

Univerza  
v Ljubljani  
Fakulteta  
*za gradbeništvo  
in geodezijo*

*Janova 2  
1000 Ljubljana, Slovenija  
telefon (01) 47 68 500  
faks (01) 42 50 681  
fgg@fgg.uni-lj.si*



Univerzitetni program Geodezija,  
smer Geodezija

Kandidatka:

**Vanja Aš**

# **Vplivi metod interpolacije in glajenja na geometrično natančnost ploskev iz lidarskih podatkov**

**Diplomska naloga št.: 771**

**Mentor:**

doc. dr. Mojca Kosmatin Fras

Ljubljana, 18. 12. 2008

## **STRAN ZA POPRAVKE, ERRATA**

<b>Stran z napako</b>	<b>Vrstica z napako</b>	<b>Namesto</b>	<b>Naj bo</b>
-----------------------	-------------------------	----------------	---------------

## **IZJAVA O AVTORSTVU**

Podpisana **VANJA AŠ** izjavljam, da sem avtorica diplomske naloge z naslovom: »**VPLIVI METOD INTERPOLACIJE IN GLAJENJA NA GEOMETRIČNO NATANČNOST PLOSKEV IZ LIDARSKIH PODATKOV**«.

Izjavljam, da prenašam vse materialne avtorske pravice v zvezi z diplomsko nalogo na UL, Fakulteto za gradbeništvo in geodezijo.

Ljubljana, 26.11.2008

Vanja Aš

## **BIBLIOGRAFSKA – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK**

**UDK: 528.7(043.2)**

**Avtor: Vanja Aš**

**Mentor: doc. dr. Mojca Kosmatin Fras**

**Naslov: Vplivi metod interpolacije in glajenja na geometrično natančnost ploskev iz lidarskih podatkov**

**Obseg in oprema: 63 str., 9 pregl., 33 sl., 30 en.**

**Ključne besede: interpolacijske metode, lidarski podatki, glajenje ploskev, statistična analiza**

### **Izvleček:**

V diplomski nalogi je predstavljena analiza vpliva metod interpolacije in glajenja na geometrično natančnost ploskev iz lidarskih podatkov. V začetku je opisana tehnologija laserskega skeniranja in instrument Riegl LMS-Z420i, s katerim so bili lidarski podatki pridobljeni. Vsi v nalogi uporabljeni podatki se nanašajo na relief in so bili za ta namen tudi obdelani. Postopek obdelave lidarskih podatkov je bil izveden v računalniškem programu RiSCAN PRO. Na osnovi interpolacije obdelanih podatkov so bile modelirane ploskve. Pri tem so bile uporabljene metode interpolacije in glajenja, ki jih nudi računalniški program Surfer 8 in so bile v njem tudi izvedene. Vseh 12 interpolacijskih metod je opisanih, preizkušenih pa 11, t.j. vse razen zadnje od naštetih: Kriging, Metoda z inverznimi razdaljami na potenco, Triangulacija z linearno interpolacijo, Metoda naravnih sosedov, Metoda najbližjega sosedu, Metoda radialnih baznih funkcij, Modificirana Shepard-ova metoda, Metoda minimalne ukrivljenosti, Metoda premikanja povprečja, Metoda lokalnih polinomov, Polinomska regresija in Metoda "merjenja" podatkov. Podani so tudi opisi načina glajenja ploskev. Praktično je postopek glajenja izveden bodisi v sklopu interpolacijskih metod bodisi z metodama filtriranja in glajenja z zlepkami. Vsi rezultati so tudi statistično ovrednoteni. V ta namen so v programu Surfer 8 izračunane srednje vrednosti in standardni odkloni vertikalnih odstopanj podanih in interpoliranih vrednosti.

## **BIBLIOGRAPHIC – DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRACT**

**UDC: 528.7(043.2)**

**Author: Vanja Aš**

**Supervisor: Assist. Prof. Mojca Kosmatin Fras, Ph.D.**

**Title: The influence analysis of the interpolation and smoothing methods on the geometrical accuracy of surfaces reconstructed from lidar data**

**Notes: 63 p., 9 tab., 33 fig., 30 eq.**

**Key words: interpolation methods, lidar data, surface smoothing, statistical analysis**

### **Abstract:**

In this thesis the influence analysis of the interpolation and smoothing methods on the geometrical accuracy of surfaces reconstructed from lidar data is represented. At the beginning the technology of laser scanning and the instrument Riegl LMS-Z420i, which was used to collect lidar data, are described. All the data used in the thesis are referring to the relief and were thus processed for this purpose as well. The processing of lidar data was accomplished in a computer program RiSCAN PRO. Processed data were used for surface reconstruction, which is based on data interpolation. The computer program Surfer 8 contains different interpolation methods which were used for surface reconstruction. All twelve interpolation methods are described, but there were only eleven tested – the last one from the following list was not tested: Kriging, Inverse distance to a power, Triangulation with linear interpolation, Natural neighbour, Nearest neighbour, Radial basis function, Modified Shepard's method, Minimum curvature, Moving average, Local polynomial, Polynomial regression and Data metrics. Smoothing methods implemented in Surfer are described. The smoothing procedure is realized either in connection with interpolation methods or with methods of filtering and spline smoothing. All results are also statistically evaluated. For this purpose the means and standard deviations of vertical residuals between the Z values in the data file and the interpolated Z values were calculated.

## **ZAHVALA**

Rada bi se zahvalila svoji mentorici doc. dr. Mojci Kosmatin Fras za prijazno pomoč in svetovanje pri pisanju diplomske naloge.

Hvala tudi podjetju DFG CONSULTING d.o.o. za podatke in vse nasvete.

Posebna zahvala gre staršema za vso podporo in finančno pomoč pri študiju, pa tudi vsem prijateljem, ki so mi vsa ta leta stali ob strani.

Najlepša hvala vsem!

## KAZALO VSEBINE

<b>1</b>	<b>UVOD</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>TERESTRIČNO LASERSKO SKENIRANJE</b>	<b>4</b>
2.1	Lasersko skeniranje in lidarski podatki	4
2.2	Skener Riegl LMS-Z420i	6
2.3	Obdelava lidarskih podatkov	7
<b>3</b>	<b>INTERPOLACIJA IN GLAJENJE PLOSKEV</b>	<b>10</b>
3.1	Interpolacija	10
3.2	Interpolacijske metode	10
3.2.1	Kriging	11
3.2.2	Triangulacija z linearno interpolacijo	16
3.2.3	Metoda z inverznimi razdaljami na potenco	17
3.2.4	Modificirana Shepard-ova metoda	19
3.2.5	Metoda naravnih sosedov	20
3.2.6	Metoda minimalne ukrivljenosti	23
3.2.7	Metoda najbližjega soseda	25
3.2.8	Metoda radialnih baznih funkcij	25
3.2.9	Metoda lokalnih polinomov	27
3.2.10	Metoda premikanja povprečja	28
3.2.11	Polinomska regresija	29
3.2.12	Metoda "merjenja" podatkov	30
3.3	Glajenje ploskev	32
<b>4</b>	<b>ANALIZA INTERPOLACIJSKIH METOD V PROGRAMU SURFER 8</b>	<b>35</b>
4.1	Statistična analiza	36
4.2	Predobdelava lidarskih podatkov	37
4.3	Interpolacija lidarskih podatkov – opis uporabljene metodologije	39
4.4	Izvedba interpolacijskih metod na testnih primerih	41

<b>4.4.1</b>	<b>Metoda Kriging</b>	<b>41</b>
<b>4.4.2</b>	<b>Triangulacija z linearno interpolacijo</b>	<b>43</b>
<b>4.4.3</b>	<b>Metoda naravnih sosedov</b>	<b>43</b>
<b>4.4.4</b>	<b>Metoda z inverznimi razdaljami na potenco</b>	<b>44</b>
<b>4.4.5</b>	<b>Modificirana Shepard-ova metoda</b>	<b>45</b>
<b>4.4.6</b>	<b>Metoda najbližjega sosedu</b>	<b>46</b>
<b>4.4.7</b>	<b>Metoda premikanja povprečja</b>	<b>46</b>
<b>4.4.8</b>	<b>Metoda minimalne ukrivljenosti</b>	<b>47</b>
<b>4.4.9</b>	<b>Metoda radialnih baznih funkcij</b>	<b>48</b>
<b>4.4.10</b>	<b>Metoda lokalnih polinomov</b>	<b>49</b>
<b>4.4.11</b>	<b>Polinomska regresija</b>	<b>50</b>
<b>4.5</b>	<b>Statistična analiza interpolacijskih metod</b>	<b>51</b>
<b>4.6</b>	<b>Preizkus metod glajenja ploskev</b>	<b>54</b>
<b>4.6.1</b>	<b>Glajenje ploskev z metodo Kriging</b>	<b>54</b>
<b>4.6.2</b>	<b>Glajenje ploskev z Metodo z inverznimi razdaljami na potenco</b>	<b>56</b>
<b>4.6.3</b>	<b>Glajenje ploskev s pomočjo nizkopropustnih filtrov</b>	<b>57</b>
<b>4.6.4</b>	<b>Glajenje z zleпки</b>	<b>59</b>
<b>4.6.5</b>	<b>Primerjava ploskev glede na velikost mreže</b>	<b>60</b>
<b>5</b>	<b>ZAKLJUČEK</b>	<b>62</b>
<b>VIRI</b>		<b>64</b>



## KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 1: Število točk in velikost območij	39
Preglednica 2: Prikaz minimalne, maksimalne in srednje vrednosti ter standardnega odklona vertikalnih odstopanj za primer "Plaz Gorenje"	52
Preglednica 3: Prikaz minimalne, maksimalne in srednje vrednosti ter standardnega odklona vertikalnih odstopanj za primer "Deponija Celje"	52
Preglednica 4: Prikaz minimalne, maksimalne in srednje vrednosti ter standardnega odklona vertikalnih odstopanj za primer "Cesta"	53
Preglednica 5: Statistična primerjava ploskev interpoliranih z metodo Kriging	55
Preglednica 6: Statistična primerjava ploskev interpoliranih z Metodo z inverznimi razdaljami na potenco	56
Preglednica 7: Statistična primerjava ploskev interpoliranih z metodo Kriging in filtriranih z Gaussovimi filtrom	58
Preglednica 8: Statistična primerjava ploskev interpoliranih z metodo Kriging in zglajenih z metodo glajenja z zlepci	59
Preglednica 9: Statistična primerjava ploskev interpoliranih z metodo Kriging glede na velikost mreže	61

## KAZALO SLIK

### PRIVZETE SLIKE

Slika 1: a) Prikaz meritev skenerja: $r$ – dolžina, $\alpha$ – horizontalni kot, $\varphi$ – vertikalni kot	
b) Skenerjev koordinatni sistem – $X_s, Y_s, Z_s$ , izhodišče v centru skenerja	4
Slika 2: Metoda ICP	5
Slika 3: Riegl LMS-Z420i	6
Slika 5: Teoretični model semivariograma	13
Slika 6: Eksperimentalni semivariogram in vanj vključen teoretični model	14
Slika 7: a) Trikotniki ne zadostijo Delaunay-evemu kriteriju	
b) Delaunay-eva triangulacija	17
Slika 8: Vpliv "utežnih potenc"	18
Slika 9: Delaunay-eva triangulacija in Thiessen-ovi poligoni	21
Slika 10: Mreža Thiessen-ovih poligonov pred in po vključitvi nove točke $P_n$	22
Slika 11: Vpliv tenzije na interpolirano ploskev	24
Slika 12: "n-premikajoče povprečje"	29

### AVTORSKE SLIKE

Slika 4: Postopek ročnega odstranjevanja točk	9
Slika 13: Izvedba analize interpolacije in glajenja ploskev	35
Slika 14: Oblak točk vsakega od območij	38
Slika 15: Prikaz pogovornega okna za nastavitve parametrov v programu Surfer	40
Slika 16: Interpolacija območij z metodo Kriging	42
Slika 17: Triangulacija z linearno interpolacijo – primer "Plaz Gorenje"	43
Slika 18: Metoda naravnih sosedov	44
Slika 19: Metoda z inverznimi razdaljami na potenco – primer "Plaz Gorenje"	44
Slika 20: Modificirana Shepard-ova metoda	45
Slika 21: Metoda najbližjega soseda – primer "Plaz Gorenje"	46

Slika 22: Metoda premikanja povprečja – primer "Plaz Gorenje"	46
Slika 23: Metoda minimalne ukrivljenosti	47
Slika 24: Metoda minimalne ukrivljenosti – nerealne ekstremne vrednosti	47
Slika 25: Metode radialnih baznih funkcij – primer "Plaz Gorenje"	49
Slika 26: Nerealne ekstremne vrednosti – špice (primer "Plaz Gorenje")	49
Slika 27: Metoda lokalnih polinomov: Polinom 1. stopnje – primer "Deponija Celje"	50
Slika 28: Polinomska regresija: Enostavna ravninska ploskev – primer "Plaz Gorenje"	50
Slika 29: Glajenje ploskve z metodo Kriging	55
Slika 30: Glajenje ploskve z Metodo z inverznimi razdaljami na potenco	56
Slika 31: Glajenje ploskve z Gaussovimi filtrom	57
Slika 32: Prikaz metode glajenja z zlepci	59
Slika 33: Prikaz z metodo Kriging interpoliranih ploskev glede na velikost mreže	61

## **KAZALO PRILOG**

**Priloga A: Rezultati interpolacije podatkov**

**Priloga A1: Rezultati Triangulacije z linearno interpolacijo**

**Priloga A2: Rezultati Metode naravnih sosedov**

**Priloga A3: Rezultati Metode z inverznimi razdaljami na potenco**

**Priloga A4: Rezultati Modificirane Shepard-ove metode**

**Priloga A5: Rezultati Metode najbližjega soseda**

**Priloga A6: Rezultati Metode premikanja povprečja**

**Priloga A7: Rezultati Metode minimalne ukrivljenosti**

**Priloga A8: Rezultati Metode radialnih baznih funkcij**

**Priloga A9: Rezultati Metode lokalnih polinomov**

**Priloga A10: Rezultati Polinomske regresije**

**Priloga B: Rezultati glajenja ploskev**

**Priloga B1: Rezultati Metode z inverznimi razdaljami na potenco**



## 1 UVOD

S problemom določitve zvezne funkcije iz diskretno podanih podatkov se danes srečujemo na mnogih področjih, med drugim tudi pri predstavitvi površja Zemlje. Relativno enostavno rešimo ta problem z uporabo interpolacijskih metod, ki na podlagi nekaterih predpostavk določijo interpolacijsko funkcijo, ki se najbolje prilega danim oziroma izmerjenim točkam. Za izvedbo interpolacijskih metod obstaja pester izbor programskih paketov. Izbira posameznega je odvisna od želja posameznika, saj različni programi omogočajo različne nastavitve za izvedbo posamezne interpolacijske metode. Navadno pa se pojavi problem pri analiziranju interpolacijske metode, ko želimo kvalitetno interpretirati rezultate. Ne vemo namreč vedno, kako algoritem posamezne metode deluje. To pa je problem komercialnih programov, ker programski algoritmi niso zadovoljivo opisani v pomoči programa in navadno predstavljajo poslovno skrivnost podjetja.

V diplomski nalogi sem obravnavala osnovne lidarske podatke, ki tvorijo neke vrste oblak diskretnih 3D točk. Pri izvedbi interpolacijskih metod potrebujemo ravno diskretne podatke, čemur oblak lidarskih točk ustreza. Za boljše razumevanje značilnosti lidarskega oblaka točk sem v diplomsko nalogo tako vključila tudi nekaj osnovnih informacij o laserskem skeniranju oz. lidarskem snemanju. Izraza sta sinonima in opredeljujeta tehnologijo zajema podatkov z uporabo laserskih impulzov. Kratica *lidar* je okrajšava za *LIght Detection And Ranging*, kar pomeni svetlobno zaznavanje in merjenje razdalj ali *Laser Imaging Detection And Ranging*, kar pomeni lasersko snemanje, zaznavanje in merjenje razdalj (Oštir, 2006). Zaradi obsežnosti tehnologije laserskega skeniranja sem se omejila na terensko lasersko skeniranje, saj sem v diplomski nalogi pri preizkusu interpolacijskih metod uporabila le tovrstne podatke. Poleg terenskega laserskega skeniranja (angl. *terrestrial laser scanning*, s kratico *TLS*) poznamo tudi *aero* oz. zračno lasersko skeniranje (angl. *aerial laser scanning*, s kratico *ALS*). Kot že ime pove, se tehnologiji razlikujeta glede na kraj snemanja – pri *TLS* snemamo na terenu, pri *ALS* pa iz zraka.

Ker v postopek interpolacije navadno ne vključimo celotnega oblaka točk ampak le točke, ki jih potrebujemo, je potrebna predobdelava podatkov. Sama sem v interpolacijo vključila

točke, ki predstavljajo površje, ostale pa odstranila s postopkom filtriranja. Pomembna lastnost tega postopka je poleg klasifikacije točk tudi ta, da z njim zmanjšamo količino podatkov. Manj podatkov pa omogoča lažje delo, saj velike količine podatkov večini programov povzročajo težave.

Poleg predstavitve metod interpolacije in glajenja sem v diplomski nalogi le-te tudi preizkusila. Pri tem sem uporabila program Surfer 8. Program uporabljajo tudi pri podjetju DFG CONSULTING d.o.o., kjer sem pridobila lidarske podatke in diplomsko nalogo tudi začela. Program je enostaven za uporabo, nudi velik nabor metod, poleg tega pa je njegova "demo" verzija prosto dostopna na spletni strani proizvajalca Golden Software. Slabost verzije brez licence je le v tem, da obdelanih podatkov ni možno shraniti ampak le prikazati. Vse ostale funkcije v programu niso zaklenjene.

V teoretičnem delu diplomske naloge najprej opisujem tehnologijo terenskega laserskega skeniranja (poglavje 1) in postopek obdelave oblaka lidarskih točk (poglavje 2) za namen izvedbe interpolacije. V tretjem poglavju razložim osnovni princip interpolacije (poglavje 3.1) in predstavim vseh 12 interpolacijskih metod (poglavje 3.2), ki jih ponuja program Surfer 8. Te metode so: Kriging (poglavje 3.2.1), Triangulacija z linearno interpolacijo (poglavje 3.2.2), Metoda z inverznimi razdaljami na potenco (poglavje 3.2.3), Modificirana Shepardova metoda (poglavje 3.2.4), Metoda naravnih sosedov (poglavje 3.2.5), Metoda minimalne ukrivljenosti (poglavje 3.2.6), Metoda najbližjega sosedu (poglavje 3.2.7), Metoda radialnih baznih funkcij (poglavje 3.2.8), Metoda lokalnih polinomov (poglavje 3.2.9), Metoda premikanja povprečja (poglavje 3.2.10), Polinomska regresija (poglavje 3.2.11) in Metoda "merjenja" podatkov (poglavje 3.2.12). Vsako od njih sem poskušala kar najbolje opisati, literaturo pa sem črpala tako iz pomoči programa Surfer 8 kot tudi iz najrazličnejših dostopnih virov. Sledi opis metod glajenja ploskev (poglavje 3.3), ki jih nudi Surfer 8. Nekatere od interpolacijskih metod omogočajo glajenje ploskve že tekom interpoliranja, saj imajo opcijo nastavitve faktorja glajenja. Postopka glajenja v programu pa sta tudi glajenje z zlepkami in s pomočjo nizkopropustnih filtrov. Praktični del diplomske naloge začnjam z opisom statistične analize (poglavje 4.1), ki temelji na vertikalnih odstopanjih danih in interpoliranih vrednosti. Le-te so osnova za izračun standardnega odklona in ostalih statistik. Poglavje 4.2 obsega predpripravo lidarskih podatkov na izvedbo interpolacij. Uporabljeno metodologijo

predstavim v poglavju 4.3. V nadaljevanju sledi preizkus vseh zgoraj navedenih interpolacijskih metod v programu Surfer 8 (poglavje 4.4), razen Metode "merjenja" podatkov. Slednja namreč ni prava interpolacijska metoda, ampak le podaja statistične informacije o podatkih in njihovih lastnostih, zato je nisem vključila v praktični del diplomske naloge. Za ocenitev primernosti interpolacijskih metod sem v programu Surfer 8 poleg dejanskega prikaza interpoliranih površin izvedla še statistično analizo rezultatov (poglavje 4.5). Pri analiziranju rezultatov sem tako upoštevala vizualni prikaz ploskve kot tudi skladnost dane in interpolirane vrednosti. Praktični del vsebuje tudi preizkus metod glajenja ploskev v programu Surfer 8 (poglavje 4.6). Ploskve so vizualno predstavljene, narejena pa je bila tudi statistična analiza vertikalnih odstopanj referenčne in glajene ploskve.

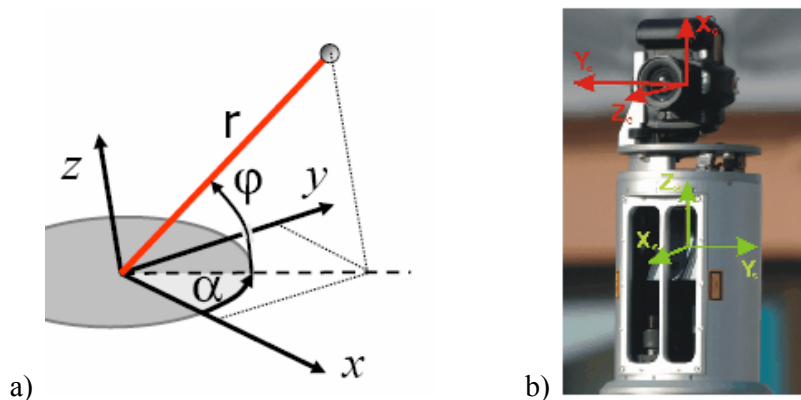
S predstavitvijo in analizo interpolacijskih metod ter metod glajenja sem poskušala opredeliti primernost le-teh za namen prikaza površja iz lidarskih podatkov. Prva ugotovitev je bila, da je brez ustreznih izkušenj in znanja zelo težko podati konkretna "pravila" za uporabo metod. V literaturi sicer lahko najdemo napotke o primernosti metod za določene karakteristike podatkov, vendar pa so le-ta zelo splošna in zato v praksi mnogokrat ne dosežejo svojega namena.



## 2 TERESTRIČNO LASERSKO SKENIRANJE

### 2.1 Lasersko skeniranje in lidarski podatki

S tehnologijo laserskega skeniranja lahko v zelo kratkem času pridobimo zelo natančne podatke o zemeljskem površju in objektih na njem. Tehnologija omogoča določanje razdalje do objektov s pomočjo laserskega impulza. Poleg razdalje skener izmeri tudi horizontalni in vertikalni kot laserskega impulza do merjenih točk (slika 1) in intenziteto odboja. Le-ta je odvisna od odbojnosti površin in je lahko podana kot črno-bela ali barvna (barvni model RGB: "Red"/rdeča – "Green"/zelena – "Blue"/modra) vrednost. Barvno oz. RGB vrednost izmerimo direktno ali v primeru, ko imamo na skenerju vpet fotoaparata, jo pridobimo iz fotografskih posnetkov.



Slika 1: a) Prikaz meritev skenerja:  $r$  – dolžina,  $\alpha$  – horizontalni kot,  $\varphi$  – vertikalni kot (Pfeifer, 2007)

b) Skenerjev koordinatni sistem –  $X_s, Y_s, Z_s$ , izhodišče v centru skenerja (program RiSCAN PRO – pomoč, 2007)

Iz izmerjenih polarnih koordinat, t.j. dolžine  $r$  ter kotov  $\alpha$  in  $\varphi$  se izračunajo koordinate merjenih točk po sledečih formulah:

$$\begin{aligned}x &= r \cdot \cos \varphi \cdot \cos \alpha \\y &= r \cdot \cos \varphi \cdot \sin \alpha \\z &= r \cdot \sin \varphi\end{aligned}\tag{2.1}$$

Tako pridobimo koordinate merjenih točk v skenerjevem koordinatnem sistemu. Rezultat skeniranja je torej množica 3D točk  $(x, y, z)$ , ki jo imenujemo tudi oblak točk in intenziteta odboja impulza na površju, pogosto pa tudi RGB vrednost odbojne površine.

Ker pa navadno iz enega stojišča ne moremo posneti celotnega želenega območja, še posebej v primeru skeniranja objektov, kjer je na enem skenu objekt viden le z ene ali dveh strani, opravimo zajem iz večih stojišč. Tako pridobimo več skeniranih oblakov točk s 3D koordinatami, vsakega v svojem skenerjevem koordinatnem sistemu.

Za združitve vseh točk v enotnem koordinatnem sistemu obstaja več metod (Pfeifer, 2007):

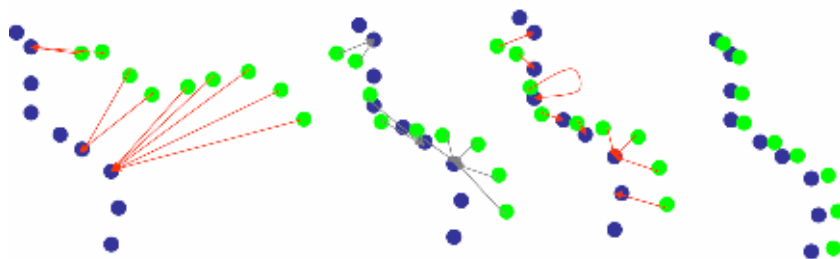
a) Združitev s pomočjo tarč oziroma veznih točk

Iste tarče posnamemo iz večih stojišč in tako pridobimo koordinate veznih točk, ki jih uporabimo za združitev oblakov točk v enotni koordinatni sistem. V primeru ko želimo imeti koordinate merjenih točk v državnem koordinatnem sistemu potrebujemo koordinate veznih točk v skenerjevem in državnem koordinatnem sistemu.

b) Metoda ICP (angl. iterative closest point)

Z ICP algoritmom združimo dva oblaka točk. Algoritem iterativno določi transformacijo (translacijo, rotacijo) med dvema oblakoma točk. Deluje sledeče:

- poveže sosednje točke po kriteriju najbližjega soseda,
- oceni parametre transformacije na osnovi funkcije, ki izračuna minimalni srednji kvadrat odstopanj med dvema paroma točk,
- transformira točke glede na ocenjene parametre,
- izvaja iteracije, dokler ni zadoščeno začetnemu pogoju.



Slika 2: Metoda ICP (Pfeifer, 2007)

c) Združitev na osnovi geometričnih značilnosti objektov

Oblake točk združimo na osnovi odgovarjajočih oblik, t.j. linij, ravnin,...

d) Direktno georeferenciranje

Možnost direktnega georeferenciranja imajo skenerji, ki imajo vgrajen horizontalni in vertikalni kompenzator. Prednost te metode pa je, da naknadna obdelava oblakov točk ni potrebna, saj že na terenu pridobimo georeferencirane 3D koordinate točk.

Za skeniranje lahko uporabimo različne skenerje. Ločimo jih glede na:

- način merjenja dolžine: fazni skenerji, impulzni skenerji in trigonometrični skenerji;
- način snemanja: kameraskenerji, panoramski skenerji, hibridni skenerji.

## 2.2 Skener Riegl LMS-Z420i

Skener Riegl LMS-Z420i (slika 3) je terestrični laserski skener, ki omogoča visoko hitrost, resolucijo in natančnost 3D meritev. Celotni sistem Riegl LMS-Z420i pa poleg skenerja sestavljata še kalibriran visokoločljivi digitalni fotoaparater ter operacijski in procesni programski paket RiSCAN PRO.



Slika 3: Riegl LMS-Z420i (Riegl laser measurement systems, 12.03.2008)

Lastnosti skenerja:

- je skener dolgega dosega do 1000 metrov;

- izmeri lahko do 11000 točk/sekundo;
- vidno polje ima v vertikalni smeri od 0° do 80°, v horizontalni pa od 0° do 360°;
- je prenosljiv in robusten.

Podrobnejši opis skenerja je dostopen na spletni strani Riegl laser measurement systems:  
<http://www.riegl.com>.

### **2.3 Obdelava lidarskih podatkov**

Z laserskim skeniranjem lahko posnamemo neomejeno število točk, zato je potrebno skeniran oblak točk obdelati in odstraniti nepotrebne podatke. S skeniranjem namreč posnamemo celotno vidno področje, ki pa navadno vsebuje tudi podatke, ki nas ne zanimajo. V primeru izdelave modela površja potrebujemo samo točke, ki predstavljajo površje, na pa tudi vegetacije in raznih objektov. Za odstranitev nepotrebnih točk obstajajo različne tehnike. Najpogosteje je v uporabi postopek filtriranja, lahko pa nepotrebne podatke odstranimo tudi ročno. V praksi se pokaže, da je potrebna kombinacija filtriranja in nato še ročne obdelave oblaka točk.

Avtomatsko filtriranje lidarskih podatkov izvedemo v računalniškem programu, ki je namenjen obdelavi podatkov in nudi različne vrste filtrov. Z njimi lahko poudarimo ali zabrišemo lastnosti ploskve. Za namen izdelave ploskve iz lidarskih podatkov se najpogosteje uporabljajo filtri, ki se uporabljajo za glajenje ploskev in filtri, ki zreducirajo količino podatkov. Slednje vpliva na hitrost nadaljnje obdelave podatkov. Količina točk, ki jih vsebuje originalni oblak točk, je ponavadi prevelika in zato upočasni delovanje programa. Lahko pa se zgodi, da program tako velike količine podatkov ne more obdelati in zablokira. S filtriranjem odstranimo iz podatkov tudi šum, ki nastane zaradi divergence laserskega žarka in povzroči napačno ocenitev razdalje do objekta.

V programu RiSCAN PRO sta med drugim na voljo naslednja filtra, ki zreducirata količino podatkov (program RiSCAN PRO – pomoč):

○ Octree filter

Filter deluje po principu oktalnega drevesa. Ta struktura temelji na kocki, ki je razdeljena na 8 enakih kock od katerih je vsaka zopet razdeljena na 8 enakih kock in tako naprej dokler ni dosežena najmanjša velikost kocke. V vsaki od kock se po filtriranju nahaja ena točka, ki predstavlja težišče povprečja vseh točk v kocki.

○ 2.5D raster

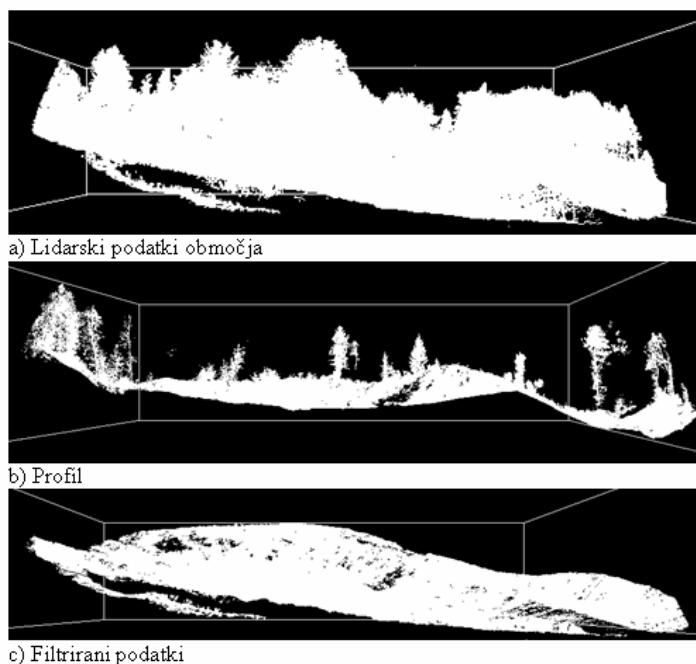
Za uporabo 2.5D raster filtra je potrebno najprej definirati referenčno ravnino, ki je ponavadi XY ravnina. Nato filter iz oblaka točk generira 2.5D raster. To pomeni, da vsaka rastrska celica vsebuje samo eno točko, ki lahko predstavlja najmanjšo, največjo ali povprečno vrednost vseh točk v celici.

Za namen glajenja ploskev in odstranjevanja šuma iz podatkov se uporabljajo nizkopropustni filtri. Program Surfer 8 ponuja naslednje (program Surfer 8 – pomoč):

○ Linearni konvolucijski filtri (angl. linear convolution filters)

Linearni konvolucijski filtri so: filter premikanja povprečja (angl. moving average filter), filter utežne razdalje (angl. distance weighting filter), filter inverzne razdalje (angl. inverse distance filter) in Gauss-ov nizkoprepustni filter (angl. Gaussian low-pass filter). Vsi filtri določijo vrednosti kot utežno povprečje sosednjih točk. Med seboj se razlikujejo glede na velikost vplivnega območja in po načinu določitve uteži. Vsi filtri so nizkopropustni filtri (angl. low - pass filters), ki iz podatkov odstranijo šum in tako zgladijo ploskev.

Odstranjevanje nepotrebnih točk lahko izvedemo tudi ročno (slika 4). V tem primeru celotno območje lidarskih točk razdelimo na profile in nepotrebne točke odstranjujemo postopoma po profilih. Postopek je zelo zamuden in zahteven, saj je na razgibanem terenu zelo težko ločiti nizko rastje in objekte od dejanskega površja. V praksi se tako največkrat uporablja kombinacija avtomatskega filtriranja in naknadne ročne obdelave, saj po filtriranju navadno ostanejo posamezne osamljene odvečne točke ali manjše skupine točk, ki jih nato odstranimo ročno.



Slika 4: Postopek ročnega odstranjevanja točk

Filtriran oziroma obdelan oblak lidarskih točk lahko uporabimo za različne namene, med drugim tudi za modeliranje površja. Modelirana ploskev predstavlja matematičen model realnega objekta. Za namene modeliranja na osnovi raztresenih točk so bili razviti različni algoritmi, najpogosteje pa se pri rekonstrukciji površja uporabljajo metode triangulacije (Shojaee in ostali, 2006). V programskih paketih pa največkrat zasledimo modeliranje ploskev terena na osnovi kvadratne celične mreže. Raztresene točke povežemo v kvadratno mrežo s pomočjo interpolacije in tako dobimo pravilno štirikotno mrežo. Oba pristopa imata svoje prednosti in slabosti, pri predstavitvi površja pa nas predvsem zanima točnost modela ploskve. V primeru celične mreže je le-ta odvisna od ločljivosti mrežne celice, medtem ko je pri TIN (angl. Triangular Irregular Network) pristopu odvisna od gostote podanih točk (Šumrada, 2005).

### 3 INTERPOLACIJA IN GLAJENJE PLOSKEV

#### 3.1 Interpolacija

Z metodo laserskega skeniranja pridobimo 3D diskretne vrednosti opazovanj, ki so navadno naključno porazdeljene. Pri obdelavi lidarskih podatkov tako pogosto naletimo na problem, kako določiti neznan vrednost med dvema izmerjenima točkama. Te vrednosti določimo s pomočjo različnih interpolacijskih metod. Interpolacija je torej postopek določitve neznanih vmesnih vrednosti med znanimi vrednostmi meritev. Z njo določimo potek ploskve ali funkcije na nepoznanih točkah. Pri interpoliranju pa se upošteva tudi predpostavka vsake interpolacije, da je podobnost med bližnjimi točkami večja kot med bolj oddaljenimi.

Problem lahko definiramo tudi sledeče. Če imamo dano množico  $n$  raztresenih točk  $M_i = (x_i, y_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$  in skalarne vrednosti  $z_i$  za vsako od točk, da velja  $z_i = F(x_i, y_i)$  za neko funkcijo  $F(x, y)$ , potem iščemo interpolacijsko funkcijo  $\bar{F} \approx F(x_i, y_i)$  tako, da je

$$\bar{F}(x_i, y_i) = z_i \quad (3.1)$$

(Ramos, 2001).

#### 3.2 Interpolacijske metode

Interpolacijske metode lahko klasificiramo na različne načine, navadno pa jih delimo na:

– Lokalne in globalne metode

Lokalne metode pri interpoliranju neznan vrednosti upoštevajo izbrano okolico okoli neznan točke, medtem ko globalne metode za izračun neznan vrednosti točk upoštevajo celotno obravnavano območje.

– Deterministične in stohastične (geo-statistične) metode

Deterministične interpolacijske metode uporabljajo matematične funkcije pri izračunu vrednosti na neznan lokacijah. Delimo jih na različne tipe. Prvi tip so tiste metode, ki interpolirajo glede na stopnjo podobnosti med sosednjimi točkami (npr. Metoda z

inverznimi razdaljami na potenco, Metoda radialnih baznih funkcij). Te metode so lokalne in pri izračunu upoštevajo utežno povprečje vrednosti na izbranem območju. Drugi tip metod so tiste, ki temeljijo na stopnji glajenja. Te metode so globalne in poznane kot "funkcije prilaganja" (angl. fitted functions techniques).

Stohastične metode za določitev neznanih vrednosti uporabljajo matematične in stohastične metode. Značilnost teh metod je, da pri interpoliranju upoštevajo statistične lastnosti podatkov, kot je korelacija med podatki in trend ploskve (npr. Polinomska regresija, Kriging) (Smith, Holland, Longley, 2003).

– Točne in približne metode

Točni interpolatorji tudi po interpolaciji ohranjajo merjene vrednosti, kar pomeni, da predstavljajo podane podatke točno.

Približni interpolatorji ne ohranjajo vrednosti merjenih točk po interpolaciji. Razlike med merjenimi in interpoliranimi vrednostmi pa se navadno uporabljajo za ocenitev modela kakovosti (Peralvo, 2003).

### 3.2.1 Kriging

Kriging metode so geo-statistične interpolacijske tehnike, ki določijo interpolirano vrednost kot utežno linearno premikanje povprečja vrednosti bližnjih danih točk. Pri določitvi uteži upoštevajo prostorsko odvisnost med podatki, ki jo predstavimo s semivariogramom. Izračun uteži temelji na pogoju o nepristranski oceni interpolirane vrednosti in minimalni ocenjeni varianci na novi točki. Učinkovitost metode je odvisna od izbire parametrov, saj le-ti vplivajo na kakovost rezultatov. Metoda omogoča tudi oceno natančnosti vsake interpolirane točke (Eotvos University, 12.05.2008; Šumrada, 2005).

Interpolirano vrednost  $\hat{Z}(s_0)$  s postopkom Kriging izračunamo kot linearno kombinacijo vrednosti danih točk na  $n$  lokacijah  $s$ :

$$\hat{Z}(s_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot Z(s_i) \quad (3.2)$$

Kjer sta:



$\lambda_i$  ... utež

$Z(s_i)$  ... funkcijska vrednost točke

Določitev vrednosti  $\hat{Z}(s_0)$  temelji na stohastičnem modelu prostorske odvisnosti med podatki, ki ga lahko ovrednotimo na osnovi variograma  $\gamma(\vec{h})$  ali na osnovi pričakovane vrednosti  $\mu(s) = E(\hat{Z}(s))$  in kovariančne funkcije  $c(s)$  (Wikipedia, 14.04.2008).

Vendar pa se interpolacija z metodo Kriging ne začne z izračunom neznanih vrednosti na novih točkah. Prvi korak je modeliranje variograma oziroma semivariograma (semivarianca je polovica variance) s katerim opišemo prostorsko variabilnost vrednosti točk glede na oddaljenost in smer. Kadar pri izdelavi semiovariograma upoštevamo smeri spremenljivosti lastnosti podatkov, govorimo o anizotropičnem semivariogramu, drugače je le-ta izotropičen. Semivariogram skonstruiramo v dveh korakih: najprej izdelamo eksperimentalni semivariogram, nato pa vanj vključimo še teoretični model (linearni, eksponentni, sferični,...), ki ga izberemo glede na značilnosti podatkov (ems-i – spletna stran, 13.05.2008).

Eksperimentalni semivariogram predstavlja korelacijo med točkami glede na oddaljenost  $h$  in ga zapišemo kot:

$$\gamma(\vec{h}) = \frac{1}{2N(\vec{h})} \sum_{i=1}^{N(\vec{h})} [Z(\vec{s}_i) - Z(\vec{s}_i + \vec{h})]^2 \quad (3.3)$$

Kjer so:

$\gamma(\vec{h})$  .... ocenjena semivarianca za razdaljo  $\vec{h}$

$N(\vec{h})$  .... število parov točk, kjer sta točki med seboj oddaljeni  
za vrednost  $\vec{h}$

$Z(\cdot)$  .... merjena vrednost v  $(\cdot)$

Zgornja enačba je enostavno rešljiva, če so točke razporejene enakomerno in so variacije med njimi neodvisne od smeri. To pomeni, da je semivarianca  $\gamma(\vec{h})$  odvisna samo od oddaljenosti, ne pa tudi od smeri. Če pa so točke neenakomerno razporejene, je potrebno formirati razrede

oddaljenosti in glede na anizotropijo med podatki tudi ustrezne semivariogramme glede na tipične smeri (Sarkozy, 1998).

Teoretični model semivariogram zapišemo z naslednjo enačbo:

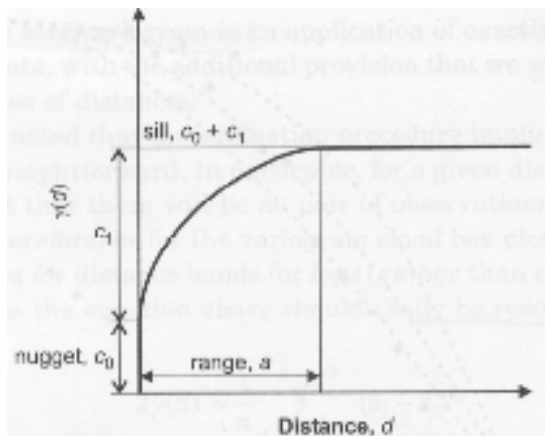
$$\gamma(\vec{h}) = \frac{1}{2} E \left[ \left[ Z(\vec{s}_i) - Z(\vec{s}_i + \vec{h}) \right]^2 \right] = \frac{1}{2} \text{Var} \left[ Z(\vec{s}_i) - Z(\vec{s}_i + \vec{h}) \right] \quad (3.4)$$

Kjer so:

$\gamma(\vec{h})$  .... ocenjena semivarianca za razdaljo  $\vec{h}$

$Z(\cdot)$  .... merjena vrednost v ( $\cdot$ )

Grafično teoretični model predstavimo sledeče:



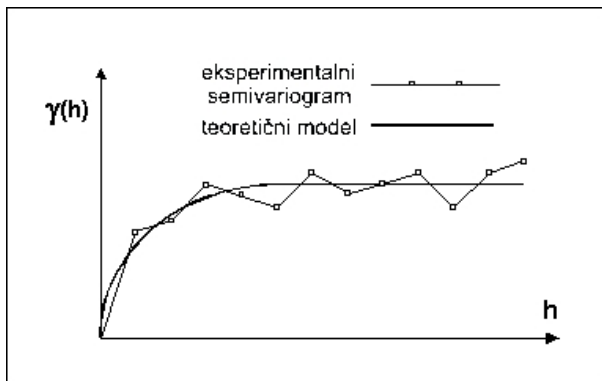
Slika 5: Teoretični model semivariograma (Kim, 2008)

Na grafu so predstavljene naslednje količine:

- x-os: razdalja;
- y-os: semivarianca;
- $c_0$  (angl. nugget effect): nugget efekt oz. zrno, ki predstavlja zrnatost semivariograma. Zrnatost razložimo z variabilnostjo rezultatov pri meritvah iste točke, ki so posledica inštrumentalnih, slučajnih ali drugih pogreškov. Izbira velikosti zrna v modelu semivariograma vpliva na natančnost interpolacije.;
- $c_1$ : vertikalno merilo semivariograma, ki je različno za vsako komponento modela;
- $c_0 + c_1$  (angl. sill): prag semivariograma, ki predstavlja prostorsko varianco slučajnega procesa;

– a (angl. range): variogramski razmik, ki določa razdaljo pri kateri se semivarianca stabilizira in je v nadaljevanju konstantna (Kim, 2008; Šumrada, 2005; Kastelec, 2001; Surfer 8 – pomoč).

Teoretični model vključimo v eksperimentalni semivariogram (slika 6). To pomeni, da semivariogram aproksimiramo s funkcijo, ki se najboljše prilega podatkom in je določena na osnovi metode izravnave, ki temelji na metodi najmanjših kvadratov odstopanj. Povedano drugače, teoretični model je matematična funkcija, ki predstavlja trend podatkov v eksperimentalnem semivariogramu (Sarkozy, 1998). Za predstavitev trenda se lahko uporabijo različni modeli: linearni, Gaussov, eksponentni, sferični,... Na osnovi tako modeliranega semivariograma lahko ocenimo semivarianco na katerikoli razdalji (Šumrada, 2005).



Slika 6: Eksperimentalni semivariogram in vanj vključen teoretični model (ems-i – spletna stran, 13.05.2008)

Semivariogram uporabimo za opredelitev uteži. Uteži se določijo ob pogojih, da je:

- ocenjena varianca na novi točki minimalna:  $\sigma^2(s_0) = E\left[\left(\hat{Z}(s) - Z(s)\right)^2\right] \Rightarrow \min.;$
- pričakovana vrednost razlike med ocenjeno in dejansko interpolirano vrednostjo enaka nič:  $E\left[\hat{Z}(s) - Z(s)\right] = 0$  (Wikipedia, 14.04.2008).

Izračunati uteži pa pomeni rešiti sistem linearnih enačb (Sarkozy, 1998):

$$\Lambda_0 = K^{-1}C_0 \quad (3.5)$$

Kjer so:

$\Lambda_0$  .... vektor uteži

$C_0$  .... vektor semivarianc med iskano in podano točko

$K$  .... Kriging matrika = matrika semivarianc med pari danih točk

Obstaja več variant metode Kriging, najpogosteje pa so v uporabi Enostavni, Navadni in Univerzalni kriging. Metode se med seboj razlikujejo glede na to, kako je definirano povprečje  $\mu(s)$ .

### **Enostavni kriging (angl. Simple kriging)**

Enostavni kriging je matematično najenostavneje rešljiv, vendar pa je njegova slabost, da ni dovolj splošen. Predpostavlja namreč, da je trend modela znan, t.j. da je pričakovana vrednost slučajnega procesa  $\mu(s) = 0$ , kar pa v praksi ni ravno pogosto.

Izračun uteži z metodo Enostavni kriging izhaja iz enačbe (3.5) in je sledeč:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c(s_1, s_1) & \cdots & c(s_1, s_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c(s_n, s_1) & \cdots & c(s_n, s_n) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} c(s_1, s_0) \\ \vdots \\ c(s_n, s_0) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

V enačbi (3.6) so vrednosti  $c(s_i, s_j)$  izračunane iz semivariograma. Vektor  $C_0$  je drugačen za vsako interpolirano točko (Wikipedia, 14.04.2008).

### **Navadni kriging (angl. Ordinary kriging)**

Navadni kriging predpostavlja, da trend ni znan, vendar pa je stalen s konstantno srednjo vrednostjo  $\mu$ :  $\mu(s) = \mu$ . Velja tudi, da je vsota vseh uteži enaka 1, t.j.  $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$ . Enačba izpolnjuje pogoj nepristranskosti interpolirane vrednosti  $E(\hat{Z}(s_0)) = \mu$ .

Uteži izračunamo po enačbi (3.5) kot:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(s_1, s_1) & \cdots & \gamma(s_1, s_n) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(s_n, s_1) & \cdots & \gamma(s_n, s_n) & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \gamma(s_1, s_0) \\ \vdots \\ \gamma(s_n, s_0) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

V enačbi (3.7) je  $u$  Lagrange-ov multiplikator uporabljen pri minimaliziranju variance (Wikipedia, 14.04.2008).

### Univerzalni kriging (angl. Universal kriging)

Univerzalni kriging predvideva, da obstaja trend med podatki, vendar pa funkcija trenda ni znana vnaprej. Predpostavlja linearni trend modela, kar zapišemo kot:  $\mu(s) = \sum_{k=0}^p \beta_k Z(s)$ , kjer so  $\beta_k$  koeficienti linearne kombinacije.

Matematični model Univerzalnega kriginga zapišemo sledeče:

$$Z(s) = \mu(s) + \delta(s) \quad (3.8)$$

V enačbi (3.8)  $\mu(s)$  predstavlja deterministični del slučajnega procesa  $Z(s)$ ,  $\delta(s)$  pa ostanek determinističnega dela in ponazarja slučajni del modela Univerzalnega kriginga. Interpolirano vrednost tudi v tem primeru izračunamo po enačbi (3.2). Koeficiente  $\lambda_i$  določimo tako, da je pričakovana vrednost kvadratov razlik med dejanskimi in interpoliranimi vrednostmi minimalna (Kastelec, 2001).

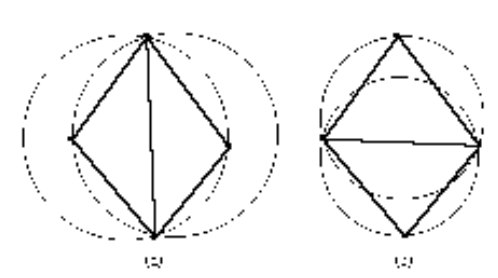
### 3.2.2 Triangulacija z linearno interpolacijo (angl. Triangulation with linear interpolation)

Metoda je najprimernejša za enakomerno razporejene podatke, saj če le-ti vsebujejo območja z manjšo gostoto podatkov, ta na interpolirani ploskvi izstopajo kot ravne trikotniške površine. Metoda je tudi zelo učinkovita pri ohranjanju lomnih črt. Ker so v trikotnike

povezane dane točke, velja metoda za točno interpolacijsko metodo, ki ohranja vrednosti na danih točkah (Surfer – pomoč).

Algoritem najprej poveže točke v trikotniško mrežo po principu Delaunay-jeve triangulacije (slika 7). Konstruirani trikotniki morajo izpolnjevati sledeče Delaunay-jeve kriterije:

- trikotniki naj bodo čimbolj enakostranični, s čimer eliminiramo ostre kote in podolgovate trikotnike;
- množica točk, ki obdajajo mrežo, mora biti konveksna, t.j. rob območja mora biti konveksen;
- če trikotniku očrtamo krog, znotraj njega ne sme biti nobene druge točke.



Slika 7: a) Trikotniki ne zadostijo Delaunay-jevemu kriteriju

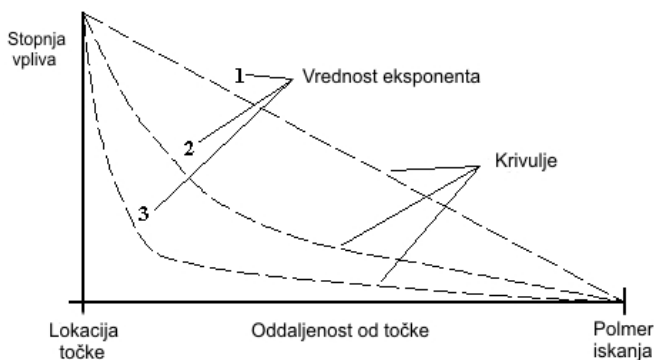
b) Delaunay-eva triangulacija (ems-i – spletna stran, 06.05.2008)

Točke povezane v trikotnike predstavljajo ravno ploskev. Interpolirano vrednost točke znotraj trikotniške ploskve pridobimo z linearno interpolacijo.

### 3.2.3 Metoda z inverznimi razdaljami na potenco (angl. Inverse distance to a power)

Metoda z inverznimi razdaljami na potenco je lokalna deterministična interpolacijska metoda in je ena od najpogosteje uporabljenih za interpoliranje raztresenih točk. Metoda interpolira vrednosti na osnovi dodeljenih uteži glede na oddaljenost med točkami. To pomeni, da vpliv posamezne točke na interpolirano vrednost upada z njeno oddaljenostjo, saj imajo sosednje točke navadno podobne vrednosti, medtem ko so vrednosti oddaljenejših točk skoraj

neodvisne. Uteži so točkam dodeljene z uporabo "utežnih potenc", ki kontrolirajo, kako utežni faktor upada s povečevanjem oddaljenosti od interpolirane točke (slika 8).



Slika 8: Vpliv "utežnih potenc" (Eotvos University, 12.05.2008)

Torej večja kot je oddaljenost, manjša je utežna potencia in manjši je vpliv točke na interpolirano vrednost. Vedno pa velja, da je vsota vseh dodeljenih uteži enaka 1. Ker velja metoda za lokalno, je interpolirana vrednost določena kot utežno povprečje vseh izbranih točk (Surfer – pomoč; Eotvos University, 12.05.2008).

Vrednost interpolirane točke izračunamo kot:

$$\hat{Z}_j = \frac{\sum_{i=1}^n Z_i h_{ij}^\beta}{\sum_{i=1}^n h_{ij}^\beta} \quad (3.9)$$

Kjer so:

$h_{ij} = \sqrt{d_{ij}^2 + \delta^2}$  ... učinkovita ločitvena razdalja med točko j in sosednjo točko i

$\hat{Z}_j$  ... interpolirana vrednost za točko j

$Z_i$  ... sosednje točke

$d_{ij}$  ... razdalja med točko j in sosednjo točko i

$\beta$  ... parameter potence

$\delta$  ... parameter glajenja

V primeru, ko pri interpoliranju ne uporabimo parametra glajenja, se metoda obnaša kot točen interpolator (Surfer – pomoč). Primerna je za rahlo razgibana območja, slabše pa se obnese pri interpoliranju vrhov in najnižjih točk terena, saj interpolirana točka nikoli ne zavzame višje oziroma nižje vrednosti od danih točk (Podobnikar, 2001).

### 3.2.4 Modificirana Shepard-ova metoda (angl. Modified Shepard's method)

Prvotna formulacija metode je Shepard-ova metoda, ki velja za eno prvih metod interpoliranja raztresenih podatkov in interpolira na osnovi utežnega povprečja vrednosti. Njena značilnost je, da je globalna metoda. Iz nje je bila nato izpeljana Modificirana Shepard-ova metoda, ki prilagodi utežno funkcijo tako, da ta pri izračunu upošteva samo vrednosti, ki ležijo znotraj določenega območja in zato velja za lokalno metodo. Modifikacija tako izboljša osnovno metodo z ohranitvijo oblike ploskve v bližini interpoliranih točk (Ramos, 2001). Ker Modificirana Shepard-ova metoda pri interpoliranju uporablja metodo najmanjših kvadratov na osnovi inverzne razdalje (angl. inverse distance least squares method), je podobna Metodi inverzne razdalje na potenco (Surfer 8 – pomoč).

Interpolacijska funkcija Modificirane Shepard-ove metode ima sledečo obliko:

$$S(x, y) = \sum_{i=1}^n Q_i(x, y) \cdot W_i(x, y) \quad (3.10)$$

Kjer sta:

$Q_i(x, y)$  ... kvadratna funkcija

$W_i(x, y)$  ... utežna funkcija

Kvadratna funkcija  $Q_i(x, y)$  je definirana kot:

$$Q_i(x, y) = z_i + a_{i1}(x - x_i)^2 + a_{i2}(x - x_i)(y - y_i) + a_{i3}(y - y_i)^2 + a_{i4}(x - x_i) + a_{i5}(y - y_i) \quad (3.11)$$

V enačbi (3.11) so koeficienti  $a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, a_{i4}, a_{i5}$  odvisni od danih točk  $(x_i, y_i, z_i)$ . Po definiciji velja, da je  $Q_i(x_i, y_i) = z_i$ , koeficienti  $a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, a_{i4}, a_{i5}$  pa so določeni tako, da je



funkcija  $Q_i$  najboljša aproksimacija danih točk, ki temelji na utežnih razdaljah in najmanjših kvadratih (angl. distance-weighted least-squares approximation) (Asim, Mustafa, Brodlić, 2004).

Normalizirana utežna funkcija ima obliko:

$$W_i(x, y) = \frac{w_i(x, y)}{\sum_{k=1}^n w_k(x, y)} \quad (3.12)$$

kjer so  $w_k$  relativne uteži, določene glede na Evklidsko razdaljo

$$w_k(x, y) = \left( \frac{\left( R - \|(x_k, y_k) - (x, y)\|_2 \right)_+}{R \cdot \|(x_k, y_k) - (x, y)\|_2} \right)^2 \quad (3.13)$$

in velja:  $(a)_+ = \begin{cases} a & \text{če } a > 0 \\ 0 & \text{drugace} \end{cases}$ . Oznaka R označuje polmer območja iskanja okoli interpolirane

točke  $(x_k, y_k)$ . Za vse točke zunaj tega območja je utež  $W_i(x_j, y_j) = \begin{cases} 1 & \text{če } i = j \\ 0 & \text{drugace} \end{cases}$ . Tako

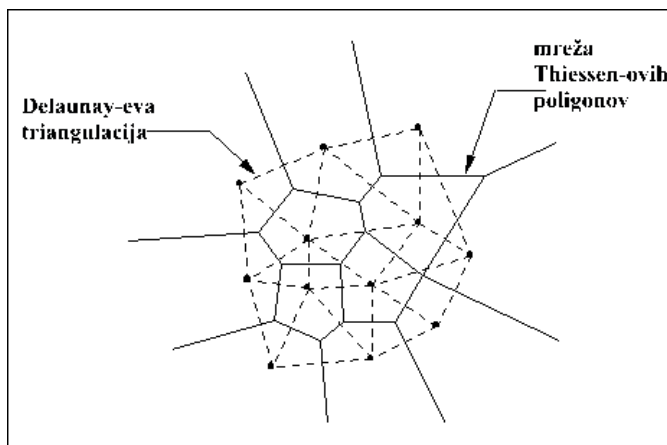
funkcija  $S(x, y)$  zadovolji pogoj interpolacije, da je  $S(x_i, y_i) = Q_i(x_i, y_i) = z_i$  (Ramos, 2001).

Izvedba metode v programu Surfer omogoča določitev območja iskanja glede na število sosedov oziroma sosednjih vrednosti. Z izbiro števila program določi polmer R in s tem območje, ki vsebuje izbrano število sosedov. Določimo lahko svoje območje za določitev kvadratne funkcije in drugo ali enako območje za določitev uteži. Prvo se imenuje "kvadratni sosedje" (angl. quadratic neighbors), drugo pa "utežni sosedje" (angl. weighting neighbors).

### 3.2.5 Metoda naravnih sosedov (angl. Natural neighbor)

Metoda naravnih sosedov temelji na Voronoi-jevih diagramih oziroma Thiessen-ovih poligonih in utežnem povprečju sosednjih vrednosti. Posebnost metode je, da uteži niso določene na osnovi razdalje, ampak območja (Sukumar, 1997).

Mrežo Thiessen-ovih poligonov skonstruiramo na osnovi Delaunay-eve triangulacije (slika 9). Vsaki točki v mreži ustreza en Thiessen-ov poligon, ki je skonstruiran tako, da vozlišča poligona sovpadajo s središči očrtanih krogov trikotnikov Delaunay-eve triangulacije. Za točko znotraj poligona velja, da je bližje poligonu kot katerakoli druga od točk.



Slika 9: Delaunay-eve triangulacija in Thiessen-ovi poligoni (Owen, 1993)

Za določitev uteži naravnim sosedom interpolirane točke se uporabljajo lokalne koordinate, v literaturi pa lahko zasledimo tudi termin naravne koordinate. Lokalne koordinate, t.j. uteži, določajo kolikšen vpliv bo imela vsaka od sosednjih točk na interpolirano vrednost.

Lokalne koordinate so prikazane na sliki 10. Točke 1-10 so dane točke in njihove vrednosti poznamo,  $P_n$  pa je točka, ki jo želimo interpolirati. Z vključitvijo  $P_n$  v mrežo spremenimo triangulacijsko mrežo in s tem tudi mrežo Thiessen-ovih poligonov. Z debelejšo črto je na sliki označen na novo vključen Thiessen-ov poligon okoli točke  $P_n$ , prekinjena črta pa predstavlja predhodno stanje. V interpolacijo  $P_n$  vključimo samo tiste točke, katerih Thiessen-ov poligon se je spremenil. V našem primeru so to točke 1, 4, 5, 6 in 9. Lokalna koordinata  $\lambda_m(n)$  vsake od sosednjih točk je definirana kot skupno območje, ki ga omejujeta Thiessen-ov poligon točke  $P_n$  in Thiessen-ov poligon vsake od sosednjih točk pred vključitvijo  $P_n$ . Večje kot je skupno območje, večja je lokalna koordinata in večji vpliv ima točka na interpolirano vrednost.



Slika 10: Mreža Thiessen-ovih poligonov pred in po vključitvi nove točke  $P_n$  (Owen, 1993)

Lokalna koordinata  $\lambda_m(n)$  zasede vrednosti med 0 in 1. V primeru, ko interpolirana točka sovpada z že obstoječo, dobi lokalna koordinata vrednost 1. Vedno pa je vsota vseh lokalnih koordinat, ki vplivajo na interpolirano točko, enaka 1. Podobno kot pri Metodi inverzne razdalje na potenco tudi pri Metodi naravnih sosedov velja, da večja kot je relativna razdalja med točko naravnega sosedu in interpolirano točko, manjši bo vpliv te točke na interpolirano vrednost. Razlika med metodama pa je v določitvi uteži, ki v primeru metode naravnih sosedov upoštevajo tudi medsebojni vpliv med točkami.

Lokalno koordinato  $\lambda_m(n)$  lahko definiramo tudi sledeče. Če označimo  $\kappa(n)$  kot Thiessen-ovo območje okoli interpolirane točke  $P_n$  in  $\kappa_m(n)$  kot razliko med Thiessen-ovim območjem sosednje točke pred in po vključitvi  $P_n$ , lahko lokalno koordinato  $\lambda_m(n)$  zapišemo kot:

$$\lambda_m(n) = \frac{\kappa_m(n)}{\kappa(n)} \quad (3.14)$$

Lokalno koordinato točke 6 (slika 10) bi tako lahko zapisali kot:  $\lambda_6(P_n) = \frac{\kappa_6(P_n)}{\kappa(P_n)}$ , kjer je  $\kappa_6(P_n)$  območje, ki ga oklepajo točke  $d, e, f, g$  in  $h$  ter  $\kappa(P_n)$  območje, ki ga oklepajo točke  $a, b, c, d$  in  $e$  (Owen, 1993; Sukumar, 1997).

Ko poznamo vrednosti lokalnih koordinat, lahko funkcijsko vrednost interpolirane točke izračunamo kot:

$$f_n = \sum_{m=1}^k \lambda_m(n) \cdot f_m \quad (3.15)$$

Kjer so:

$\lambda_m(n)$  ... lokalna koordinata oziroma utež točke naravnega soseda

$f_m$  ... funkcijska vrednost točke naravnega soseda

$k$  ... število točk naravnih sosedov

Metoda naravnih sosedov je bila opisana za dvorazsežni prostor, prav tako pa je njena izvedba možna v tridimenzionalnem prostoru. V tem primeru iz razstresenih točk tvorimo mrežo tetraedrov, ki morajo prav tako zadostiti Delaunay-evemu kriteriju. Na osnovi tetraedrov so nato skonstruirani Thiessen-ovi poliedri. Lokalne koordinate uporabljene pri interpolaciji pa temeljijo na volumnih prekrivajočih se Thiessen-ovih poliedrov, namesto na prekrivajočih se območjih Thiessen-ovih poligonov (Owen, 1993).

### 3.2.6 Metoda minimalne ukrivljenosti (angl. Minimum curvature)

Metoda minimalne ukrivljenosti se pogosto uporablja za interpoliranje geofizikalnih podatkov. Z njo iz nepravilno razporejenih točk pridobimo vizualno gladko ploskev. Deluje po principu določitve najmanjše ukrivljenosti konstruirane ploskve pod pogojem, da le-ta zadosti biharmonični diferencialni enačbi in da čimbolj ohranja dane vrednosti. S to metodo interpolirana ploskev je enaka tanki linearni prožni ploskvi, ki potuje skozi vse vrednosti z najmanjšo količino upogibanja. V primeru velikih sprememb gradienta ploskve, pa metoda lahko ustvari velike nepravilne oscilacije na nedoločenih območjih. Problem rešimo z vključitvijo faktorja tenzije, ki se ujema s tenzijo v prožni ploskvi (Surfer – pomoč; Fomel, 2000).

Enačba biharmonične diferencialne enačbe je sledeča:

$$(\nabla^2)^2 \cdot f(x, y) = 0 \quad (3.16)$$

Kjer sta:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \dots \text{Laplacian-ov operator}$$

$f(x, y)$  ... funkcijska vrednost v točki  $(x, y)$

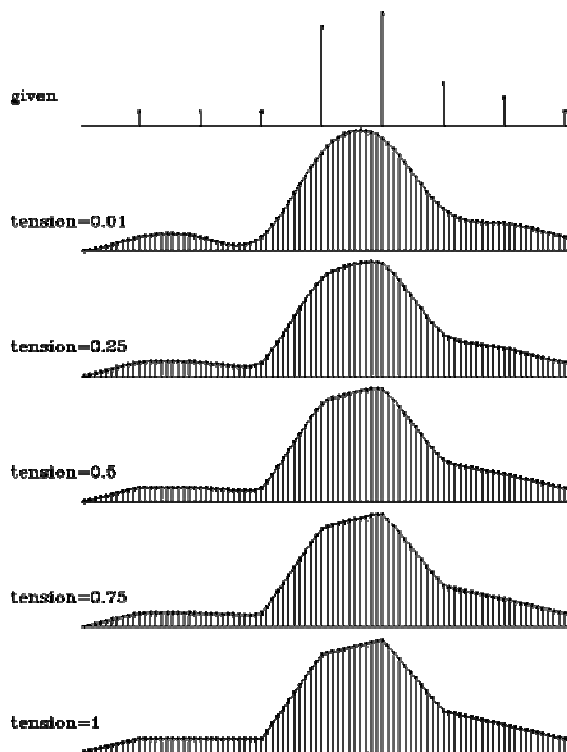
Ob vključitvi tenzije (napetosti) v algoritem metode minimalne ukrivljenosti se spremeni tudi zgornja enačba (Fomel, 2000). Modificirana biharmonična diferencialna enačba se tako glasi:

$$\left[ (1-t) \cdot (\nabla^2)^2 - t \cdot (\nabla^2) \right] \cdot f(x, y) = 0 \quad (3.17)$$

Kjer je:

$t$  ... parameter tenzije/napetosti in velja  $0 \leq t \leq 1$

Na spodnji sliki (slika 11) je prikazan vpliv tenzije na interpolirano ploskev. Prva slika prikazuje dane podatke, ostale pa ploskev ob različnih vrednostih parametra tenzije. Pri  $t = 0$  je ploskev interpolirana z naravnim kubičnim zlepkom, pri  $t = 1$  pa z linearno interpolacijo.



Slika 11: Vpliv tenzije na interpolirano ploskev (Fomel, 2000)

Metoda minimalne ukrivljenosti je iterativna. Podatke interpolira z modificirano biharmonično diferencialno enačbo dokler ne doseže vnaprej določenega števila iteracij ali maksimalnega odstopanja, ki se ponavadi določi na osnovi največje in najmanjše vrednosti (Surfer – pomoč).

### 3.2.7 Metoda najbližjega soseda (angl. Nearest neighbor)

Metoda najbližjega soseda pri določitvi neznane vrednosti izbere vrednost najbližjega soseda, ostalih vrednosti pa ne upošteva. Algoritem izmed vseh danih točk poišče vrednost tiste, ki je najbližja po principu najmanjše oddaljenosti. Razdaljo med točkama izračuna kot Evklidsko razdaljo v 3D prostoru, t.j.  $d = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}$  za  $T_i, T_j \in 3D$  množice točk. Točka  $T_i'$  ( $T_i' \in 3D$  množice točk) je tako najbližja točki  $T_j$ , če velja, da je:

$$\min d(T_i, T_j) = d(T_i', T_j), i = 1, \dots, n \quad (3.18)$$

(Wikipedia).

Metoda je uporabna, kadar imamo podatke, ki so že enakomerno razporejeni, pa jih želimo samo pretvoriti v pravilno mrežo ali kadar želimo zapolniti manjše luknje med podatki. Uporabimo jo lahko tudi, ko obravnavamo območje vsebuje območja brez podatkov in želimo ta območja ohraniti. V tem primeru določimo območje iskanja manjše velikosti kot je razdalja med podatki in tako ohranimo območja brez vrednosti (Surfer 8 – pomoč).

### 3.2.8 Metoda radialnih baznih funkcij (angl. Radial basis function)

Metoda radialnih baznih funkcij predstavlja raznoliko skupino interpolacijskih metod. Vse metode so točni interpolatorji in stremijo k določitvi gladke ploskve. Glavna ideja interpolacije z radialnimi baznimi funkcijami je, da lahko vsako neprekinjeno ploskev aproksimiramo z vsoto nizov enostavnih ploskev, t.j. baznih funkcij. To pomeni, da interpolirano vrednost določimo kot linearno kombinacijo baznih funkcij (Goncalves, 2006).

Ker je vrednost bazne funkcije odvisna samo od oddaljenosti od dane točke, se imenujejo radialne. To zapišemo kot  $\phi(x) = \phi(|x|)$  oziroma v primeru, ko obstaja centralna točka  $c$ , je  $\phi(x, c) = \phi(|x - c|)$ , kjer je  $\phi$  radialna bazna funkcija (Wikipedia, 14.04.2008).

Osnovna oblika funkcije Metode radialnih baznih funkcij je sledeča (Goncalves, 2006):

$$s(x) = \sum_{j=1}^N \lambda_j \phi(|x - x_j|) + P(x) \quad (3.19)$$

Kjer so:

$\lambda_j$  ... uteži

$\phi$  ... radialna bazna funkcija

$x_j$  ... center radialne bazne funkcije

$P(x)$  ... polinom stopnje največ  $K - 1$

$|\cdot|$  ... Evklidska razdalja

Izbira radialnih baznih funkcij je velika, največkrat pa v literaturi zasledimo naslednje:

- Multikvadratična (angl. Multiquadric):  $\phi(r) = \sqrt{r^2 + c^2}$ ;
- Multilogaritmična (angl. Multilog):  $\phi(r) = \log(r^2 + c^2)$ ;
- Inverzna multikvadratična (angl. Inverse multiquadric):  $\phi(r) = \frac{1}{\sqrt{r^2 + c^2}}$ ;
- Gauss-ova (angl. Gauss):  $\phi(r) = \exp(-cr^2)$ ;
- Naravni kubični zlepek (angl. Natural cubic spline):  $\phi(r) = (r^2 + c^2)^{3/2}$ ;
- Tanek gladek zlepek (angl. Thin plate spline):  $\phi(r) = (r^2 + c^2) \log(r^2 + c^2)$ ;
- Biharmonična (angl. Biharmonic):  $\phi(r) = r$ ;
- Poliharmonična (angl. Polyharmonic):  $\phi(r) = r^{2n+1}$ .

Uteži  $\lambda$  in polinomi  $P(x)$  so določeni tako, da velja  $s(x_j) = f(x_j)$ ,  $j = 1, \dots, N$  in pod pogojem  $\sum_{j=1}^N \lambda_j Q(x_j) = 0$ . Tako pridobimo linearni sistem enačb  $Ax = b$ :

$$\begin{bmatrix} \Phi & P^T \\ P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Kjer so:

$$\Phi_{ij} = \phi(x_i - x_j), \quad i, j = 1, \dots, N$$

$$P_{ij} = P_j(x_i), \quad j = N+1, \dots, N+K$$

a ... koeficienti polinoma

Z izračunoma sistema enačb dobimo rešitev, t.j. uteži in koeficiente polinoma (Goncalves, 2006).

### 3.2.9 Metoda lokalnih polinomov (angl. Local polynomial)

Metoda lokalnih polinomov določi interpolirane vrednosti z izračunom polinoma, ki se najboljše prilega danim točkam. Prilegajoči polinom je določen na osnovi utežnih minimalnih kvadratov, pri izračunu pa se upoštevajo vrednosti znotraj izbranega območja.

Če imamo v prostoru podanih  $N + 1$  točk  $(x, y, z)$  in se točka  $(x, y)$  nahaja v ravnini ter velja  $z_j = f(x_j, y_j)$  za  $j = 0, \dots, N$ , potem izračunamo interpolacijsko funkcijo  $z = P_r(x, y)$  takšno, da je:

$$P_r(x_j, y_j) = f(x_j, y_j), \quad \text{kjer je } j = 0, \dots, N \quad (3.21)$$

To pomeni, da skozi dane točke položimo ploskev. Pri tem za interpolacijsko funkcijo izberemo polinom dveh spremenljivk (angl. bivariate polynomial)  $P_r(x, y) = \sum_p \sum_q a_{pq} x^p y^q$  čim nižje stopnje  $r$ . Le-ta je lahko kvečjemu enaka vsoti  $p$ -ja in  $q$ -ja. Tak polinom navadno ni



enolično določen. Ko pa imamo podatke podane v obliki pravilne kvadratne mreže, lahko določimo enolični interpolacijski polinom  $P(x, y)$  in ga zapišemo kot (Petrišič, 1999):

$$P_{n+m}(x, y) = \sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^m a_{ik} x^i y^k = \quad (3.22)$$

$$= a_{ik} x^i y^k + \dots + a_{22} x^2 y^2 + a_{21} x^2 y + a_{12} x y^2 + a_{11} x y + a_{10} x + a_{01} y + a_{00}$$

Postopek določitve najboljše prilegajoče se krivulje danim točkam je minimiziranje vsote utežnih kvadratov odstopanj točk od krivulje, t.j. lokalnega polinoma:

$$\min \sum_{i=1}^N w_i [P(x_i, y_i) - z_i]^2 \quad (3.23)$$

Minimum pridobimo z odvajanjem zgornje enačbe po neznankah, t.j. koeficientih polinoma (Sorkine, 2006).

Lokalni polinomi so lahko različnih stopenj. V programu Surfer 8 lahko za lokalni polinom izberemo:

- polinom 1. stopnje:  $F(x, y) = a + bx + cy$
- polinom 2. stopnje:  $F(x, y) = a + bx + cy + dxy + ex^2 + fy^2$  (3.24)
- polinom 3. stopnje:  $F(x, y) = a + bx + cy + dxy + ex^2 + fy^2 + gx^2y + hxy^2 + ix^3 + jy^3$

### 3.2.10 Metoda premikanja povprečja (angl. Moving average)

Metoda premikanja povprečja se uporablja za karakteriziranje podatkov in je primernejša za večje količine podatkov. Metoda določi interpolirane vrednosti z izračunom povprečja danih vrednosti znotraj izbranega območja.

Če imamo zaporedje točk  $\{a_i\}_{i=1}^N$ , potem je "n-premikajoče povprečje" (angl. n-moving average) novo zaporedje  $\{s_i\}_{i=1}^{N-n+1}$  definirano kot:

$$s_i = \frac{1}{n} \sum_{j=i}^{i+n-1} a_j \quad (3.25)$$

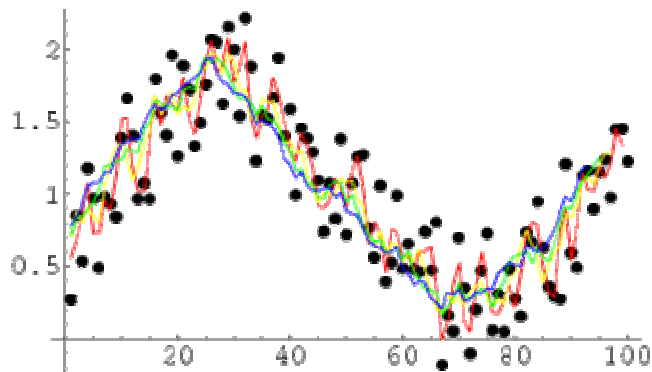
$$S_2 = \frac{1}{2}(a_1 + a_2, a_2 + a_3, \dots, a_{n-1} + a_n),$$

To je:

$$S_3 = \frac{1}{3}(a_1 + a_2 + a_3, a_2 + a_3 + a_4, \dots, a_{n-2} + a_{n-1} + a_n), \quad itd.$$

(WolframMathWorld, 11.05.2008)

Na spodnji sliki (slika 12) je prikazana interpolacija z Metodo premikanja povprečja.



Slika 12: "n-premikajoče povprečje" – n = 2 (rdeča), 4 (rumena), 6 (zelena), 8 (modra)  
(WolframMathWorld, 11.05.2008)

Danim opazovanjem lahko dodamo tudi uteži, ki so navadno določene glede na oddaljenost, in tako pridobimo utežno premikanje povprečja:

$$s_i = \frac{1}{n} \sum_{j=i}^{i+n-1} \lambda_j a_j \quad (3.26)$$

### 3.2.11 Polinomska regresija (angl. Polynomial Regression)

Z metodo Polinomske regresije prikažemo globalni (angl. large-scale) trend podatkov in vzorce med njimi. Metoda ni pravi interpolator, ker ne predvideva vrednosti na neznanih lokacijah (Surfer 8 – pomoč). Z njo določimo najboljše prilegajočo se površino, ki jo opredeljuje ustrezna enačba polinoma (Šumrada, 2005). V programu Surfer 8 so na voljo različni tipi polinomske regresije glede na izbran polinom:

- Enostavna ravninska ploskev (angl. Simple planar surface):

$$z(x, y) = A + Bx + Cy$$

- Bilinearno sedlo (angl. Bi-linear saddle):

$$z(x, y) = A + Bx + Cy + Dxy \quad (3.27)$$

- Kvadratna ploskev (angl. Quadratic surface):

$$z(x, y) = A + Bx + Cy + Dx^2 + Exy + Fy^2$$

- Kubična ploskev (angl. Cubic surface):

$$z(x, y) = A + Bx + Cy + Dx^2 + Exy + Fy^2 + Gx^3 + Hx^2y + Ixy^2 + Jy^3$$

Z izbiro posameznega polinoma definiramo tip trenda ploskve. Podatki se ploskvi prilagajajo na osnovi metode minimalnih kvadratov odstopanj (Surfer 8 – pomoč).

### 3.2.12 Metoda "merjenja" podatkov (angl. Data metrics)

Ena od metod, ki jih ponuja program Surfer 8, je Metoda merjenja podatkov. Le-ta obsega pet sklopov: Osnovne statistike Z komponente (angl. Z Order Statistics), Momenti Z komponente (angl. Z Moment Statistics), Ostale statistike Z komponente (angl. Other Z Statistics), Statistike lokacije Z komponente (angl. Data Location Statistics), Statistike terena (angl. Terrain Statistics). V vsakem od sklopov pa lahko izbiramo med različnimi statistikami oziroma merskimi količinami. Z vsemi metodami določimo ploskev na osnovi tehnike vozlišče – vozlišče oz. od vozlišča do vozlišča (angl. node-by-node). Ker se pri določitvi vrednosti posameznega vozlišča upošteva izbrano lokalno območje, so te metode lokalne. Vse tako pridobljene ploskve podajajo določeno informacijo o podatkih in ne predstavljajo interpolirane višinske (Z) vrednosti, zato te metode niso prave interpolacijske metode (Surfer 8 – pomoč).

#### Osnovne statistike Z komponente (angl. Z Order Statistics)

V prvem sklopu Metode merjenja podatkov določimo ploskev na osnovi različnih statistik, ki določajo Z vrednost oz. višinsko komponento posameznega vozlišča. Pri določitvi vozliščne

vrednosti so vse  $Z$  vrednosti razporejene po velikosti, izbiramo pa lahko med naslednjimi statistikami:

- minimum: vozliščno vrednost predstavlja najmanjša  $Z$  vrednost znotraj izbranega območja;
- spodnji kvartil (angl. lower quartile): vozliščno vrednost predstavlja četrtnina  $Z$  vrednosti znotraj izbranega območja;
- mediana (angl. median): vozliščno vrednost predstavlja srednja  $Z$  vrednost znotraj izbranega območja;
- zgornji kvartil (angl. upper quartile): vozliščno vrednost predstavlja tričetrtinska  $Z$  vrednost znotraj izbranega območja;
- maksimum: vozliščno vrednost predstavlja največja  $Z$  vrednost znotraj izbranega območja;
- razpon (angl. range): vozliščno vrednost predstavlja razlika med najmanjšo in največjo  $Z$  vrednostjo znotraj izbranega območja;
- srednji razpon (angl. midrange): vozliščno vrednost predstavlja povprečje najmanjše in največje  $Z$  vrednosti znotraj izbranega območja.

### **Momenti $Z$ komponente (angl. $Z$ Moment Statistics)**

V drugem sklopu vrednost posameznega vozlišča določimo s pomočjo statistik, ki predstavljajo momente  $Z$  vrednosti. To so: povprečje, standardni odklon, varianca in koeficient variance.

### **Ostale statistike $Z$ komponente (angl. Other $Z$ Statistics)**

Med ostale statistike spadajo: vsota, MAD (angl. the median absolute deviation) in RMS (angl. the root mean square). Tako se vozliščne vrednosti določijo kot vsota, MAD ali RMS vrednost  $Z$  vrednosti znotraj določenega območja.

### **Statistike lokacije $Z$ komponente (angl. Data Location Statistics)**

Pri določitvi t.i. "lokacijskih statistik" se upoštevajo razdalje med vozliščem, ki ga določamo in izbrano točko. To lahko zapišemo kot  $R_i = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2}$ , kjer  $(x_0, y_0)$  predstavlja lokacijo vozlišča. "Lokacijske statistike" so:

- število (angl. count): vozliščno vrednost predstavlja število točk znotraj izbranega območja;

- približna gostota točk (angl. approximate density): vrednost vozlišča predstavlja število, ki je določeno glede na število točk in njihovo oddaljenost znotraj izbranega območja;
- razdalja do najbližje točke (angl. distance to nearest): vozliščno vrednost predstavlja najmanjša razdalja točke od vozlišča znotraj izbranega območja;
- razdalja do najoddaljenejše točke (angl. distance to farthest): vozliščno vrednost predstavlja največja razdalja točke od vozlišča znotraj izbranega območja;
- srednja oddaljenost (angl. median distance): vrednost vozlišča je določeno kot srednja razdalja med vozliščem in točkami znotraj izbranega območja;
- povprečna oddaljenost (angl. average distance): vrednost vozlišča je določeno kot povprečna razdalja med vozliščem in točkami znotraj izbranega območja.

### **Statistike terena (angl. Terrain Statistics)**

V tem sklopu izračunane vozliščne vrednosti predstavljajo naklon terena (angl. terrain slope) ali vidnost (angl. terrain aspect). Obe statistiki sta določeni na osnovi izbranega območja.

### **3.3 Glajenje ploskev**

Z metodami glajenja ploskev zmanjšamo predvsem majhne nepravilnosti geomorfologije površja. Možnost glajenja navadno vsebujejo kar interpolacijske metode, če le-te niso točni interpolatorji. V primeru celične mreže lahko za glajenje ploskve uporabimo nizkopropustne filtre. Posledica postopka glajenja je zmanjšana razgibanost površja. Slabost slednje je izguba značilnosti reliefa, predvsem vrhov in grebenov. Problem rešujemo z različnimi algoritmi za prepoznavanje in odkrivanje robov. Med drugim se za ta namen uporabljajo tudi visokopropustni filtri (Podobnikar, 2001).

Pogoj za gladko krivuljo zapišemo sledeče: če imamo ploskev podano s parametroma  $u$  in  $v$ , t.j.  $x = x(u, v)$ ,  $y = y(u, v)$ ,  $z = z(u, v)$  in velja, da je vektorski produkt med tangentnima vektorjema v smeri  $u$  in  $v$  različen od nič, t.j.  $\vec{t}_u \times \vec{t}_v \neq 0$ , potem je ploskev gladka.

Možnost glajenja ploskev je na voljo tudi v programu Surfer 8. Interpolacijske metode, ki jih program vsebuje, se delijo na točne interpolatorje (angl. exact interpolators) in interpolatorje glajenja (angl. smoothing interpolators). Slednje uporabljamo, ko želimo ploskev zgladiti. Poleg te izbire program razpolaga še z možnostjo glajenja mreže. To pomeni, da prevrednotimo vozlišča mreže z uporabo nizkopropustnih filtrov ali glajenja z zlepci ter tako zgladimo modelirano ploskev.

Točni interpolatorji imajo to lastnost, da prikazujejo dane točke točno, kadar le-te sovpadajo z vozliščem. Tem točkam se dodeli utež 1, zato nanje ostale točke nimajo vpliva. Te metode so:

- Metoda z inverznimi razdaljami na potenco, kadar ne izberemo faktorja glajenja;
- Kriging, kadar ne izberemo nugget efekta;
- Metoda najbližjega sosedu;
- Metoda radialnih baznih funkcij, kadar ne izberemo faktorja glajenja (oznaka  $R^2$ );
- Modificirana Shepard-ova metoda, kadar ne izberemo faktorja glajenja;
- Triangulacija z linearno interpolacijo;
- Metoda naravnih sosedov.

Kadar nimamo popolnega zaupanja v izmerjene podatke, pa lahko uporabimo interpolatorje glajenja. Z njimi zmanjšamo manjšo variabilnost med podatki. Njihova lastnost je, da nobeni dani vrednosti ne pripišejo uteži 1, četudi le-ta sovpada z vozliščem mreže. Ti interpolatorji so v programu Surfer 8 naslednji:

- Metoda z inverznimi razdaljami na potenco, kadar izberemo faktor glajenja;
- Kriging, kadar izberemo nugget efekt;
- Polinomska regresija;
- Metoda radialnih baznih funkcij, kadar izberemo faktor glajenja (oznaka  $R^2$ );
- Modificirana Shepard-ova metoda, kadar izberemo faktor glajenja;
- Metoda lokalnih polinomov;
- Metoda premikanja povprečja.

Ploskev zgladimo tudi z uporabo nizkoproputnih filtrov, ki odstranijo šum med podatki. Vsi ti filtri v programu Surfer 8 upoštevajo utežno povprečje izbrane okolice pri izračunu nove vrednosti vozlišča in so velikosti 3x3. Izbiramo lahko med naslednjimi:

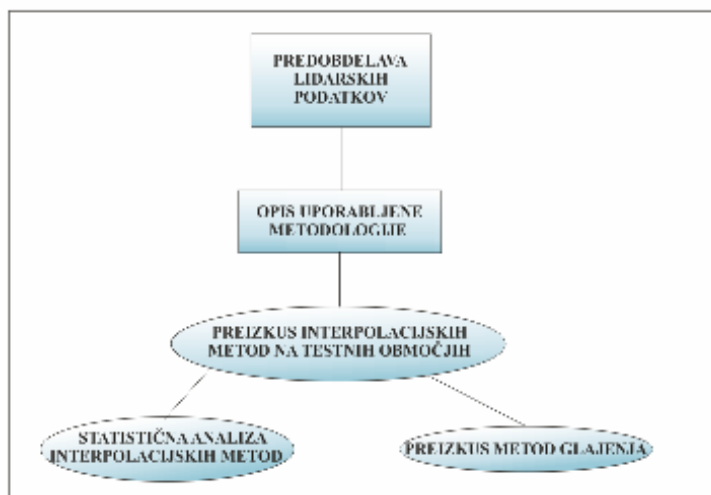
- Gaussov nizkoproputni filter (uteži upadajo z naraščajočo razdaljo),
- Filter premikanja povprečja (vse uteži so enake 1),
- Filter inverzne razdalje (uteži upadajo z naraščajočo razdaljo).

Pri glajenju z zleпки (angl. Spline smoothing) program Surfer 8 uporablja kubične zleпки. Interpolira tako, da z uporabo zlepkov dane točke poveže z gladko krivuljo in tako določi vrednosti vozlišč. To metodo lahko uporabimo na dva načina: z razširitvijo (angl. expand) ali preračunanjem (angl. recalculate) mreže. V prvem primeru med obstoječa vozlišča, katerih vrednosti se ohranijo, dodamo nova vozlišča. Pri preračunanju mreže pa lahko poljubno povečamo ali zmanjšamo število vrstic in stolpcev mreže, vrednosti vozlišč pa se v tem primeru določijo na novo. Z uporabo glajenja z zleпки lahko zmanjšamo gostoto mreže, kar pomeni manj podatkov in hitrejšo obdelavo podatkov, lahko pa z njim zgostimo redko mrežo. Namreč kadar imamo preredko mrežo, se navadno zgodi, da so zaradi premajhne količine podatkov prehodi ostri in ploskev ni gladka. Z zgostitvijo mreže na osnovi glajenja z zleпки pa se ti prehodi zgladijo in pridobimo gladko ploskev (program Surfer – pomoč).

## 4 ANALIZA METOD INTERPOLACIJE IN GLAJENJA V PROGRAMU SURFER 8

Za preizkus interpolacijskih metod sem izbrala program Surfer 8, ki je namenjen modeliranju ploskev in s tem tudi izdelavi 3D modela površja, plastnic in ostalim metodam prikaza površja. Surfer 8 ponuja 12 različnih interpolacijskih metod: Kriging, Metoda z inverznimi razdaljami na potenco, Triangulacija z linearno interpolacijo, Metoda naravnih sosedov, Metoda najbližjega sosedu, Metoda radialnih baznih funkcij, Modificirana Shepard-ova metoda, Metoda minimalne ukrivljenosti, Metoda premikanja povprečja, Metoda lokalnih polinomov, Polinomska regresija in Metoda "merjenja" podatkov. Vsaka od njih omogoča nastavitve različnih parametrov, nekatere od njih pa tudi izbiro različnih funkcij.

Pri analizi metod interpolacije in glajenja sem rezultate tudi statistično ovrednotila, zato na začetku tega poglavja opisujem namen in potek statistične analize kot jo omogoča program Surfer 8. V nadaljevanju predstavim postopek izvedbe analize interpolacije in glajenja ploskev (slika 13), ki obsega predobdelavo lidarskih podatkov, opis uporabljene metodologije ter preizkus in prikaz rezultatov interpolacijskih metod in metod glajenja na testnih primerih. Na koncu poglavja je prikazana in ovrednotena še primerjava ploskev glede na velikost mreže.



Slika 13: Izvedba analize interpolacije in glajenja ploskev



## 4.1 Statistična analiza

Z interpolacijo lidarskih podatkov pridobimo modelirano ploskev, ki jo lahko ocenimo z vizualnimi metodami. Navadno pa to ni dovolj in želimo še številčno oceno kakovosti interpolacijske metode oz. metode glajenja. Za ovrednotenje podatkov je najprimernejša statistična ocena. V ta namen program Surfer 8 omogoča izračun statistik, ki opisujejo statistično skladnost podatkov.

Izračun statistik lahko temelji na osnovi primerjave različnih vrednosti, najprimernejša za določitev skladnosti referenčne in modelirane ploskve pa je vrednost odstopanja interpolirane in referenčne  $Z$  komponente. Program Surfer 8 izračuna vertikalna odstopanja med vrednostjo podano v datoteki in interpolirano vrednostjo na modelirani ploskvi po naslednji formuli:

$$Z_{ods} = Z_{dana} - Z_{int} \quad (4.1)$$

Kjer so:

$Z_{ods}$  ... vrednost odstopanja

$Z_{dana}$  ... podana (referenčna) vrednost

$Z_{int}$  ... interpolirana vrednost

Na ta način lahko izračunamo odstopanje za katerokoli točko ploskve. Surfer pri izračunu odstopanj točk, ki ne sovpadajo z vozliščem, uporablja bilinearno interpolacijo. Ta interpolacijska metoda je linearna v določenih smereh in je namenjena interpoliranju dveh spremenljivk pravokotne mreže, najprej v eni in nato še v drugi smeri (Wikipedia, 15.09.2008).

Program omogoča izračun naslednjih statistik: vsoto, minimum, maksimum, razpon (angl. range), srednjo vrednost, mediano, standardni odklon in druge. Omeniti je potrebno, da pri izračunu minimalne vrednosti program ne vzame absolutne vrednosti, ampak v primeru, ko je interpolirana vrednost večja od podane, dobi odstopanje negativni predznak. Program nudi tudi možnost nastavitve ali vrednosti predstavljajo vzorec ali celotno populacijo.

V primeru, ko obravnavane vrednosti predstavljajo celotno populacijo, izračunamo standardni odklon kot:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Z_{ods\_i} - \bar{Z})^2}{N}} \quad (4.2)$$

Kjer so:

$Z_{ods\_i}$  ... i-ta vrednost odstopanja

$\bar{Z}$  ... povprečna vrednost odstopanja

$N$  ... število vseh odstopanj

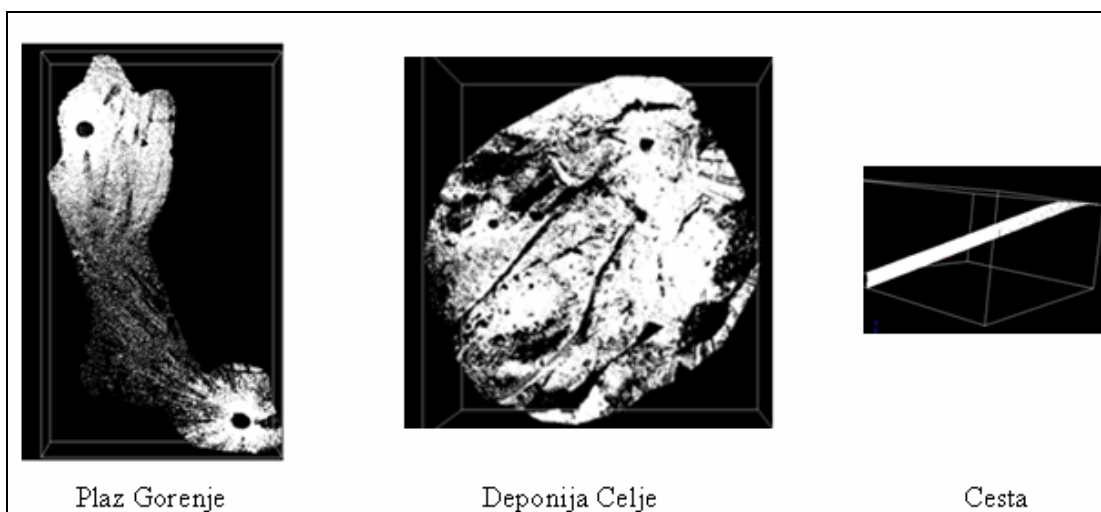
S standardnim odklonom merimo razpršenost podatkov. Velik standardni odklon pomeni veliko razpršenost podatkov okoli srednje vrednosti, majhen pa majhno.

## 4.2 Predobdelava lidarskih podatkov

Z zajemom območja površja s tehnologijo laserskega skeniranja pridobimo oblak 3D točk. Ti podatki vsebujejo tako površje kot tudi vegetacijo, objekte in šume, ki nastanejo tekom snemanja. Ker sem želela določiti najprimernejšo metodo interpolacije za prikaz površja, je bilo treba vse nepotrebne informacije iz posnetega oblaka točk odstraniti. Za ta namen programi, ki omogočajo obdelavo podatkov, vsebujejo različne filtre. Z njimi podatke filtriramo, kar pomeni, da točke, ki jih ne potrebujemo, odstranimo. S filtriranjem tako tudi zreduciramo veliko količino točk, ki za večino današnjih programov predstavlja probleme pri sami obdelavi. Kljub temu, da program Surfer 8 vsebuje različne filtre, sem za filtriranje podatkov izbrala program RiSCAN PRO, ker so bili lidarski podatki pridobljeni s skenerjem Riegl LMS-Z420i, katerega sestavni del je tudi operacijski in procesni programski paket RiSCAN PRO.

Za analizo interpolacijskih metod sem izbrala 3 različna območja površja. Lidarske podatke teh območij sem pridobila na podjetju DFG CONSULTING d.o.o.. Prvo izbrano območje je "Plaz Gorenje", drugo "Deponija Celje" in tretje "Cesta". Vsa tri območja so prikazana na

spodnji sliki (slika 14). Pridobljeni lidarski podatki so bili že orientirani in združeni v skupen oblak točk, potrebno pa jih je bilo še filtrirati. Območji "Plaz Gorenje" in "Cesta" sta bili najprej filtrirani z Octree filtrom, nato pa so bile preostale odvečne točke brisane ročno. Območje "Deponija Celje" pa sem v celoti filtrirala ročno. To pomeni, da sem celotno območje razdelila na profile in nato postopoma odstranjevala vegetacijo in vse, kar ni predstavljalo površja. V primerjavi z avtomatskim filtriranjem s filtri je ročno filtriranje zahtevnejše in zelo zamudno. Pri odstranjevanju nižjega rastja in ostalih nizkih objektov pa je tudi težko razločiti, katere točke še predstavljajo teren. Vendar pa je tudi v primeru avtomatskega filtriranja naknadna ročna obdelava nujna, saj filtri ne odstranijo posameznih osamljenih točk. Namreč ko želimo iz oblaka točk pridobiti točke terena, navadno izberemo filter, ki izmed vseh točk z isto koordinato izbere tisto z najnižjo višino. In ker seveda ni nujno, da ta točka predstavlja teren, ostanejo po avtomatskem filtriranju posamezne izolirane točke, ki jih je potrebno odstraniti ročno. Tako filtrirani podatki pa predstavljajo vhodni podatek za preizkus interpolacijskih metod in modeliranje površja.



Slika 14: Oblak točk vsakega od območij

Območja sem izbrala tako, da ima vsako od njih svoje značilnosti. "Plaz Gorenje" je konkavno območje, teren pa predstavljata dva vrhova in vmesna dolina. Na območju "Deponija Celje" je teren bolj razgiban, oblika območja pa je konveksna. Zadnje območje predstavlja odsek ceste in kot tako raven teren. Velikost območij je zelo različna, seveda pa se prav tako območja razlikujejo glede na število točk (preglednica 1). Bolj kot samo število pa

je za kakovosten prikaz površja pomembna razporeditev točk, saj je pri laserskem skeniranju največja koncentracija točk v okolici stojišč. Zato večje število točk ne pomeni nujno boljšega prikaza površja.

Preglednica 1: Število točk in velikost območij

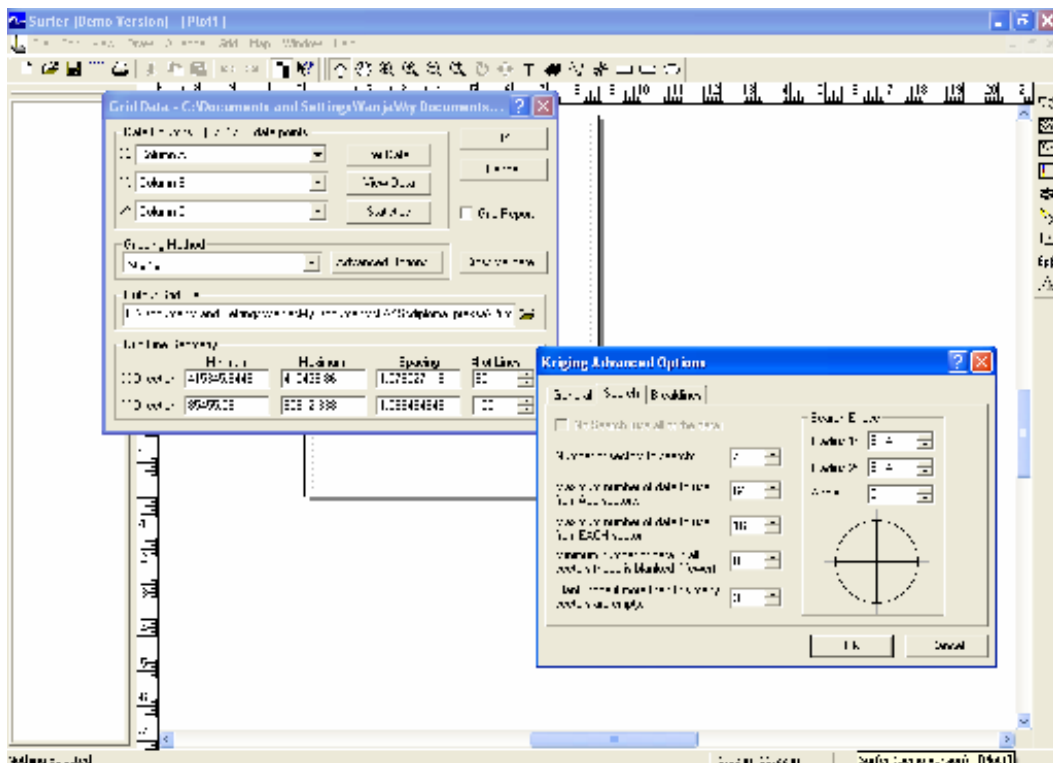
	št. točk	velikost območja (cca.) [m <sup>2</sup> ]
<b>Plaz Gorenje</b>	2.731.554	6700
<b>Deponija Celje</b>	4.766.404	19500
<b>Cesta</b>	105.361	100

### 4.3 Interpolacija lidarskih podatkov – opis uporabljene metodologije

Analizo interpolacijskih metod sem izvedla v programu Surfer 8. Lidarske podatke vsakega od območij sem interpolirala z metodo Kriging, Triangulacijo z linearno interpolacijo, Metodo naravnih sosedov, Metodo z inverznimi razdaljami na potenco, Metodo najbližjega soseda, Modificirano Shepard-ovo metodo, Metodo radialnih baznih funkcij, Metodo premikanja povprečja, Metodo minimalne ukrivljenosti, Metodo lokalnih polinomov in Polinomsko regresijo. Poleg naštetih metod nudi program tudi Metodo "merjenja" podatkov, ki pa je nisem vključila v preizkus, ker omenjena metoda ni prava interpolacijska metoda, ampak le podaja informacije o lastnostih podatkov, kar je v teoretičnem delu tudi opisano (poglavje 3.2.12). Zaradi prevelikega števila slik, sem v besedilu predstavila izbor le-teh, ostale pa se nahajajo v prilogi.

Pred izvedbo interpolacije pa je potrebno nastaviti kar nekaj parametrov. Dobro je, da sami nastavimo velikost mreže, saj si tako olajšamo kakršnekoli nadaljne primerjave območja, tako v omenjenem kot tudi v kateremkoli drugem programu. Pri interpolacijskih metodah, ki so lokalni interpolatorji, je treba nastaviti območje iskanja. To pomeni, da izberemo radij iskanja in število točk, ki imajo vpliv na interpolacijo. Surfer omogoča tudi iskanje oz. določitev točk po sektorjih. Glede na metodo, pa lahko nastavimo še dodatne parametre, ki jih posamezna metoda ponuja. Sama sem poskušala uporabiti enake skupne nastavitve pri vseh metodah za posamezno območje. Za območji "Plaz Gorenje" in "Deponija Celje" sem nastavila velikost

mreže na 0,5 m x 0,5 m. Pri območju "Cesta" pa sem zaradi po velikosti precej manjšega območja velikost mreže nastavila na 0,1 m x 0,1 m. Radij iskanja sem pri območju "Plaz Gorenje" nastavila na 5 m x 5 m, pri območju "Deponija Celje" na 8 m x 8 m in pri območju "Cesta" na 1 m x 1 m. Velikost sem določila glede na območja brez točk, saj bi v primeru, ko znotraj območja iskanja ne bi bilo nobene točke, območje ostalo prazno. Pri vseh treh območjih sem nastavila število sektorjev na 1 in upoštevala 20 najbližjih točk, ki vplivajo na določitev interpolirane točke. Tu je potrebno omeniti, da pri metodah Triangulacije z linearno interpolacijo, Metode naravnih sosedov, Metode minimalne ukrivljenosti in Polinomske regresije nastavitve iskanja območja ni možna. V prvih dveh primerih zaradi postopka triangulacije, v drugih dveh primerih pa zato, ker sta metodi globalni. Za vse ostale parametre pa sem privzela programske nastavitve. Na spodnji sliki (slika 15) je prikazano pogovorno okno programa Surfer v katerem pri metodah, ki to omogočajo, nastavimo zgoraj omenjene parametre. Omenjeni primer prikazuje pogovorno okno pri metodi Kriging.



Slika 15: Prikaz pogovornega okna za nastavitve parametrov v programu Surfer

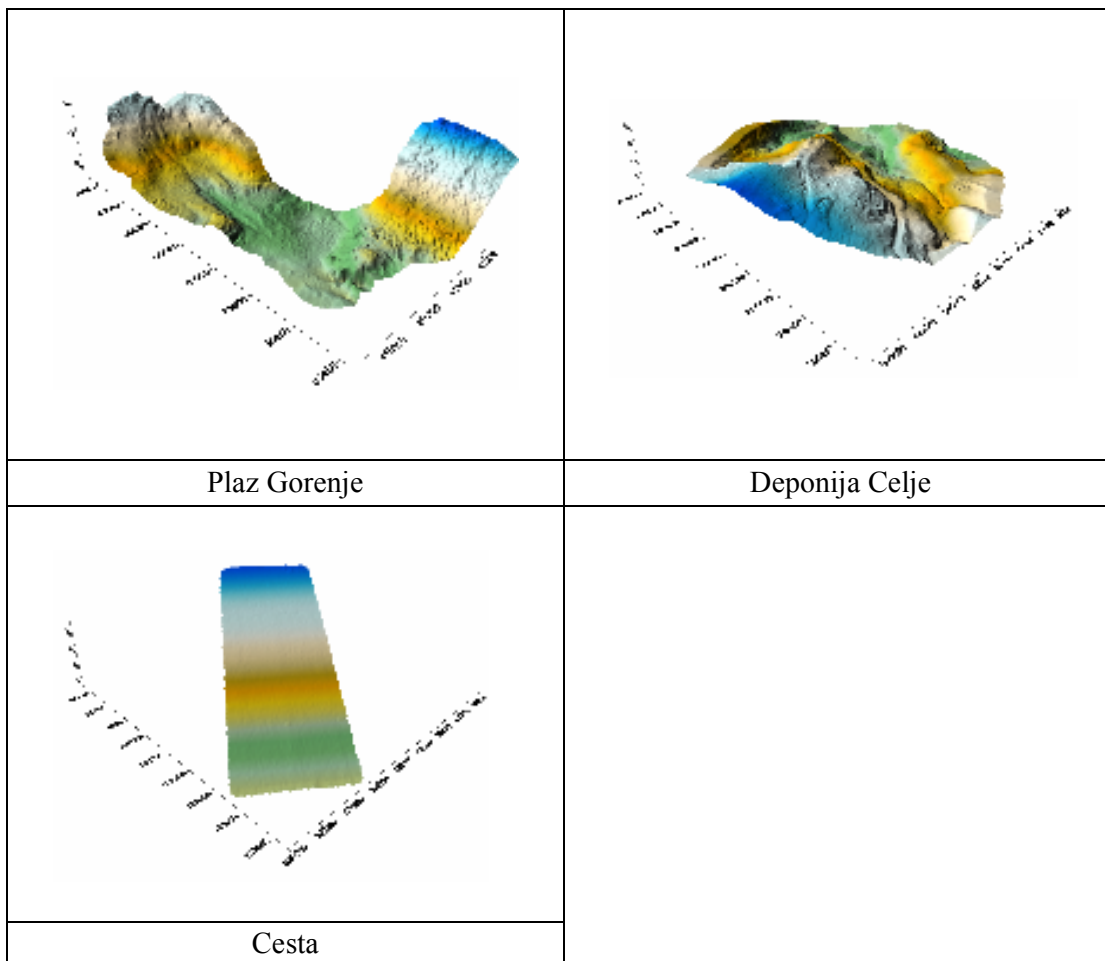
V programu Surfer je interpolirana točka vedno vozlišče, ker program tako deluje – iz raztresenih točk ustvari pravilno mrežo. Tudi zato je zelo pomembna nastavitev velikosti mreže, da se po nepotrebnem ne izgubljajo detajli terena. Prav tako pa tudi ni dobro izbrati premajhno velikost mreže glede na velikost območja, saj lahko pride do problema, da se pri izrisu ploskve pojavljajo detajli, ki jih dejansko ni. Poleg tega je tudi sama programska obdelava dolgotrajnejša. Poiskati optimalno velikost mreže je tako eden od predpogojev za kvaliteten prikaz površja. Podobna situacija je s številom vplivnih točk na interpolacijo, saj lahko preveliko število točk določen detajl terena skrije, premajhno pa prikaže neobstoječega (npr. razni ostri robovi, ki se ne skladajo s terenom).

#### **4.4 Izvedba interpolacijskih metod na testnih primerih**

Vsako od izbranih interpolacijskih metod sem preizkusila na vseh treh testnih območjih. Modelirane ploskve sem prikazala kot slike, zaradi večje preglednosti pa sem nekatere od njih vključila v prilogo (priloga A). Omeniti je treba, da sem v tem poglavju prikazala samo vizualne rezultate, medtem ko sem statistično primerjavo, prav tako zaradi večje preglednosti, vključila v novo poglavje (poglavje 4.5).

##### **4.4.1 Metoda Kriging**

Izmed izbranih metod sem najprej preizkusila metodo Kriging, ki se od ostalih obravnavanih metod razlikuje po tem, da pri določitvi uteži upošteva tudi statistične značilnosti podatkov. Ker o danih lidarskih podatkih nisem imela nobenih informacij, sem pri nastavitvah izbrala linearni variogram, ki se ga v takih primerih priporoča (Surfer 8 – pomoč). Kot vidimo na sliki 16, je s Krigingom interpolirana ploskev vizualno ustrezna, zato lahko trdim, da je metoda primerna za prikaz površja iz lidarskih podatkov. Seveda dobimo ustrezno predstavo o kvaliteti modelirane ploskve šele v primerjavi z drugimi interpolacijskimi metodami.

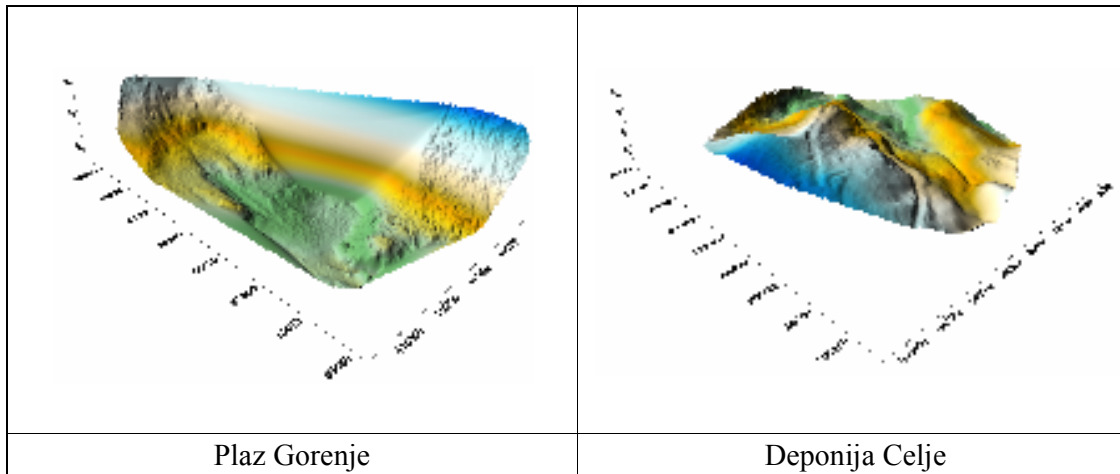


Slika 16: Interpolacija območij z metodo Kriging

Omeniti pa je potrebno še slabo lastnost programa Surfer, ki poleg ploskve prikaže tudi gladek rob okoli le-te. Najočitneje se omenjeni rob vidi pri primerih "Plaz Gorenje" in "Deponija Celje" (slika 16) in je posledica določitve velikosti območja iskanja. Program Surfer namreč kot območje obdelave upošteva celotno kvadratno mrežo in ne samo podano območje. Dobra stran Surfer-ja pa je v tem, da prikaže tudi barvno višinsko lestvico območja, kar je v pomoč pri primerjavi metod.



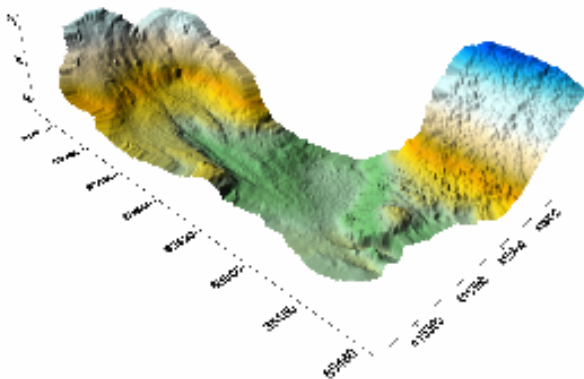




Slika 18: Metoda naravnih sosedov

#### 4.4.4 Metoda z inverznimi razdaljami na potenco

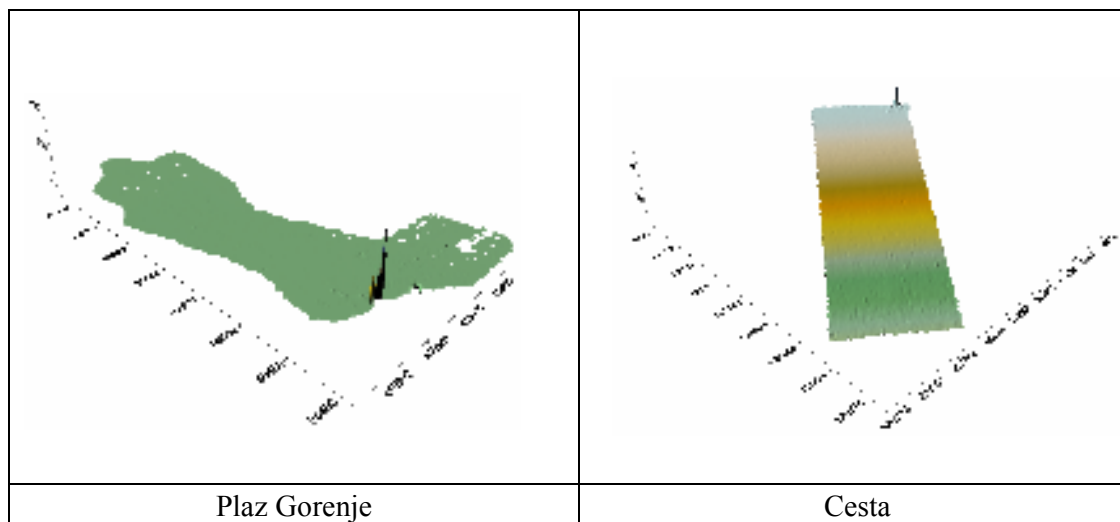
Podobne vizualne rezultate kot z do sedaj obravnavanimi metodami sem dobila tudi z Metodo z inverznimi razdaljami na potenco. Vizualni prikaz ploskve, ki sem ga pridobila z omenjeno metodo, se nahaja na sliki 19 in v prilogi A3. Značilnost metode je, da so uteži določene na podlagi "utežnih potenc", ki kontrolirajo, kako utežni faktor upada s povečevanjem oddaljenosti od interpolirane točke.



Slika 19: Metoda z inverznimi razdaljami na potenco – primer "Plaz Gorenje"

#### 4.4.5 Modificirana Shepard-ova metoda

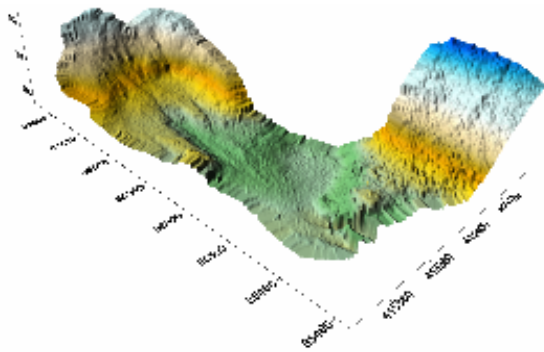
Tudi Modificirana Shepard-ova metoda je utežna metoda, ki pri določitvi uteži upošteva inverzno razdaljo med točkami in je zato podobna Metodi z inverznimi razdaljami na potenco. Kljub temu pa se je Modificirana Shepard-ova metoda izkazala kot neprimerna za prikaz razgibanega terena, kar prikazuje slika 20 za primer "Plaz Gorenje" in slika v prilogi A4. Tudi za raven teren v mojem primeru ni najbolj ustrezna (slika 20 – primer "Cesta"), saj sodeč po barvni višinski lestvici (ni najvišjih in najnižjih vrednosti), ki jo program prikaže, metoda teren zravnava. V primeru območij "Plaz Gorenje" (slika 20) in "Deponija Celje" (priloga A4) pa za večino območja prikaže le eno višino. Na podlagi tega lahko sklepamo, da metoda ni primerna za razgibana območja z veliko gostoto točk. Zakaj pa metoda območje "zravnava", pa je težko reči, saj v pomoči programa algoritem metode ni opisan, ampak je navedena le referenca uporabljene literature, tako da ni mogoče zagotovo trditi kako metoda dejansko deluje. Programska izvedba metode je namreč navadno skrivnost podjetja in velja za slabost t.i. komercialnih programov.



Slika 20: Modificirana Shepard-ova metoda

#### 4.4.6 Metoda najbližjega soseda

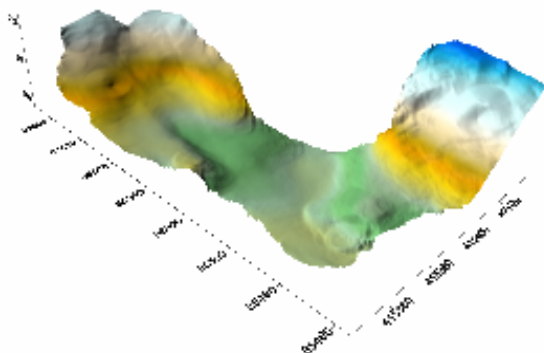
Metoda najbližjega soseda je izvedbeno ena najenostavnejših metod, saj ima na interpolirano vrednost vpliv samo najbližja točka. Glede na enostaven postopek interpolacije pa dobimo, tudi v primerjavi z drugimi metodami, dober vizualni prikaz površja, kar prikazuje slika 21 in sliki, ki se nahajata v prilogi A5.



Slika 21: Metoda najbližjega soseda – primer "Plaz Gorenje"

#### 4.4.7 Metoda premikanja povprečja

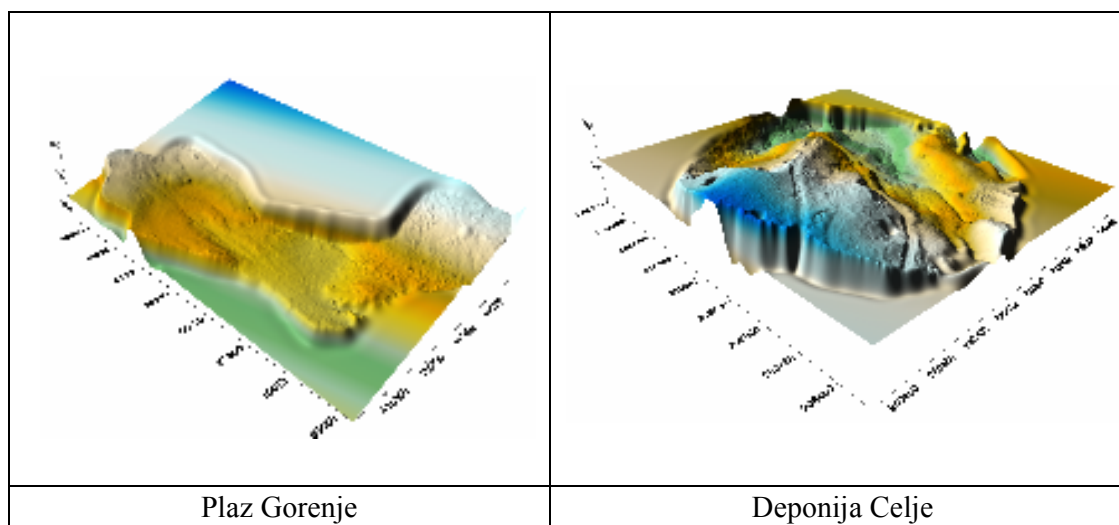
Značilnost Metode premikanja povprečja je, da določi interpolirane vrednosti z izračunom povprečne vrednosti višin znotraj območja iskanja. Kot lahko vidimo na sliki 22, se tak način določitve interpoliranih vrednosti ni izkazal za primerne pri prikazu razgibanega površja, saj zaradi prevelike stopnje zglajenosti terena metoda preveč popači realen teren. Se pa obravnavana metoda bolje obnese pri prikazu ravnih površin (priloga A6), čeprav jih prav tako zgladi, kar ni vedno realno (npr. popolnoma gladka cesta ni realna).



Slika 22: Metoda premikanja povprečja – primer "Plaz Gorenje"

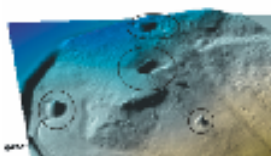
#### 4.4.8 Metoda minimalne ukrivljenosti

Metoda minimalne ukrivljenosti ne omogoča nastavitve območja iskanja, ker je globalna metoda, zato se izvede interpolacija tudi izven območja obravnave, kar se vizualno pokaže kot ravninska območja okoli dejanskega območja (slika 23, priloga A7). Značilnost metode je, da skozi dane točke določi "najgladkejšo" možno ploskev. Rezultat interpolacije je prikazan na sliki 23 in v prilogi A7.



Slika 23: Metoda minimalne ukrivljenosti

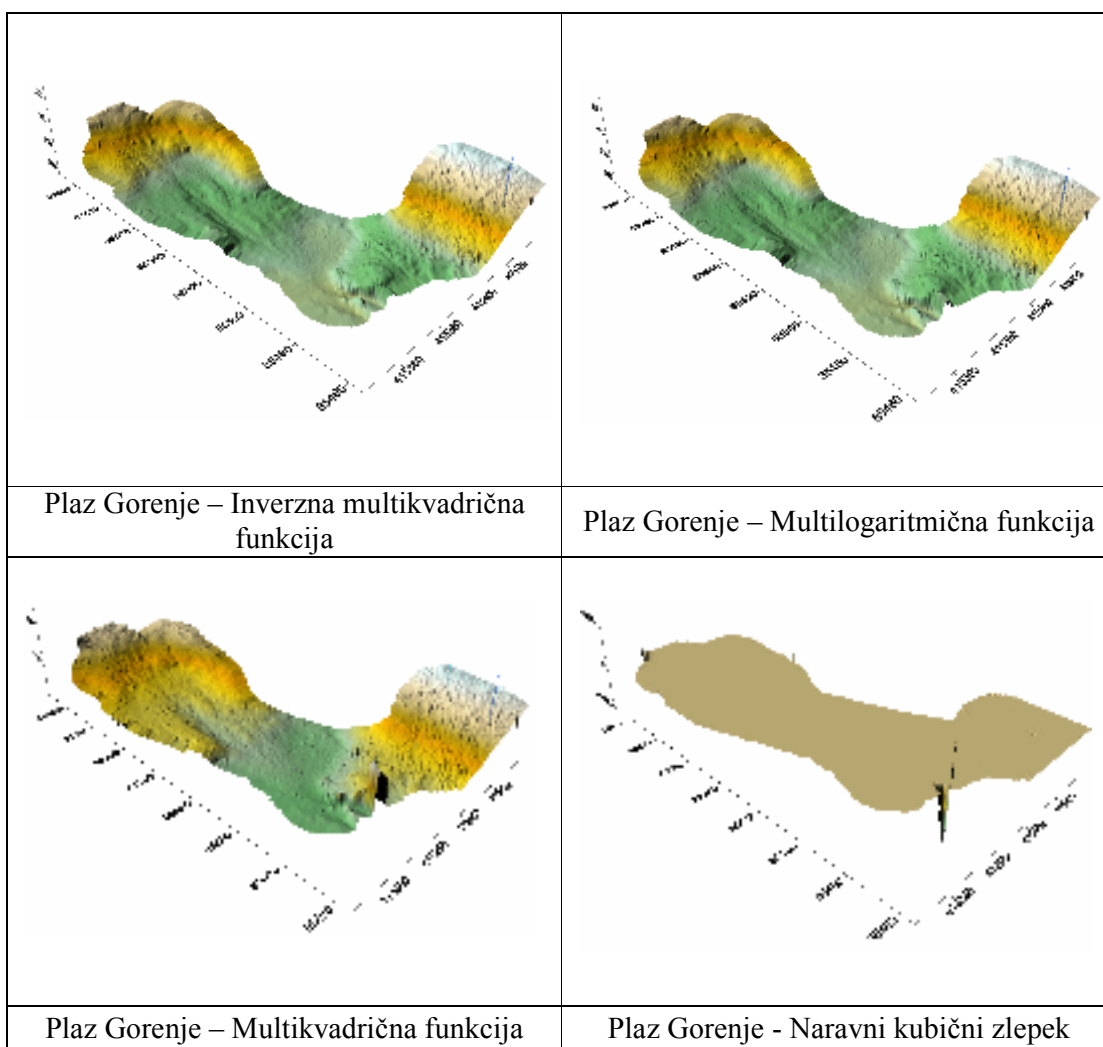
Na podlagi vizualnega prikaza lahko zaključimo, da se tudi Metoda minimalne ukrivljenosti ni izkazala za primerno za prikaz površja iz lidarskih podatkov, saj v primeru "Plaz Gorenje" območje preveč izravna, v primeru "Deponija Celje" pa prikaže posamezne nepravilnosti na terenu v obliki vrtač in vrhov (slika 24). Do njih pride pri izračunu in so posledica oscilacij, ki nastanejo zaradi menjave gradienta ploskve. Bolje se je metoda izkazala za prikaz ravnih površin (priloga A7), čeprav jih enako kot Metoda premikanja povprečja preveč zgladi, kar ni realno. V vsakem primeru pa bi bilo potrebno območje obrezati.

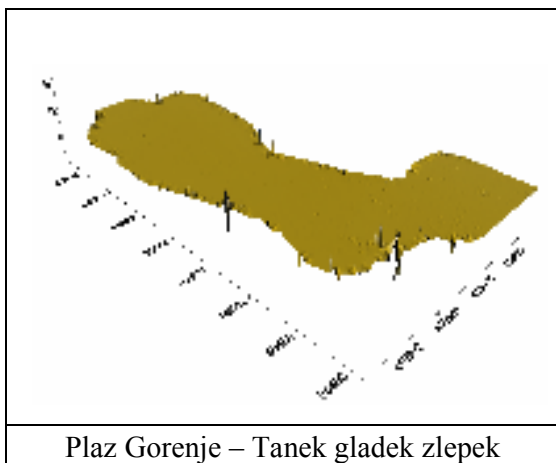


Slika 24: Metoda minimalne ukrivljenosti – nerealne ekstremne vrednosti

#### 4.4.9 Metoda radialnih baznih funkcij

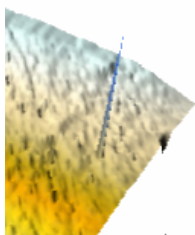
Metoda radialnih baznih funkcij je sestavljena iz petih različnih funkcij. Interpolacijo sem izvedla z vsako od njih. Rezultati Inverzne multikvadrčne, Multilogaritmične in Multikvadrčne funkcije so primerljivi med seboj, vendar pa višinske komponente terena pri primeru "Plaz Gorenje" (slika 25) ne prikazujejo pravilno, kar se opazi po prikazani barvni višinski lestvici. Pojavljajo se tudi nerealne ekstremne vrednosti – špice, ki jih na terenu ni (slika 26). Vse tri funkcije pa prikazujejo realno stanje terena za primera "Deponija Celje" in "Cesta" (priloga A8).





Slika 25: Metoda radialnih baznih funkcij – primer "Plaz Gorenje"

Ostali dve funkciji – Naravni kubični zlepek in Tanek gladek zlepek se izkažeta kot neprimerni, razen v primeru "Cesta" (priloga A8) ponuja slednja ustrezen vizualni prikaz. Glede na rezultate lahko zaključim, da za prikaz ploskev iz lidarskih podatkov zlepki niso primerni, saj ploskev preveč zgladijo. Ostale tri funkcije – Inverzna multikvadrlična, Multilogaritmična in Multikvadrlična pa so se v večini primerov izkazale kot primerne.

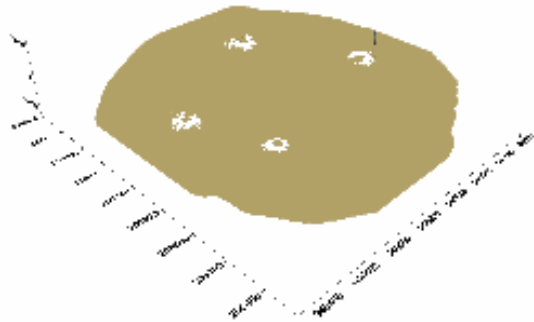


Slika 26: Nerealne ekstremne vrednosti – špice (primer "Plaz Gorenje")

#### 4.4.10 Metoda lokalnih polinomov

Pri Metodi lokalnih polinomov lahko pri interpolaciji izbiramo med tremi stopnjami polinomov, v vsakem primeru pa se ploskev določi na osnovi "lokalnega" prileganja polinoma danim točkam po metodi najmanjših kvadratov. Kot je razvidno iz rezultatov Metode lokalnih polinomov (slika 27, priloga A9), se v nobenem primeru metoda ni izkazala za primerno, saj

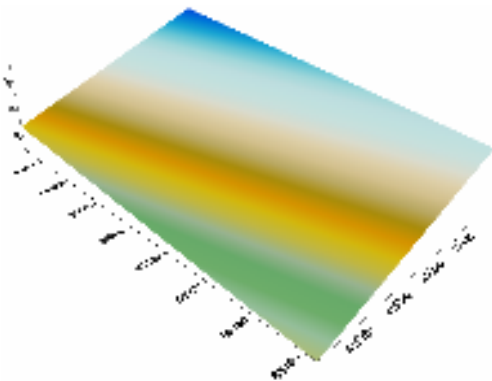
podatke preveč zgladi oz. izravna, kar je tudi njena lastnost. Zato lahko zaključim, da za prikaz ploskev iz lidarskih podatkov polinomi niso primerni.



Slika 27: Metoda lokalnih polinomov: Polinom 1. stopnje – primer "Deponija Celje"

#### 4.4.11 Polinomska regresija

Zadnja izmed preizkušenih metod je Polinomska regresija, ki ponuja 4 možne nastavitve funkcij: Enostavna ravninska ploskev, Bilinearno sedlo, Kvadratna ploskev in Kubična ploskev. Značilnost metode je, da prikaže trend podatkov, kar se je v vseh primerih tudi dejansko izkazalo, vendar pa za predstavitev terena ta metoda ni najprimernejša (slika 28, priloga A10). Slabost metode pa se je v mojem primeru izkazala tudi pri izračunu interpolirane ploskve, saj je v nekaterih primerih prišlo do singularnosti sistema regresijskih enačb, tako da ploskve ni bilo mogoče določiti (priloga A10).



Slika 28: Polinomska regresija: Enostavna ravninska ploskev – primer "Plaz Gorenje"

#### 4.5 Statistična analiza interpolacijskih metod

Z namenom določitve statistične ocene modelirane ploskve sem izvedla statistično analizo vsake od metod za vse tri primere. Najprej sem izračunala višinsko odstopanje med dejansko in s posamezno metodo določeno interpolirano vrednostjo. Odstopanja sem nato uporabila pri izvedbi statistične analize. Za posamezno metodo izračunane vrednosti odstopanj predstavljajo celotno populacijo. Torej ima vsaka metoda svojo populacijo odstopanj za katero sem izračunala minimalno, maksimalno in srednjo vrednost odstopanj ter standardni odklon odstopanj.

V spodnjih preglednicah (preglednica 2 – 4) so prikazane vse zgoraj omenjene statistike za posamezno metodo in za vsak primer posebej. Pri tem sem za merilo vključitve metode v preglednico izbrala vrednost standardnega odklona, ki v primerih "Plaz Gorenje" in "Deponija Celje" ne sme biti večji kot 10 cm, v primeru "Cesta" pa zaradi nezahtevnosti terena in s tem pričakovane boljše skladnosti podatkov ne večji od 1 cm. Za ta kriterij sem se odločila, ker standardni odklon najboljše opiše značilnost vseh vertikalnih odstopanj. Posamezne vrednosti, kot npr. minimalna ali srednja vrednost, ne morejo biti reprezentativne za celotno populacijo vertikalnih odstopanj. Le-te sem v analizo vključila zaradi primerjave in dejstva, da najmanjši standardni odklon ne pomeni nujno tudi najmanjših vertikalnih odstopanj in s tem najboljših rezultatov.

Za primer "Plaz Gorenje" dobimo najboljše statistične rezultate za Metodo minimalne ukrivljenosti (preglednica 2). Povprečna vrednost odstopanja dejanske in interpolirane višinske komponente je v tem primeru manjša od milimetra in znaša 0,3 mm. Najmanjše odstopanje je – 56,1 centimetra, največje pa 70,7 centimetra. To pomeni, da modelirana ploskev odstopa od dejanske največ 56,1 cm, dejanska pa od modelirane največ 70,7 cm. Tudi standardni odklon je najmanjši in znaša 4,6 cm, kar pomeni, da je razpršenost podatkov okoli srednje vrednosti večinoma manjša od 4,6 cm. Kljub dobri statistični oceni pa omenjena metoda ni najprimernejša za prikaz površja, saj v določenih primerih ustvari vrhove in vrtače na območjih, kjer le-teh ni (slika 21). Med interpolacijske metode, ki izpolnjujejo pogoj standardnega odklona, spadajo tudi Metoda z inverznimi razdaljami, Metoda naravnih sosedov, Kriging, Triangulacija z linearno interpolacijo in Metoda najbližjega sosedu. Po tem



vrstnem redu si sledijo glede na velikost standardnega odklona, medtem ko je vrstni red metod glede na najmanjšo, največjo ali srednjo vrednost vertikalnega odstopanja drugačen. Izbranemu kriteriju ustrezajo tudi rezultati Metode lokalnega polinoma 1. stopnje, vendar pa tudi ta metoda ni primerna za predstavitev terena, saj v nobenem primeru ne poda ustreznega vizualnega prikaza površja.

Preglednica 2: Prikaz minimalne, maksimalne in srednje vrednosti ter standardnega odklona vertikalnih odstopanj za primer "Plaz Gorenje"

Interpolacijska metoda	Minimum [cm]	Maksimum [cm]	Srednja vrednost [mm] <sup>*</sup>	$\sigma$ [cm]
Metoda najbližjega sosedu	- 70,7	97,5	3,1	5,3
Metoda lokalnega polinoma 1. stopnje	- 75,1	138,2	1,1	5,1
Triangulacija z linearno interpolacijo	- 60,0	91,6	3,1	5,0
Kriging	- 58,5	84,7	2,6	5,0
Metoda naravnih sosedov	- 57,3	85,0	2,9	5,0
Metoda z inverznimi razdaljami na potenco	- 60,0	84,7	1,7	5,0
Metoda minimalne ukrivljenosti	- 56,1	70,4	0,3	4,6

\* zaradi večje preglednosti so rezultati podani v mm

Statistično je za primer "Deponija Celje" najbolje ocenjena metoda Kriging (preglednica 3). Ima namreč najmanjšo razpršenost vertikalnih odstopanj. Metode, ki ustrezajo kriteriju in imajo obenem tudi ustrezno vizualno predstavo (poglavje 4.4), so še Metoda z inverznimi razdaljami na potenco, Metoda najbližjega sosedu, Metoda naravnih sosedov in Triangulacija z linearno interpolacijo. Od vseh naštetih metod ima najmanjšo srednjo vrednost odstopanja Metoda najbližjega sosedu (preglednica 3), njen negativni znak pa pomeni, da je modelirana ploskev v povprečju višja od dejanske.

Preglednica 3: Prikaz minimalne, maksimalne in srednje vrednosti ter standardnega odklona vertikalnih odstopanj za primer "Deponija Celje"

Interpolacijska metoda	Minimum [cm]	Maksimum [cm]	Srednja vrednost [mm] <sup>**</sup>	$\sigma$ [cm]
Triangulacija z linearno interpolacijo	- 186,9	217,0	11,3	9,2

Metoda naravnih sosedov	- 186,4	217,9	3,6	9,0
RBF* – Multikvadrlična	- 309,2	218,7	0,1	8,7
RBF* – Multilogaritmična	- 235,9	218,3	- 0,1	8,1
Metoda najbližjega sosedu	- 199,0	228,7	- 0,2	8,1
RBF* – Inverzna multikvadrlična	- 183,4	217,8	- 0,4	7,9
Metoda z inverznimi razdaljami na potenco	- 182,9	220,9	8,9	7,6
Metoda minimalne ukrivljenosti	- 179,1	215,2	6,4	7,3
Kriging	- 181,5	218,2	9,1	7,2

\*Metoda radialnih baznih funkcij; \*\*zaradi večje preglednosti so rezultati podani v mm

V primeru "Cesta" je teren enostavnejši, raven, česar posledica je manjša razpršenost vertikalnih odstopanj, kar vidimo po vrednostih standardnih odklonov (preglednica 4). Zopet so med najprimernejšimi metodami Metoda z inverznimi razdaljami na potenco, Metoda naravnih sosedov, Kriging, Triangulacija z linearno interpolacijo in Metoda najbližjega sosedu. Ob upoštevanju vseh štirih statističnih vrednosti bi lahko zaključili, da je za primer "Cesta" najprimernejša Metoda z inverznimi razdaljami na potenco.

Preglednica 4: Prikaz minimalne, maksimalne in srednje vrednosti ter standardnega odklona vertikalnih odstopanj za primer "Cesta"

Interpolacijska metoda	Minimum [cm]	Maksimum [cm]	Srednja vrednost [mm]**	$\sigma$ [cm]
RBF* – Multilogaritmična	- 11,1	15,2	- 0,06	1,0
RBF* – Inverzna multikvadrlična	- 10,6	13,9	- 0,05	0,9
Metoda najbližjega sosedu	- 5,1	8,0	- 0,06	0,7
Metoda minimalne ukrivljenosti	- 28,2	12,9	0,06	0,7
Triangulacija z linearno interpolacijo	- 3,8	8,0	- 0,06	0,6
Kriging	- 3,5	7,9	- 0,11	0,6
Metoda naravnih sosedov	- 3,3	7,9	- 0,07	0,6
Metoda z inverznimi razdaljami na potenco	- 3,7	7,7	- 0,05	0,6
Metoda lokalnega polinoma 2. stopnje	- 4,4	7,5	- 0,08	0,6
Metoda lokalnega polinoma 1. stopnje	- 2,8	8,2	- 0,06	0,6

\*Metoda radialnih baznih funkcij; \*\*zaradi večje preglednosti so rezultati podani v mm

Ob upoštevanju tako vizualnega prikaza površja (poglavje 4.4) kot tudi statistične analize podatkov lahko povzamem, da so se kot primernejše za prikaz površja iz lidarskih podatkov izkazale utežne metode in ne metode s polinomi in zleпки. V vseh treh primerih so se namreč kot najprimernejše izkazale Metoda z inverznimi razdaljami na potenco, Kriging, Triangulacija z linearno interpolacijo, Metoda naravnih sosedov in Metoda najbližjega soseda. Tudi z Metodo minimalne ukrivljenosti dobimo dobre tako vizualne kot tudi statistične rezultate, vendar pa je slabost te metode, da v določenih primerih ustvari neobstoječe detajle terena na območjih, kjer le-teh ni. Podobno bi lahko zaključili za nekatere funkcije Metode radialnih baznih funkcij. To so Multilogaritmična, Inverzna multikvadrčna in Multikvadrčna funkcija, medtem ko se funkciji Naravnega kubičnega zleпка in Tankega gladkega zleпка v nobenem primeru nista izkazali kot primerni. Tudi vse ostale metode lahko smatramo kot neprimerne, saj ne ponujajo ustreznih vizualnih in statističnih rešitev.

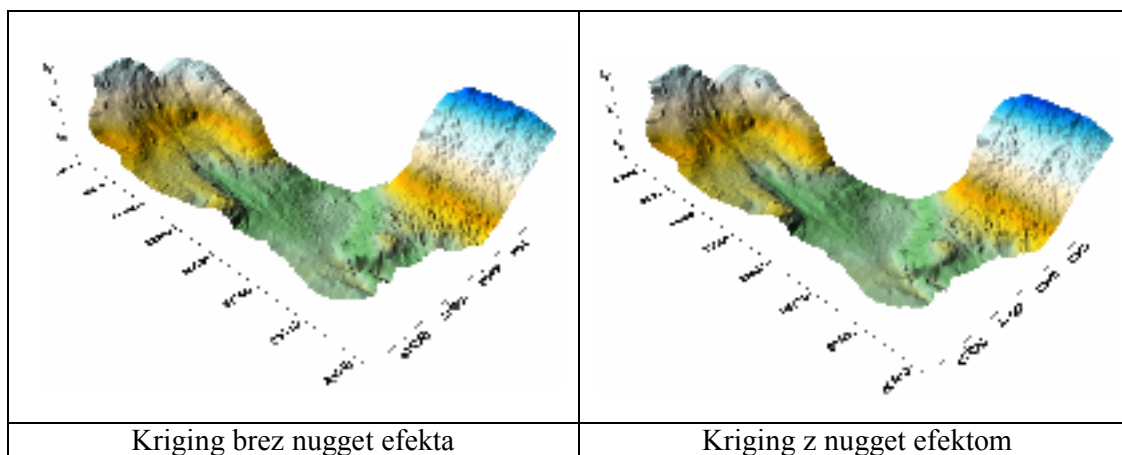
#### **4.6 Preizkus metod glajenja ploskev**

Glajenje ploskve sem izvedla v programu Surfer 8 z metodami, ki jih le-ta omogoča. Pri vseh metodah sem kot testno območje izbrala primer "Plaz Gorenje". Najprej sem preizkusila metodo glajenja ploskve, ki jo omogočata interpolacijski metodi Kriging in Metoda z inverznimi razdaljami na potenco. Omeniti je potrebno, da tudi še nekatere druge interpolacijske metode omogočajo glajenje (poglavje 3.3), vendar pa sem se na podlagi rezultatov izvedbe interpolacijskih metod odločila, da preizkusim le omenjeni. Na istem primeru sem uporabila možnost glajenja s filtri in metodo glajenja z zleпки (angl. Spline smoothing), preizkusila pa sem tudi vpliv spremembe velikosti mreže na prikaz površja. Za pridobitev številčne ocene kakovosti glajenih ploskev sem izvedla tudi statistično obdelavo vertikalnih odstopanj.

##### **4.6.1 Glajenje ploskev z metodo Kriging**

Metoda Kriging se obnaša kot interpolator glajenja kadar pri nastavitvah parametrov vključimo nugget efekt. Uporabimo ga, kadar predvidevamo, da med podatki obstajajo

pogreški. Z nastavitvijo variance pogreška (angl. error variance) določimo kolikšna je napaka ponovnih meritev iste točke. Ker se podatki v naravi navadno porazdeljujejo po normalni porazdelitvi, sem za vrednost variance pogreška izbrala vrednost 1, vse ostale parametre pa sem nastavila enako kot pri postopku interpoliranja. Rezultat prikazuje spodnja slika 29 na kateri sta z metodo Kriging interpolirani ploskvi – leva prikazuje le-to brez vključenega nugget efekta, desna pa z vključenim nugget efektom.



Slika 29: Glajenje ploskve z metodo Kriging

Ker iz vizualnega prikaza očitne razlike med ploskvama ni opaziti, sem izvedla še statistično primerjavo. Primerjala sem izvirne podatke z interpoliranimi. Najprej z metodo Kriging brez nugget efekta in nato še z vključenim nugget efektom.

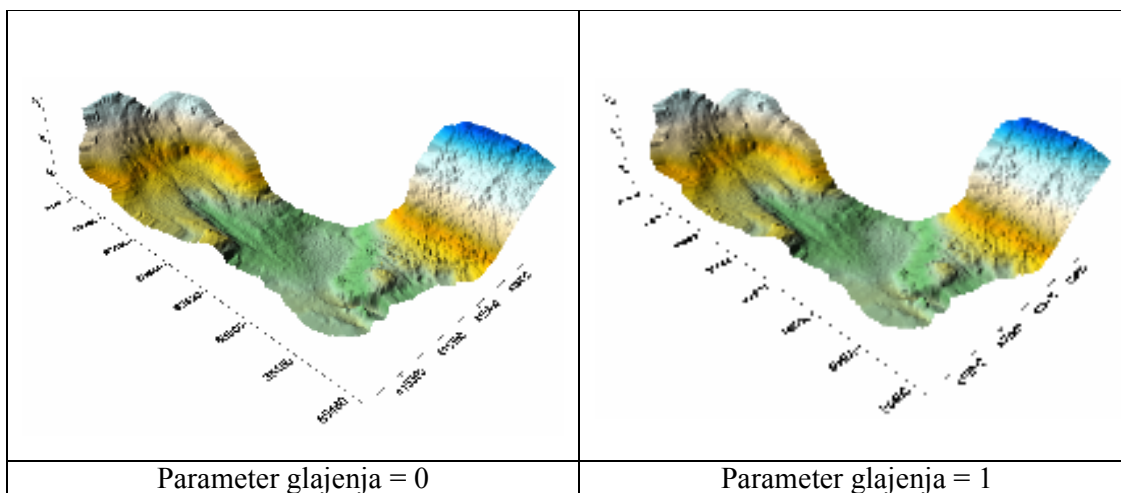
Preglednica 5: Statistična primerjava ploskev interpoliranih z metodo Kriging

Interpolacijska metoda	Minimum [cm]	Maksimum [cm]	Srednja vrednost [cm]	$\sigma$ [cm]
Kriging brez nugget efekta	- 58,5	84,7	0,3	5,0
Kriging z nugget efektom	- 59,5	82,7	0,1	4,9

Iz zgornje preglednice (preglednica 5) je razvidno, da razlika med ploskvami obstaja. Največ se razlikujeta srednji vrednosti vertikalnih odstopanj. Brez vključenega nugget efekta je le-ta 3 mm, ob vključitvi nugget efekta pa 1 mm. To nakazuje na v povprečju manjše odstopanje dejanske in glajene ploskve kot pa samo interpolirane ploskve. Tudi razpršenost podatkov je v drugem primeru malo manjša.

#### 4.6.2 Glajenje ploskev z Metodo z inverznimi razdaljami na potenco

Metoda z inverznimi razdaljami na potenco sicer velja za točno interpolacijsko metodo, vendar pa ob spremembi vrednosti parametra glajenja, ki je drugače enak nič, postane metoda glajenja. Velikost parametra glajenja nam pove zaupanje v podatke in način določitve uteži podatkom. Večji parameter pomeni manjše zaupanje v podatke in obratno. Z njegovo vključitvijo nobenemu opazovanju ni dodeljena utež 1, četudi le-to sovpada z vozliščem.



Slika 30: Glajenje ploskve z Metodo z inverznimi razdaljami na potenco

Glajenje ploskve z Metodo z inverznimi razdaljami na potenco je vizualno predstavljeno na zgornji sliki (slika 30). Ploskev sem zgladila s parametrom glajenja enakim 1 in 10. Prikaz slednje se nahaja v prilogi (priloga B1). Ker vizualne razlike tudi tu ni opaziti, sem izvedla še statistično analizo vertikalnih odstopanj za vse tri primere, t.j. za primer brez faktorja glajenja, s faktorjem glajenja 1 in faktorjem glajenja 10 (preglednica 6).

Preglednica 6: Statistična primerjava ploskev interpoliranih z Metodo z inverznimi razdaljami na potenco

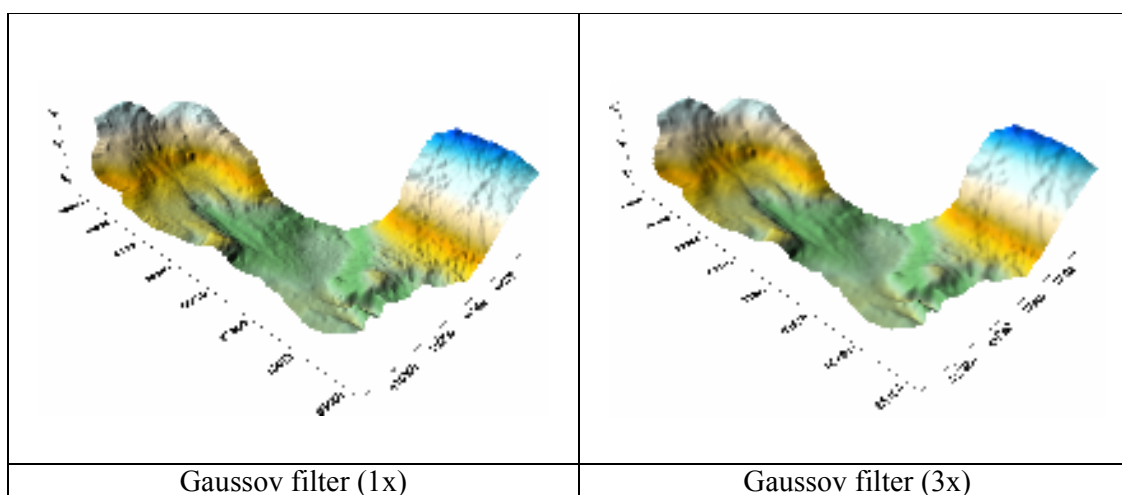
Interpolacijska metoda	Minimum [cm]	Maksimum [cm]	Srednja vrednost [cm]	$\sigma$ [cm]
Metoda z inverznimi razdaljami na potenco – brez faktorja glajenja	- 59,9	84,7	0,2	5,0

Metoda z inverznimi razdaljami na potenco – s faktorjem glajenja 1	- 59,9	82,3	0,1	4,9
Metoda z inverznimi razdaljami na potenco – s faktorjem glajenja 10	- 59,9	83,7	0,1	4,9

Glede na rezultate analize (preglednica 6) vidimo, da se rezultati ne razlikujejo bistveno. Pri parametru glajenja 1 in 10 sta srednja vrednost odstopanja in standardni odklon enaka. Se pa omenjeni ploskvi razlikujeta glede na izvorno ploskev. Imata manjše odstopanje glede na podane podatke, kar dokazuje da sta ploskvi zglajeni. Vsekakor pa je potrebno biti pazljiv pri izbiri parametra, saj s prevelikim parametrom glajenja ploskev izgubi značilnosti terena, pri predstavitvi terena ponavadi želimo le odpraviti manjše nepravilnosti terena, ki so posledica pogreškov pri zajemu podatkov.

#### 4.6.3 Glajenje ploskev s pomočjo nizkopropustnih filtrov

Ploskve lahko zgladimo tudi s pomočjo nizkopropustnih filtrov. Eden od njih je Gaussov filter, ki sem ga tudi preizkusila. Filter je velikosti 3 x 3, njegova naloga pa je, da preračuna vrednosti mreže in tako zgladi ploskev.



Slika 31: Glajenje ploskve z Gausovim filtrom

V programu Surfer 8 delujejo filtri samo na že interpolirani mreži in ne na izvornih podatkih. Tako sem za filtriranje izbrala mrežo pridobljeno z metodo Kriging, ki ni imela vključenega nugget efekta. Ker program nudi možnost izbire števila ponovitev filtriranja z izbranim filtrom, sem v prvem primeru ploskev filtrirala enkrat, v drugem pa za primerjavo trikrat.

Da z Gaussovim filtrom zgladimo ploskev lahko opazimo že ko ga uporabimo enkrat, razlika pa je še očitnejša, ko filter uporabimo trikrat (slika 31). Vizualno se to najbolj opazi pri manj izrazitih sencah. Za določitev še številčne ocene pa sem tudi v tem primeru izvedla statistično analizo (preglednica 7). Glede na spremembo oz. zmanjšanje srednje vrednosti vertikalnih odstopanj vidimo, da je ploskev zglajena, saj so odstopanja dejanske in modelirane ploskve v povprečju manjša. Se pa je po postopku filtriranja povečala razpršenost podatkov. Tako lahko zaključimo, da je v povprečju skladnost danih in "zglajenih" vrednosti večja kot v primeru samo interpoliranih vrednosti, vendar pa vertikalna odstopanja bolj nihajo bolj ko zgladimo ploskev.

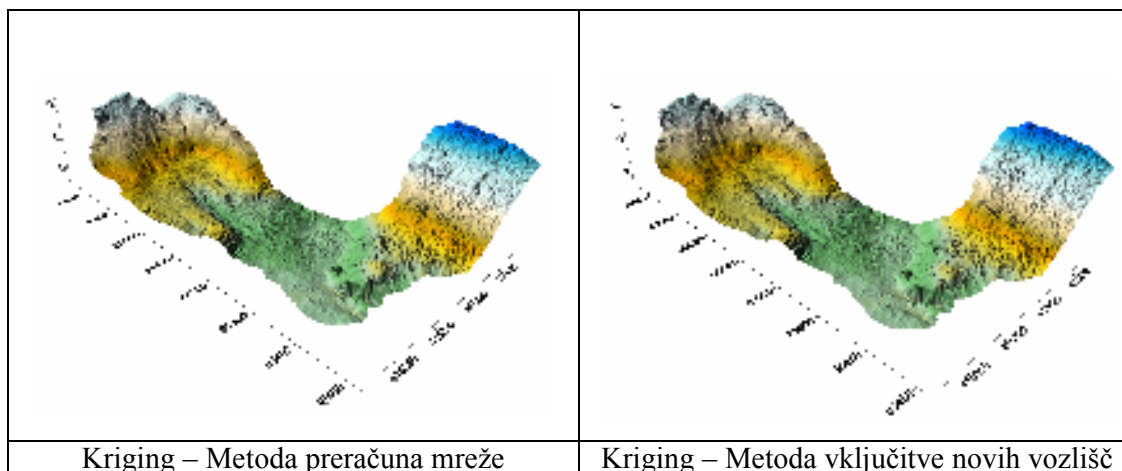
Preglednica 7: Statistična primerjava ploskev interpoliranih z metodo Kriging in filtriranih z Gaussovim filtrom

Interpolacijska metoda	Minimum [cm]	Maksimum [cm]	Srednja vrednost [cm]	$\sigma$ [cm]
Kriging brez nugget efekta	- 58,5	84,7	0,3	5,0
Kriging in Gaussov filter (1x)	- 52,1	84,5	0,2	5,3
Kriging in Gaussov filter (3x)	- 52,8	89,4	0,1	5,8

#### 4.6.4 Glajenje z zleпки (angl. Spline smoothing)

Še ena od metod glajenja, ki jo nudi program Surfer 8, je glajenje z zleпки. Kot je bilo v teoriji že predstavljeno, metoda omogoča dve možnosti: preračun mreže ali vključitev novih vozlišč v mrežo. V obeh primerih se nove vrednosti mreže določijo na osnovi kubičnih zlepkov. Tudi v tem primeru lahko postopek izvedemo samo na že obstoječi mreži, za katero sem izbrala z metodo Kriging interpolirano mrežo velikosti 0,5 m x 0,5 m. Nato sem le-to preračunala na velikost 0,1 m x 0,1 m. Za primerjavo sem izvedla še interpolacijo podatkov z metodo Kriging na isto velikost mreže. Metoda preračuna mreže namreč omogoča nastavitve števila

vrstic in stolpcev, kar je skupno z interpolacijskimi metodami. Na enak način lahko pri metodi vključitve novih vozlišč ugotovimo, kako se velikost mreže spreminja glede na dodana vozlišča. V mojem primeru se ob vključitvi štirih novih vozlišč med vrsticami in štirih med stolpci mreža spremeni na velikost 0,1 m x 0,1 m. Tako sem lahko primerjala pridobljeno mrežo z mrežo interpolirano z metodo Kriging.



Slika 32: Prikaz metode glajenja z zleпки

Modelirani ploskvi se med seboj vizualno ne razlikujeta (slika 32), sta pa v primerjavi z izvorno mrežo (0,5 m x 0,5 m) manj gladki. S tem je bil dosežen ravno obratni učinek od želenega. Pričakovati je bilo namreč, da naj bi manjša velikost mreže podatke med seboj "lepše" povezala in tako zgladila ploskev. Vendar pa je v mojem primeru teren zelo razgiban, poleg tega pa je tudi gostota podatkov velika, zato manjša mreža v tem primeru bolj poudari detajl terena. Podoben vizualni prikaz površja dobimo z interpoliranjem podatkov z metodo Kriging na mrežo velikosti 0,1 m x 0,1 m (slika 32 – vključitev novih vozlišč). Za vse primere sem izvedla tudi statistično analizo, katere rezultati so prikazani v spodnji preglednici (preglednica 8).

Preglednica 8: Statistična primerjava ploskev interpoliranih z metodo Kriging in zglajenih z metodo glajenja z zleпки

Interpolacijska metoda	Minimum [cm]	Maksimum [cm]	Srednja vrednost [cm]	$\sigma$ [cm]
Kriging (mreža 0,5 m x 0,5 m)	- 58,5	84,7	0,3	5,0

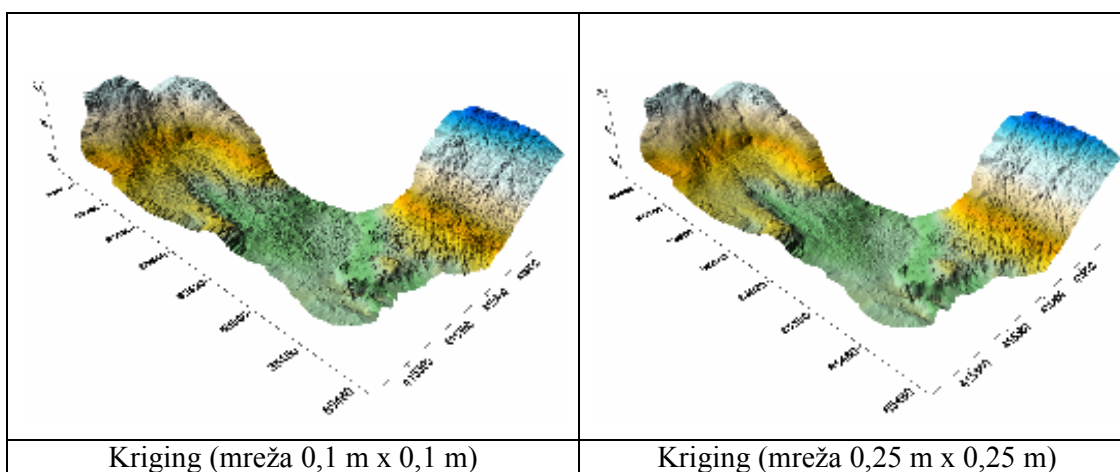


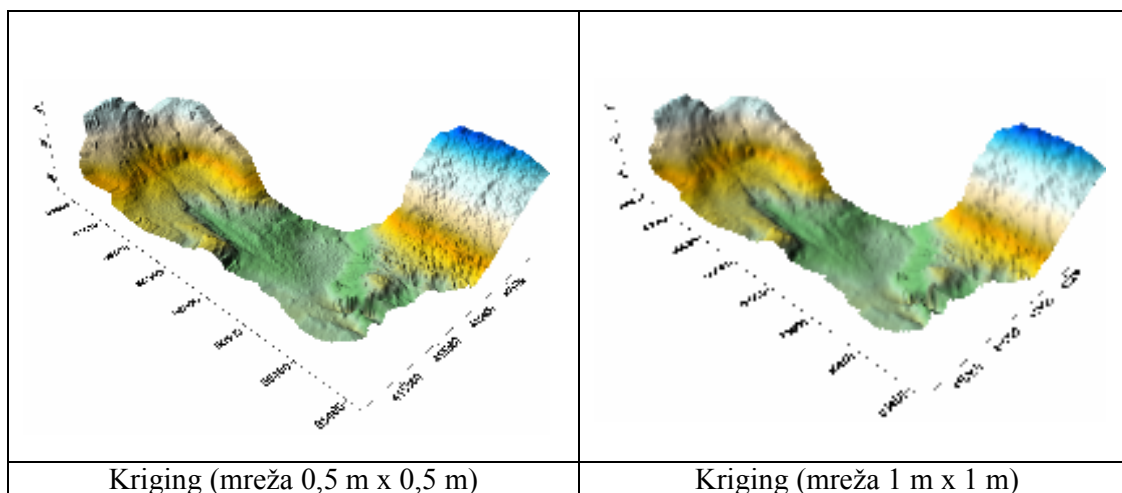
Kriging – preračun mreže (mreža 0,1 m x 0,1 m)	- 72,0	85,0	0,3	5,3
Kriging – vključitev novih vozlišč (mreža 0,1 m x 0,1 m)	- 72,0	85,0	0,3	5,3
Kriging (mreža 0,1 m x 0,1 m)	- 59,0	73,0	0,1	3,7

Iz preglednice je razvidno, da sta mreži pridobljeni z metodo glajenja z zleпки enaki. To je bilo pričakovati, saj imata obe isto izvorno mrežo in sta bili "pretvorjeni" na enako velikost mreže. Opaziti pa je razliko v primerjavi z metodo Kriging interpolirano mrežo (velikosti 0,1 m x 0,1 m), saj ima le-ta manjšo srednjo vrednost in razpršenost odstopanj. Na podlagi tega lahko sklepamo, da je omenjena mreža bolj skladna s podatki, kar pa ne pomeni nujno, da je tudi vizualno primernejša. Vedno je potrebno namreč najti kompromis med skladnostjo podatkov in detajlom terena, ki ga še želimo prikazati oz. ki je še realen. Slednja primerjava je narejena v poglavju 4.6.5.

#### 4.6.5 Primerjava ploskev glede na velikost mreže

Z namenom primerjave ploskev in količine detajla, sem prikazala in analizirala mreže velikosti 0,1 m x 0,1 m, 0,25 m x 0,25 m, 0,5 m x 0,5 m in 1 m x 1 m. Vse mreže so interpolirane z metodo Kriging (poglavje 4.4.1).





Slika 33: Prikaz z metodo Kriging interpoliranih ploskev glede na velikost mreže

Zgornja slika (slika 33) prikazuje kako se z velikostjo mreže spreminja tudi količina detajla. Večja mreža zmanjša podrobnosti ploskve in jo vizualno zgladi. To dokazuje tudi spodnja razpredelnica 9, saj se z velikostjo mreže povečuje tudi razpršenost vertikalnih odstopanj, kar nakazuje na večja odstopanja dejanske in interpolirane ploskve.

Preglednica 9: Statistična primerjava ploskev interpoliranih z metodo Kriging glede na velikost mreže

Interpolacijska metoda	Minimum [cm]	Maksimum [cm]	Srednja vrednost [cm]	$\sigma$ [cm]
Kriging (mreža 0,1 m x 0,1 m)	- 59,0	73,0	0,1	3,7
Kriging (mreža 0,25 m x 0,25 m)	- 61,6	74,5	0,2	4,4
Kriging (mreža 0,5 m x 0,5 m)	- 58,5	84,7	0,3	5,0
Kriging (mreža 1 m x 1 m)	- 71,8	92,0	0,1	6,0

Glede na preizkušene metode glajenja so se kot najprimernejše izkazale tiste, ki jih vsebujejo že same interpolacijske metode. Vse ostale metode imajo namreč večjo razpršenost odstopanj in s tem slabšo natančnost prikaza ploskve. Slabost teh metod je tudi, da ne izhajajo iz osnovnih podatkov, ampak iz že obstoječe mreže.

## 5 ZAKLJUČEK

Z analizo metod interpolacij in glajenja sem poskušala oceniti vpliv le-teh na geometrično natančnost ploskev modeliranih iz lidarskih podatkov. Zelo pomemben za čim boljše predstavitev površja je že ustrezen zajem podatkov. Namreč značilnost lidarskih podatkov je njihova različna gostota, t.j. velika na vidnih delih ter majhna na skritih in mestih stojišč. Ker pa z laserskim skeniranjem posnamemo celotno vidno območje, za predstavitev terena pa potrebujemo le točke slednjega, je pomembna tudi ustrezna obdelava oblaka lidarskih točk. Najprimernejša je kombinacija filtriranja in še naknadne ročne obdelave podatkov, s katero odstranimo posamezne odvečne točke.

Lidarski podatki predstavljajo oblak točk, ki določajo ploskev. Potek le-te določimo s pomočjo interpolacije točk. Obstajajo različne interpolacijske metode, v grobem pa se razlikujejo glede na to, ali interpolirajo na osnovi določitve uteži ali polinomov oziroma zlepkov. Vsaka interpolacijska metoda ima svoje prednosti in slabosti, zato je težko reči, da je katera od metod "univerzalna". Pred izbiro posamezne metode je potrebno med drugim proučiti značilnosti podatkov in namen uporabe ploskve. Po modeliranju ploskve lahko le-to še zgladimo in s tem zmanjšamo manjše nepravilnosti geomorfologije površja, ki so posledica zajema podatkov. V ta namen uporabimo metode glajenja, ki so na voljo že v sklopu nekaterih interpolacijskih metod ali pa uporabimo razne nizkopropustne filtre ter ostale metode glajenja.

Modelna ploskev predstavitve površja omogoča le vizualno oceno primernosti posamezne interpolacijske metode. Za ocenitev skladnosti referenčne in modelirane ploskve pa je bila izvedena statistična analiza vertikalnih odstopanj dejanskih in interpoliranih vrednosti. Določene so bile minimalna, maksimalna in srednja vrednost ter standardni odklon odstopanj.

V praktičnem delu naloge so bile preizkušene interpolacijske metode na treh različnih območjih, ki so se razlikovala glede oblike, velikosti in števila točk. Rezultat vsake analizirane metode in območja je bil vizualno predstavljen, narejena pa je bila tudi statistična ocena. Rezultati so pokazali, da je vertikalno odstopanje referenčne in interpolirane ploskve v

povprečju manjše od decimetra, v primeru manjšega območja pa manjše kot milimeter. Z vidika statističnega ovrednotenja so bile kot ustrezne metode izbrane tiste, katerih standardni odklon odstopanj je bil manjši od 10 cm, v primeru manjšega in manj razgibanega območja pa manjši od 1 cm.

Ob upoštevanju vizualnega prikaza interpolirane ploskve in standardnih odstopanj lahko glede na rezultate zaključim, da so za prikaz površja iz lidarskih podatkov primernejše naslednje interpolacijske metode: Kriging, Metoda inverzne razdalje na potenco, Triangulacija z linearno interpolacijo, Metoda naravnih sosedov in Metoda najbližjega sosedu. Tudi z Metodo minimalne ukrivljenosti dobimo dobre tako vizualne kot tudi statistične rezultate, vendar pa metoda v določenih primerih ustvari vrhove in vrtače na območjih, kjer le-teh ni. Podobne ekstremne vrednosti dobimo pri vizualnem prikazu ploskve določene z Metodo radialnih baznih funkcij. Za manj primerne pa so se izkazale sledeče metode: Metoda premikanja povprečja, Modificirana Shepard-ova metoda, Metoda lokalnih polinomov in Polinomska regresija. Manj primerne so predvsem v smislu slabšega vizualnega prikaza, saj imajo nekatere zelo dobre statistične rezultate. So se pa skoraj vse metode izkazale kot primerne za bolj ravne površine, medtem ko se na bolj razgibanah površinah izbor primernih metod zoži, kar je bilo tudi pričakovati. Vsekakor pa na uspešno izvedbo interpolacije vplivajo tudi ustrezno izbrani parametri – velikost vplivnega območja, število sosednjih vplivnih vrednosti, velikost celice mreže in ostali. Pri metodah glajenja pa se je izkazalo, da se z glajenjem ploskve v sklopu interpolacijskih metod standardni odklon vertikalnih odstopanj zmanjša, medtem ko se pri ostalih metodah interpolacije z glajenjem le-ta poveča.

Glede na izbor primernejših interpolacijskih metod bi lahko zaključili, da se pri interpoliranju lidarskih podatkov bolje obnesejo utežne metode, manj ustrezni pa so polinomi in zleпки. Za glajenje ploskev pa so primernejše metode, ki jih vsebujejo interpolacijske metode. Ti zaključki so narejeni na osnovi preizkušenih metod in se nanašajo na uporabljene podatke. Seveda pa so si podatki med seboj različni in je vedno potrebno najprej preučiti karakteristike podatkov in se na podlagi le-teh odločiti za najprimernejšo metodo. Prav tako je potrebno upoštevati, da ni nujno, da ista metoda v drugem programskem paketu ponudi isto rešitev.

## VIRI

Asim, M. R., Mustafa, G., Brodlić, K. 2004. Constrained Visualization of 2D Positive Data using Modified Quadratic Shepard Method.

[http://wscg.zcu.cz/wscg2004/Papers\\_2004\\_Poster/H59.pdf](http://wscg.zcu.cz/wscg2004/Papers_2004_Poster/H59.pdf) (10.05.2008)

Balon, M. 2007. Analiza uporabnosti tehnologije terestričnega laserskega skeniranja za metrično dokumentiranje zemeljskih plazov. Diplomsko naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, FGG: 67 - 71

ems-i: Environmental Modeling Systems, Inc.:

[http://www.ems-i.com/gmshelp/Modules/TIN\\_Module/Creating\\_TINs/Triangulation.htm](http://www.ems-i.com/gmshelp/Modules/TIN_Module/Creating_TINs/Triangulation.htm)

(06.05.2008)

[http://www.ems-](http://www.ems-i.com/gmshelp/Interpolation/Interpolation_Schemes/Kriging/Ordinary_Kriging.htm)

[i.com/gmshelp/Interpolation/Interpolation\\_Schemes/Kriging/Ordinary\\_Kriging.htm](http://www.ems-i.com/gmshelp/Interpolation/Interpolation_Schemes/Kriging/Ordinary_Kriging.htm)

(13.05.2008)

Eotvos University, Department of Cartography and Geoinformatics.

<http://lazarus.elte.hu/hun/digkonyv/havas/mellekl/vm25/vma07.pdf> (12.05.2008)

Fomel, S. 2000. Helical preconditioning and splines in tension.

[http://sepwww.stanford.edu/public/docs/sep103/sergey1/paper\\_html/node1.html](http://sepwww.stanford.edu/public/docs/sep103/sergey1/paper_html/node1.html) (07.05.2008)

Goncalves, G. 2006. Analysis of interpolation errors in urban digital surface models created from Lidar data.

<http://www.spatial-accuracy.org/2006/PDF/Goncalves2006accuracy.pdf> (18.02.2008)

Gumerov, N. A., Duraiswami, R. 2006. Fast Radial Basis Function interpolation via preconditioned Krylov iteration.

<http://www.umiacs.umd.edu/~ramani/pubs/GumerovDuraiswamiIterativeRBF06.pdf>

(25.05.2008)

Kastelec, D. 2001. Objektivna prostorska interpolacija meteoroloških spremenljivk in njihovo kartiranje. Doktorska disertacija. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko: 13 – 20

Kim, C. 2008. Intermediate Geographic Information Systems.

<http://mavdisk.mnsu.edu/kimc1> (19.02.2008)

Miler, M., Đapo, A., Kordić, B., Medved, I. 2007. Terestrički laserski skeneri.

<http://hrcak.srce.hr/file/32559> (02.05.2008)

Oštir, K. 2006. Daljinsko zaznavanje. Ljubljana, založba ZRC : 73 – 79

Owen, S. J. 1993. Subsurface Characterization with Three-Dimensional Natural Neighbor Interpolation.

<http://www.andrew.cmu.edu/user/sowen/natneigh/index.html> (07.05.2008)

Peralvo, M. 2003. Influence of DEM interpolation methods in Drainage Analysis.

<http://www.crrw.utexas.edu/gis/gishydro04/Introduction/TermProjects/Peralvo.pdf>(9.4.2008)

Petrišič, J. 1999. Interpolacija in osnove računalniške grafike. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za strojništvo: 167 – 168

Pfeifer, N. 2007. Overview of TLS systems, overall processing and applications. ISPRS Summer School 2007: Theory and application of laser scanning. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, FGG: 7 – 48

Podobnikar, T. 2001. Digitalni model reliefa iz geodetskih podatkov različne kakovosti. Doktorska disertacija. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, FGG: 80 – 96

Program RiSCAN PRO – pomoč

Program Surfer 8 – pomoč

Ramos, G. A. 2001. Scattered Data Interpolation Using an Alternate Differential Equation Interpolant.

<http://www.dgp.toronto.edu/~bonzo/docs/MyThesis.pdf> (10.05.2008)

Riegl laser measurement systems.

<http://www.riegl.com> (12.03.2008)

Sarkozy, F. 1998. Gis functions – interpolation.

[http://www.agt.bme.hu/public\\_e/funcint/funcint.html](http://www.agt.bme.hu/public_e/funcint/funcint.html) (14.04.2008)

Shojaee, D., Helali, H., Alesheikh, A. A. 2006. Triangulation for surface modelling.

<http://www.univ-valenciennes.fr/congres/3D2006/Abstracts/159-Shojaee.pdf> (28.03.2008)

Smith, S. L. , Holland, D. A. , Longley, P. A. 2003. The Effect of Changing Grid Size in the Creation of Laser Scanner Digital Surface Models.

[http://www.geocomputation.org/2003/Papers/Smith\\_Paper.pdf](http://www.geocomputation.org/2003/Papers/Smith_Paper.pdf) (29.02.2008)

Sorkine, O. 2005. 3D geometry for computer graphics.

[http://cg.cs.tu-berlin.de/~sorkine/courses/cg/cg2006/cg\\_ex4.ppt](http://cg.cs.tu-berlin.de/~sorkine/courses/cg/cg2006/cg_ex4.ppt) (27.05.2008)

Sukumar, N. 1997. A Note on Natural Neighbor Interpolation and the Natural Element Method (NEM).

[http://dilbert.engr.ucdavis.edu/~suku/nem/nem\\_intro/node3.html](http://dilbert.engr.ucdavis.edu/~suku/nem/nem_intro/node3.html) (28.02.2008)

Šumrada, R. 2005. Strukture podatkov in prostorske analize. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, FGG: 218 – 225

Wikipedia.

[http://en.wikipedia.org/wiki/Main\\_Page](http://en.wikipedia.org/wiki/Main_Page) (14.04.2008, 15.09.2008)

WolframMathWorld.

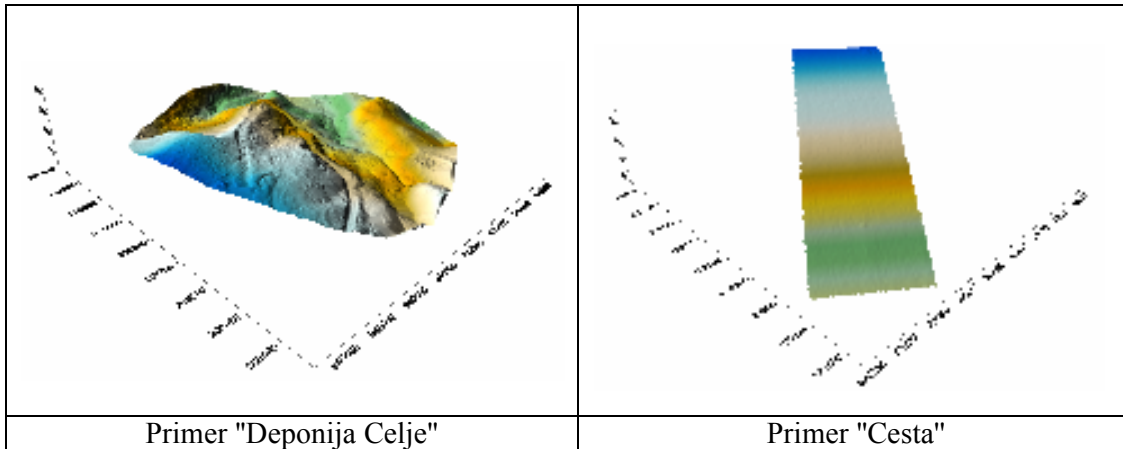
<http://mathworld.wolfram.com/> (11.05.2008)

## **PRILOGE**

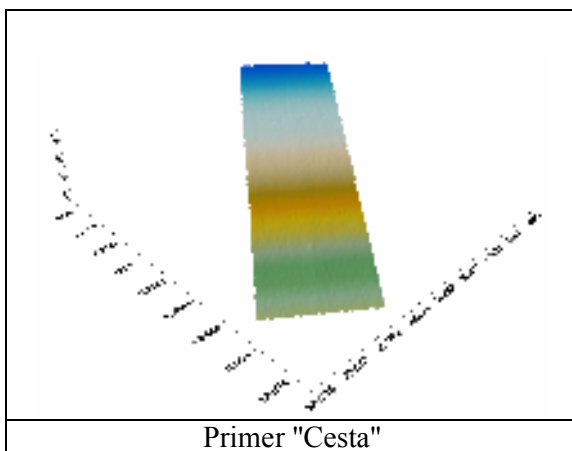


## Priloga A: Rezultati interpolacije podatkov

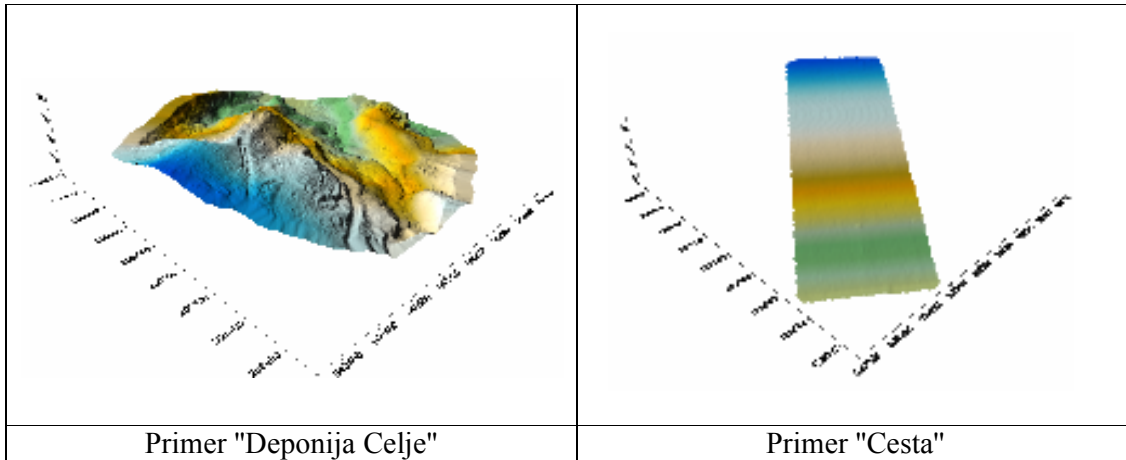
### Priloga A1: Rezultati Triangulacije z linearno interpolacijo



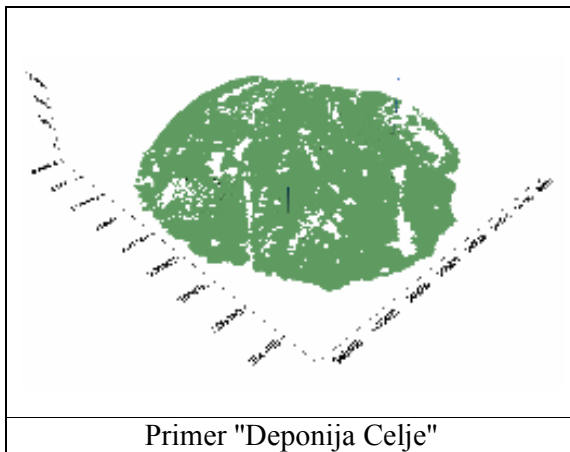
### Priloga A2: Rezultati Metode naravnih sosedov



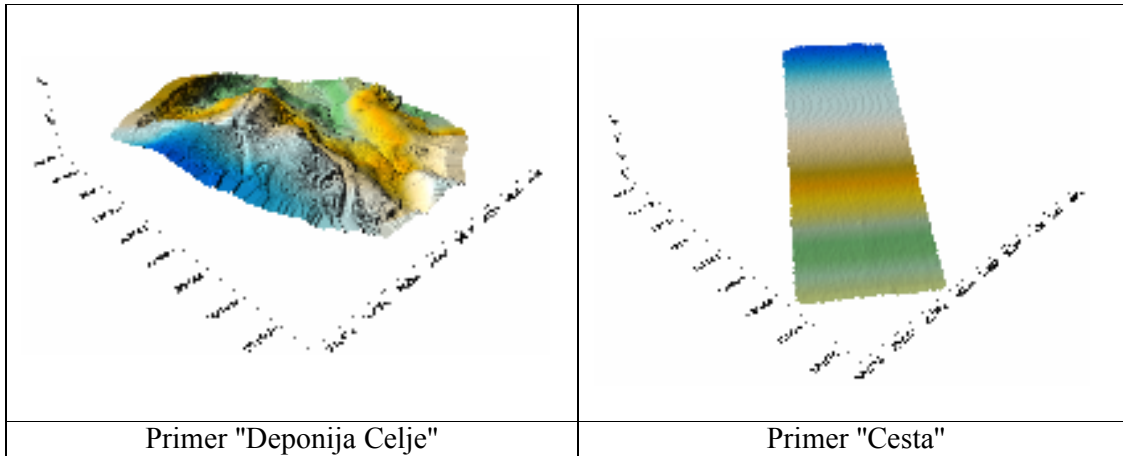
### Priloga A3: Rezultati Metode z inverznimi razdaljami na potenco



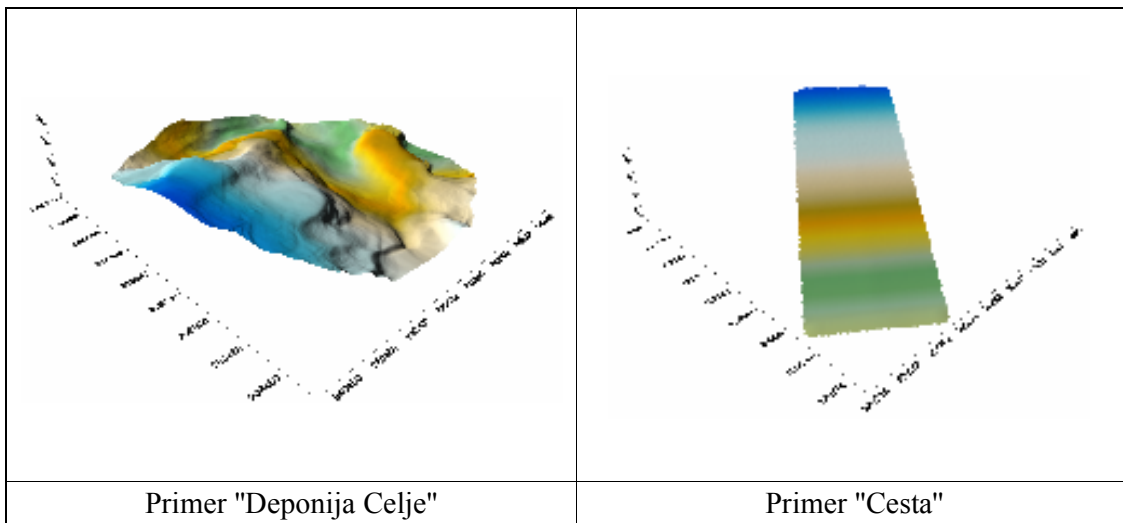
### Priloga A4: Rezultati Modificirane Shepard-ove metode



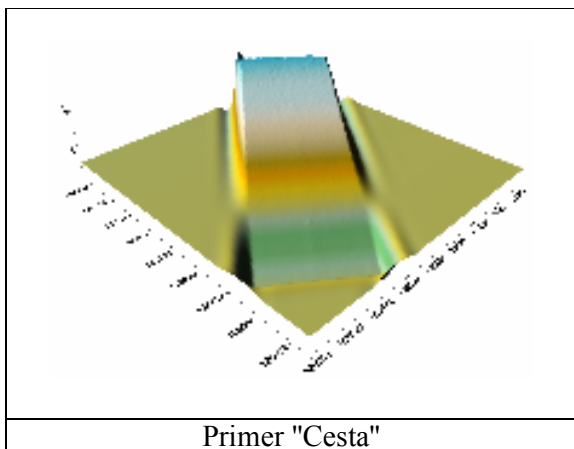
**Priloga A5: Rezultati Metode najbližjega soseda**



**Priloga A6: Rezultati Metode premikanja povprečja**

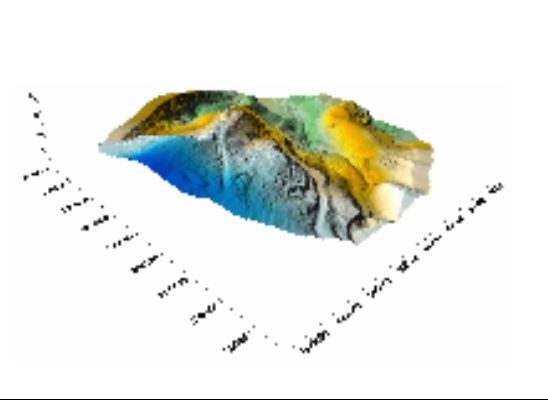
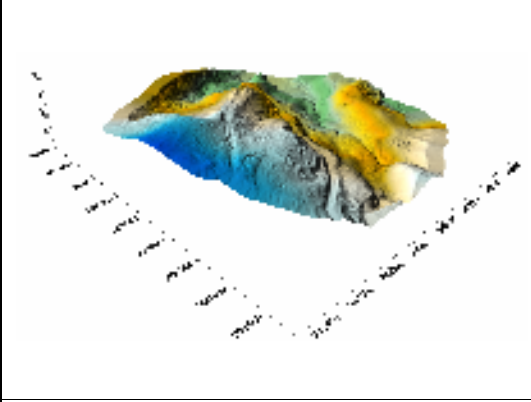
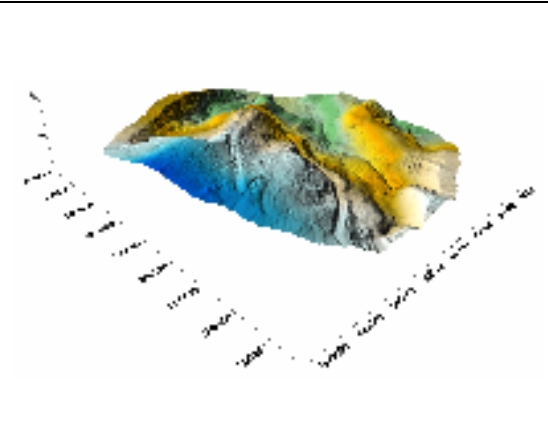
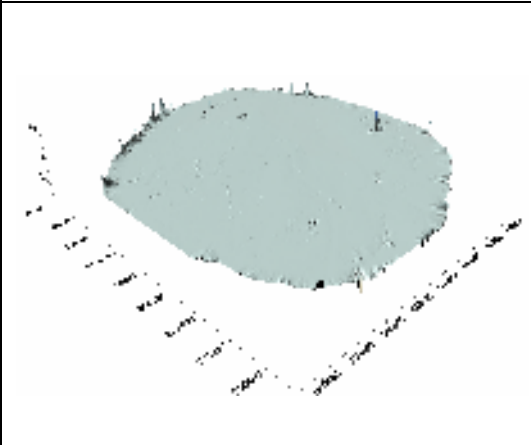
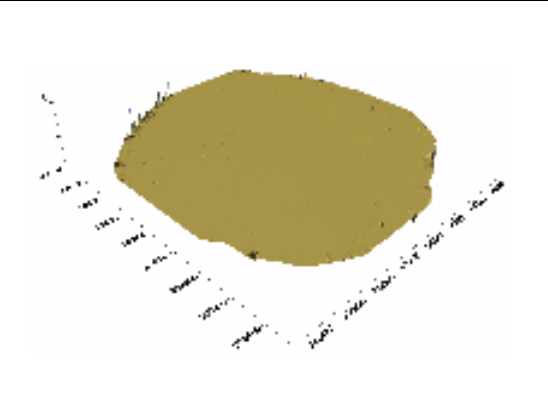


### Priloga A7: Rezultati Metode minimalne ukrivljenosti

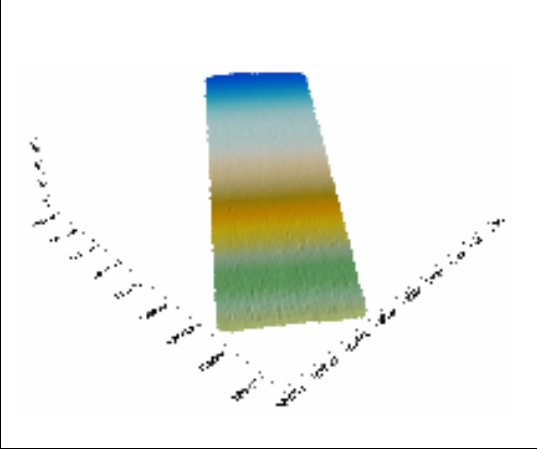
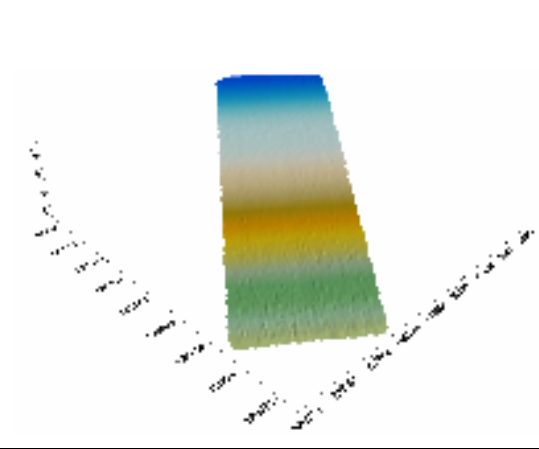
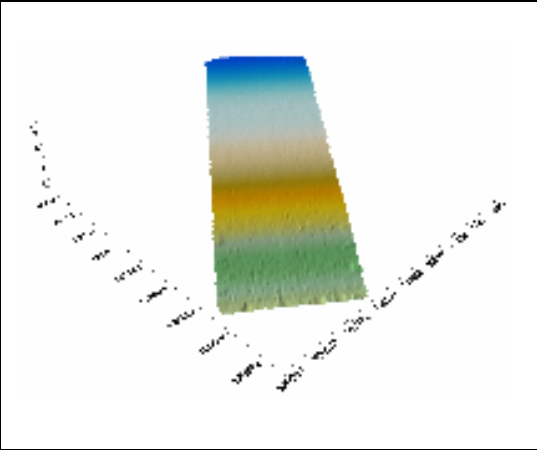
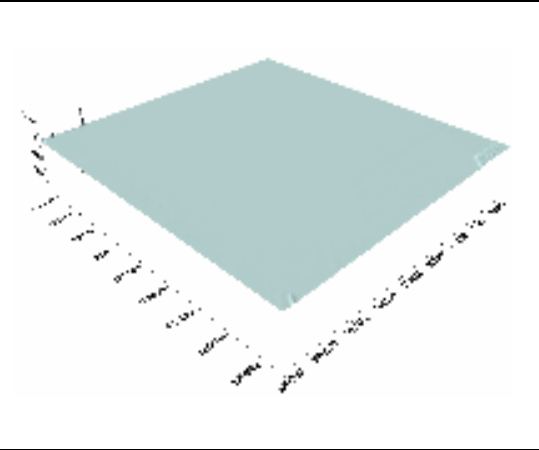
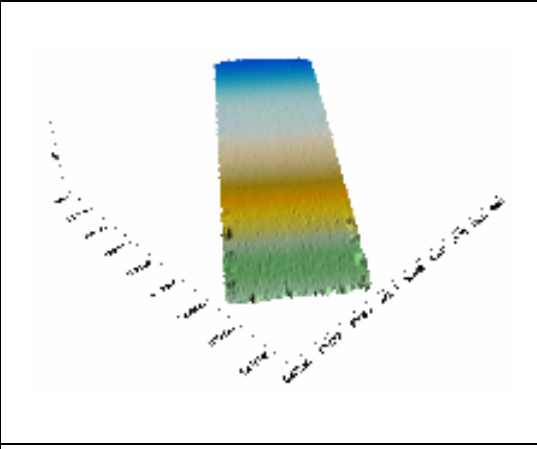


### Priloga A8: Rezultati Metode radialnih baznih funkcij

Primer "Deponija Celje"

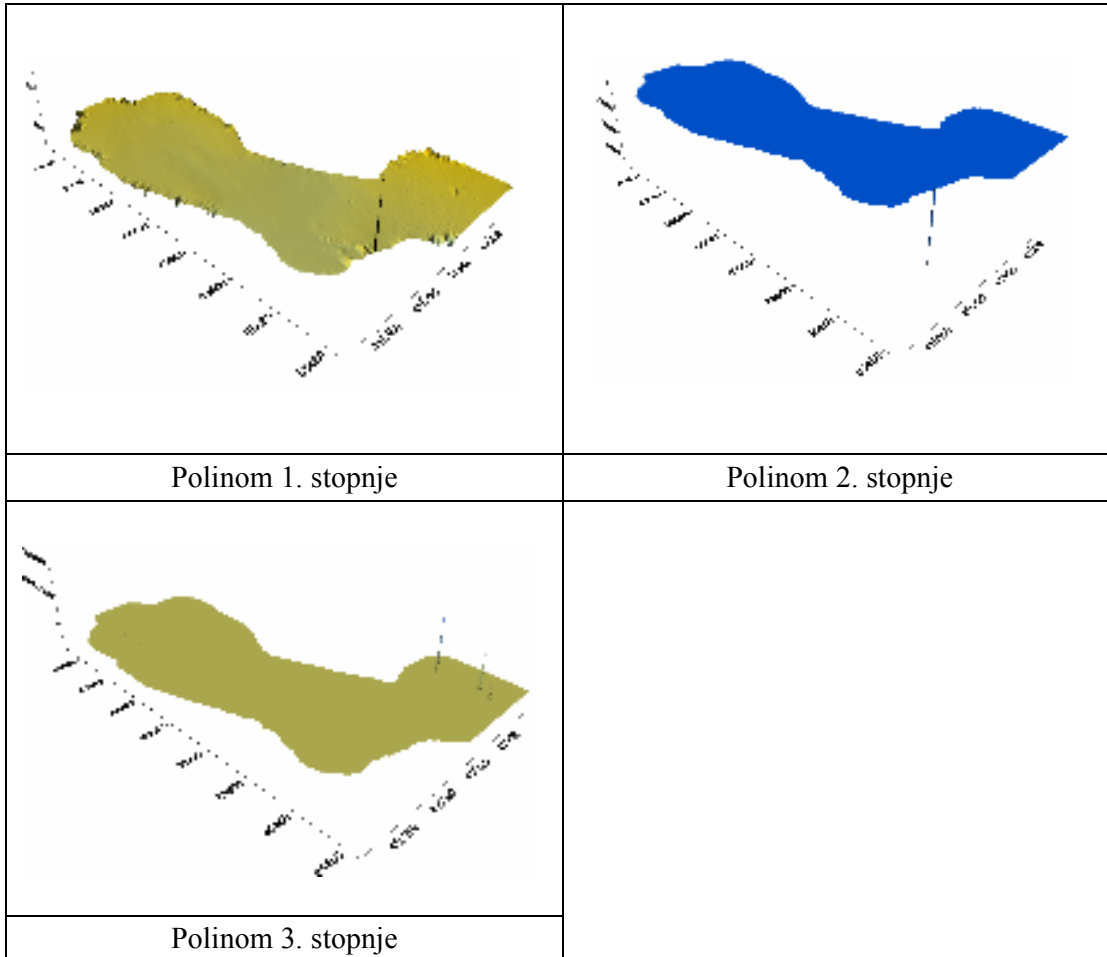
	
Inverzna multikvadrlična funkcija	Multilogaritmična funkcija
	
Multikvadrlična funkcija	Naravni kubični zlepek
	
Tanek gladek zlepek	

Primer "Cesta"

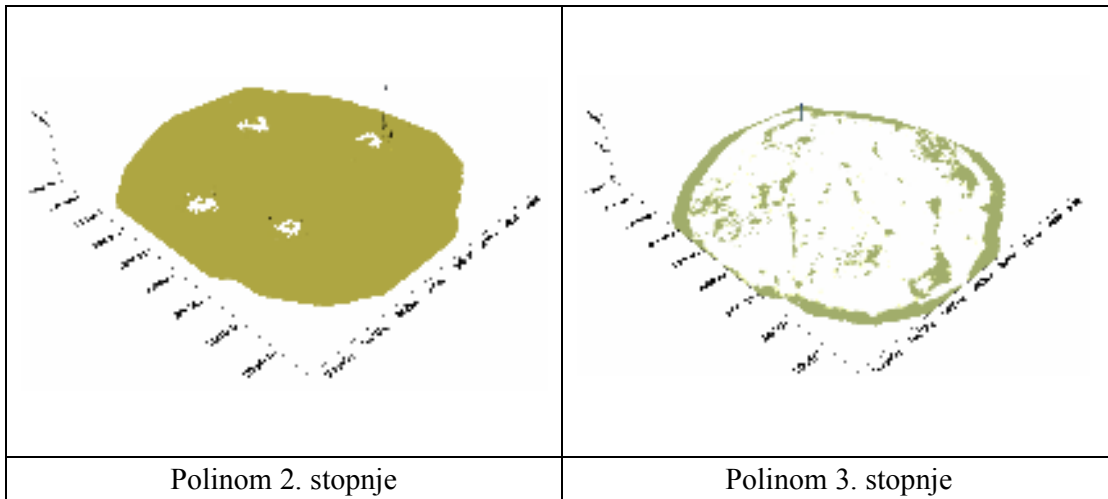
	
Inverzna multikvadrlična funkcija	Multilogaritmična funkcija
	
Multikvadrlična funkcija	Naravni kubični zlepek
	
Tanek gladek zlepek	

## Priloga A9: Rezultati Metode lokalnih polinomov

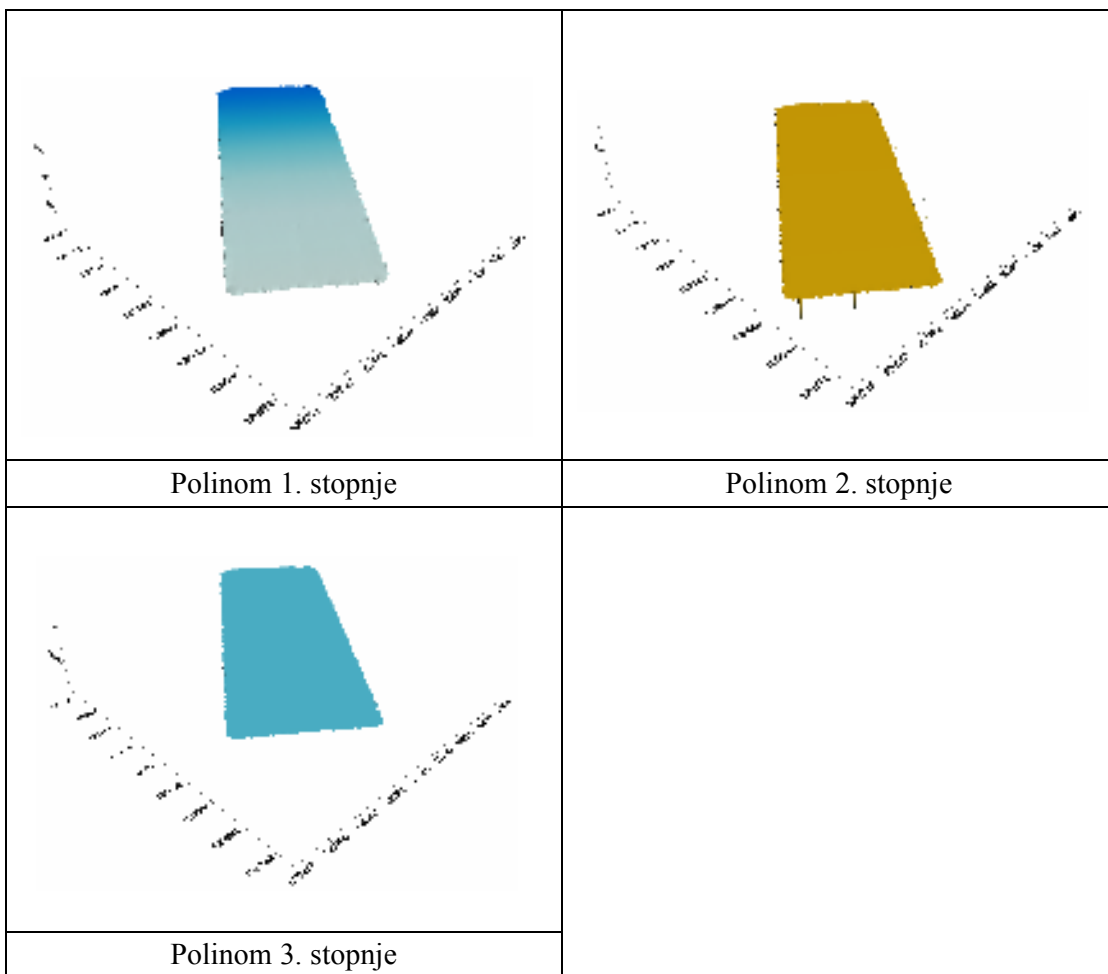
Primer "Plaz Gorenje"



Primer "Deponija Celje"



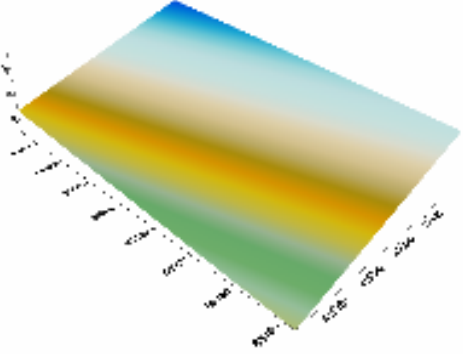
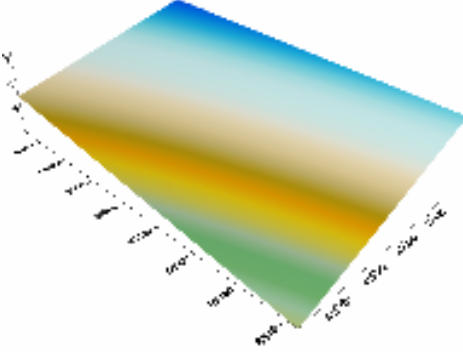
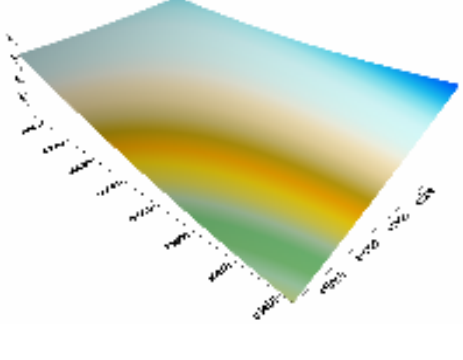
Primer "Cesta"



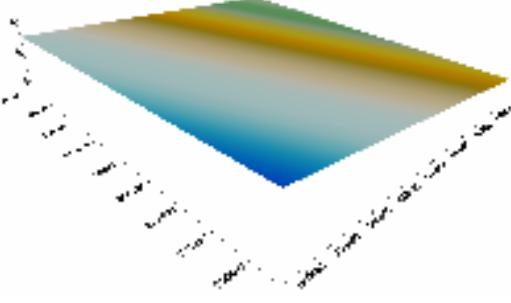


## Priloga A10: Rezultati Polinomske regresije

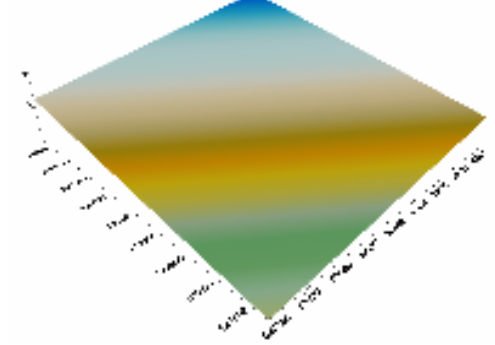
Primer "Plaz Gorenje"

	
Enostavna ravninska ploskev	Bilinearno sedlo
	Singularnost sistema regresijskih enačb
Kvadratna ploskev	Kubična ploskev

Primer "Deponija Celje"

	<p>Singularnost sistema regresijskih enačb</p>
<p>Enostavna ravninska ploskev</p>	<p>Bilinearno sedlo</p>
<p>Singularnost sistema regresijskih enačb</p>	<p>Singularnost sistema regresijskih enačb</p>
<p>Kvadratna ploskev</p>	<p>Kubična ploskev</p>

Primer "Cesta"

	<p>Singularnost sistema regresijskih enačb</p>
<p>Enostavna ravninska ploskev</p>	<p>Bilinearno sedlo</p>
<p>Singularnost sistema regresijskih enačb</p>	<p>Singularnost sistema regresijskih enačb</p>
<p>Kvadratna ploskev</p>	<p>Kubična ploskev</p>

## Priloga B: Rezultati glajenja ploskev

### Priloga B1: Rezultati Metode z inverznimi razdaljami na potenco

Faktor glajenja 10

