York, John Wiley & Sons, Inc: 558 str.

Biezd, D. J. 2008. Integrated Navigation and Guidance Systems. Course spreadsheets. San Luis Obispo, California Polytechnic State University, Aerospace Engineering Department.  
[http://aerosrv.atl.calpoly.edu/dbiezd/Aero\\_Courses/Aero\\_551/551\\_20PPT\\_20Handouts/Week\\_203\\_20INS/551\\_3\\_INS\\_BW\\_2008.pdf](http://aerosrv.atl.calpoly.edu/dbiezd/Aero_Courses/Aero_551/551_20PPT_20Handouts/Week_203_20INS/551_3_INS_BW_2008.pdf) (18.9.2008)

Chatfield, A. B. 1997. Fundamentals of High Accuracy Inertial Navigation. Reston, American Institute of Aeronautics & Ast: 339 str.

Gabaglio, V., Ladetto Q., Merminod B. 2001. Kalman Filter Approach for Augmented GPS Pedestrian Navigation. Lausanne, Geodetic Engineering Laboratory. Institute of Geomatics, Swiss Federal Institute of Technology.  
<http://quentin.ladetto.ch/publications/kalapproach.pdf> (15.5.2008)

Godha, S., Cannon, M. E. 2005. Integration of DGPS with a Low Cost MEMS - Based Inertial Measurement Unit (IMU) for Land Vehicle Navigation Application. Proceedings of ION GNSS-05, 8.– 10. december 2005. Hong Kong, The Institute of navigation.  
[http://plan.geomatics.ucalgary.ca/papers/05GNSS\\_Godha\\_and\\_Cannon\\_HongKong.pdf](http://plan.geomatics.ucalgary.ca/papers/05GNSS_Godha_and_Cannon_HongKong.pdf) (3.8.2007)

Godha, S. 2006. Performance Evaluation of Low Cost MEMS-Based IMU Integrated With GPS for Land Vehicle Navigation Application. Master thesis. Calgary, University of Calgary, Department of geomatics engineering: 210 str.

Grewal, M. S., Weill, L. R., Andrews, A. P. 2007. Global Positioning Systems. Inertial Navigation and Integration. Hoboken, John Wiley & Sons, Inc: 525 str.

Hofmann-Wellenhof, B., Legat, K., Wieser, M.. 2003. Navigation – Principles of Positioning and Guidance. Wien, Springer Verlag: 427 str.

Jekeli, C. 2001: Inertial Navigation Systems with geodetic applications. Berlin, Walter de Gruyter: 352 str.

Kennedy, S., Hamilton, J., Martell, H. 2006. GPS/INS integration with iMAR-FSAS IMU. Proceedings of XXIII International FIG Congress. Munich, 8. – 13. oktober 2006. International Federation of Surveyors (FIG).  
[www.fig.net/pub/fig2006/papers/ts64/ts64\\_01\\_kennedy\\_etal\\_0472.pdf](http://www.fig.net/pub/fig2006/papers/ts64/ts64_01_kennedy_etal_0472.pdf) (6.3.2008)

Kozmus, K. 2002. Analiza in obdelava kinematičnih GPS-opazovanj. Magistrska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Oddelek za geodezijo: 129 str.

Kozmus, K. 2001. Inercialni sistemi v geodeziji. Članek iz zbornika SZGG. Ljubljana, Slovensko združenje za geodezijo in geofiziko.  
<http://www.fgg.uni-lj.si/sugg/> (26.3.2003)

Ranfl, U. 2004. Kinematična GPS-izmera linijskih objektov za potrebe GIS. Diplomaska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Oddelek za geodezijo: 98 str.

Stephen, J. 2000: Development Of A Multi-Sensor GNSS Based Vehicle Navigation System. Master Thesis. Calgary, University of Calgary, Department of geomatics engineering: 184 str.

---

Zhao, L., Ochieng, W.Y., Quddus, M.A., Noland, R.B. 2002. An Extended Kalman Filter algorithm for Integrating GPS and low-cost Dead reckoning system data for vehicle performance and emissions monitoring. *Journal of Navigation*. Volume 56, Issue2: str. 257–275.

### **Ostali viri**

2008. SPAN Technology, User manual. Revision 5. Calgary, Novatel Inc.

Crassidis, J.L. 2006. Sigma-Point Kalman Filtering for Integrated GPS and Inertial Navigation. *Aerospace and Electronic Systems*, Volume 42. Issue 2. str: 750 – 756.

Gao, J. 2006. GPS/INS/G Sensors/Yaw Rate Sensor/Wheel Speed Sensors Integrated Vehicular Positioning System. *Proceedings of ION GNSS-06*, 26.– 29. september 2006. Fort Worth,.The Institute of navigation.

Goodall, C., El-Sheimy N. 2007. Intelligent Tuning of a Kalman Filter Using Low-cost Mems Inertial Sensors. *International Symposium on Mobile Mapping Technology*. Padova, 28.– 31. maj 2007. International Society for Photogrammetry and Remote Sensing (ISPRS), International Federation of Surveyors (FIG), International Association of Geodesy (IAG).

Grewal, M. S., Andrews, A. P. 2001. *Kalman Filtering. Theory and Practice Using MATLAB*. New York, John Wiley & Sons, Inc: 401 str.

Grover Brown, R., Hwang, P. Y. C. 1992. *Introduction to Random Signal Analysis and Kalman Filtering*. New York, John Wiley & Sons, Inc: 502 str.

Kronander, J. 2004. *Robust Automotive Positioning: Integration of GPS and Relative Motion Sensors*. Graduation Thesis. Linköping, Linköping University, Department of Electrical Engineering: 66 str.

Lawrence, A. 2001. Modern Inertial Technology Navigation, Guidance and Control. New York, Springer Verlag: 278 str.

Nassar, S., El-Sheimy, N. 2006. A combined algorithm of improving INS error modeling and sensor measurements for accurate INS/GPS navigation. GPS Solutions, Volume 10, Number 1: str. 29 – 39.

Nassar, S. 2003. Improving the Inertial Navigation System (INS) Error Model for INS and INS/DGPS Applications. Doctoral Dissertation. Calgary, University of Calgary, Department of geomatics engineering: 155 str.

Ribeiro, M. I. 2004. Kalman and Extended Kalman Filters: Concept, Derivation and Properties. Lisbona, Institute for Systems and Robotics: 42 str.

Shin, E.H. 2005. Estimation Techniques for Low-Cost Inertial Navigation Doctoral Dissertations. Calgary, University of Calgary, Department of geomatics engineering: 181 str.

Skaloud, J. 1999. Optimizing Georeferencing of Airborne Survey Systems by INS/DGPS. Doctoral Dissertation. Calgary, University of Calgary. Department of geomatics engineering. Calgary: 160 str.

Stopar, B., Turk, G. 1998. Inercialni navigacijski sistemi. Raziskovalna naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Oddelek za geodezijo.

Yang, Y. Z. S. 2005. Adaptive fitting of systematic errors in navigation. Journal of Geodesy, Volume 79, Issue 1-3, str. 43-49.

Zhang, H. T. 2006. Performance Comparison of Kinematic GPS Integrated with Different Tactical Grade IMUs. Master Thesis. Calgary, University of Calgary, Department of geomatics engineering: 216 str.

Zhang, X. 2003. Integration of GPS with a Medium Accuracy IMU for Metre-Level Positioning. Master Thesis. Calgary, University of Calgary, Department of geomatics engineering: 109 str.