

Univerza
v Ljubljani
Fakulteta
*za gradbeništvo
in geodezijo*

*Janova 2
1000 Ljubljana, Slovenija
telefon (01) 47 68 500
faks (01) 42 50 681
fgg@fgg.uni-lj.si*



Univerzitetni program Gradbeništvo,
Konstrukcijska smer

Kandidatka:

Mojca Markovič

Mejna nosilnost AB prečnih prerezov pri dvojno ekscentrični osni obremenitvi

Diplomska naloga št.: 2890

Mentor:

izr. prof. dr. Igor Planinc

Somentor:

doc. dr. Sebastjan Bratina

Ljubljana, 31. 5. 2006

STRAN ZA POPRAVKE

Stran z napako	Vrstica z napako	Namesto	Naj bo
-----------------------	-------------------------	----------------	---------------

IZJAVA O AVTORSTVU

Podpisana **MOJCA MARKOVIČ** izjavljam, da sem avtorica diplomske naloge z naslovom:
»MEJNA NOSILNOST AB PREČNIH PREREZOV PRI DVOJNO EKSCENTRIČNI OSNI OBREMENITVI«.

Izjavljam, da se odpovedujem vsem materialnim pravicam iz dela za potrebe elektronske separatoteke FGG.

Ljubljana, 17.05.06

IZJAVA O PREGLEDU NALOGE

Nalogo so si ogledali učitelji konstrukcijske smeri:

BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

- UDK:** 624.012.45(043.2)
- Avtor:** Mojca Markovič
- Mentor:** doc. dr. Igor Planinc
- Naslov:** Mejna nosilnost AB prečnih prerezov pri dvojno ekscentrični osni obremenitvi
- Obseg in oprema:** 66 str., 4 pregl., 40 sl., 133 en.
- Ključne besede:** AB prečni prerezi, mejna nosilnost, dvojno ekscentrična osna obremenitev, interakcijski diagrami

Izvleček

V diplomski nalogi je predstavljen računski postopek in računalniški program v programskem jeziku *Matlab* za dimenzioniranje simetrično armiranih pravokotnih AB prečnih prerezov, ki so obremenjeni s poljubno dvojno ekscentrično osno silo. Izhodišča pri izpeljavi računskega postopka so privzeta skladno z EC 2 (Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings, prEN 1992-1-1 (Revised final draft):2002), osnovo predstavljenega računskega postopka pa predstavljajo interakcijski diagrami. Posebnost le-teh je v tem, da je za vsak primer AB prečnega prereza pravokotne oblike izdelanih deset interakcijskih diagramov nosilnosti za deset različnih razmerij normiranih upogibnih momentov m_{zd}/m_{yd} , kjer vertikalno os interakcijskega diagrama predstavlja normirana osna sila n_d , horizontalno os pa predstavlja normiran upogibni moment m_{yd} ($m_{zd} = r \cdot m_{yd}$). Velika natančnost predstavljenega računskega postopka za dimenzioniranje AB prečnih prerezov je dokazana pri značilnih pravokotnih AB prečnih prerezov.

BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION:

UDC: 624.012.45(043.2)
Author: Mojca Markovič
Supervisor: Assist. Prof. Igor Planinc
Title: Ultimate Bearing Capacity of RC Cross-sections in Biaxial Bending
Notes: 66 p., 4 tab., 40 fig., 133 eq.
Key words: Ultimate Bearing Capacity, RC Cross-sections, Biaxial Bending, Interaction diagrams

Abstract

In the graduation thesis is presented the analysis of ultimate bearing capacity and a computer program in the programming language Matlab for designing double eccentrically loaded reinforced concrete cross-sections. The principles of the analysis are according to EC 2 (Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings, prEN 1992-1-1 (Revised final draft):2002) and the basis of the presented method of design are design interaction charts. The particularity of these design charts is that for each case of RC rectangular cross-section there are ten interaction diagrams produced for ten different ratios of standardized bending moments m_{zd}/m_{yd} . The vertical axis of the interaction diagram presents standardized axial load n_d and the horizontal axis presents standardized bending moment m_{yd} ($m_{zd} = r \cdot m_{yd}$). A great precision of the presented method for designing biaxially bent RC cross-sections is proved at typical rectangular RC cross-sections.

ZAHVALA

Za pomoč pri nastajanju diplomske naloge se iskreno zahvaljujem mentorju doc. dr. Igorju Planincu in somentorju doc. dr. Sebastjanu Bratini.

Velika zahvala tudi mojim staršem in bratu, ki so mi skozi vsa leta študija in tudi v življenju nasploh stali ob strani ter me podpirali in vzpodbujali pri doseganju mojih ciljev.

Zahvaljujem se tudi moji prijateljici Jerici Rihar, ki me je navdušila za ta študij, ter mojim sošolcem, še posebej M. Grabljevcu, M. Kramarju, S. Kogoju, M. Kušarju in T. Gruden. Brez njihove pomoči bi mi bilo v času študija veliko težje.

KAZALO VSEBINE

1	UVOD	1
2	MEJNA NOSILNOST AB PREČNEGA PREREZA PO EC 2	4
2.1	Mehanske lastnosti materiala	5
3	INTERAKCIJSKI DIAGRAMI MEJNE NOSILNOSTI AB PREČNIH PREREZOV	13
3.1	Osnove računa interakcijskih diagramov nosilnosti AB prečnih prerezov	13
3.2	Mejna nosilnost AB prečnega prereza pravokotne oblike	17
3.3	Grafična predstavitev interakcijskih diagramov mejne nosilnosti	28
3.4	Uporaba interakcijskih diagramov	43
4	RAČUNSKI PRIMERI IN PRIMERJAVA REZULTATOV	45
5	ZAKLJUČEK	66
VIRI		67

KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 4.1: Primerjava rezultatov, dobljenih z različnimi postopki računa, za prvi računski primer

Preglednica 4.2: Primerjava rezultatov, dobljenih z različnimi postopki računa, za drugi računski primer

Preglednica 4.3: Primerjava rezultatov, dobljenih z različnimi postopki računa, za tretji računski primer

Preglednica 4.4: Primerjava rezultatov, dobljenih z različnimi postopki računa, za četrti računski primer

KAZALO SLIK

- Slika 2.1: Obremenitev prečnega prereza in lokalni koordinatni sistem
- Slika 2.2: (a) Delovni diagram betona za dimenzioniranje po EC 2;
(b) oznake posameznih odsekov delovnega diagrama betona za dimenzioniranje
- Slika 2.3: Zasukani koordinatni sistem (ξ, η, ζ) ter pomen kota θ
- Slika 2.4: Delovni in konstitutivni diagram ojačilne armature po EC 2
- Slika 2.5: Oznake območij delovnega diagrama ojačilne armature
- Slika 3.1: Mejne deformacijske ravnine armiranobetonskega prečnega prereza v skladu z EC 2
- Slika 3.2: Napetostno in deformacijsko stanje AB prečnega prereza, obremenjenega z dvojno ekscentrično osno silo
- Slika 3.3: Geometrijski podatki ter obremenitev AB prečnega prereza pravokotne oblike
- Slika 3.4: Različne razporeditve območij I_c in II_c po betonskem delu pravokotnega prečnega prereza
- Slika 3.5: Orientacija poligonalnega prečnega prereza
- Slika 3.6: Poligonalni prečni prerez
- Slika 3.7: Potek parametrov t in u od točke i do točke $i+1$ pri uporabi Greenovega izreka
- Slika 3.8: Geometrijski podatki o legi armature v AB prečnem prerezu pravokotne oblike
- Slika 3.9: Kvalitativni prikaz interakcijskega diagrama mejne nosilnosti značilnega AB prečnega prereza iz treh pogledov
- Slika 3.10: Potek krivulj interakcijskega diagrama mejne nosilnosti, za katere velja $\frac{\beta_z}{\beta_y} = \operatorname{tg}\theta = \textit{konst.}$ v dveh pogledih
- Slika 3.11: Interakcijski diagram mejne nosilnosti prečnega prereza pri konstantnem razmerju normiranih upogibnih momentov
- Slika 3.12: Primerjava poteka krivulj nosilnosti prečnega prereza glede na način računa
- Slika 3.13a: AB prečni prerez $h/b = 30/50$, $r = 0.4$, spreminjanje kota θ [°]
- Slika 3.13b: AB prečni prerez $h/b = 30/50$, $r = 1$, spreminjanje kota θ [°]
- Slika 3.13c: AB prečni prerez $h/b = 50/30$, $r = 0.4$, spreminjanje kota θ [°]
- Slika 3.14: Interakcijski diagram mejne nosilnosti AB prečnih prerezov, obremenjenih z dvojno ekscentrično osno silo
- Slika 4.1: Pravokotni AB prečni prerez, $b/h = 25/30$ cm
- Slika 4.2: Ustrezen interakcijski diagram s točko ($n_d = -0.314$, $m_{y,d} = 0.183$), ki določa normirano obremenitev prečnega prereza

- Slika 4.3: Izračun obravnavanega AB prečnega prereza s programom GaLa (rač. primer 1)
- Slika 4.4: Pravokotni AB prečni prerez ($b/h = 25/30$), ki ga izračunamo s programom DIAS
- Slika 4.5: Interakcijski diagram mejne nosilnosti AB prečnega prereza za prvi računski primer, izračunan z računalniškim programom DIAS
- Slika 4.6: Kvadratni AB prečni prerez, $b/h = 40/40$ cm
- Slika 4.7a: Ustrezen interakcijski diagram ($m_z/m_y = 0.8$) s točko ($n_d = -0.220$, $m_{yd} = 0.132$), ki določa normirano obremenitev prečnega prereza
- Slika 4.7b: Ustrezen interakcijski diagram ($m_z/m_y = 0.7$) s točko ($n_d = -0.220$, $m_{yd} = 0.132$), ki določa normirano obremenitev prečnega prereza
- Slika 4.8: Izračun obravnavanega AB prečnega prereza s programom GaLa (rač. primer 2)
- Slika 4.9: Kvadratni AB prečni prerez ($b/h = 40/40$ cm), ki ga izračunamo s programom DIAS
- Slika 4.10: Interakcijski diagram mejne nosilnosti AB prečnega prereza za drugi računski primer, izračunan z računalniškim programom DIAS
- Slika 4.11: Pravokotni AB prečni prerez, $b/h = 45/40$ cm
- Slika 4.12: Ustrezen interakcijski diagram s točko ($n_d = -0.654$, $m_{yd} = 0.147$), ki določa normirano obremenitev prečnega prereza
- Slika 4.13: Izračun obravnavanega AB prečnega prereza s programom GaLa (rač. primer 3)
- Slika 4.14: Pravokotni AB prečni prerez ($b/h = 45/40$), ki ga dimenzioniramo s programom DIAS
- Slika 4.15: Interakcijski diagram mejne nosilnosti AB prečnega prereza za tretji računski primer, izračunan z računalniškim programom DIAS
- Slika 4.16: Kvadratni AB prečni prerez, $b/h = 50/50$ cm
- Slika 4.17: Izbran interakcijski diagram s točko ($n_d = -0.565$, $m_{yd} = 0.118$), ki določa normirano obremenitev prečnega prereza
- Slika 4.18: Izračun obravnavanega AB prečnega prereza s programom GaLa (rač. primer 4)
- Slika 4.19: Interakcijski diagram mejne nosilnosti AB prečnega prereza za četrti računski primer z arm. palicami $\Phi 19$, izračunan z računalniškim programom DIAS
- Slika 4.20: Kvadratni AB prečni prerez ($b/h = 50/50$), dimenzioniran s programom DIAS
- Slika 4.21: Interakcijski diagram mejne nosilnosti AB prečnega prereza za četrti računski primer z arm. palicami $\Phi 22$, ki ga določimo s programom DIAS

KAZALO PRILOG

Priloga A Interakcijski diagrami mejne nosilnosti

OKRAJŠAVE IN SIMBOLI

AB armiranobetonski

EC 2 Eurocode 2

1 UVOD

Evropski standardi na področju gradbeništva, ki so sedaj v veljavi v naši zakonodaji, nam narekujejo, da mora projektiranje armiranobetonskih konstrukcij potekati po metodi mejnih stanj.

Pri projektiranju armiranobetonskih konstrukcij moramo dokazati varnost konstrukcije proti porušitvi, njeno uporabnost in trajnost. Glede na te zahteve ločimo mejna stanja nosilnosti in mejna stanja uporabnosti konstrukcije.

MEJNO STANJE NOSILNOSTI konstrukcije je lahko doseženo z :

- izgubo ravnotežja dela konstrukcije ali celotne konstrukcije kot togega telesa,
- pretvorbo konstrukcije v porušni mehanizem pri statično nedoločenih linijskih konstrukcijah,
- porušitvijo kritičnega prečnega prereza linijske konstrukcije ali z bistveno povečanimi deformacijami, kar je značilno predvsem za statično določene linijske konstrukcije,
- uklonom ali izbočitvijo vitkih elementov konstrukcije in
- utrujanjem materiala.

V okviru MEJNIH STANJ UPORABNOSTI pa pri konstrukciji preverjamo:

- pomike, ki ne smejo ogrozati funkcionalnosti konstrukcije in kvariti njenega estetskega videza,
- lokalne poškodbe, ki na posameznih delih konstrukcije ne smejo biti tolikšne, da bi ogrozale trajnost konstrukcije ali motile njen izgled in uporabnost,
- nihanje konstrukcije zaradi delovanja dinamične obtežbe vetra in strojev ter
- posebne zahteve, ki so predpisane pri specialnih konstrukcijah.

V okviru diplomske naloge se bomo ukvarjali z mejno nosilnostjo pravokotnih armiranobetonskih (AB) prečnih prerezov, obremenjenih s poljubno dvojno ekscentrično osno silo.

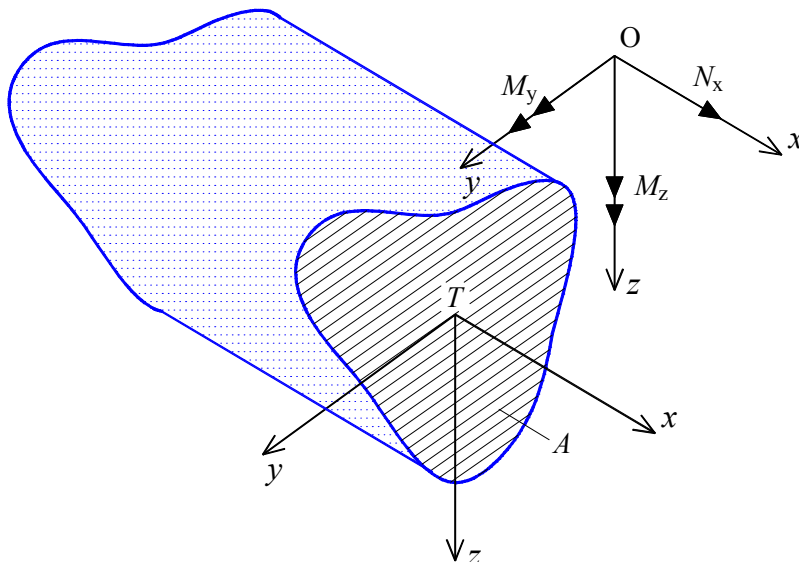
Osnovni cilj diplomske naloge je izdelava programskega orodja v programskem jeziku *Matlab* (The Mathworks, 2004) za izračun interakcijskih diagramov mejne nosilnosti AB prečnih prerezov pravokotne oblike pri dvoosni upogibni obremenitvi, ki imajo armaturne palice simetrično razporejene po obodu prečnega prereza. V Eurocode 2 (EC 2, Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings, prEN 1992-1-1 (Revised final draft), 2002) ni eksplicitno navedena metoda za dimenzioniranje AB prečnih prerezov, ki so obremenjeni z dvoosnim upogibom, temveč je le predstavljen poenostavljen postopek za račun mejne nosilnosti AB prečnih prerezov. Mejna nosilnost AB prečnega prereza je določena z mejnimi deformacijami. Za betonsko vlakno je računsko mejna deformacija $\varepsilon_{cu2} = -3,5 \text{ ‰}$, v armaturi pa je mejna deformacija enaka $\varepsilon_{ud} = 40 \text{ ‰}$ oziroma, če dopustimo utrjevanje armature, je $\varepsilon_{ud} = 10 \text{ ‰}$. V primeru male ekscentričnosti osne sile pa je mejna deformacija v betonu na oddaljenosti $3/7h$ od najbolj obremenjenega roba prečnega prereza $\varepsilon_{c2} = -2 \text{ ‰}$. Mejna nosilnost AB prečnega prereza je dosežena, ko je v vsaj eni točki prereza deformacija enaka mejni deformaciji. Glede na omenjeno zahtevo in ob predpostavki linearnega poteka deformacij po prerezu lahko tvorimo neskončno mnogo deformacijskih ravnin prečnega prereza, ki jih imenujemo mejne deformacijske ravnine. Z uporabo delovnih diagramov za beton in ojačilno armaturo, ki podajajo računsko zvezo med normalno napetostjo in deformacijo, lahko na podlagi mejnih deformacij izračunamo potek napetosti po prečnem prerezu. Z integracijo napetosti izračunamo mejno nosilnost AB prečnega prereza. S spreminjanjem poteka deformacij po prerezu dobimo tudi nove vrednosti mejnih nosilnosti, ki jih v nadaljevanju zberemo v t.i. interakcijski diagram mejne nosilnosti obravnavanega AB prečnega prereza.

Postopek dimenzioniranja AB prečnih prerezov je relativno preprost. V osnovi zahteva, da je obremenitev prečnega prereza vedno manjša oziroma enaka mejni nosilnosti prečnega prereza. To pomeni, da mora točka v interakcijskem diagramu, s katero predstavimo obremenitev AB prečnega prereza, ležati znotraj krivulje oziroma ploskve, ki povezuje mejne nosilnosti prečnega prereza pri različnih mejnih deformacijah. Interakcijski diagrami, ki jih predstavljamo v diplomski nalogi, nam omogočajo poenostavljeno dimenzioniranje pravokotnih AB prečnih prerezov, ki so obremenjeni z dvojno ekscentrično osno silo.

Diplomska naloga ima poleg uvoda še štiri poglavja. V drugem poglavju predstavimo računski postopek za dimenzioniranje pravokotnih AB prečnih prerezov pri dvojno ekscentrični osni obremenitvi skladno z EC 2. Dodatno v tem poglavju predstavimo mehanske lastnosti betona in armature ter osnovne predpostavke, ki jih upoštevamo pri dimenzioniranju. V tretjem poglavju opišemo računski postopek za določitev interakcijskih diagramov in njihovo uporabo pri dimenzioniranju. V četrtem poglavju so podani računski primeri in primerjava dobljenih rezultatov z rezultati, ki jih dobimo z uporabo dveh komercialnih računalniških programov. S postopkom, predstavljenim v tem poglavju, določimo potrebno količino vzdolžne armature v odvisnosti od mejne obremenitve. Potrebna količina vzdolžne armature je tista armatura, ki z najmanjšim skupnim prerezom zagotavlja potrebno varnost konstrukcije in zadošča vsem drugim konstruktivnim zahtevam glede prereza in razporeditve. V petem poglavju so podani zaključki, v dodatku pa so priloženi izbrani normirani interakcijski diagrami mejne nosilnosti za pravokotne AB prečne prereze, obremenjene z dvojno ekscentrično osno silo.

2 MEJNA NOSILNOST AB PREČNEGA PREREZA PO EC 2

Obravnavamo AB nosilec z ravno vzdolžno osjo in konstantnim prečnim prerezom A . Obremenitev N_x , M_y in M_z prečnega prereza podajamo glede na lokalni desnosučni kartezijski pravokotni koordinatni sistem x , y in z tako, kot to kaže slika 2.1. Pri tem je koordinatna os x usmerjena po osi nosilca in je pravokotna na prečni prerez. Koordinatni osi y in z sta med seboj pravokotni in ležita v ravnini prečnega prereza. Točka T na sliki 2.1 označuje geometrijsko središče prečnega prereza.



Slika 2.1: Obremenitev prečnega prereza in lokalni koordinatni sistem

Nosilnost AB in prednapetih betonskih prečnih prerezov določimo z integracijo napetosti betona in ojačilne armature po prečnem prerezu, pri čemer razporeditev deformacij po prerezu ustreza mejni deformacijski ravnini. Pri tem upoštevamo poenostavljene in z varnostnim faktorjem reducirane konstitutivne zakone betona in armature, ki jih imenujemo delovni diagrami ter znano Bernoullijevo hipotezo o linearnem poteku mejnih deformacij po prečnem prerezu. Dodatno tudi predpostavimo, da se velikost in oblika prečnega prereza v mejnem stanju ne spremenita ter popolno sprjemnost med betonom in ojačilno armaturo vse do porušitve.

Varnostni faktorji:

S parcialnimi varnostnimi faktorji upoštevamo pri določitvi varnosti prečnega prereza oziroma konstrukcije proti porušitvi različne vplive, in sicer: napake materialov, nezanesljivost predvidenih računskih obtežb, vpliv netočnosti računskih metod, duktilne sposobnosti konstrukcije, raztros kvalitete materialov, netočnost in nekorektnost izvedbe itd.

2.1 Mehanske lastnosti betona in ojačilne armature

Mehanske lastnosti AB konstrukcij so odvisne predvsem od mehanskih lastnosti betona in ojačilne armature ter od njunega kompozitnega učinka.

Beton je izrazito nehomogen in anizotropen krhek material, ki ga sestavljajo anizotropna in heterogena zrna agregata, cementni kamen, kristalizirani produkti hidratacije, voda, nehidratizirani cement, zračne pore in stihijsko razporejene razpoke. Prav tako je beton nelinearno visko – elasto plastičen material z izrazito viskoznostjo, ki se pojavi pri vsakem nivoju napetosti. Poleg tega se beton pod vplivom tlačnih obremenitev obnaša bistveno drugače kot pod vplivom nateznih obremenitev. Zato za prevzem nateznih obremenitev AB konstrukcij uporabljamo ojačilno armaturo, najpogosteje jeklo.

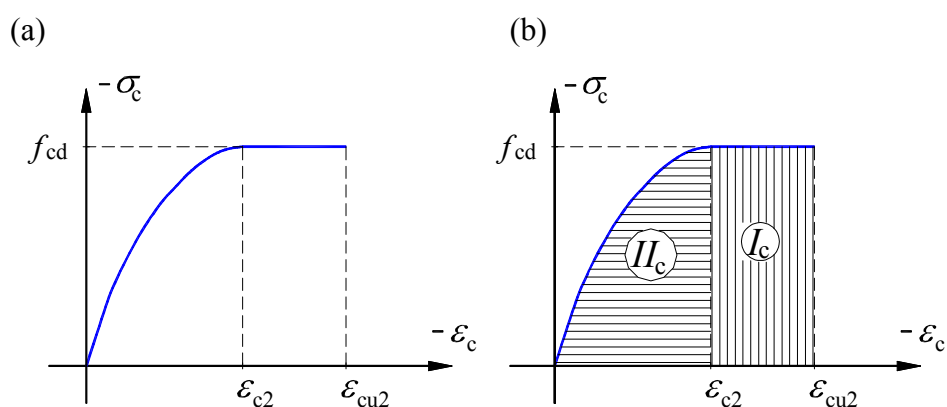
Jeklo je mikroskopsko gledano polikristalinski material, makroskopsko pa ga v analizi konstrukcij obravnavamo kot homogen, izotropen, žilav, elasto plastičen material z majhno viskoznostjo. Ta se pojavi šele pri visokem nivoju napetosti ali pri višjih temperaturah. V nasprotju z betonom je jeklo duktilno, z izrazitimi plastičnimi deformacijami.

Z izbiro kvalitete jekla in kvalitete betona ter s količino vzdolžne in prečne armature lahko bistveno vplivamo na duktilnost AB konstrukcij. To pa je zelo pomembno v primeru potresa, saj skladno s predpisi računamo konstrukcije na računsko potresno obremenitev, ki je bistveno manjša od dejanske potresne obremenitve zato, ker se poleg nosilnosti konstrukcije pričakuje tudi zadovoljiva duktilnost.

Lastnosti materialov dobro opišemo s konstitutivnimi zakoni materiala. EC 2 podajajo konstitutivne zakone za beton in armaturo, ki so namenjeni nelinearni analizi konstrukcij oziroma poenostavljene zakone, ki služijo dimenzioniranju AB prečnih prerezov. Te zakone, ki jih imenujemo tudi delovni diagrami, predstavimo v nadaljevanju.

2.1.1 Delovni diagram betona

Pri računu mejne nosilnosti AB prečnih prerezov uporabimo poenostavljen delovni diagram za beton, ki ga za dimenzioniranje priporoča EC 2 (slika 2.2a).



Slika 2.2: (a) Delovni diagram betona za dimenzioniranje po EC 2;
(b) oznake posameznih odsekov delovnega diagrama betona za dimenzioniranje

Definiran je z enačbo:

$$\sigma_c = \begin{cases} -\alpha f_{cd}, & \text{če } \varepsilon_{cu2} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{c2} \\ -\alpha f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c2}} \right)^2 \right], & \text{če } \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon \leq 0 \\ 0, & \text{sicer.} \end{cases} \quad (2.1)$$

V enačbi (2.1) prvi izraz opisuje območje, kjer je napetost v betonu konstantna in je na sliki 2.2b označeno z I_c ; drugi izraz opisuje območje, kjer se napetost spreminja po kvadratni paraboli in je na sliki 2.2b označeno z II_c ; tretji izraz v enačbi (2.1) pa opisuje območje deformacij, kjer je napetost v betonu enaka nič. Diagram je zasnovan tako, da beton ne prevzame nateznih napetosti.

Računsko tlačno trdnost betona f_{cd} dobimo s pomočjo izraza:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}, \quad (2.2)$$

kjer je f_{ck} karakteristična tlačna trdnost betona, γ_c pa je parcialni varnostni faktor za beton in znaša $\gamma_c = 1.5$. Z redukcijskim faktorjem α upoštevamo vpliv dolgotrajnega delovanja napetosti na tlačno trdnost betona in ostale neugodne vplive, ki so posledica načina nanosa obtežbe. V splošnem znaša $\alpha = 0.85$.

Karakteristični vrednosti deformacij ε_{c2} in ε_{cu2} sta za betone običajnih trdnosti $\varepsilon_{c2} = -2 \text{ ‰}$ in $\varepsilon_{cu2} = -3.5 \text{ ‰}$. Kot vidimo je delovni diagram betona neodvisen od elastičnega modula betona E_{cm} in deformacije pri tlačni trdnosti betona ε_{c1} , kar pa ne velja za konstitucijski zakon, ki je namenjen nelinearni analizi AB konstrukcij.

Deformacijska ravnina

Ob predpostavki linearnega poteka vzdolžne normalne deformacije po prečnem prerezu, je deformacijska ravnina določena z vrednostjo vzdolžne deformacije v geometrijskem središču prečnega prereza oziroma specifične spremembe dolžine referenčne osi nosilca ε_0 ter z upogibnima deformacijama β_y in β_z . Deformacijsko ravnino tako določa enačba:

$$\varepsilon(y, z) = \varepsilon_0 - y\beta_z + z\beta_y. \quad (2.3)$$

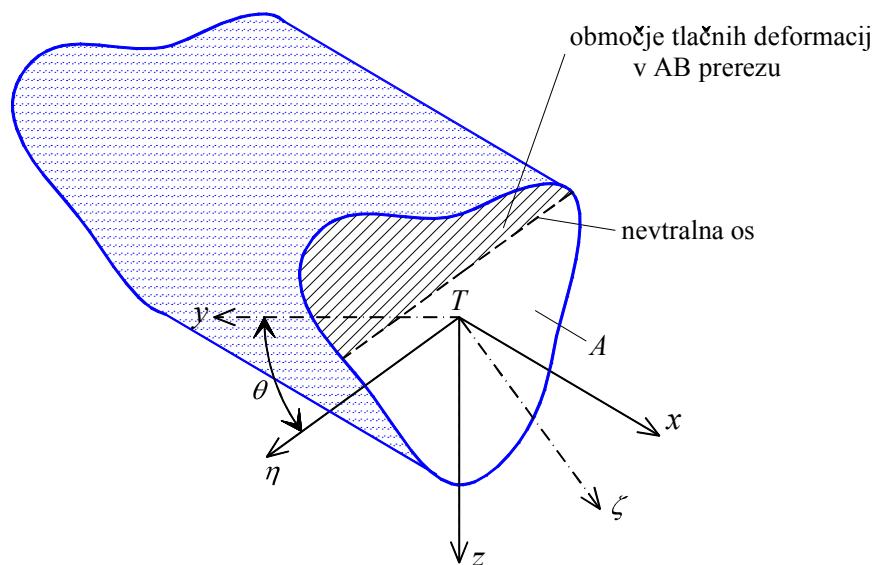
Parameter β_y je mera za zasuk prečnega prereza okoli koordinatne osi y , parameter β_z pa mera za zasuk prečnega prereza okoli koordinatne osi z .

Mejo med tlačno in natezno obremenjenim delom prečnega prereza imenujemo nevtralna os prečnega prereza. Določa jo pogoj:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - y\beta_z + z\beta_y = 0. \quad (2.4)$$

Zapis napetostnega stanja v prečnem prerezu se bistveno poenostavi, če ga zapišemo v zasukanem koordinatnem sistemu (ξ, η, ζ) (slika 2.3). Zasukan koordinatni sistem določa koordinatna os η , ki je vzporedna nevtralni osi, koordinatna os ζ sovpada s koordinatno osjo x

osnovnega koordinatnega sistema (x,y,z) ter koordinatna os ζ , ki je pravokotna na koordinatni osi η in ζ ter leži v ravnini prečnega prereza. Kot med koordinatno osjo y osnovnega koordinatnega sistema (x,y,z) in koordinatno osjo η zasukanega koordinatnega sistema (ζ,η,ζ) označimo z θ (slika 2.3).



Slika 2.3: Zasukani koordinatni sistem (ζ,η,ζ) ter pomen kota θ

V zasukanem koordinatnem sistemu (ζ,η,ζ) določa deformacijsko ravnino kot θ , specifična sprememba dolžine referenčne osi C in mera za zasuk prečnega prereza okoli koordinatne osi η z oznako B . Deformacijska ravnina prečnega prereza v novem koordinatnem sistemu je neodvisna od koordinate η in je:

$$\varepsilon(\eta,\zeta) = C - 0 \cdot \eta + B \cdot \zeta. \quad (2.5)$$

Neznani deformacijski količini C in B deformacijske ravnine v zasukanem koordinatnem sistemu (ζ,η,ζ) dobimo s transformacijo osnovnih deformacijskih količin ε_0 , β_y in β_z :

$$\{E_{\zeta\eta\zeta}\} = [T_\theta] \cdot \{E_{xyz}\}, \quad (2.6)$$

$$\begin{Bmatrix} C \\ 0 \\ B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ -\beta_z \\ \beta_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ -\cos \theta \cdot \beta_z + \sin \theta \cdot \beta_y \\ \sin \theta \cdot \beta_z + \cos \theta \cdot \beta_y \end{Bmatrix}. \quad (2.7)$$

Po kratkem računu dobimo:

$$C = \varepsilon_0, \quad (2.8)$$

$$0 = -\cos \theta \cdot \beta_z + \sin \theta \cdot \beta_y \Rightarrow \frac{\beta_z}{\beta_y} = \operatorname{tg} \theta, \quad (2.9)$$

$$B = \sin \theta \cdot \beta_z + \cos \theta \cdot \beta_y \quad (2.10)$$

in deformacijska ravnina v zasukanem koordinatnem sistemu (ζ, η, ζ) je:

$$\varepsilon(\eta, \zeta) = C + B \cdot \zeta = \varepsilon_0 + (\sin \theta \cdot \beta_z + \cos \theta \cdot \beta_y) \cdot \zeta. \quad (2.11)$$

V enačbi (2.11) predstavlja θ kot, ki ga oklepa koordinatna os η zasukanega koordinatnega sistema (ζ, η, ζ) s koordinatno osjo y osnovnega koordinatnega sistema (x, y, z) .

Enačbo nevtralne osi v zasukanem koordinatnem sistemu (ξ, η, ζ) določa enačba:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + (\sin \theta \cdot \beta_z + \cos \theta \cdot \beta_y) \cdot \zeta = 0. \quad (2.12)$$

Ko enačbo deformacijske ravnine v zasukanem koordinatnem sistemu (ζ, η, ζ) vstavimo v delovni diagram betona za območje II_c , kjer se napetost v odvisnosti od deformacij spreminja po kvadratni paraboli, dobimo izraz za določitev napetosti za tisti del prečnega prereza betona, kjer so deformacije manjše od nič in večje od $\varepsilon_{c2} = -2 \text{ ‰}$:

$$\begin{aligned} \sigma_c &= -\alpha f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c2}} \right)^2 \right] = -\alpha f_{cd} \left(\frac{2}{\varepsilon_{c2}} \varepsilon - \frac{1}{\varepsilon_{c2}^2} \varepsilon^2 \right) = \\ &= -\alpha f_{cd} \left(\frac{2}{\varepsilon_{c2}} (\varepsilon_0 + B \cdot \zeta) - \frac{1}{\varepsilon_{c2}^2} (\varepsilon_0^2 + 2\varepsilon_0 B \zeta + B^2 \zeta^2) \right) = \\ &= -\alpha f_{cd} \left[\left(\frac{2\varepsilon_0}{\varepsilon_{c2}} - \frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_{c2}^2} \right) + \left(\frac{2B}{\varepsilon_{c2}} - \frac{2\varepsilon_0 B}{\varepsilon_{c2}^2} \right) \zeta - \left(\frac{B^2}{\varepsilon_{c2}^2} \right) \zeta^2 \right]. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Z novimi oznakami:

$$\begin{aligned} D_1 &= \alpha f_{cd} \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{c2}} \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{c2}} - 2 \right), \\ D_2 &= \alpha f_{cd} \frac{2B}{\varepsilon_{c2}} \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{c2}} - 1 \right), \\ D_3 &= \alpha f_{cd} \left(\frac{B^2}{\varepsilon_{c2}^2} \right), \end{aligned} \quad (2.14)$$

dobi izraz za določitev normalne napetosti betona na območju II_c preprostejšo obliko:

$$\sigma_c = D_1 + D_2 \zeta + D_3 \zeta^2. \quad (2.15)$$

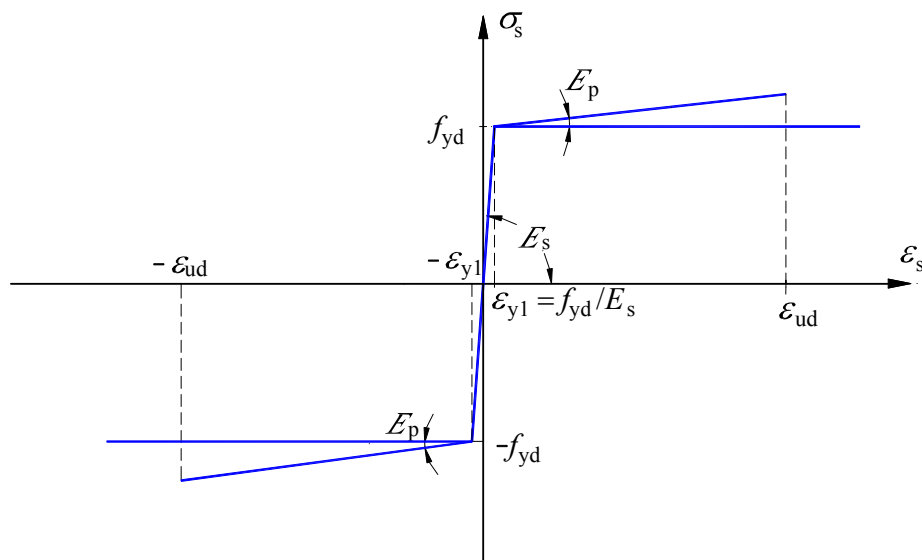
Napetosti na območjih I_c in III_c delovnega diagrama betona sta konstantni in zato neodvisni od koordinate z oziroma koordinate ζ .

2.1.2 Delovni diagram za jeklo

Kot ojačilno armaturo AB konstrukcij uporabljamo tako surova kot tudi vroče in hladno obdelana jekla z gladko in rebrasto površino. Uporaba rebraste armature ima v primerjavi z gladko armaturo več prednosti. Ker je razlika trdnosti rebraste in gladke armature večja od razlike cen obeh armatur, je pri dimenzioniranju AB konstrukcij bolj ekonomična uporaba rebraste armature. Ker je sprijemnost med betonom in armaturo večja pri rebrasti armaturi kot pri gladki armaturi, so potrebne sidrne dolžine armature manjše pa tudi velikost razpok je manjša. Pri dinamični obtežbi z veliko amplitudo nihanja in veliko frekvenco lahko pride v območju razpok do porušitve adhezijskega stika med armaturo in betonom. V primeru rebraste armature do porušitve adhezijskega sidranja praktično ne pride. Utrujenje materiala pa je pri rebrasti armaturi zaradi višje stopnje obdelave in zarezne učinka nevarnejše kot pri gladki armaturi. Način obdelave jekla in oblika armature vplivata na nosilnost, na deformabilnost in stopnjo razpokanosti AB konstrukcije. Meja elastičnosti, trdnost, stopnja utrditve in žilavosti jekla so močno odvisne zlasti od vsebnosti ogljika in vrste obdelave.

Ker ima jeklo enake mehanske lastnosti v nategu in v tlaku, podaja EC 2 idealizirano zvezo med normalno napetostjo in deformacijo jekla v obliki bilinearnega diagrama tako za

nelinearno analizo konstrukcij kot tudi za dimenzioniranje AB prečnih prerezov. Delovni diagram jekla za dimenzioniranje skladno z EC 2 je prikazan na sliki 2.4.



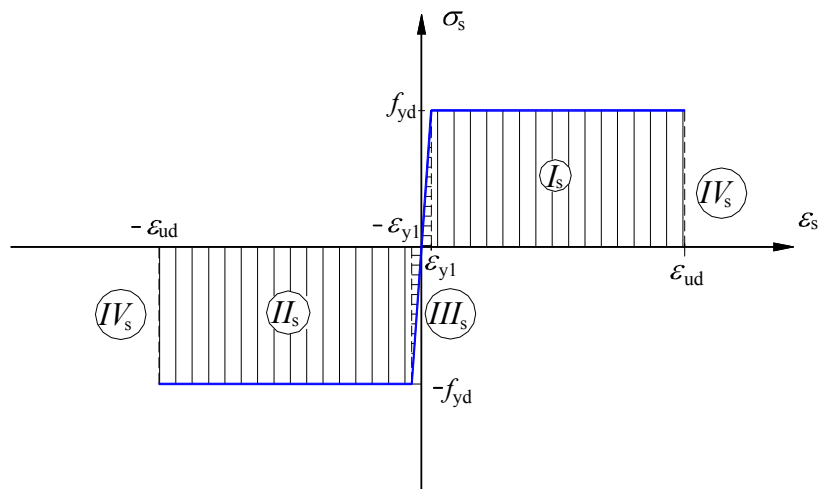
Slika 2.4: Delovni in konstitutivni diagram ojačilne armature po EC 2

Delovni diagram za jeklo po EC 2 je določen z izrazom:

$$\sigma_s = \begin{cases} -f_{yd}, & \text{če} & -\varepsilon_{yu} \leq \varepsilon < -\varepsilon_{yd} \\ E_s \varepsilon, & \text{če} & -\varepsilon_{yd} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{yd} \\ f_{yd}, & \text{če} & \varepsilon_{yd} < \varepsilon \leq \varepsilon_{yu} \\ 0, & \text{sicer} & \end{cases} \quad (2.16)$$

Računsko trdnost jekla na meji tečenja f_{yd} dobimo, ko karakteristično mejo tečenja f_{yk} delimo s parcialnim varnostnim faktorjem za jeklo γ_s , ki znaša 1.15. Deformacija na meji tečenja ε_{y1} je odvisna od meje tečenja f_{yd} in elastičnega modula E_s ($E_s = 20\,000 \text{ kN/cm}^2$) in je enaka $\varepsilon_{y1} = f_{yd}/E_s$. Modul utrditve E_p in računska meja tečenja f_{yd} sta odvisna od kvalitete uporabljene armature. ε_{ud} določa mejno deformacijo jekla in je v primeru jekla z utrjevanjem ($E_p > 0$) enaka 10 ‰, sicer je vrednost večja, tudi do 40 ‰.

Delovni diagram jekla v nadaljevanju razdelimo na območja, znotraj katerih se zveza med napetostjo in deformacijo jekla ne spreminja. Štiri območja so označena z oznakami I_s , II_s , III_s in IV_s ter so prikazana na sliki 2.5.



Slika 2.5: Oznake območij delovnega diagrama ojačilne armature

Če upoštevamo enačbo za potek deformacije po prečnem prerezu v zasukanem koordinatnem sistemu (ξ, η, ζ) (enačba 2.11), lahko na območju III_s , kjer se napetost linearno spreminja, zapišemo zvezo med napetostjo in deformacijo z izrazom:

$$\sigma_s = E_s \varepsilon = E_s \left[\varepsilon_0 + (\sin \theta \cdot \beta_z + \cos \theta \cdot \beta_y) \zeta \right]. \quad (2.17)$$

Napetosti na območjih I_s , II_s in IV_s so neodvisne od koordinate z oziroma koordinate ζ .

3 INTERAKCIJSKI DIAGRAMI MEJNE NOSILNOSTI AB PREČNIH PREREZOV

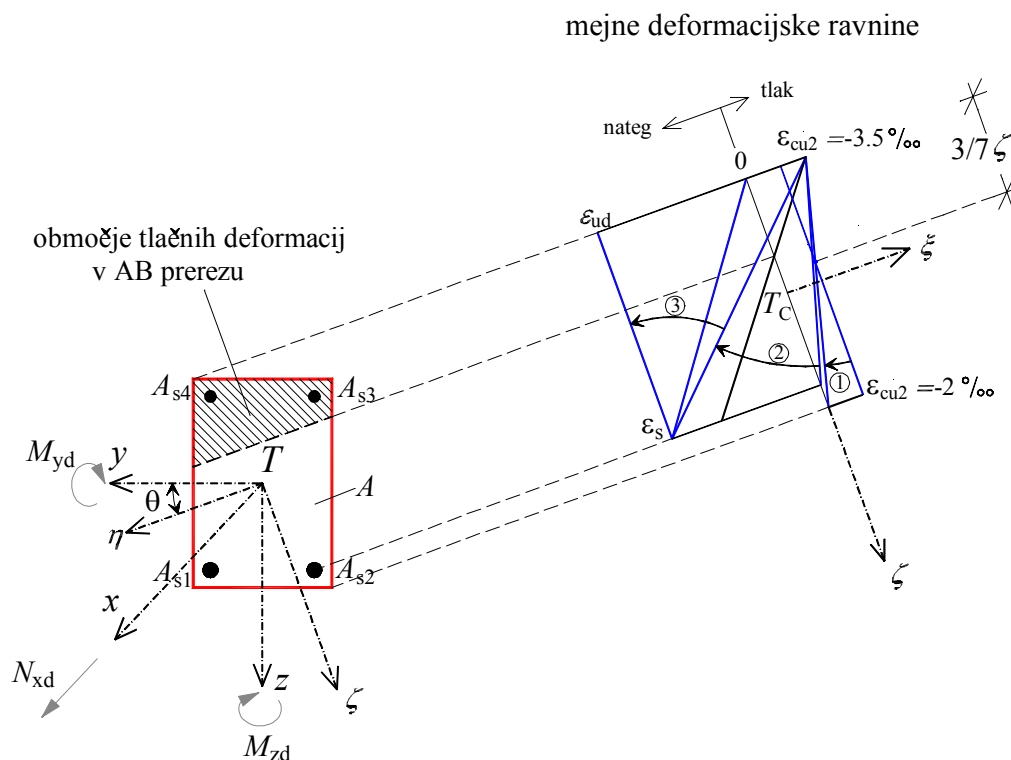
Za dimenzioniranje AB prečnih prerezov pri kombinaciji osne in upogibne obremenitve pogosto uporabljamo t.i. interakcijske diagrame mejne nosilnosti (glej Rogač, Saje in Lozej, Priročnik za dimenzioniranje AB konstrukcij po metodi mejnih stanj, 1989). Le-ti nam omogočajo razmeroma enostavno dimenzioniranje AB prečnih prerezov regularnih oblik po metodi mejnih stanj. Pri poznani obremenitvi in predpisani geometriji prečnega prereza, kvaliteti uporabljenih materialov ter razporeditvi armature lahko z uporabo interakcijskega diagrama mejne nosilnosti določimo potrebni prerez vzdolžne armature. Ko pa poznamo tudi prerez vzdolžne armature, lahko s pomočjo interakcijskega diagrama mejne nosilnosti ugotovimo, ali je pri izbranih parametrih za dano obremenitev zagotovljena potrebna varnost AB prečnega prereza proti porušitvi. V okviru diplomske naloge izdelamo interakcijske diagrame mejne nosilnosti pravokotnih AB prečnih prerezov, ki so obremenjeni z dvojno ekscentrično osno silo.

3.1 Osnove računa interakcijskih diagramov nosilnosti AB prečnih prerezov

Računska nosilnost AB prečnega prereza je odvisna od: oblike prečnega prereza, kvalitete uporabljenih materialov, stopnje in razporeditve armature po prečnem prerezu ter poteka mejnih deformacij po prečnem prerezu. Če so omenjeni parametri znani, lahko z upoštevanjem osnovnih predpostavk in poenostavitev, ki veljajo za metodo mejnih stanj, izračunamo mejno nosilnost AB prečnega prereza z integracijo normalnih napetosti po betonskem delu prečnega prereza in armaturi.

Mejno nosilnost AB prečnega prereza določajo t.i. mejne deformacije (ϵ_{cr}) AB prečnega prereza, ki jih predpisujejo evropski standardi za AB konstrukcije EC 2. Te v nadaljevanju opišemo.

Za betonsko vlakno je računski mejna deformacija $\varepsilon_{cu2} = -3,5 \text{ ‰}$, v armaturi pa je mejna deformacija enaka $\varepsilon_{ud} = 40 \text{ ‰}$. Če pri dimenzioniranju uporabimo jeklo z utrjevanjem, pa je $\varepsilon_{ud} = 10 \text{ ‰}$. V primeru male ekscentričnosti osne sile pa je mejna deformacija v betonu določena na oddaljenosti $3/7h$ od najbolj obremenjenega roba prečnega prereza in je $\varepsilon_{c2} = -2 \text{ ‰}$. Mejna nosilnost prečnega prereza je v skladu z EC 2 dosežena, ko je vsaj v eni točki AB prečnega prereza dosežena mejna deformacija. Glede na povedano lahko tvorimo neskončno mejnih deformacijskih ravnin prečnega prereza. V nadaljevanju jih združimo v tri skupine (glej sliko 3.1). V prvo skupino uvrstimo tiste, pri katerih je zaradi male ekscentričnosti osne sile cel prečni prež tlačno obremenjen. V tem primeru so deformacije na zgornjem robu prereza med $\varepsilon_1 = \varepsilon_{c2} = -2 \text{ ‰}$ in $\varepsilon_1 = \varepsilon_{cu2} = -3,5 \text{ ‰}$, na spodnjem robu pa med $\varepsilon_2 = \varepsilon_{c2} = -2 \text{ ‰}$ in 0 ‰ . Vse deformacijske ravne se sekajo v točki, ki je za $3/7 h$ oddaljena od zgornjega roba prečnega prereza in kjer je deformacija enaka $\varepsilon_{c2} = -2 \text{ ‰}$. V drugo skupino mejnih deformacijskih ravnin uvrščamo tiste, kjer je zaradi velike ekscentričnosti osne sile del prečnega prereza obremenjen natezno del pa tlačno. V tem primeru je deformacija na zgornjem robu prečnega prereza enaka $\varepsilon_1 = \varepsilon_{cu2} = -3,5 \text{ ‰}$, deformacija na mestu spodnje armature pa je lahko v območju od 0 ‰ pa do največje dovoljene deformacije v armaturi ε_{ud} . V tretjo skupino mejnih deformacijskih ravnin pa uvrščamo tiste, kjer je deformacija na mestu spodnje armature enaka največji dovoljeni deformaciji v armaturi ε_{ud} , deformacija na nasprotnem robu AB prečnega prereza pa je v območju od $\varepsilon_1 = \varepsilon_{cu2} = -3,5 \text{ ‰}$ do $\varepsilon_1 = \varepsilon_{ud}$. Zadnja mejna deformacijska ravna predstavlja čisto natezno obremenitev prečnega prereza. Ob upoštevanju omenjenih mejnih deformacijskih ravnin sta deformacijska parametra C in B enolično določena.



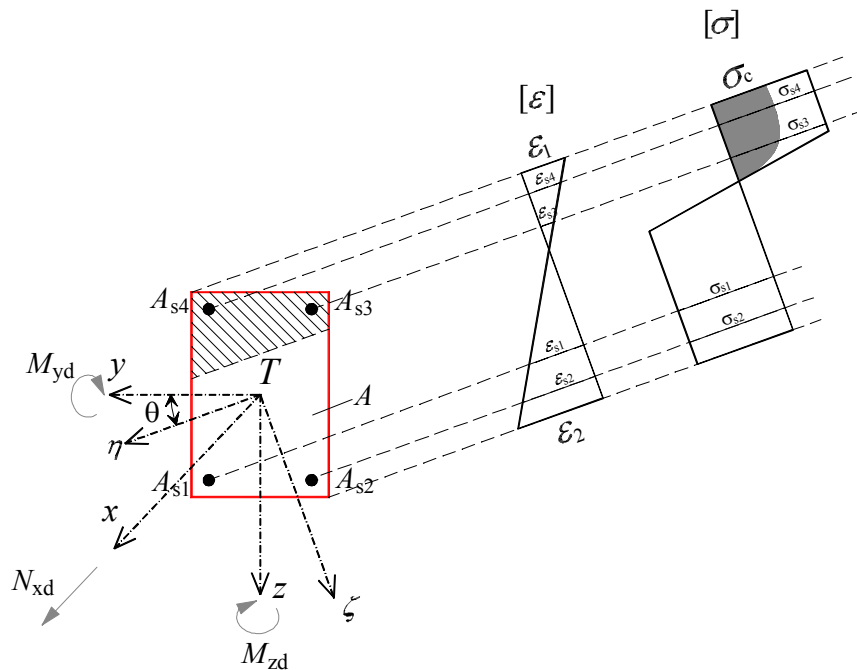
Slika 3.1: Mejne deformacijske ravnine armiranobetonskega prečnega prereza v skladu z EC 2

Za vsako izbrano mejno deformacijsko ravnino prečnega prereza lahko z uporabo delovnih diagramov za beton in jeklo, izračunamo napetosti po betonskem delu prečnega prereza in v armaturnih palicah. V nadaljevanju z integracijo napetosti izračunamo še pripadajočo mejno nosilnost prečnega prereza (N_{xRd} , M_{yRd} , M_{zRd}) v osnovnem koordinatnem sistemu (x, y, z):

$$N_{xRd} = \int_A \sigma dA = \int_{A_c} \sigma_c dA + \int_{A_s} \sigma_s dA, \quad (3.1)$$

$$M_{yRd} = \int_A \sigma z dA = \int_{A_c} \sigma_c z dA + \int_{A_s} \sigma_s z dA, \quad (3.2)$$

$$M_{zRd} = -\int_A \sigma y dA = -\int_{A_c} \sigma_c y dA - \int_{A_s} \sigma_s y dA. \quad (3.3)$$



Slika 3.2: Napetostno in deformacijsko stanje AB prečnega prereza, obremenjenega z dvojno ekscentrično osno silo

Račun mejne nosilnosti AB prečnega prereza je enostavnejši, če določimo komponente vektorja nosilnosti v zasukanem koordinatnem sistemu (ζ, η, ζ) in jih nato preslikamo v osnovni koordinatni sistem (x, y, z) .

Mejne nosilnosti AB prečnega prereza ($N_{\xi Rd}$, $M_{\eta Rd}$ in $M_{\zeta Rd}$) izračunamo ločeno za betonski del prečnega prereza ($N_{\xi Rd,c}$, $M_{\eta Rd,c}$ in $M_{\zeta Rd,c}$) in za armaturo ($N_{\xi Rd,s}$, $M_{\eta Rd,s}$ in $M_{\zeta Rd,s}$), na koncu pa oba prispevka seštejemo:

$$N_{\xi Rd} = N_{\xi Rd,c} + N_{\xi Rd,s} = \int_{A_c} \sigma_c dA + \int_{A_s} \sigma_s dA, \quad (3.4)$$

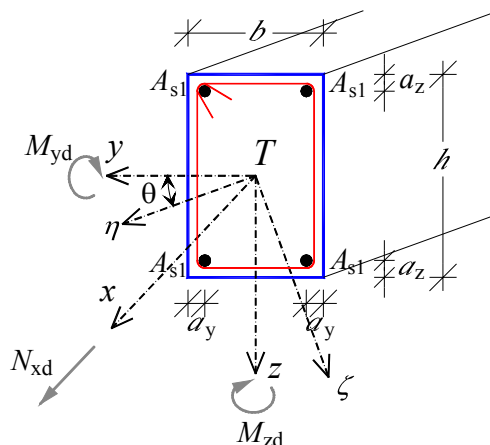
$$M_{\eta Rd} = M_{\eta Rd,c} + M_{\eta Rd,s} = \int_{A_c} \sigma_c \zeta dA + \int_{A_s} \sigma_s \zeta dA, \quad (3.5)$$

$$M_{\zeta Rd} = M_{\zeta Rd,c} + M_{\zeta Rd,s} = - \int_{A_c} \sigma_c \eta dA - \int_{A_s} \sigma_s \eta dA. \quad (3.6)$$

V nadaljevanju podrobneje opišemo račun mejne nosilnosti za AB prečni prerez pravokotne oblike in konstruiranje pripadajočih interakcijskih diagramov mejne nosilnosti.

3.2 Mejna nosilnost AB prečnega prereza pravokotne oblike

Obraunavani AB prečni prerez pravokotne oblike ima širino b in višino h . Lego in količino armature določajo parametri a_y , a_z in A_{s1} . Armatura naj bo enakomerno razporejena po obodu prečnega prereza. Geometrijski podatki ter obremenitev so prikazani na sliki 3.3.



Slika3.3: Geometrijski podatki ter obremenitev AB prečnega prereza pravokotne oblike

3.2.1 Nosilnost betonskega dela prečnega prereza pravokotne oblike

Potek napetosti v betonskem delu prečnega prereza je odvisen le od koordinate ζ . Območje tlačno obremenjenega betonskega prereza razdelimo na dve integracijski območji. Prvo območje, kjer je napetost konstantna, označimo z I_c . Drugo območje, kjer se napetost spreminja po kvadratni paraboli v odvisnosti od koordinate ζ , pa označimo z II_c .

S pomočjo enačbe (2.12), ki določa potek deformacij po prečnem prerezu, določimo meje med posameznimi območji:

$$\varepsilon = 0 \rightarrow \zeta_0 = -\frac{\varepsilon_0}{B}, \tag{3.7}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{c2} \rightarrow \zeta_1 = \frac{-\varepsilon_0 + \varepsilon_{c2}}{B}, \tag{3.8}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{cu2} \rightarrow \zeta_2 = \frac{-\varepsilon_0 + \varepsilon_{cu2}}{B}. \tag{3.9}$$

Območje II_c je omejeno s koordinatama ζ_0 in ζ_1 , območje I_c pa s koordinatama ζ_1 in ζ_2 . V splošnem so lahko te koordinate znotraj prečnega prereza ali pa so omejene z zunanjimi robovi prečnega prereza. Glede na to lahko tvorimo 23 različnih razporeditev območij I_c in II_c po prečnem prerezu. Vse te možnosti prikažemo na sliki 3.4.

Prispevki mejne osne sile in mejnih upogibnih momentov betonskega dela pravokotnega prečnega prereza so podani z enačbami:

$$\overline{N_{\xi Rd,c}} = \int_{I_c} (-\alpha f_{cd}) \cdot d\eta d\zeta, \quad (3.10)$$

$$\overline{N_{\xi Rd,c}} = \int_{II_c} (D_1 + D_2\zeta + D_3\zeta^2) \cdot d\eta d\zeta,$$

$$\overline{M_{\eta Rd,c}} = \int_{I_c} (-\alpha f_{cd}) \cdot \zeta \cdot d\eta d\zeta, \quad (3.11)$$

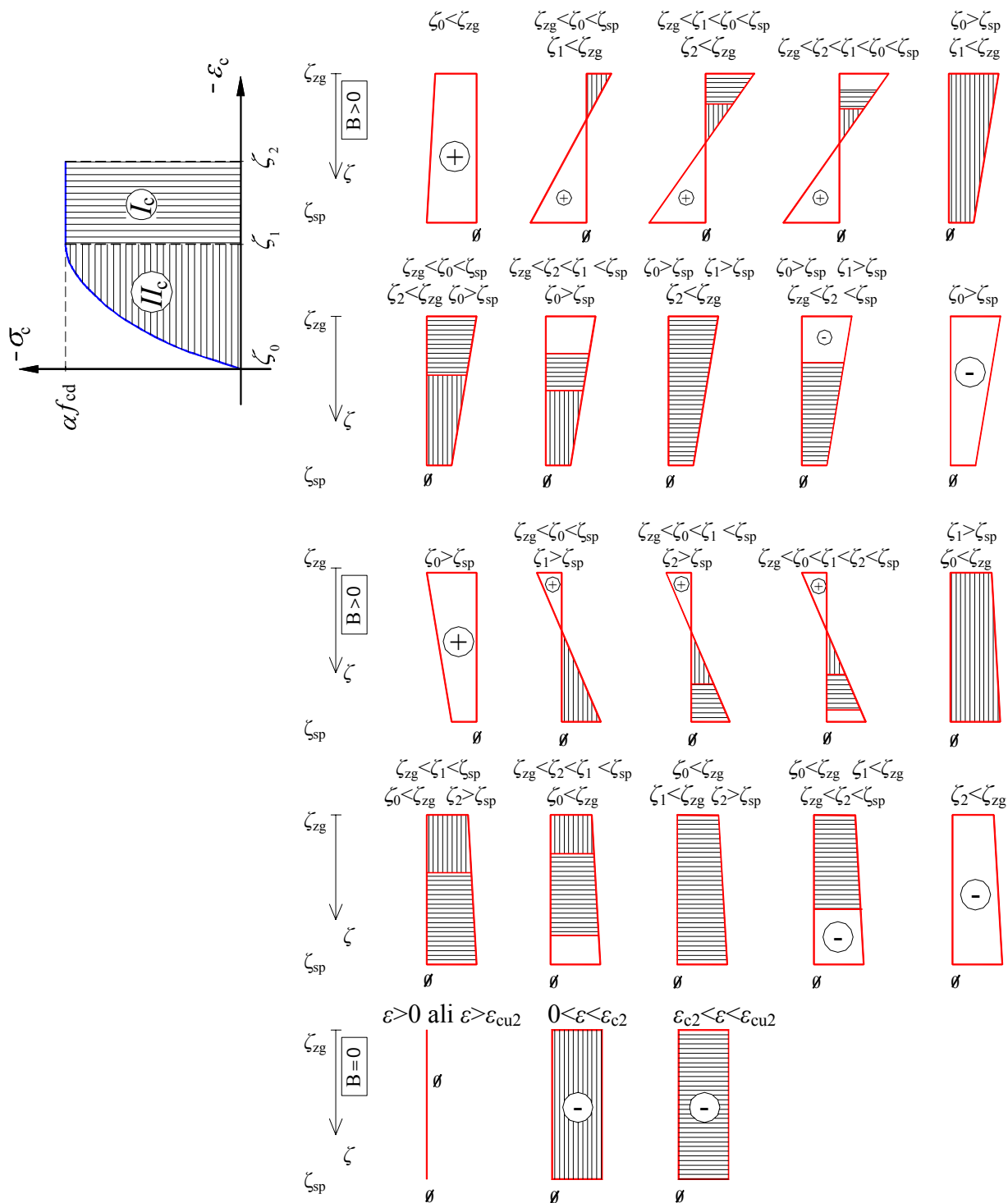
$$\overline{M_{\eta Rd,c}} = \int_{II_c} (D_1\zeta + D_2\zeta^2 + D_3\zeta^3) \cdot d\eta d\zeta,$$

$$\overline{M_{\zeta Rd,c}} = - \int_{I_c} (-\alpha f_{cd}) \cdot \eta \cdot d\eta d\zeta, \quad (3.12)$$

$$\overline{M_{\zeta Rd,c}} = - \int_{II_c} (D_1\eta + D_2\eta\zeta + D_3\eta\zeta^2) \cdot d\eta d\zeta.$$

Pri tem smo prispevke mejnih nosilnosti betonskega dela prečnega prereza za območje II_c , kjer se napetost spreminja po kvadratni paraboli, označili z $\overline{N_{\xi Rd,c}}$, $\overline{M_{\eta Rd,c}}$ in $\overline{M_{\zeta Rd,c}}$, prispevke mejnih nosilnosti betonskega dela prečnega prereza za območje I_c , kjer je napetost konstantna, pa z $\overline{N_{\xi Rd,c}}$, $\overline{M_{\eta Rd,c}}$ in $\overline{M_{\zeta Rd,c}}$.

Spremenljivke D_1 , D_2 in D_3 smo definirali z enačbami (2.14). Odvisne so od trdnosti betona αf_{cd} , od karakteristične deformacije betona ε_{c2} , od specifične spremembe dolžine referenčne osi prečnega prereza ε_0 ter od mere za zasuk prečnega prereza okrog koordinatne osi η z oznako B . V nadaljevanju s pomočjo Greenovega izreka ploskovne integrale v izrazih (3.10)–(3.12) prevedemo v krivuljne integrale.

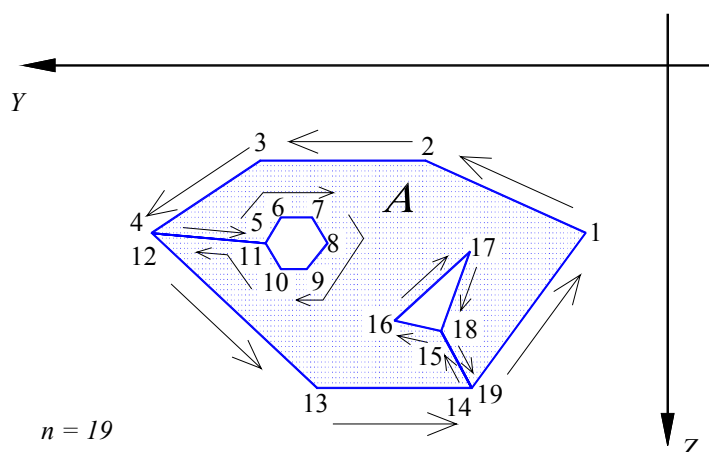


Slika 3.4: Različne razporeditve območij I_c in II_c po betonskem delu pravokotnega prečnega prereza

Greenov izrek:

Greenov izrek podaja zvezo med krivuljnimi integrali po robu obravnavane ploskve ter ploskovnim integralom po tem območju.

Z A označimo omejeno zaprto območje v ravnini (y, z) . Njegov rob sestavlja končno mnogo enostavno sklenjenih odsekov gladkih krivulj, ki se med seboj ne sekajo (regularno območje). Označimo ga s C . Funkciji $Q = Q(y, z)$ in $P = P(y, z)$ sta enolični zvezni funkciji z zveznimi parcialnimi odvodi $\partial Q / \partial y$ in $\partial P / \partial z$, definirani na območju A . Pri tem je vsaka izmed teh krivulj tako orientirana, da leži območje A v primeru potovanja vzdolž krivulje v smeri njene orientacije vedno na levi strani (slika 3.5).



Slika 3.5: Orientacija poligonalnega prečnega prereza

Greenov izrek se glasi:

$$\iint_A \left(\frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial P}{\partial z} \right) \partial y \partial z = \int_C (Q dz - P dy). \quad (3.13)$$

Funkcijam $Q = Q(y, z)$ in $P = P(y, z)$, ki sta zvezni in imata zvezna parcialna odvoda, ustrezajo tudi izrazi za račun mejne osne sile in mejnih upogibnih momentov betonskega dela pravokotnega prečnega prereza.

Če je funkcija $Q = 0$ in P polinom oblike

$$P = \frac{y^k \cdot z^{m+1}}{m+1}, \quad (3.14)$$

lahko ploskovni integral funkcije P prevedemo v krivuljni integral na sledeč način:

$$\iint_A y^k z^m dA = - \int_C \frac{y^k \cdot z^{m+1}}{m+1} dy, \quad (3.15)$$

kjer sta k in m poljubni naravni števili ($k, m = 0, 1, 2, 3, \dots$).

Če pa predpostavimo, da je $P = 0$ in Q polinom oblike

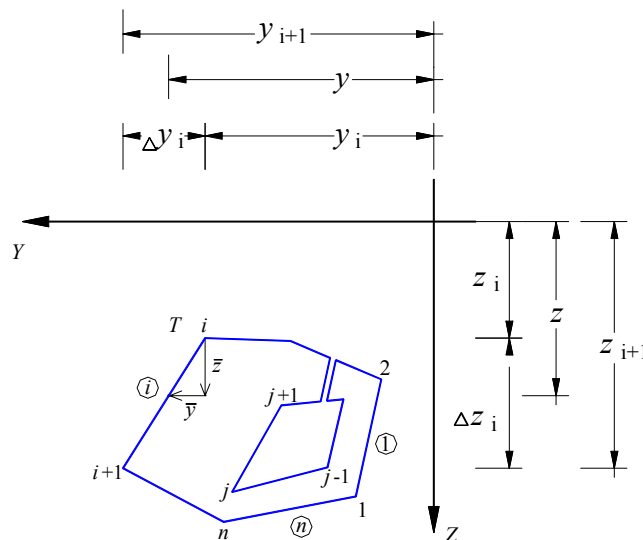
$$Q = \frac{y^{k+1} \cdot z^m}{k+1}, \quad (3.16)$$

dobimo z uporabo Greenovega izreka izraz:

$$\iint_A y^k z^m dA = \int_C \frac{y^{k+1} \cdot z^m}{k+1} dz, \quad (3.17)$$

kjer sta k in m poljubni naravni števili ($k, m = 0, 1, 2, 3, \dots$).

Vsak prečni prerez lahko poljubno natančno nadomestimo s prerezom poligonalne oblike (slika 3.6).



Slika 3.6: Poligonalni prečni prerez

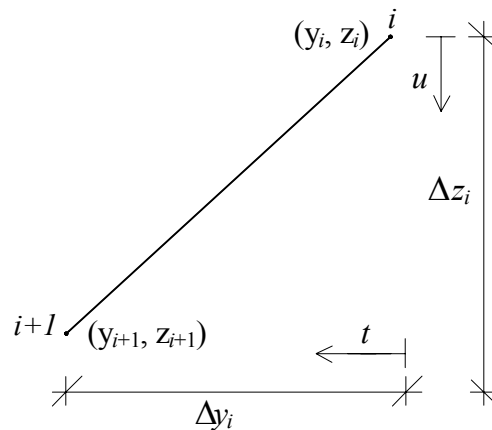
Številčenje točk zunanje konture prečnega prereza si sledi v nasprotni smeri urinega kazalca, številčenje točk poligonov notranjih odprtin pa v smeri urinega kazalca (glej sliko 3.5).

Z vpeljavo funkcij $t = t(y)$ in $u = u(z)$ lahko lego poljubne točke (y, z) na posameznem odseku med točkama i in $i+1$ zapišemo z izrazoma:

$$y = y_i + u \left(\frac{\Delta y_i}{\Delta z_i} \right), \quad 0 \leq u \leq \Delta z_i, \quad (3.18)$$

$$z = z_i + t \left(\frac{\Delta z_i}{\Delta y_i} \right), \quad 0 \leq t \leq \Delta y_i, \quad (3.19)$$

$$\text{kjer je } \Delta y_i = y_{i+1} - y_i \text{ in } \Delta z_i = z_{i+1} - z_i. \quad (3.20)$$



Slika 3.7: Potek parametrov t in u od točke i do točke $i+1$ pri uporabi Greenovega izreka

V nadaljevanju predstavimo izpeljave izbranih integralov s pomočjo Greenovega izreka. Dobljene izraze bomo uporabili pri računu mejne nosilnosti AB pravokotnega prečnega prereza.

Če je funkcija $Q = 0$, parametra v eksponentih funkcije P pa sta enaka nič ($k = 0, m = 0$), postane P linearna funkcija koordinate z : $P = z$. S pomočjo Greenovega izreka in ob upoštevanju izraza (3.19) lahko ploskovni integral zapišemo v obliki:

$$\begin{aligned} \iint_A \left(0 + \frac{\partial P}{\partial z} \right) dA &= \iint_A dydz = - \int_C z dy = - \sum_{i=1}^n \left(\int_0^{\Delta y_i} \left(z_i + t \left(\frac{\Delta z_i}{\Delta y_i} \right) \right) dt \right) = \\ &= - \sum_{i=1}^n (z_i \Delta y_i + \Delta y_i \Delta z_i / 2) = - \sum_{i=1}^n \Delta y_i (z_i + \Delta z_i / 2). \end{aligned} \quad (3.21)$$

S pomočjo izrazov (3.20) lahko integral (3.21) še dodatno poenostavimo:

$$\iint_A dydz = -\sum_{i=1}^n (y_{i+1} - y_i)(z_{i+1} + z_i)/2. \quad (3.22)$$

Če je $k = 0$ in $m = 1$, postane P kvadratna funkcija $P = \frac{z^2}{2}$. Rešitev takšnega ploskovnega

integrala se ob uporabi Greenovega izreka in upoštevanju izraza (3.19) glasi:

$$\iint_A \left(0 + \frac{\partial P}{\partial z} \right) dA = \iint_A z dydz = -\int_C \frac{z^2}{2} dy = -\sum_{i=1}^n \left(\int_0^{\Delta y_i} \frac{1}{2} \left(z_i + t \left(\frac{\Delta z_i}{\Delta y_i} \right) \right)^2 dt \right). \quad (3.23)$$

Z oznakami:

$$\begin{aligned} v &= \left(z_i + t \left(\frac{\Delta z_i}{\Delta y_i} \right) \right), \\ dv &= \left(\frac{\Delta z_i}{\Delta y_i} \right) dt, \\ dt &= \left(\frac{\Delta y_i}{\Delta z_i} \right) dv, \end{aligned} \quad (3.24)$$

lahko izraz (3.23) zapišemo v enostavnejši obliki:

$$\iint_A z dydz = -\sum_{i=1}^n \int_0^{\Delta y_i} \frac{v^2}{2} \left(\frac{\Delta y_i}{\Delta z_i} \right) dv. \quad (3.25)$$

Ko integriramo izraz (3.25) in upoštevamo izraza (3.20), dobimo za integral (3.23) numerično rešitev:

$$\begin{aligned} \iint_A z dydz &= -\sum_{i=1}^n \frac{v^3}{6} \left(\frac{\Delta y_i}{\Delta z_i} \right) = -\sum_{i=1}^n \frac{1}{6} \left(\left(z_i + \Delta y_i \left(\frac{\Delta z_i}{\Delta y_i} \right) \right)^3 - z_i^3 \right) \left(\frac{\Delta y_i}{\Delta z_i} \right) = \\ &= -\sum_{i=1}^n \frac{1}{6} (z_{i+1}^3 - z_i^3) \left(\frac{\Delta y_i}{\Delta z_i} \right) = -\sum_{i=1}^n \frac{1}{6} (y_{i+1} - y_i) (z_{i+1}^2 + z_{i+1}z_i + z_i^2). \end{aligned} \quad (3.26)$$

Na podoben način izpeljemo še preostale potrebne integrale za račun mejne nosilnosti AB prečnega prereza in dobimo:

$$\iint_A \left(0 + \frac{\partial P}{\partial z} \right) dA = \iint_A z^2 dy dz = - \int_C \frac{z^3}{3} dz = \quad (3.27)$$

$$= - \sum_{i=1}^n \frac{1}{12} (y_{i+1} - y_i) (z_{i+1}^3 + z_{i+1}^2 z_i + z_{i+1} z_i^2 + z_i^3).$$

$$\iint_A \left(\frac{\partial Q}{\partial y} + 0 \right) dA = \iint_A y dy dz = \int_C \frac{y^2}{2} dz = \sum_{i=1}^n \frac{1}{6} (z_{i+1} - z_i) (y_{i+1}^2 + y_{i+1} y_i + y_i^2). \quad (3.28)$$

$$\iint_A \left(\frac{\partial Q}{\partial y} + 0 \right) dA = \iint_A y^2 dy dz = \int_C \frac{y^3}{3} dz = \quad (3.29)$$

$$= \sum_{i=1}^n \frac{1}{12} (z_{i+1} - z_i) (y_{i+1}^3 + y_{i+1}^2 y_i + y_{i+1} y_i^2 + y_i^3),$$

$$\iint_A \left(0 + \frac{\partial P}{\partial z} \right) dA = \iint_A y z dy dz = - \frac{1}{2} \int_C y z^2 dy = \quad (3.30)$$

$$= \sum_{i=1}^n - \frac{1}{24} (y_{i+1} - y_i) (y_{i+1} z_i^2 + 2(y_i + y_{i+1}) z_i z_{i+1} + y_i z_{i+1}^2),$$

$$\iint_A \left(0 + \frac{\partial P}{\partial z} \right) dA = \iint_A y z^2 dy dz = - \frac{1}{3} \int_C y z^3 dy = \quad (3.31)$$

$$= \sum_{i=1}^n - \frac{1}{60} (y_{i+1} - y_i) (y_{i+1} z_i^3 + (3y_i + 2y_{i+1}) z_i^2 z_{i+1} + (2y_i + 3y_{i+1}) z_i z_{i+1}^2 + y_i z_{i+1}^3),$$

$$\iint_A \left(0 + \frac{\partial P}{\partial z} \right) dA = \iint_A y^2 z dy dz = - \frac{1}{2} \int_C y^2 z^2 dy = - \frac{1}{60} \sum_{i=1}^n (y_{i+1} - y_i) \cdot \quad (3.32)$$

$$\left[y_i^2 (6z_i^2 + 3z_i z_{i+1} + z_{i+1}^2) + y_i y_{i+1} (3z_i^2 + 4z_i z_{i+1} + 3z_{i+1}^2) + y_{i+1}^2 (z_i^2 + 3z_i z_{i+1} + 6z_{i+1}^2) \right],$$

$$\iint_A \left(0 + \frac{\partial P}{\partial z} \right) dA = \iint_A z^3 dy dz = - \frac{1}{4} \int_C z^4 dy = \quad (3.33)$$

$$= - \frac{1}{20} \sum_{i=1}^n (y_{i+1} - y_i) (z_{i+1}^4 + z_{i+1}^3 z_i + z_{i+1}^2 z_i^2 + z_{i+1} z_i^3 + z_i^4),$$

$$\iint_A \left(\frac{\partial Q}{\partial y} + 0 \right) dA = \iint_A y^3 dy dz = \frac{1}{4} \int_C y^4 dz = \quad (3.34)$$

$$= \frac{1}{20} \sum_{i=1}^n (z_{i+1} - z_i) (y_{i+1}^4 + y_{i+1}^3 y_i + y_{i+1}^2 y_i^2 + y_{i+1} y_i^3 + y_i^4).$$

Pri vseh zgornjih izrazih (3.20) – (3.53) dodatno velja:

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= y_1, \\ z_{n+1} &= z_1. \end{aligned} \quad (3.35)$$

Izraze (3.22) in (3.26)–(3.34) lahko zapišemo tudi v zasukanem koordinatnem sistemu (ξ, η, ζ) .

Po ureditvi dobimo:

$$A = \iint_A d\eta d\zeta = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\eta_i \zeta_{i+1} - \zeta_i \eta_{i+1}), \quad (3.36)$$

$$A_\eta = \iint_A \eta d\eta d\zeta = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n (\eta_i \zeta_{i+1} - \zeta_i \eta_{i+1}) (\eta_i + \eta_{i+1}), \quad (3.37)$$

$$A_\zeta = \iint_A \zeta d\eta d\zeta = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n (\eta_i \zeta_{i+1} - \zeta_i \eta_{i+1}) (\zeta_i + \zeta_{i+1}), \quad (3.38)$$

$$A_{\eta\zeta} = \iint_A \eta\zeta d\eta d\zeta = \frac{1}{24} \sum_{i=1}^n (\eta_i \zeta_{i+1} - \zeta_i \eta_{i+1}) [\eta_i (2\zeta_i + \zeta_{i+1}) + \eta_{i+1} (\zeta_i + 2\zeta_{i+1})], \quad (3.39)$$

$$A_{\eta\eta} = \iint_A \eta^2 d\eta d\zeta = \frac{1}{24} \sum_{i=1}^n (\eta_i \zeta_{i+1} - \zeta_i \eta_{i+1}) [\eta_i (2\eta_i + \eta_{i+1}) + \eta_{i+1} (\eta_i + 2\eta_{i+1})], \quad (3.40)$$

$$A_{\zeta\zeta} = \iint_A \zeta^2 d\eta d\zeta = \frac{1}{24} \sum_{i=1}^n (\eta_i \zeta_{i+1} - \zeta_i \eta_{i+1}) [\zeta_i (2\zeta_i + \zeta_{i+1}) + \zeta_{i+1} (\zeta_i + 2\zeta_{i+1})], \quad (3.41)$$

$$A_{\eta\eta\eta} = \iint_A \eta^3 d\eta d\zeta = \frac{1}{60} \sum_{i=1}^n (\eta_i \zeta_{i+1} - \zeta_i \eta_{i+1}) \cdot \quad (3.42)$$

$$[\eta_i^2 (3\eta_i + \eta_{i+1}) + 2\eta_i \eta_{i+1} (\eta_i + \eta_{i+1}) + \eta_{i+1}^2 (\eta_i + 3\eta_{i+1})],$$

$$A_{\zeta\zeta\zeta} = \iint_A \zeta^3 d\eta d\zeta = \frac{1}{60} \sum_{i=1}^n (\eta_i \zeta_{i+1} - \zeta_i \eta_{i+1}) \cdot \quad (3.43)$$

$$[\zeta_i^2 (3\zeta_i + \zeta_{i+1}) + 2\zeta_i \zeta_{i+1} (\zeta_i + \zeta_{i+1}) + \zeta_{i+1}^2 (\zeta_i + 3\zeta_{i+1})],$$

$$A_{\eta\zeta\zeta} = \iint_A \eta\zeta^2 d\eta d\zeta = \frac{1}{60} \sum_{i=1}^n (\eta_i \zeta_{i+1} - \zeta_i \eta_{i+1}) \cdot \quad (3.44)$$

$$[\zeta_i^2 (3\eta_i + \eta_{i+1}) + 2\zeta_i \zeta_{i+1} (\eta_i + \eta_{i+1}) + \zeta_{i+1}^2 (\eta_i + 3\eta_{i+1})],$$

$$A_{\eta\eta\zeta} = \iint_A \eta^2 \zeta d\eta d\zeta = \frac{1}{60} \sum_{i=1}^n (\eta_i \zeta_{i+1} - \zeta_i \eta_{i+1}) \cdot \quad (3.45)$$

$$[\eta_i^2 (3\zeta_i + \zeta_{i+1}) + 2\eta_i \eta_{i+1} (\zeta_i + \zeta_{i+1}) + \eta_{i+1}^2 (\zeta_i + 3\zeta_{i+1})].$$

Ob upoštevanju rešitev (3.36)–(3.45) lahko izraze za račun prispevkov mejnih konstitutivnih količin betonskega dela prečnega prereza (3.10)–(3.12) zapišemo v naslednji obliki:

$$\begin{aligned} \overline{N_{\xi Rd,c}} &= -\alpha f_{cd} A, \\ \overline{N_{\xi Rd,c}} &= D_1 A + D_2 A_{\zeta} + D_3 A_{\zeta\zeta}, \end{aligned} \quad (3.46)$$

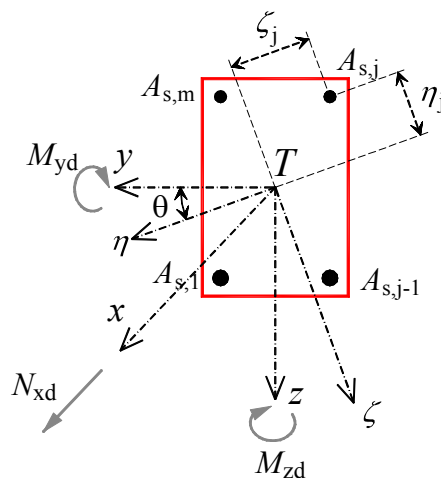
$$\begin{aligned} \overline{M_{\eta Rd,c}} &= -\alpha f_{cd} A_{\zeta}, \\ \overline{M_{\eta Rd,c}} &= D_1 A_{\zeta} + D_2 A_{\zeta\zeta} + D_3 A_{\zeta\zeta\zeta}, \end{aligned} \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} \overline{M_{\zeta Rd,c}} &= \alpha f_{cd} A_{\eta}, \\ \overline{M_{\zeta Rd,c}} &= -(D_1 A_{\eta} + D_2 A_{\eta\zeta} + D_3 A_{\eta\zeta\zeta}). \end{aligned} \quad (3.48)$$

Z izrazi (3.46)–(3.48) v nadaljevanju preprosto izračunamo prispevke mejne osne sile in mejnih upogibnih momentov za betonski del prečnega prereza, kjer je napetost konstantna ($\overline{N_{\xi Rd,c}}$, $\overline{M_{\eta Rd,c}}$ in $\overline{M_{\zeta Rd,c}}$), in za tisti del prečnega prereza, kjer se napetost v betonu spreminja po paraboli ($\overline{N_{\xi Rd,c}}$, $\overline{M_{\eta Rd,c}}$ in $\overline{M_{\zeta Rd,c}}$).

3.2.2 Prispevek armaturnih palic k mejni nosilnosti AB prečnega prereza pravokotne oblike

Geometrijske podatke o legi armature glede na zasukan koordinatni sistem prikazuje slika 3.8.



Slika 3.8: Geometrijski podatki o legi armature v AB prečnem prerezu pravokotne oblike
Ker je ploščina prečnega prereza armaturnih palic običajno majhna v primerjavi s celotno ploščino prečnega prereza, predpostavimo, da je napetost v armaturi konstantna. Zaradi te predpostavke lahko armaturne palice obravnavamo točkovno. Predpostavimo tudi, da je razporeditev armaturnih palic po prečnem prerezu simetrična. Izraze za račun prispevkov armature k mejni nosilnosti AB prečnega prereza ob upoštevanju omenjenih poenostavitvev zapišemo z enačbami:

$$N_{\xi Rd,s} = \sum_{j=1}^m n_j A_{sj} \sigma_{sj}, \quad (3.49)$$

$$M_{\eta Rd,s} = \sum_{j=1}^m n_j A_{sj} \zeta_{sj} \sigma_{sj}, \quad (3.50)$$

$$M_{\zeta Rd,s} = - \sum_{j=1}^m n_j A_{sj} \eta_{sj} \sigma_{sj}. \quad (3.51)$$

Pri tem v enačbah (3.49)-(3.51) predstavlja A_{sj} ploščino j -te armaturne palice, σ_{sj} je napetost v j -ti armaturni palici, m je število armaturnih palic obravnavanega prečnega prereza, η_{sj} in ζ_{sj} pa sta oddaljenosti j -te armaturne palice od geometrijskega središča prečnega prereza v zasukanem koordinatnem sistemu (ξ, η, ζ) . S pomočjo koeficienta

$$n_j = \begin{cases} 1, & \varepsilon(\eta_j, \zeta_j) > 0, \\ 1 - \frac{\sigma_c(\eta_j, \zeta_j)}{\sigma_s(\eta_j, \zeta_j)}, & \varepsilon(\eta_j, \zeta_j) < 0, \end{cases} \quad (3.52)$$

upoštevamo, da na območju armaturne palice ni betona. S tem v območju še dovoljenih tlačnih napetosti zmanjšamo napetost v armaturni palici za napetost v betonu na mestu obravnavane armaturne palice.

3.2.3 Mejna nosilnost AB prečnega prereza pravokotne oblike

Mejna nosilnost AB prečnega prereza pravokotne oblike je seštevek nosilnosti betonskega dela prečnega prereza in nosilnosti armaturnih palic. Mejna nosilnost v zasukanem koordinatnem sistemu (ξ, η, ζ) je:

$$N_{\xi Rd} = \overline{N_{\xi Rd,c}} + \overline{N_{\xi Rd,c}} + N_{\xi Rd,s}, \quad (3.53)$$

$$M_{\eta Rd} = \overline{M_{\eta Rd,c}} + \overline{M_{\eta Rd,c}} + M_{\eta Rd,s}, \quad (3.54)$$

$$M_{\zeta Rd} = \overline{M_{\zeta Rd,c}} + \overline{M_{\zeta Rd,c}} + M_{\zeta Rd,s}. \quad (3.55)$$

Mejno nosilnost AB prečnega prereza pravokotne oblike v osnovnem koordinatnem sistemu (x,y,z) pa dobimo s transformacijo, torej

$$\{R\}_{xyz} = [T_0]^T \cdot \{R\}_{\xi\eta\zeta}, \quad (3.56)$$

$$\begin{Bmatrix} N_{xRd} \\ M_{yRd} \\ M_{zRd} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} N_{\xi Rd} \\ M_{\eta Rd} \\ M_{\zeta Rd} \end{Bmatrix}. \quad (3.57)$$

3.3 Grafična predstavitev interakcijskih diagramov mejne nosilnosti

Mejno nosilnost AB prečnega prereza $(N_{xRd}, M_{yRd}, M_{zRd})$ pri obremenitvi z dvojno ekscentrično osno silo izračunamo s pomočjo izrazov (3.53)–(3.55) oziroma izraz (3.57). Kot smo že povedali, določajo mejno nosilnost AB prečnega prereza t.i. mejne deformacije prečnega prereza oziroma mejne deformacijske ravnine, pri katerih je vsaj v eni točki AB prečnega prereza dosežena mejna deformacija. Glede na to, da lahko tvorimo neskončno mnogo mejnih deformacijskih ravnin, kjer ustrezno spreminjamo osno deformacijo v geometrijskem središču prečnega prereza (ε_0) ter meri za zasuk prereza okrog koordinatnih osi y in z (β_y oziroma β_z), predstavimo mejno nosilnost obravnavanega AB prečnega prereza s t.i. interakcijskimi diagrami mejne nosilnosti. Pri dvojno ekscentrični osni sili ima takšen diagram obliko prostorske ploskve. Za praktično uporabo le-te predstavimo z družino ravninskih krivulj.

Na sliki 3.9 je iz treh različnih pogledov prikazan interakcijski diagram mejne nosilnosti značilnega AB prečnega prereza, obremenjenega z dvojno ekscentrično osno silo. Krivulja na mejni ploskvi povezuje mejne nosilnosti prečnega prereza $(N_{xRd}, M_{yRd}, M_{zRd})$, pri katerih je

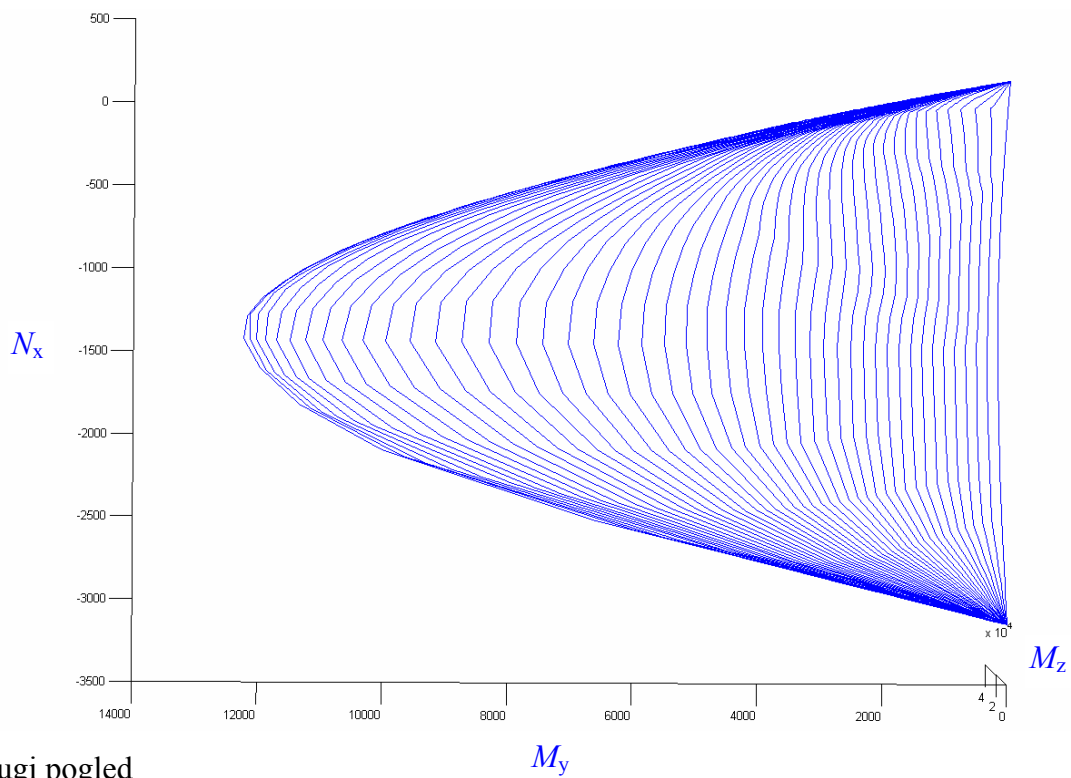
razmerje med merami za zasuk prečnega prereza okrog koordinatne osi y in okoli koordinatne osi z konstantno, torej

$$\frac{\beta_z}{\beta_y} = \operatorname{tg}\theta = \textit{konst.} \quad (3.58)$$

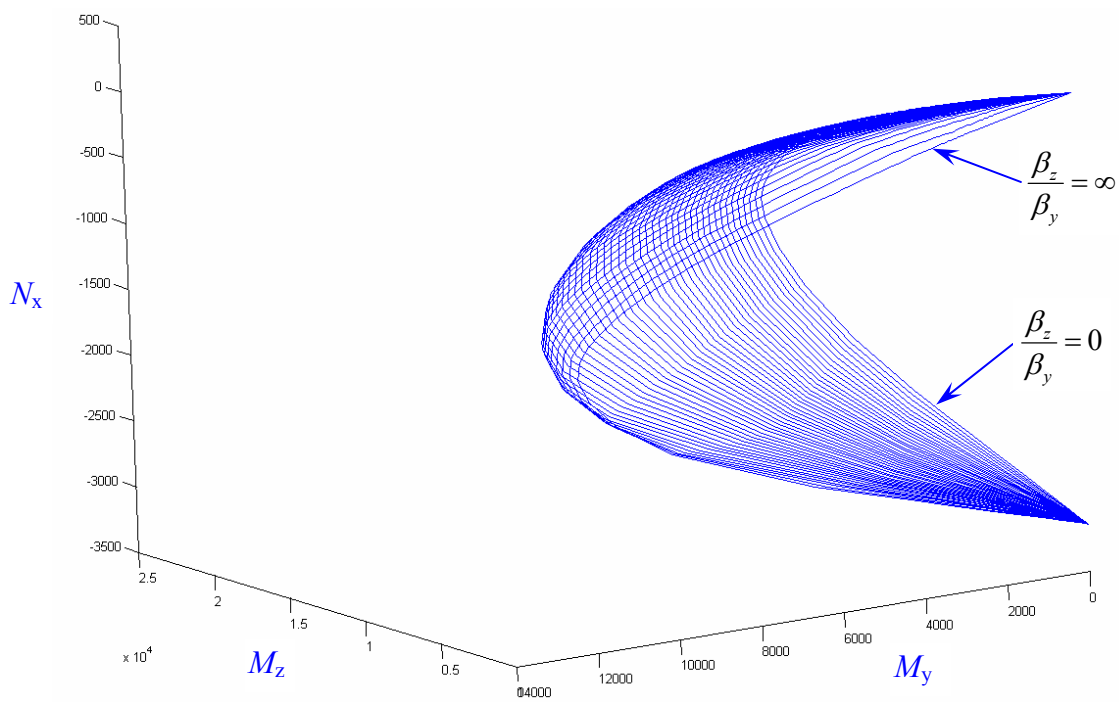
Za posamezno krivuljo interakcijskega diagrama torej velja, da je kot θ konstanten. Krivulje so narisane za vrednosti kota θ od 0° do 90° v koraku po 2° .

Ko poznamo interakcijski diagram mejne nosilnosti obravnavanega prečnega prereza, lahko ugotovimo ali je projektirana dvoosna upogibna obremenitev prečnega prereza (N_{xd} , M_{yd} , M_{zd}) večja od mejne nosilnosti (N_{xRd} , M_{yRd} , M_{zRd}). Drugače povedano, s pomočjo interakcijskega diagrama ugotovimo ali izbrani prečni prerez lahko prevzame projektirano obremenitev. Ta postopek določanja zveze med obremenitvijo in nosilnostjo prečnega prereza je brez uporabe ustreznega računalniškega orodja zelo zahteven. Problem je v tem, ali projektirana obremenitev leži znotraj oziroma na robu interakcijskega diagrama mejne nosilnosti, ki je prostorska ploskev. V ta namen se v inženirski praksi uporabljajo grafične poenostavitve, s katerimi se prostorske interakcijske diagrame mejne nosilnosti AB prečnih prerezov pri dvoosno ekscentrični obremenitvi predstavi v obliki ravninskih interakcijskih diagramov.

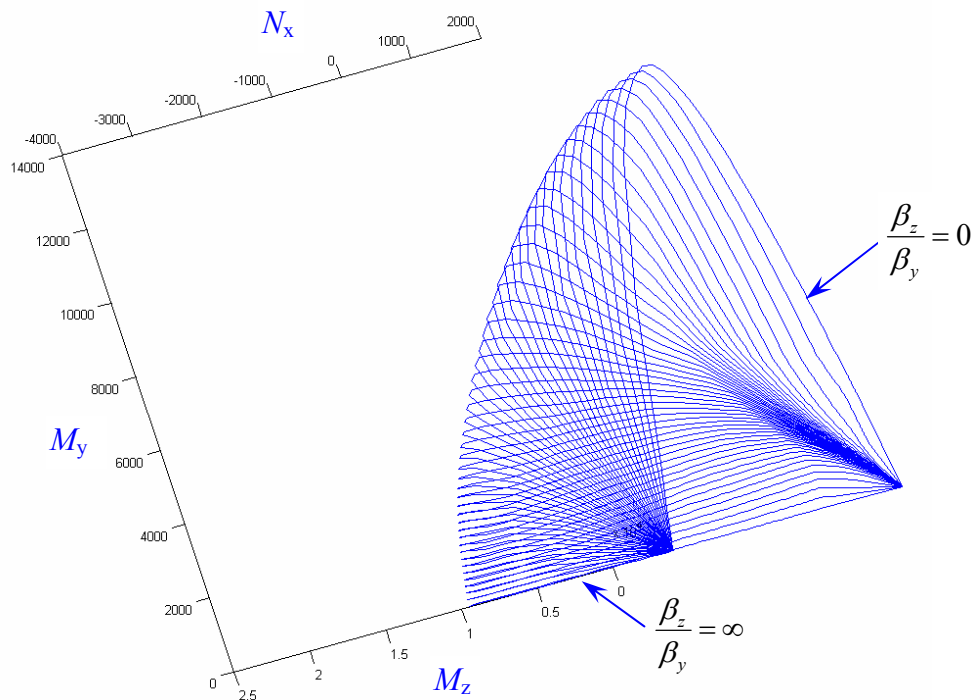
a) prvi pogled



b) drugi pogled

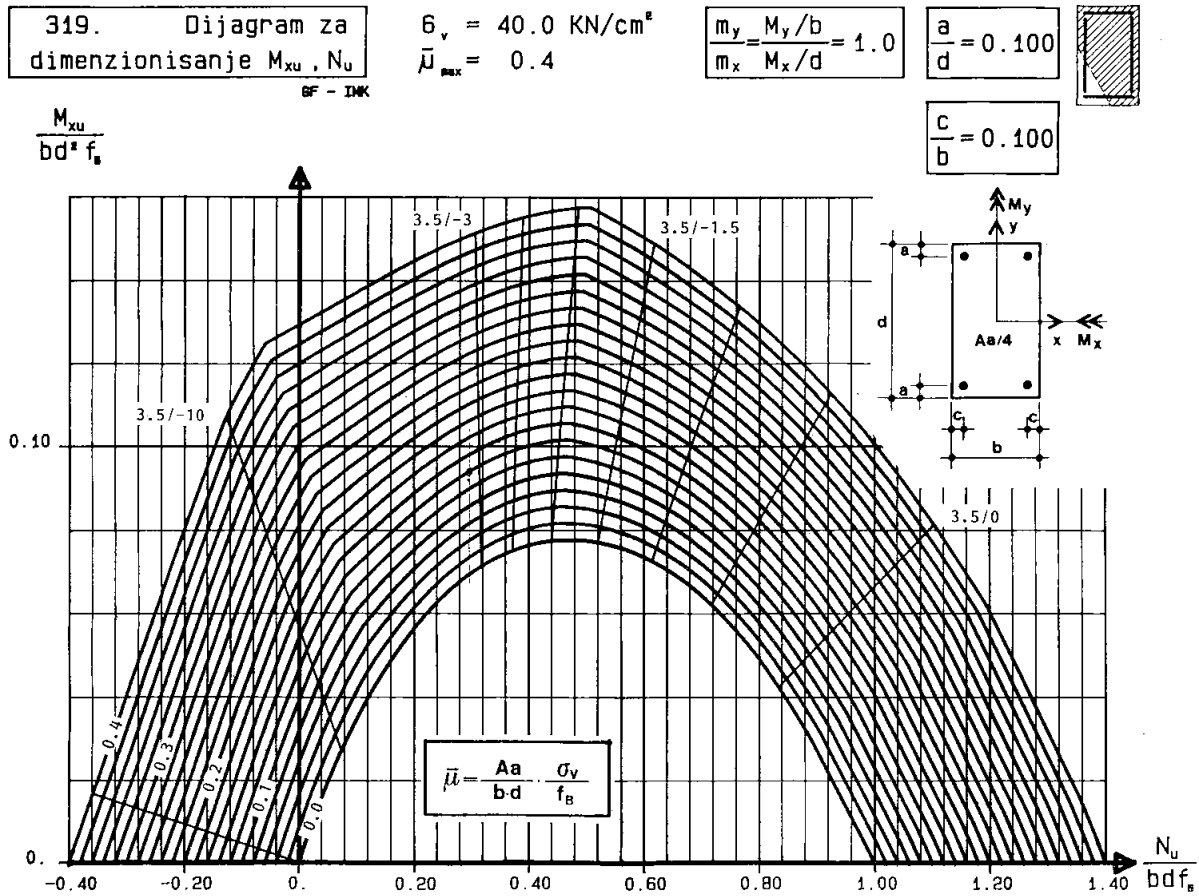


c) tretji pogled

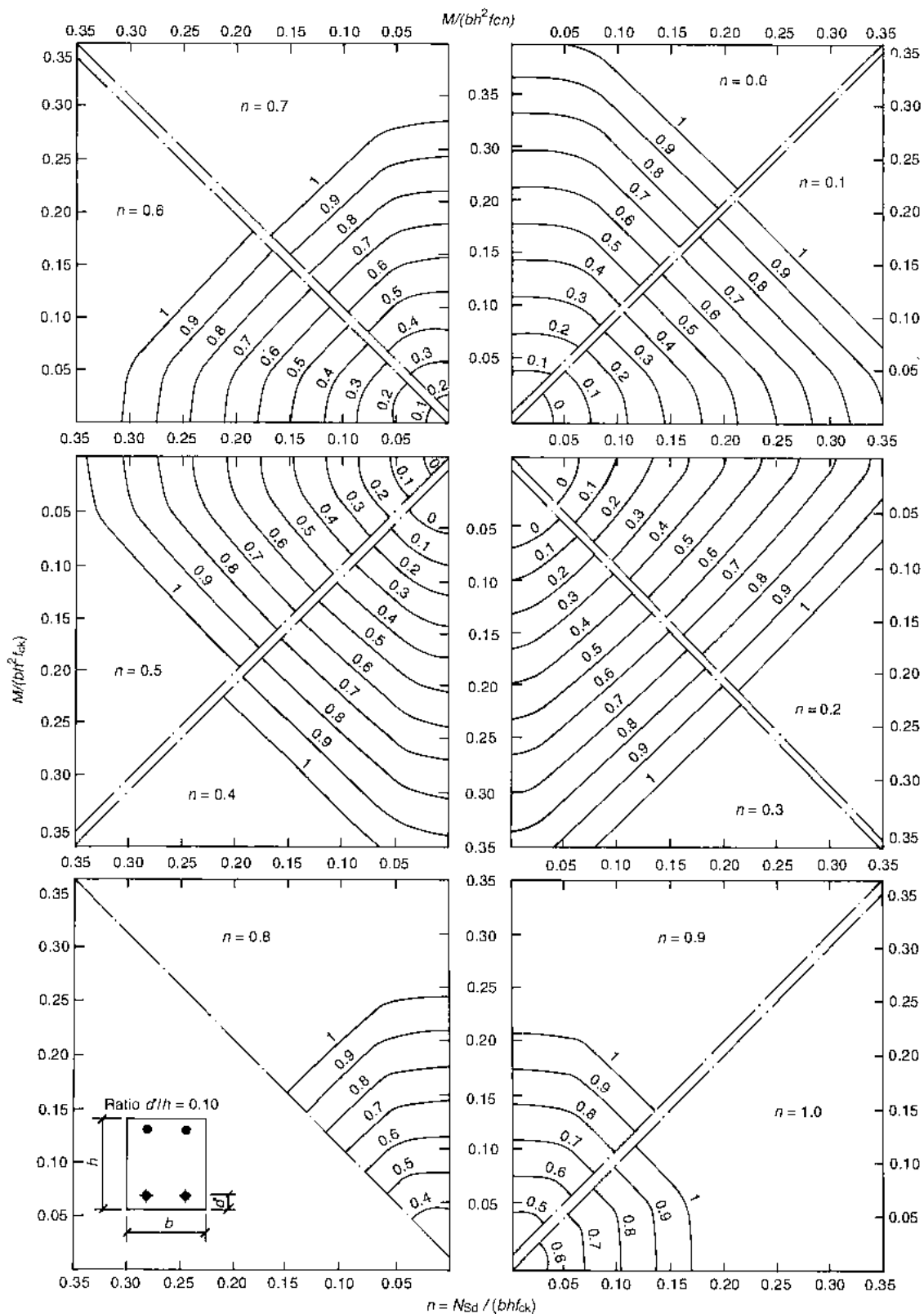


Slike 3.9: Kvalitativni prikaz interakcijskega diagrama mejne nosilnosti značilnega AB prečnega prereza iz treh pogledov

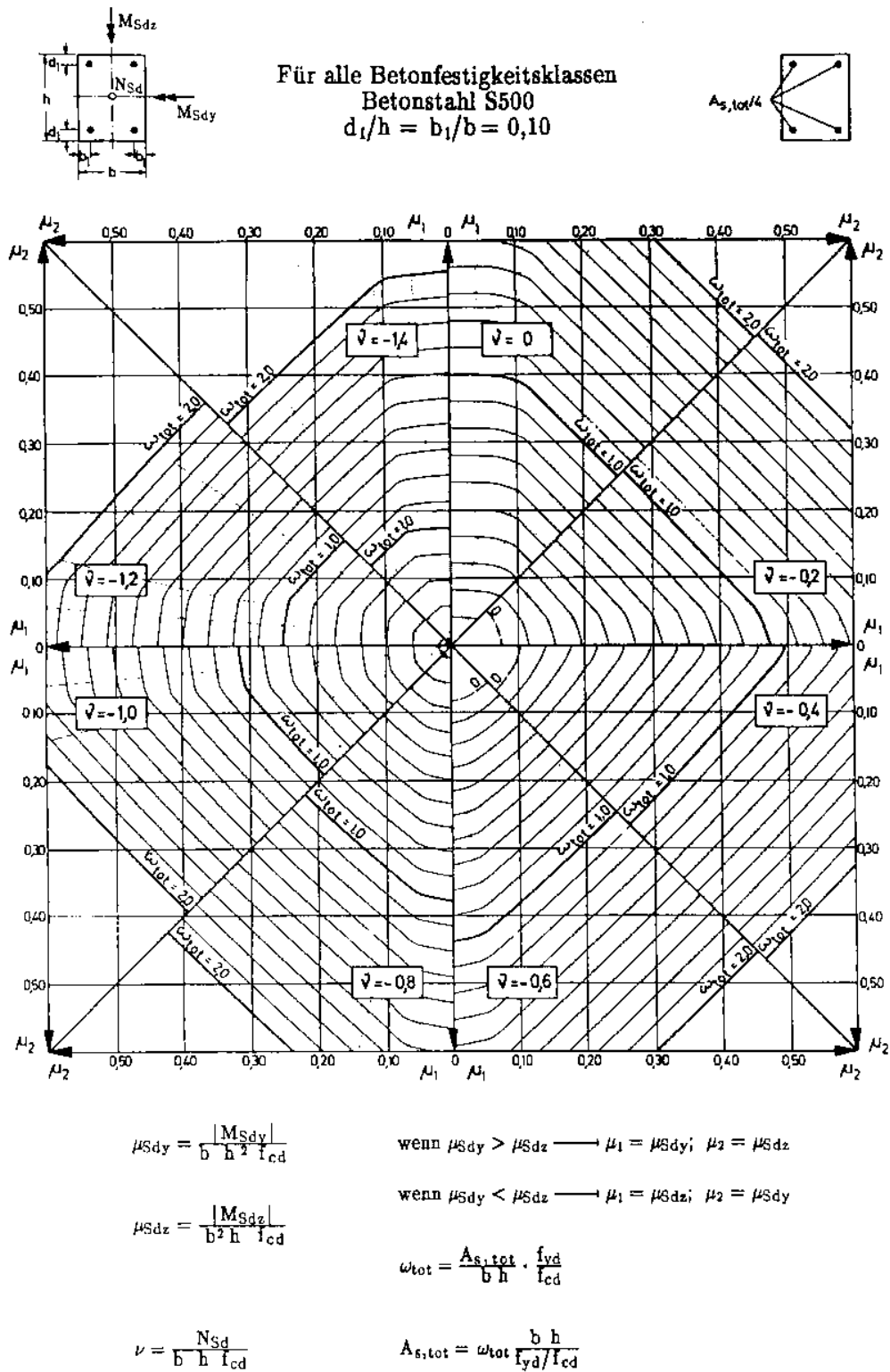
Obstajajo različni načini, kako z ravninskimi krivuljami predstaviti mejno ploskev nosilnosti AB prečnega prereza. Tako so Najdanović, Alendar in Ješić (1989) predstavili interakcijske diagrame mejne nosilnosti AB prečnih prerezov pri dvojno ekscentrični obremenitvi v ravnini (N_x, M_y) , kjer je $M_z = r \cdot M_y$ in r predstavlja vnaprej izbrano razmerje upogibnih momentov (glej sliko), Beeby in Narayanan (1995) ter tudi Sparowitz (2004) pa v ravnini (M_y, M_z) za različne nivoje osne sile (N_x) (glej sliko). Običajno so ti diagrami podani v brezdimenzijski obliki.



Slika: Interakcijski diagram mejne nosilnosti AB prečnih prerezov obremenjenih z dvojno ekscentrično osno silo po Najdanoviću, Alendarju in Ješiću (1989)



Slika: Interakcijski diagram mejne nosilnosti AB prečnih prerezov obremenjenih z dvojno ekscentrično osno silo po Beeby-ju in Narayanu (1995)



Bewehrungsanordnung entsprechend Skizze oben rechts

Slika: Interakcijski diagram mejne nosilnosti AB prečnih prerezov obremenjenih z dvojno ekscentrično osno silo po Sparowitzu (2004)

V okviru diplomske naloge smo se odločili, da predstavimo interakcijski diagram v ravnini (N_x, M_y) , saj je takšen prikaz običajen tudi za interakcijske diagrame mejne nosilnosti pri enojno ekscentrični obremenitvi.

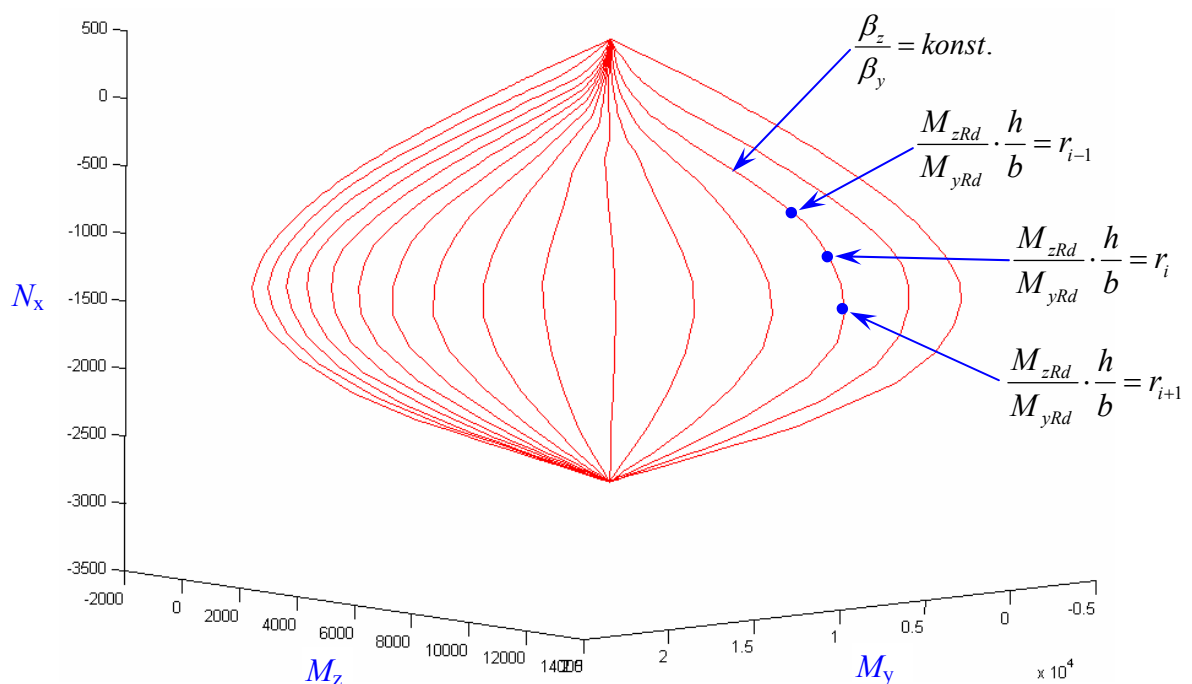
Glede na to, da želimo pri takšni predstavitvi diagrama ohraniti razmerje med upogibnima momentoma (v brezdimenzijski obliki) konstantno, postane kot θ pri izbrani deformacijski ravnini prereza (ε_0, B) neznanka problema. Določimo ga s pomočjo nelinearne enačbe

$$\frac{m_{zRd}(\theta, \varepsilon_0, B)}{m_{yRd}(\theta, \varepsilon_0, B)} = r, \quad (3.59)$$

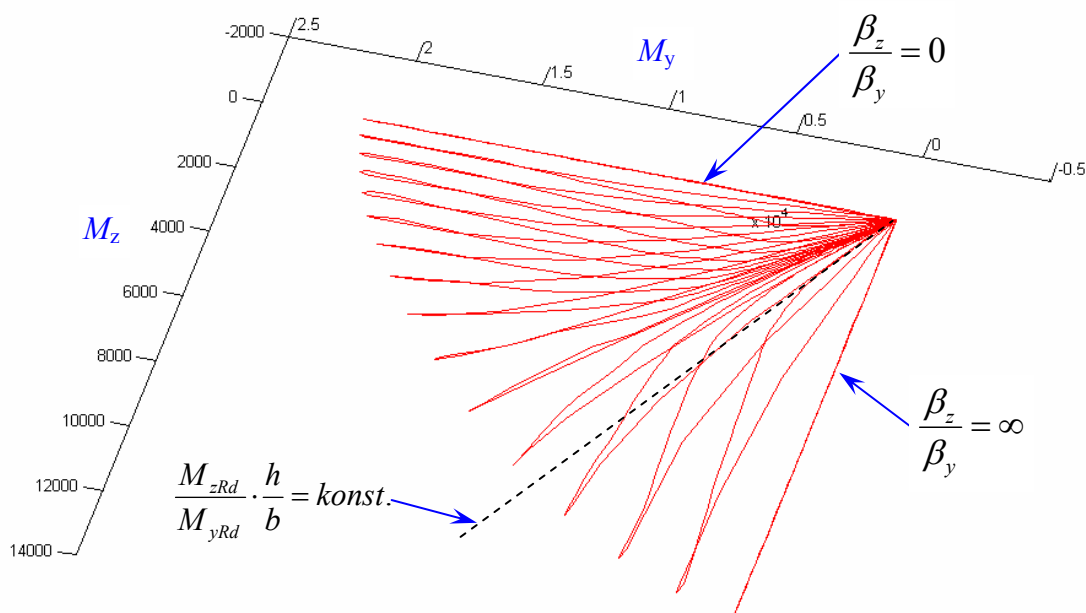
kjer je r razmerje med normiranima upogibnima momentoma m_{zRd} in m_{yRd} . Enačbo (3.59) rešimo iteracijsko z uporabo Newtonove iteracijske metode.

To pomeni, da je potrebno za vsako mejno deformacijsko ravnino poiskati krivuljo $\frac{\beta_z}{\beta_y} = konst.$, ki pri danih deformacijah ustreza izbranemu razmerju upogibnih momentov (glej sliko 3.10).

(a) prvi pogled



(b) drugi pogled



Slika 3.10: Potek krivulj interakcijskega diagrama mejne nosilnosti, za katere velja

$$\frac{\beta_z}{\beta_y} = \operatorname{tg}\theta = \text{konst.} \text{ v dveh pogledih}$$

Newtonova iteracijska metoda

Najprej podamo teoretične osnove Newtonove iteracijske metode. Te so opisane v številnih knjigah; navedimo samo nekatere: Numerične metode (Bohte, 1987), Numerično reševanje enačb (Bohte, 1964), Practical Bifurcation and Stability Analysis From Equilibrium to Chaos (Seydel, 1994) ter Matematični priročnik (Bronštejn in sod., 1997).

Pri reševanju enačbe $f(x)=0$ z iteracijsko metodo iščemo zaporedje približkov x_k ($k = 0, 1, \dots, n, n+1$), začenši z začetnim približkom x_0 .

Če je $f(x)$ vsaj dvakrat zvezno odvedljiva funkcija na primernem intervalu (a, b) , ki vsebuje začetni približek x_0 in končno rešitev x^* , lahko po Taylorjevi formuli zapišemo:

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0) + \dots \quad (3.61)$$

Če upoštevamo le prva dva člena Taylorjeve vrste in $f(x) = 0$, določa prvi približek izraz:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad (3.62)$$

oziroma $(n+1)$ -ti približek izraz:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (n=0,1,2,\dots), \quad (3.63)$$

kjer je x_0 primerno izbran začetni približek. Za določitev približka x_{n+1} potrebujemo vrednost funkcije $f(x_n)$ in prvi odvod funkcije $f'(x_n)$ v točki x_n . Pogoja, potrebna za konvergenco zaporedja približkov h končni rešitvi x^* , sta poleg večkratne odvedljivosti funkcije $f(x)$ na intervalu (a, b) v okolici končne rešitve x^* , sledeča:

- a) na intervalu (a, b) , kjer je $f(a)f(b) < 0$, naj prvi in drugi odvod funkcije $f(x)$ ne spremenita predznaka,
- b) začetni približek x_0 naj bo tisto krajišče intervala (a, b) , kjer je $f(x_0)f''(x) > 0$.

Pogoja morata biti izpolnjena na intervalu (a, b) , ki poleg rešitve x^* vsebuje tudi vse približke x_n . Če zaporedje Newtonove metode konvergira, potem konvergira tako, da se v bližini rešitve pri vsakem iteracijskem koraku število točnih mest približno podvoji. V tem primeru govorimo o kvadratni konvergenci.

V okviru diplomske naloge je interpretacija Newtonove iteracijske metode sledeča (glej enačbo 3.59):

$$f(\theta) = \frac{m_{zRd}}{m_{yRd}} - r = 0, \quad (3.64)$$

Če za račun normiranih upogibnih momentov upoštevamo izraza:

$$m_{yRd} = \frac{M_{yRd}}{\alpha f_{cd} h A_c}, \quad (3.65)$$

$$m_{zRd} = \frac{M_{zRd}}{\alpha f_{cd} b A_c}, \quad (3.66)$$

lahko enačbo (3.64) zapišemo v obliki:

$$f(\theta) = \frac{M_{zRd}}{M_{yRd}} \cdot \frac{h}{b} - r = 0, \quad (3.67)$$

kjer je b širina in h višina, A_c pa ploščina pravokotnega prečnega prereza.

Prvi odvod funkcije $f(\theta)$ izračunamo numerično z izrazom:

$$\frac{\partial f}{\partial \theta} = \frac{f(\theta_k + \Delta\theta_k) - f(\theta_k)}{\Delta\theta_k}, \quad (3.68)$$

$$\text{kjer je } \Delta\theta_k = 10^{-7} \cdot \max(1, \theta_k) \cdot \frac{\theta_k}{|\theta_k|} \quad \text{za } k = 0, 1, 2, \dots, n. \quad (3.69)$$

V primeru, da je $|\theta_k| < 10^{-15}$, $\Delta\theta_k$ izračunamo z izrazom:

$$\Delta\theta_k = \frac{0.01 \cdot \pi}{180}. \quad (3.70)$$

Za izbrano mejno deformacijsko ravnino, ki jo določata deformacijska parametra ε_0 in B je algoritem za določitev kota θ naslednji:

1. korak ($n=0$):

Za prvo deformacijsko ravnino (čista tlačna obremenitev prereza) je začetni približek enak $\theta_0 = r$, za j -to deformacijsko ravnino pa izberemo $\theta_0 = \theta_{j-1}$, kjer je θ_{j-1} rešitev enačbe

$$f(\theta) = \frac{M_{zd}(\theta, \varepsilon_{0,j-1}, B_{j-1})}{M_{yd}(\theta, \varepsilon_{0,j-1}, B_{j-1})} \cdot \frac{h}{b} - r = 0. \quad (3.71)$$

Pri tem si deformacijske ravnine sledijo, kot je opisano na začetku 3. poglavja. Zadnja mejna deformacijska ravnina predstavlja čisto natezno obremenitev prečnega prereza.

Prvi približek za θ izračunamo s pomočjo izraza (3.62):

$$\theta_1 = \theta_0 - \frac{f(\theta_0, \varepsilon_{0,j}, B_j)}{f'(\theta_0, \varepsilon_{0,j}, B_j)}, \quad (3.72)$$

kjer je

$$f(\theta_0) = \frac{M_{zRd}(\theta_0, \varepsilon_{0,j}, B_j)}{M_{yRd}(\theta_0, \varepsilon_{0,j}, B_j)} \cdot \frac{h}{b} - r, \quad (3.73)$$

$$f'(\theta_0) = \left. \frac{\partial f}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_0} = \frac{f(\theta_0 + \Delta\theta_0, \varepsilon_{0,j}, B_j) - f(\theta_0, \varepsilon_{0,j}, B_j)}{\Delta\theta_0} \quad (3.74)$$

in

$$\Delta\theta_0 = 10^{-7} \cdot \max(1, \theta_0) \cdot \frac{\theta_0}{|\theta_0|} \quad (3.75)$$

(n+1)-ti korak:

Izraz za izračun kota θ v (n+1)-em koraku je:

$$\theta_{n+1} = \theta_n - \frac{f(\theta_n, \varepsilon_{0,j}, B_j)}{f'(\theta_n, \varepsilon_{0,j}, B_j)}, \quad (3.76)$$

kjer je

$$f(\theta_n) = \frac{M_{zRd}(\theta_n, \varepsilon_{0,j}, B_j)}{M_{yRd}(\theta_n, \varepsilon_{0,j}, B_j)} \cdot \frac{h}{b} - r, \quad (3.77)$$

$$f'(\theta_n) = \left. \frac{\partial f}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_n} = \frac{f(\theta_n + \Delta\theta_n, \varepsilon_{0,j}, B_j) - f(\theta_n, \varepsilon_{0,j}, B_j)}{\Delta\theta_n} \quad (3.78)$$

in

$$\Delta\theta_n = 10^{-7} \cdot \max(1, \theta_n) \cdot \frac{\theta_n}{|\theta_n|} \quad (3.79)$$

Ko postane koeficient $\left| \frac{f(\theta_n)}{f'(\theta_n)} \right|$ dovolj majhen ($\left| \frac{f(\theta_n)}{f'(\theta_n)} \right| < 10^{-9}$) oziroma ko je vrednost

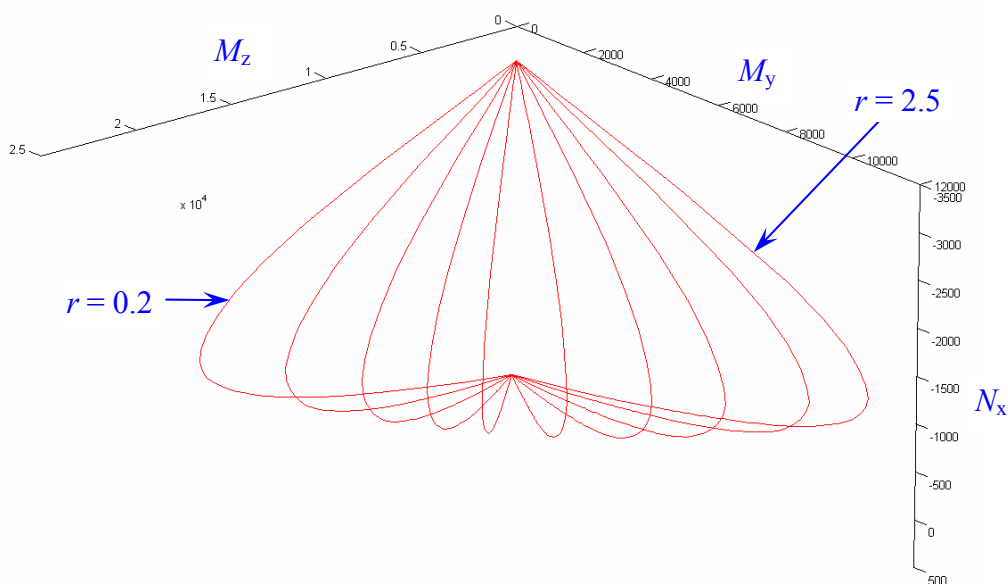
funkcije $f(\theta_{n+1})$ dovolj majhna, zaključimo z iteriranjem. Pri tem je θ_{n+1} rešitev enačbe

$f(\theta_{n+1})$, $M_{yRd}(\theta_{n+1}, \varepsilon_{0,j}, B_j)$, $M_{zRd} = r \cdot \frac{b}{h} \cdot M_{yRd}$, $N_{xRd}(\theta_{n+1}, \varepsilon_{0,j}, B_j)$ pa je pripadajoča mejna

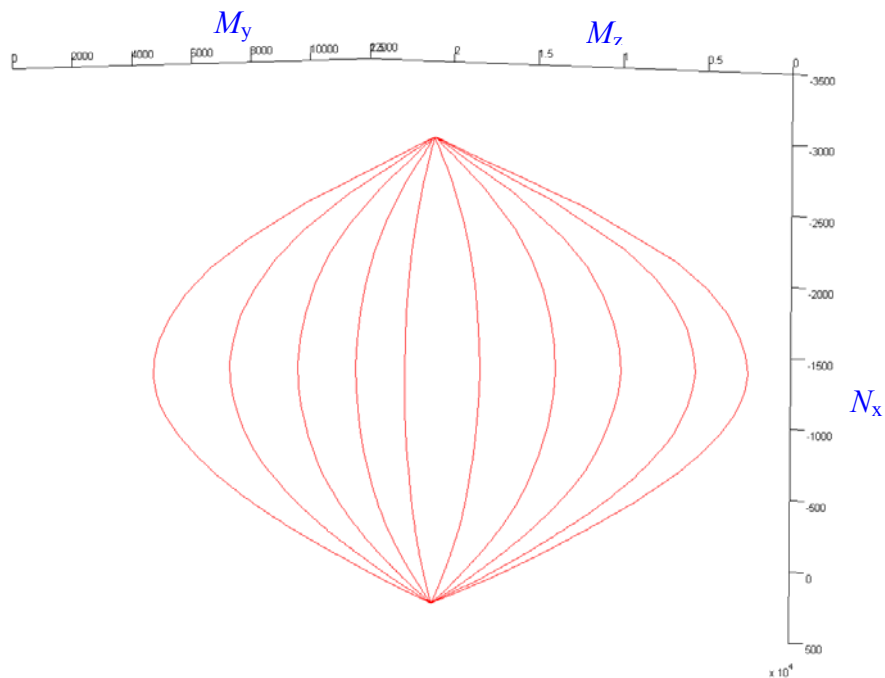
nosilnost obravnavanega AB prečnega prereza pri j -ti mejni deformacijski ravnini. Postopek ponovimo tudi za ostale mejne deformacijske ravnine (vključno s čisto natezno obremenitvijo prečnega prereza) ter za različna razmerja normiranih upogibnih momentov r . Izračunane interakcijske diagrame mejne nosilnosti AB prečnih prerezov v dveh pogledih prikažemo na sliki 3.11. Posamezne krivulje sedaj ležijo v ravninah, saj je razmerje upogibnih momentov za

vsako krivuljo konstantno. To nam omogoča, da interakcijski diagram predstavimo tudi v dvodimenzionalni obliki ($N_x, M_y, M_z = r \cdot \frac{b}{h} \cdot M_y$).

(a) prvi pogled



(b) drugi pogled



Slika 3.11: Interakcijski diagram pri konstantnem razmerju normiranih upogibnih momentov

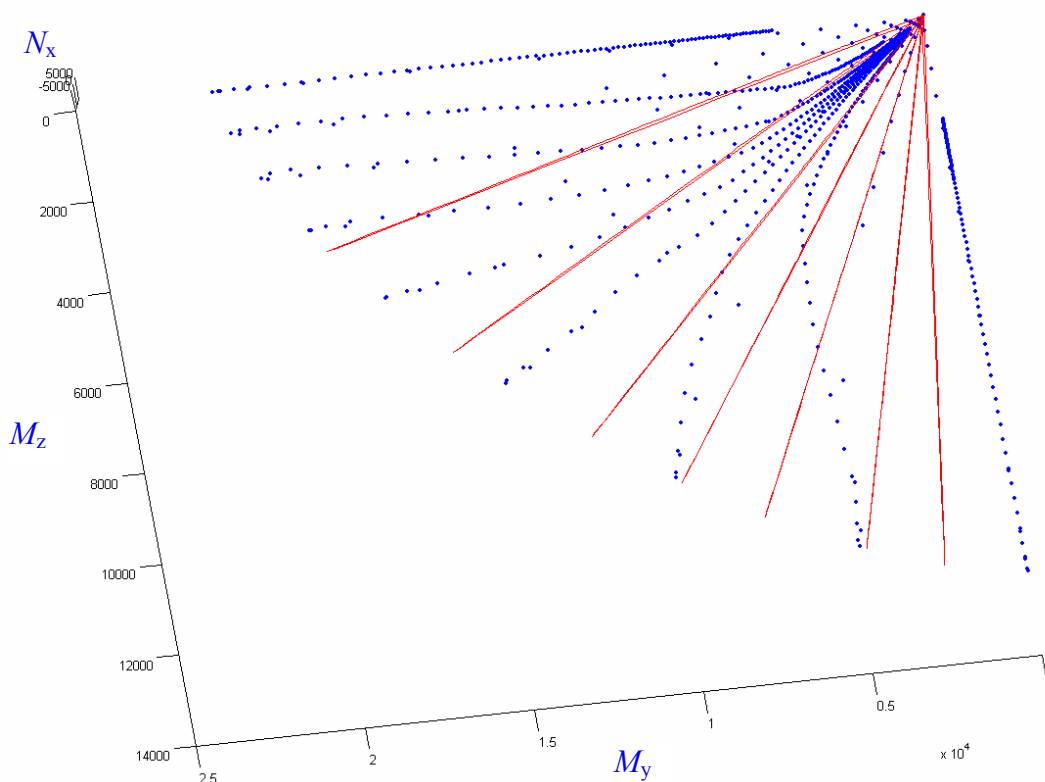
V nadaljevanju prikažemo primerjavo med interakcijskimi diagrami, izračunanimi pri pogoju

$\frac{\beta_z}{\beta_y} = \text{konst.}$ oziroma pri pogoju $\frac{M_{zRd}}{M_{yRd}} \cdot \frac{h}{b} = \text{konst.}$ S pomočjo slike 3.12 lahko potrdimo

omenjeno ugotovitev, da interakcijski diagrami mejne nosilnosti prečnega prereza, ki izpolnjujejo pogoj $\frac{M_{zRd}}{M_{yRd}} \cdot \frac{h}{b} = \text{konst.}$, ležijo v ravninah (rdeče krivulje na sliki 3.12), medtem

ko to ne velja za interakcijske diagrame pri pogoju $\frac{\beta_z}{\beta_y} = \text{konst.}$ (modre krivulje na sliki 3.12)

in jih zato ne moremo uporabiti pri predstavitvi v ravnini (N_x, M_y) .



Slika 3.12: Primerjava poteka krivulj nosilnosti prečnega prereza glede na način računa

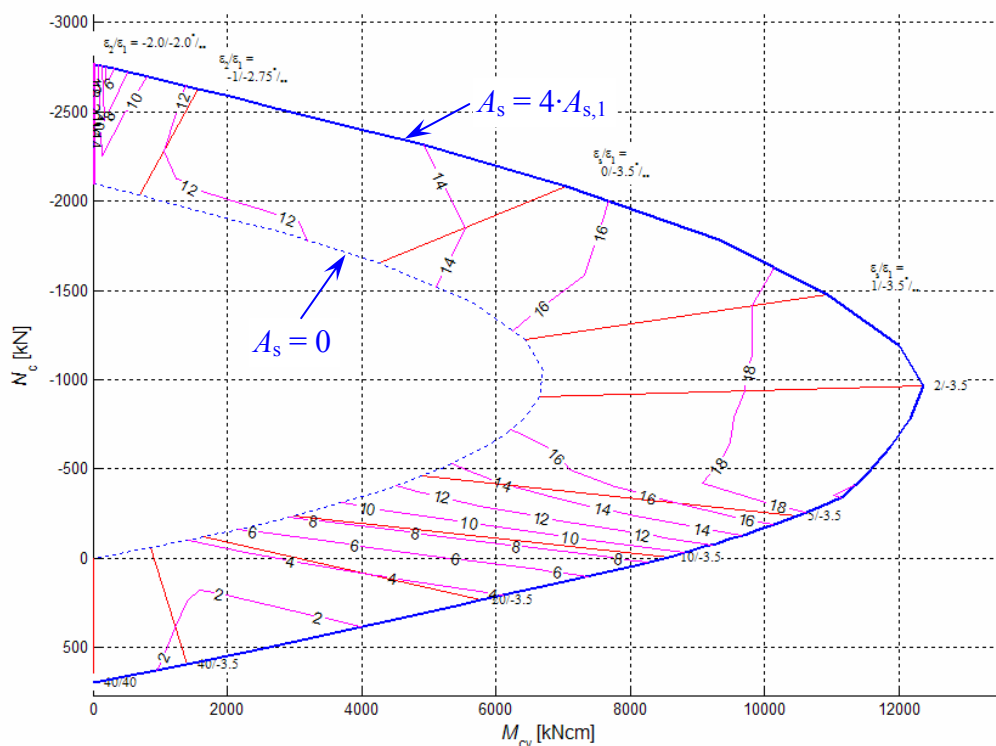
Kot smo že omenili, je potrebno pri računu mejne nosilnosti AB prečnega prereza oziroma pri

konstruiranju interakcijskega diagrama, ki izpolnjuje pogoj $\frac{M_{zRd}}{M_{yRd}} \cdot \frac{h}{b} = \text{konst.}$, za vsako mejno

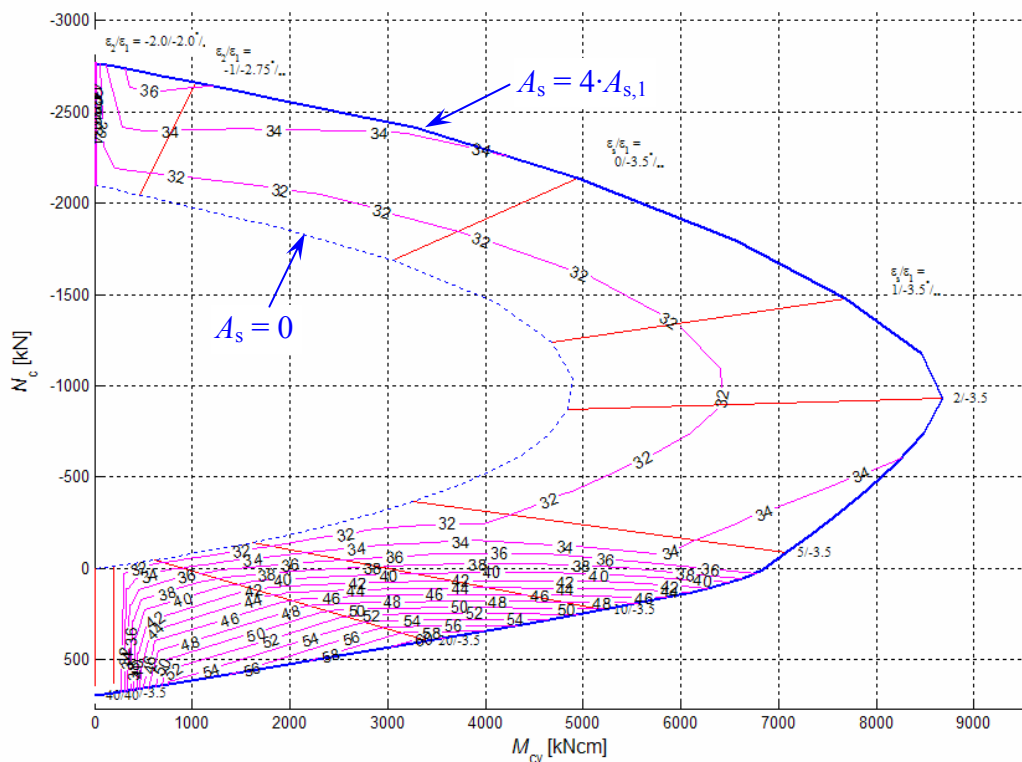
deformacijsko ravnino iterativno izračunati kot θ , ki ga oklepa os η zasukanega koordinatnega

sistema (ξ, η, ζ) z osjo y osnovnega koordinatnega sistema (x, y, z) . Spreminjanje kota θ v odvisnosti od mejne deformacijske ravnine prikazujejo interakcijski diagrami na slikah 3.13a, 3.13b in 3.13c, ki veljajo za pravokotne prečne prereze različnih oblik in pri različni obremenitvi. Vrednosti kota θ so v stopinjah.

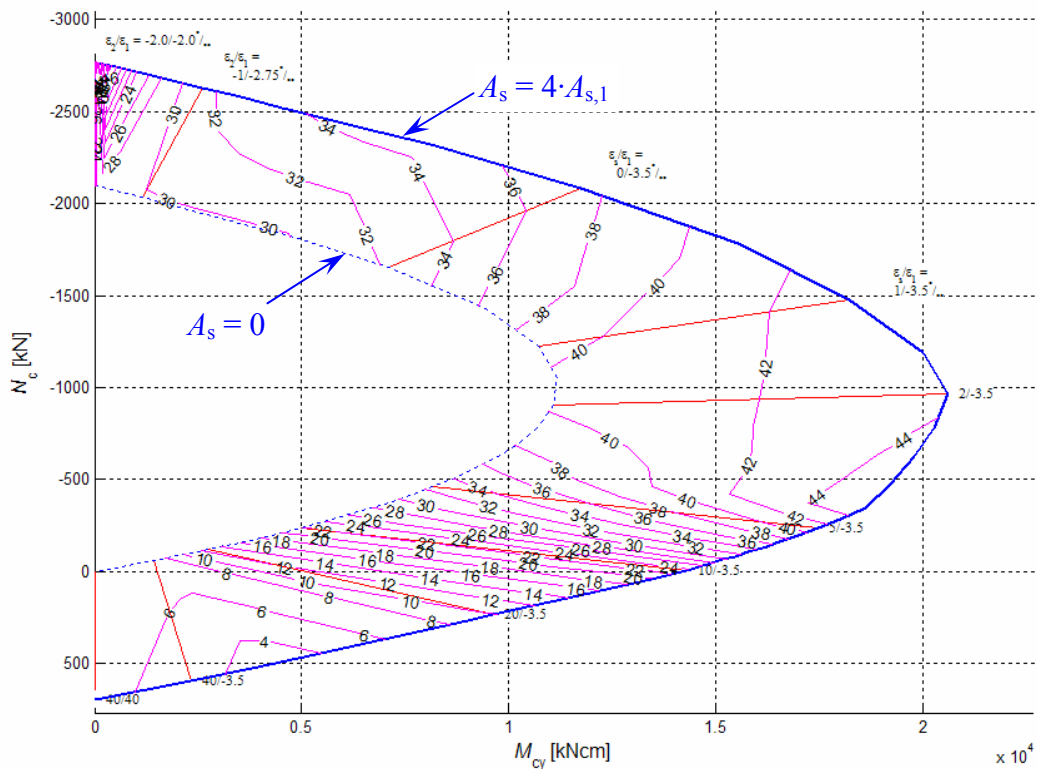
Velikost in potek spreminjanja kota θ v odvisnosti od mejne deformacijske ravnine (oblika vijolične krivulje na slikah 3.13a, 3.13b in 3.13c) sta odvisna od obremenitve, oblike in dimenzij prečnega prereza ter lege in razporeditve armature po prečnem prerezu. Prikazani diagrami so izdelani za tri izbrane pravokotne prečne prereze s štirimi armaturnimi palicami, ki jih namestimo v vogale prečnega prereza. Lego armaturnih palic enolično določata parametra $\delta_z = 0.1$ in $\delta_y = 0.15$. Na slikah 3.13a in 3.13b je razvidna odvisnost kota θ od mejne deformacijske ravnine in od razmerja upogibnih momentov r . Z večanjem razmerja upogibnih momentov r in s tem obremenitve prečnega prereza se večja tudi kot θ . Sliki 3.13a in 3.13c prikazujeta odvisnost kota θ od oblike prečnega prereza. Večje kot je razmerje stranic prečnega prereza h/b , večji je kot θ .



Slika 3.13a: AB prečni prerez $h/b = 30/50$, $r = 0.4$, spreminjanje kota θ [°]



Slika 3.13b: AB prečni prerez $h/b = 30/50$, $r = 1$, spreminjanje kota θ [°]



Slika 3.13c: AB prečni prerez $h/b = 50/30$, $r = 0.4$, spreminjanje kota θ [°]

3.4 Uporaba interakcijskih diagramov

V diplomski nalogi interakcijske diagrame mejne nosilnosti AB prečnih prerezov pravokotne oblike pri dvojno ekscentrični osni sili predstavimo v ravnini (N_x , M_y). Zaradi splošnosti uporabe diagramov le-te normiramo. Izrazi za izračun normiranih obremenitev prečnega prereza so sledeči:

$$n_d = \frac{N_{xd}}{bh\alpha f_{cd}}, \quad (3.80)$$

$$m_{yd} = \frac{M_{yd}}{bh^2\alpha f_{cd}}, \quad (3.81)$$

$$m_{zd} = \frac{M_{zd}}{b^2h\alpha f_{cd}}, \quad (3.82)$$

kjer je b širina in h višina obravnavanega AB prečnega prereza pravokotne oblike, f_{cd} pa je računski tlačna trdnost uporabljenega betona, ki jo podaja EC 2. Parameter α je redukcijski faktor, ki upošteva vpliv dolgotrajnega delovanja napetosti na tlačno trdnost betona in ostale neugodne vplive, ki so posledica načina nanosa obtežbe. V splošnem je $\alpha = 0.85$.

Računski postopek za določitev potrebne količine vzdolžne armature oziroma za kontrolo nosilnosti AB prečnega prereza z uporabo ustreznih interakcijskih diagramov nosilnosti je ne glede na obliko prečnih prerezov praktično enak. Razlike se pojavijo le v številu in pomenu posameznih oblikovnih parametrov. Z normiranjem interakcijskih diagramov nosilnosti zagotovimo, da je nosilnost izbrane oblike AB prečnega prereza pri vnaprej določeni razporeditvi armature in razmerju normiranih upogibnih momentov, predstavljena le z enim diagramom. Tako kot obremenitev prereza je tudi prerez posamezne armaturne palice v prerezu podan v brezdimenzijski obliki in je določen s parametrom μ_0 . Dejanski prečni prerez posamezne armaturne palice določa parameter μ_1 , ki je odvisen od števila armaturnih palic v prerezu ter od trdnosti betona oziroma armature.

Parametra a_y in a_z določata lego armaturnih palic v prečnem prerezu in sta v splošnem različna. Predpostavimo le, da so vse armaturne palice ob posameznem robu prečnega prereza

(spodnji, zgornji, levi oziroma desni) enako oddaljene od zunanjšega roba prečnega prereza ter so vzdolž roba enakomerno razporejene (če je število palic večje od 2).

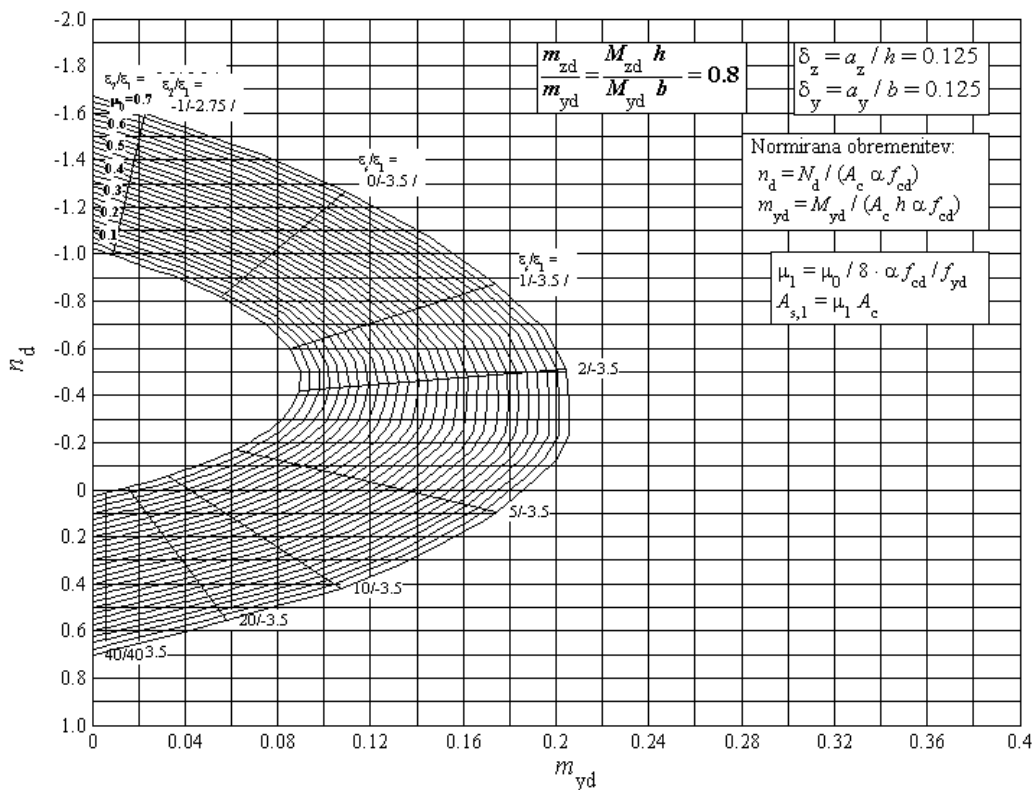
Razmerje med upogibnima momentoma M_{zRd} in M_{yRd} je v interakcijskih diagramih mejne nosilnosti vnaprej predpisano in sicer z izrazom:

$$\frac{M_{zRd}}{M_{yRd}} \cdot \frac{h}{b} = r = konst. \quad 0 \leq r \leq 1. \quad (3.83)$$

Ob predpostavki, da je obremenitev prečnega prereza (N_{xd} , M_{yd} , M_{zd}) ravno enaka mejni nosilnosti prečnega prereza (N_{xRd} , M_{yRd} , M_{zRd}), z interakcijskim diagramom mejne nosilnosti

za razmerje upogibnih momentov $\frac{M_{zd}}{M_{yd}} \cdot \frac{h}{b} = \frac{M_{zRd}}{M_{yRd}} \cdot \frac{h}{b} = r$ izračunamo potrebno količino

armature $A_{s,1}$. Na sliki 3.14 je prikazan primer normiranega interakcijskega diagrama za razmerje $r = 0.8$. Prečni preiz ima 8 vzdolžnih armaturnih palic, katerih lega je določena s parametroma $\delta_z = 0.125$ in $\delta_y = 0.125$.



Slika 3.14: Interakcijski diagram mejne nosilnosti AB prečnih prerezov, obremenjenih z dvojno ekscentrično osno silo

4 RAČUNSKI PRIMERI

V tem poglavju s pomočjo ustreznih interakcijskih diagramov mejne nosilnosti izračunamo potrebno količino armature za štiri AB prečne prereze z različnimi dimenzijami in različno dvojno ekscentrično osno obremenitvijo. Pri tem je število in razporeditev armaturnih palic za posamezne primere različna. Dobljene rezultate primerjamo z dvema neodvisnima računalniškima orodjema: programom DIAS in GaLa Reinforcement 4.1.

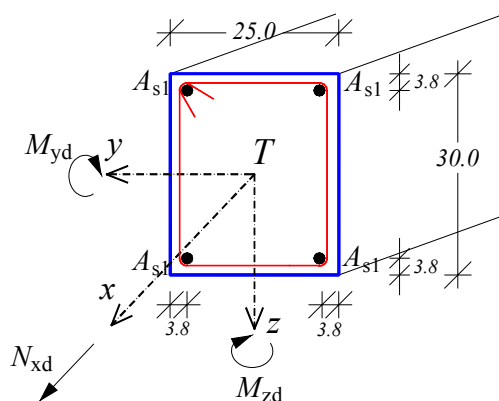
4.1 Pravokotni AB prečni prerez $b/h = 25/30$ cm, 4 armaturne palice

V prvem računskem primeru analiziramo natančnost predstavljenih interakcijskih diagramov pri pravokotnem AB prečnem prerezu, ki je armiran s štirimi armaturnimi palicami. Geometrijski podatki prečnega prereza ter podatki o legi in razporeditvi armature so prikazani na sliki 4.1. Računska obremenitev prečnega prereza je:

$$N_{xd} = -400 \text{ kN},$$

$$M_{yd} = 70 \text{ kNm},$$

$$M_{zd} = 17.5 \text{ kNm}.$$



Slika 4.1: Pravokotni AB prečni prerez, $b/h = 25/30$ cm

Prečni prerez je izdelan iz betona kvalitete C30/37, kar pomeni, da je njegova karakteristična tlačna trdnost $f_{ck} = 3 \text{ kN/cm}^2$, in armature kvalitete S400 s karakteristično mejo tečenja

$f_{yk} = 40 \text{ kN/cm}^2$. S pomočjo predstavljenih interakcijskih diagramov želimo izračunati potrebno količino armature.

Računsko tlačno trdnost betona f_{cd} izračunamo z izrazom:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{3.0}{1.5} = 2.0 \text{ kN/cm}^2, \quad (4.1)$$

kjer je γ_c parcialni varnostni faktor za beton.

Računsko trdnost armature pri meji tečenja f_{yd} pa izračunamo z izrazom:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{40.0}{1.15} = 34.78 \text{ kN/cm}^2, \quad (4.2)$$

kjer je γ_s parcialni varnostni faktor za armaturo.

Normirana mejna obremenitev prečnega prereza je:

$$n_d = \frac{N_{xd}}{bh\alpha f_{cd}} = \frac{-400}{25 \cdot 30 \cdot 0.85 \cdot 2.0} = -0.314, \quad (4.3)$$

$$m_{yd} = \frac{M_{yd}}{bh^2\alpha f_{cd}} = \frac{7000}{25 \cdot 30^2 \cdot 0.85 \cdot 2.0} = 0.183. \quad (4.4)$$

Razmerje normiranih upogibnih momentov m_{zd}/m_{yd} pa je:

$$\frac{m_{zd}}{m_{yd}} = \frac{M_{zRd}}{M_{yRd}} \cdot \frac{h}{b} = \frac{20}{80} \cdot \frac{30}{25} = 0.3. \quad (4.5)$$

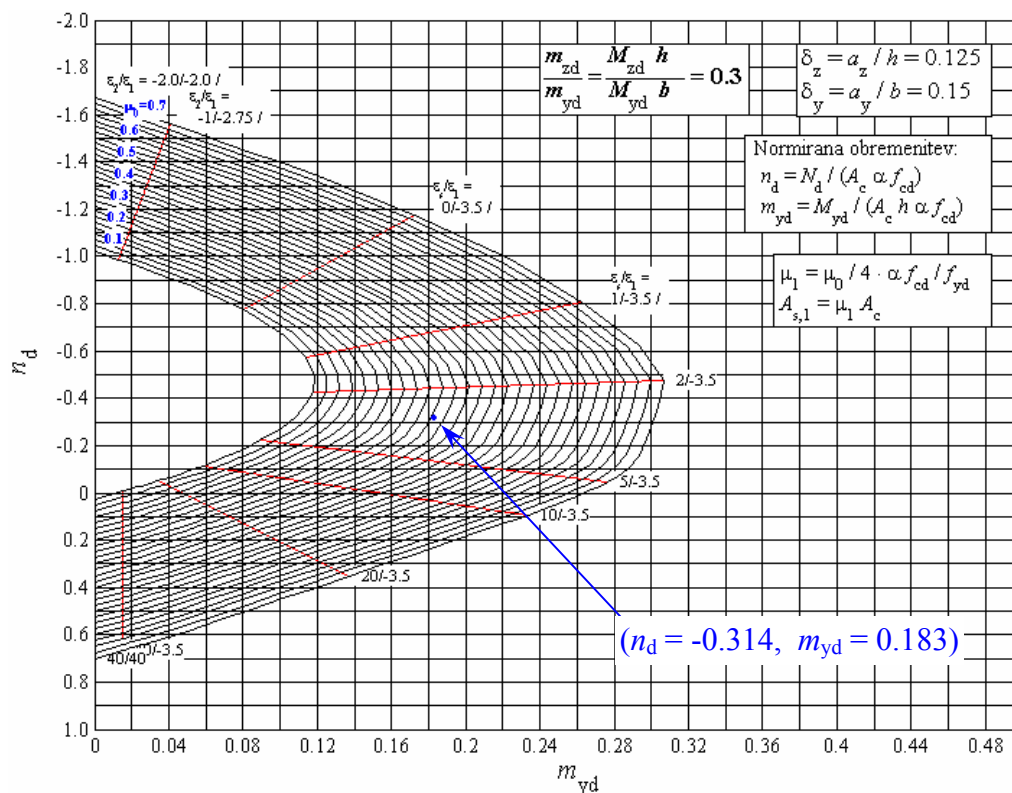
Ker je prečni prerez armiran s štirimi enakimi armaturnimi palicami, ki jih namestimo v vogale prečnega prereza, lego armature enolično določata parametra δ_z in δ_y , ki ju izračunamo z izrazoma:

$$\delta_z = \frac{a_z}{h} = \frac{3.8}{30} = 0.1267 \approx 0.125, \quad (4.6)$$

$$\delta_y = \frac{a_y}{b} = \frac{3.8}{25} = 0.152 \approx 0.15. \quad (4.7)$$

Ko poznamo število in lego armaturnih palic, kvaliteto armature ter razmerje normiranih upogibnih momentov prečnega prereza (armatura S400, število armaturnih palic = 4, $m_{zd}/m_{yd} = 0.3$, $\delta_z = 0.125$, $\delta_y = 0.15$), na ustreznem normiranem interakcijskem diagramu (slika 4.2) poiščemo točko s koordinatama $n_d = -0.314$ in $m_{yd} = 0.183$, ki določa normirano obremenitev prečnega prereza. Ob predpostavki, da je obremenitev prečnega prereza (N_{xd} , M_{yd} , M_{zd}) ravno enaka mejni nosilnosti prečnega prereza (N_{xRd} , M_{yRd} , M_{zRd}) odčitamo reducirano potrebno stopnjo armiranja μ_0 , ki je $\mu_0 = 0.281$. Nato izračunamo potrebno stopnjo armiranja za posamezno armaturno palico μ_1 :

$$\mu_1 = \frac{\mu_0}{4} \cdot \frac{\alpha f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0.281}{4} \cdot \frac{0.85 \cdot 2.0}{34.78} = 3.43 \cdot 10^{-3} \quad (4.8)$$



Slika 4.2: Ustrezen interakcijski diagram s točko ($n_d = -0.314$, $m_{yd} = 0.183$), ki določa normirano obremenitev prečnega prereza

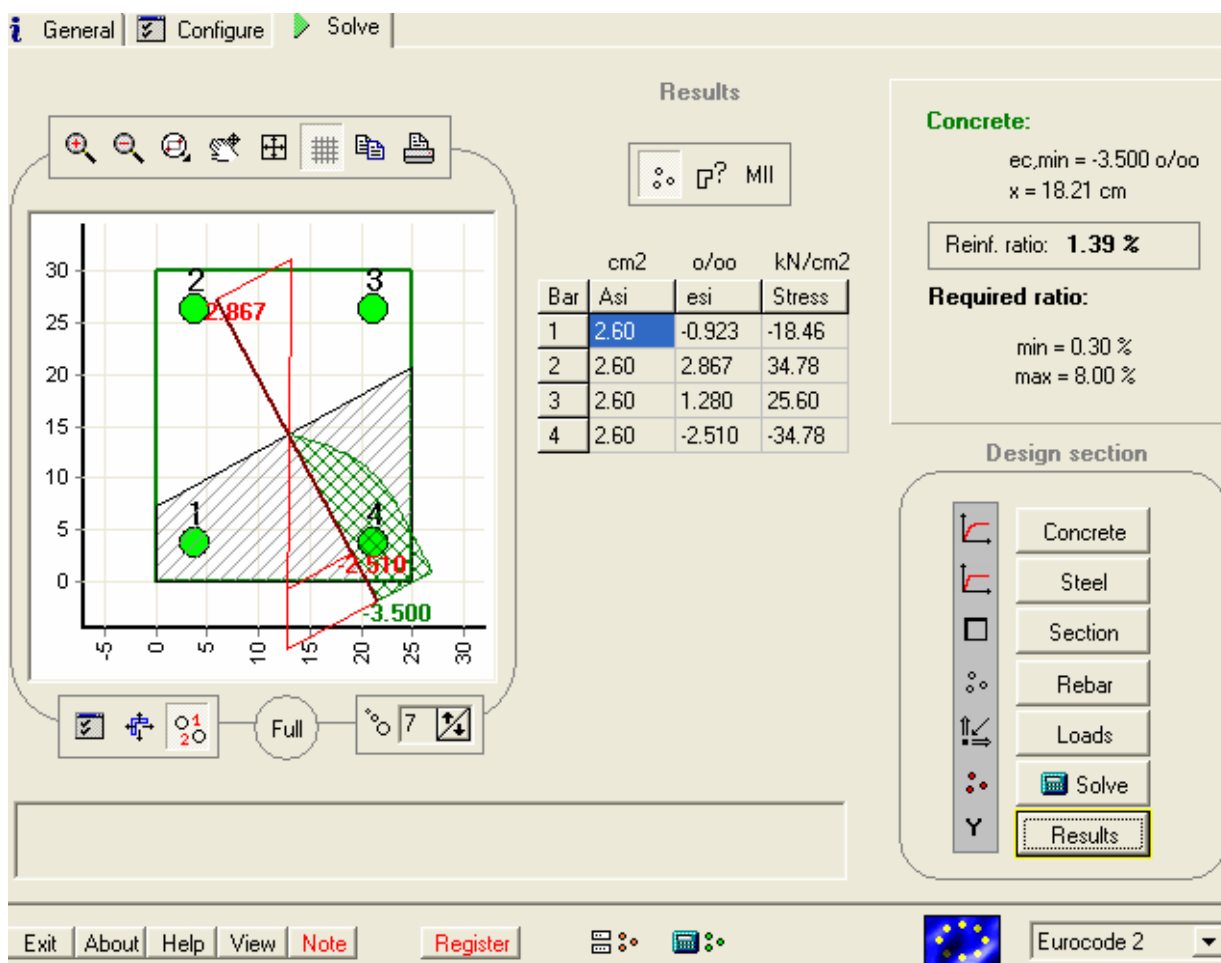
Ploščina posamezne armaturne palice $A_{s,1}$, ki je potrebna, da podani AB prečni prevez prevzame projektirano obremenitev (N_{xd} , M_{yd} , M_{zd}), je:

$$A_{s,1} = \mu_1 A_c = 3.43 \cdot 10^{-3} \cdot 25 \cdot 30 = 2.58 \text{ cm}^2, \quad (4.9)$$

kjer je A_c ploščina prečnega prereza.

V nadaljevanju izračunano ploščino armaturne palice primerjamo z rezultati dimenzioniranja, ki jih dobimo z alternativnimi računskimi postopki.

Z računalniškim programom GaLa Reinforcement 4.1 izračunamo za podani prečni prerez in podano obremenitev potrebno ploščino posamezne armaturne palice $A_{s,1} = 2.60 \text{ cm}^2$ (slika 4.3).

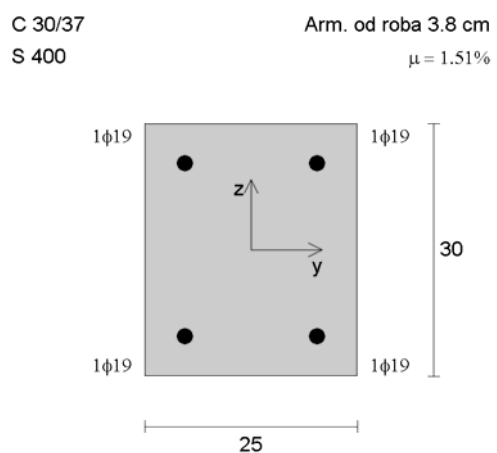


Slika 4.3: Izračun obravnavanega AB prečnega prereza s programom GaLa (rač. primer 1)

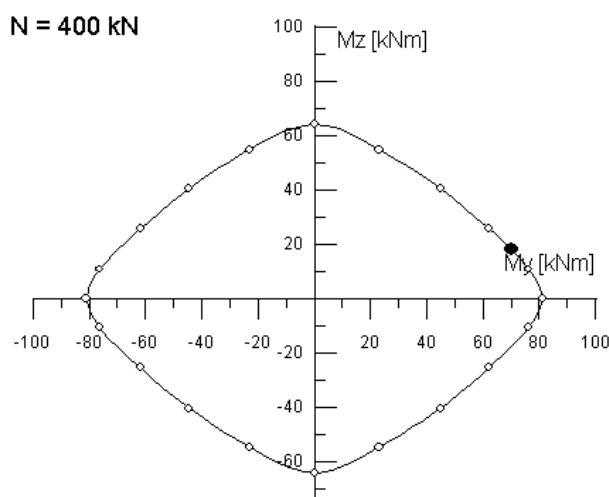
Z računalniškim programom DIAS dimenzioniramo AB prečne prereze tako, da program za podan pravokotni AB prečni prerez z znanim številom, premerom in razporeditvijo armaturnih palic za dano osno obremenitev (N_{xd}) skonstruira interakcijski diagram mejne nosilnosti v ravnini (M_y, M_z). Če je točka, ki jo določata računski upogibna momenta

(M_{yd}, M_{zd}) znotraj mejne nosilnosti, je izbrana armatura ustrezna, sicer je potrebno količino armature povečati ali pa je potrebno spremeniti dimenzije prečnega prereza.

Za obravnavan AB prečni prerez izberemo štiri armaturne palice $\Phi 19$. Pri tem je ploščina ene armaturne palice $A_{s,1} = 2.84 \text{ cm}^2$, kar je za 0.26 cm^2 več, kot je potrebna količina armature, ki smo jo določili z "našimi" interakcijskimi diagrami. Ker je količina armature večja, sklepamo, da bi se morala točka (M_{yd}, M_{zd}) nahajati znotraj interakcijskega diagrama (M_y, M_z) , ki ga izračuna program DIAS. Ker točka leži ravno na krivulji mejne nosilnosti (slika 4.5), sklepamo, da s programom DIAS izračunamo nekoliko več armature kot pri prvih dveh postopkih. Zakaj je temu tako, ne vemo.



Slika 4.4: Pravokotni AB prečni prerez ($b/h = 25/30$), ki ga izračunamo s programom DIAS



Slika 4.5: Interakcijski diagram mejne nosilnosti AB prečnega prereza za prvi računski primer, izračunan z računalniškim programom DIAS

Zaradi večje preglednosti vse rezultate dimenzioniranja po različnih računskih postopkih prikažemo v preglednici 4.1.

Preglednica 4.1: Primerjava rezultatov, dobljenih z različnimi postopki izračuna, za prvi računski primer

računski postopek	$A_{s,1,potr.} [cm^2]$
interakcijski diagrami	2.58
GaLa Reinforcement 4.1	2.60
DIAS	2.84

Preglednica 4.1 potrjuje dobro ujemanje rezultatov.

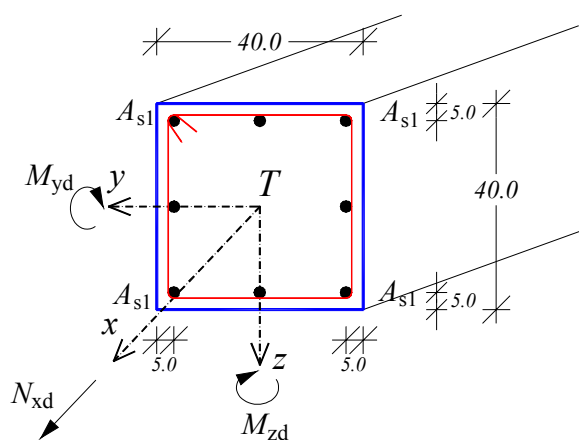
4.2 Kvadratni AB prečni prerez $b/h = 40/40$ cm, 8 armaturnih palic

V drugem računskem primeru analiziramo natančnost predstavljenih interakcijskih diagramov pri kvadratnem AB prečnem prerezu z osmimi armaturnimi palicami. Geometrijski podatki AB prečnega prereza ter podatki o legi in razporeditvi armaturnih palic so prikazani na sliki 4.6. Računska obremenitev prečnega prereza je:

$$N_{xd} = -500 \text{ kN},$$

$$M_{yd} = 120 \text{ kNm},$$

$$M_{zd} = 90 \text{ kNm}.$$



Slika 4.6: Kvadratni AB prečni prerez, $b/h = 40/40$ cm

Uporabljen je beton kvalitete C25/30 in armatura kvalitete S400. S pomočjo izdelanih interakcijskih diagramov bomo izračunali potrebno količino armature.

Računska tlačna trdnost betona je $f_{cd} = 1.67 \text{ kN/cm}^2$, računski trdnost armature pri meji tečenja pa je $f_{yd} = 34.78 \text{ kN/cm}^2$.

Normirana mejna obremenitev prečnega prereza je enaka:

$$n_d = \frac{N_{xd}}{bh\alpha f_{cd}} = \frac{-500}{40 \cdot 40 \cdot 0.85 \cdot 1.67} = -0.220, \quad (4.10)$$

$$m_{yd} = \frac{M_{yd}}{bh^2\alpha f_{cd}} = \frac{12000}{40 \cdot 40^2 \cdot 0.85 \cdot 1.67} = 0.132. \quad (4.11)$$

Razmerje normiranih upogibnih momentov m_{zd}/m_{yd} pa je:

$$\frac{m_{zd}}{m_{yd}} = \frac{M_{zd}}{M_{yd}} \cdot \frac{h}{b} = \frac{90}{120} \cdot \frac{40}{40} = 0.75. \quad (4.12)$$

Parametra δ_z in δ_y , ki določata lego armature, sta:

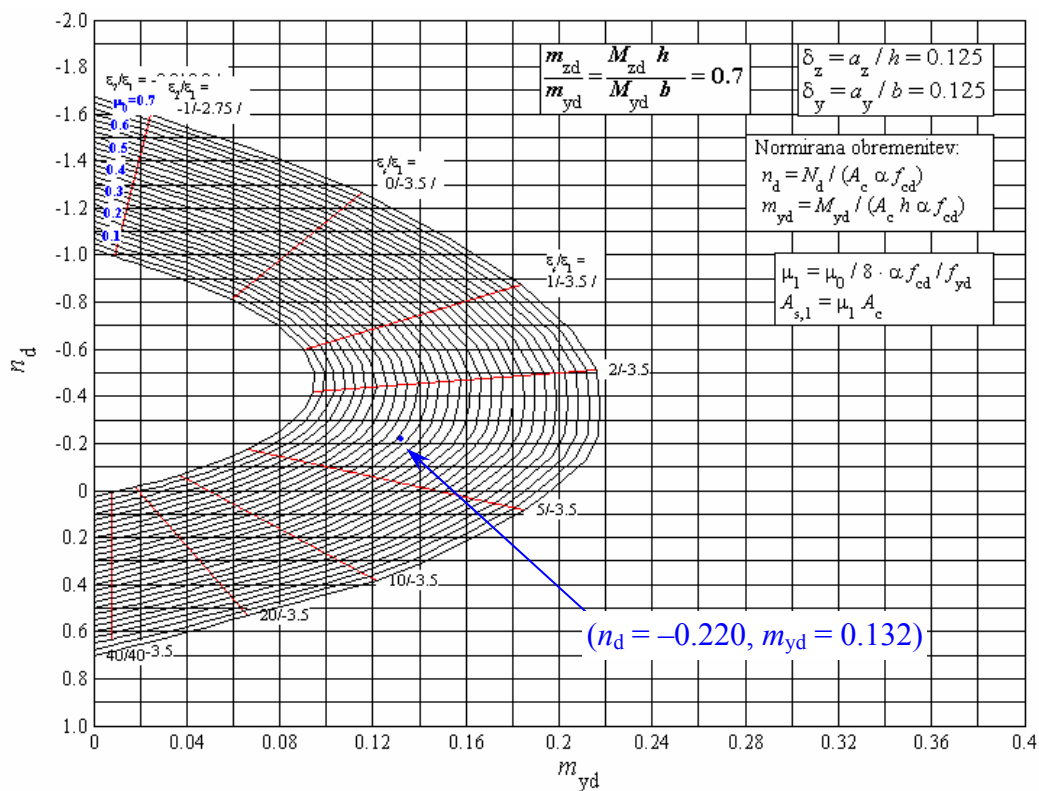
$$\delta_z = \frac{a_z}{h} = \frac{5}{40} = 0.125, \quad (4.13)$$

$$\delta_y = \frac{a_y}{b} = \frac{5}{40} = 0.125. \quad (4.14)$$

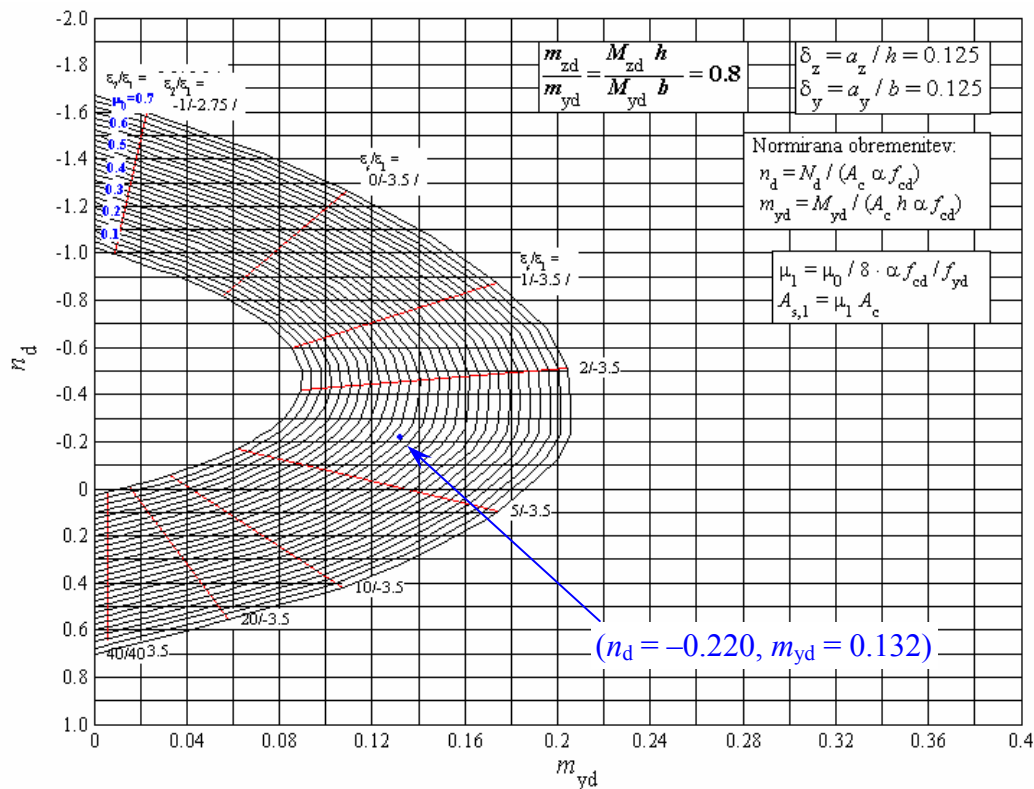
Ker za razmerje normiranih upogibnih momentov $m_{zd}/m_{yd} = 0.75$ interakcijski diagram v priložniku ne obstaja (razmerja $0.1 \rightarrow 1.0$ po koraku 0.1), izračunamo potrebno količino armature z uporabo dveh najbližjih normiranih interakcijskih diagramov ter dobljena rezultata linearno interpoliramo. Na ustreznih normiranih interakcijskih diagramih [(armatura S400, število armaturnih palic = 8, $m_z/m_y = 0.8$, $\delta_z = 0.125$, $\delta_y = 0.125$) in (armatura S400, število armaturnih palic = 8, $m_z/m_y = 0.7$, $\delta_z = 0.125$, $\delta_y = 0.125$)] poiščemo točko, ki določa normirano obremenitev prečnega prereza, katere koordinate so $n_d = -0.220$ in $m_{yd} = 0.132$ ter odčitamo reducirano potrebno stopnjo armiranja μ_0 , ki znaša $\mu_0(0.8) = 0.318$ in $\mu_0(0.7) = 0.284$ (slika 4.7). Nato izračunamo potrebno stopnjo armiranja za posamezno armaturno palico μ_1 , ki je:

$$\mu_1(0.8) = \frac{\mu_0}{8} \cdot \frac{\alpha f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0.318}{8} \cdot \frac{0.85 \cdot 1.67}{34.78} = 1.62 \cdot 10^{-3}, \quad (4.15)$$

$$\mu_1(0.7) = \frac{\mu_0}{8} \cdot \frac{\alpha f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0.284}{8} \cdot \frac{0.85 \cdot 1.67}{34.78} = 1.45 \cdot 10^{-3}. \quad (4.16)$$



Slika 4.7a: Interakcijski diagram $r = m_z/m_y = 0.7$ s točko normirane obremenitve


 Slika 4.7b: Interakcijski diagram $r = m_z/m_y = 0.8$ s točko normirane obremenitve

Ploščina prečnega prereza posamezne armaturene palice $A_{s,1}$, ki je potrebna, da podani AB prečni prerez prevzame obremenitev (N_{xd} , M_{yd} , M_{zd}), je glede na uporabljena interakcijska diagrama:

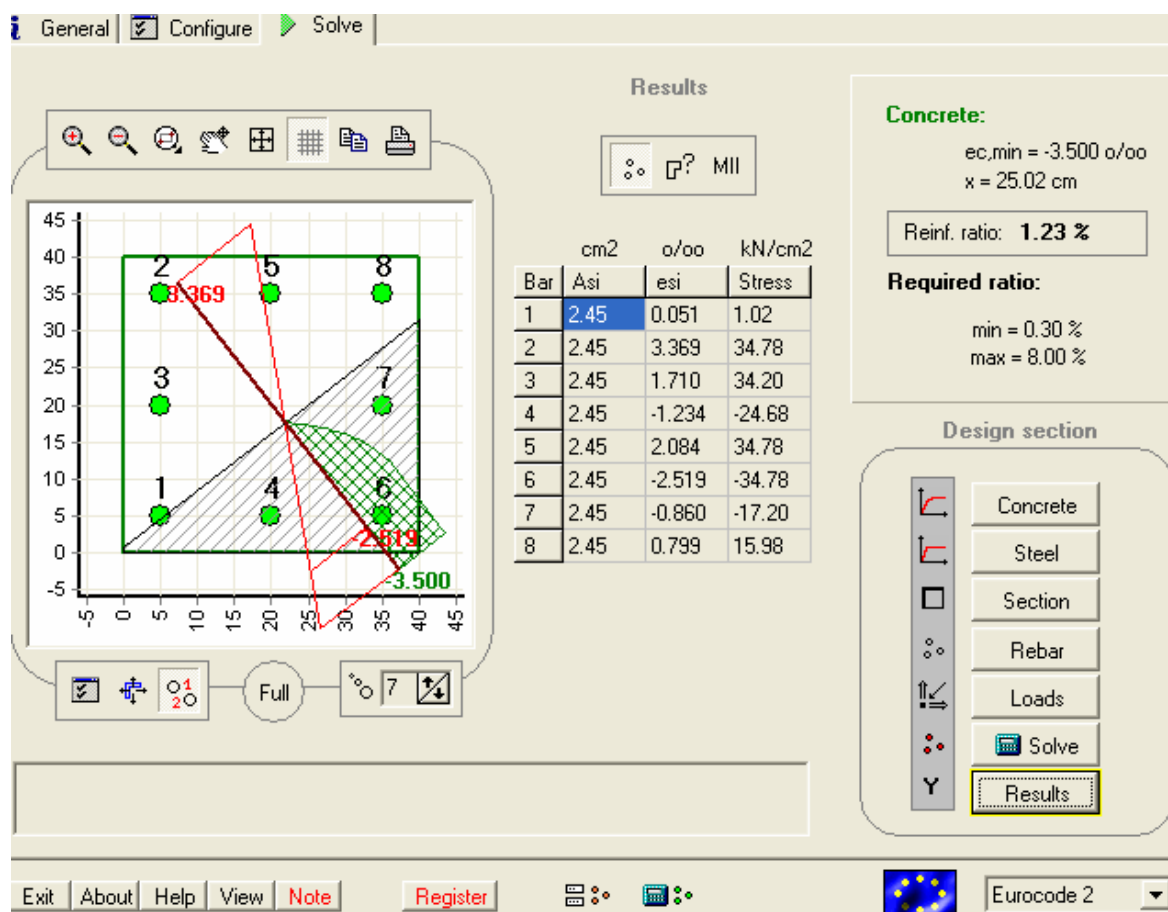
$$A_{s,1}(0.8) = \mu_1 A_c = 1.62 \cdot 10^{-3} \cdot 40 \cdot 40 = 2.60 \text{ cm}^2, \quad (4.17)$$

$$A_{s,1}(0.7) = \mu_1 A_c = 1.45 \cdot 10^{-3} \cdot 40 \cdot 40 = 2.32 \text{ cm}^2. \quad (4.18)$$

Dobljena rezultata $A_{s,1}(0.8) = 2.60 \text{ cm}^2$ in $A_{s,1}(0.7) = 2.32 \text{ cm}^2$ linearno interpoliramo. Potrebna ploščina prečnega prereza posamezne armaturene palice $A_{s,1}$ je torej

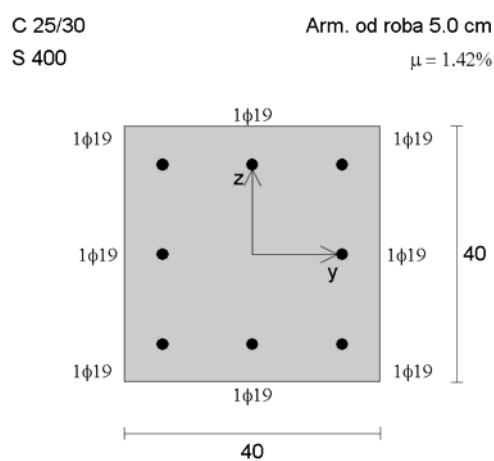
$$A_{s,1}(0.75) = \frac{A_{s,1}(0.7) + A_{s,1}(0.8)}{2} = 2.46 \text{ cm}^2. \quad (4.19)$$

Z računalniškim programom GaLa Reinforcement 4.1 znaša potreben prečni prerez posamezne armaturene palice $A_{s,1} = 2.45 \text{ cm}^2$ (slika 4.8).

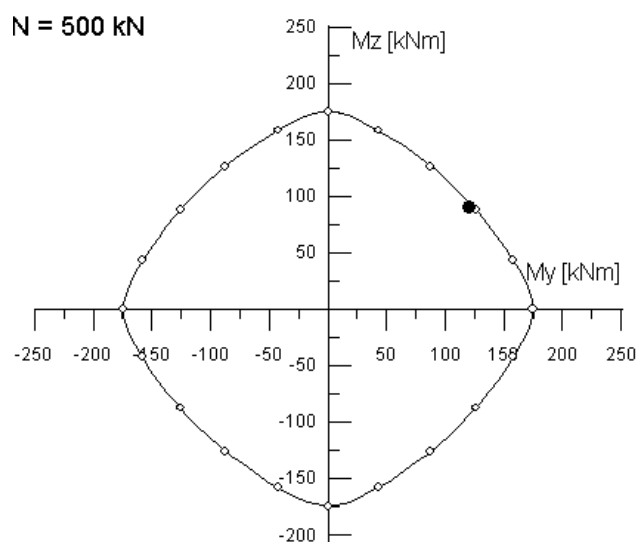


Slika 4.8: Izračun obravnavanega AB prečnega prereza s programom GaLa (rač. primer 2)

Pri uporabi računalniškega programa DIAS za obravnavan prečni prerez izberemo osem armaturnih palic $\Phi 19$ ($A_{s,1} = 2.84 \text{ cm}^2$). Ker je količina armature večja od potrebne količine armature, ki smo jo določili z “našim” računskim postopkom, tudi sedaj sklepamo, da bi se morala točka (M_{yd}, M_{zd}) nahajati znotraj interakcijskega diagrama (M_y, M_z), ki ga izračuna program DIAS. Točka (M_{yd}, M_{zd}) se z notranje strani dotika krivulje mejne obremenitve (slika 4.10), kar pomeni, da je potrebna količina armature, izračunana s programom DIAS nekoliko manjša od $A_{s,1} = 2.84 \text{ cm}^2$, a še vedno večja kot pri prvih dveh postopkih računa.



Slika 4.9: Kvadratni AB prečni prerez ($b/h = 40/40$ cm), ki ga izračunamo s programom DIAS



Slika 4.10: Interakcijski diagram mejne nosilnosti AB prečnega prereza za drugi računski primer, izračunan z računalniškim programom DIAS

Tudi sedaj rezultate računa zaradi večje preglednosti zberemo v preglednici 4.2, kjer ugotovimo dobro ujemanje rezultatov.

Preglednica 4.2: Primerjava rezultatov, dobljenih z različnimi postopki računa, za drugi računski primer

računski postopek	$A_{s,1,potr.}$ [cm ²]
interakcijski diagrami	2.46
GaLa Reinforcement 4.1	2.45
DIAS	2.84

4.3 Pravokotni AB prečni prerez $b/h = 45/40$ cm, 8 armaturnih palic

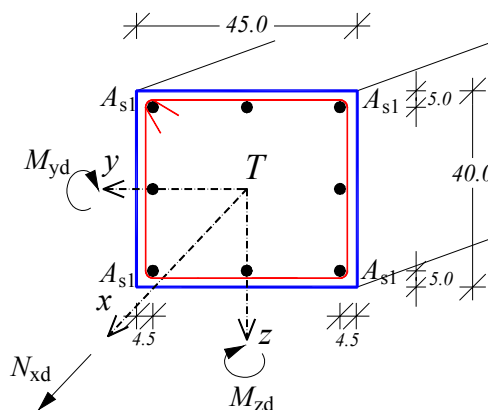
Geometrijski podatki AB prečnega prereza ter podatki o legi in razporeditvi armature so prikazani na sliki 4.11. Računska obremenitev prečnega prereza je:

$$N_{xd} = -2000 \text{ kN},$$

$$M_{yd} = 180 \text{ kNm},$$

$$M_{zd} = 80 \text{ kNm}.$$

Uporabljen je beton kvalitete C30/37 ($f_{ck} = 30 \text{ kN/cm}^2$) in armaturo kvalitete S400 ($f_{yk} = 40 \text{ kN/cm}^2$). S pomočjo izdelanih interakcijskih diagramov bomo izračunali potrebno količino armature.



Slika 4.11: Pravokotni AB prečni prerez, $b/h = 45/40$ cm

Računska tlačna trdnost betona je $f_{cd} = 2.0 \text{ kN/cm}^2$, računsko trdnost armature pri meji tečenja pa $f_{yd} = 34.78 \text{ kN/cm}^2$.

Normirano mejno obremenitev prečnega prereza izračunamo z izrazoma:

$$n_d = \frac{N_{xd}}{bh\alpha f_{cd}} = \frac{-2000}{45 \cdot 40 \cdot 0.85 \cdot 2.0} = -0.654, \quad (4.20)$$

$$m_{yd} = \frac{M_{yd}}{bh^2\alpha f_{cd}} = \frac{18000}{45 \cdot 40^2 \cdot 0.85 \cdot 2.0} = 0.147. \quad (4.21)$$

Razmerje normiranih upogibnih momentov m_{zd}/m_{yd} pa je:

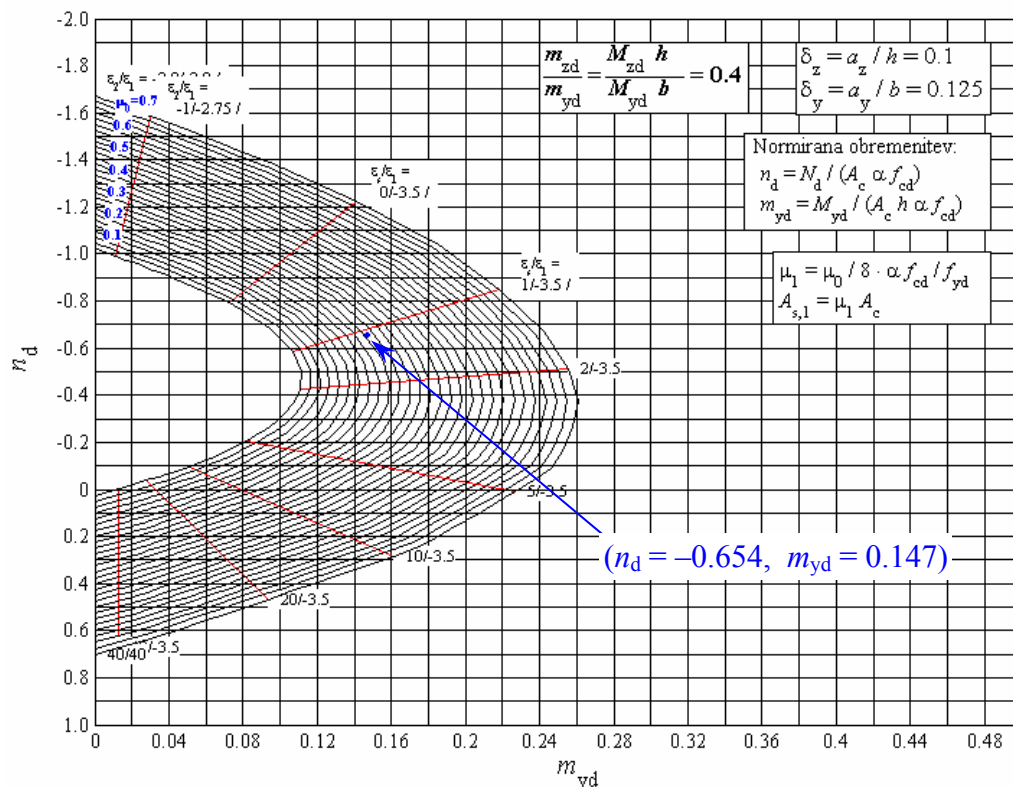
$$\frac{m_{zd}}{m_{yd}} = \frac{M_{zd}}{M_{yd}} \cdot \frac{h}{b} = \frac{80}{180} \cdot \frac{40}{45} = 0.395 \approx 0.4. \quad (4.22)$$

Ob predpostavki, da je prečni prerez armiran z osmimi enakimi armaturnimi palicami, ki so enakomerno razporejene po obodu prečnega prereza, je lega armature enolično določena s parametroma δ_z in δ_y , ki sta:

$$\delta_z = \frac{a_z}{h} = \frac{5}{40} = 0.125, \quad (4.23)$$

$$\delta_y = \frac{a_y}{b} = \frac{4.5}{45} = 0.1. \quad (4.24)$$

Na ustreznem normiranem interakcijskem diagramu (slika 4.12) poiščemo točko, ki določa normirano obremenitev prečnega prereza, katere koordinate so $n_d = -0.654$ in $m_{yd} = 0.147$.



Slika 4.12: Interakcijski diagram s točko normirane obremenitve

Odčitamo reducirano potrebno stopnjo armiranja μ_0 , ki znaša $\mu_0 = 0.252$. Nato izračunamo potrebno stopnjo armiranja za posamezno armaturno palico μ_1 :

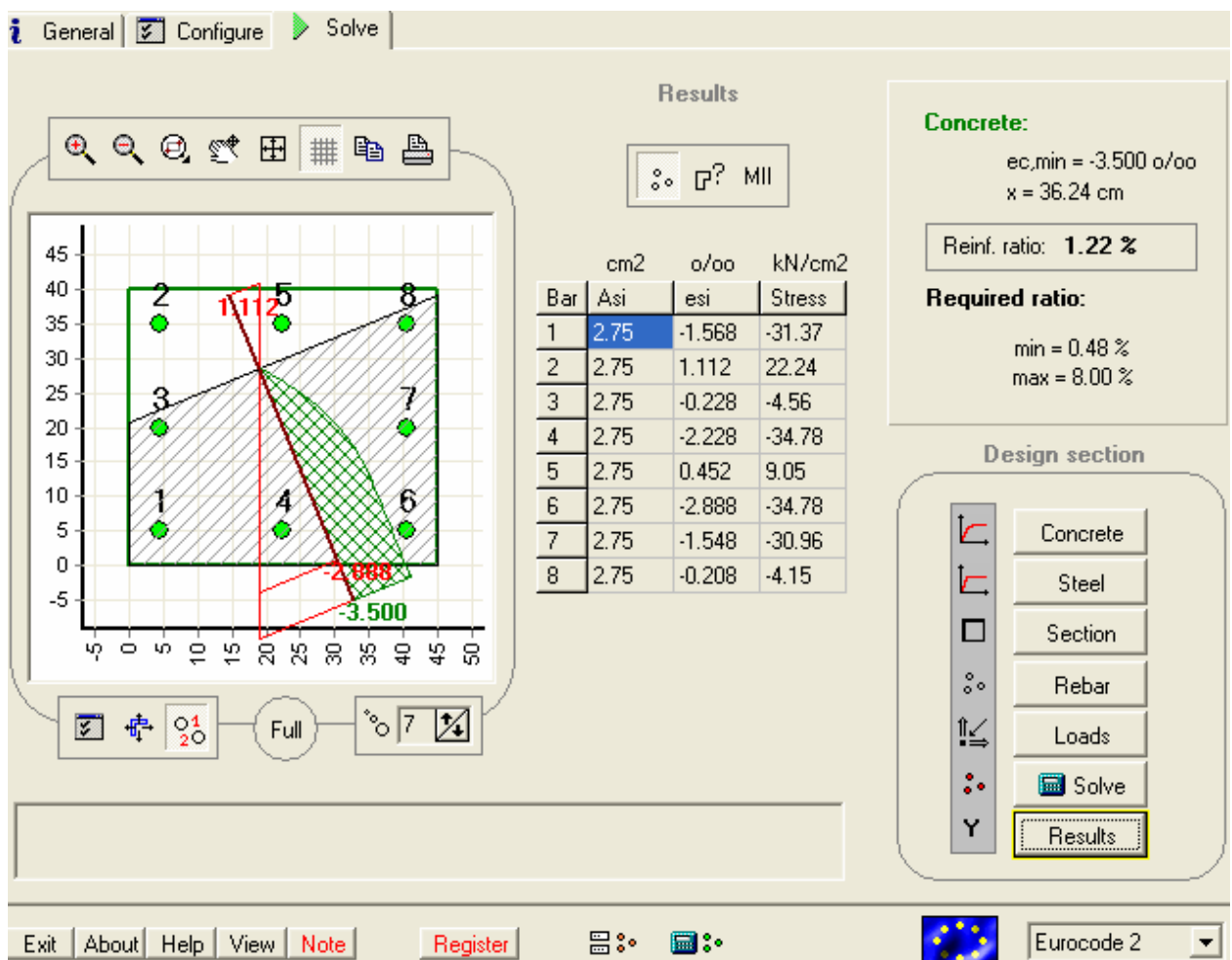
$$\mu_1 = \frac{\mu_0}{8} \cdot \frac{\alpha f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0.252}{8} \cdot \frac{0.85 \cdot 2.0}{34.78} = 1.54 \cdot 10^{-3} \quad (4.25)$$

Potrebni prečni prerez posamezne armaturne palice $A_{s,1}$ za projektirano obremenitev (N_{xd} , M_{yd} , M_{zd}) je

$$A_{s,1} = \mu_1 A_c = 1.54 \cdot 10^{-3} \cdot 45 \cdot 40 = 2.77 \text{ cm}^2, \quad (4.26)$$

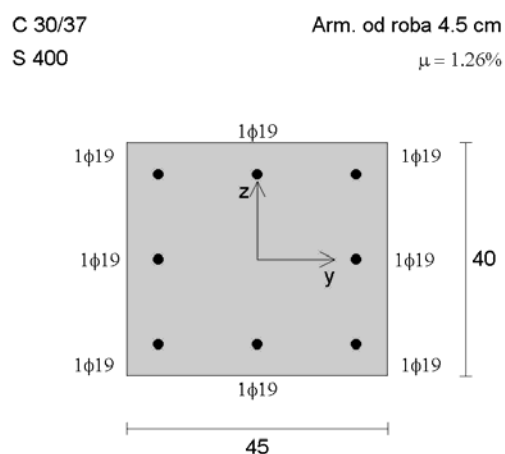
kjer je A_c ploščina podanega prečnega prereza.

Z računalniškim programom GaLa Reinforcement 4.1 znaša za podani prečni prerez in obremenitev potreben prečni prerez posamezne armaturne palice $A_{s,1} = 2.75 \text{ cm}^2$ (slika 4.13).

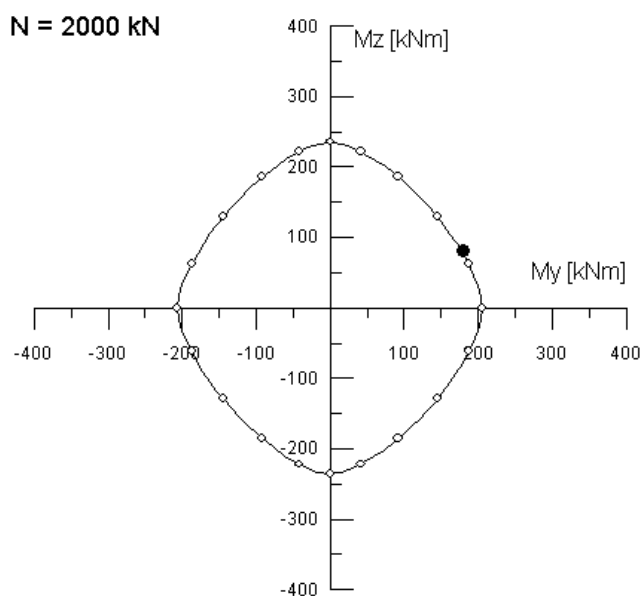


Slika 4.13: Izračun obravnavanega AB prečnega prereza s programom GaLa (rač. primer 3)

Pri uporabi računalniškega programa DIAS za obravnavan prečni prerez izberemo osem armaturnih palic $\Phi 19$ ($A_{s,1} = 2.84 \text{ cm}^2$). Ker je količina armature le malo večja od potrebne armature iz interakcijskih diagramov, sklepamo, da bi se morala točka (M_{yd}, M_{zd}) nahajati na krivulji. To potrjuje tudi slika 4.15.



Slika 4.14: Pravokotni AB prečni prerez ($b/h = 45/40$), ki ga dimenzioniramo s programom DIAS



Slika 4.15: Interakcijski diagram mejne nosilnosti AB prečnega prereza za tretji računski primer, izračunan z računalniškim programom DIAS

Tudi sedaj rezultati, ki smo jih zbrali v preglednici 4.3, dokazujejo veliko natančnost predstavljenih interakcijskih diagramov za dimenzioniranje AB prečnih prerezov pravokotne oblike.

Preglednica 4.3: Primerjava rezultatov, dobljenih z različnimi postopki računa, za tretji računski primer

računski postopek	$A_{s,1,postr.}$ [cm ²]
interakcijski diagrami	2.77
GaLa Reinforcement 4.1	2.75
DIAS	2.84

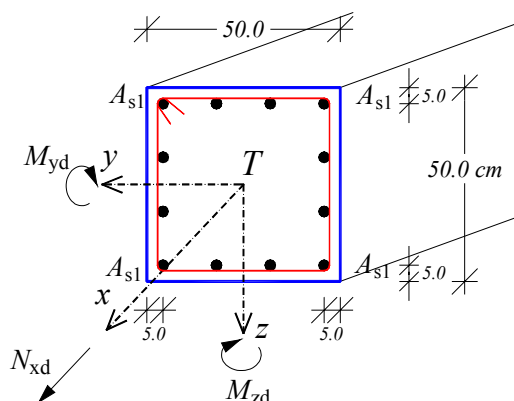
4.4 Kvadratni AB prečni prerez $b/h = 50/50$ cm, 12 armaturnih palic

Geometrijski podatki o AB prečnem prerezu ter podatki o legi in razporeditvi armature za 4. računski primer so prikazani na sliki 4.16. Računska obremenitev prečnega prereza je:

$$N_{xd} = -2400 \text{ kN},$$

$$M_{yd} = 250 \text{ kNm},$$

$$M_{zd} = 250 \text{ kNm}.$$



Slika 4.16: Kvadratni AB prečni prerez, $b/h = 50/50$ cm

Pri dimenzioniranju prečnega prereza uporabimo beton kvalitete C30/37 ($f_{cd} = 2.0 \text{ kN/cm}^2$) in armaturo kvalitete S400 ($f_{yd} = 34.78 \text{ kN/cm}^2$). Tudi sedaj s pomočjo izdelanih interakcijskih diagramov izračunamo potrebno količino armature.

Normirana mejna obremenitev je:

$$n_d = \frac{N_{xd}}{bh\alpha f_{cd}} = \frac{-2400}{50 \cdot 50 \cdot 0.85 \cdot 2.0} = -0.565, \quad (4.27)$$

$$m_{yd} = \frac{M_{yd}}{bh^2\alpha f_{cd}} = \frac{25000}{50 \cdot 50^2 \cdot 0.85 \cdot 2.0} = 0.118, \quad (4.28)$$

Razmerje normiranih upogibnih momentov m_{zd}/m_{yd} pa je:

$$\frac{m_{zd}}{m_{yd}} = \frac{M_{zd}}{M_{yd}} \cdot \frac{h}{b} = \frac{250}{250} \cdot \frac{50}{50} = 1.0. \quad (4.29)$$

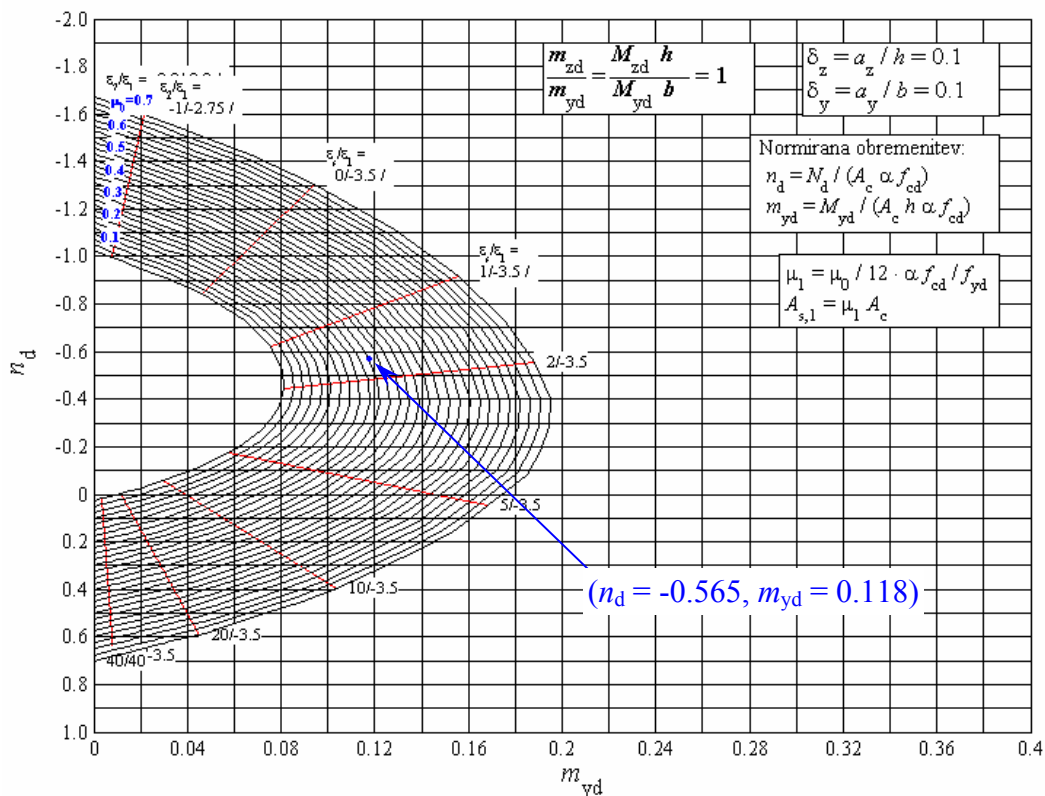
Lega armature je enolično določena s parametroma δ_z in δ_y , ki sta:

$$\delta_z = \frac{a_z}{h} = \frac{5}{50} = 0.1, \quad (4.30)$$

$$\delta_y = \frac{a_y}{b} = \frac{5}{50} = 0.1. \quad (4.31)$$

Na ustreznem normiranem interakcijskem diagramu (slika 4.17) poiščemo točko, ki jo določa normirana obremenitev prečnega prereza ($n_d = -0.565$, $m_{yd} = 0.118$), ter nato odčitamo reducirano stopnjo armiranja μ_0 , ki je $\mu_0 = 0.279$. Na koncu izračunamo še stopnjo armiranja za posamezno armaturno palico μ_1 , ki je

$$\mu_1 = \frac{\mu_0}{12} \cdot \frac{\alpha f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0.279}{12} \cdot \frac{0.85 \cdot 2.0}{34.78} = 1.14 \cdot 10^{-3}. \quad (4.32)$$

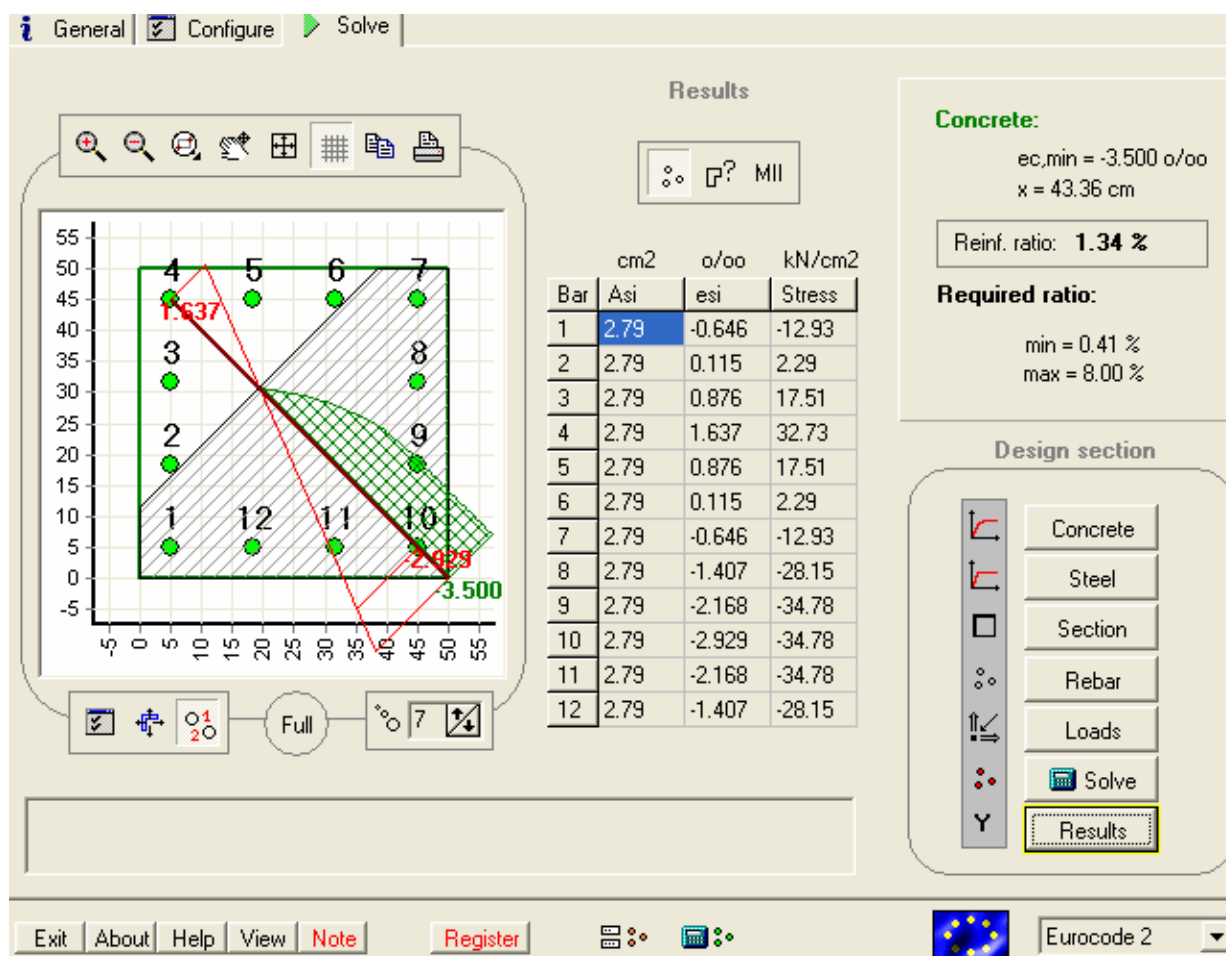


Slika 4.17: Izbran interakcijski diagram s točko ($n_d = -0.565, m_{yd} = 0.118$), ki določa normirano obremenitev prečnega prereza

Prečni prerez posamezne armaturene palice $A_{s,1}$, ki je potreben, da podani AB prečni prerez prevzame projektirano obremenitev (N_{xd}, M_{yd}, M_{zd}), je:

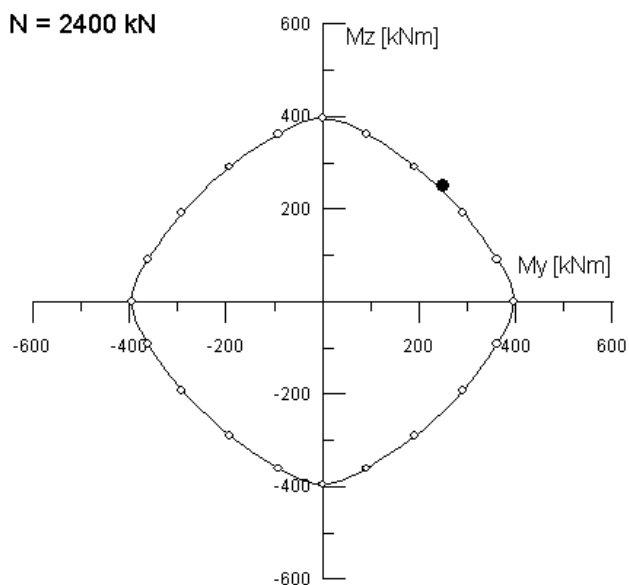
$$A_{s,1} = \mu_1 A_c = 1.14 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot 50 = 2.84 \text{ cm}^2. \quad (4.33)$$

Z računalniškim programom GaLa Reinforcement 4.1 znaša za podani prečni prerez in obremenitev potreben prečni prerez posamezne armaturene palice $A_{s,1} = 2.79 \text{ cm}^2$ (slika 4.18).

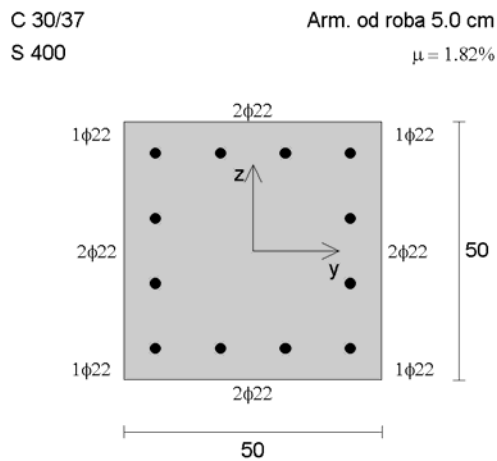


Slika 4.18: Izračun obravnavanega AB prečnega prereza s programom GaLa (rač. primer 4)

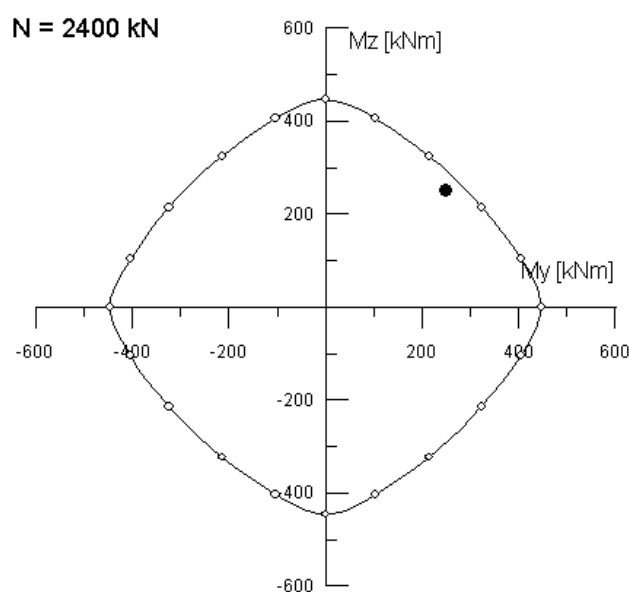
Pri uporabi računalniškega programa DIAS izberemo dvanajst armaturnih palic $\Phi 19$ ($A_{s,1} = 2.84 \text{ cm}^2$). Ker je količina armature enaka kot pri prvem postopku, sklepamo, da bi morala točka (M_{yd} , M_{zd}) ležati ravno na krivulji interakcijskega diagrama (M_y , M_z), ki ga izračuna program DIAS. Vendar se točka (M_{yd} , M_{zd}) dotika krivulje z zunanje strani (slika 4.19), kar pomeni, da moramo povečati količino armature, da bo podani prečni prerez lahko prevzel dano obremenitev. Sedaj izberemo dvanajst armaturnih palic $\Phi 22$ ($A_{s,1} = 3.80 \text{ cm}^2$). Točka (M_{yd} , M_{zd}) se ob povečani količini armature nahaja znotraj interakcijskega diagrama (M_y , M_z), ki ga določa program DIAS (slika 4.21). To pomeni, da s programom DIAS izračunamo več armature, kot smo jo določili pri prvih dveh postopkih računa.



Slika 4.19: Interakcijski diagram mejne nosilnosti AB prečnega prereza za četrti računski primer z arm. palicami $\Phi 19$, izračunan z računalniškim programom DIAS



Slika 4.20: Kvadratni AB prečni prerez ($b/h = 50/50$), dimenzioniran s programom DIAS



Slika 4.21: Interakcijski diagram mejne nosilnosti AB prečnega prereza za četrti računski primer z arm. palicami $\Phi 22$, ki ga določimo s programom DIAS

Tudi sedaj rezultate zaradi večje preglednosti prikažemo v preglednici 4.4.

Preglednica 4.4: Primerjava rezultatov, dobljenih z različnimi postopki računa, za četrti računski primer

računski postopek	$A_{s,1,potr.} [cm^2]$
interakcijski diagrami	2.84
GaLa Reinforcement 4.1	2.79
DIAS	3.8

Vsi prikazani računski primeri kažejo veliko natančnost in s tem primernost predstavljenih interakcijskih diagramov za dimenzioniranje AB prečnih prerezov pravokotne oblike, ki so obremenjeni z dvojno ekscentrično osno silo.

5 ZAKLJUČEK

V diplomski nalogi smo predstavili računski postopek za dimenzioniranje AB prečnih prerezov pravokotne oblike, obremenjenih z dvojno ekscentrično osno silo, skladno z EC 2. Podali smo teoretične osnove računskega postopka za prečne prereze, ki imajo armaturo simetrično porazdeljeno po obodu prečnega prereza ter v nadaljevanju opisali postopek izdelave interakcijskih diagramov mejne nosilnosti. Za AB prečni prerez pravokotne oblike smo na podlagi teoretičnih izpeljav izdelali računalniški program v programskem jeziku Matlab za določitev interakcijskih diagramov mejne nosilnosti. Pri dvojno ekscentrični osni obremenitvi ima takšen diagram obliko prostorske ploskve, ki pa jo zaradi praktične uporabe predstavimo le z ravninskimi krivuljami mejne nosilnosti. V okviru diplomske naloge smo se odločili, da predstavimo interakcijski diagram v ravnini (N_x, M_y) , saj je takšen prikaz običajen tudi za interakcijske diagrame mejne nosilnosti pri enojno ekscentrični obremenitvi. Za vsak primer AB prečnega prereza pravokotne oblike je izdelanih deset interakcijskih diagramov mejne nosilnosti za deset različnih razmerij normiranih upogibnih momentov m_{zd}/m_{yd} , kjer vertikalno os interakcijskega diagrama predstavlja normirana osna sila n_d , horizontalno os pa predstavlja normiran upogibni moment m_{yd} ($m_{zd} = r \cdot m_{yd}$), pri tem r predstavlja vnaprej izbrano razmerje upogibnih momentov. Interakcijski diagrami mejne nosilnosti bodo zbrani v priložniku na voljo tudi študentom, nekateri izbrani interakcijski diagrami mejne nosilnosti pa so kot ilustracija priloženi v dodatku.

Na koncu smo prikazali štiri računske primere in dobljene rezultate primerjali z rezultati, ki jih dobimo z uporabo dveh komercialnih računalniških programov, ki se uporabljata v praksi. Ujemanje rezultatov je zelo dobro. To dokazuje, da je računski postopek s prikazanimi interakcijskimi diagrami primeren za dimenzioniranje AB prečnih prerezov pravokotne oblike, ki so obremenjeni z dvojno ekscentrično osno silo.

V nadaljnjem delu bi bilo smiselno predstavljeno računski postopek razširiti tudi na geometrijsko kompleksnejše prečne prereze.

6 VIRI

Alashki.com & ENGPROJECT Ltd., 2002. GaLa Reinforcement.

Beeby, A. W., Narayanan, R. S. 1995. Designers' handbook to Eurocode 2, Part 1.1: Design of concrete structures. London, Thomas Telford: 242 str.

Bohte, Z. 1987. Numerične metode. Ljubljana, Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS, Zveza organizacij za tehnično kulturo Slovenije: str. 55 -68.

Bohte, Z. 1964. Numerično reševanje enačb. Ljubljana, Mladinska knjiga: str. 111 – 139.

Bronštejn, I.N., Semendjajev, K.A., Musiol, G., Muhlig, H. 1997. Matematični priročnik. Ljubljana, Tehniška založba Slovenije: str. 715 – 717.

DIAS: programski sistem za dimenzioniranje in analizo armiranobetonskih stavb. Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo – IKPIR, 1993.

Eurocode 2, Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings, prEN 1992-1-1 (Revised final draft): 2002.

Gumzej, B. M. 1995. Upogibno-osna nosilnost betonskih prerezov po Eurocode 2. Diplomaska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Konstrukcijska smer: 149 f.

Kmetič, M. 2005. Analiza mejne nosilnosti AB prečnih prerezov. Diplomaska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Konstrukcijska smer: 44 f.

The Mathworks, Inc., 2000. Matlab. Natick, <http://www.mathworks.com>.

Najdanović, D., Alendar, V., Ješić, D. 1989. Dijagrami za dimenzionisanje armiranobetonskih preseka prema graničnoj nosivosti. Beograd, Gradzevinska knjiga: 154 str.

Rogač, R., Saje, F., Lozej, M. 1989. Priročnik za dimenzioniranje armiranobetonskih konstrukcij po metodi mejnih stanj. Univerza Edvarda Kardelja v Ljubljani, Fakulteta za arhitekturo, gradbeništvo in geodezijo: 361 str.

Seydel, R. 1994. Practical Bifurcation and Stability Analysis From Equilibrium to Chaos. New York, Springer-Verlag: str. 36 – 40.

Sparowitz, L. 2004. Vorlesungsskriptum aus Betonbau. Graz, Institut für Betonbau, Technische Universität Graz: 471 str.

Stanek, M., Turk, G., Pezdirc, G. 2000. Račun vzdolžne normalne napetosti v armiranobetonskem nosilcu. Zbornik 22. zborovanja gradbenih konstruktorjev Slovenije, Bled, 19.–20. oktober 2000, str. 127 – 134.

PRILOGA A: INTERAKCIJSKI DIAGRAMI MEJNE NOSILNOSTI

UNIVERZA V LJUBLJANI
FAKULTETA ZA GRADBENIŠTVO IN GEODEZIJO

SEBASTJAN BRATINA

MOJCA MARKOVIČ

IGOR PLANINC

**INTERAKCIJSKI DIAGRAMI NOSILNOSTI
AB PREČNIH PREREZOV PRI
DVOJNO EKSCENTRIČNI OSNI SILI**

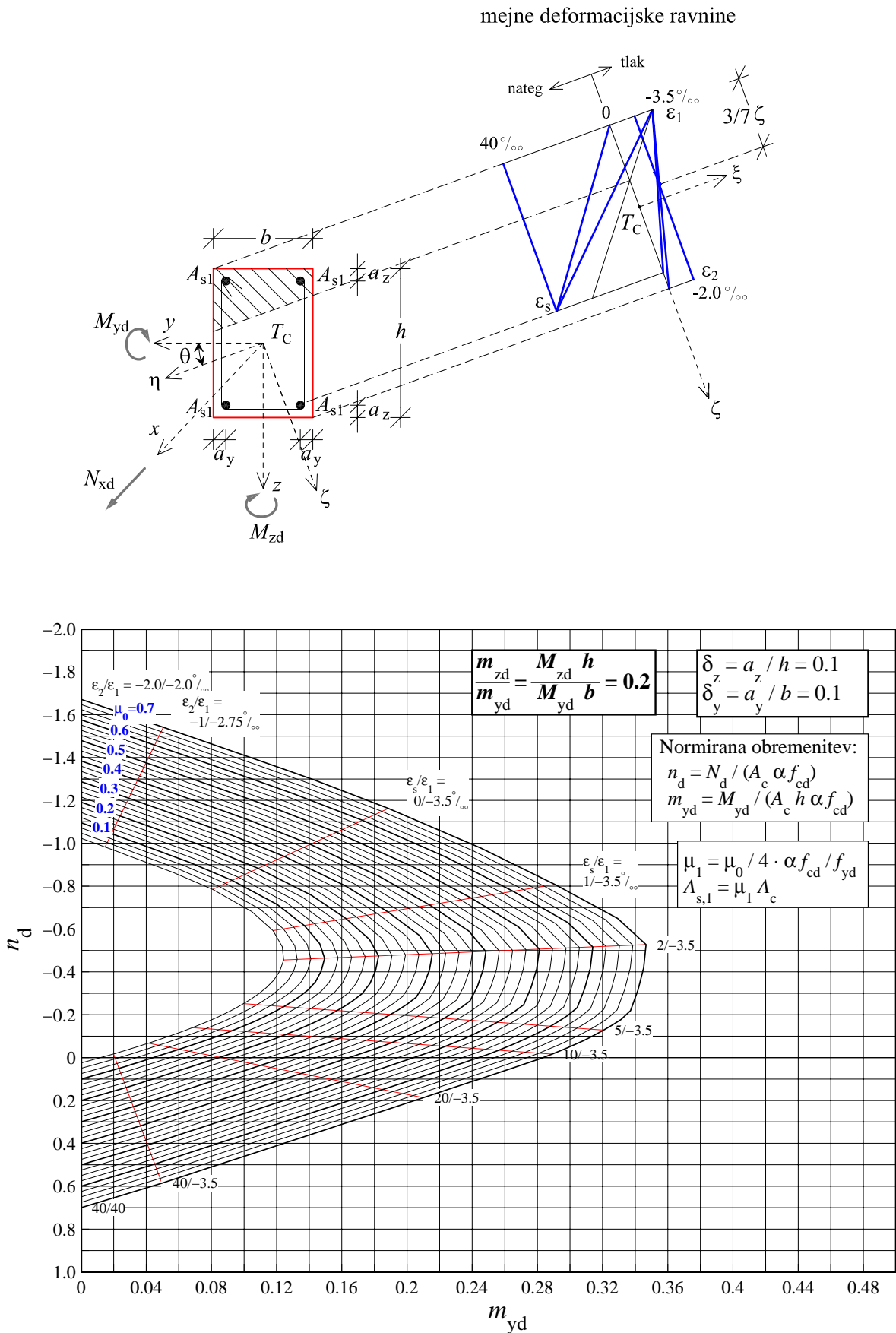
LJUBLJANA, junij 2006

Kazalo

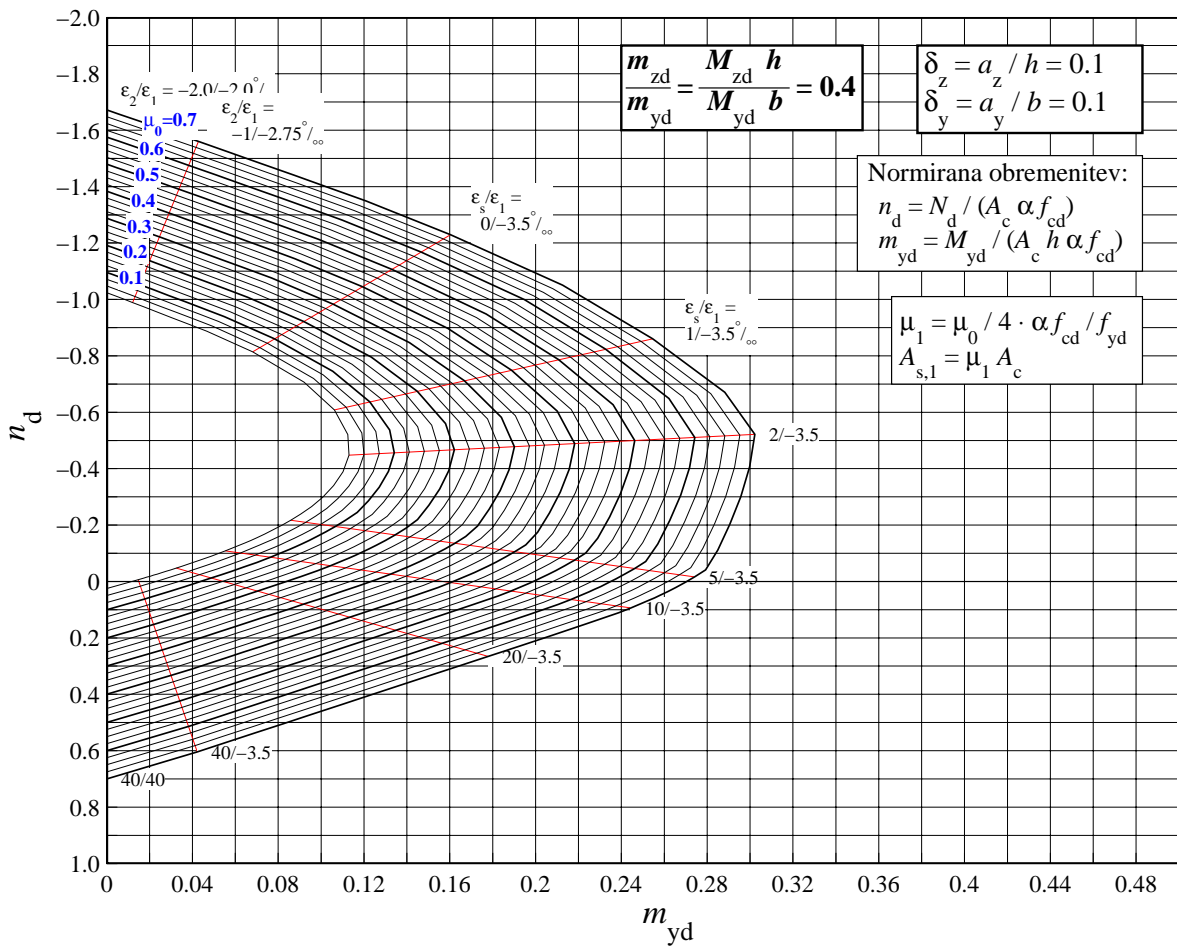
1 Interakcijski diagrami mejne nosilnosti pri dvojno ekscentrični osni sili	iii
1.1 PRAVOKOTNI PREREZ, 4 palice ($\delta_z = 0.1, \delta_y = 0.1$), S400	iv
1.2 PRAVOKOTNI PREREZ, 4 palice ($\delta_z = 0.125, \delta_y = 0.1$), S400	vii
1.3 PRAVOKOTNI PREREZ, 4 palice ($\delta_z = 0.1, \delta_y = 0.125$), S400	x
1.4 PRAVOKOTNI PREREZ, 4 palice ($\delta_z = 0.125, \delta_y = 0.125$), S400	xiii
1.5 PRAVOKOTNI PREREZ, 4 palice ($\delta_z = 0.15, \delta_y = 0.125$), S400	xvi
1.6 PRAVOKOTNI PREREZ, 4 palice ($\delta_z = 0.125, \delta_y = 0.15$), S400	xix
1.7 PRAVOKOTNI PREREZ, 4 palice ($\delta_z = 0.15, \delta_y = 0.15$), S400	xxii
1.8 PRAVOKOTNI PREREZ, 8 palic ($\delta_z = 0.075, \delta_y = 0.075$), S400	xxv
1.9 PRAVOKOTNI PREREZ, 8 palic ($\delta_z = 0.1, \delta_y = 0.075$), S400	xxviii
1.10 PRAVOKOTNI PREREZ, 8 palic ($\delta_z = 0.075, \delta_y = 0.1$), S400	xxxii
1.11 PRAVOKOTNI PREREZ, 8 palic ($\delta_z = 0.1, \delta_y = 0.1$), S400	xxxiv
1.12 PRAVOKOTNI PREREZ, 8 palic ($\delta_z = 0.125, \delta_y = 0.1$), S400	xxxvii
1.13 PRAVOKOTNI PREREZ, 8 palic ($\delta_z = 0.1, \delta_y = 0.125$), S400	xl
1.14 PRAVOKOTNI PREREZ, 8 palic ($\delta_z = 0.125, \delta_y = 0.125$), S400	xliii
1.15 PRAVOKOTNI PREREZ, 12 palic ($\delta_z = 0.05, \delta_y = 0.05$), S400	xlvi
1.16 PRAVOKOTNI PREREZ, 12 palic ($\delta_z = 0.075, \delta_y = 0.05$), S400	xlix
1.17 PRAVOKOTNI PREREZ, 12 palic ($\delta_z = 0.05, \delta_y = 0.075$), S400	lii
1.18 PRAVOKOTNI PREREZ, 12 palic ($\delta_z = 0.075, \delta_y = 0.075$), S400	lv
1.19 PRAVOKOTNI PREREZ, 12 palic ($\delta_z = 0.1, \delta_y = 0.075$), S400	lviii
1.20 PRAVOKOTNI PREREZ, 12 palic ($\delta_z = 0.075, \delta_y = 0.1$), S400	lxi
1.21 PRAVOKOTNI PREREZ, 12 palic ($\delta_z = 0.1, \delta_y = 0.1$), S400	lxiv

1 Interakcijski diagrami mejne nosilnosti pri dvojno ekscentrični osni sili

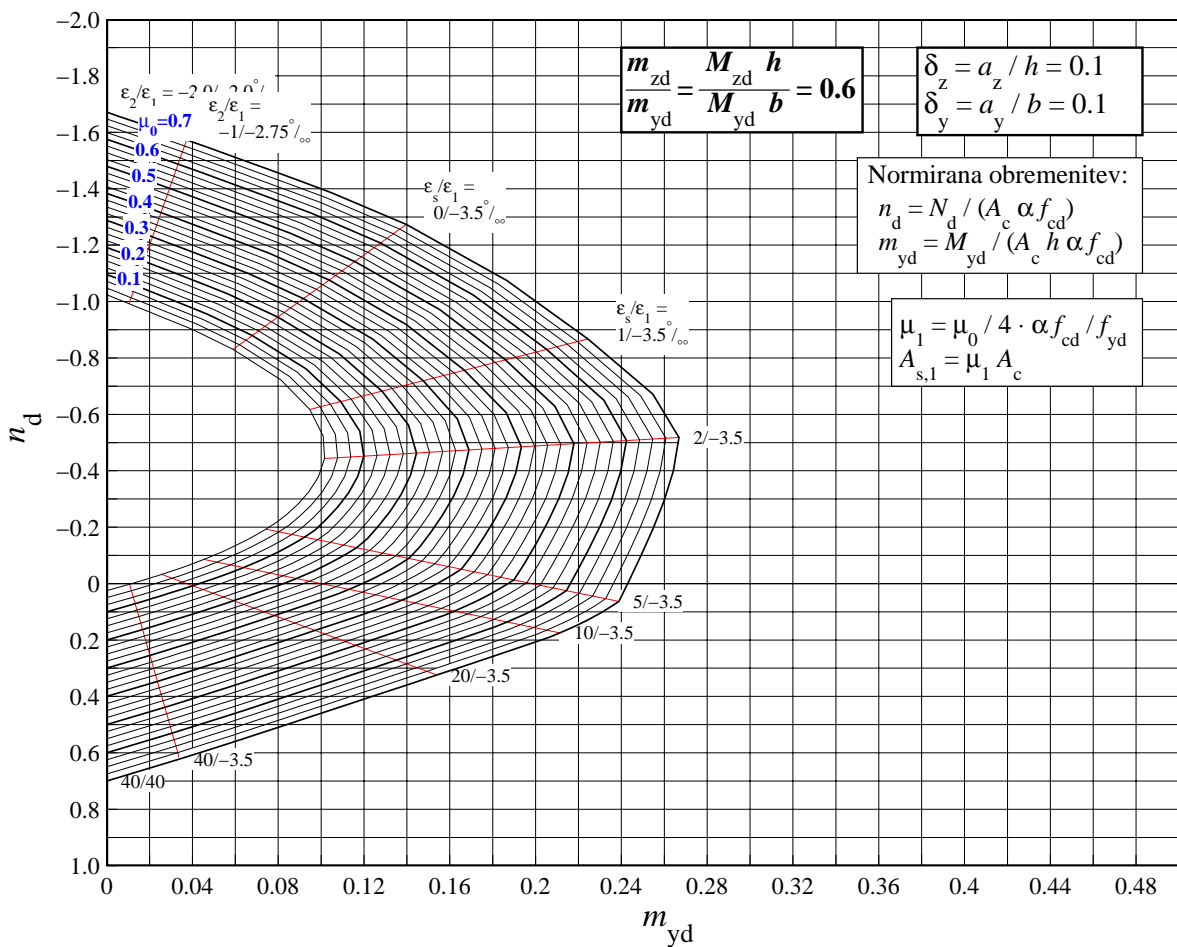
1.1 PRAVOKOTNI PREREZ, 4 palice ($\delta_z = 0.1, \delta_y = 0.1$), S400



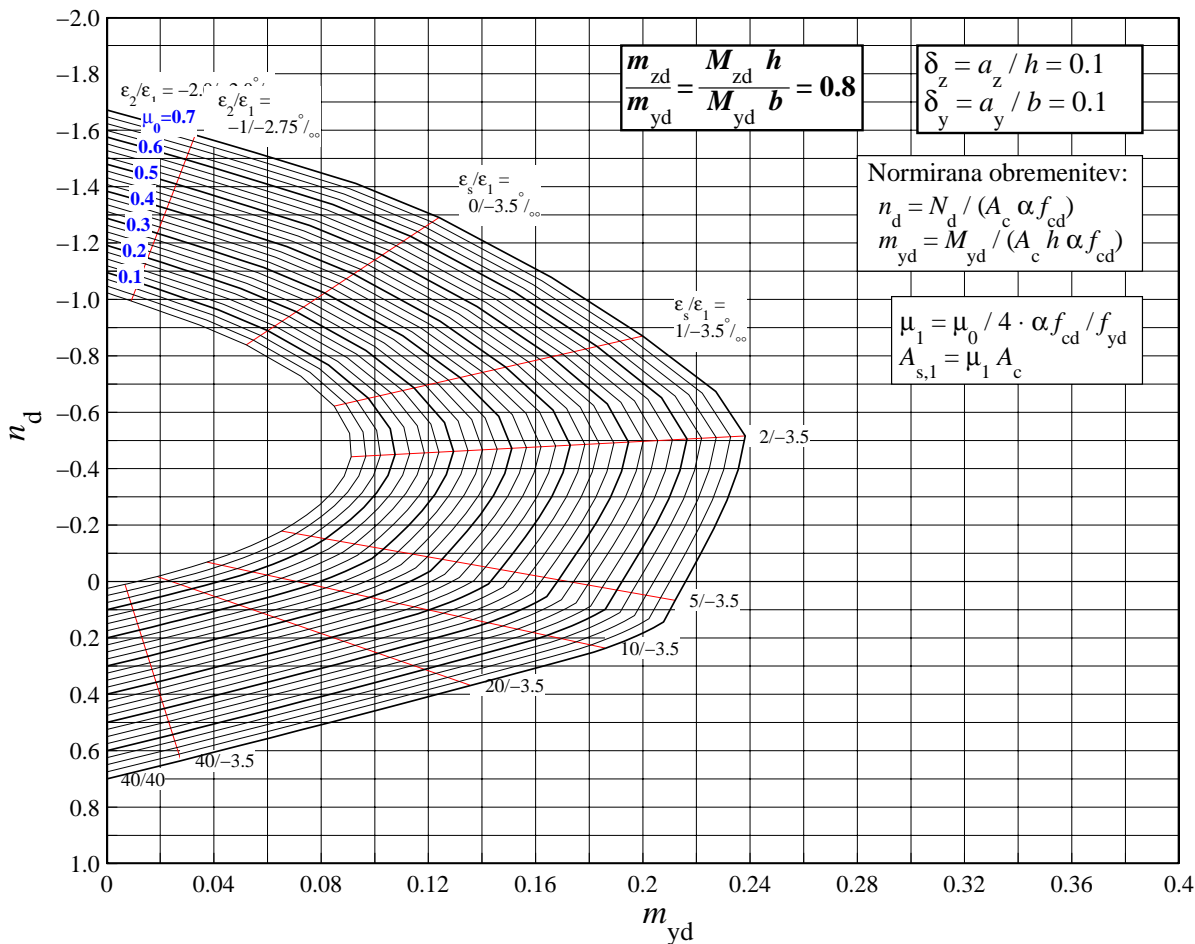
Slika 1: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1, \delta_y = 0.1$, 4 palice.



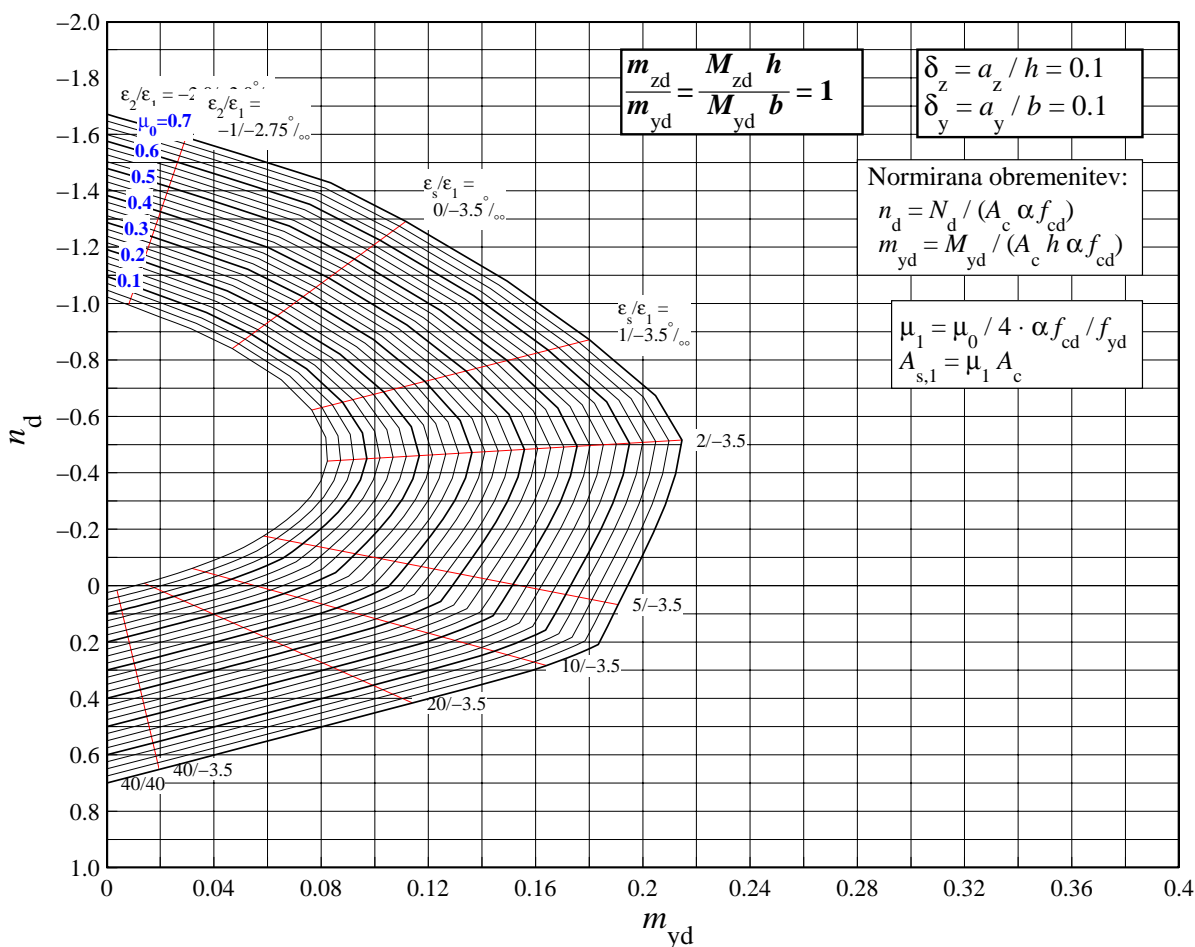
Slika 2: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.1$, 4 palice.



Slika 3: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.1$, 4 palice.

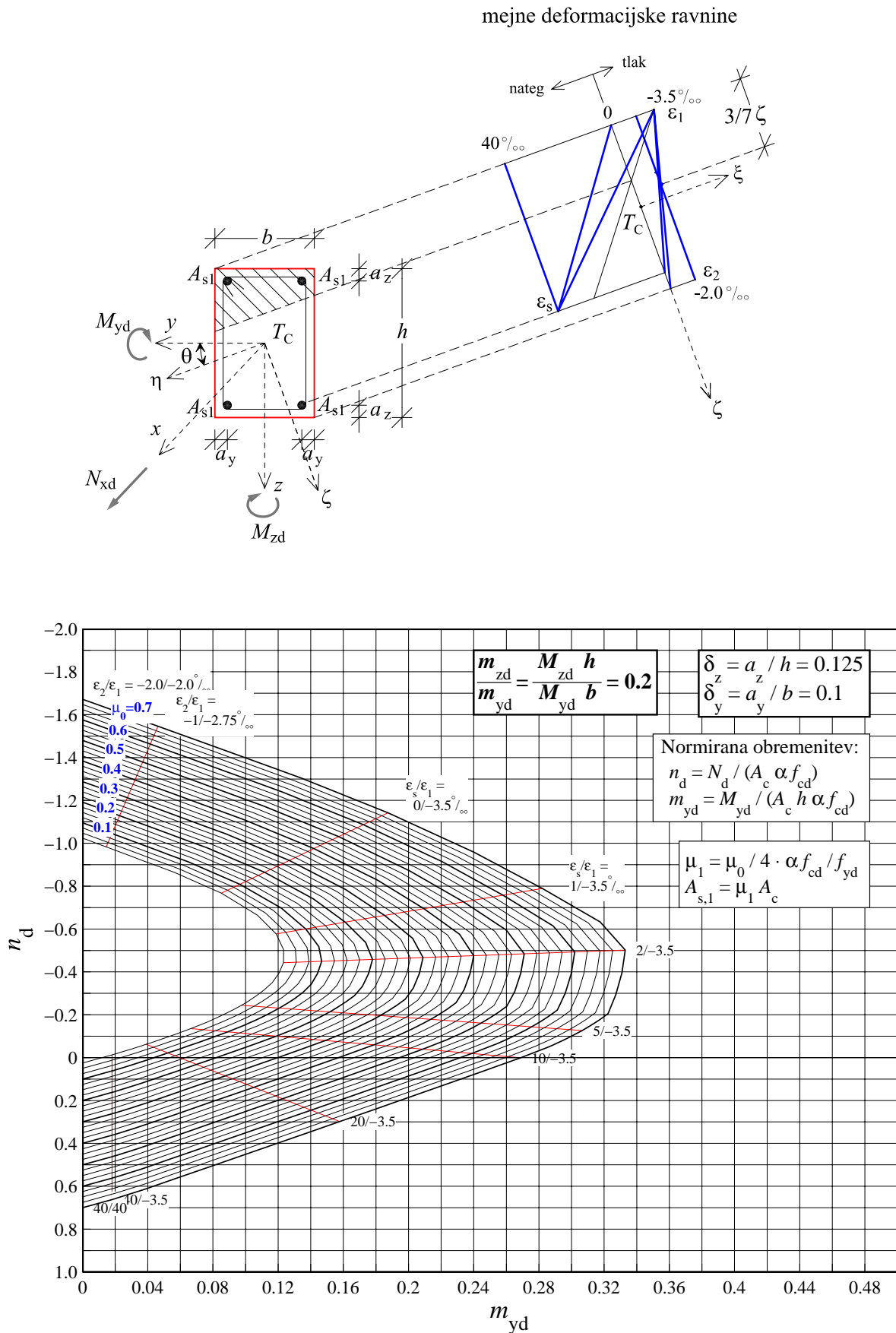


Slika 4: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.1$, 4 palice.

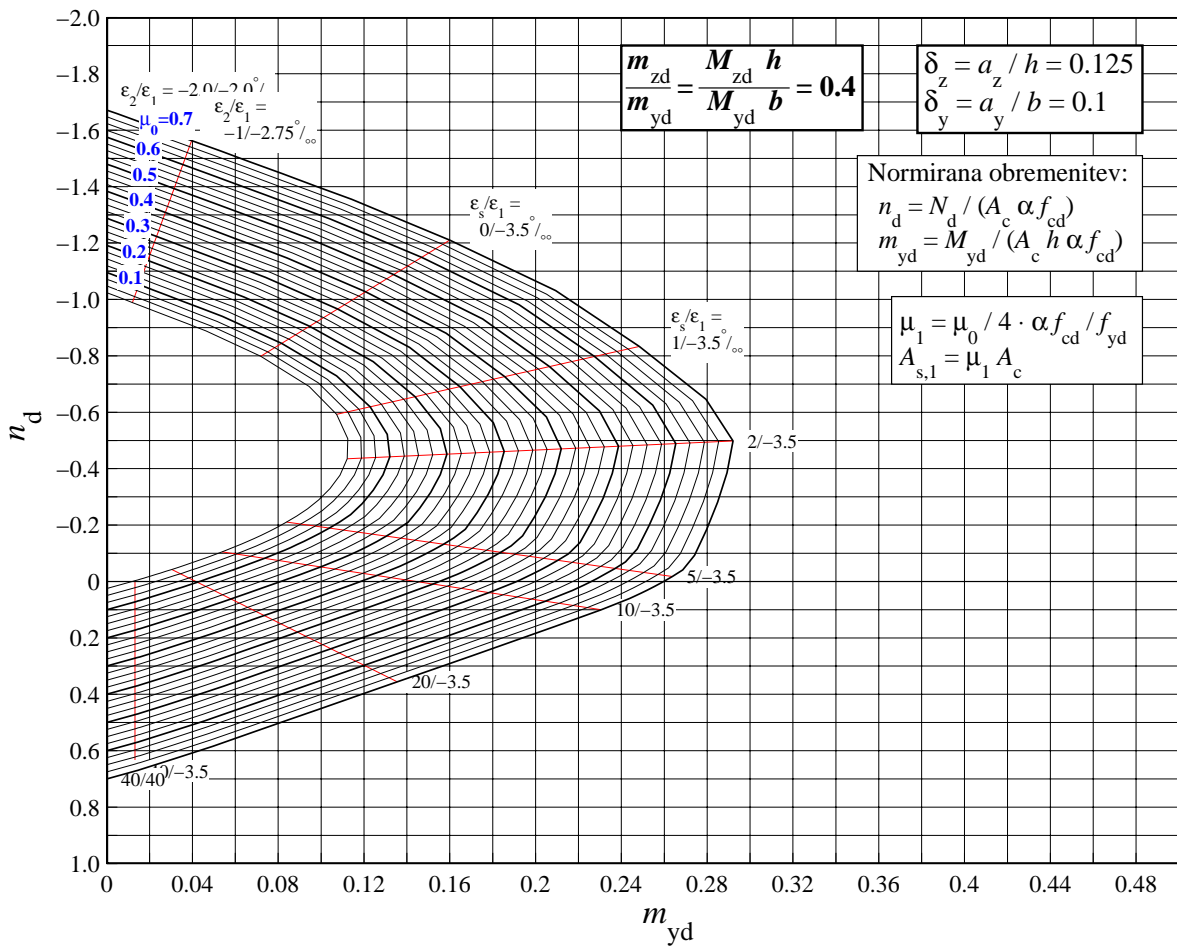


Slika 5: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.1$, 4 palice.

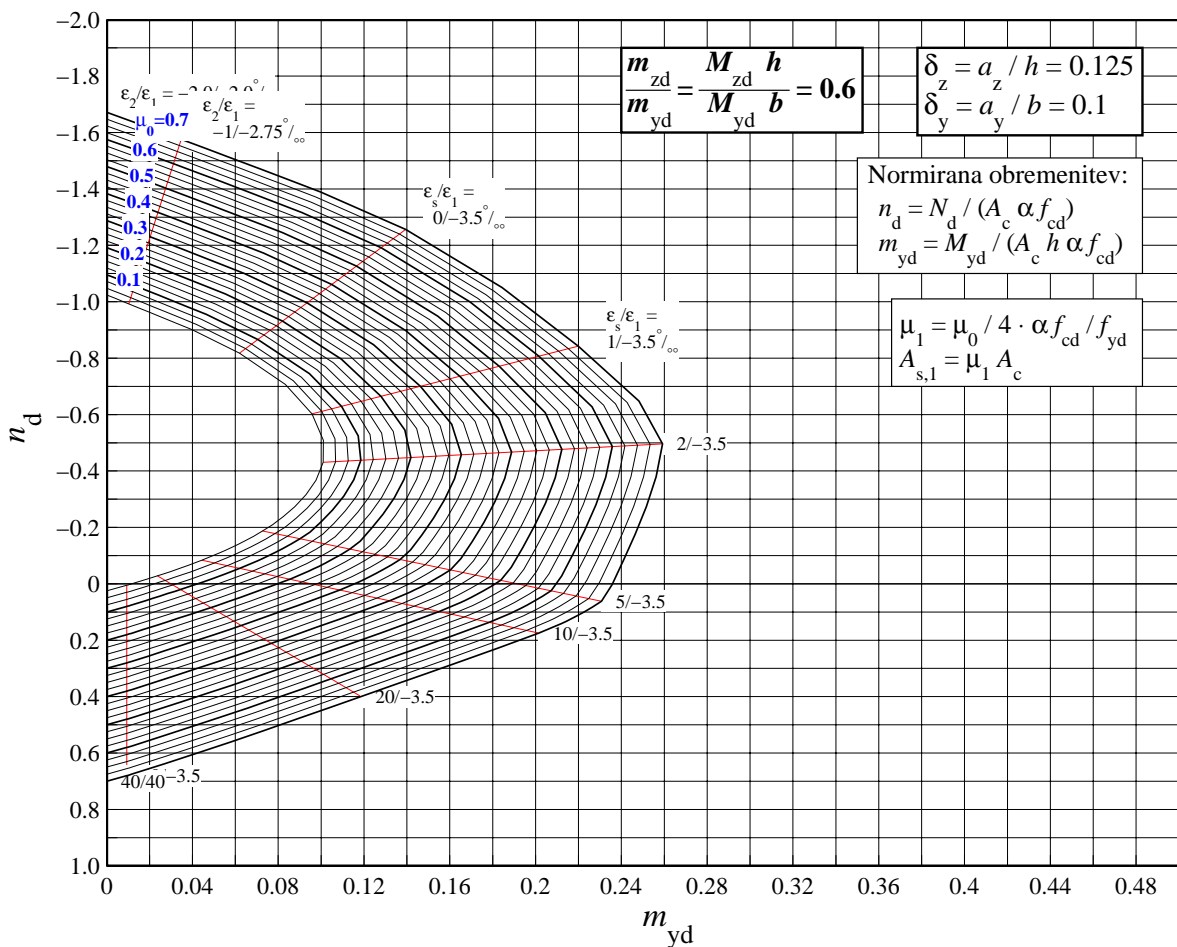
1.2 PRAVOKOTNI PREREZ, 4 palice ($\delta_z = 0.125, \delta_y = 0.1$), S400



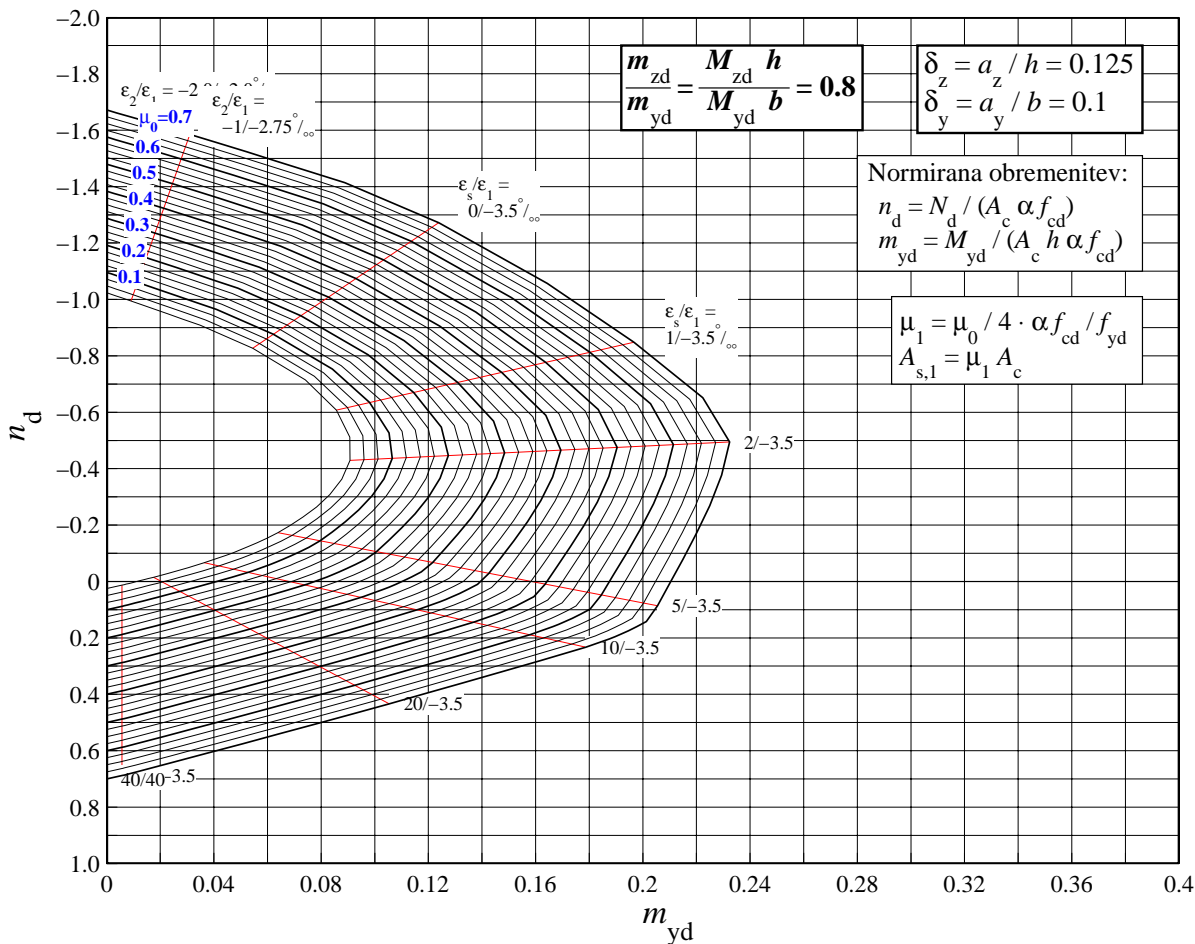
Slika 6: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.125, \delta_y = 0.1$, 4 palice.



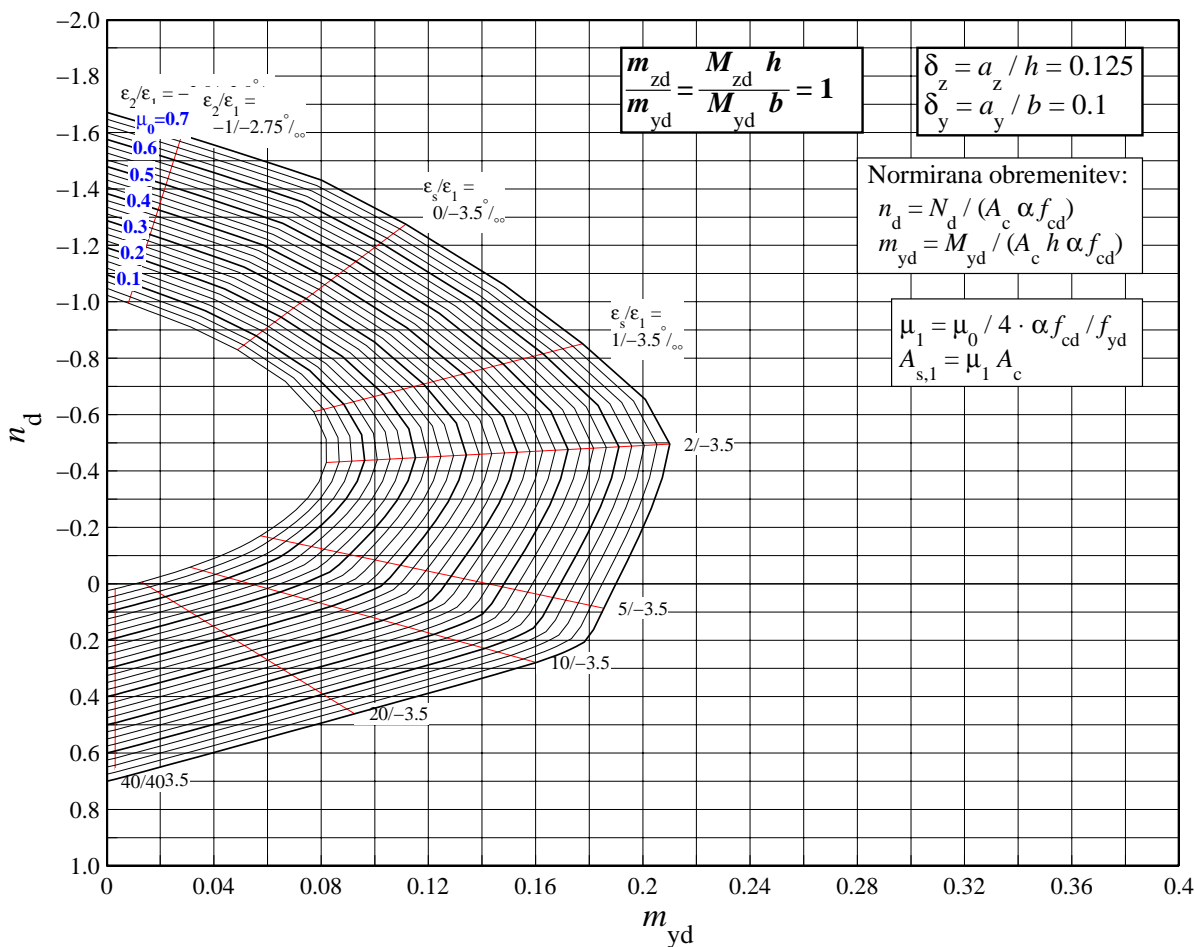
Slika 7: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.125$, $\delta_y = 0.1$, 4 palice.



Slika 8: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.125$, $\delta_y = 0.1$, 4 palice.

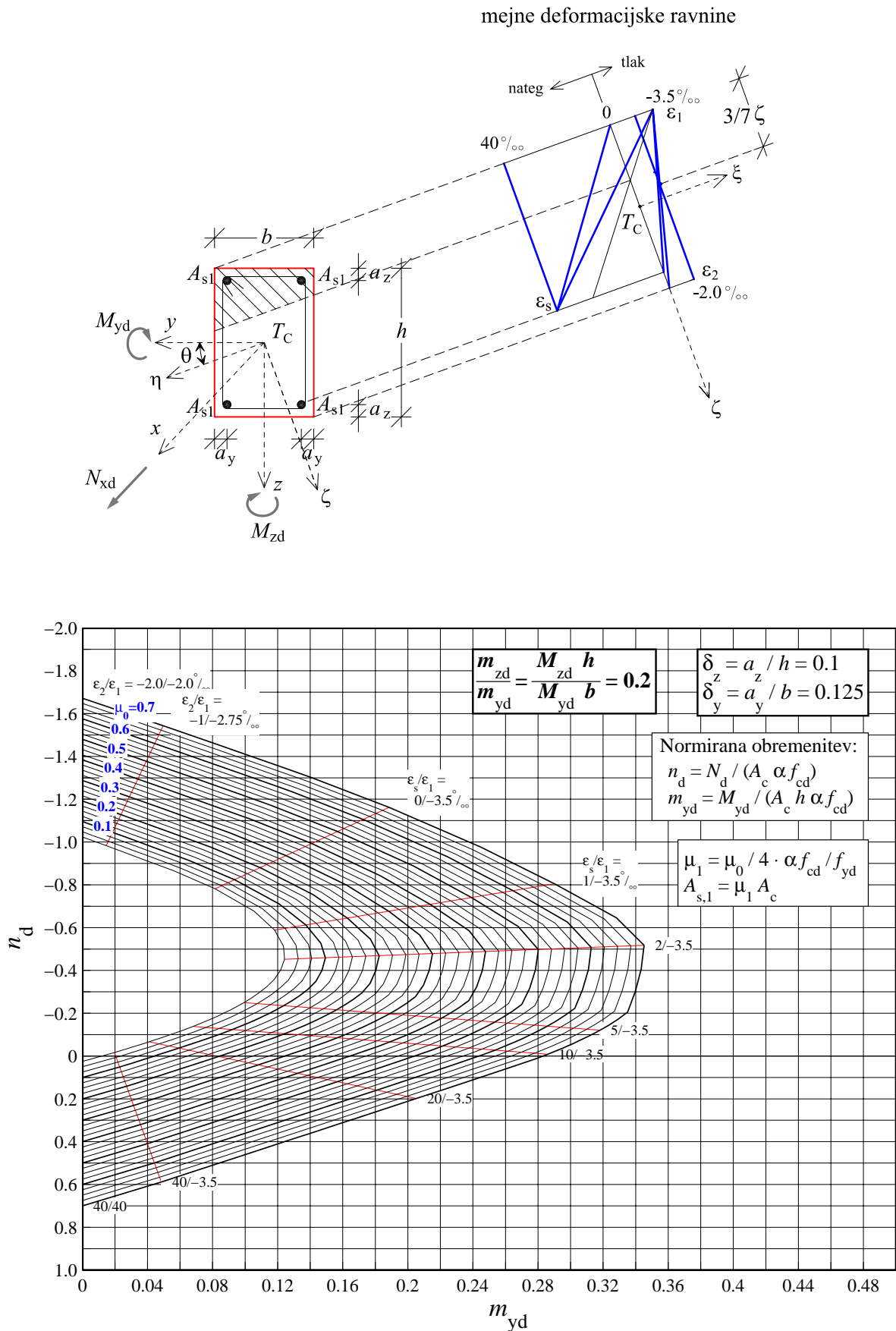


Slika 9: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.125$, $\delta_y = 0.1$, 4 palice.

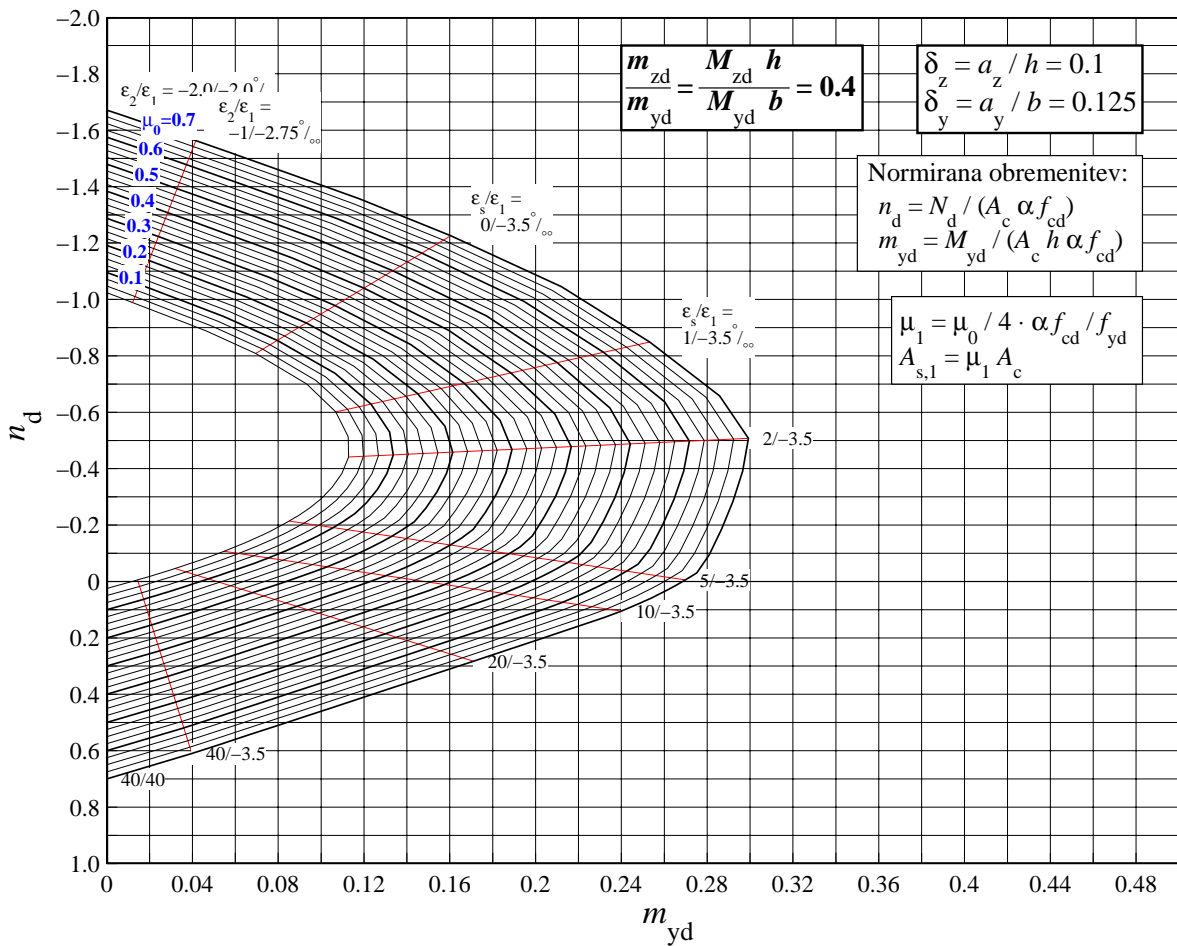


Slika 10: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.125$, $\delta_y = 0.1$, 4 palice.

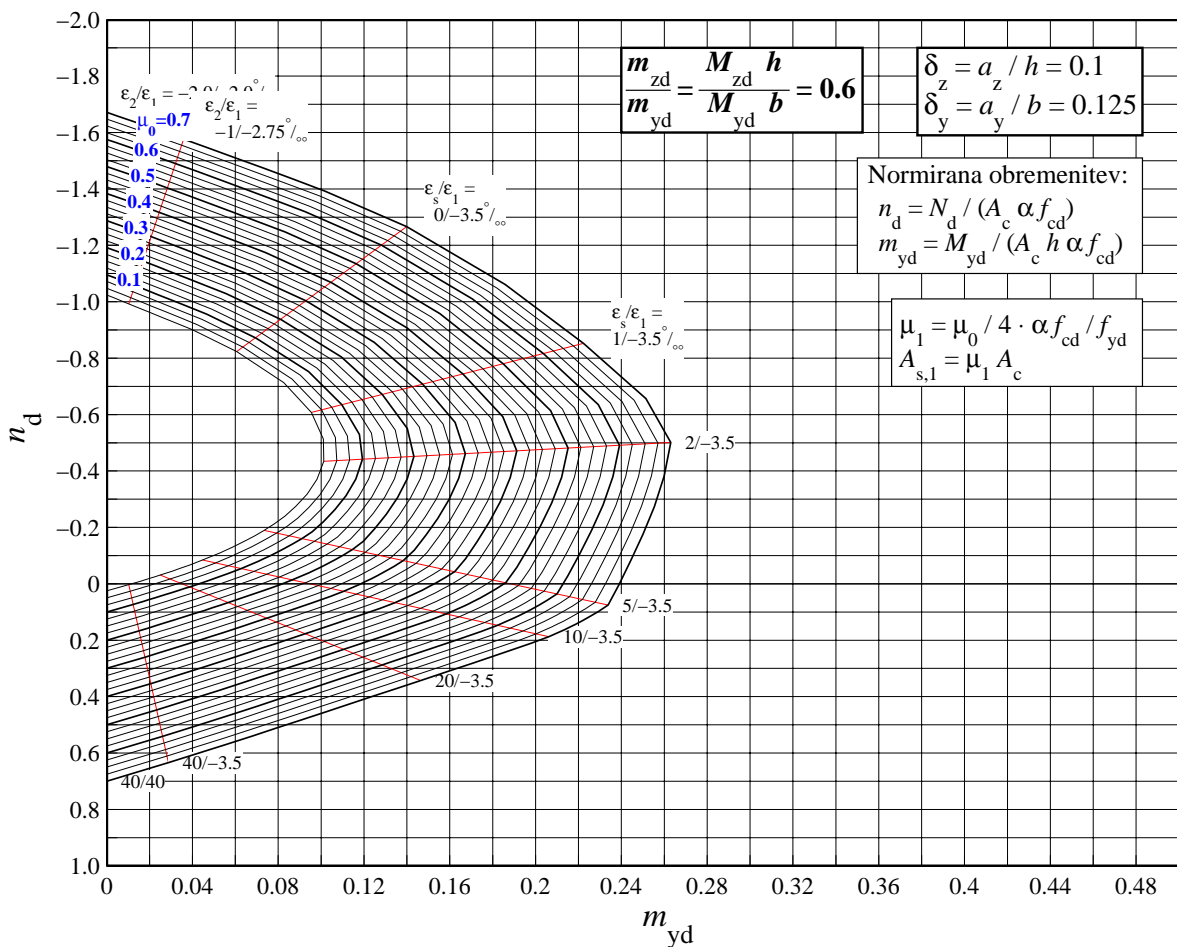
1.3 PRAVOKOTNI PREREZ, 4 palice ($\delta_z = 0.1, \delta_y = 0.125$), S400



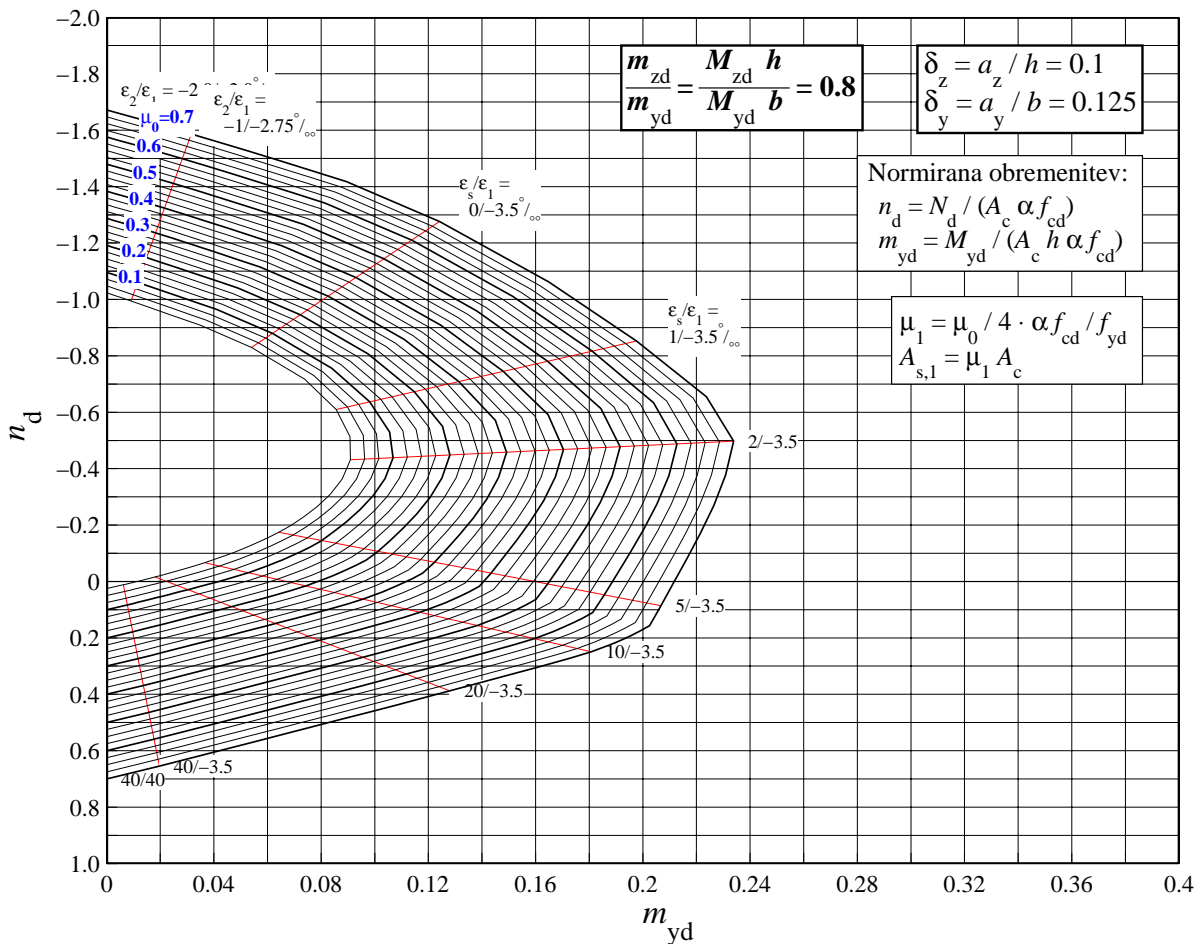
Slika 11: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1, \delta_y = 0.125$, 4 palice.



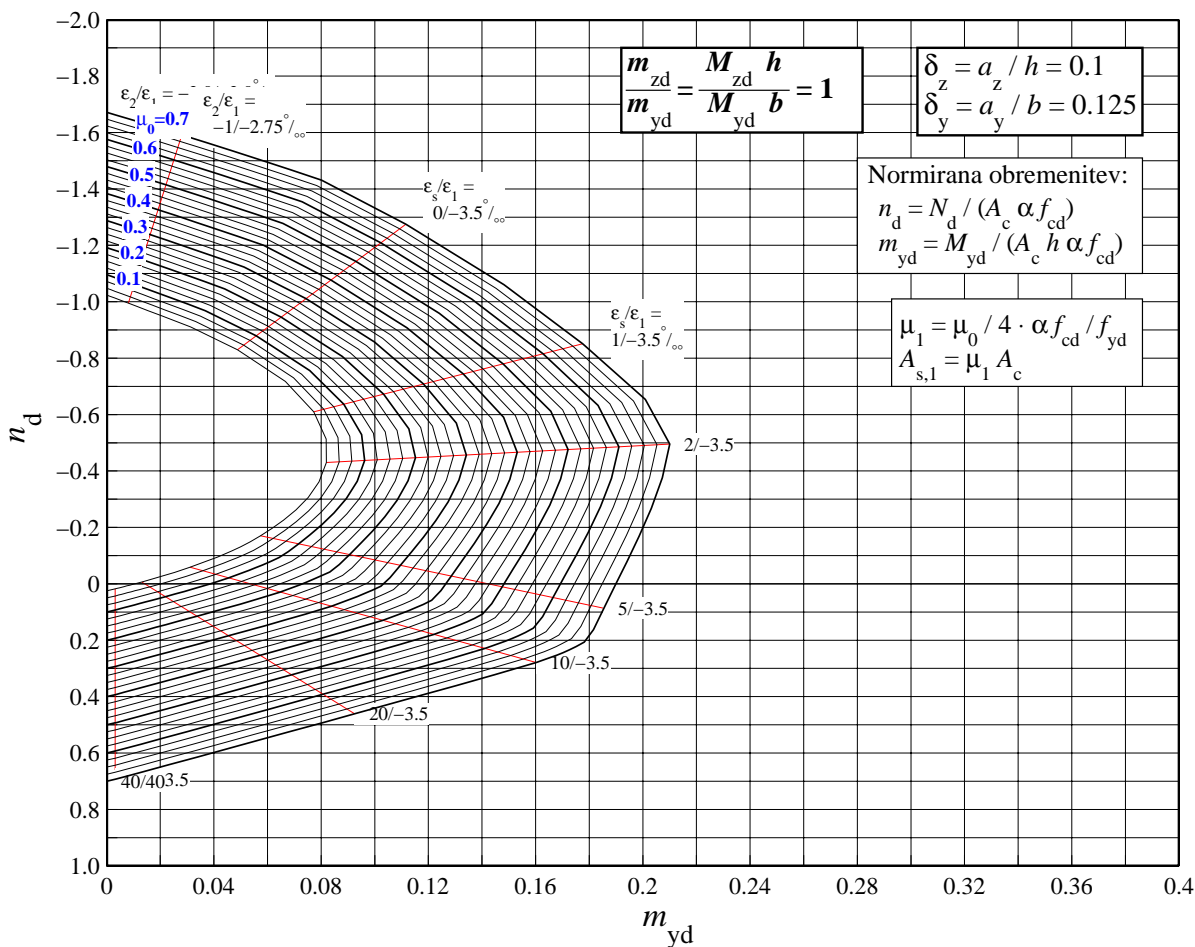
Slika 12: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.125$, 4 palice.



Slika 13: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.125$, 4 palice.

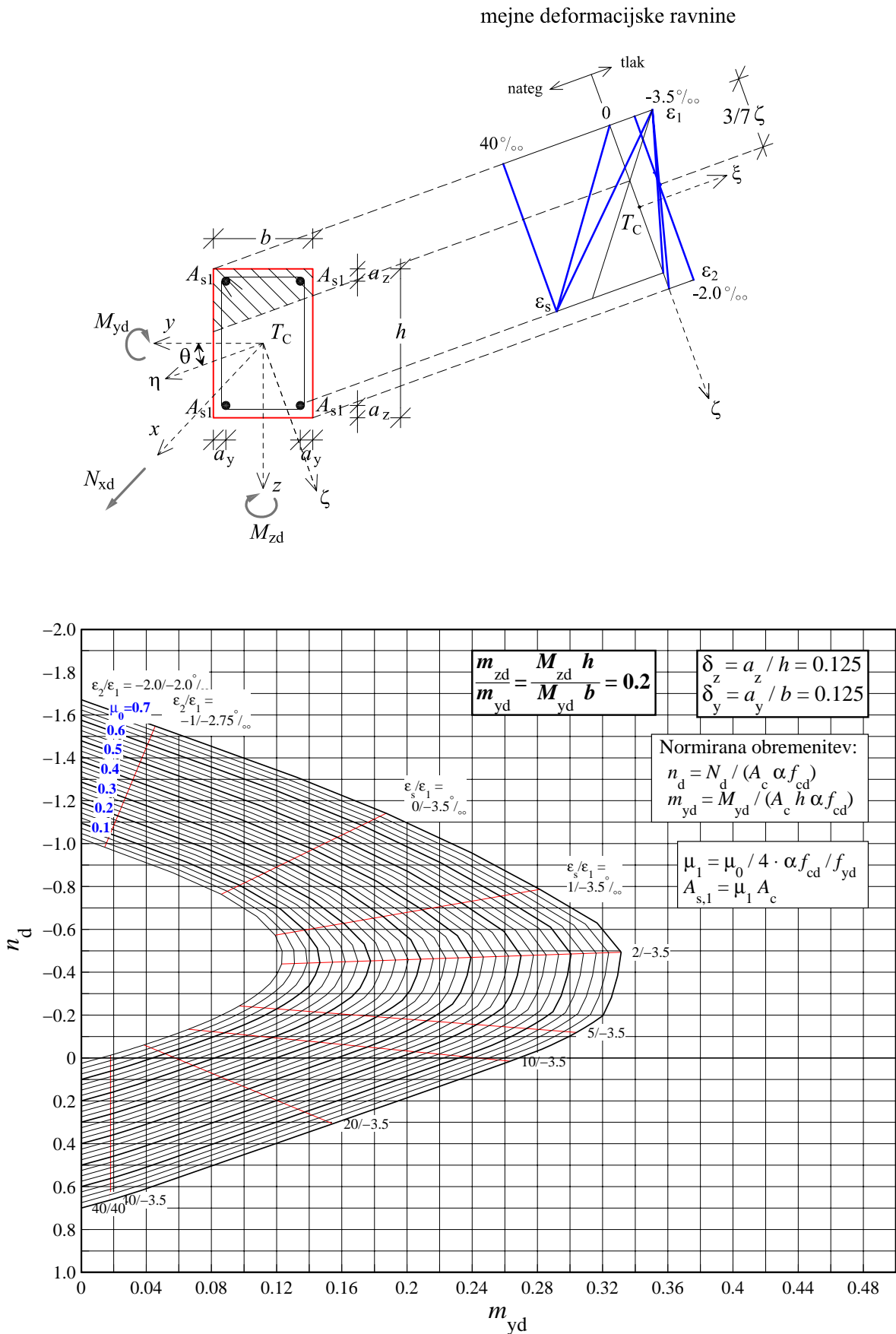


Slika 14: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.125$, 4 palice.

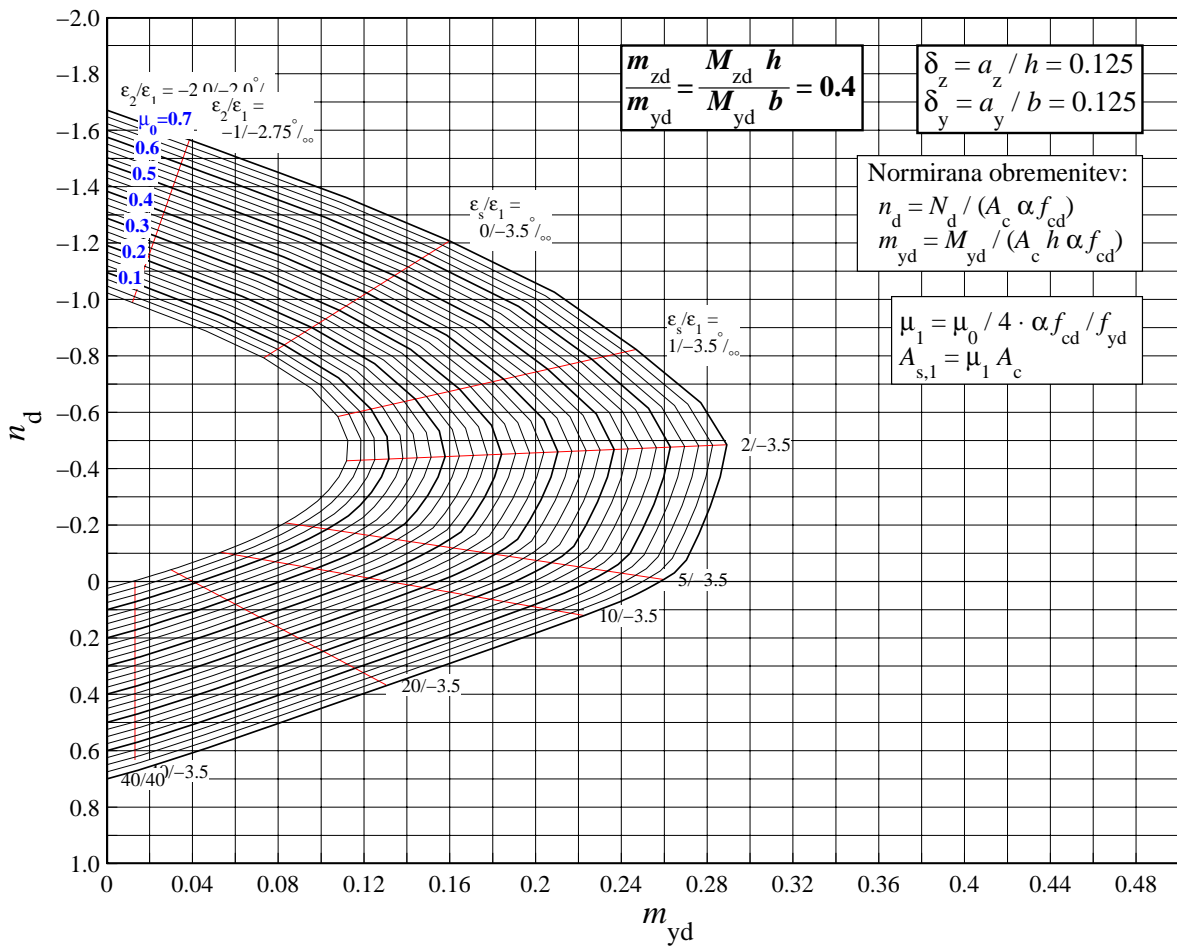


Slika 15: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.125$, 4 palice.

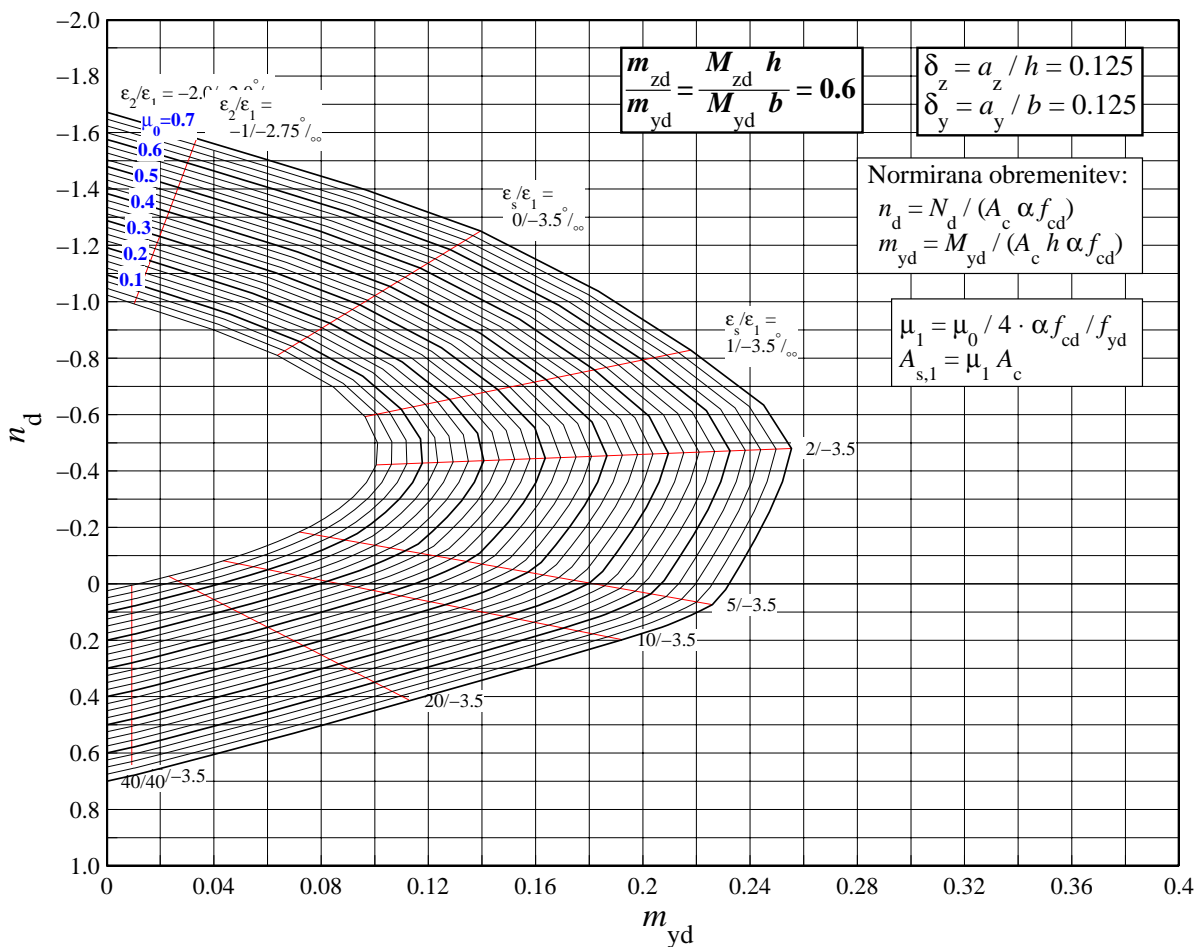
1.4 PRAVOKOTNI PREREZ, 4 palice ($\delta_z = 0.125, \delta_y = 0.125$), S400



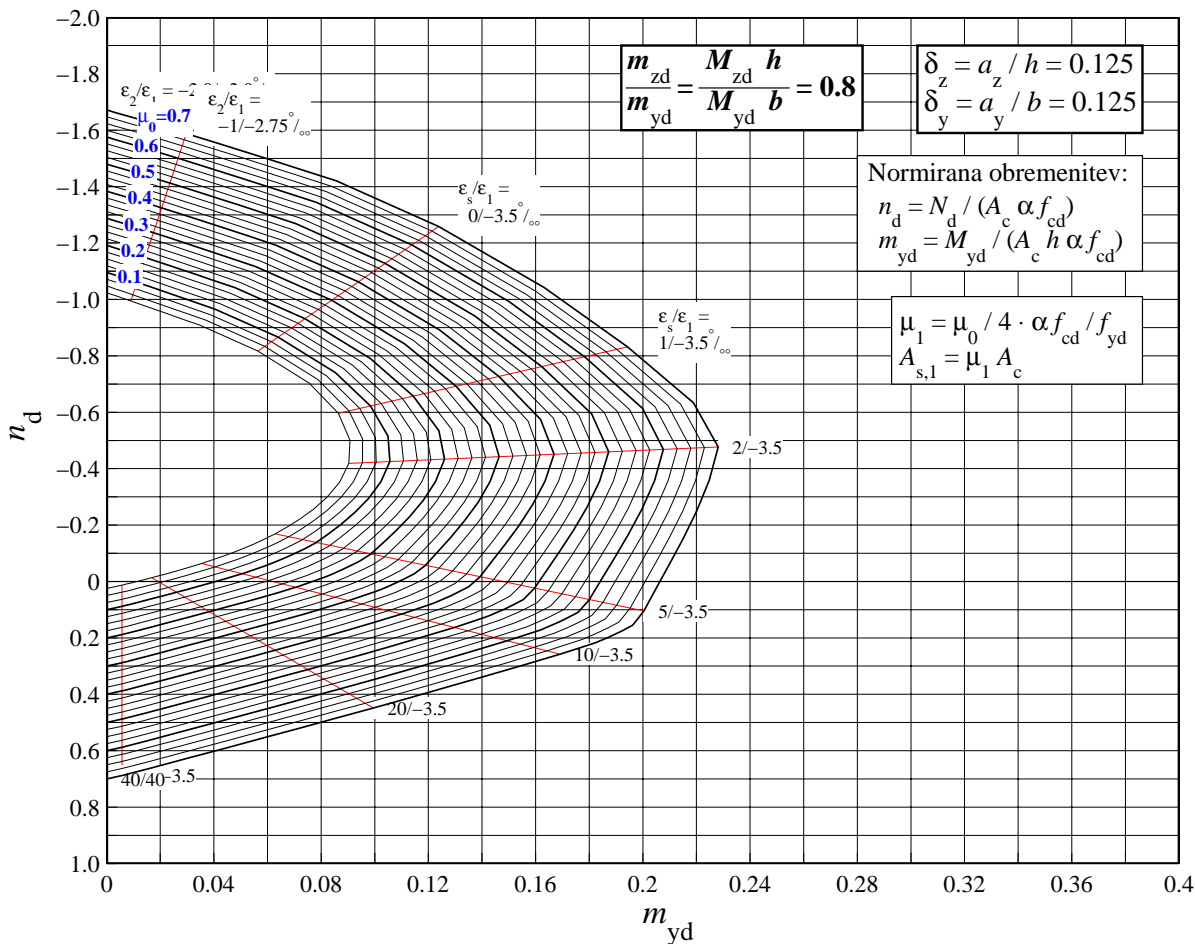
Slika 16: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.125, \delta_y = 0.125$, 4 palice.



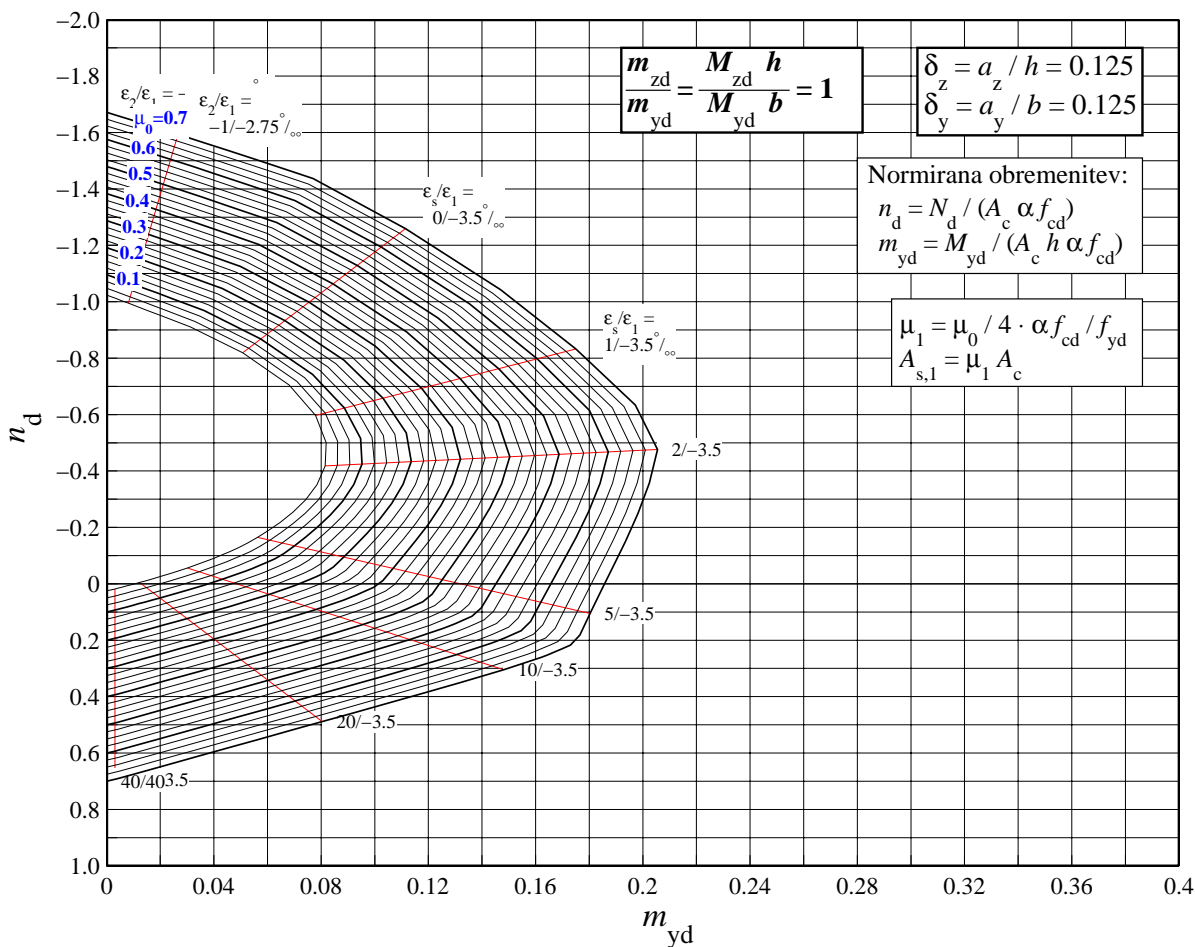
Slika 17: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.125$, $\delta_y = 0.125$, 4 palice.



Slika 18: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.125$, $\delta_y = 0.125$, 4 palice.

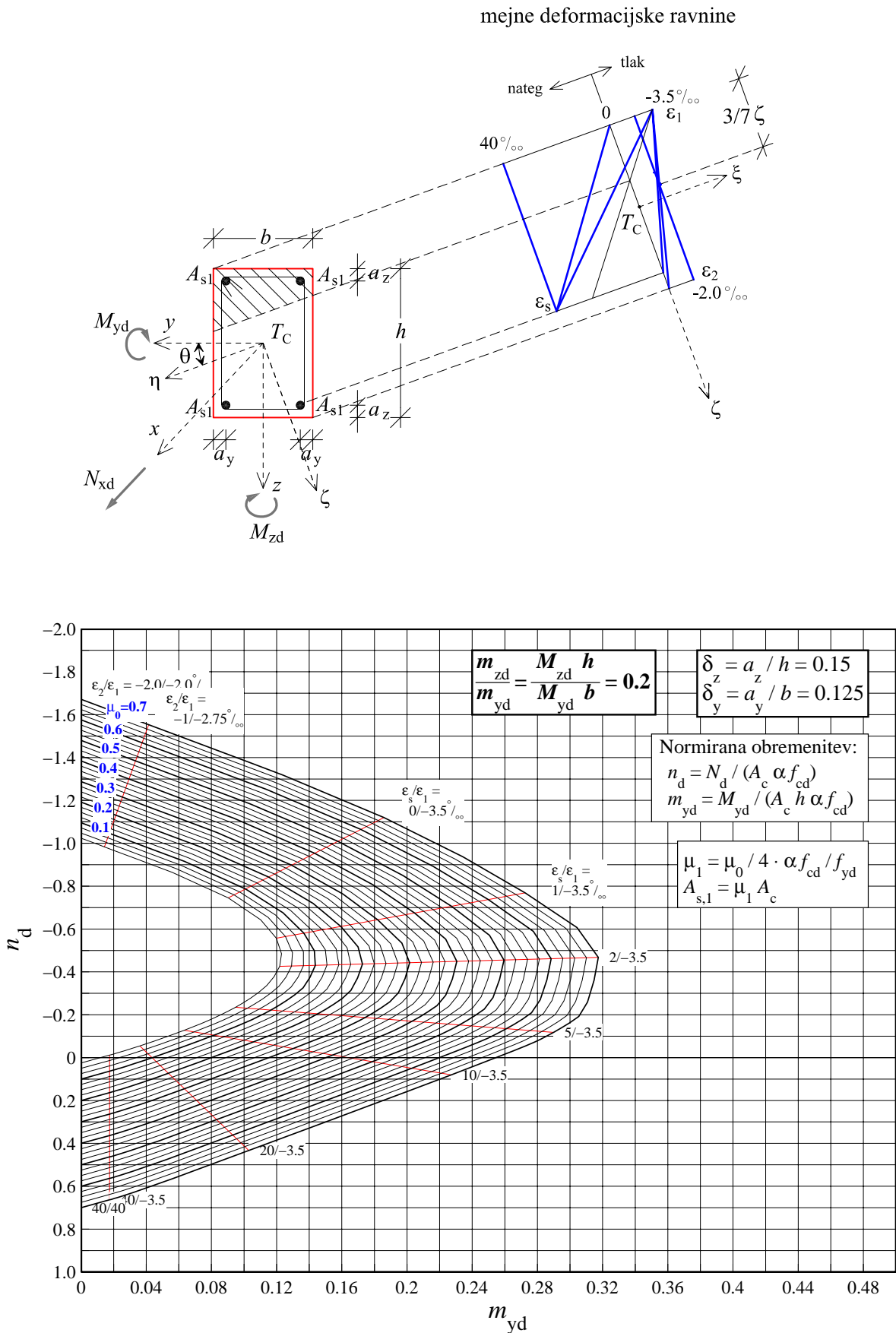


Slika 19: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.125$, $\delta_y = 0.125$, 4 palice.

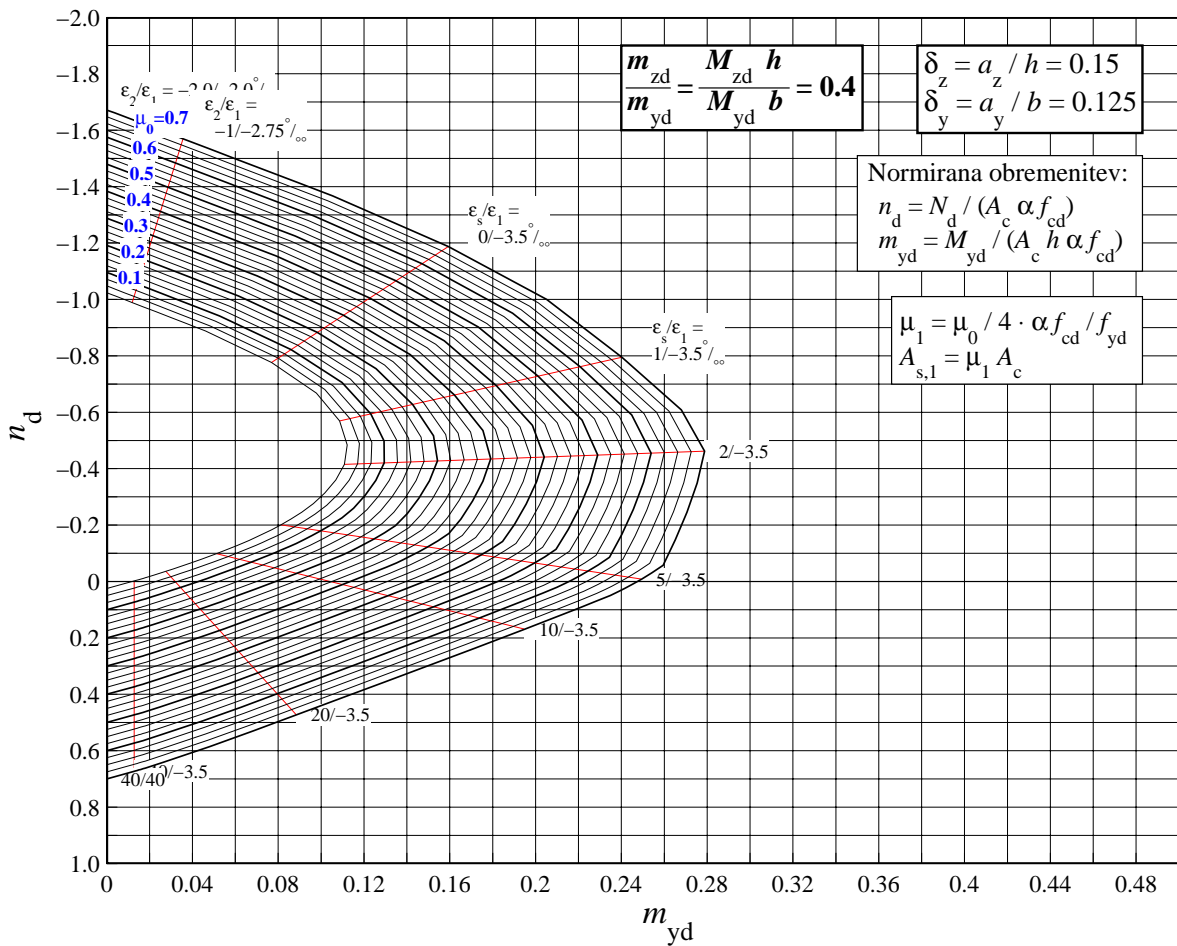


Slika 20: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.125$, $\delta_y = 0.125$, 4 palice.

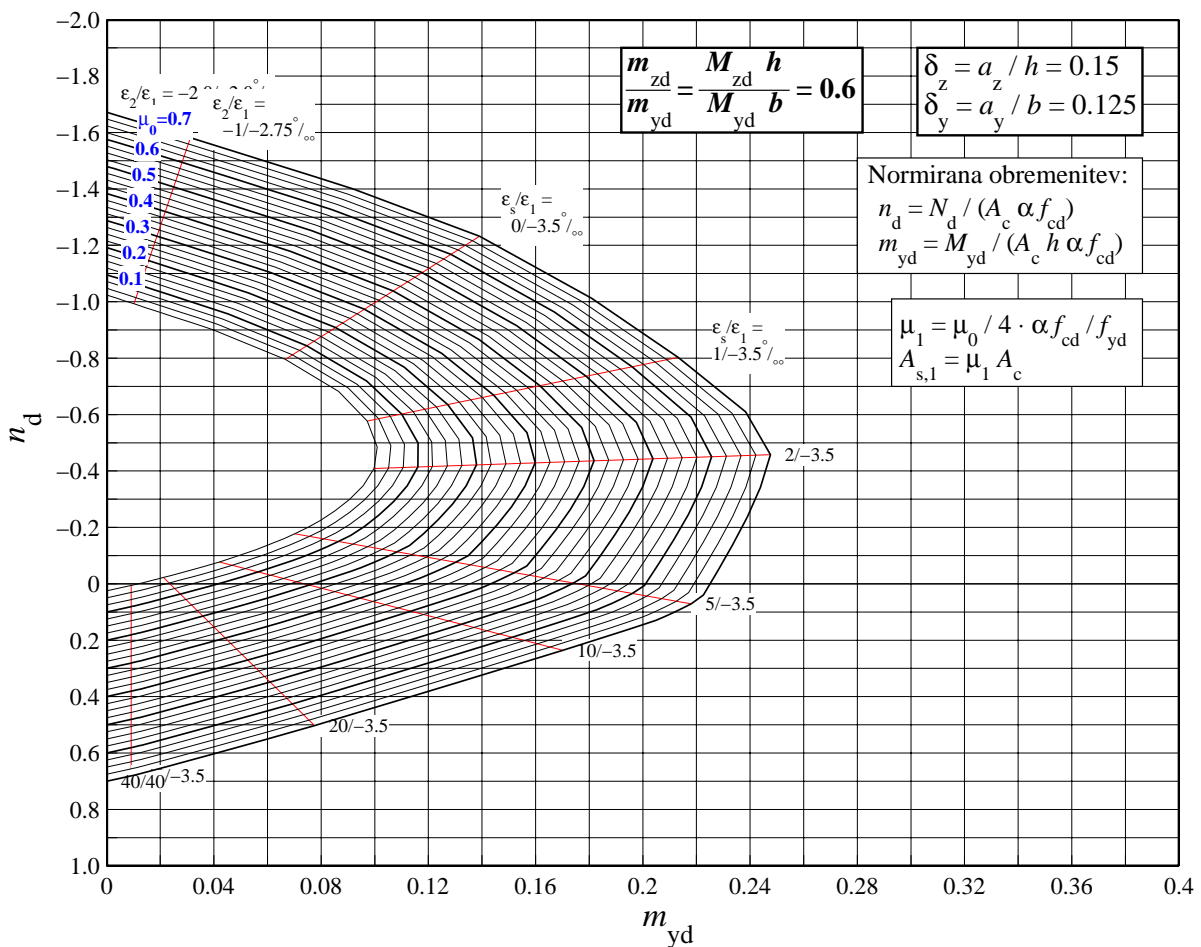
1.5 PRAVOKOTNI PREREZ, 4 palice ($\delta_z = 0.15, \delta_y = 0.125$), S400



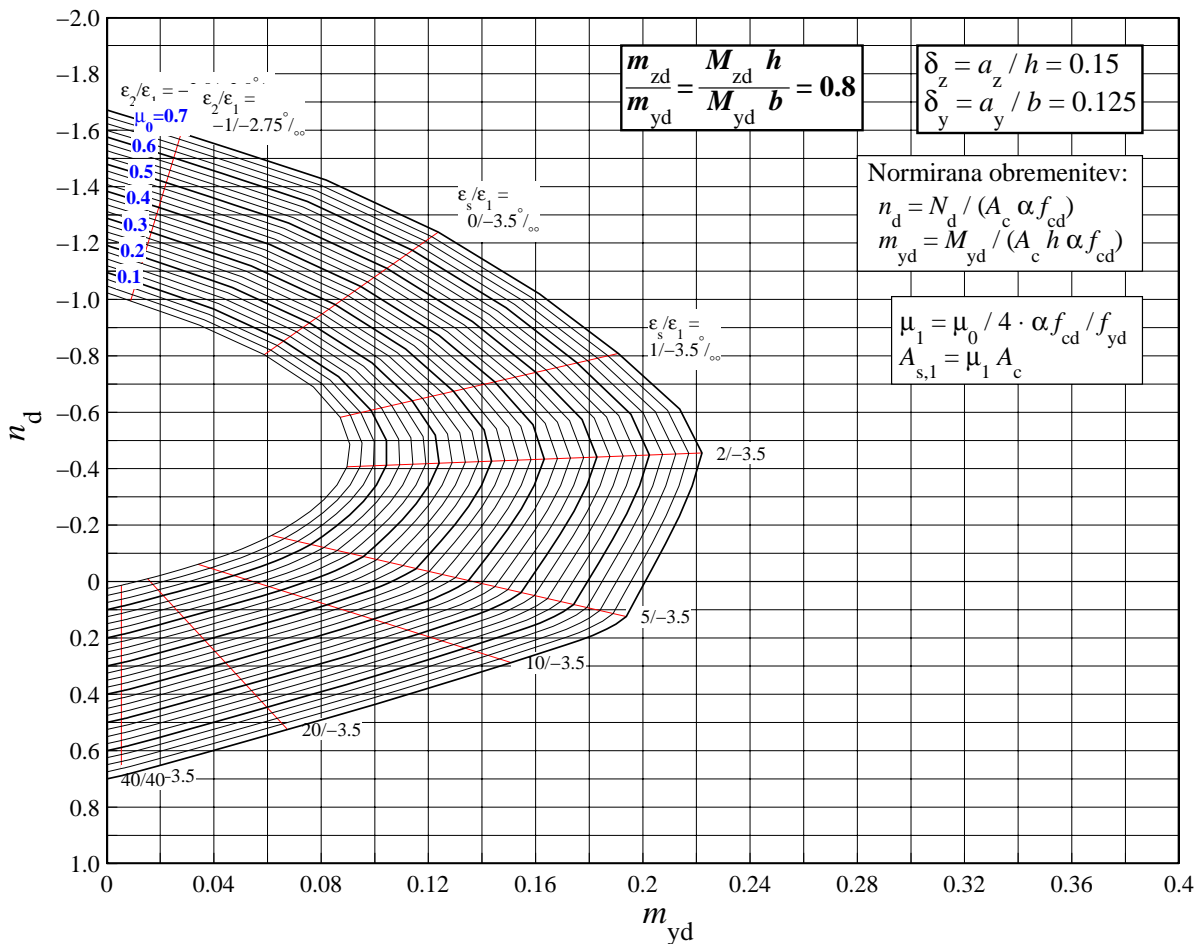
Slika 21: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.15, \delta_y = 0.125$, 4 palice.



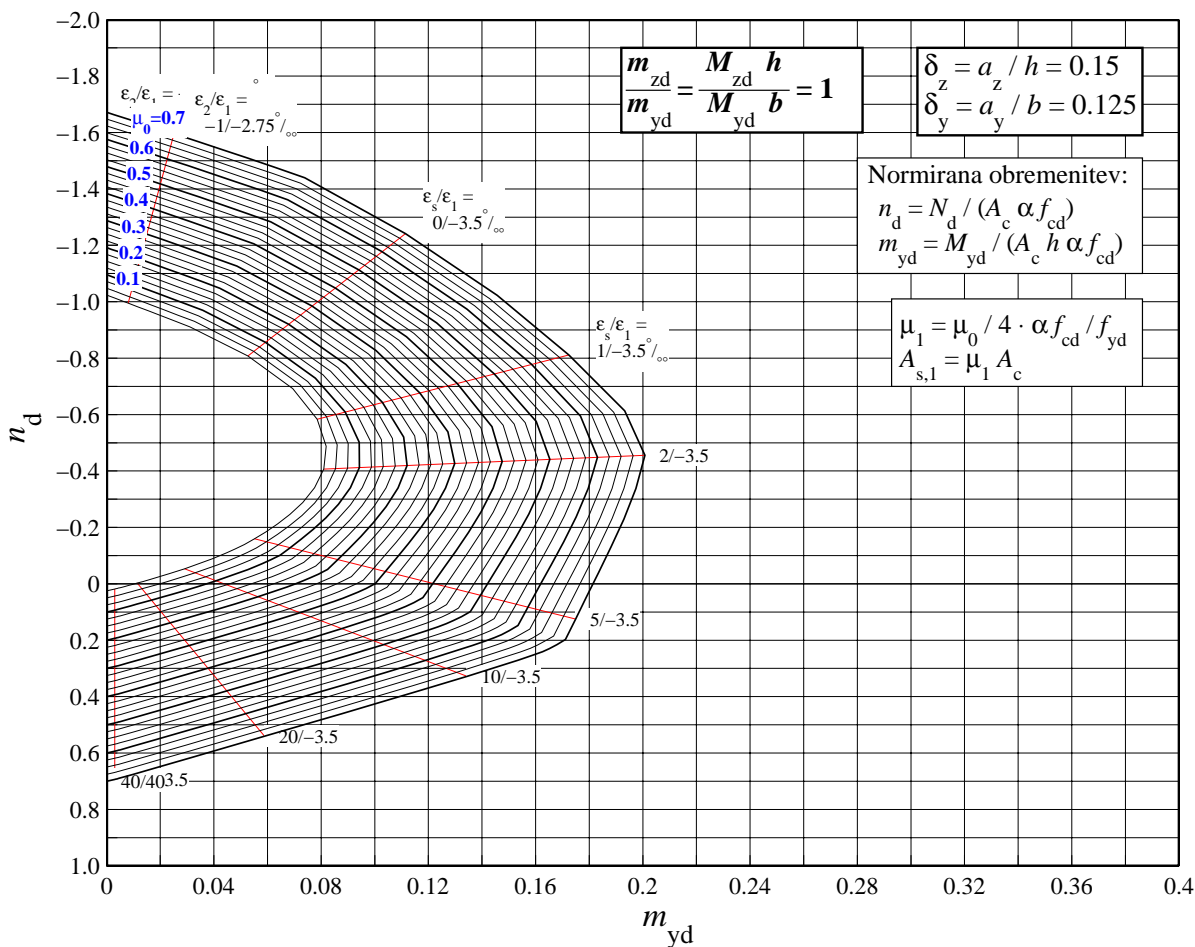
Slika 22: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.15$, $\delta_y = 0.125$, 4 palice.



Slika 23: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.15$, $\delta_y = 0.125$, 4 palice.

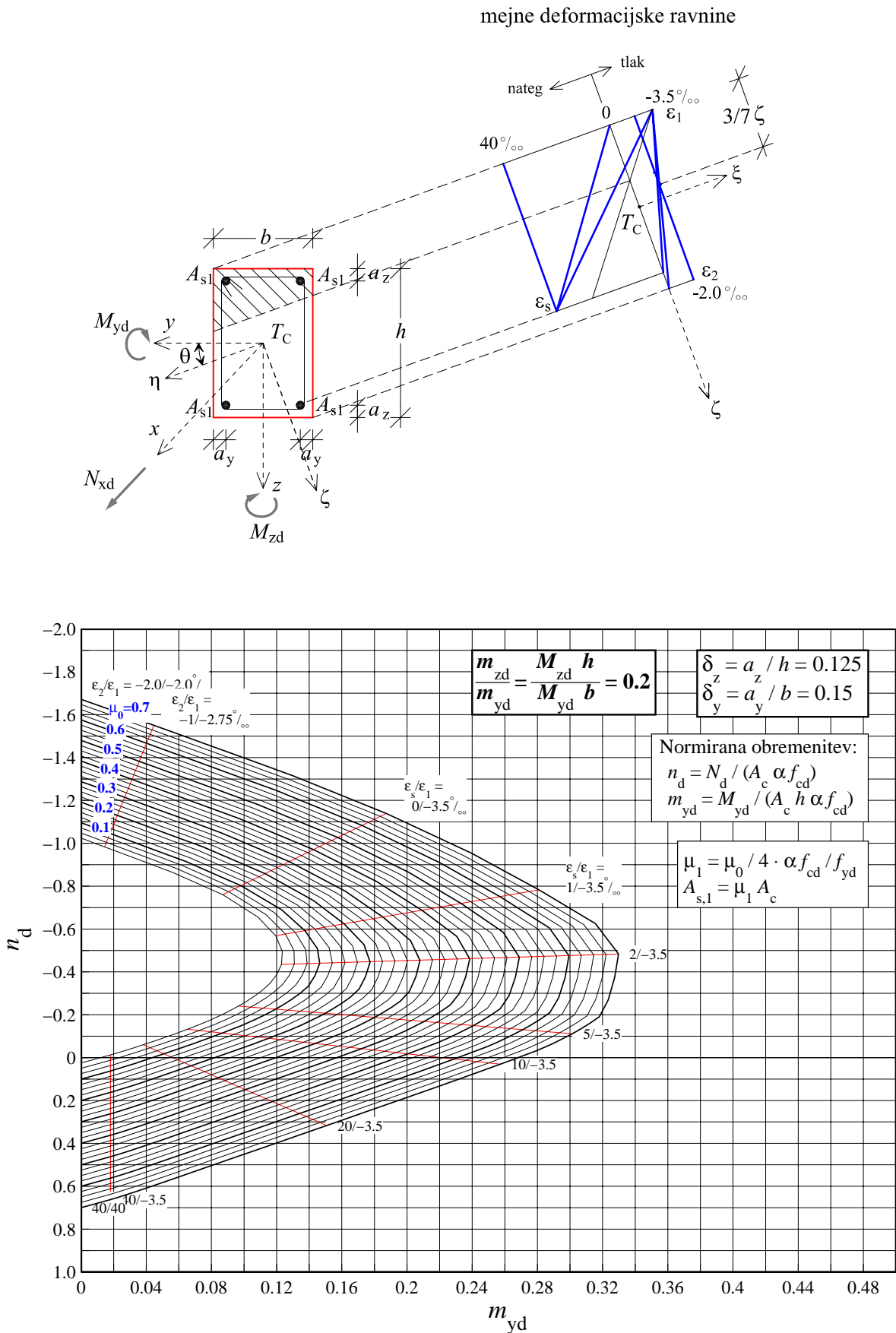


Slika 24: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.15$, $\delta_y = 0.125$, 4 palice.

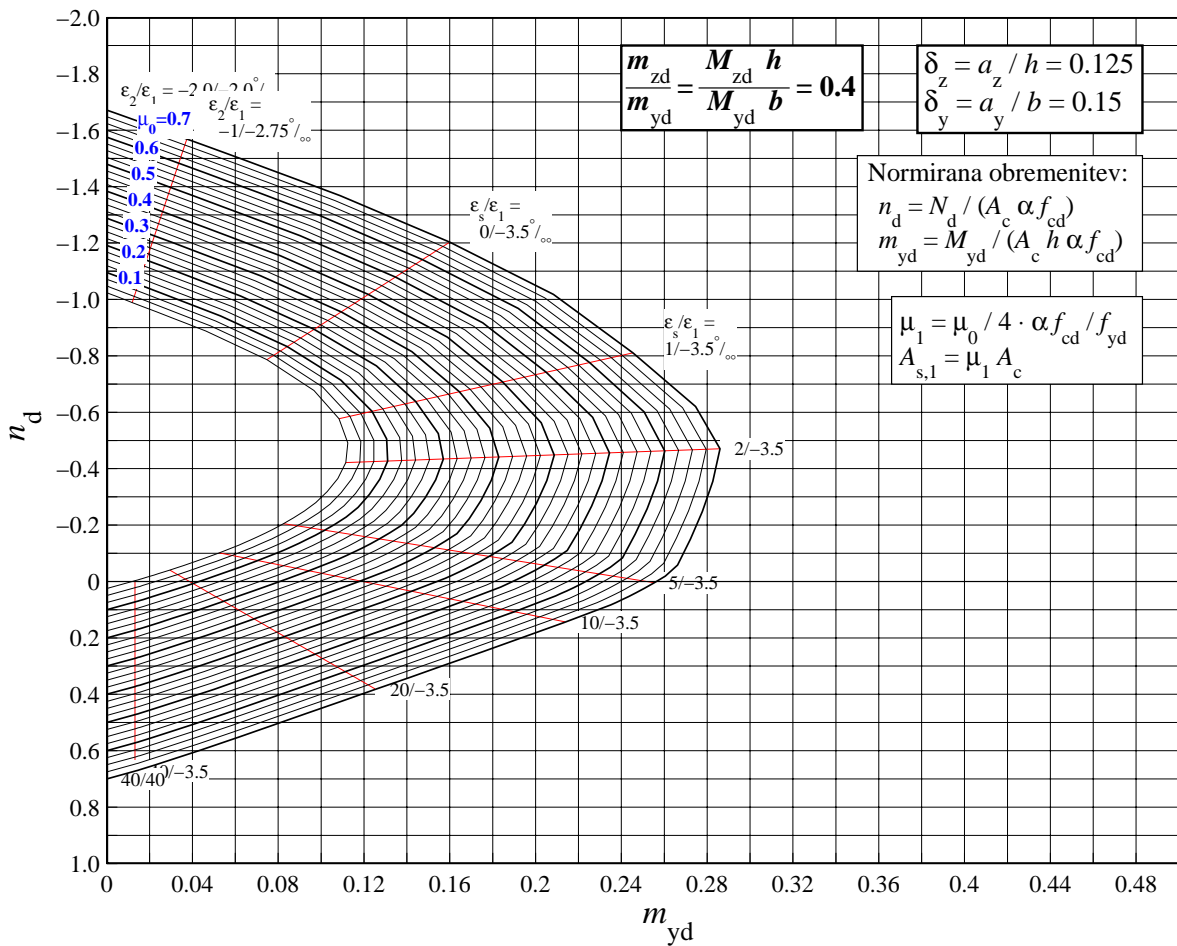


Slika 25: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.15$, $\delta_y = 0.125$, 4 palice.

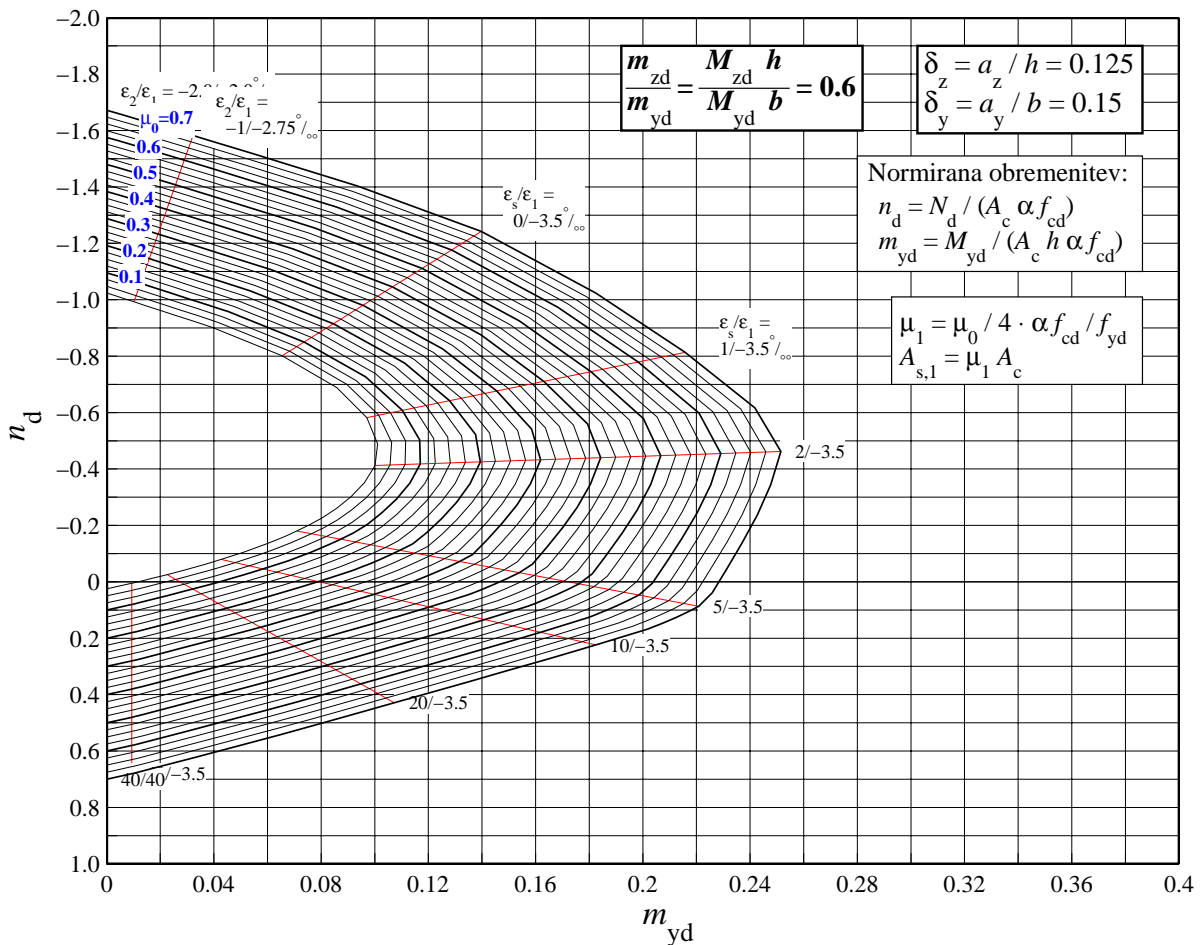
1.6 PRAVOKOTNI PREREZ, 4 palice ($\delta_z = 0.125, \delta_y = 0.15$), S400



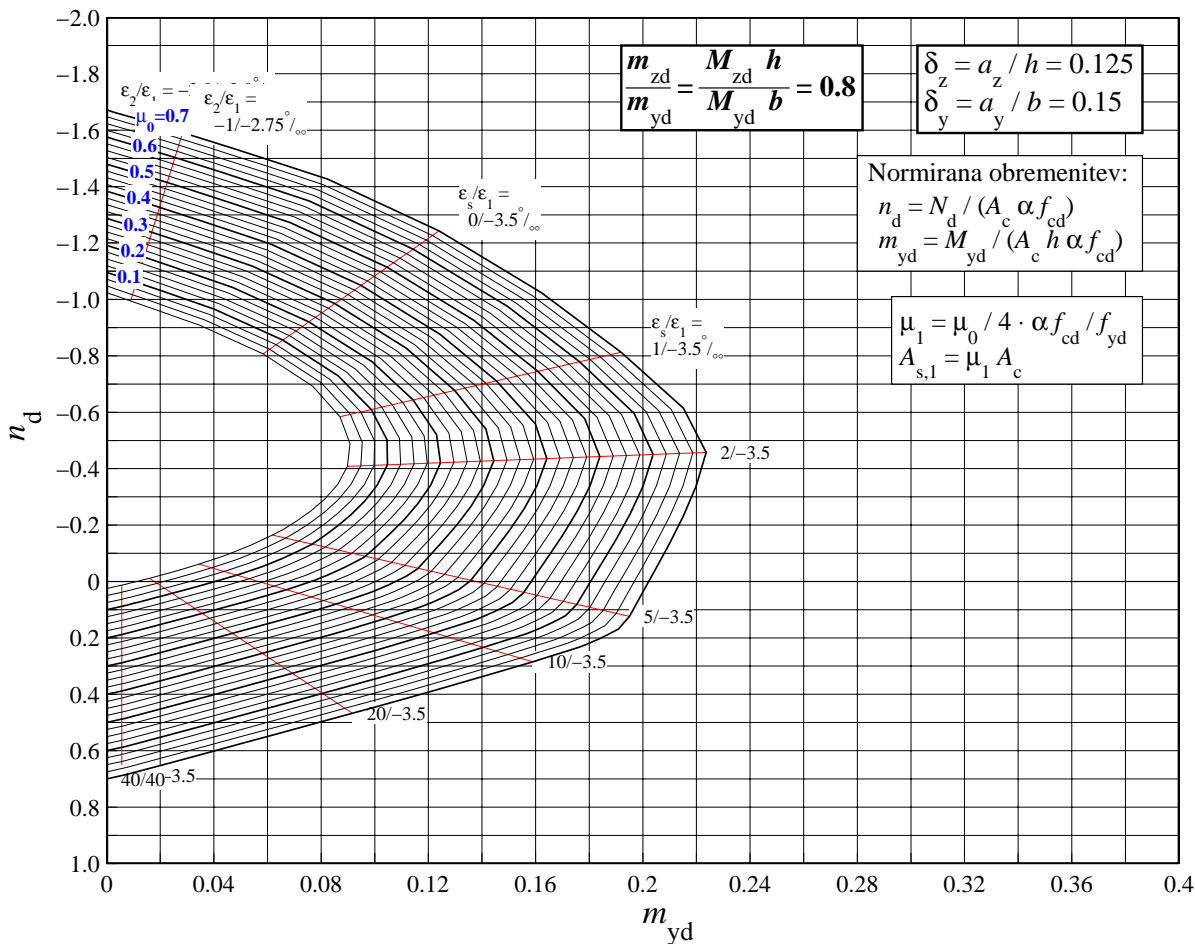
Slika 26: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.125, \delta_y = 0.15$, 4 palice.



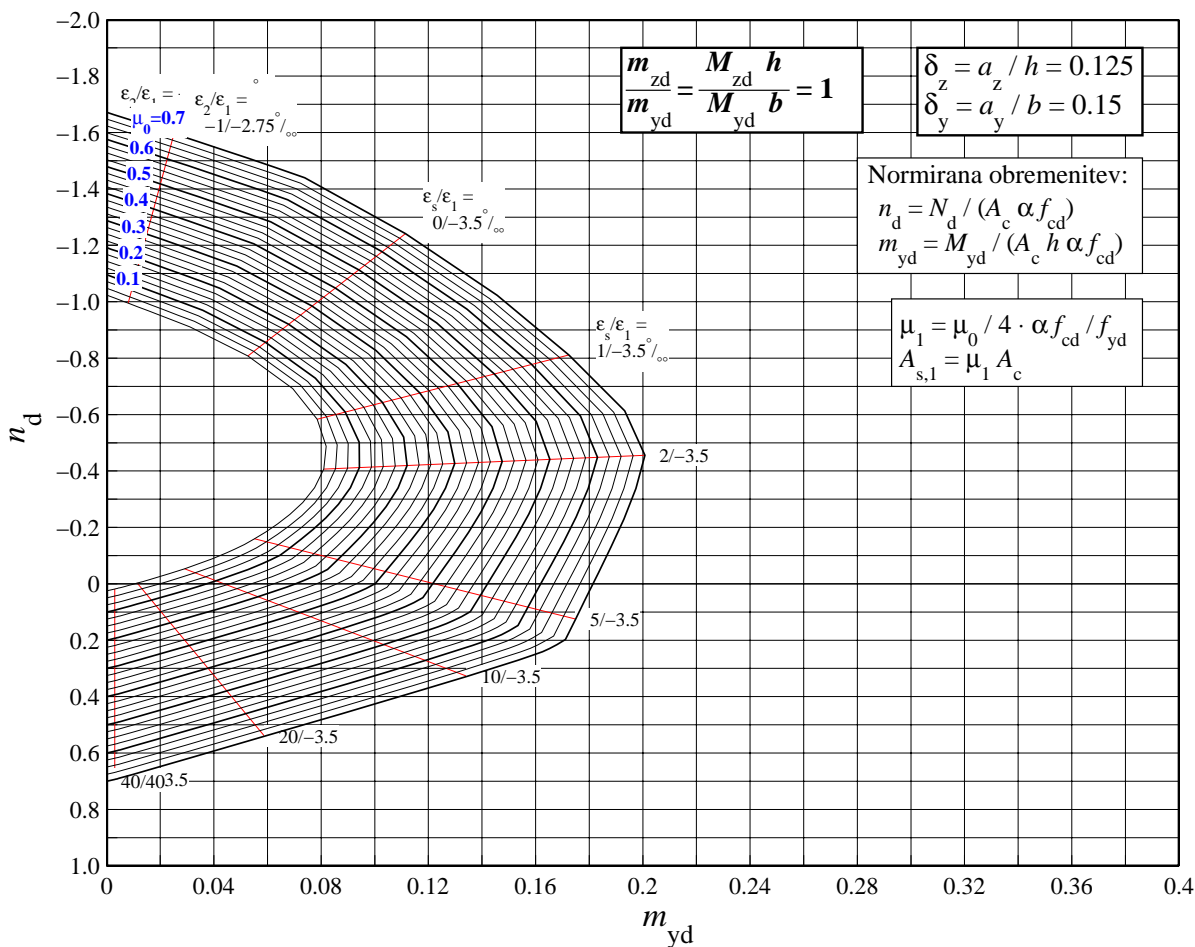
Slika 27: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.125$, $\delta_y = 0.15$, 4 palice.



Slika 28: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.125$, $\delta_y = 0.15$, 4 palice.

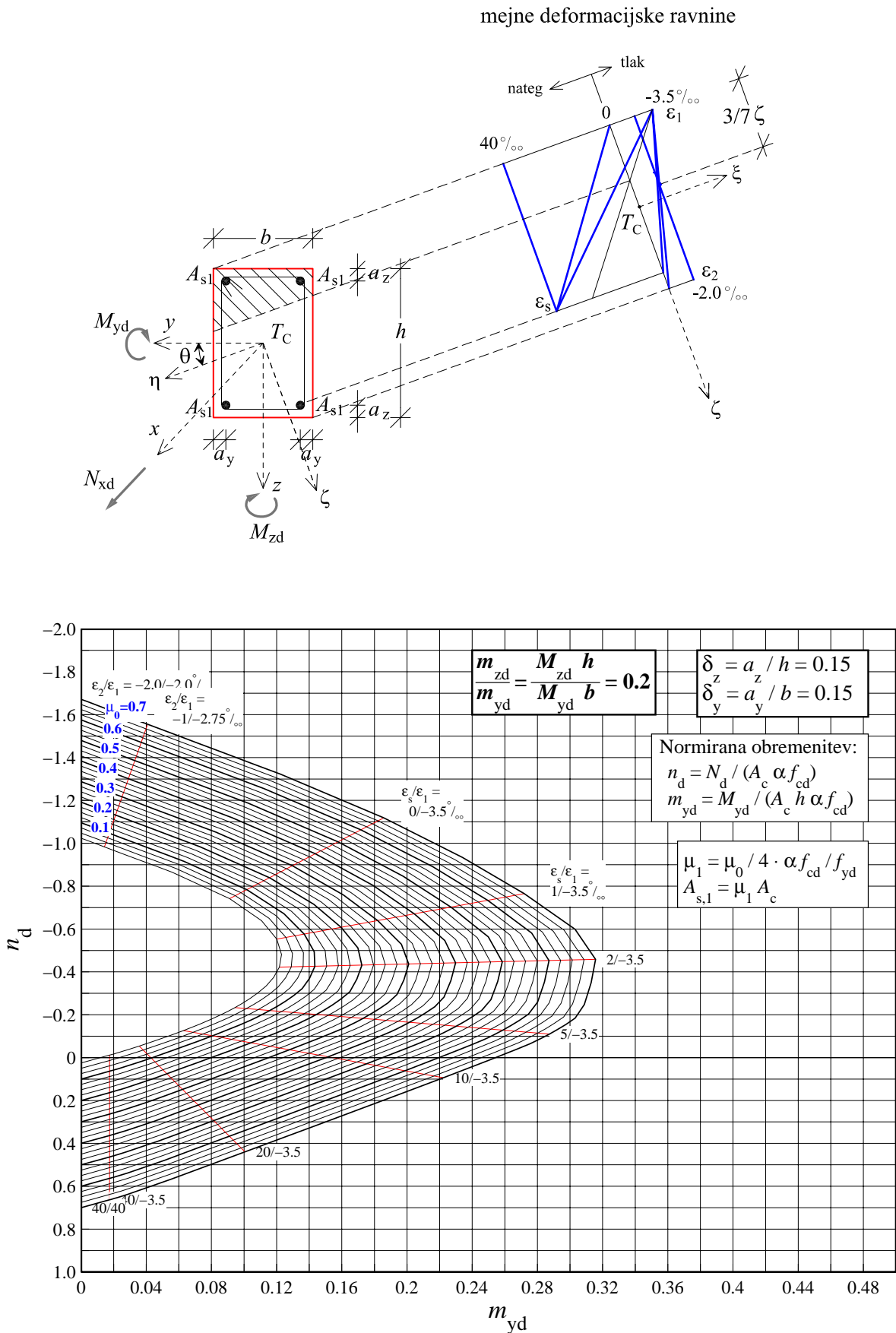


Slika 29: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.125$, $\delta_y = 0.15$, 4 palice.

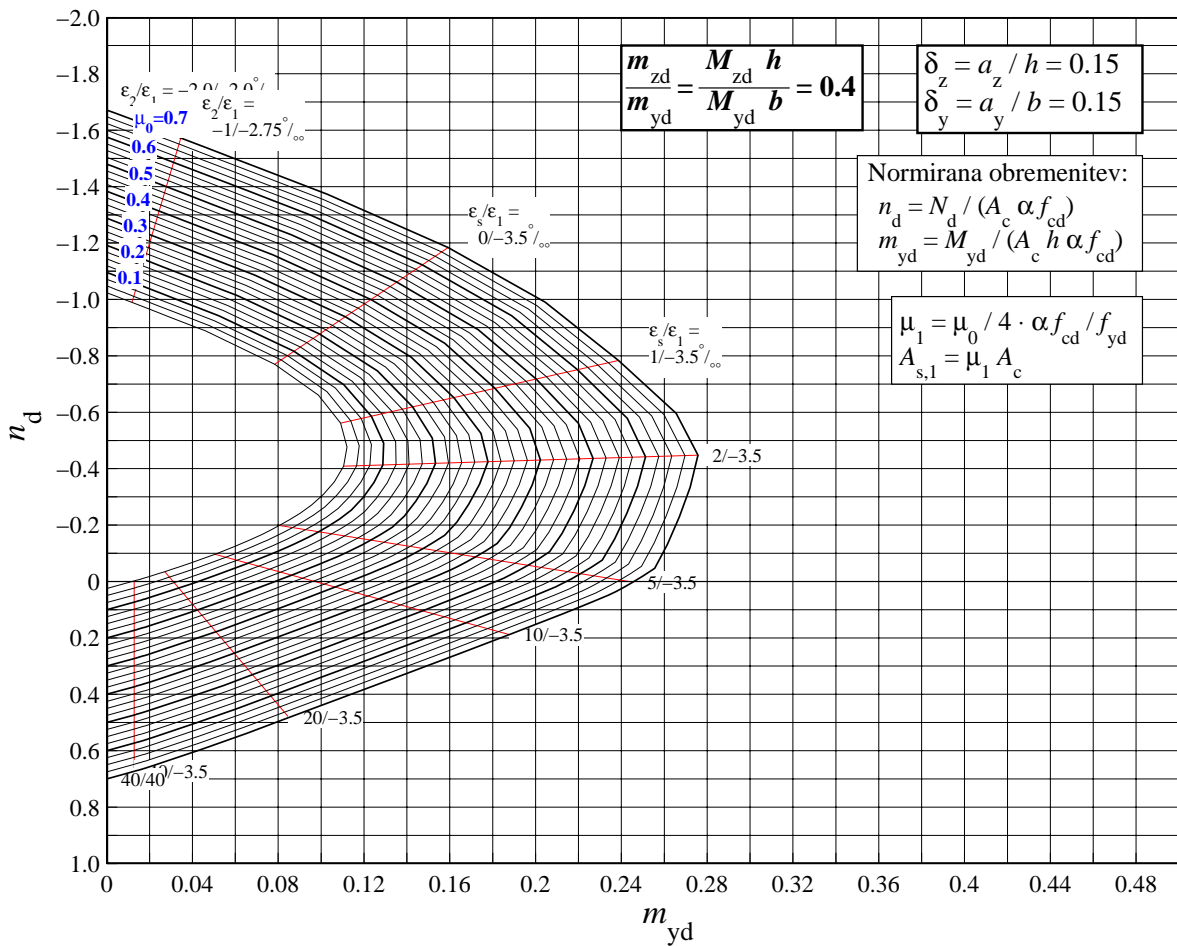


Slika 30: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.125$, $\delta_y = 0.15$, 4 palice.

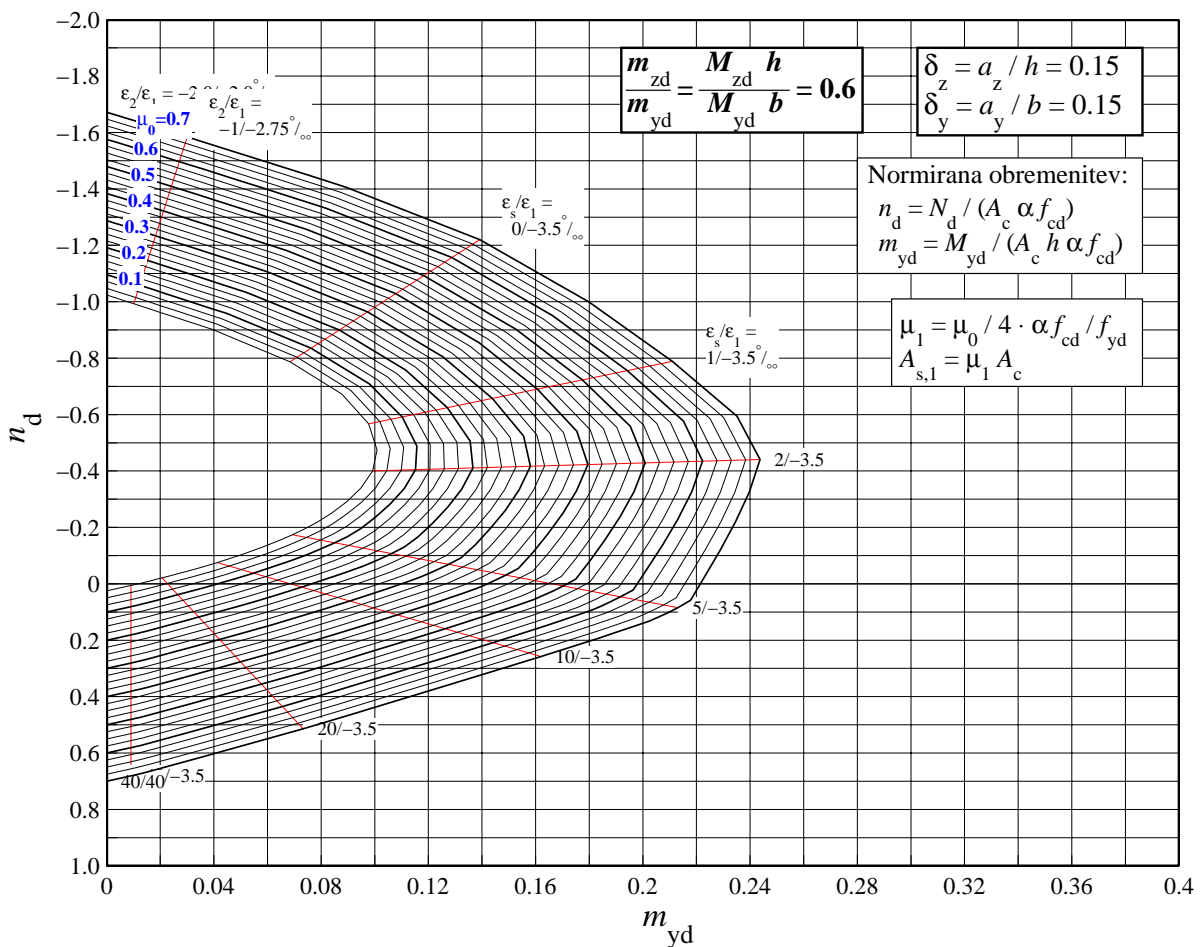
1.7 PRAVOKOTNI PREREZ, 4 palice ($\delta_z = 0.15, \delta_y = 0.15$), S400



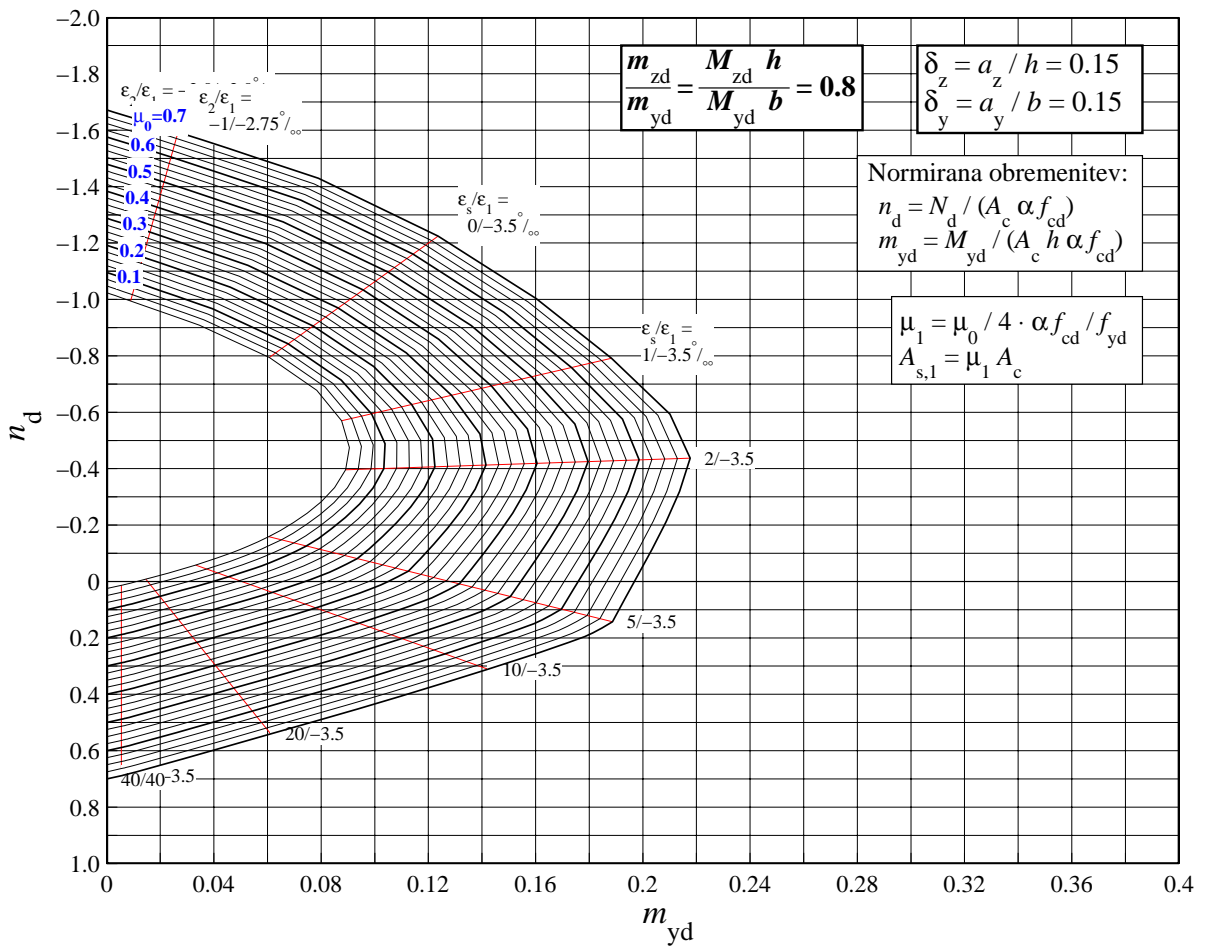
Slika 31: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.15, \delta_y = 0.15$, 4 palice.



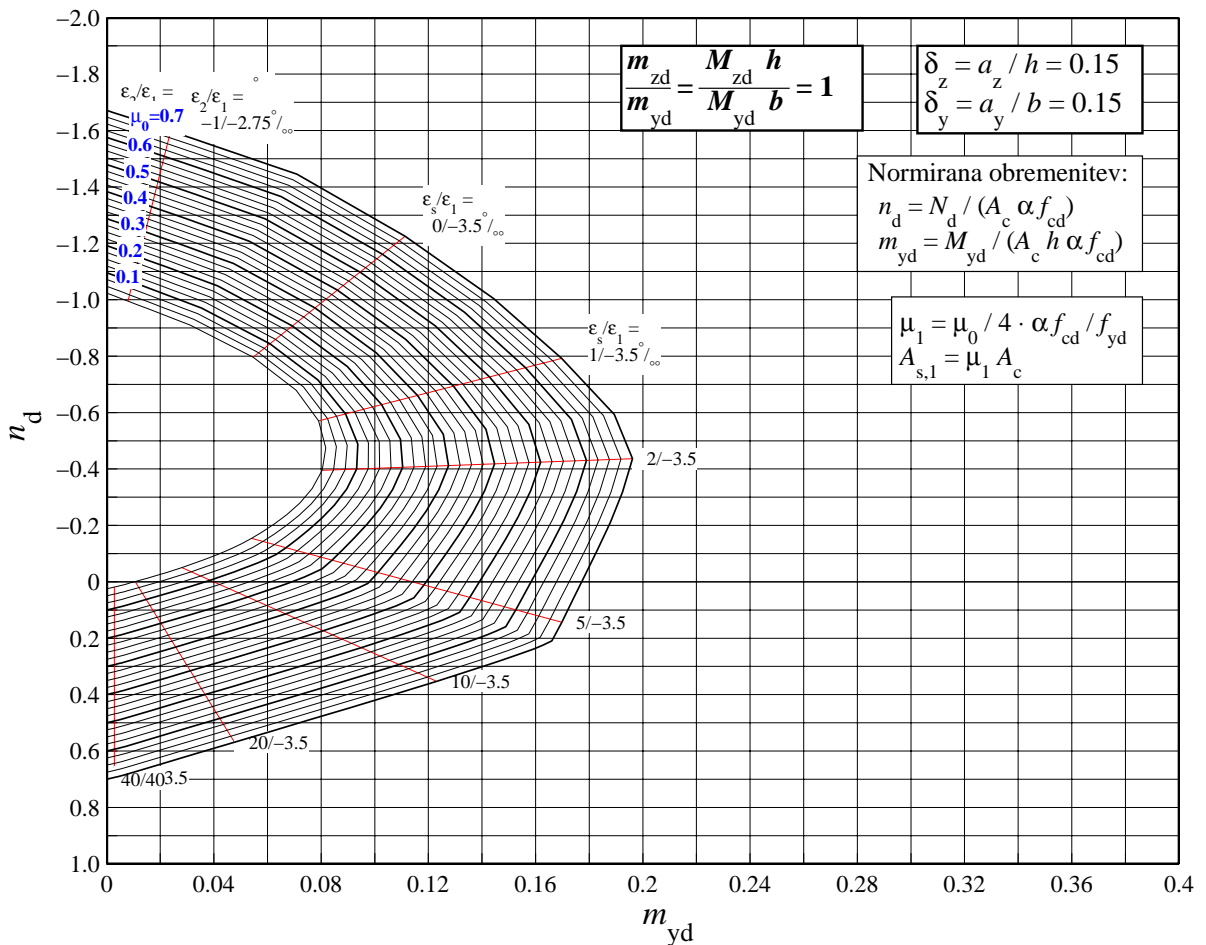
Slika 32: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.15$, $\delta_y = 0.15$, 4 palice.



Slika 33: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.15$, $\delta_y = 0.15$, 4 palice.

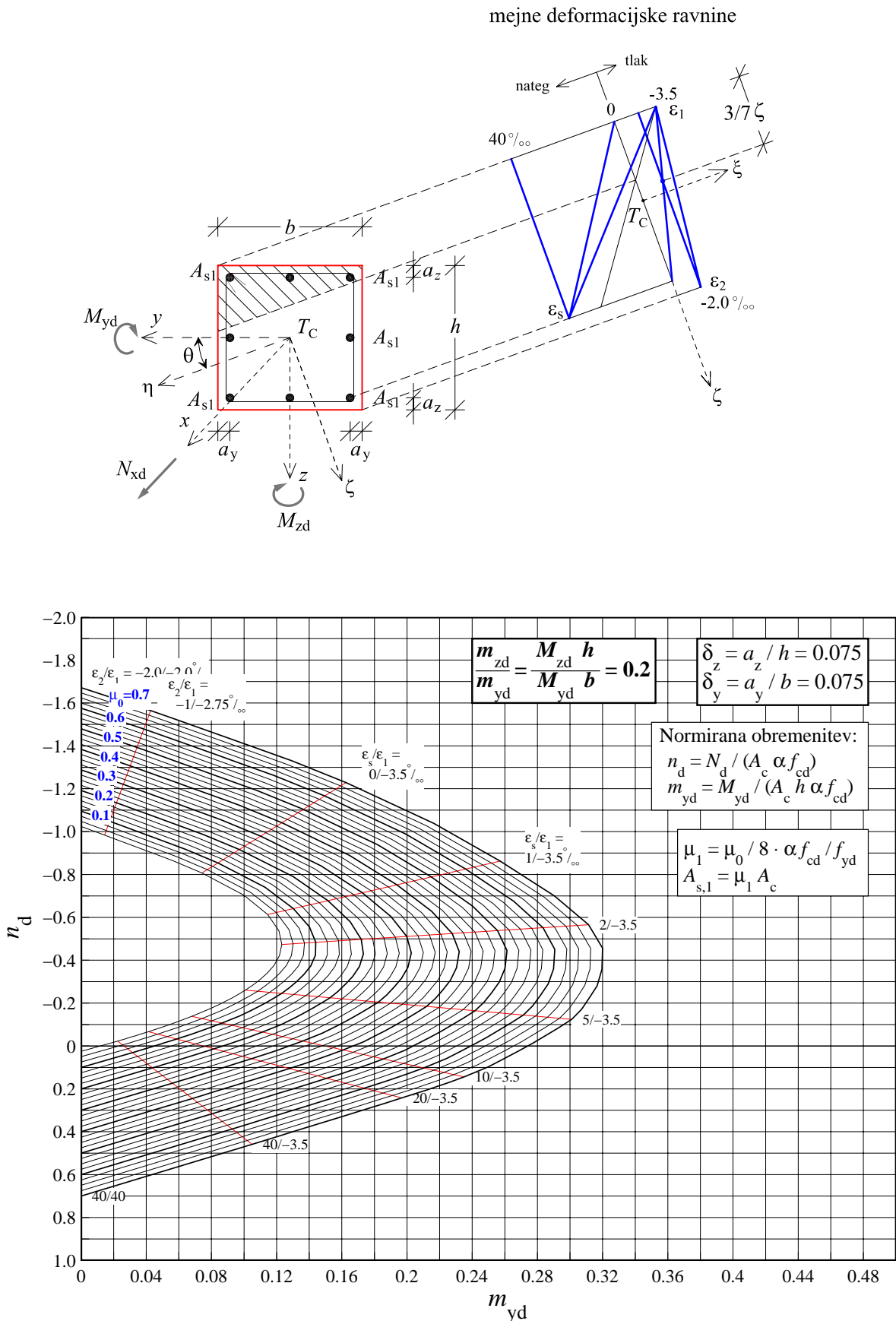


Slika 34: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.15$, $\delta_y = 0.15$, 4 palice.

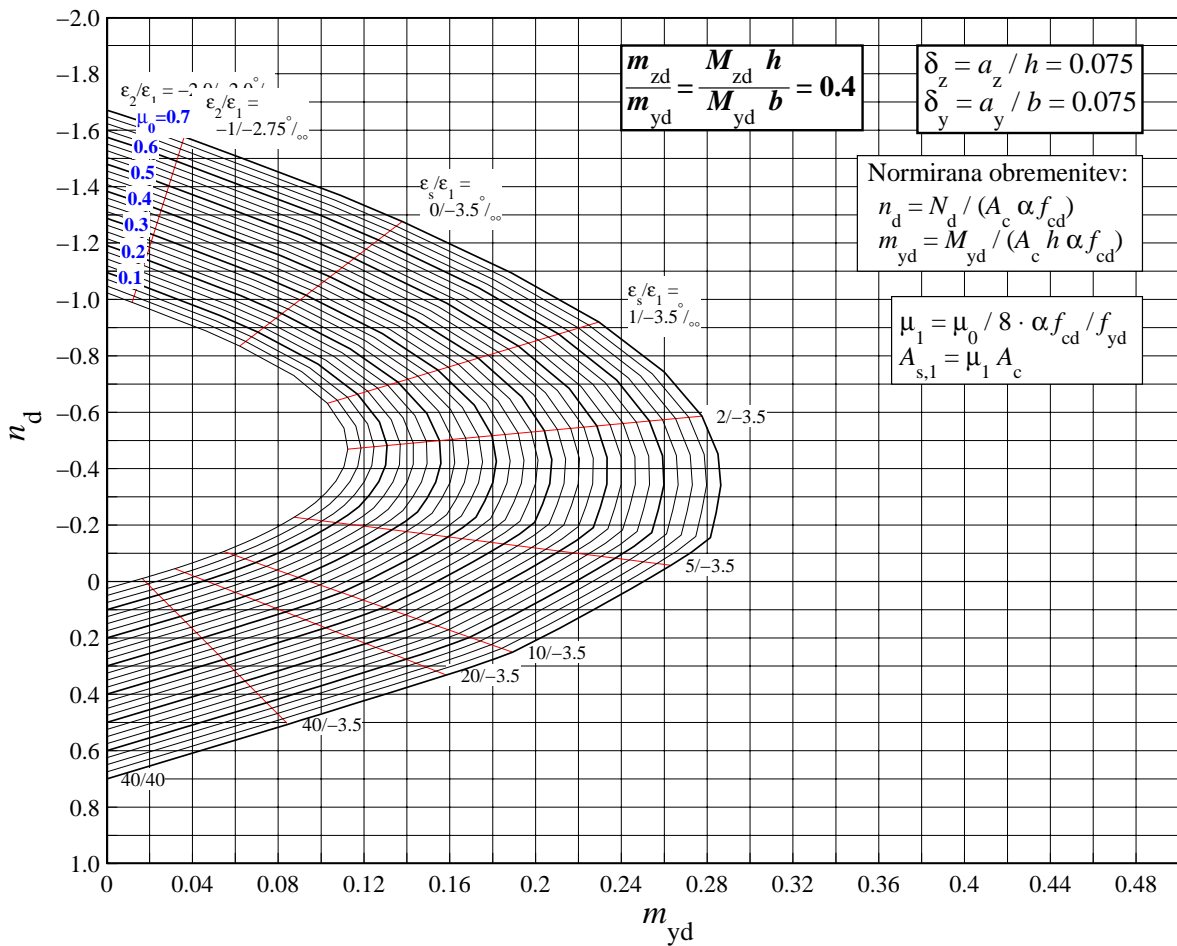


Slika 35: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.15$, $\delta_y = 0.15$, 4 palice.

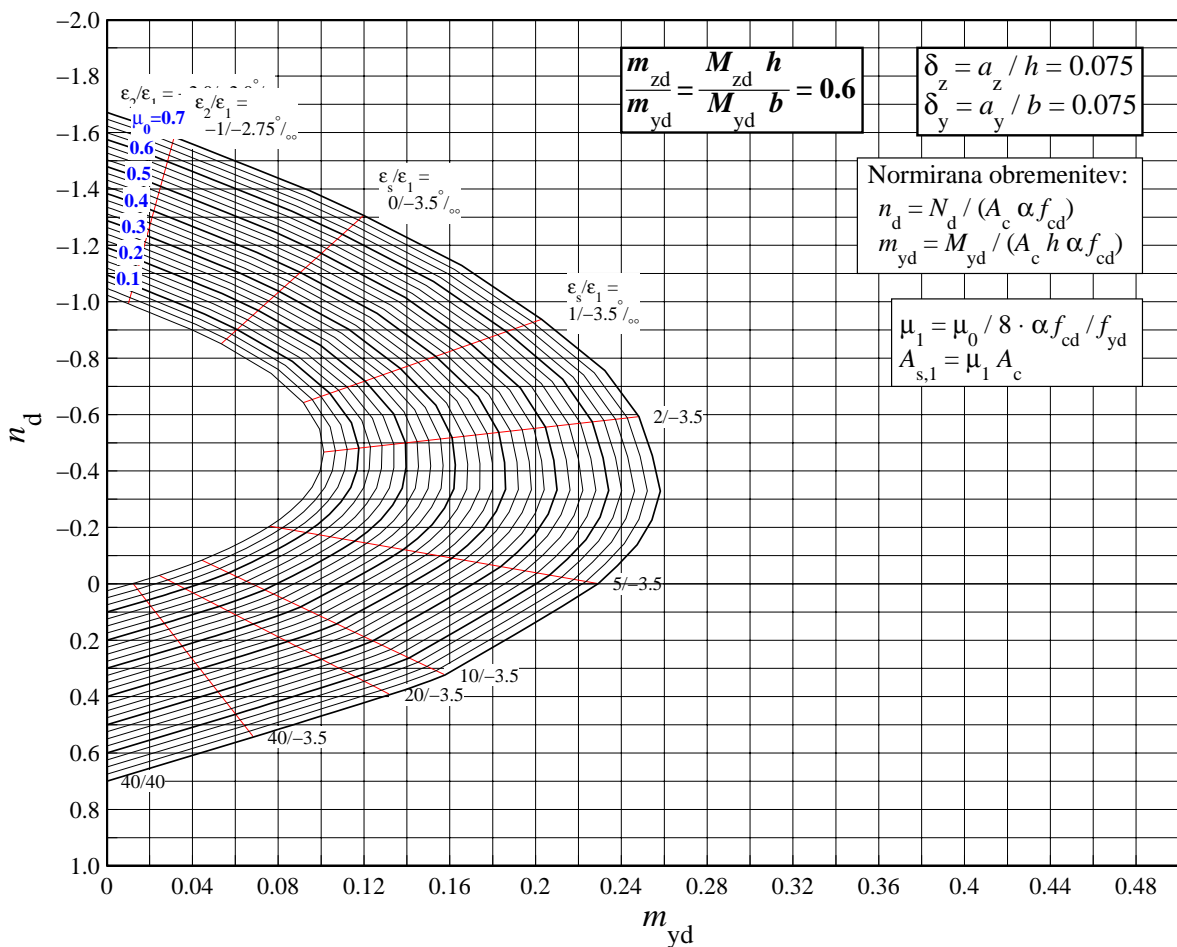
1.8 PRAVOKOTNI PREREZ, 8 palic ($\delta_z = 0.075, \delta_y = 0.075$), S400



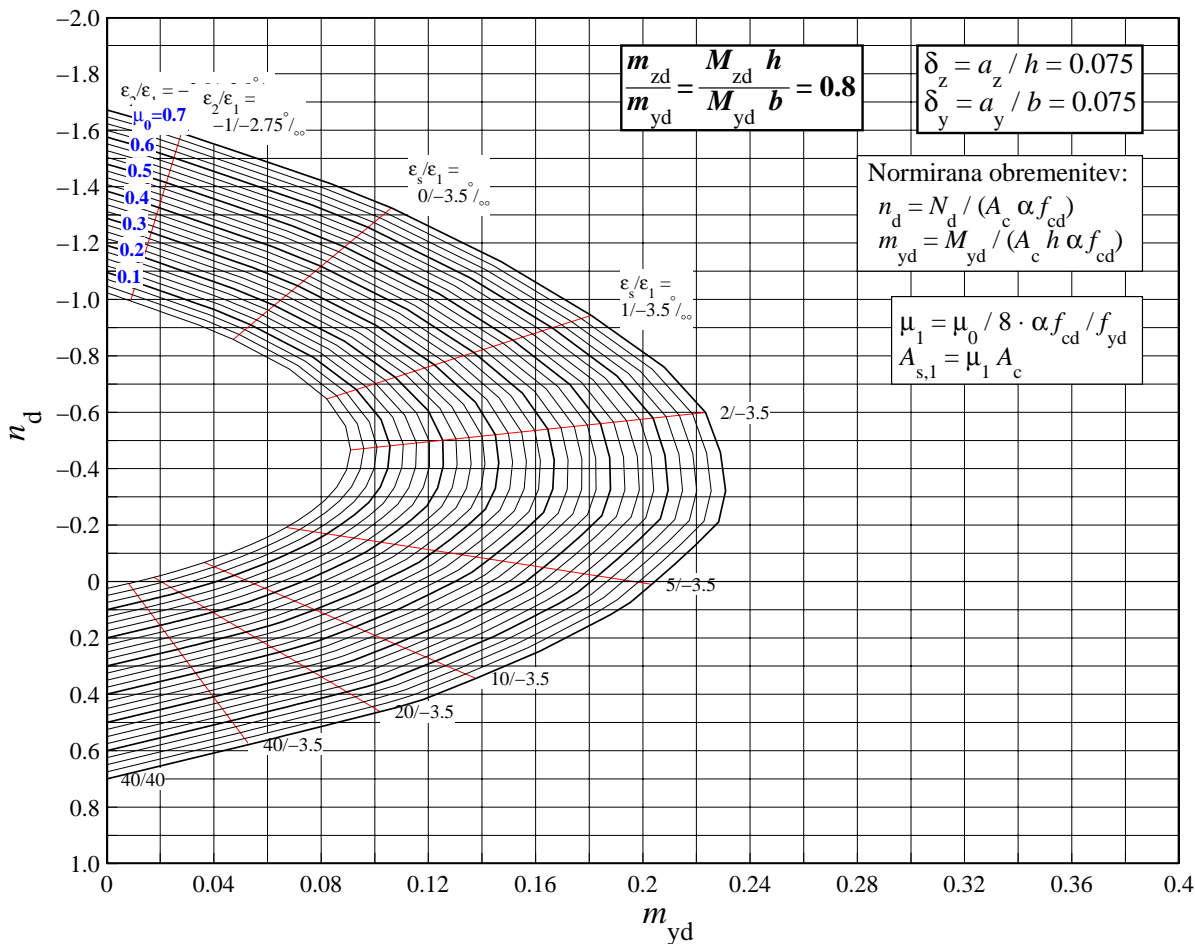
Slika 36: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.075, \delta_y = 0.075$, 8 palic.



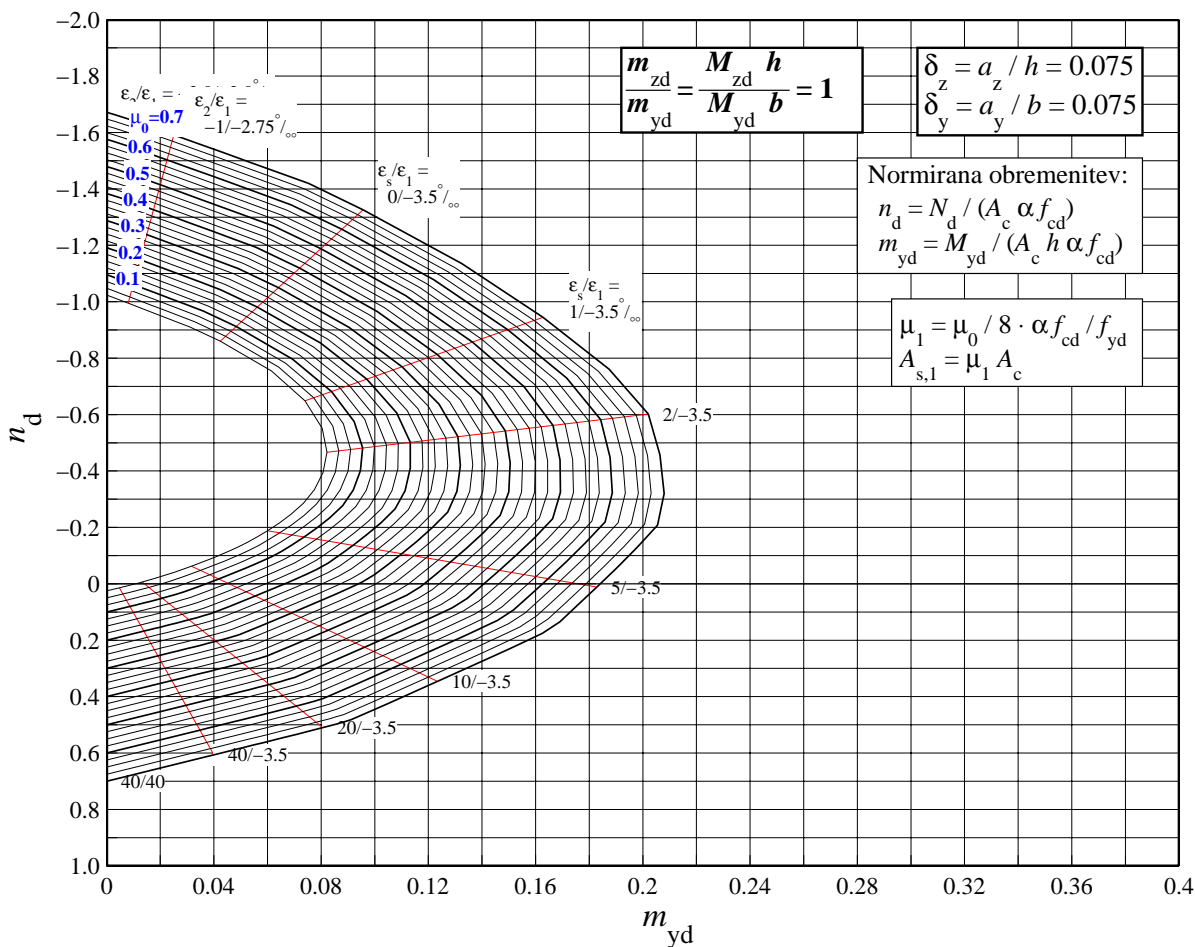
Slika 37: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.075$, $\delta_y = 0.075$, 8 palic.



Slika 38: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.075$, $\delta_y = 0.075$, 8 palic.

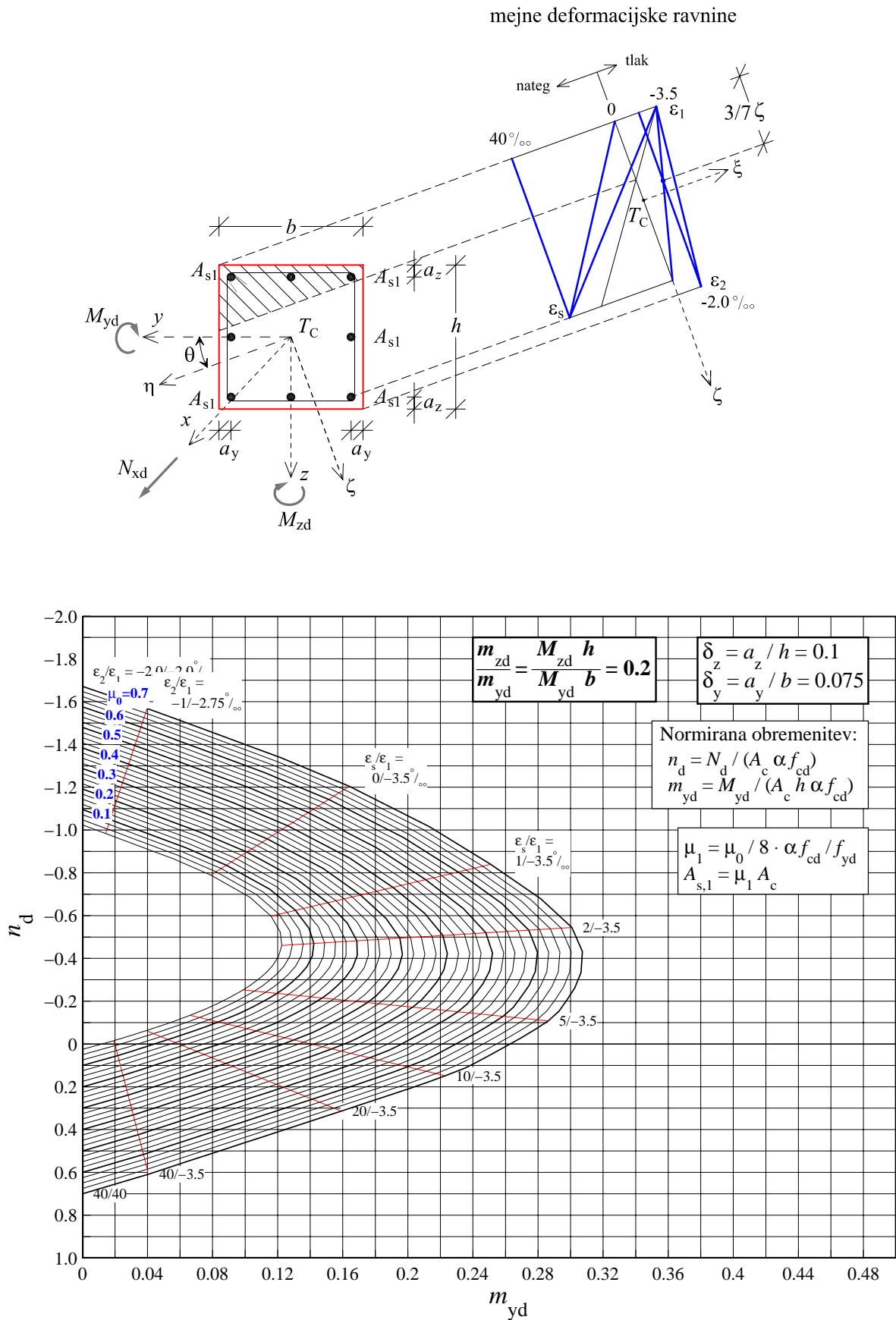


Slika 39: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.075$, $\delta_y = 0.075$, 8 palic.

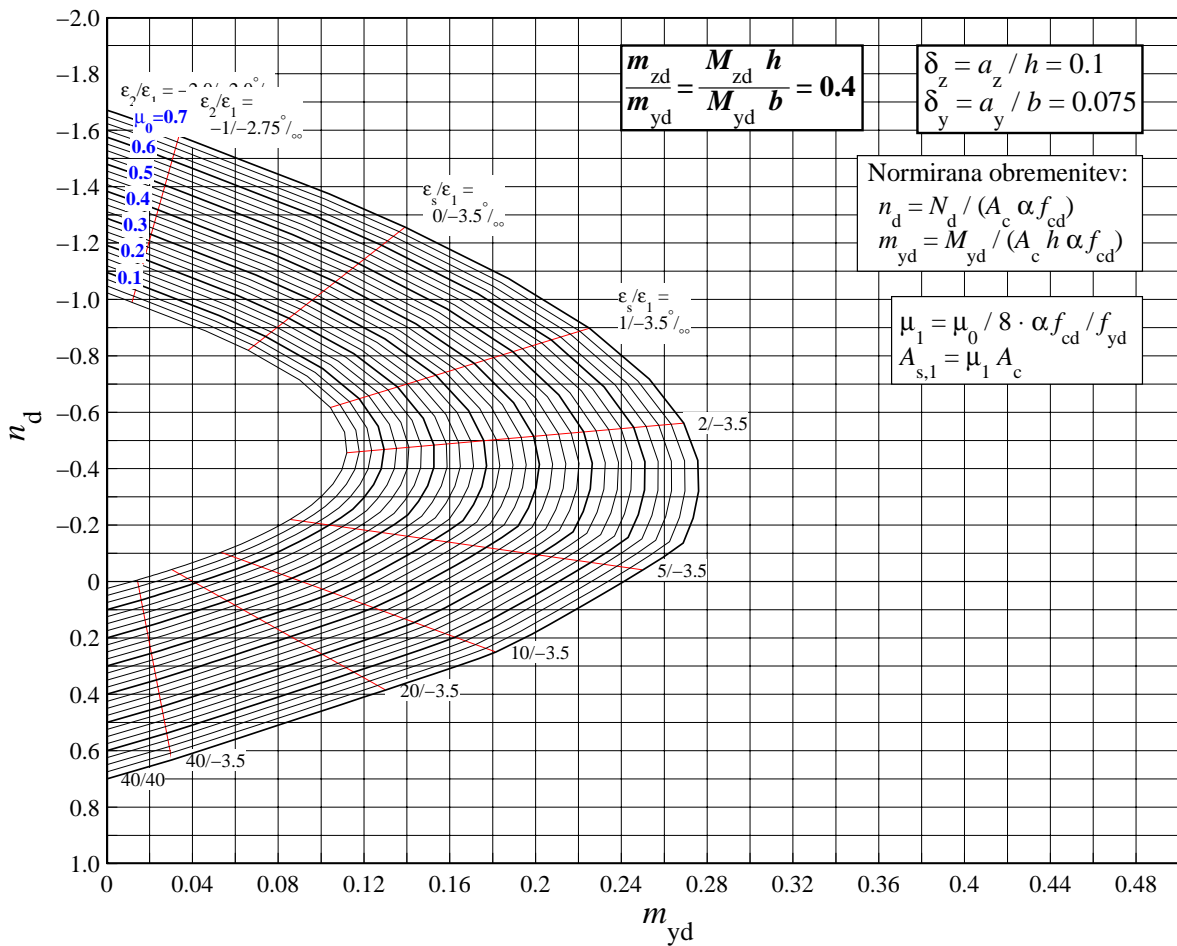


Slika 40: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.075$, $\delta_y = 0.075$, 8 palic.

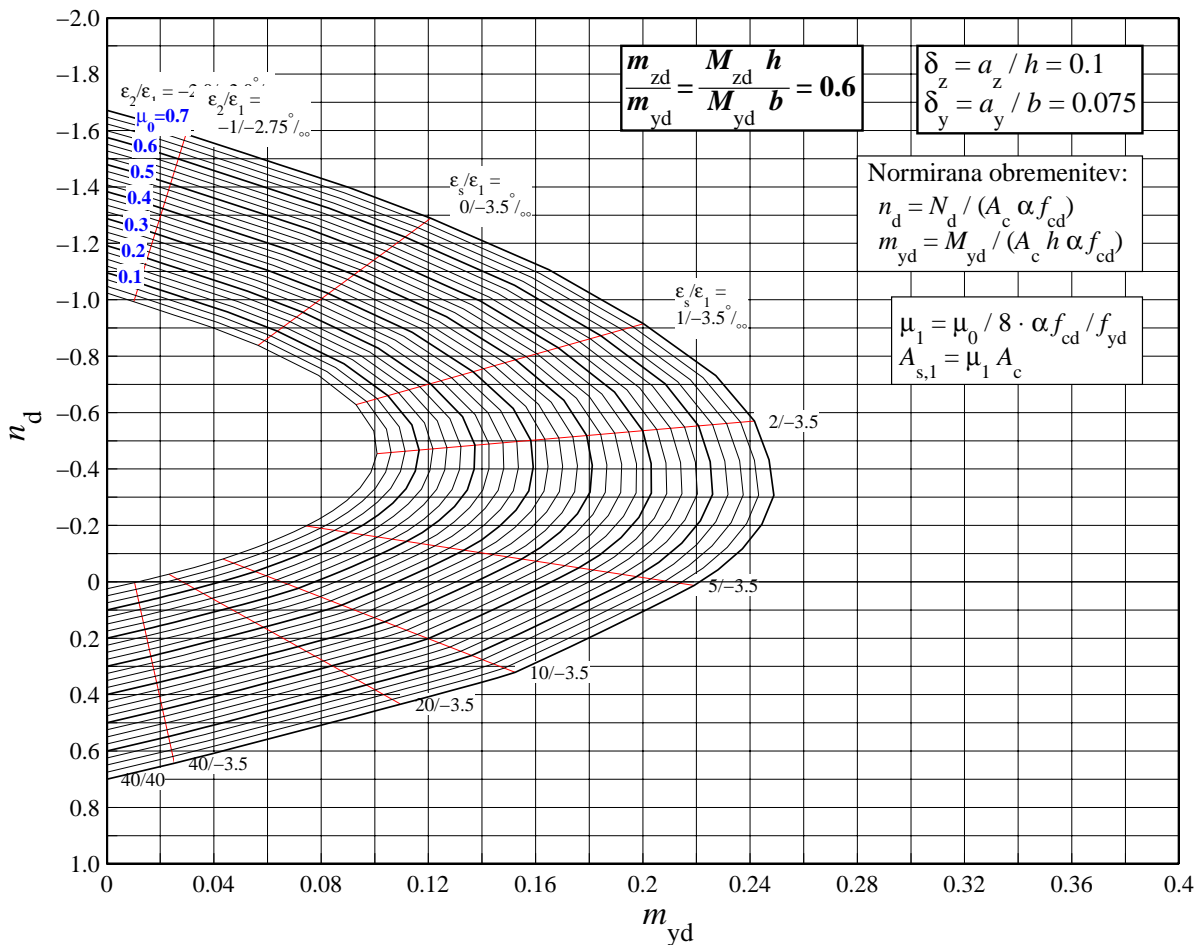
1.9 PRAVOKOTNI PREREZ, 8 palic ($\delta_z = 0.1, \delta_y = 0.075$), S400



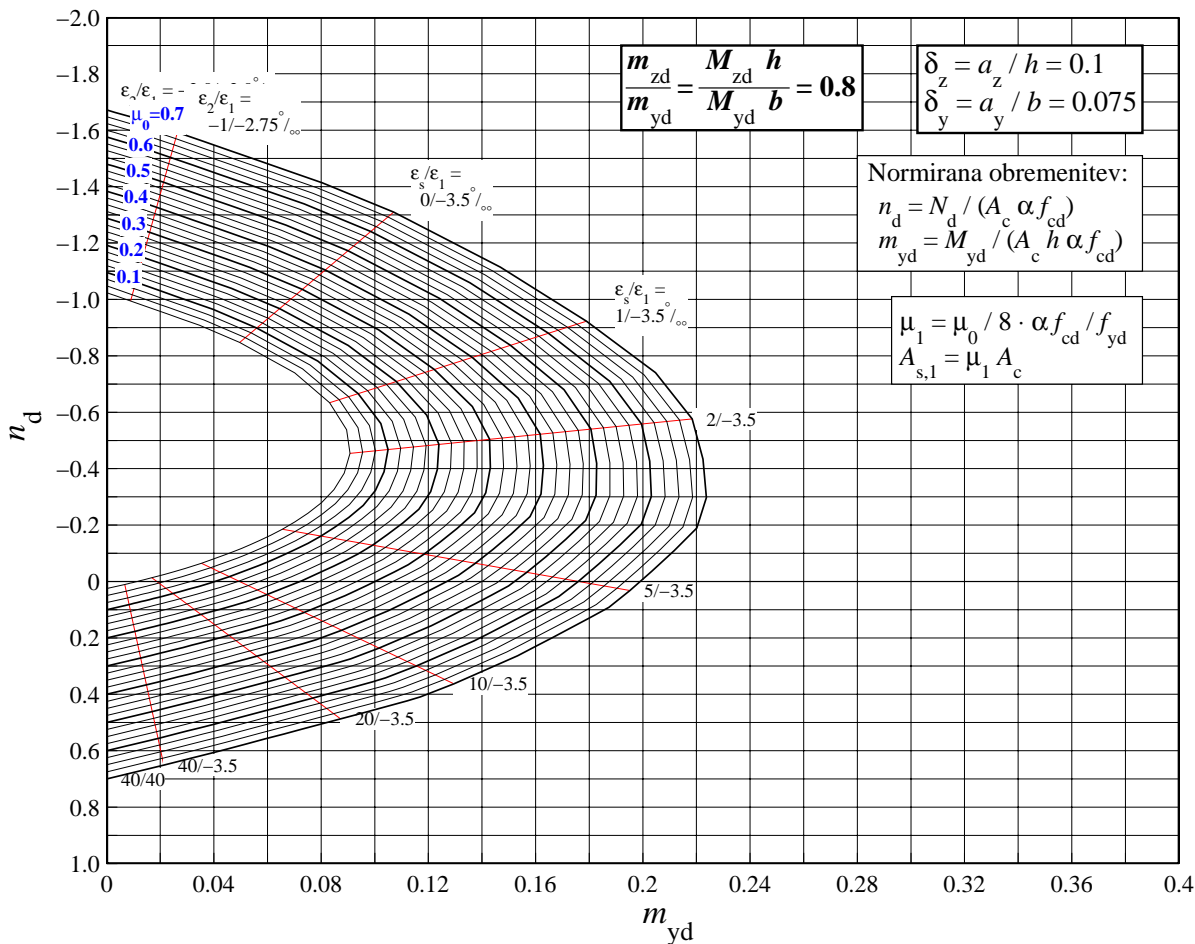
Slika 41: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1, \delta_y = 0.075$, 8 palic.



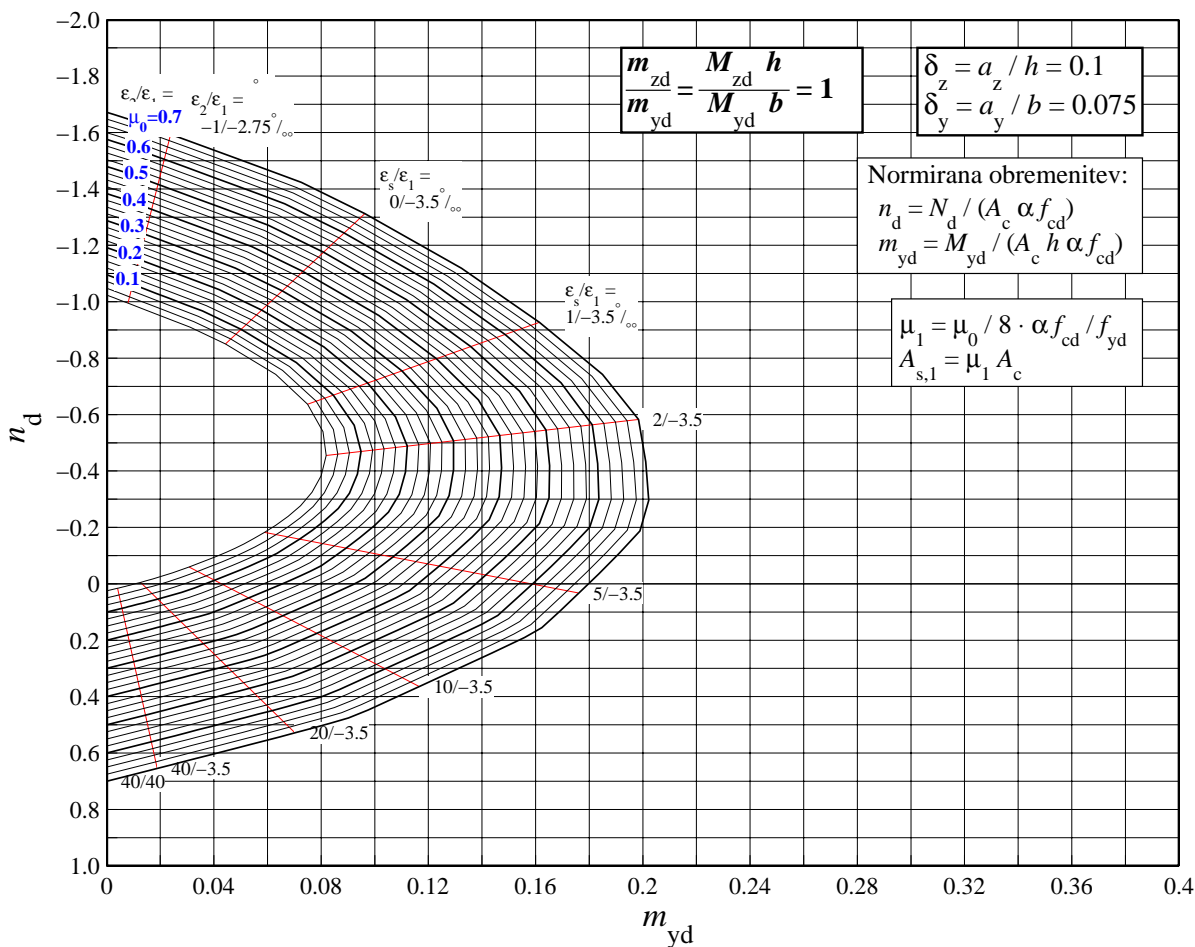
Slika 42: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.075$, 8 palic.



Slika 43: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.075$, 8 palic.

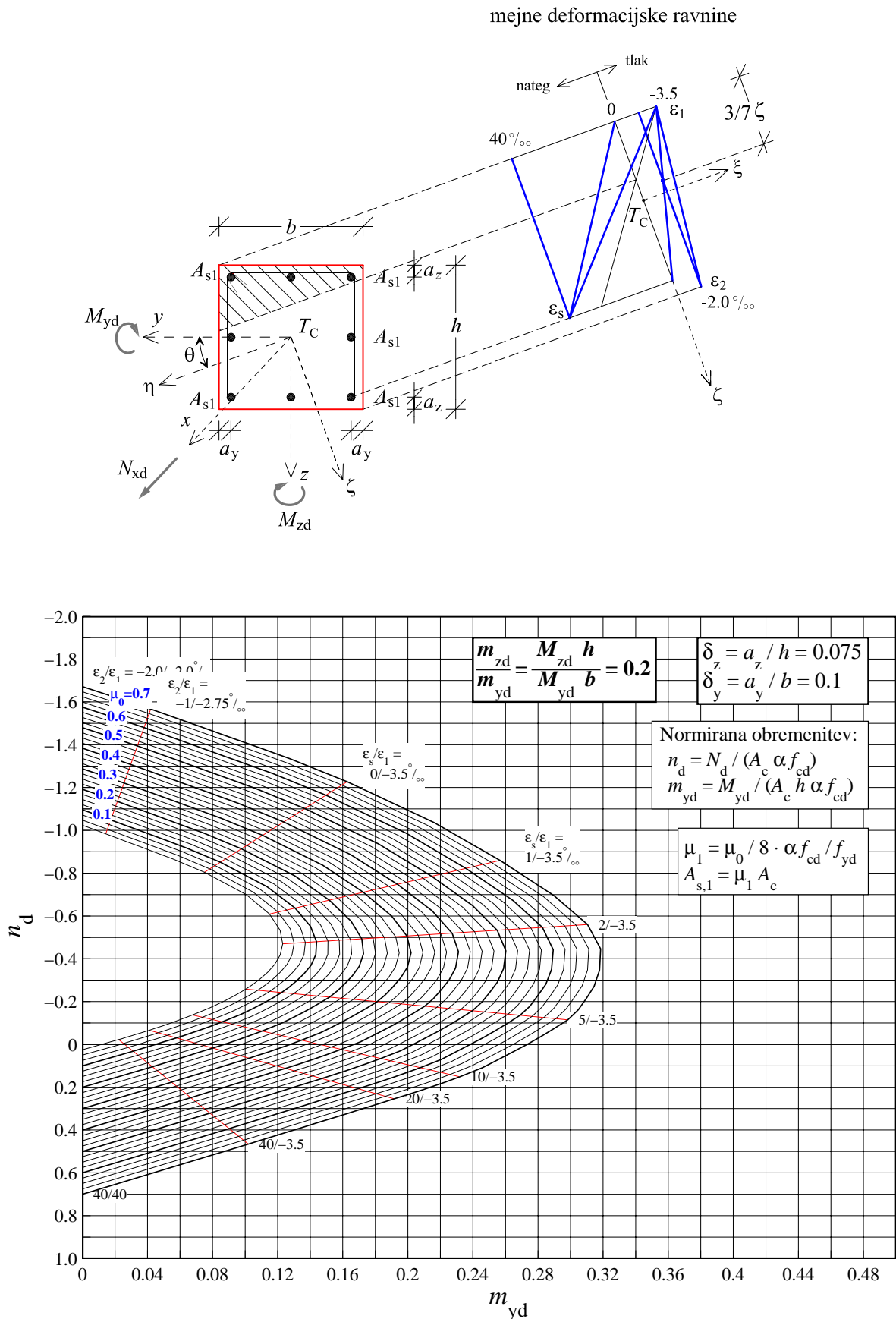


Slika 44: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.075$, 8 palic.

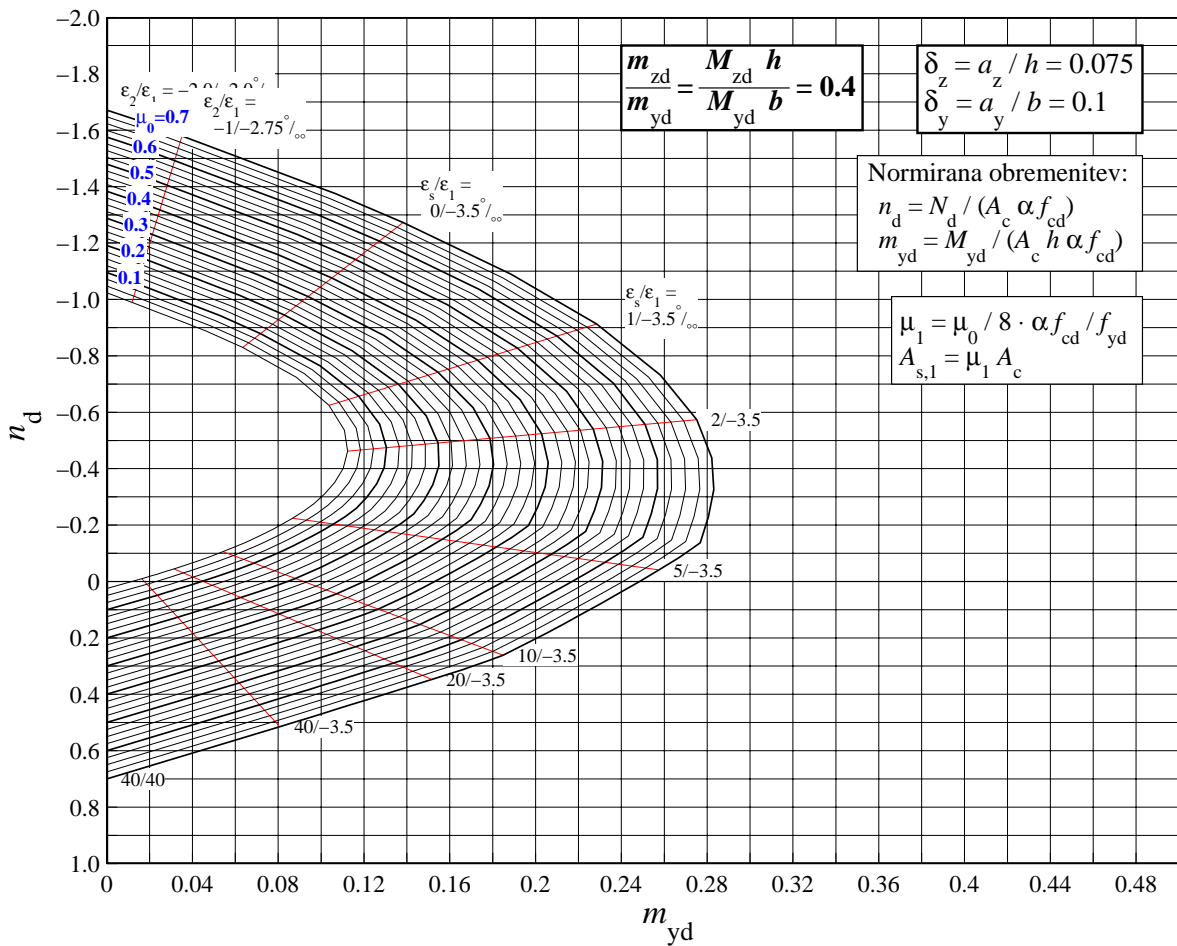


Slika 45: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.075$, 8 palic.

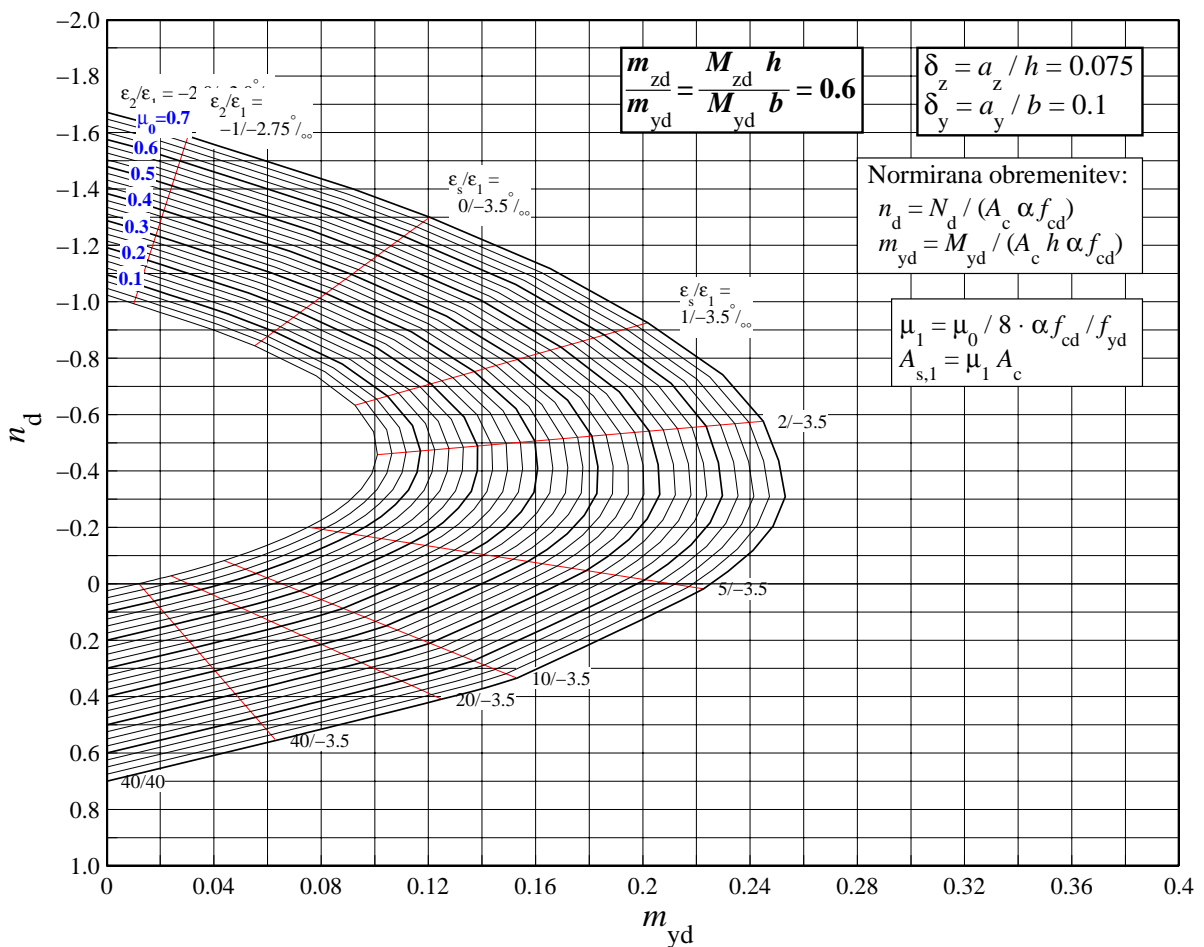
1.10 PRAVOKOTNI PREREZ, 8 palic ($\delta_z = 0.075, \delta_y = 0.1$), S400



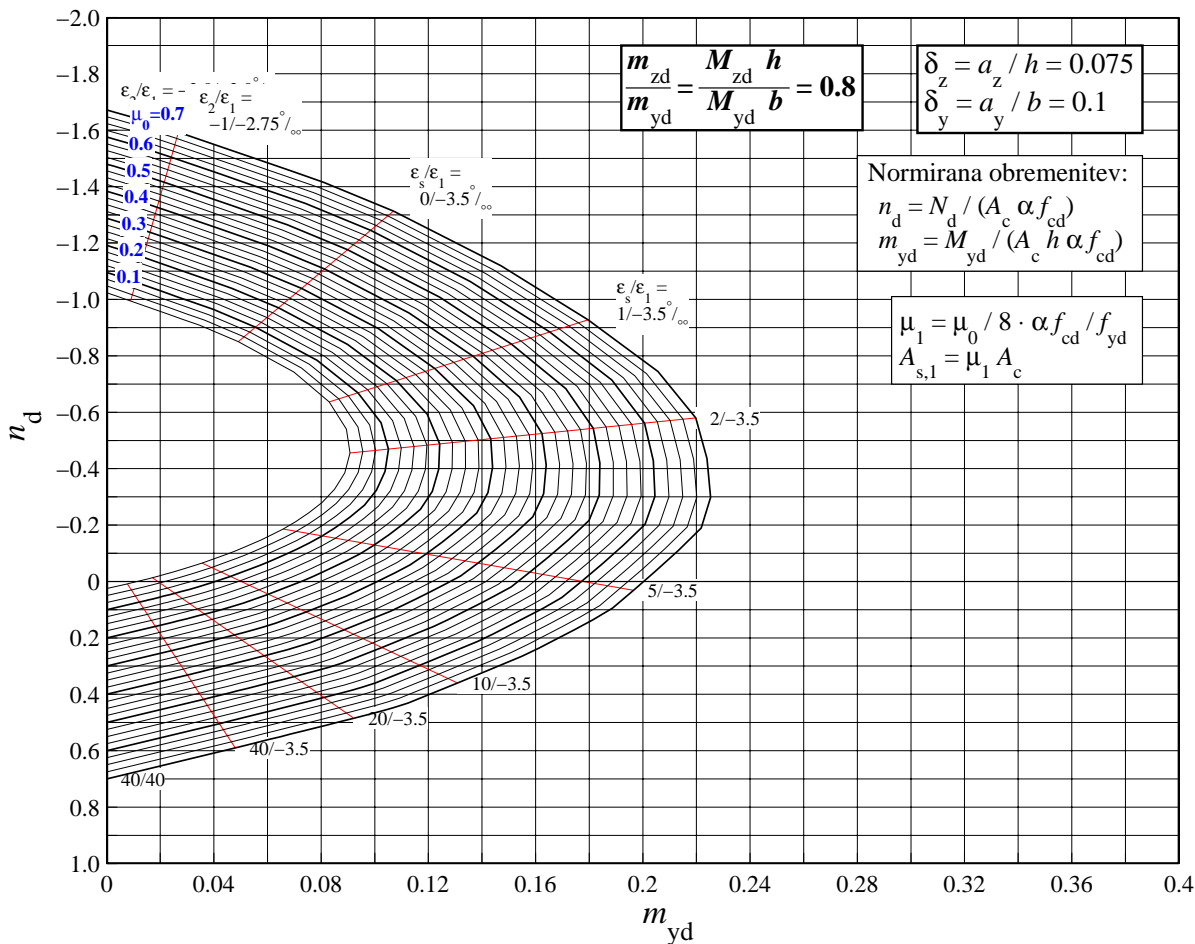
Slika 46: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.075, \delta_y = 0.1$, 8 palic.



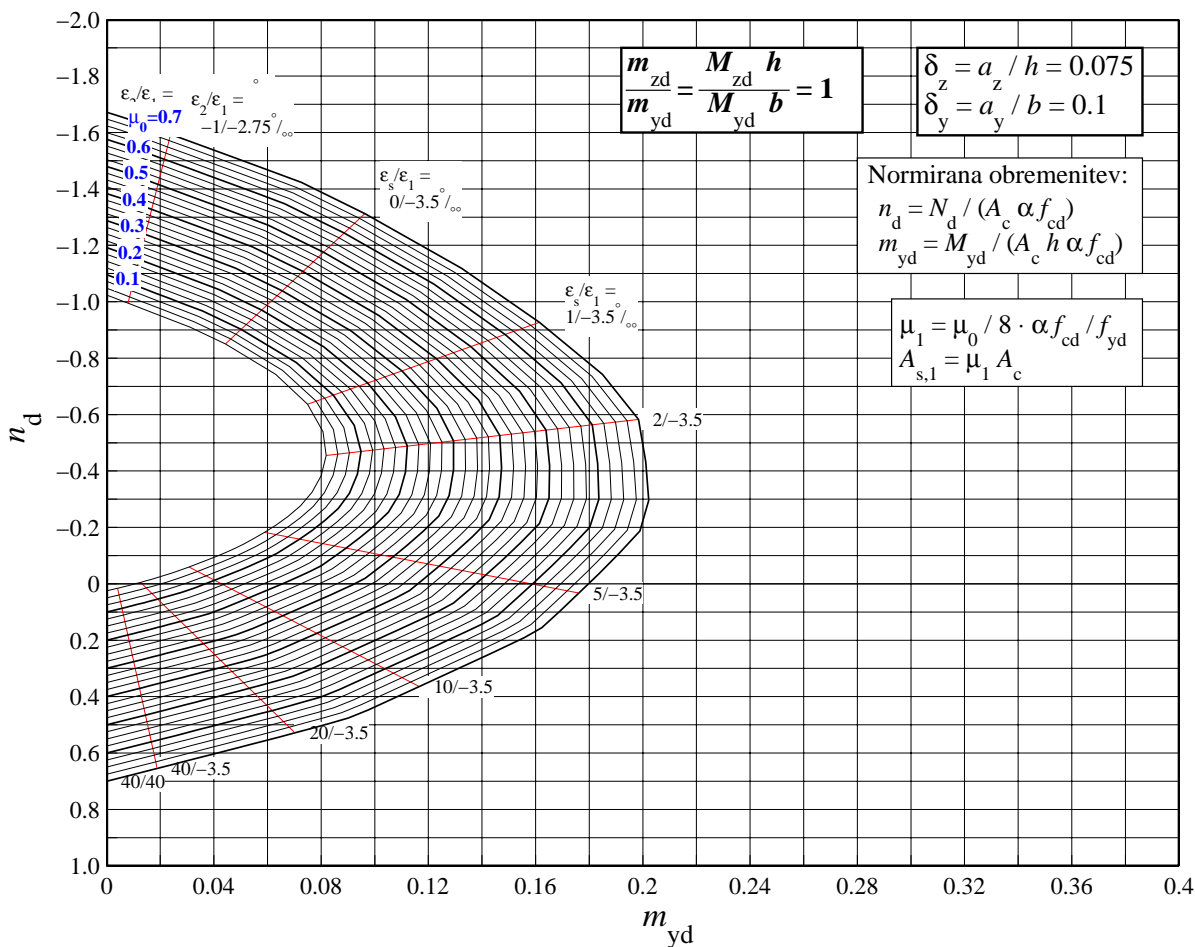
Slika 47: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.075$, $\delta_y = 0.1$, 8 palic.



Slika 48: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.075$, $\delta_y = 0.1$, 8 palic.

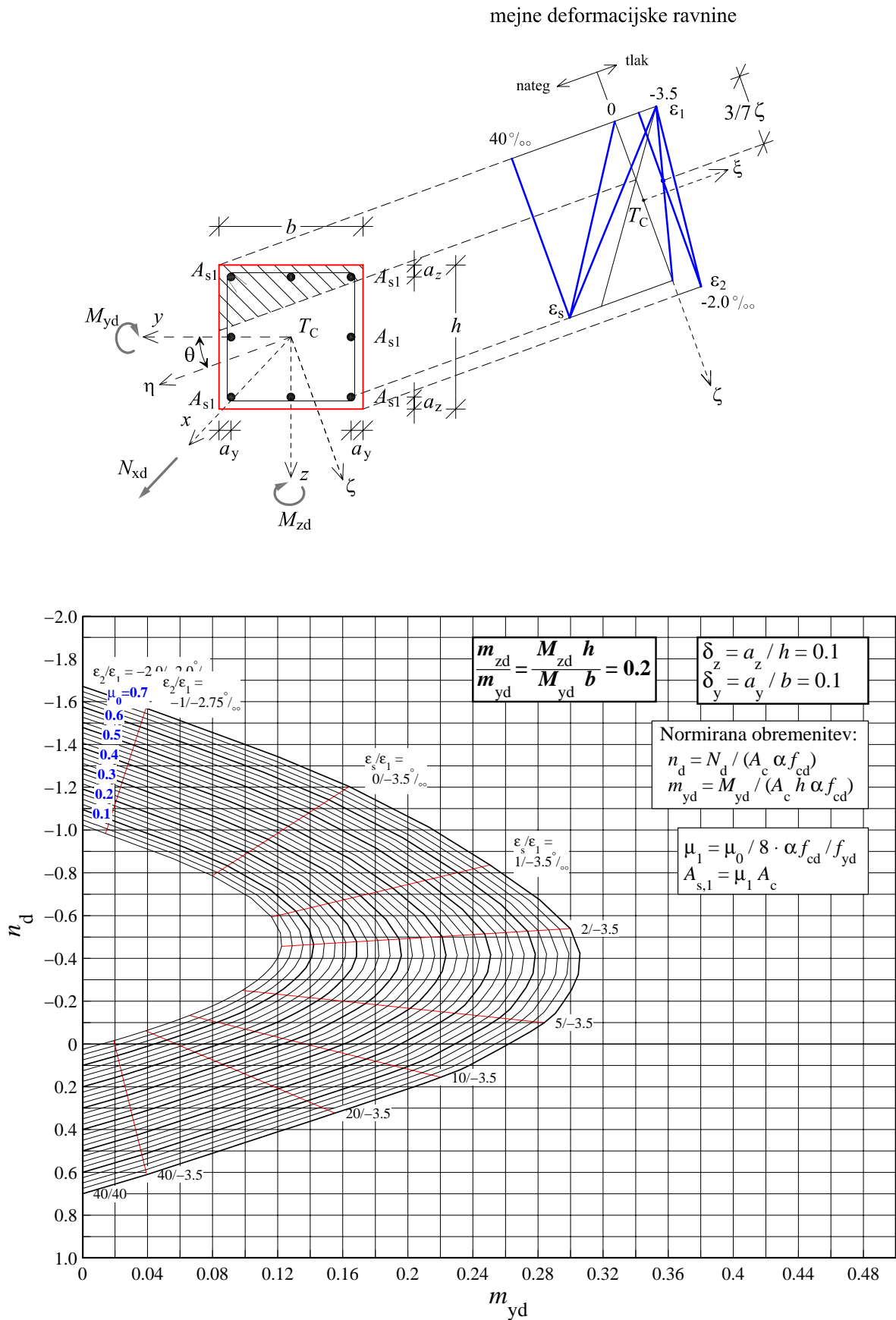


Slika 49: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.075$, $\delta_y = 0.1$, 8 palic.

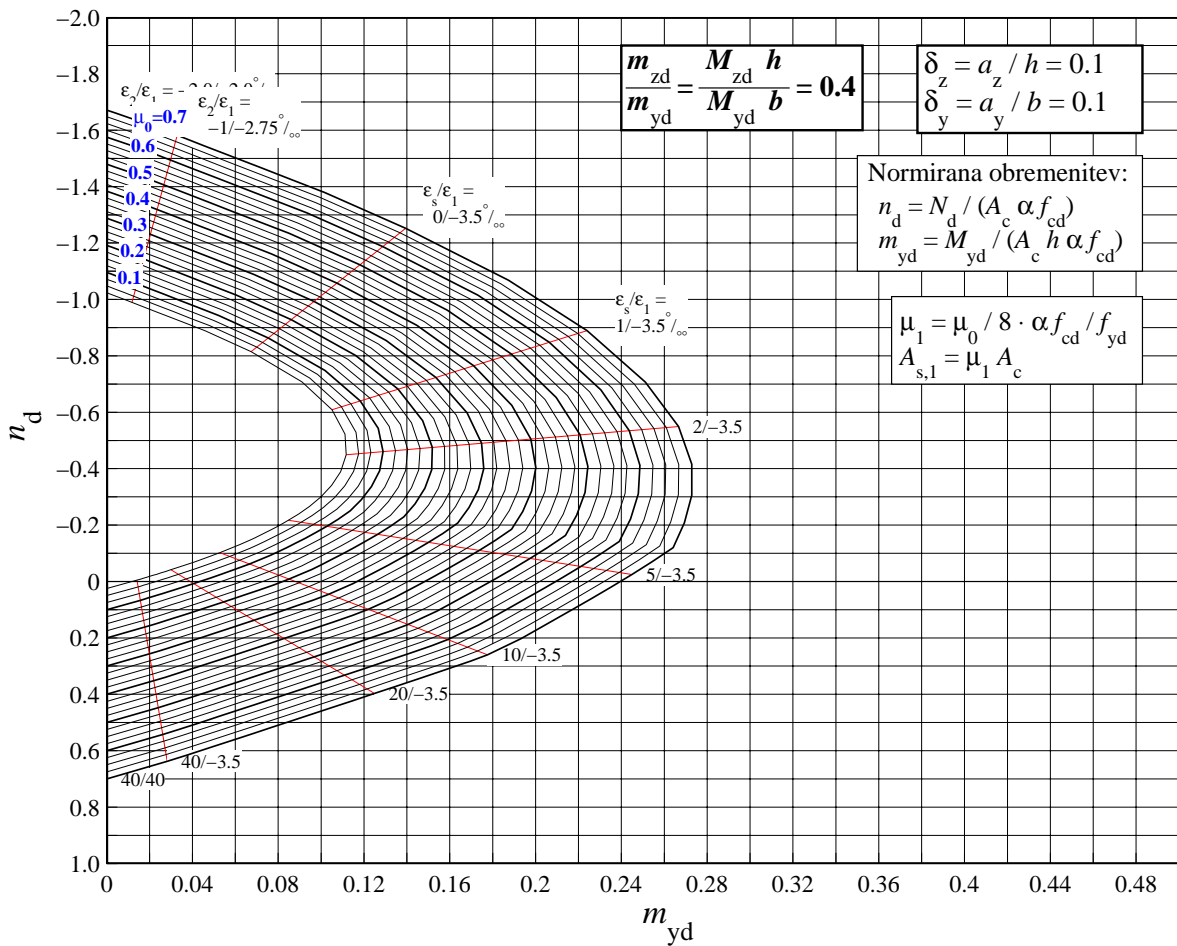


Slika 50: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.075$, $\delta_y = 0.1$, 8 palic.

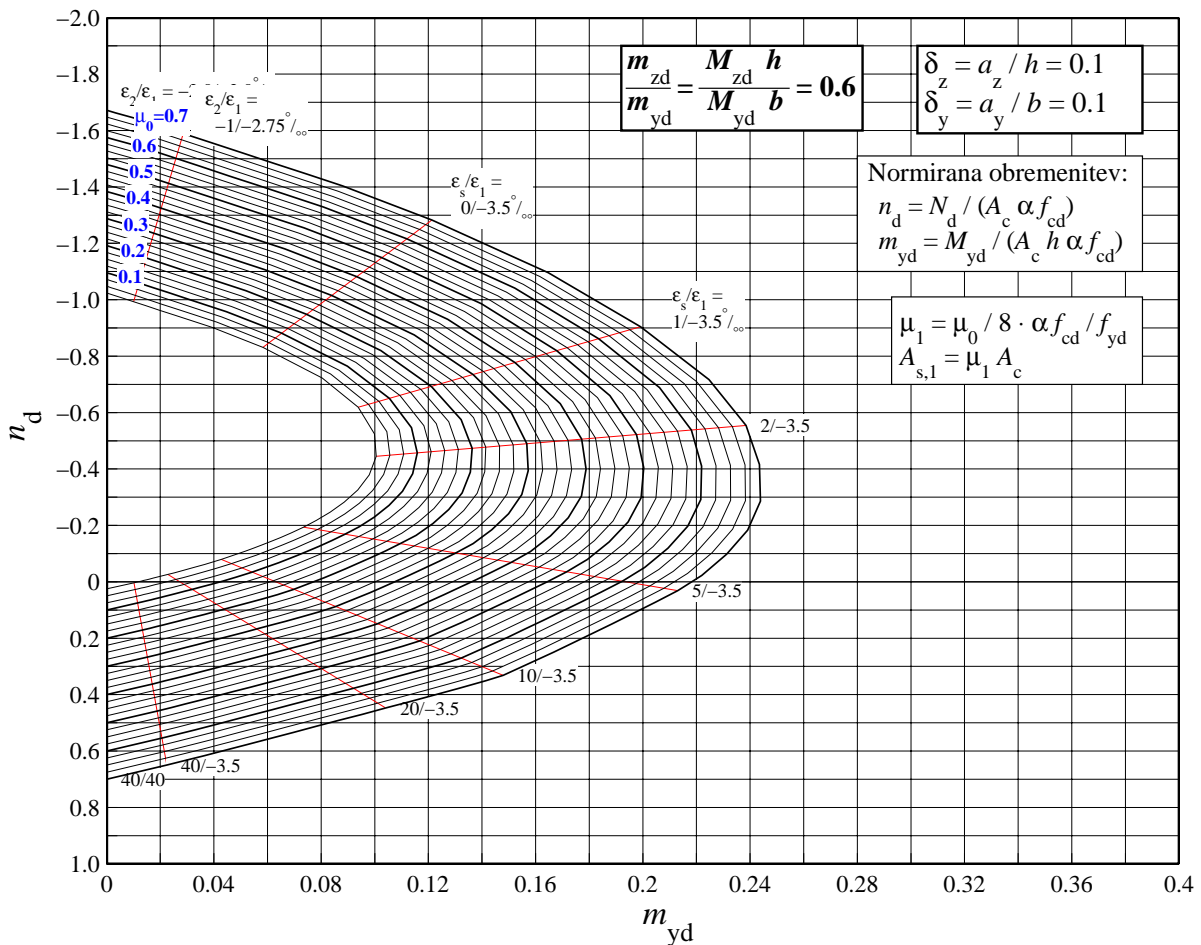
1.11 PRAVOKOTNI PREREZ, 8 palic ($\delta_z = 0.1, \delta_y = 0.1$), S400



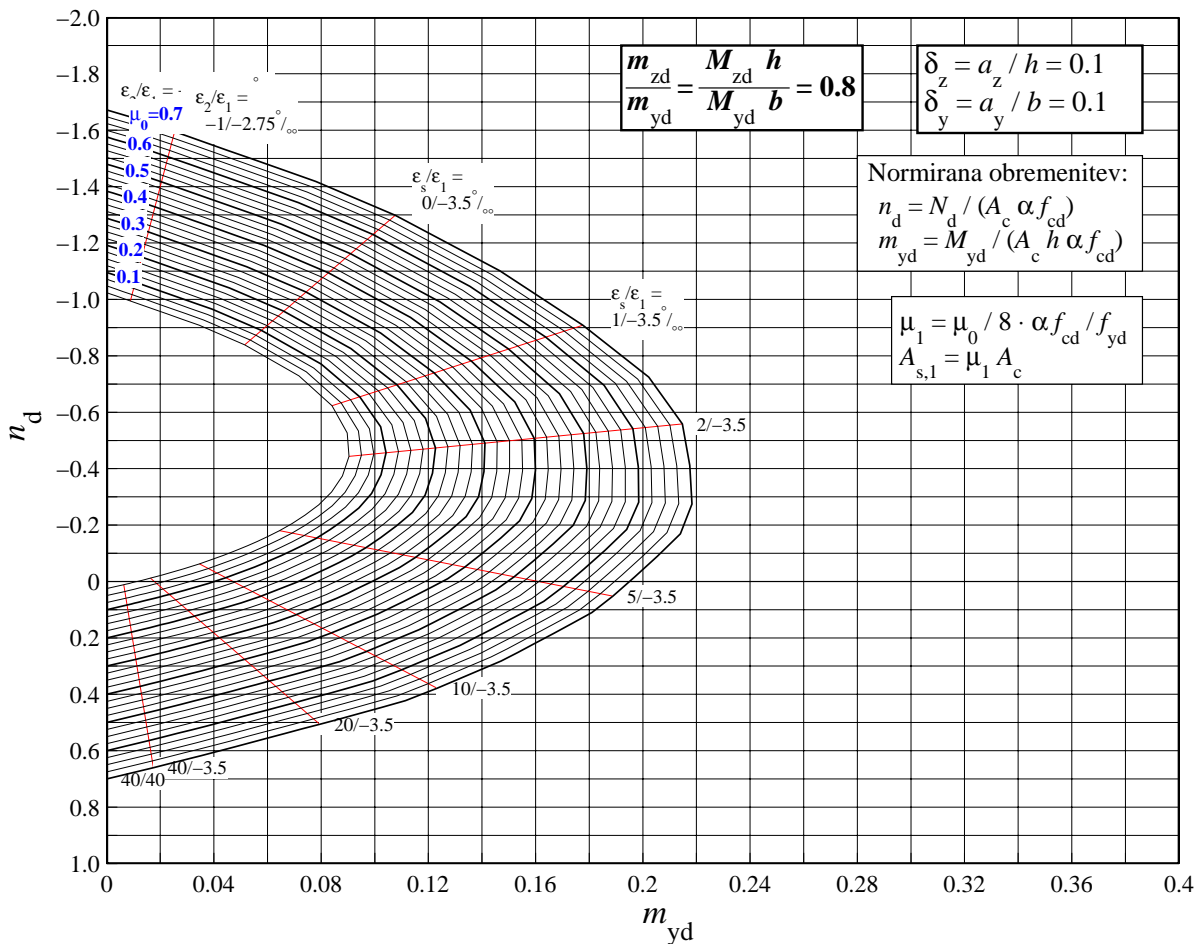
Slika 51: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1, \delta_y = 0.1$, 8 palic.



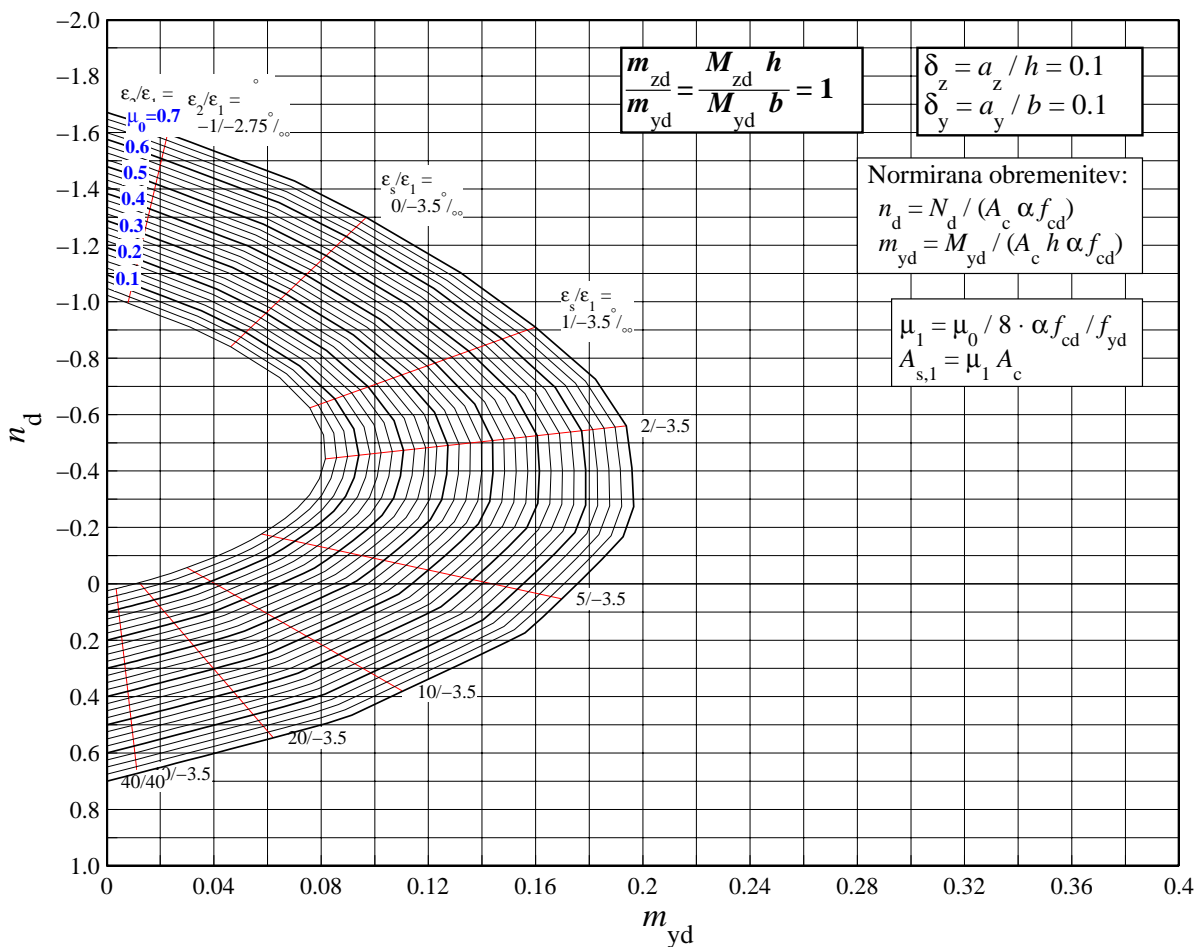
Slika 52: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.1$, 8 palic.



Slika 53: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.1$, 8 palic.

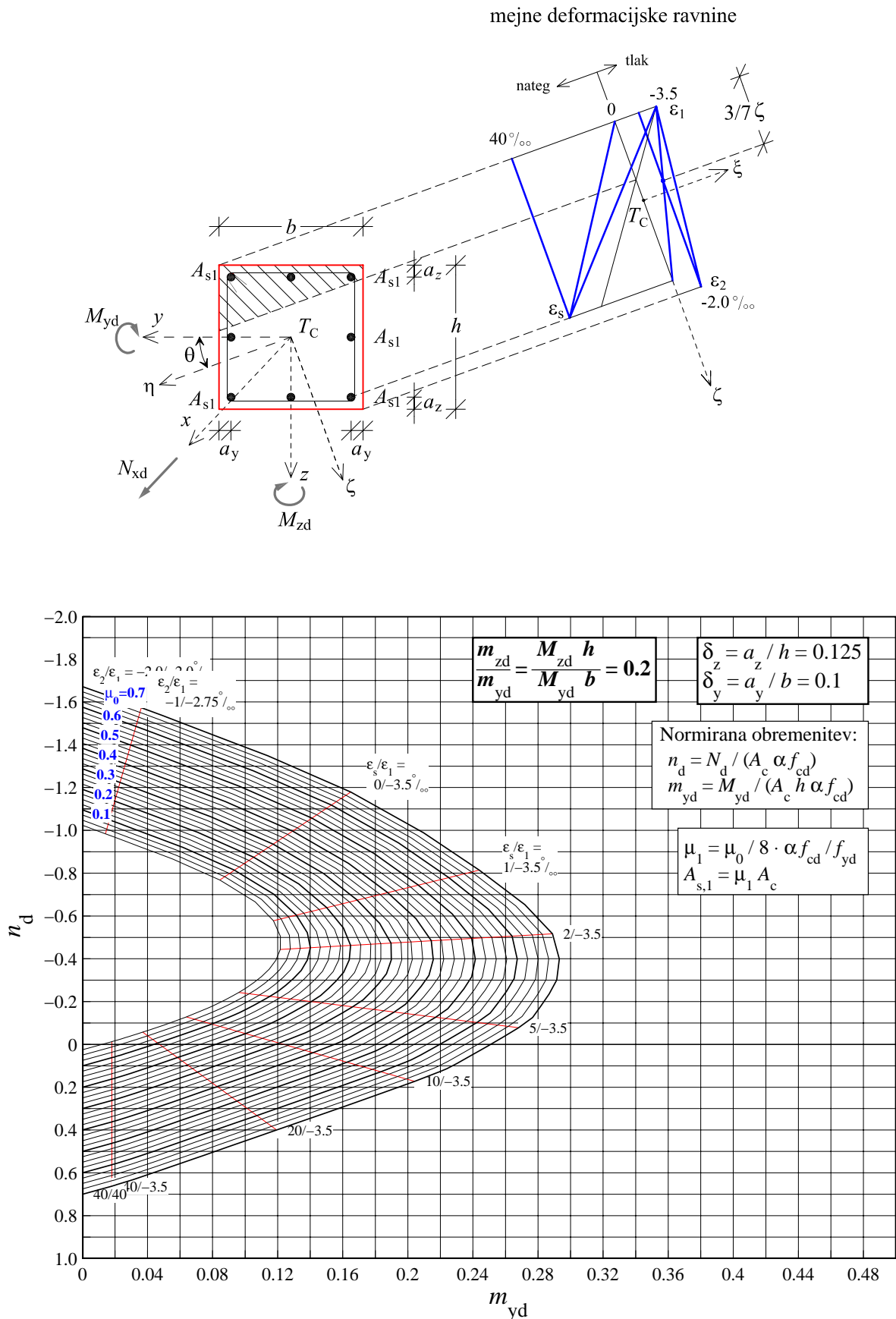


Slika 54: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.1$, 8 palic.

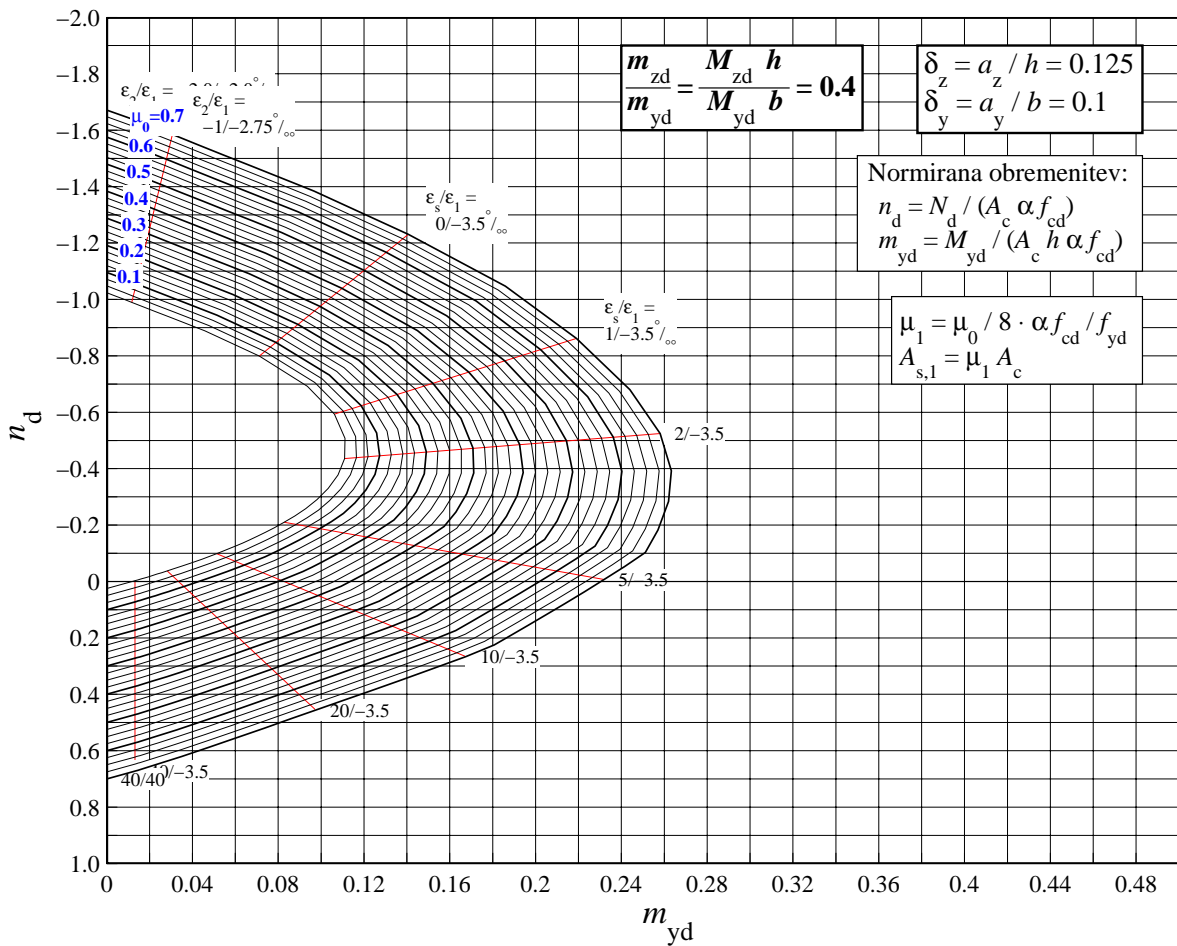


Slika 55: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.1$, 8 palic.

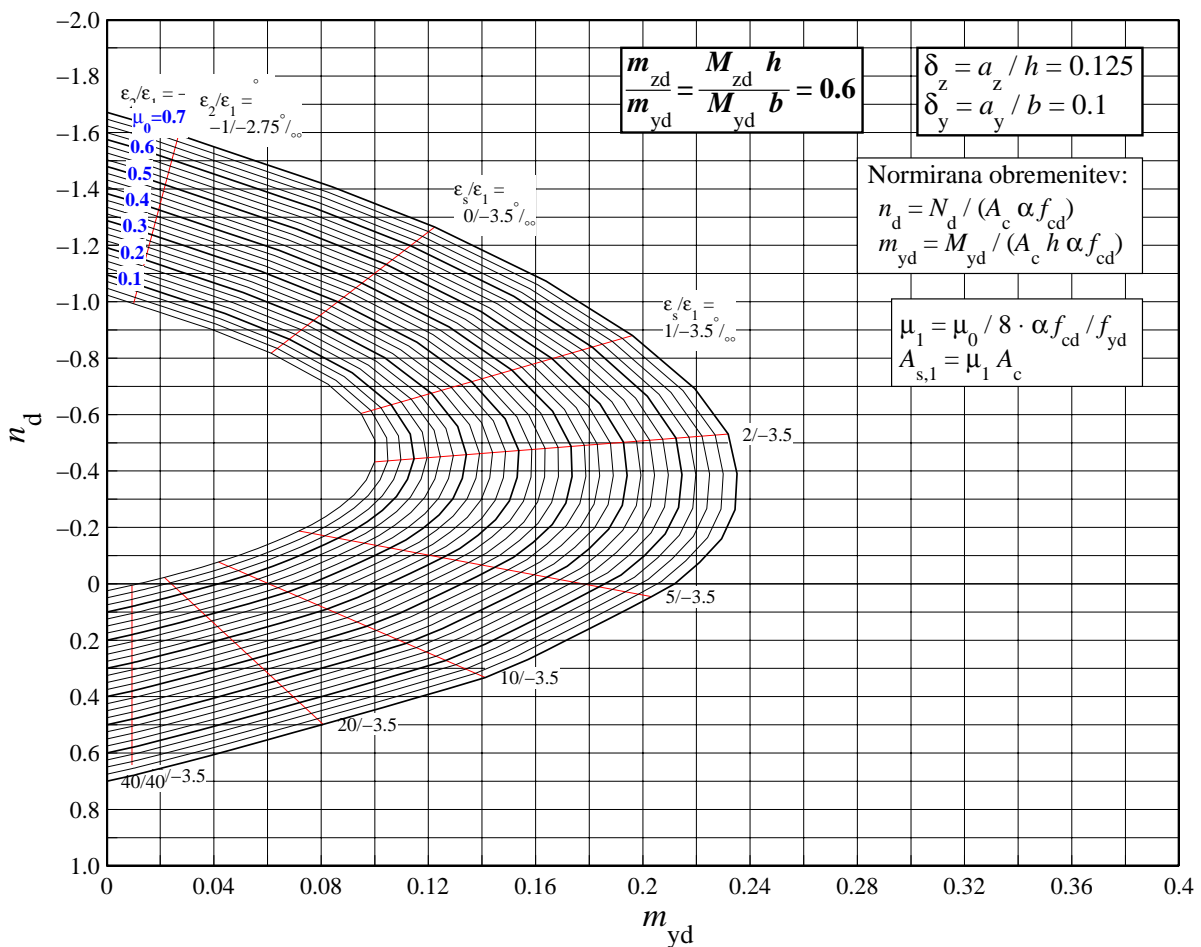
1.12 PRAVOKOTNI PREREZ, 8 palic ($\delta_z = 0.125, \delta_y = 0.1$), S400



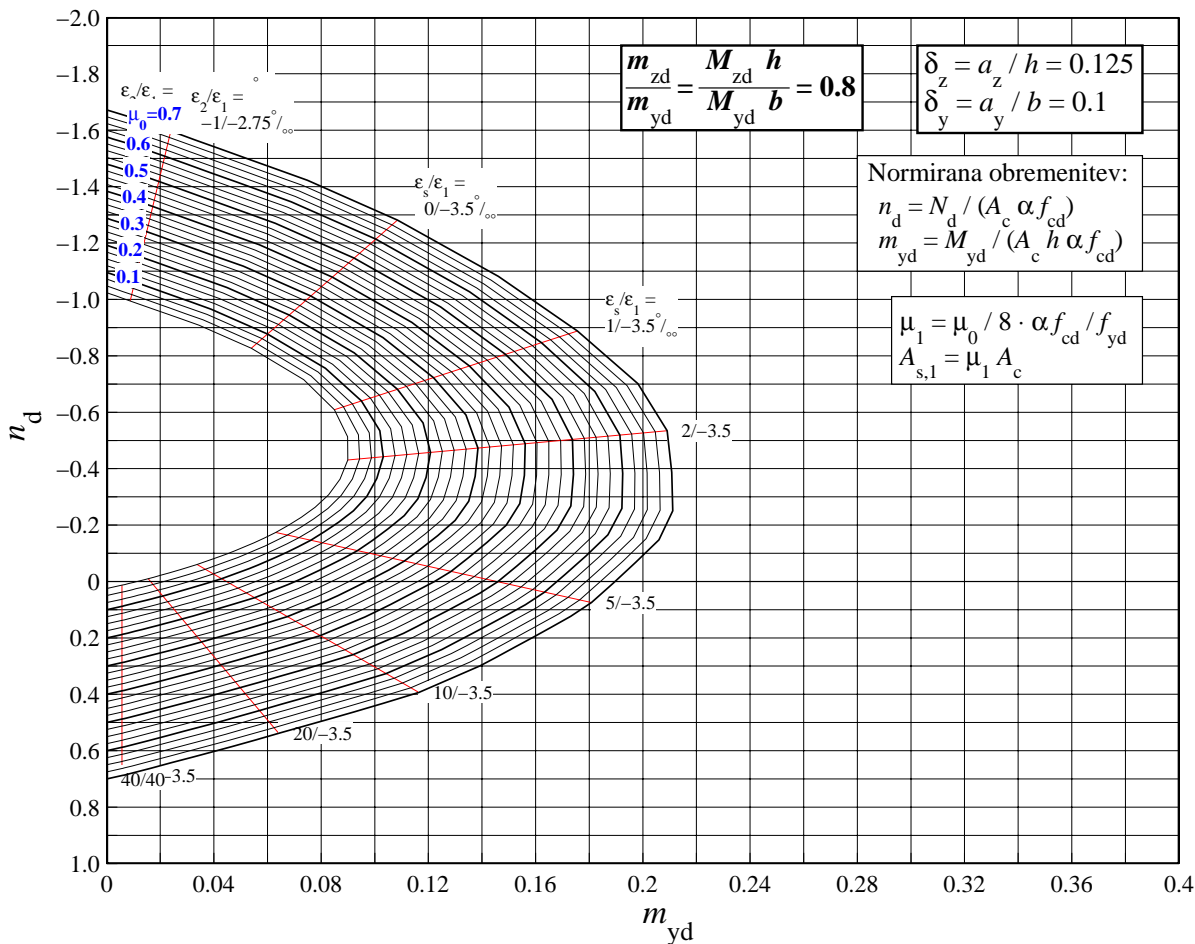
Slika 56: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.125, \delta_y = 0.1$, 8 palic.



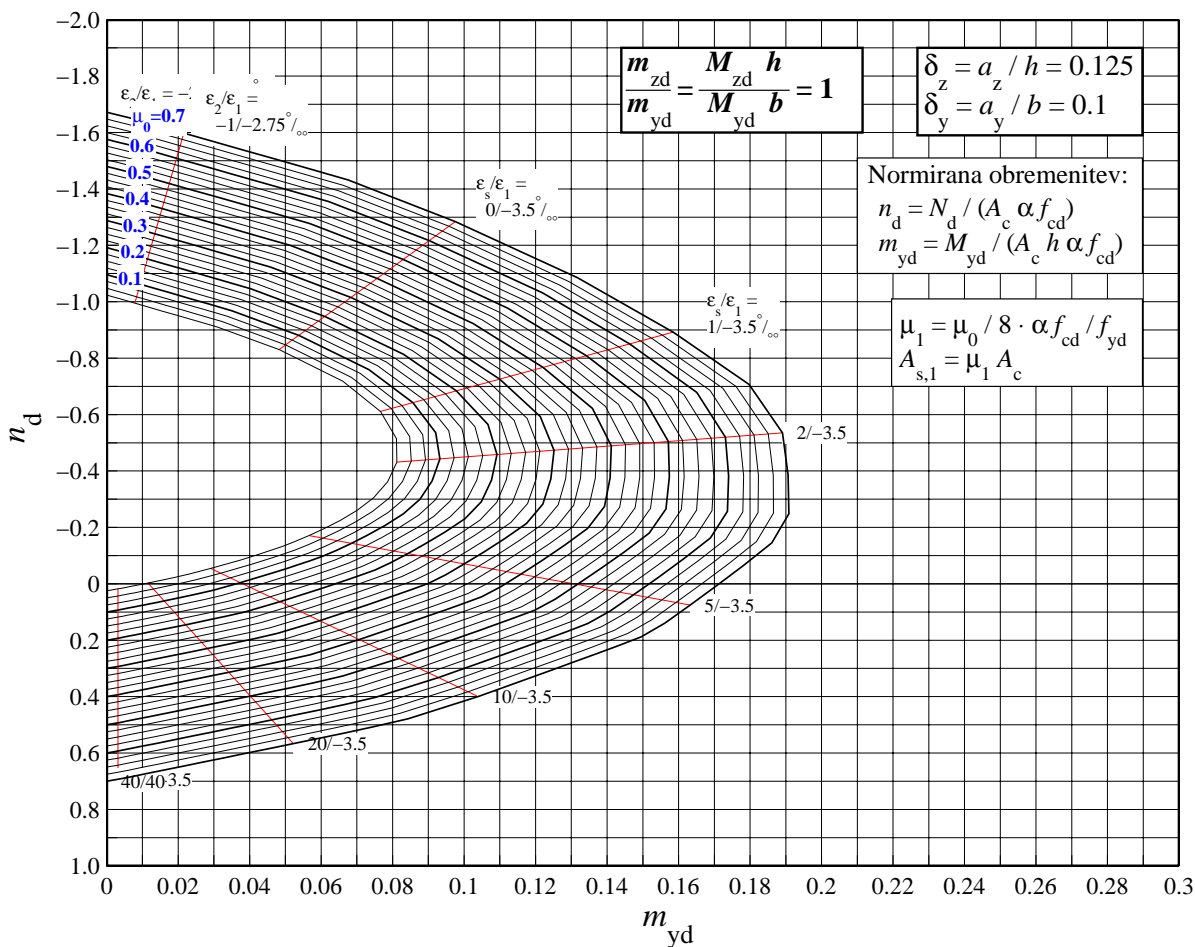
Slika 57: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.125$, $\delta_y = 0.1$, 8 palic.



Slika 58: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.125$, $\delta_y = 0.1$, 8 palic.

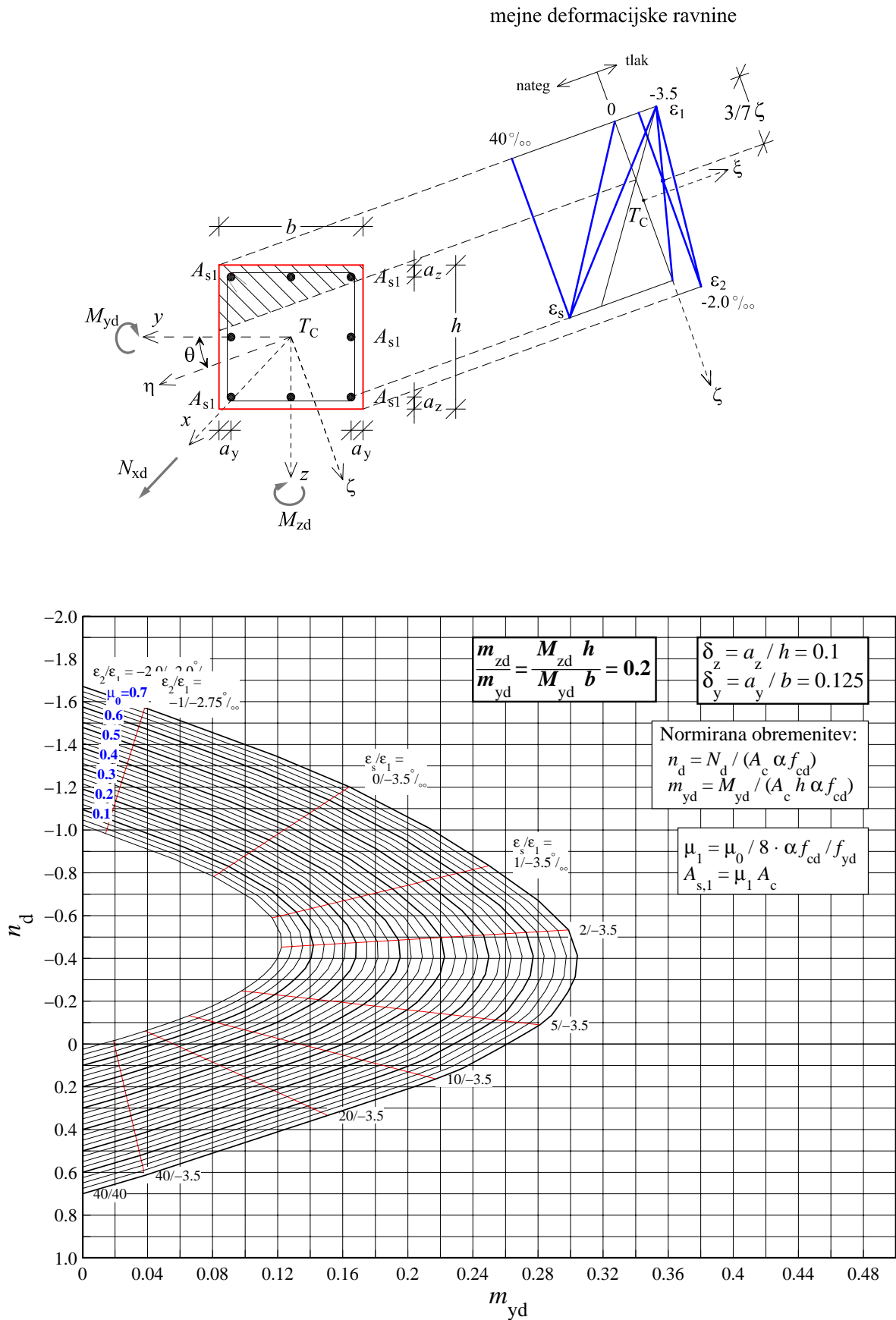


Slika 59: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.125$, $\delta_y = 0.1$, 8 palic.

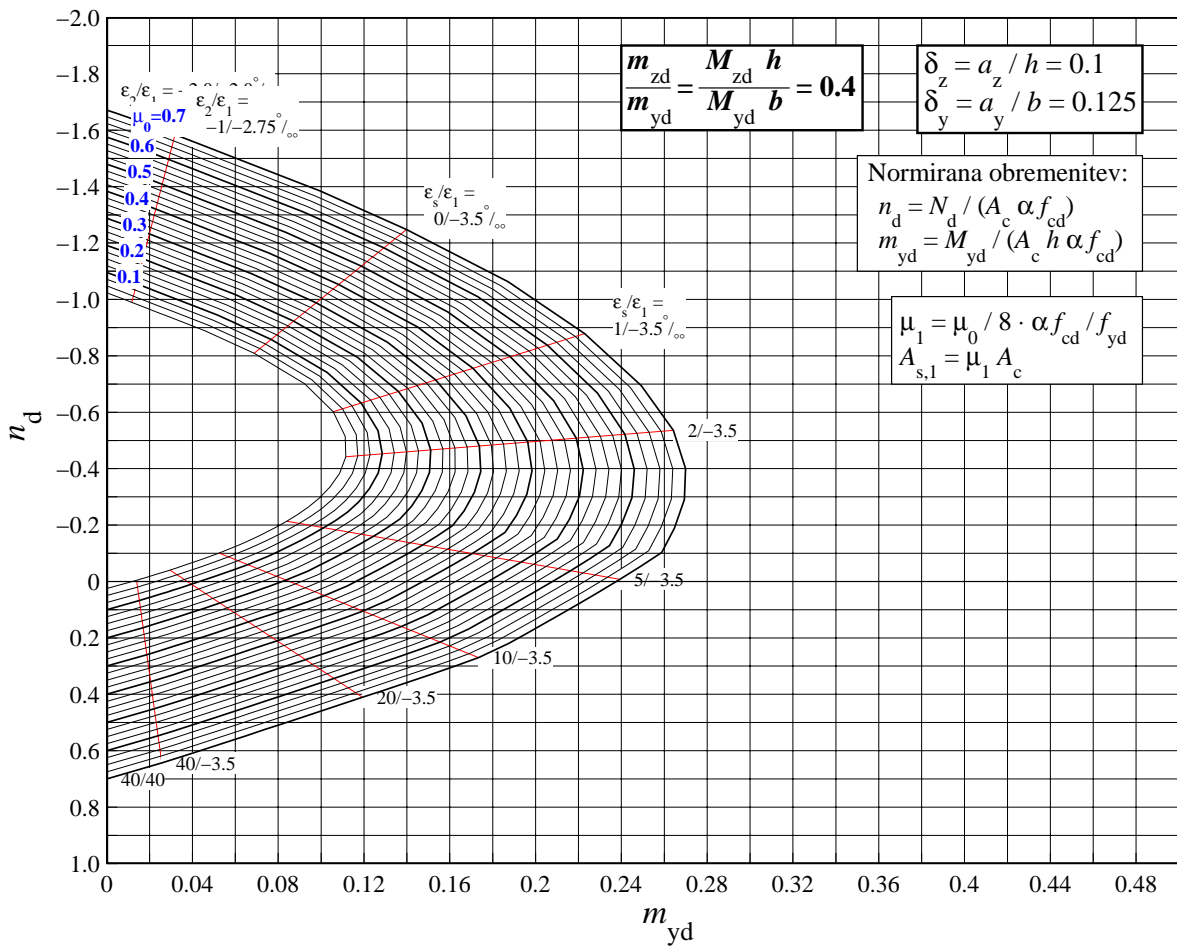


Slika 60: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.125$, $\delta_y = 0.1$, 8 palic.

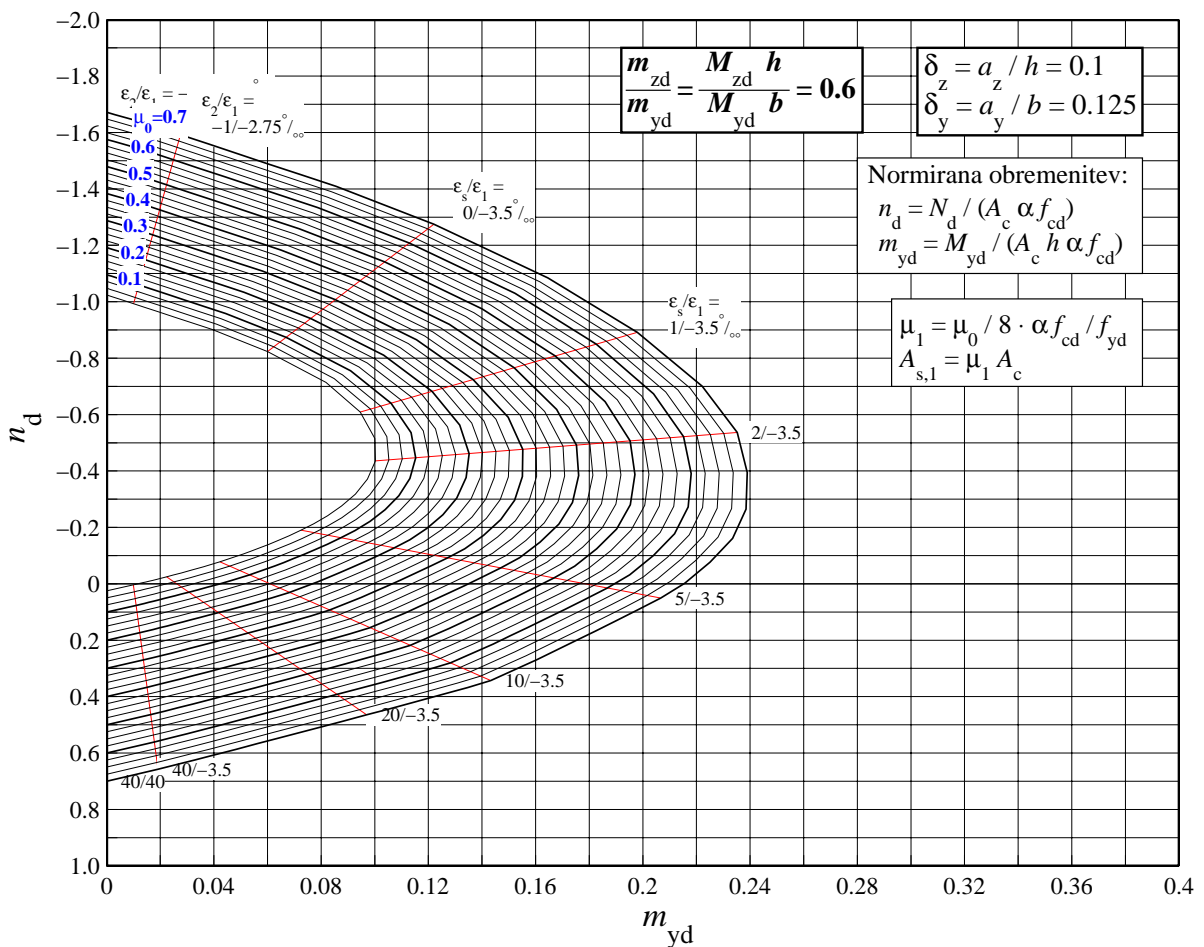
1.13 PRAVOKOTNI PREREZ, 8 palic ($\delta_z = 0.1, \delta_y = 0.125$), S400



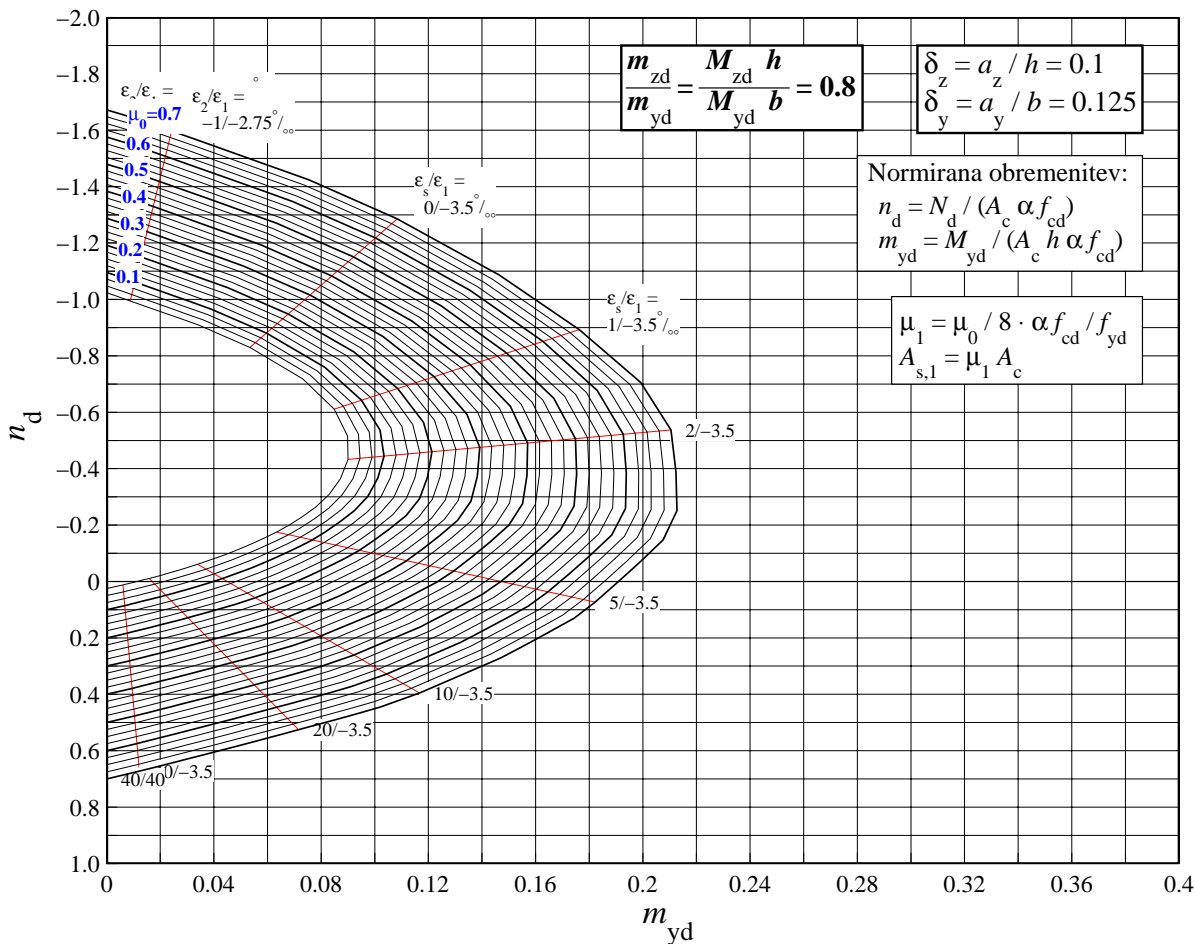
Slika 61: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1, \delta_y = 0.125$, 8 palic.



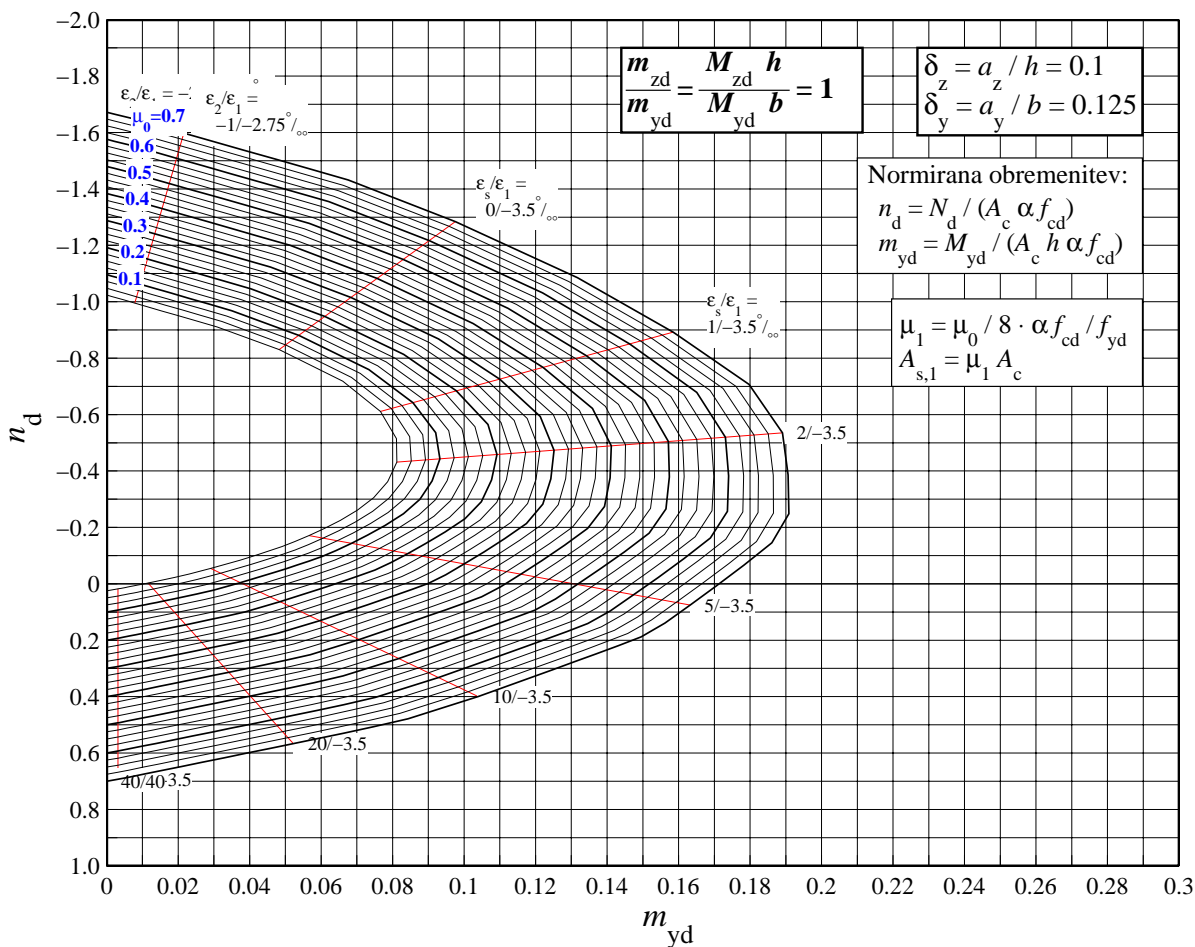
Slika 62: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.125$, 8 palic.



Slika 63: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.125$, 8 palic.

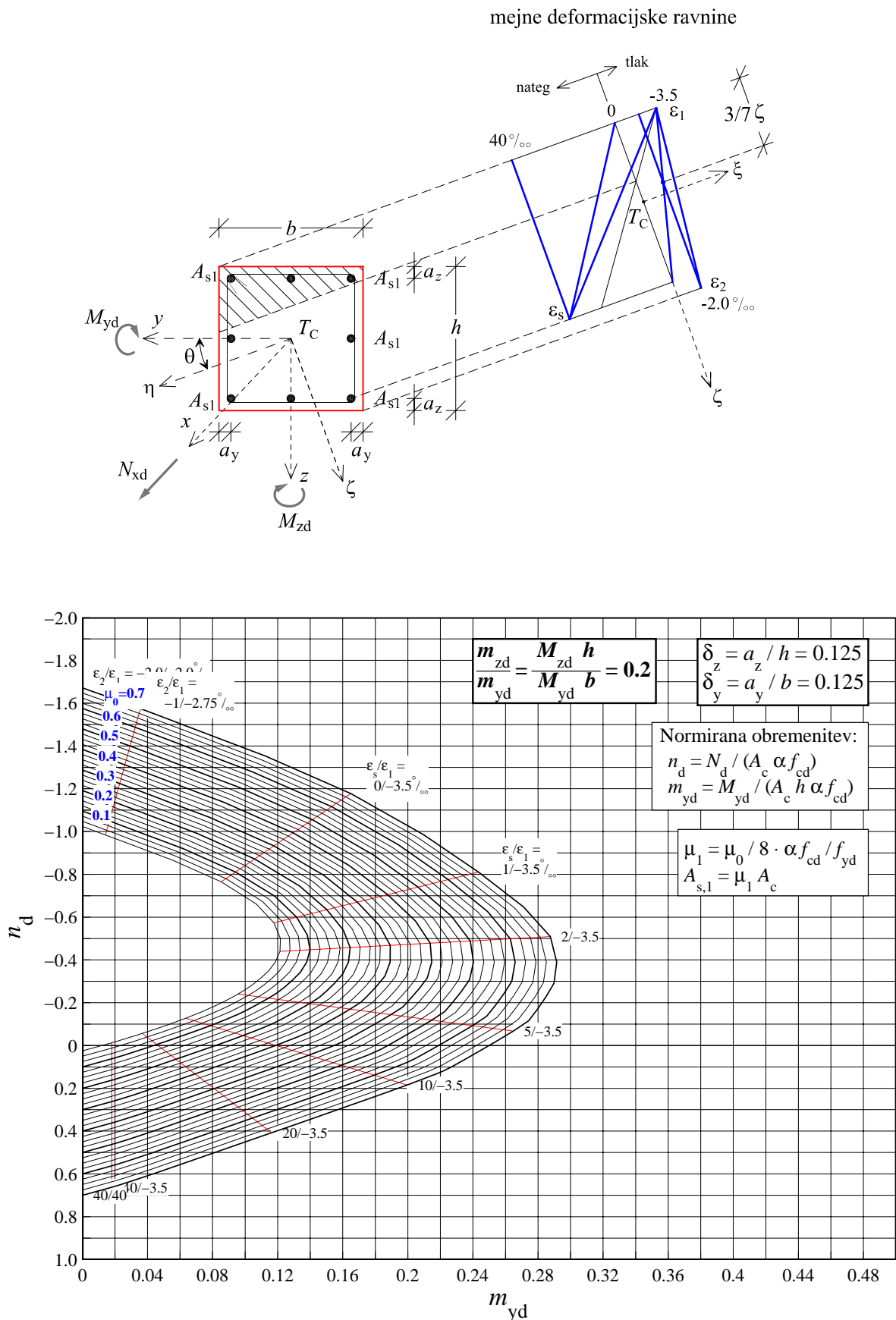


Slika 64: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.125$, 8 palic.

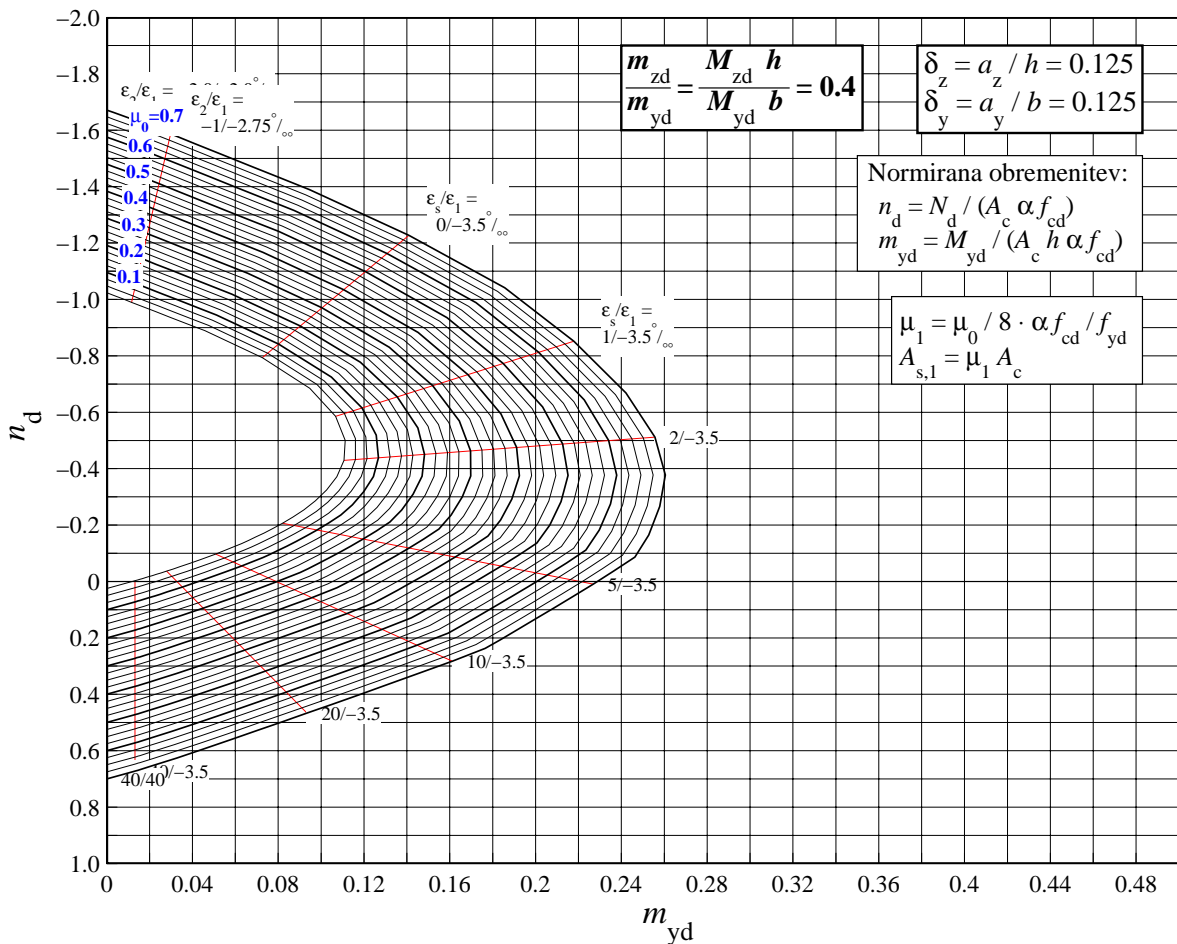


Slika 65: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.125$, 8 palic.

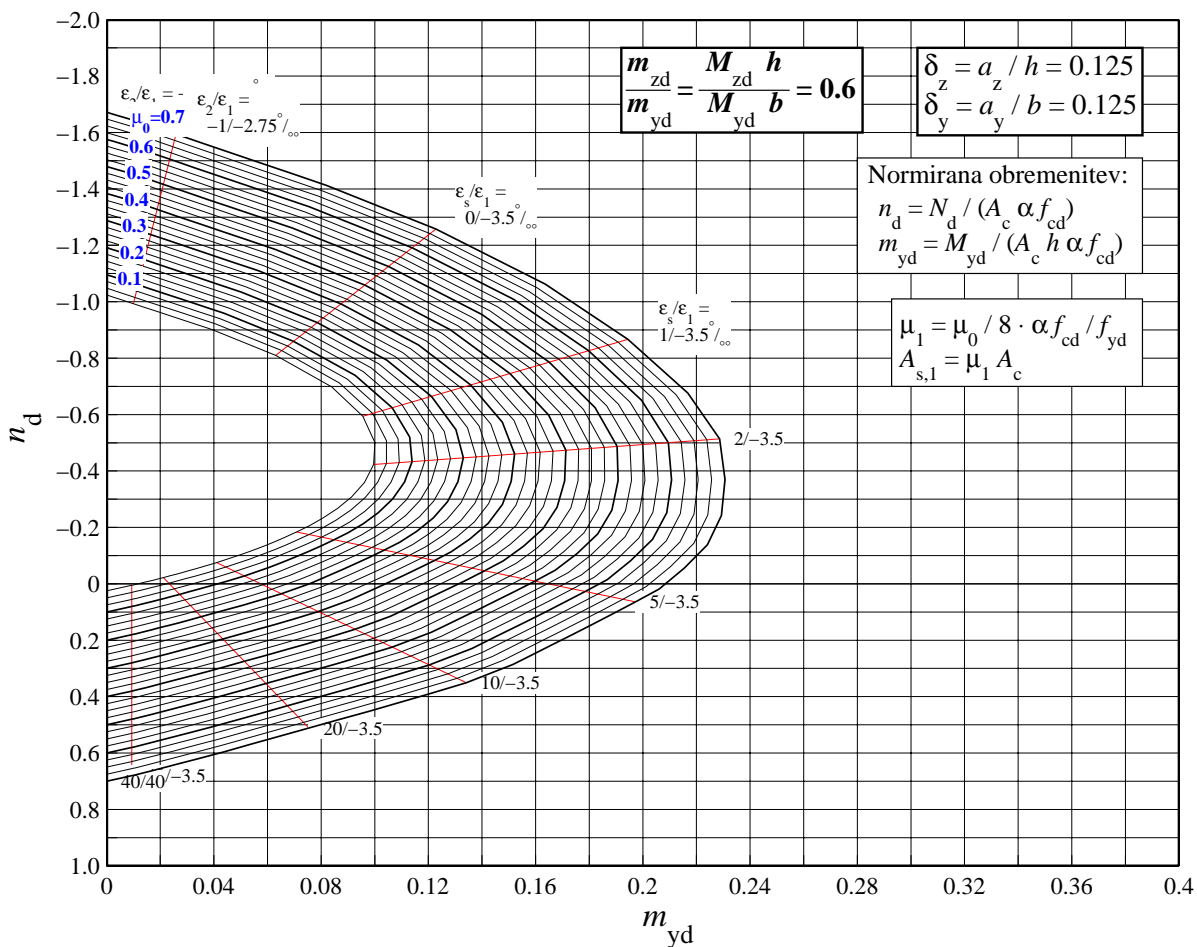
1.14 PRAVOKOTNI PREREZ, 8 palic ($\delta_z = 0.125, \delta_y = 0.125$), S400



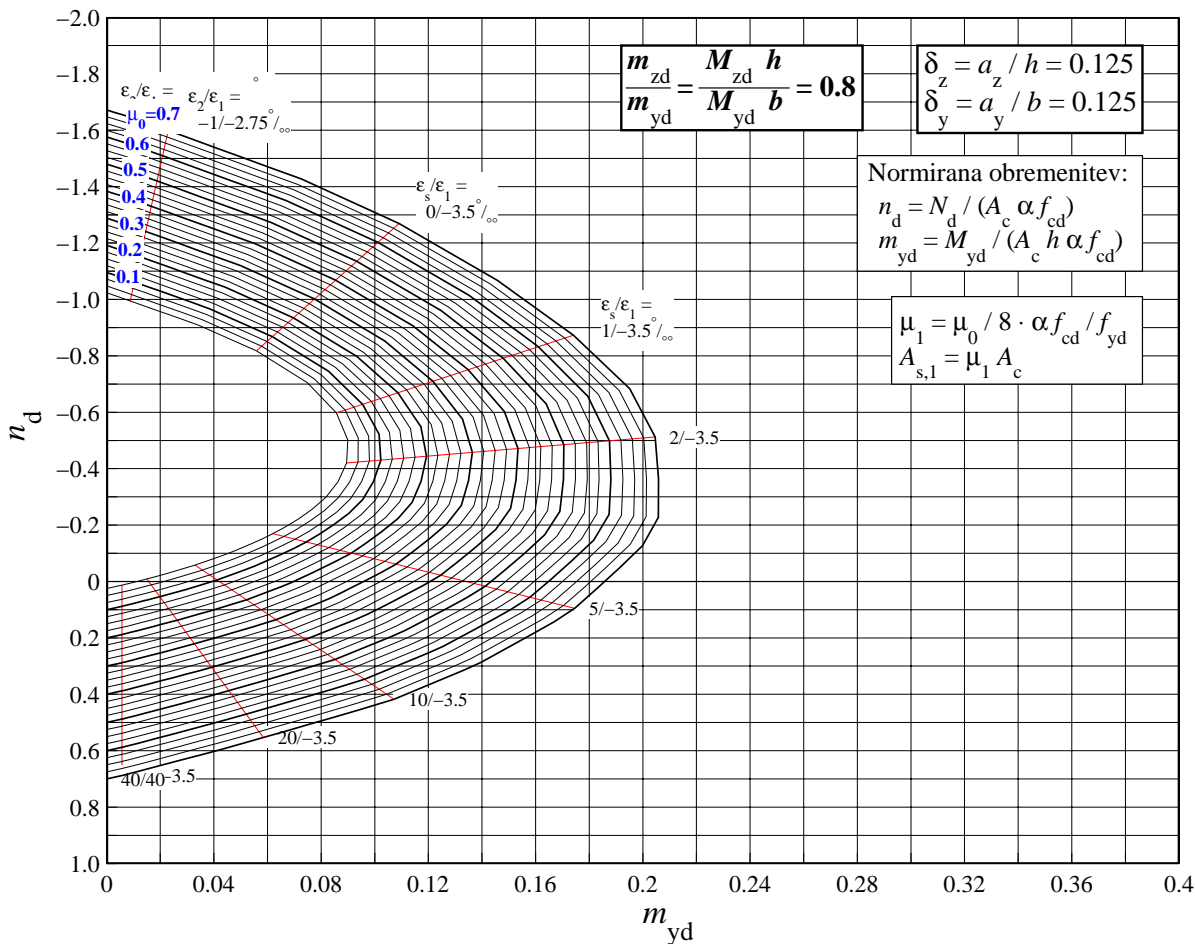
Slika 66: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.125, \delta_y = 0.125$, 8 palic.



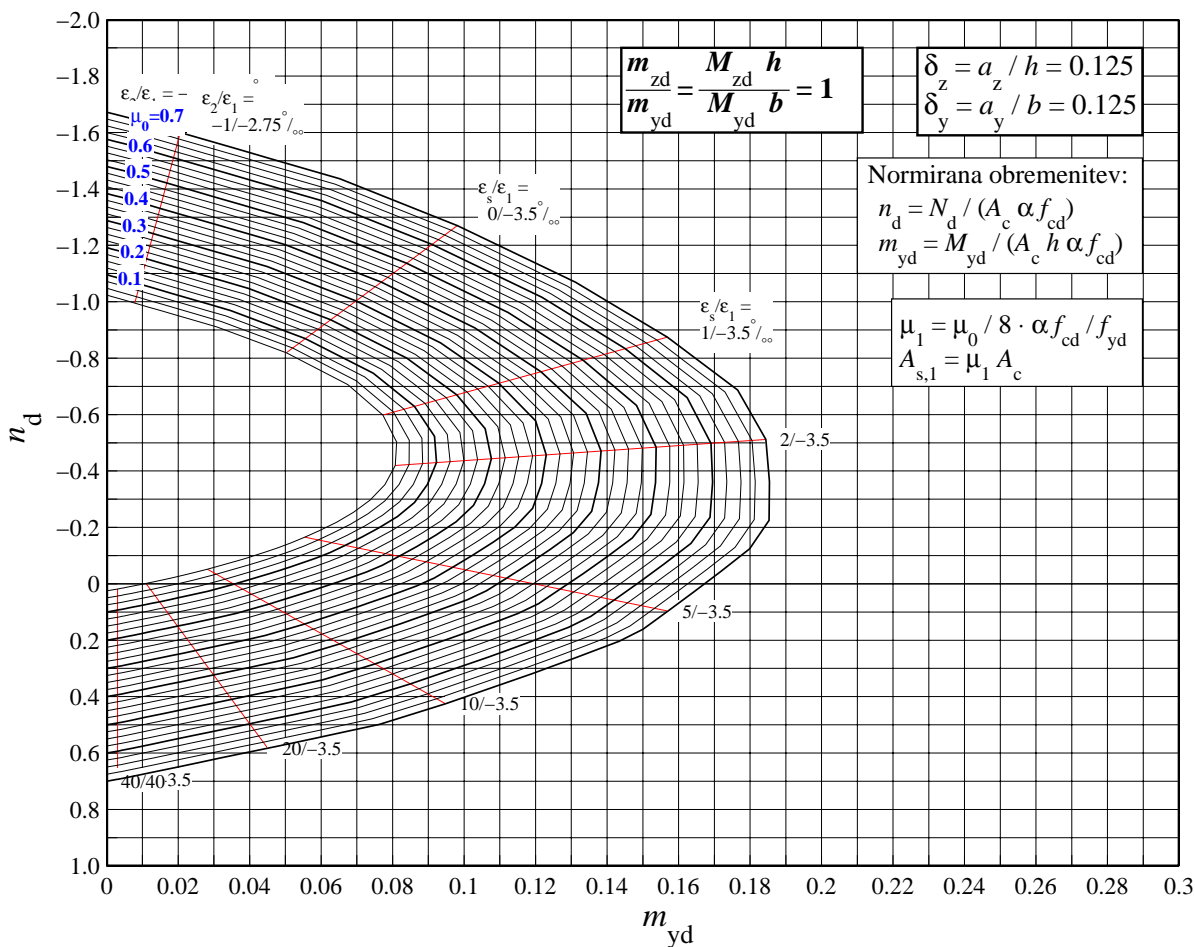
Slika 67: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.125$, $\delta_y = 0.125$, 8 palic.



Slika 68: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.125$, $\delta_y = 0.125$, 8 palic.

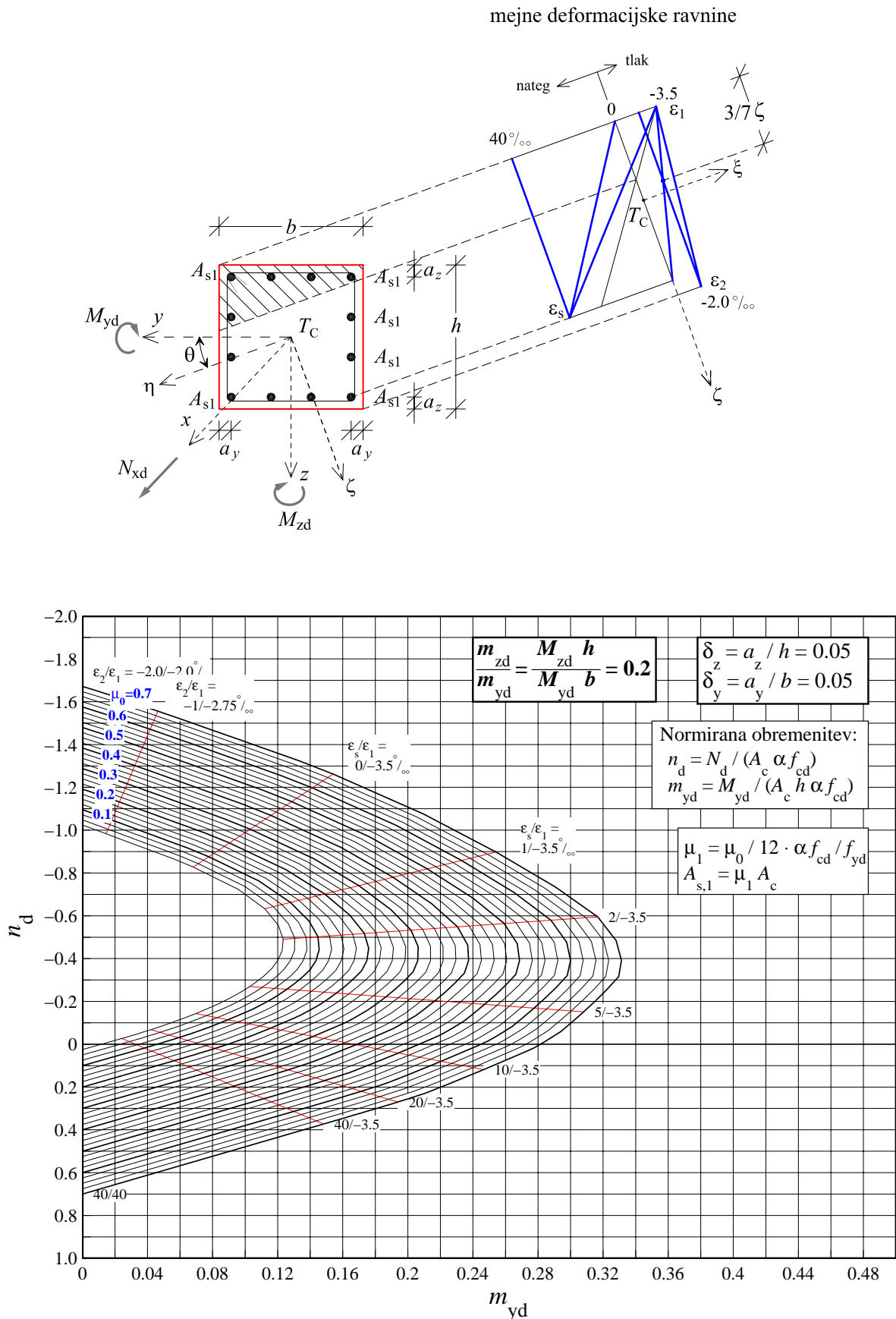


Slika 69: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.125$, $\delta_y = 0.125$, 8 palic.

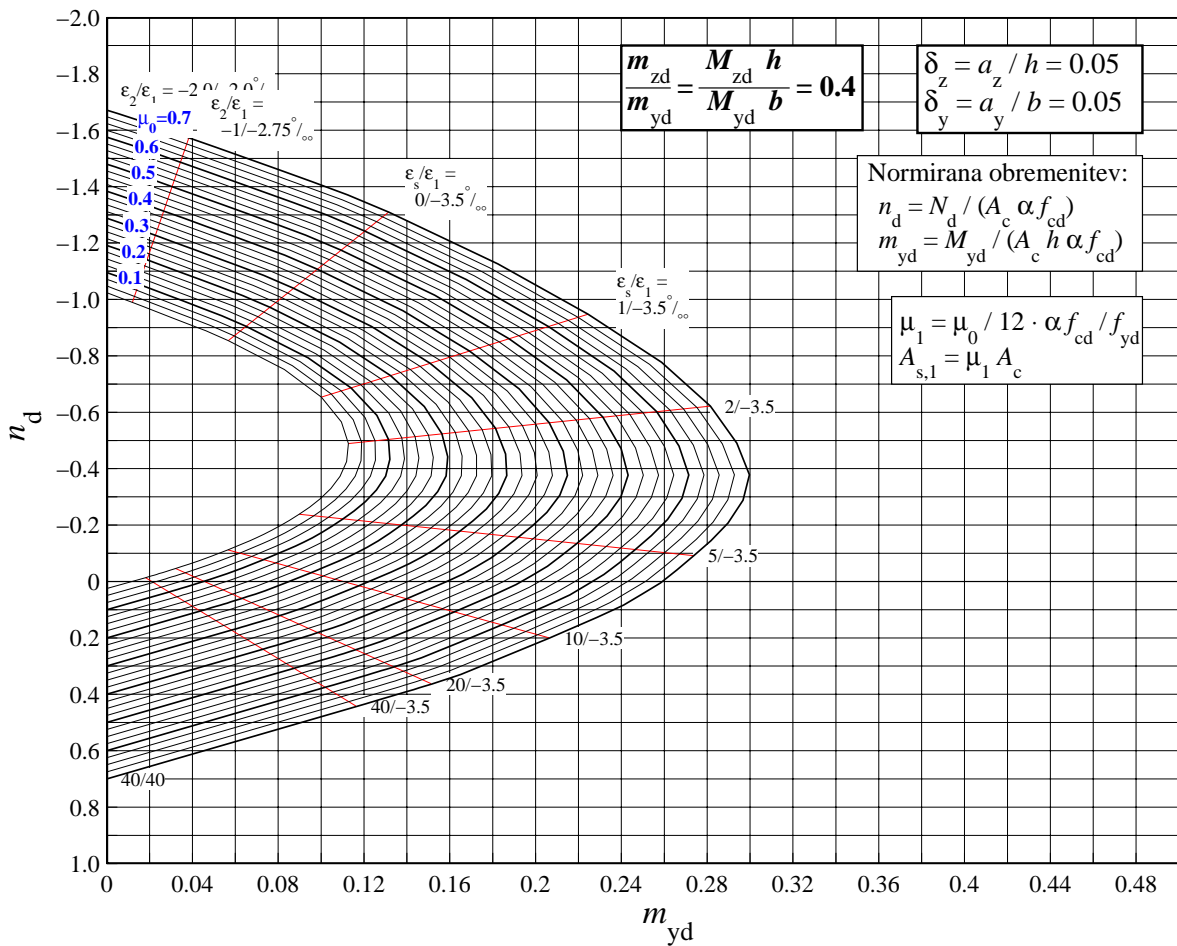


Slika 70: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.125$, $\delta_y = 0.125$, 8 palic.

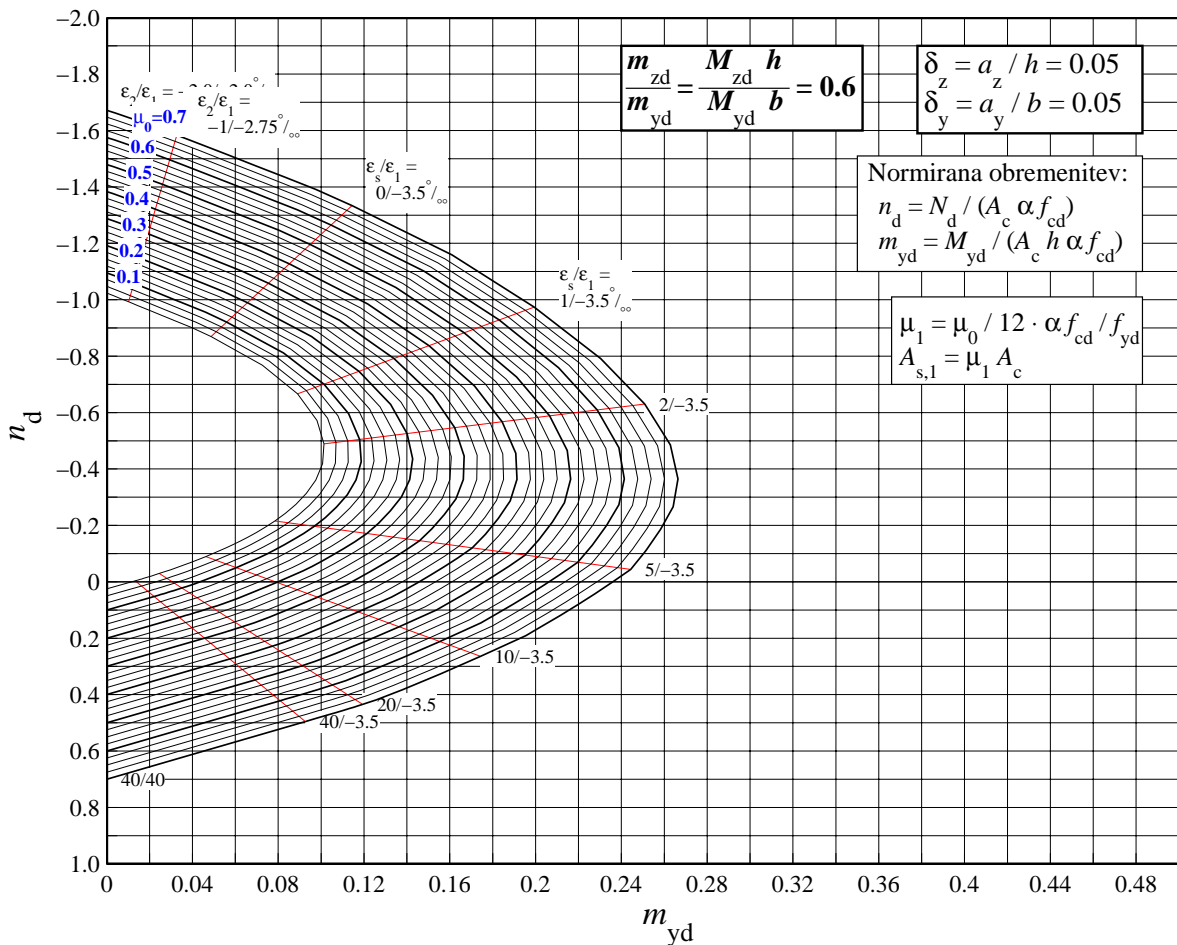
1.15 PRAVOKOTNI PREREZ, 12 palic ($\delta_z = 0.05, \delta_y = 0.05$), S400



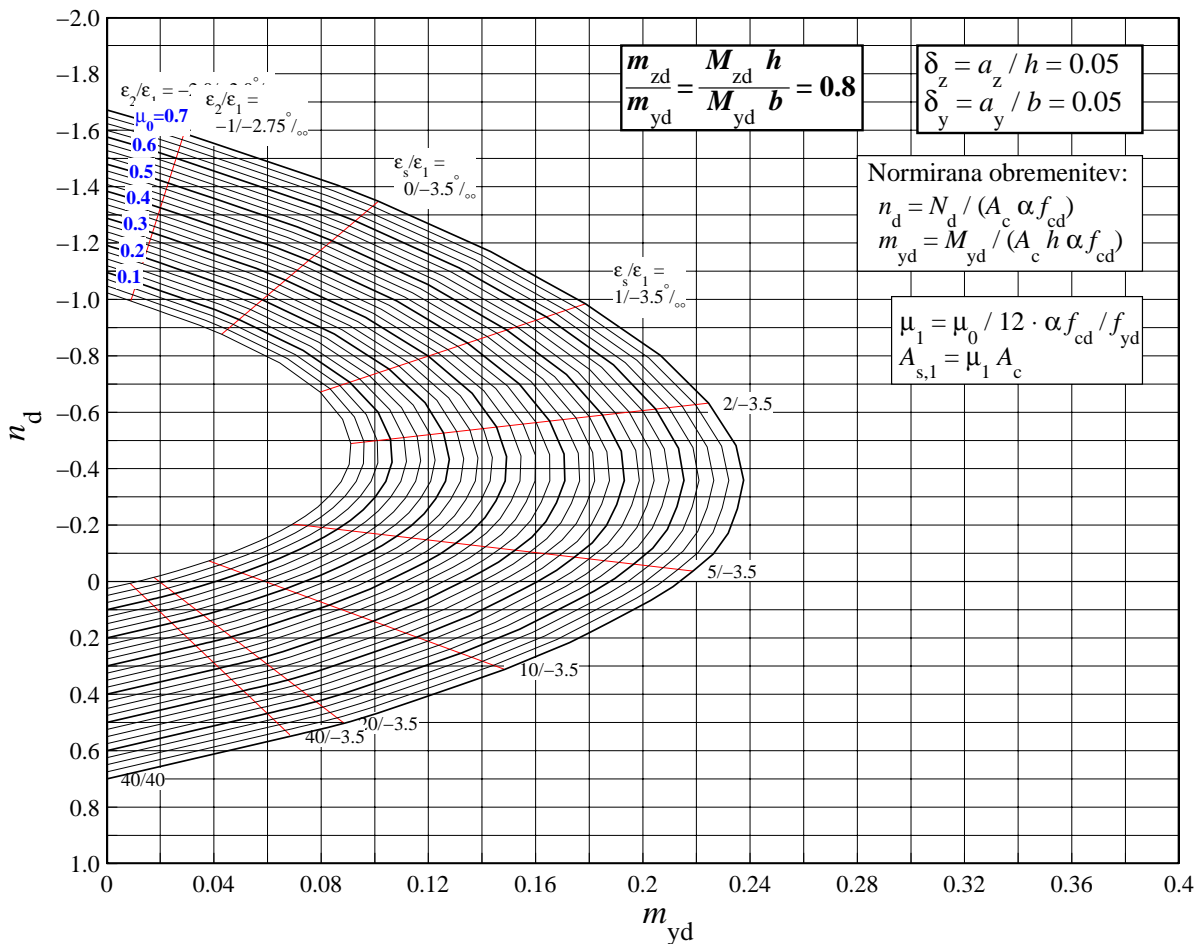
Slika 71: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.05, \delta_y = 0.05$, 12 palic.



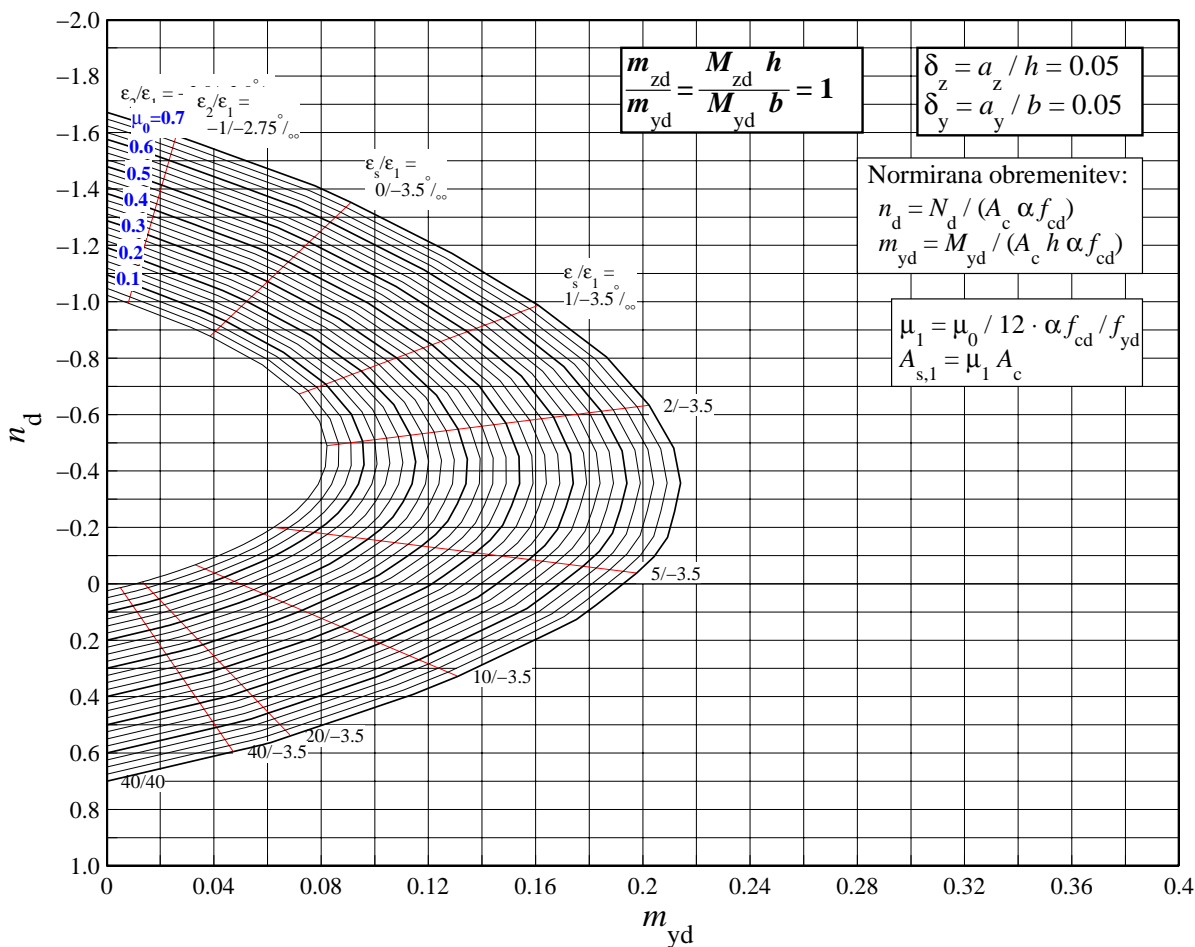
Slika 72: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.05$, $\delta_y = 0.05$, 12 palic.



Slika 73: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.05$, $\delta_y = 0.05$, 12 palic.

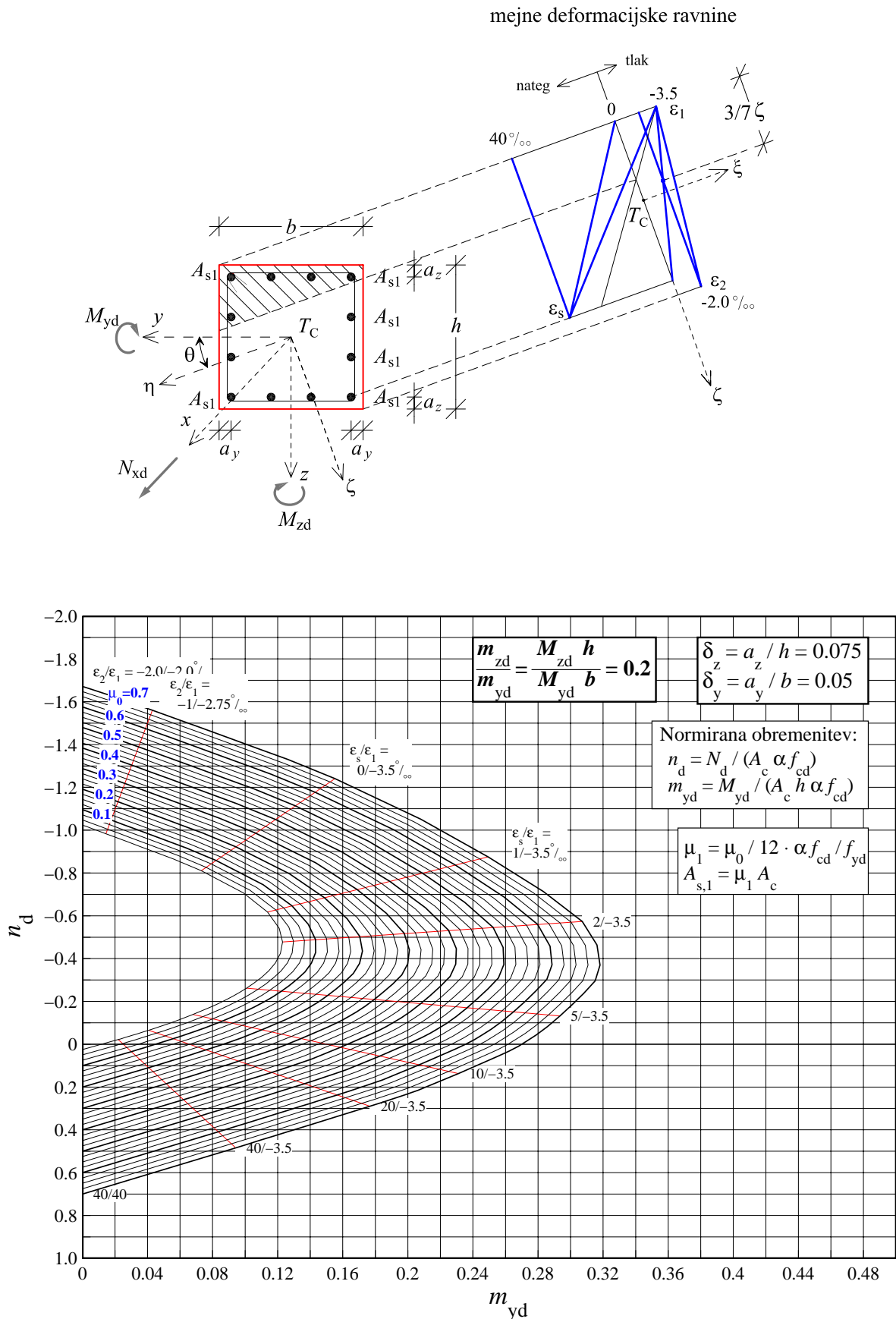


Slika 74: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.05$, $\delta_y = 0.05$, 12 palic.

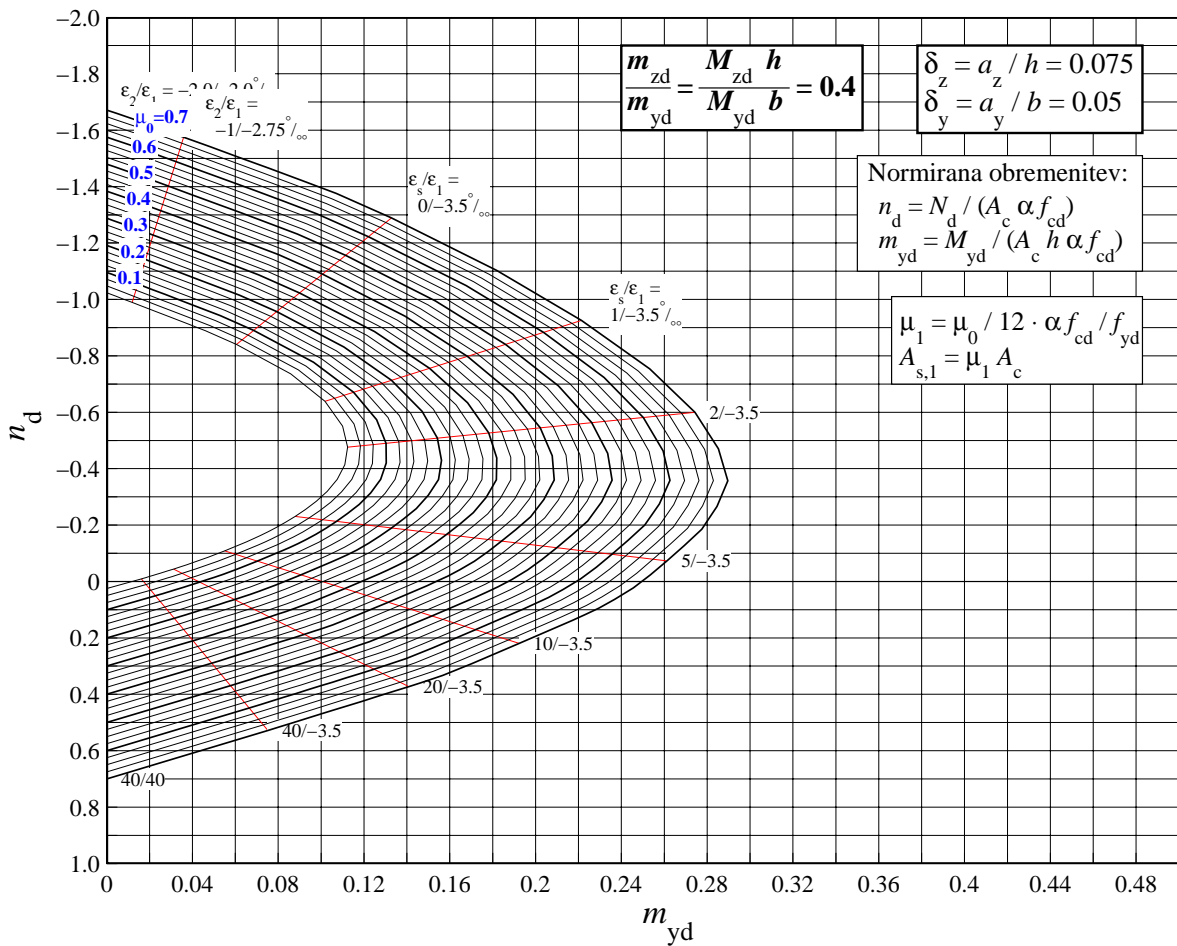


Slika 75: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.05$, $\delta_y = 0.05$, 12 palic.

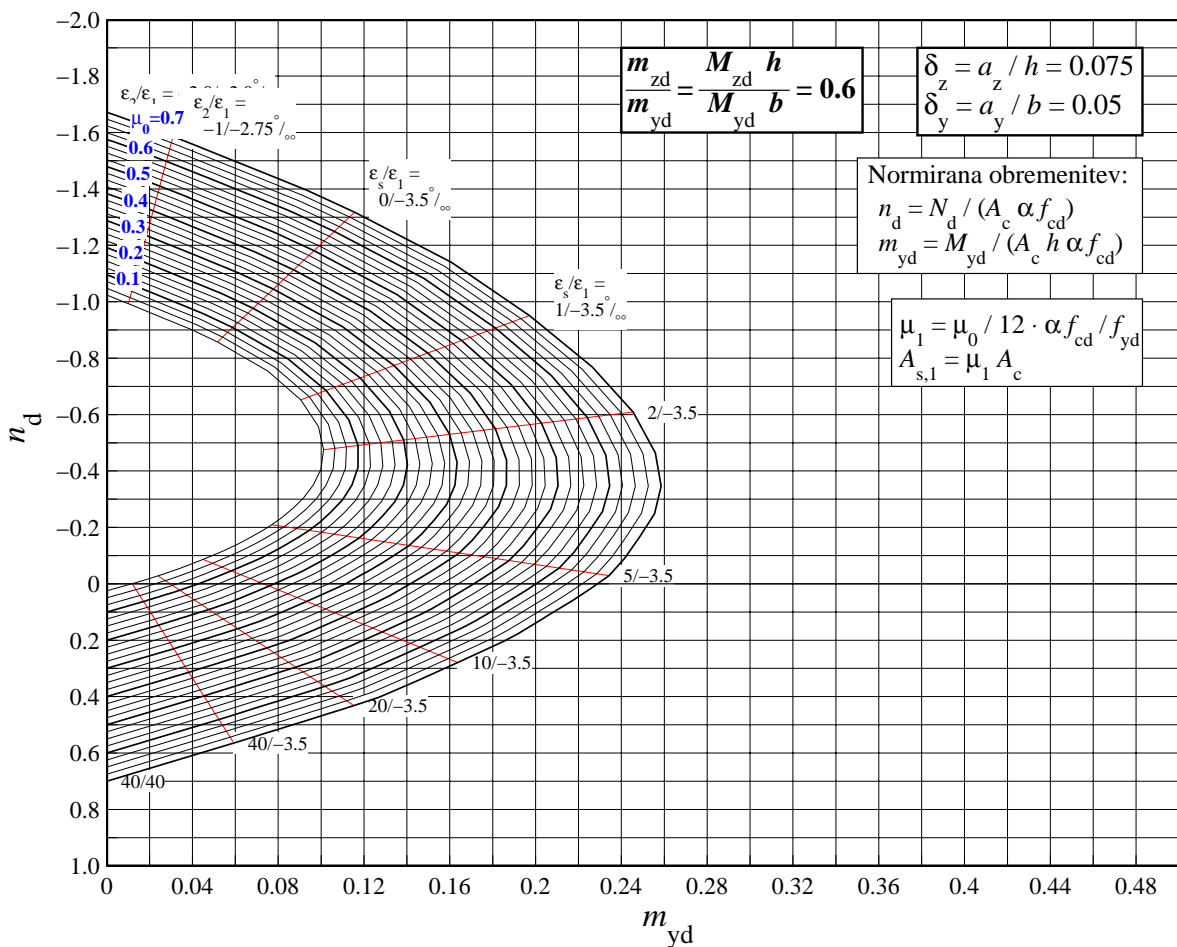
1.16 PRAVOKOTNI PREREZ, 12 palic ($\delta_z = 0.075, \delta_y = 0.05$), S400



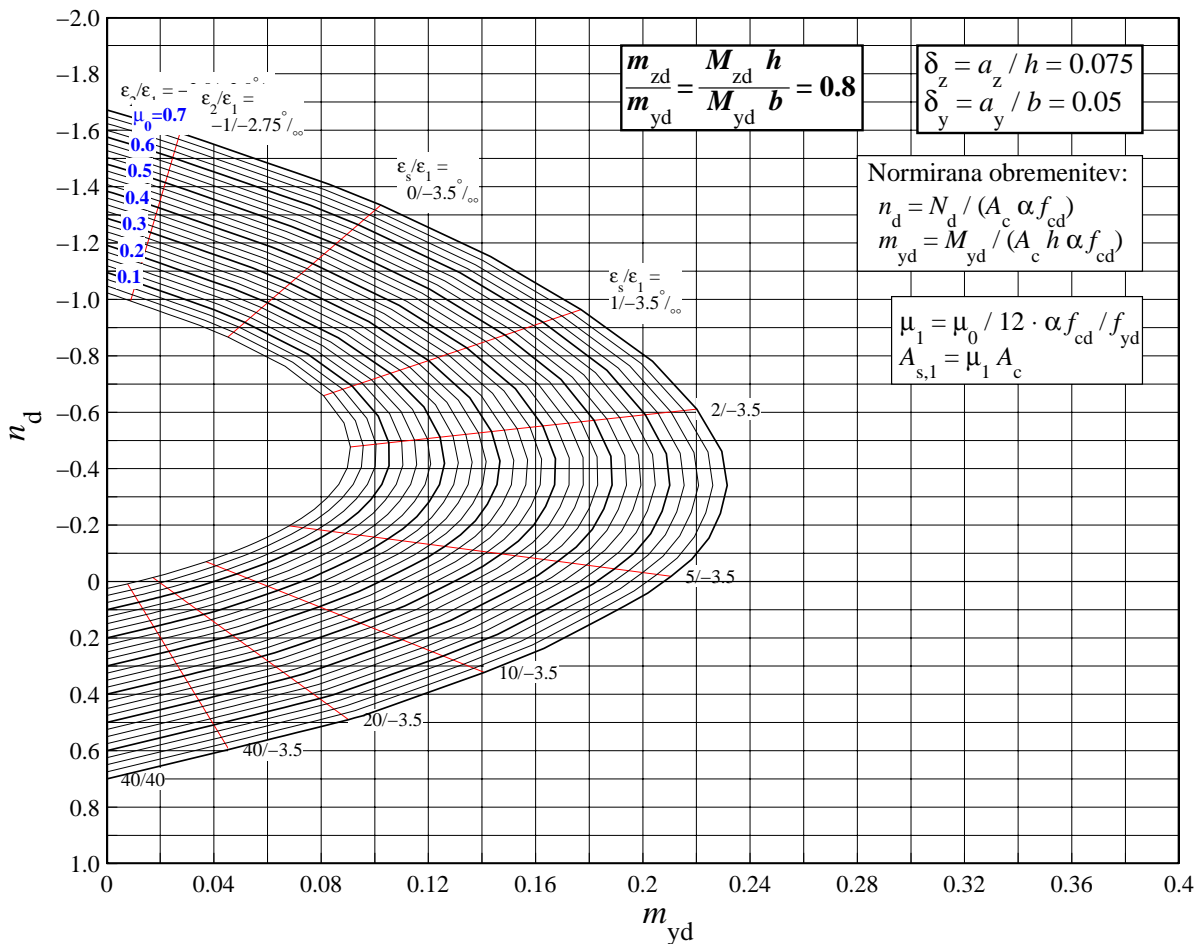
Slika 76: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.075, \delta_y = 0.05$, 12 palic.



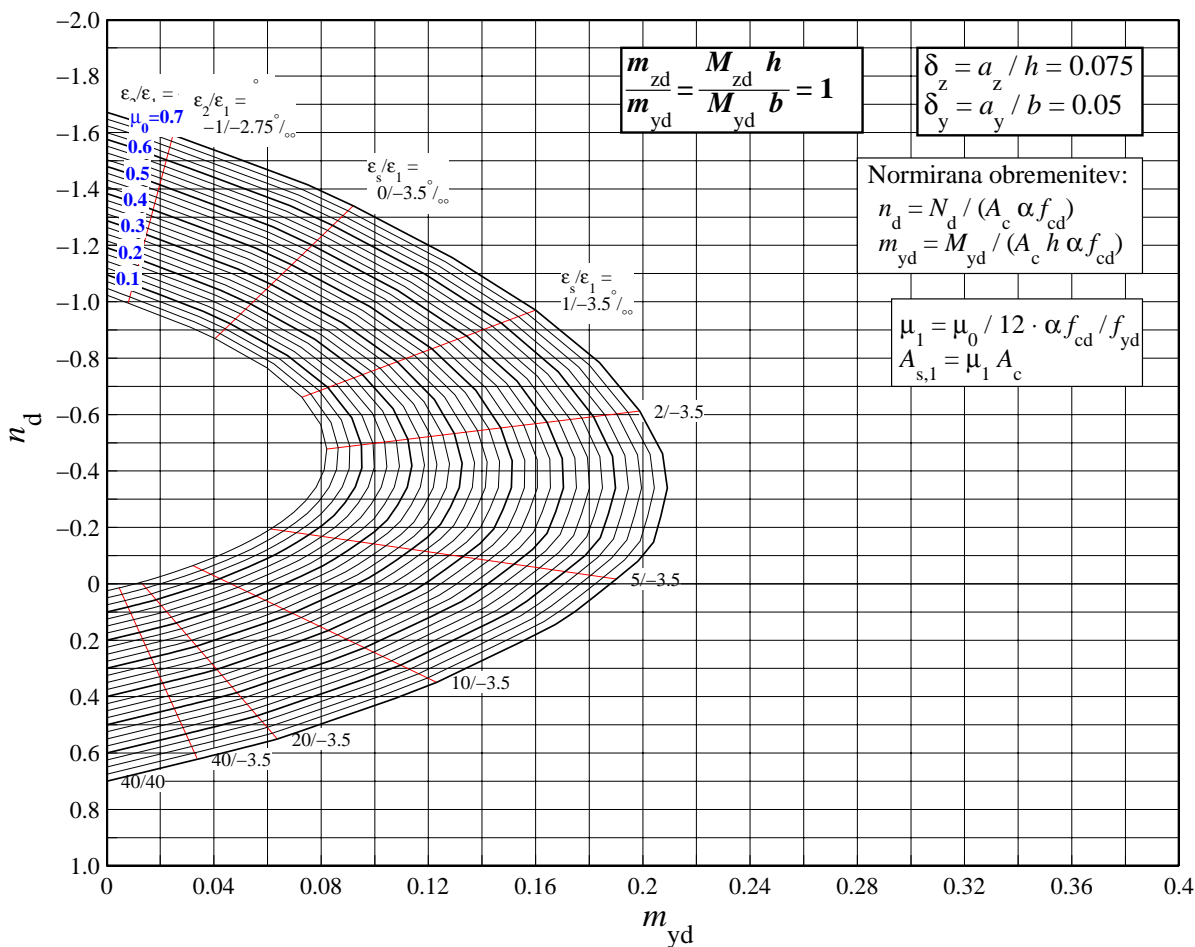
Slika 77: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.075$, $\delta_y = 0.05$, 12 palic.



Slika 78: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.075$, $\delta_y = 0.05$, 12 palic.

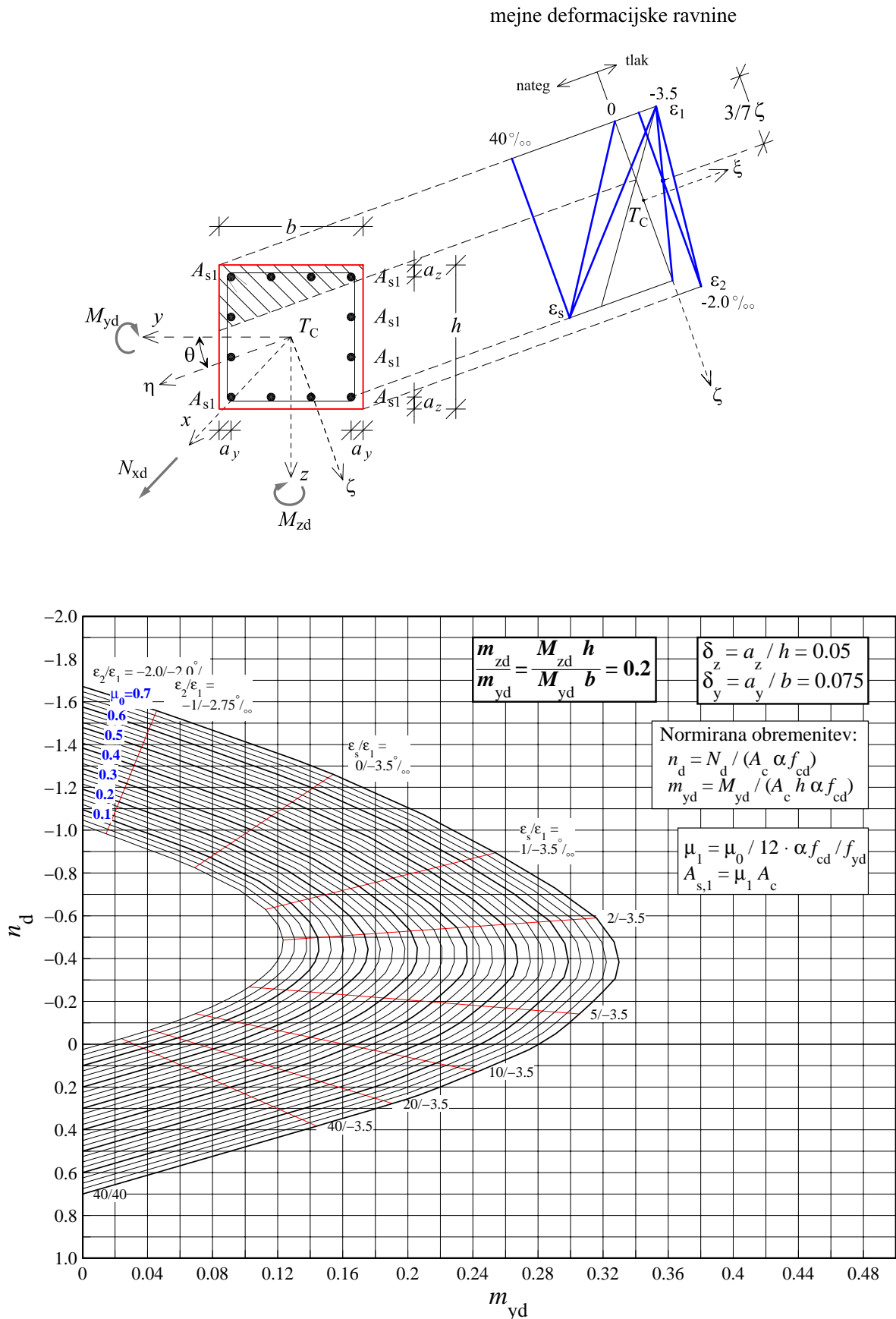


Slika 79: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.075$, $\delta_y = 0.05$, 12 palic.

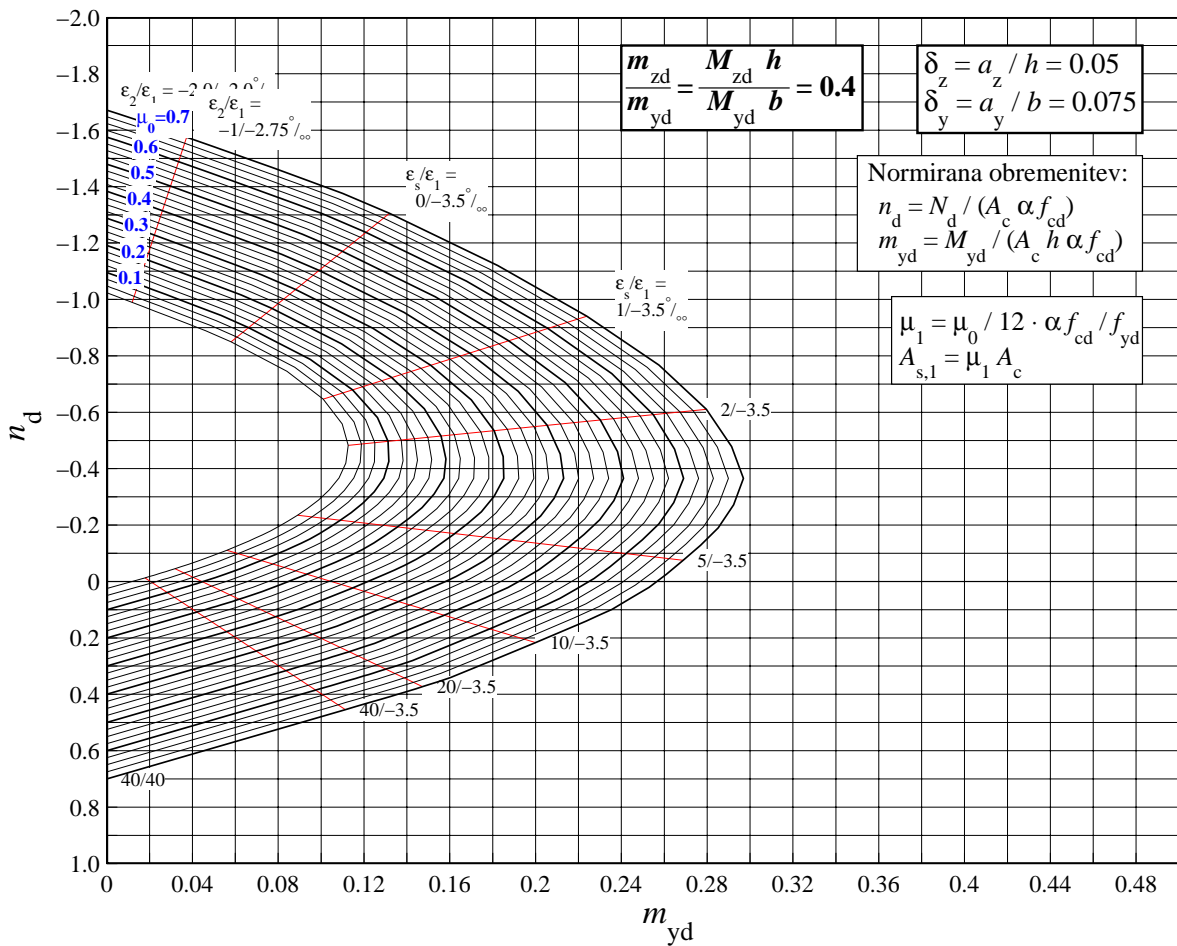


Slika 80: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.075$, $\delta_y = 0.05$, 12 palic.

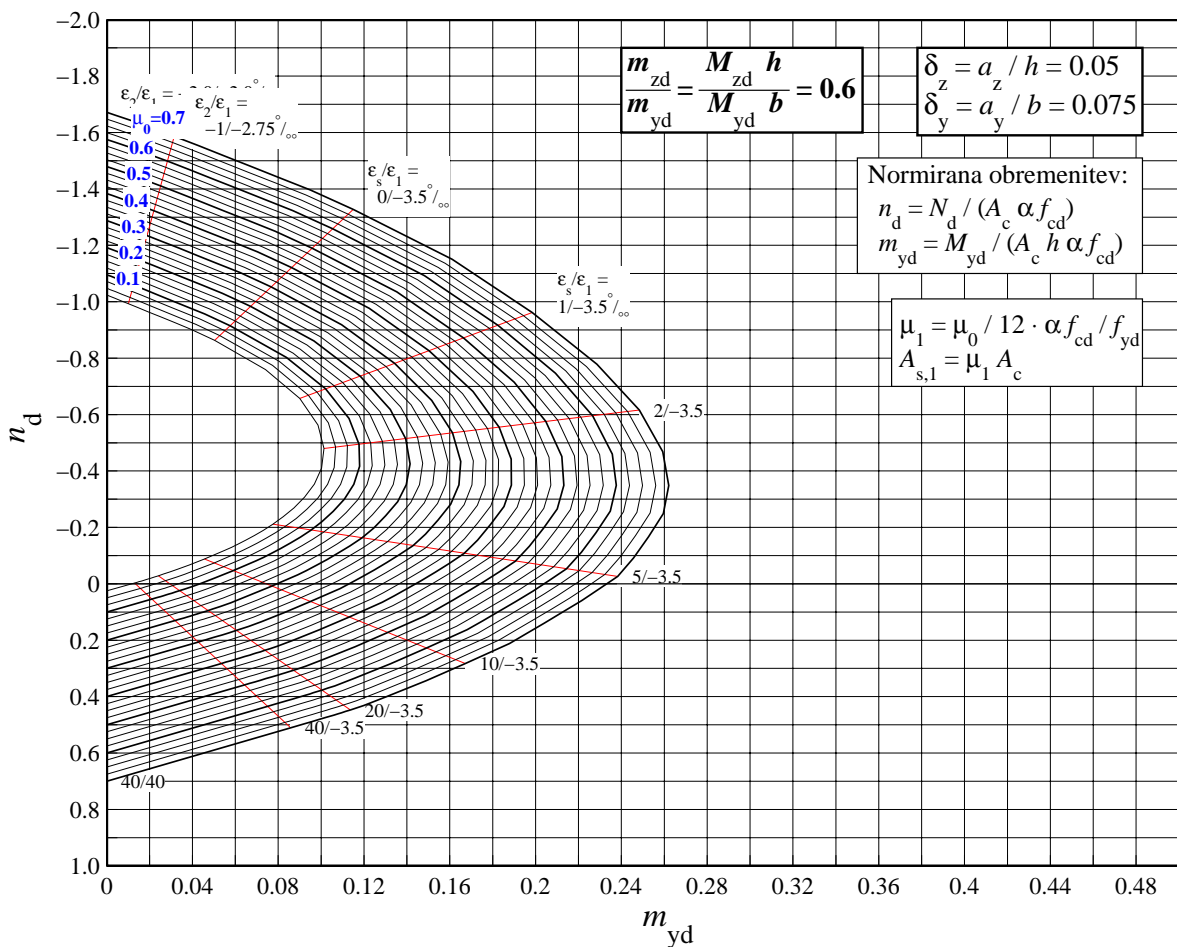
1.17 PRAVOKOTNI PREREZ, 12 palic ($\delta_z = 0.05, \delta_y = 0.075$), S400



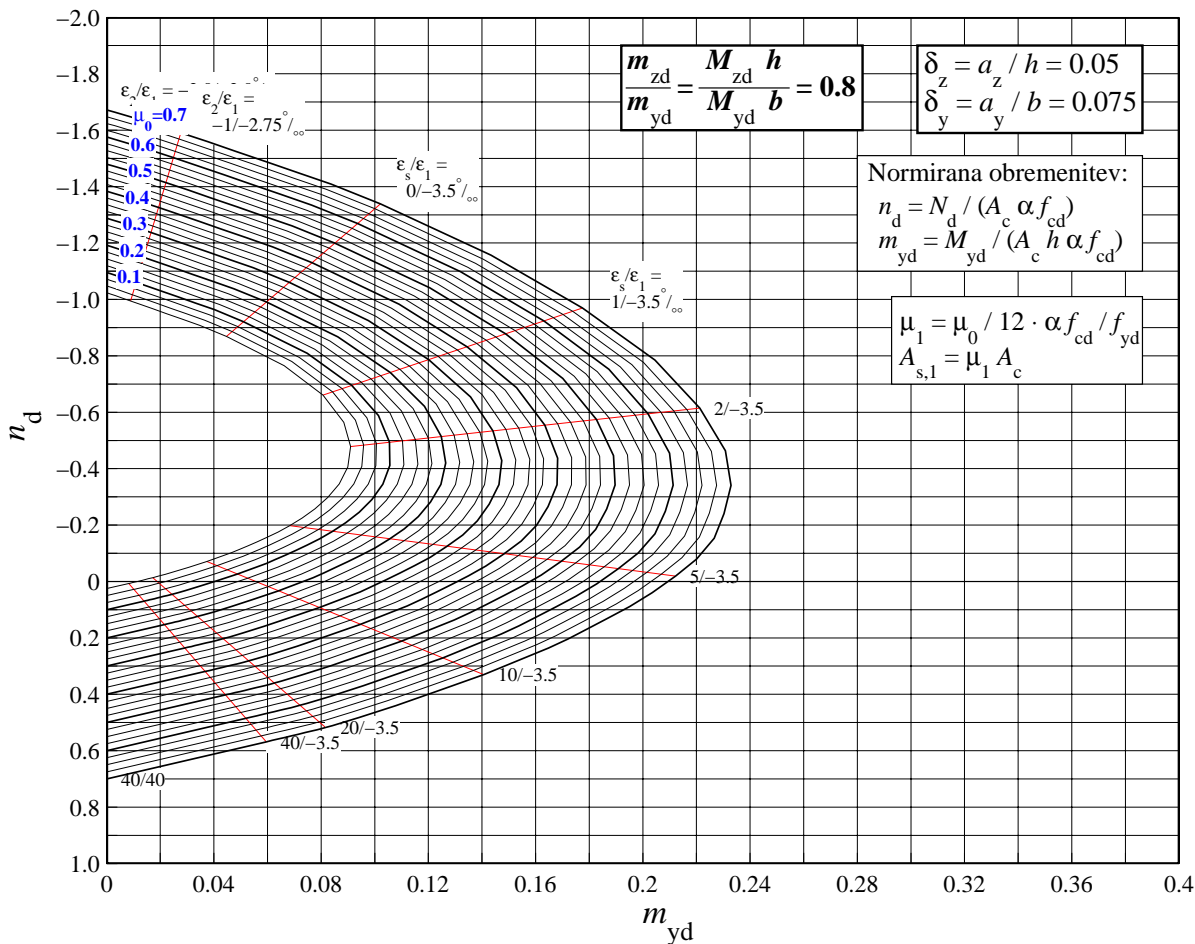
Slika 81: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.05, \delta_y = 0.075$, 12 palic.



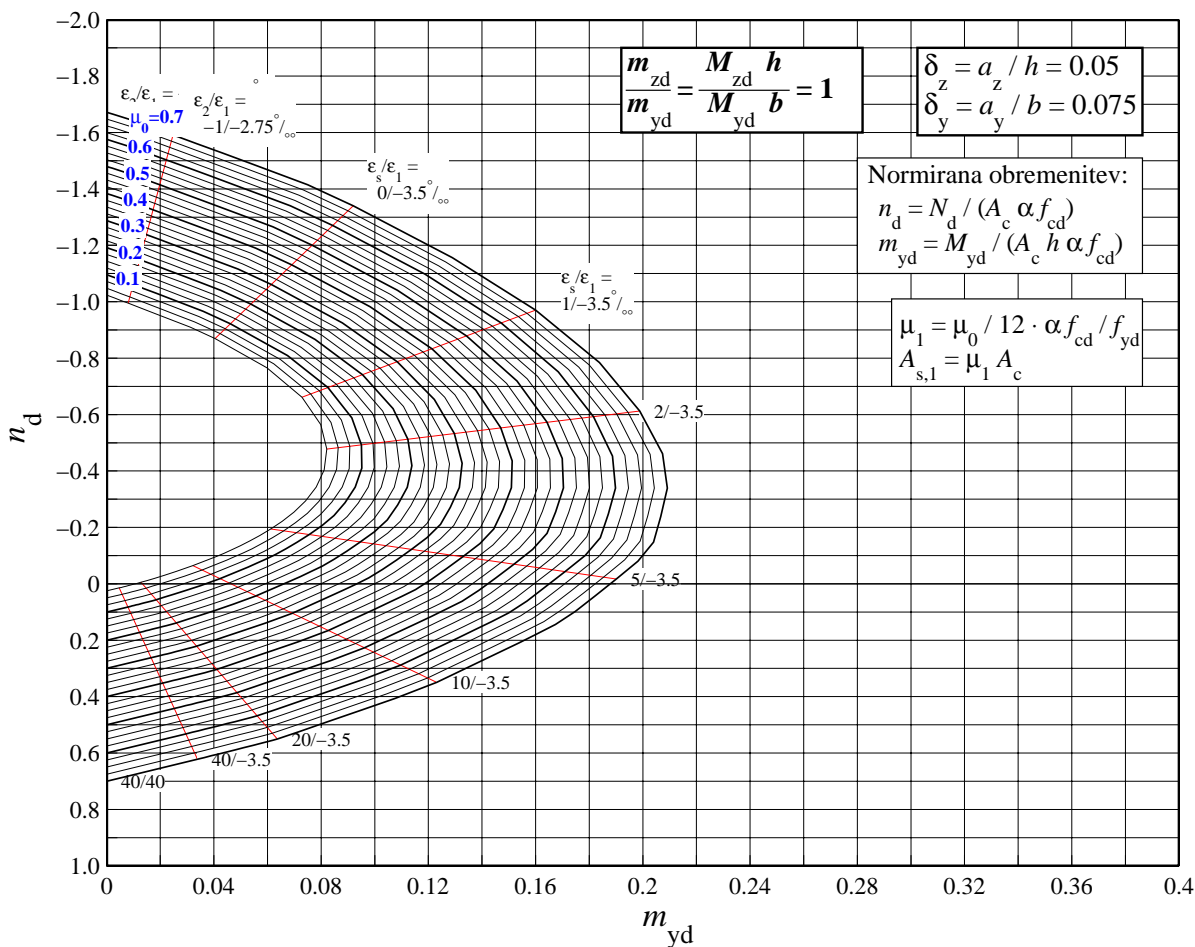
Slika 82: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.05$, $\delta_y = 0.075$, 12 palic.



Slika 83: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.05$, $\delta_y = 0.075$, 12 palic.

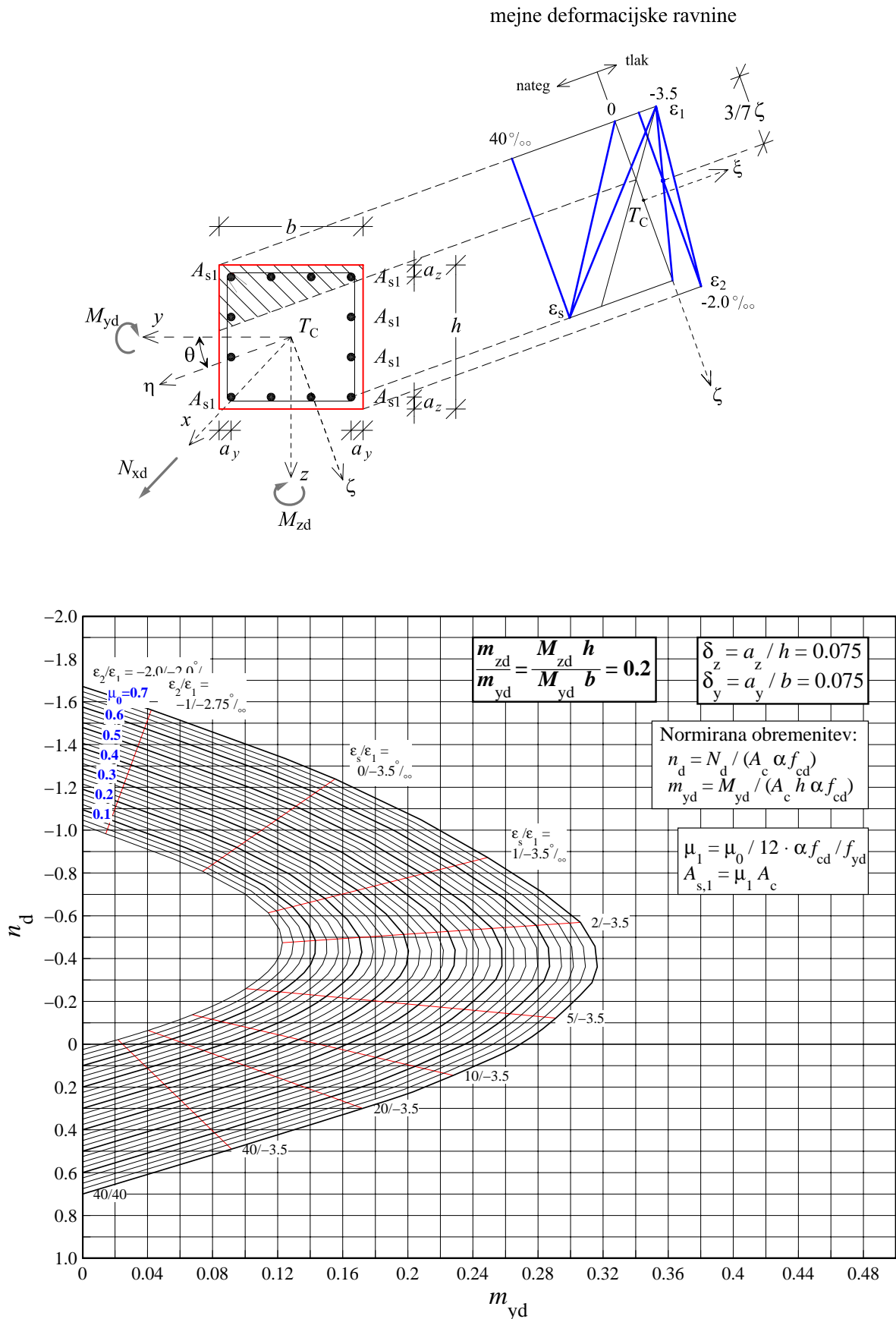


Slika 84: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.05$, $\delta_y = 0.075$, 12 palic.

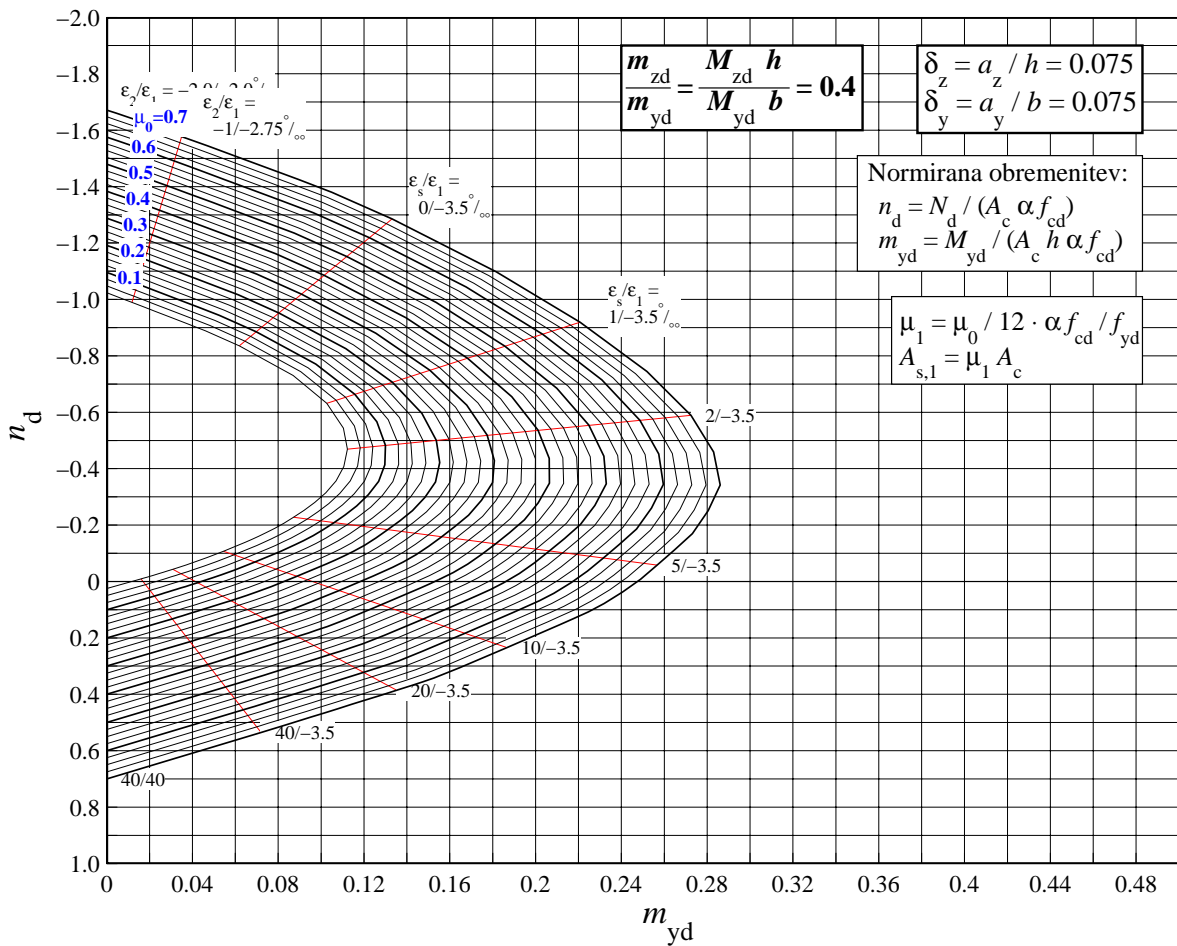


Slika 85: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.05$, $\delta_y = 0.075$, 12 palic.

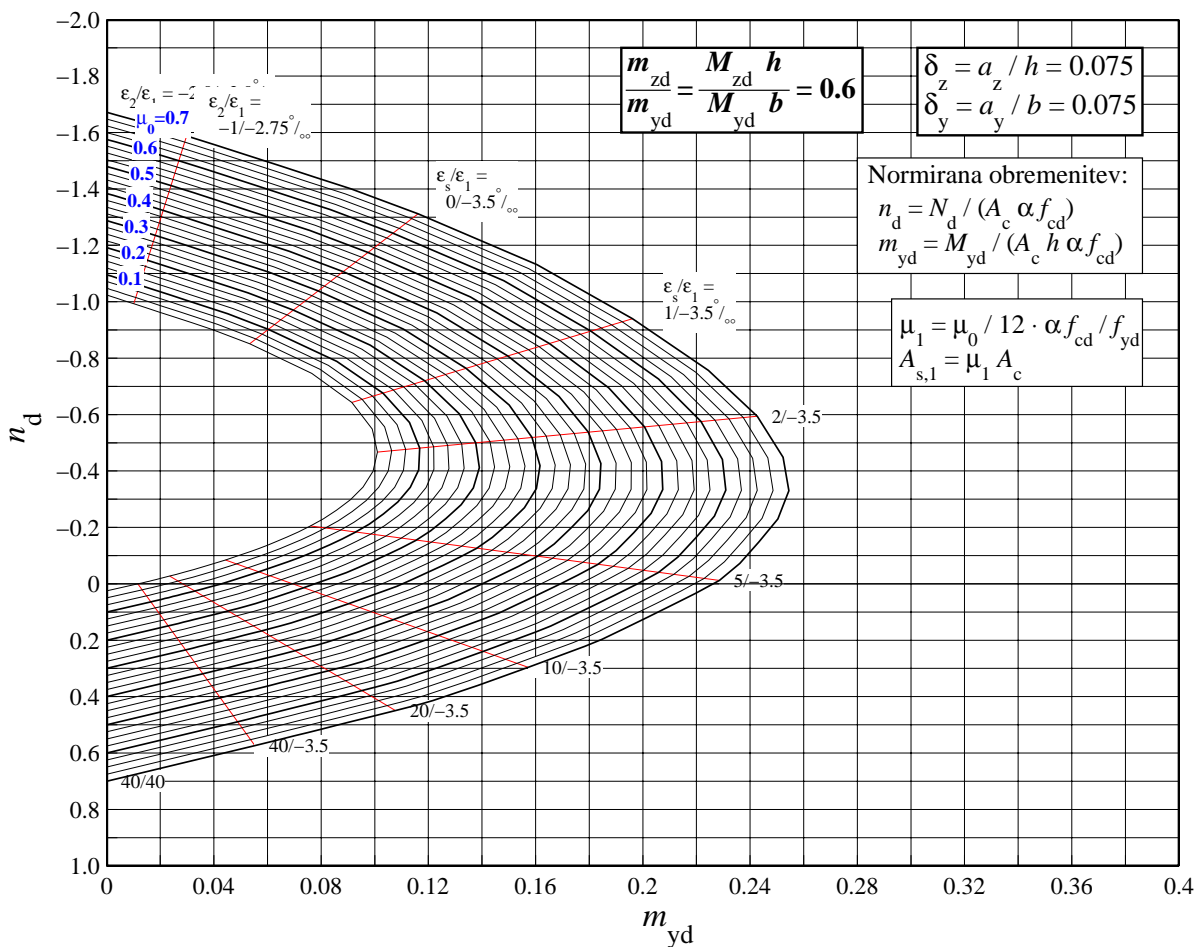
1.18 PRAVOKOTNI PREREZ, 12 palic ($\delta_z = 0.075, \delta_y = 0.075$), S400



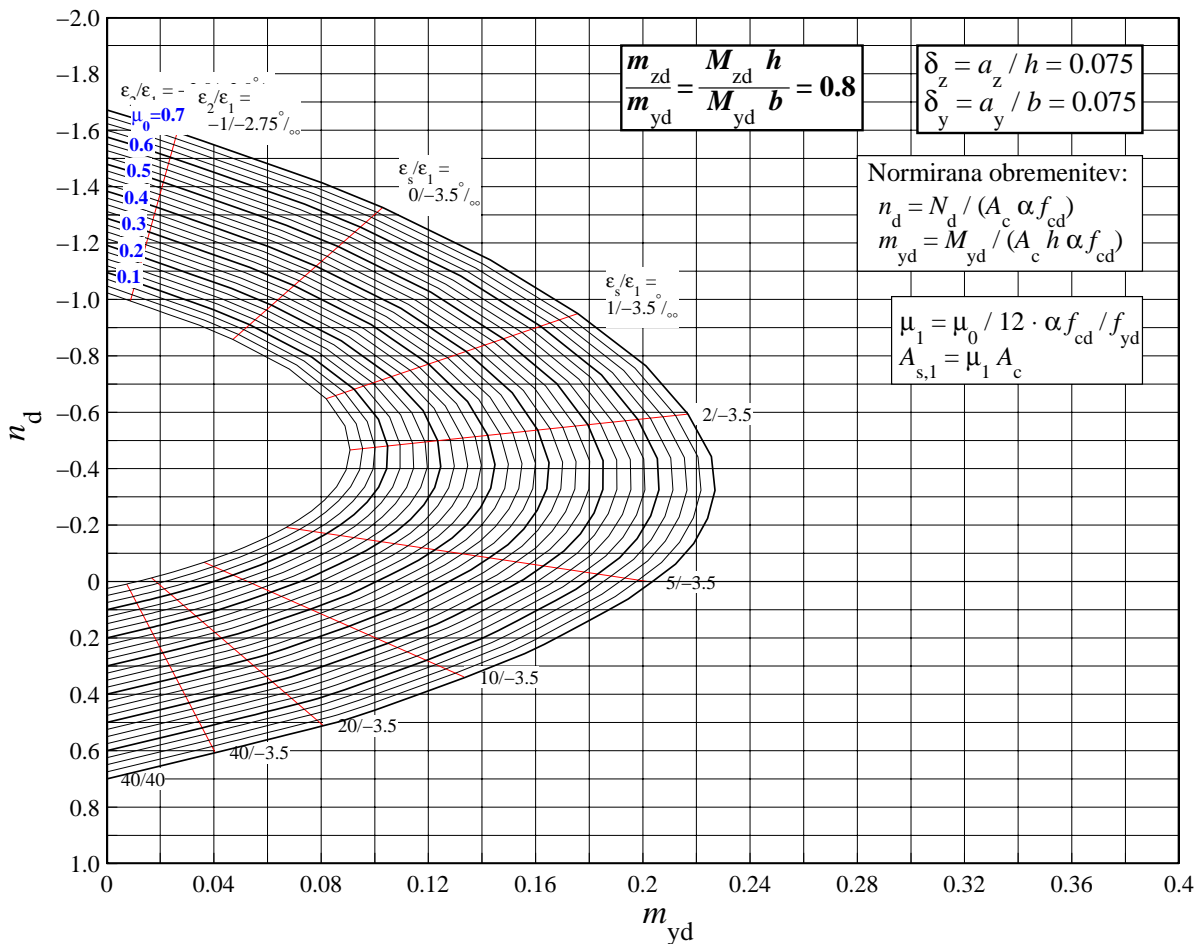
Slika 86: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.075, \delta_y = 0.075$, 12 palic.



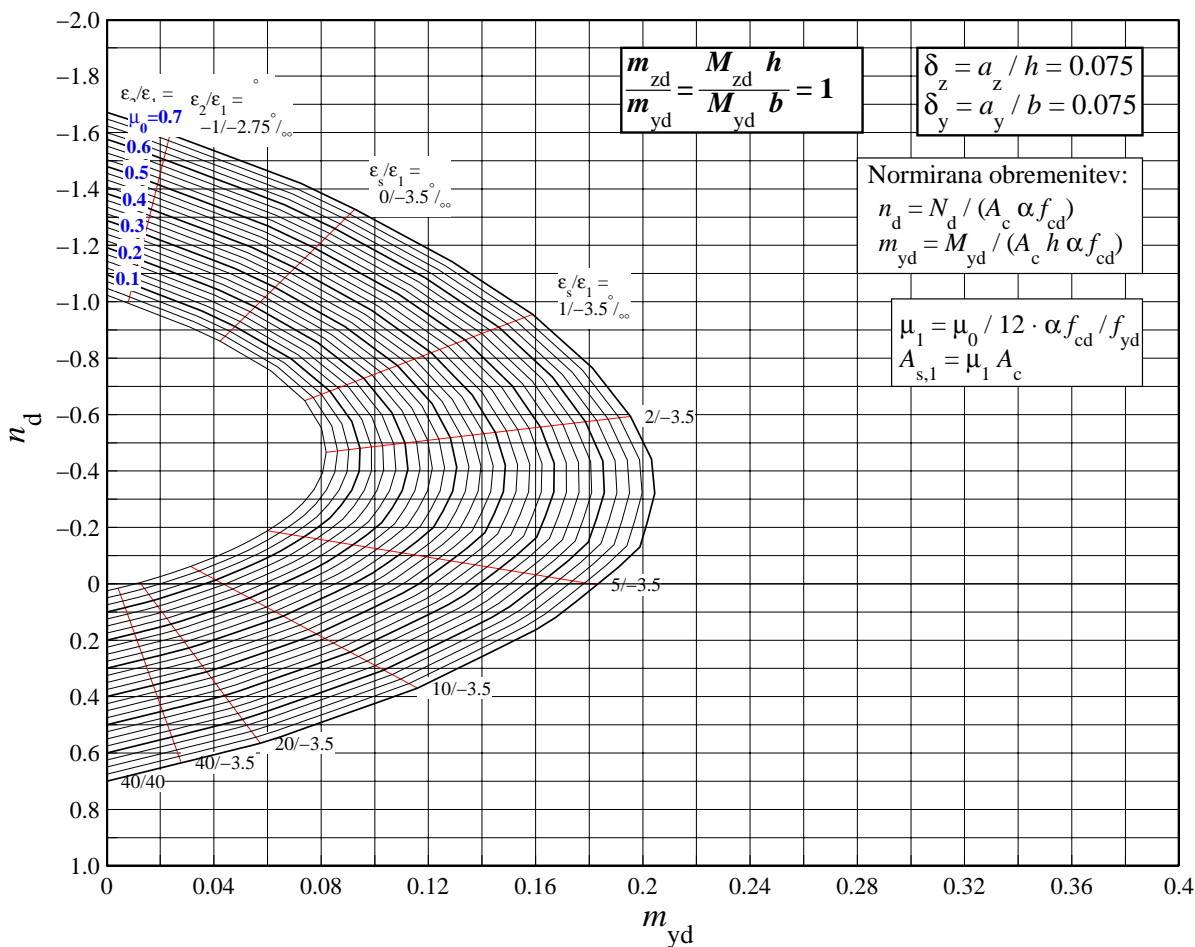
Slika 87: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.075$, $\delta_y = 0.075$, 12 palic.



Slika 88: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.075$, $\delta_y = 0.075$, 12 palic.

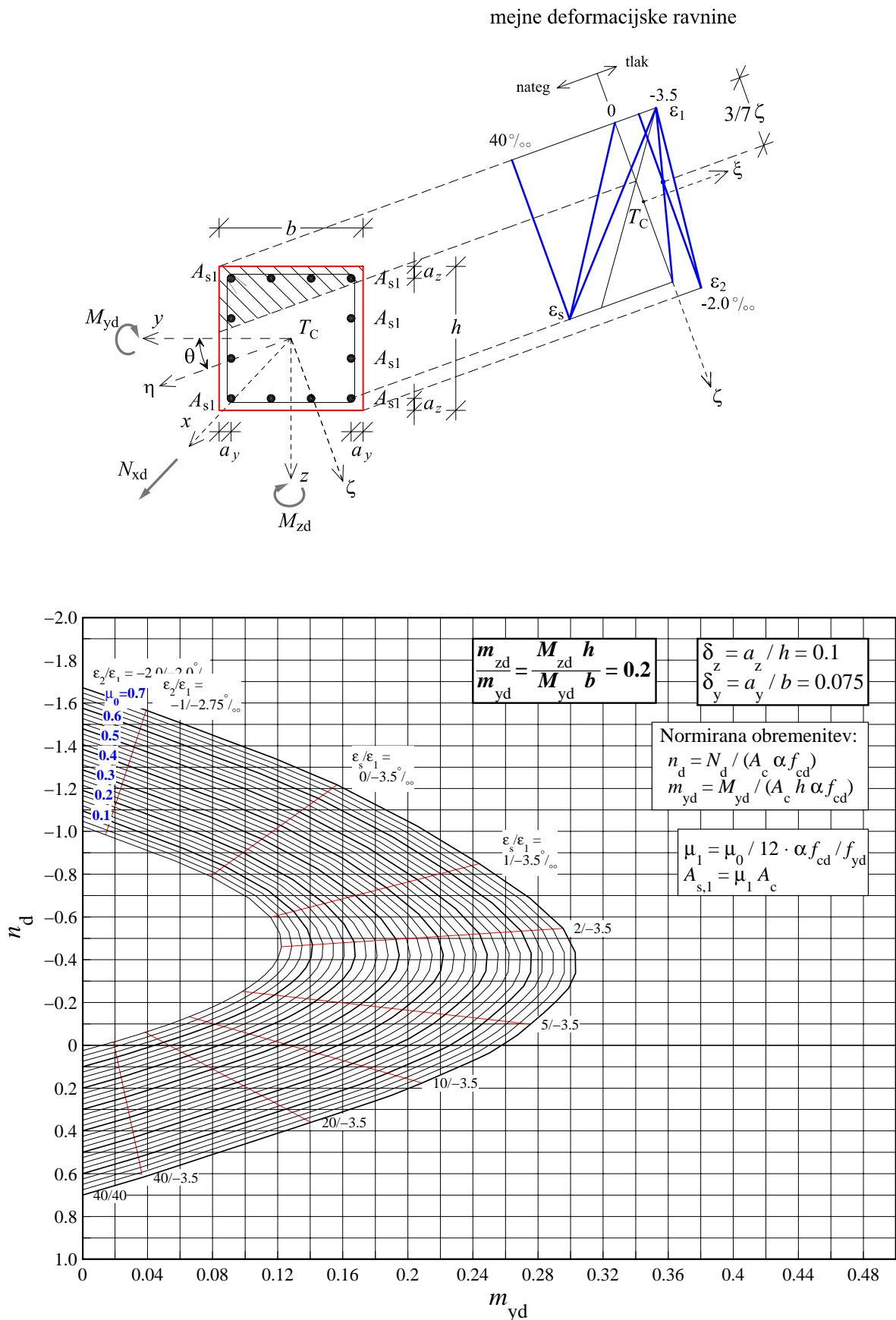


Slika 89: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.075$, $\delta_y = 0.075$, 12 palic.

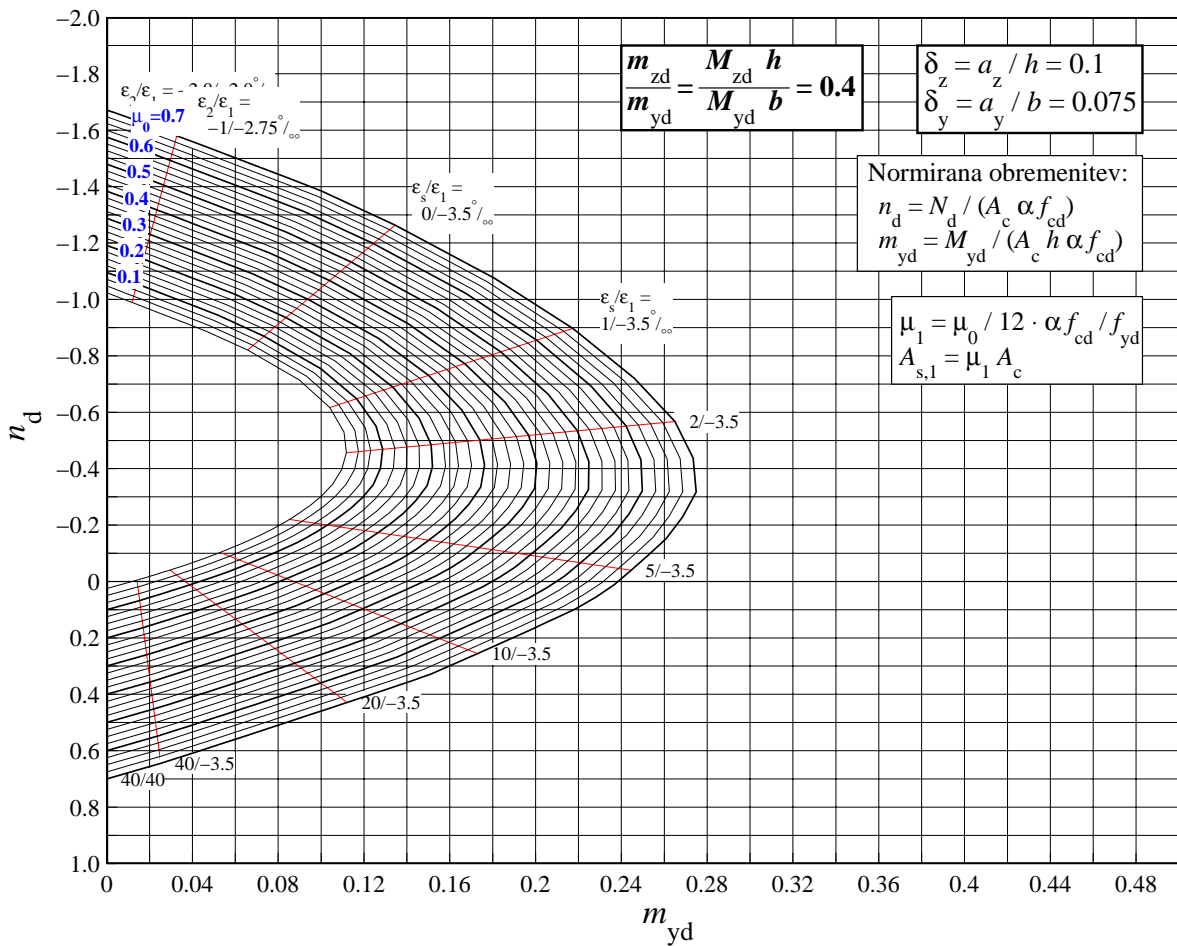


Slika 90: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.075$, $\delta_y = 0.075$, 12 palic.

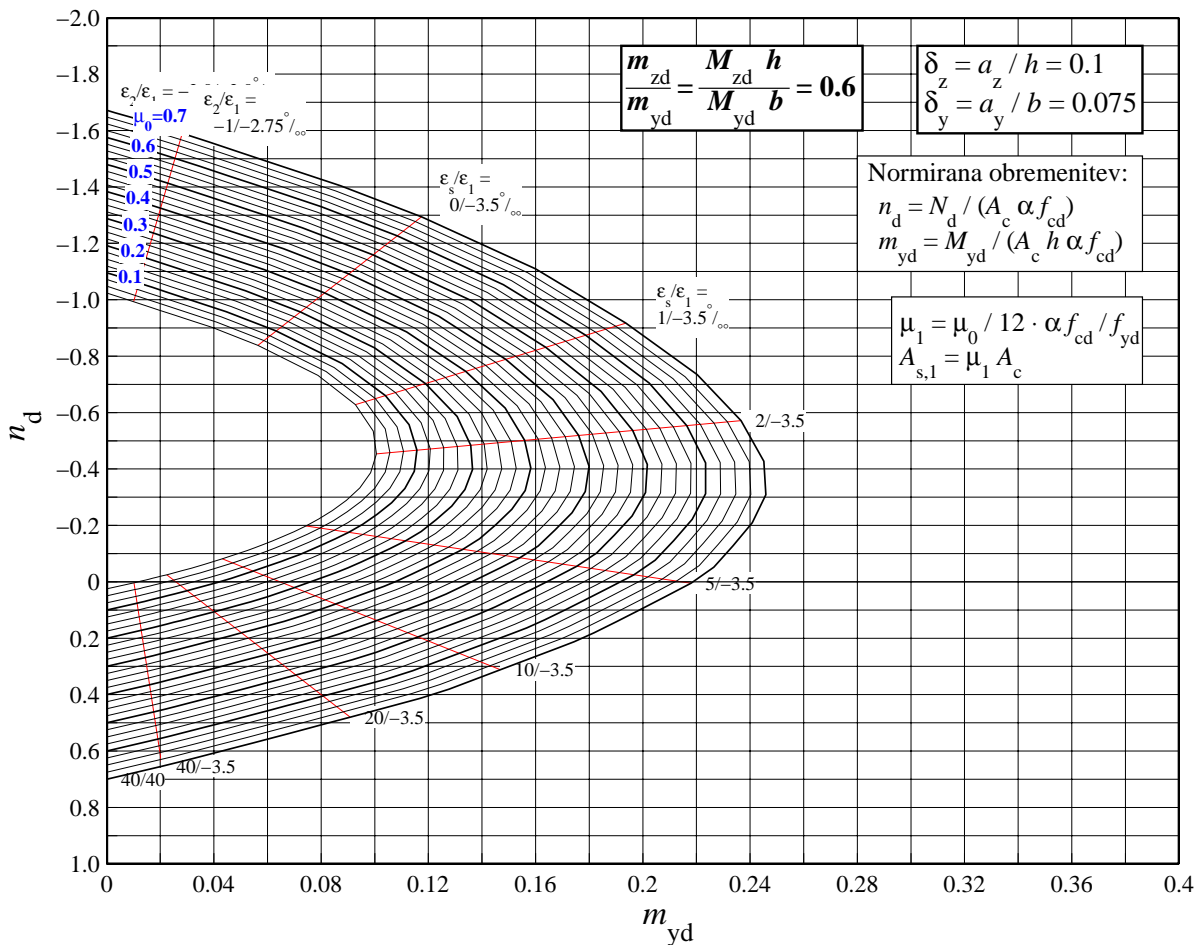
1.19 PRAVOKOTNI PREREZ, 12 palic ($\delta_z = 0.1, \delta_y = 0.075$), S400



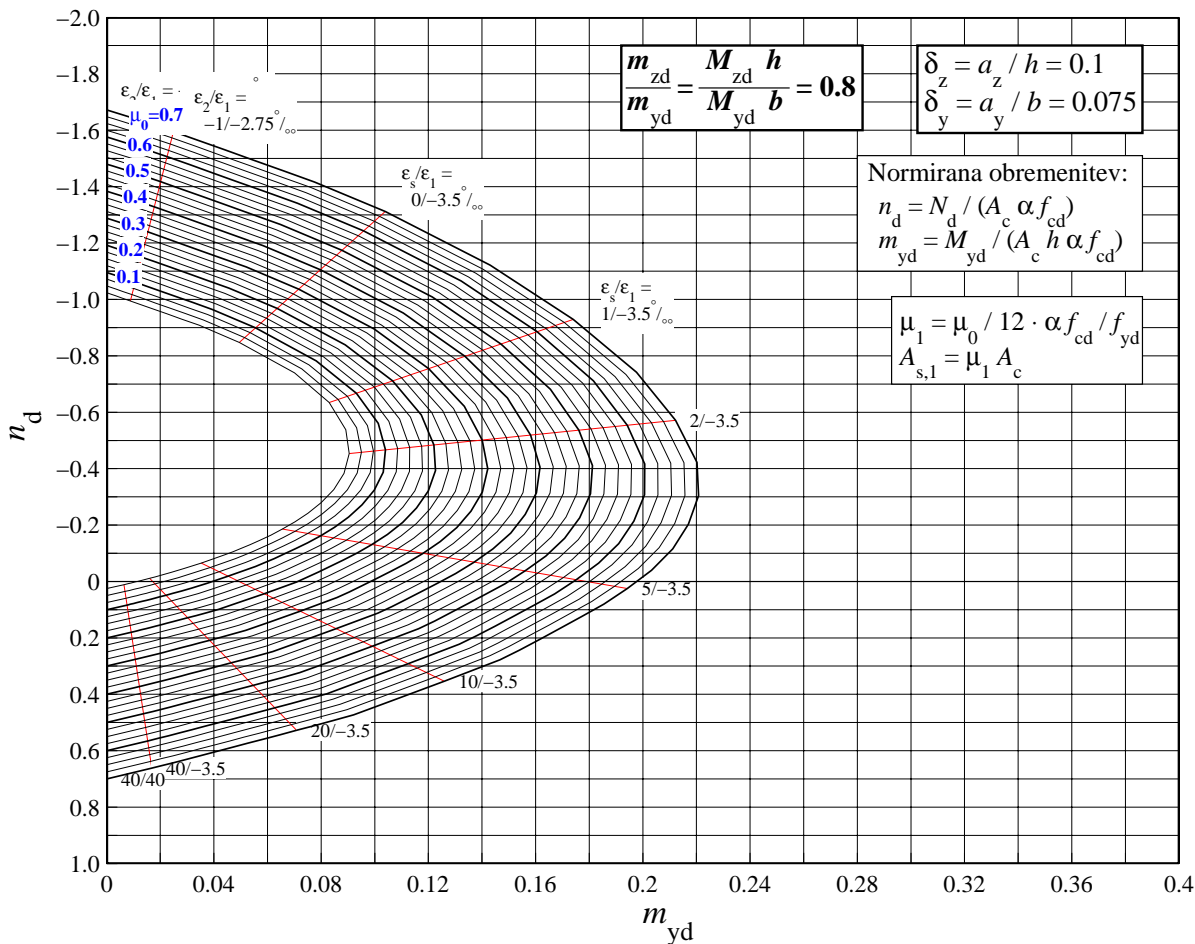
Slika 91: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1, \delta_y = 0.075$, 12 palic.



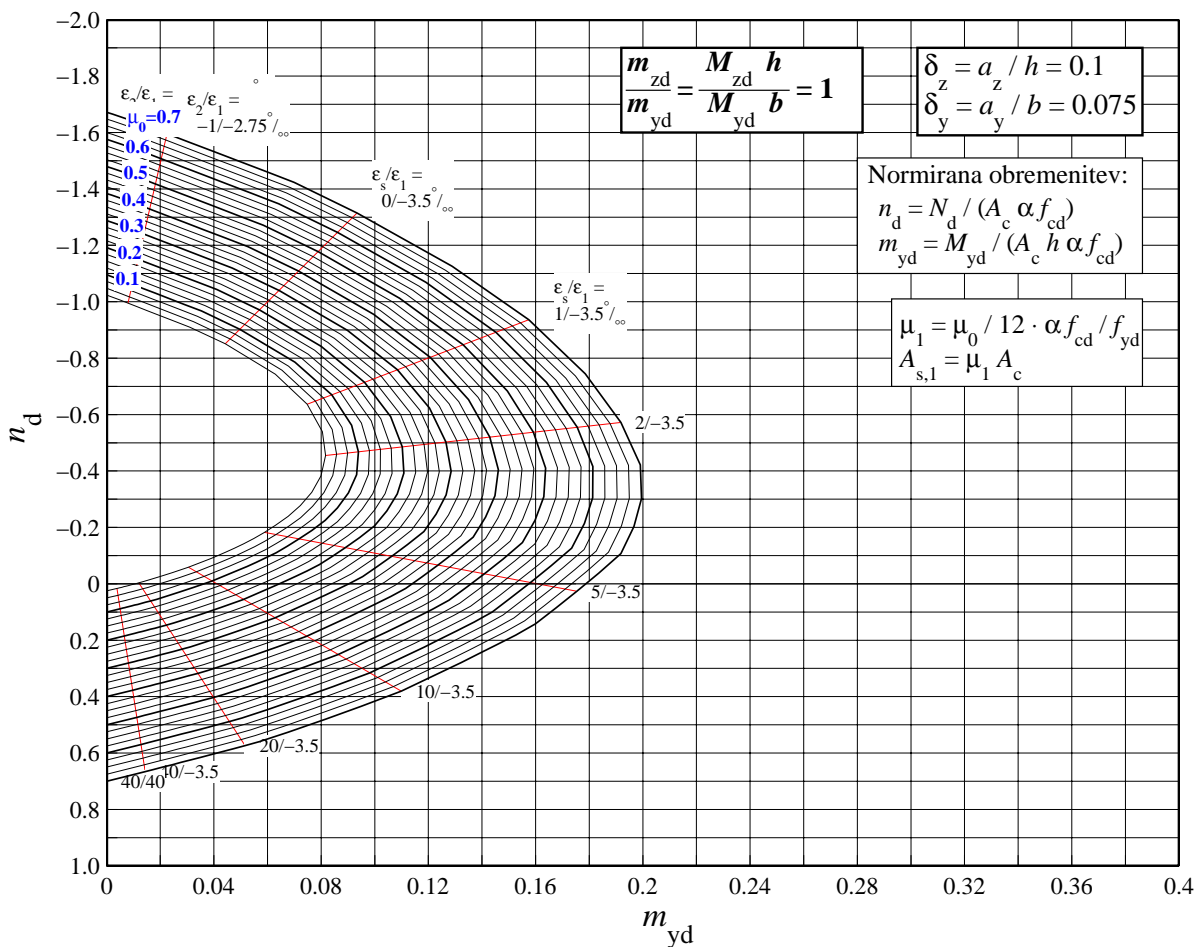
Slika 92: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.075$, 12 palic.



Slika 93: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.075$, 12 palic.

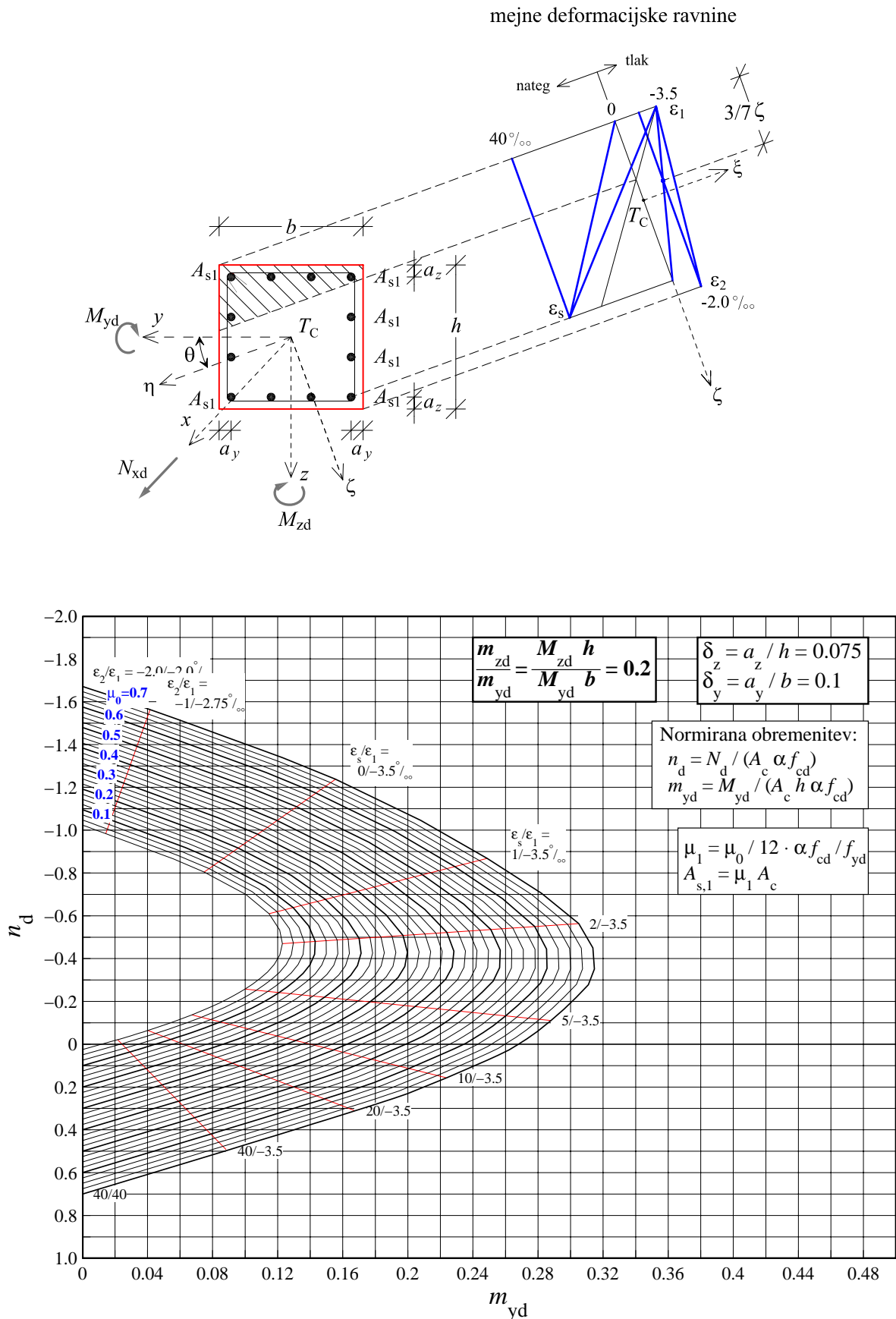


Slika 94: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.075$, 12 palic.

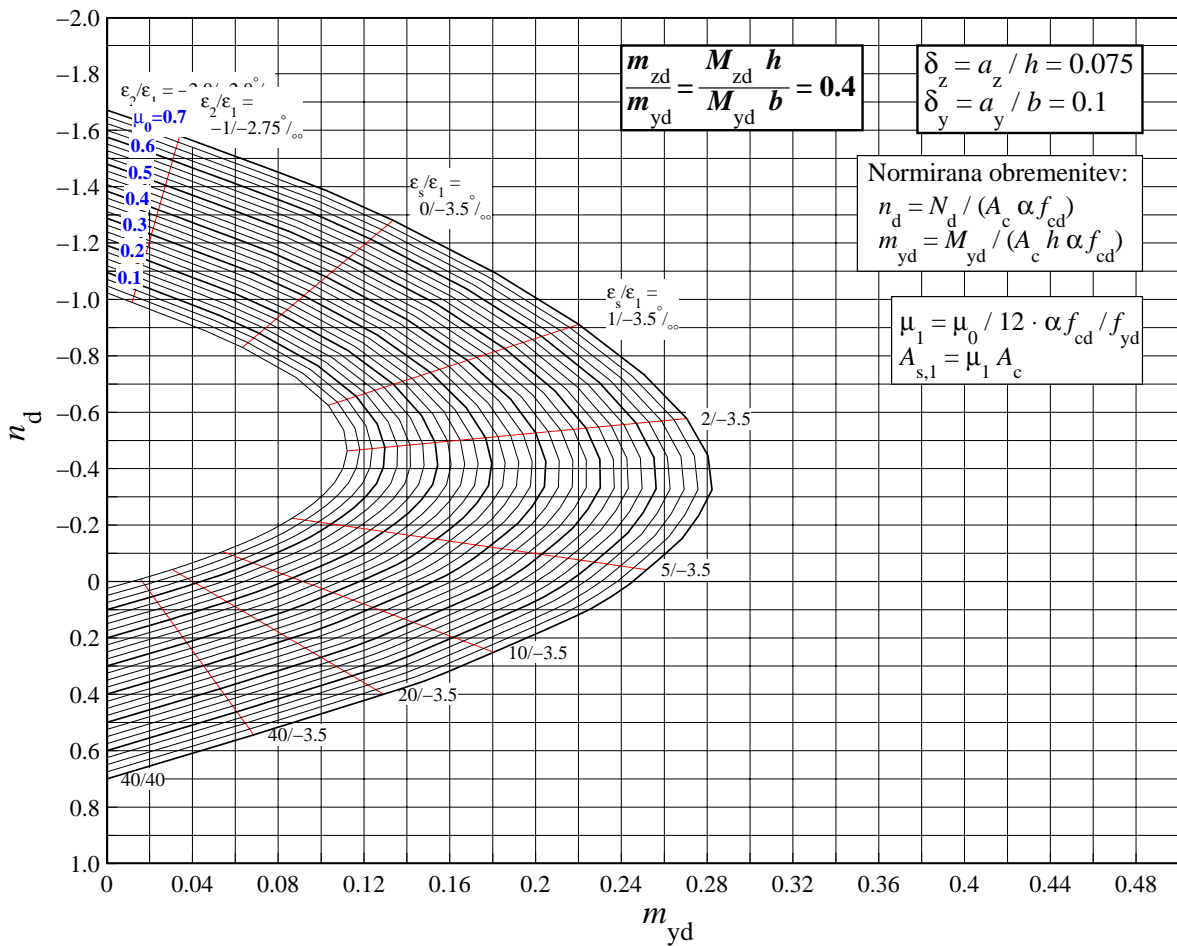


Slika 95: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.075$, 12 palic.

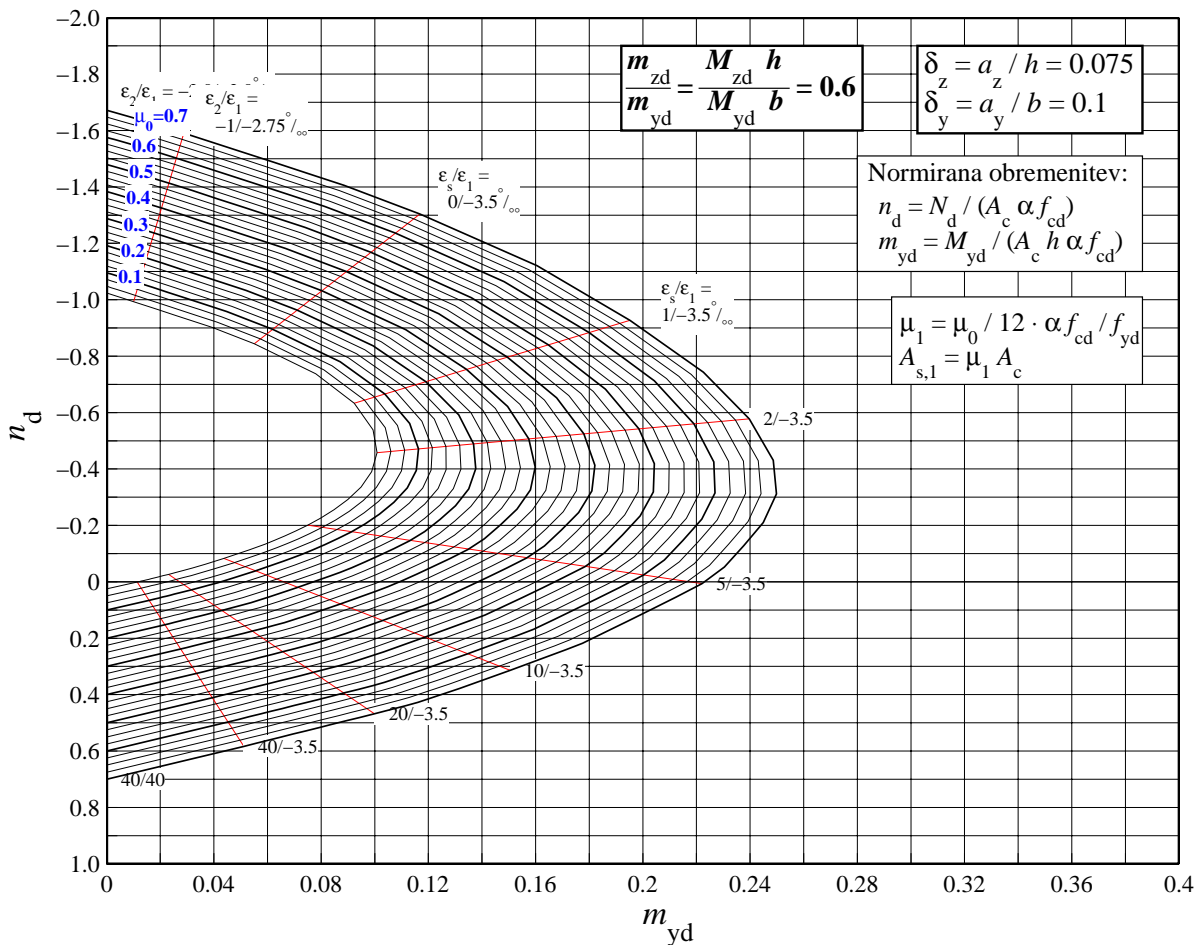
1.20 PRAVOKOTNI PREREZ, 12 palic ($\delta_z = 0.075, \delta_y = 0.1$), S400



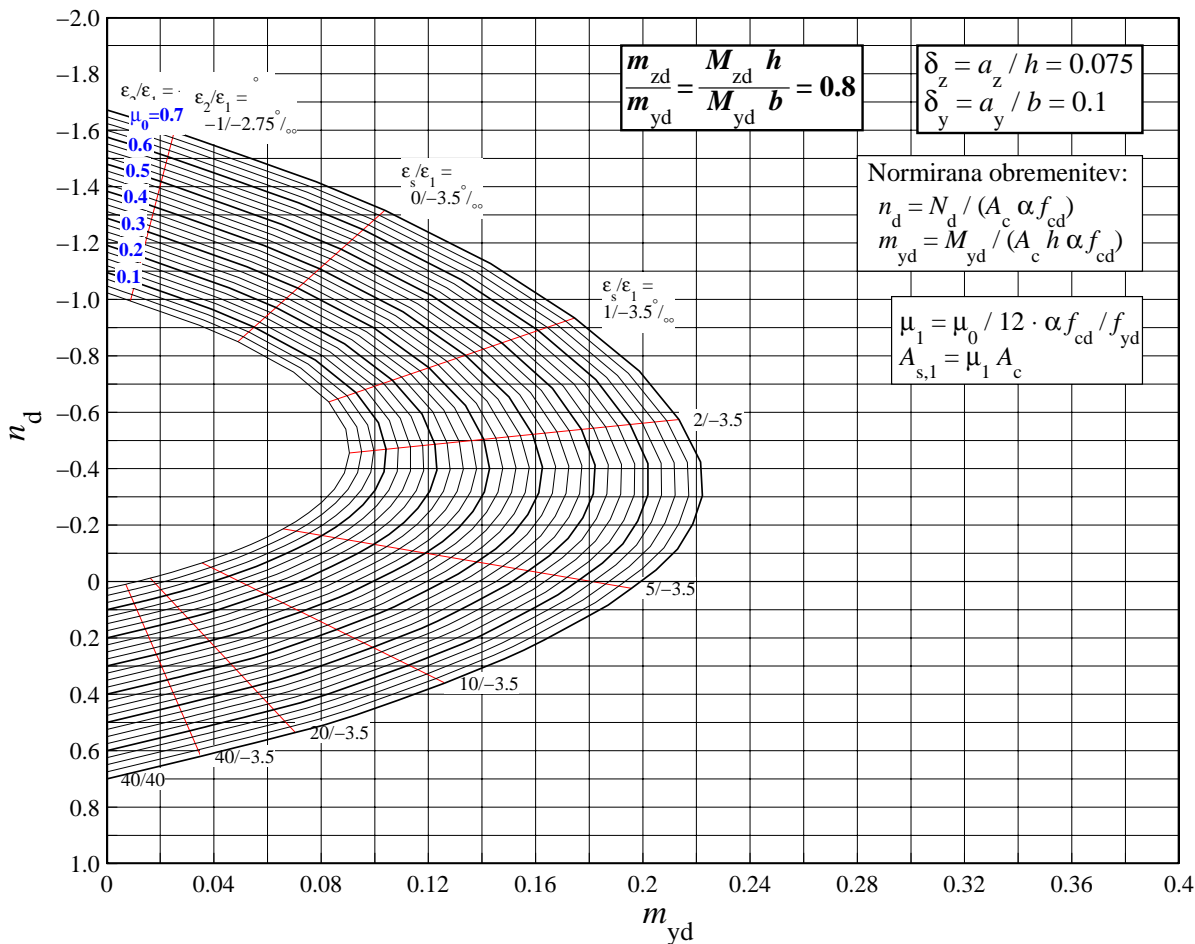
Slika 96: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.075, \delta_y = 0.1$, 12 palic.



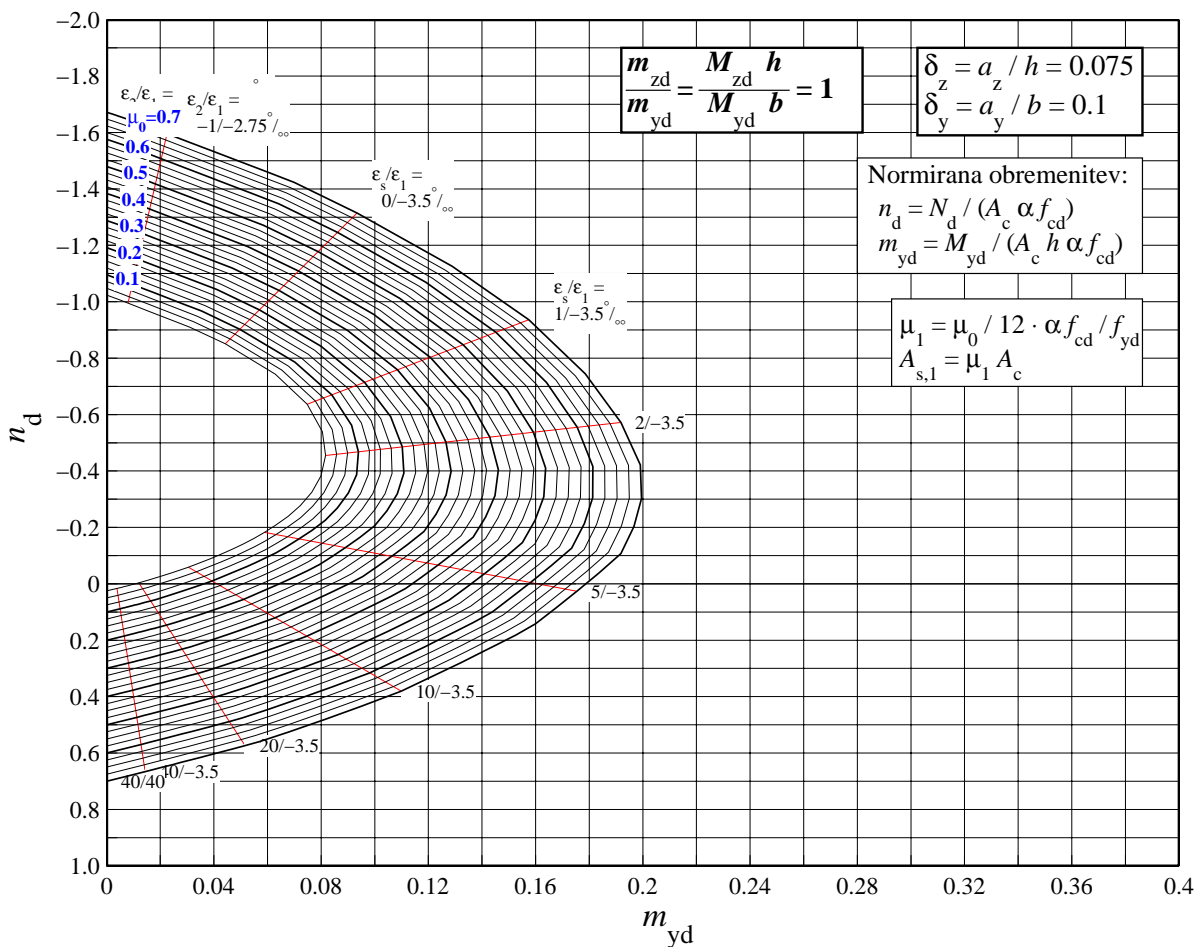
Slika 97: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.075$, $\delta_y = 0.1$, 12 palic.



Slika 98: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.075$, $\delta_y = 0.1$, 12 palic.

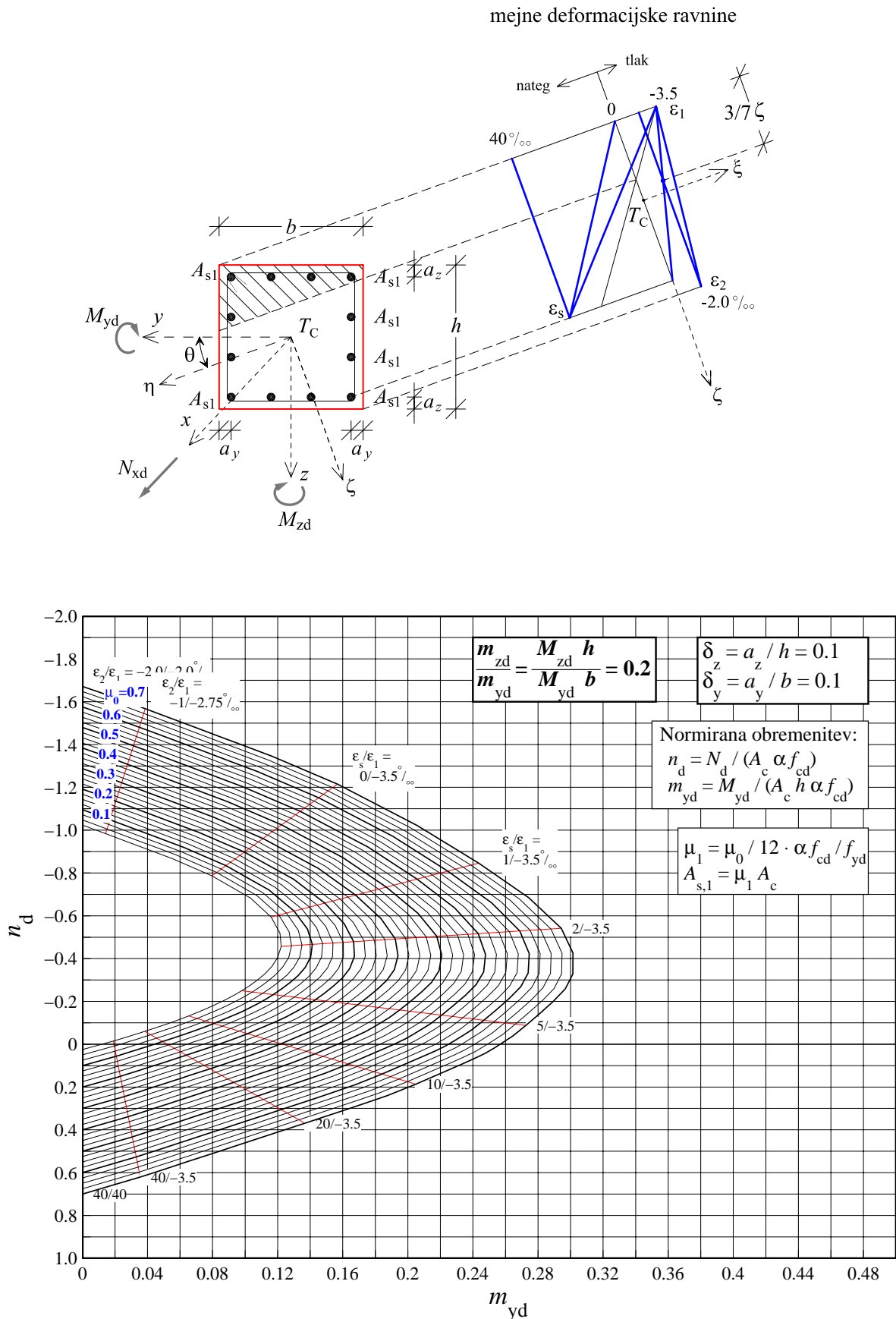


Slika 99: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.075$, $\delta_y = 0.1$, 12 palic.

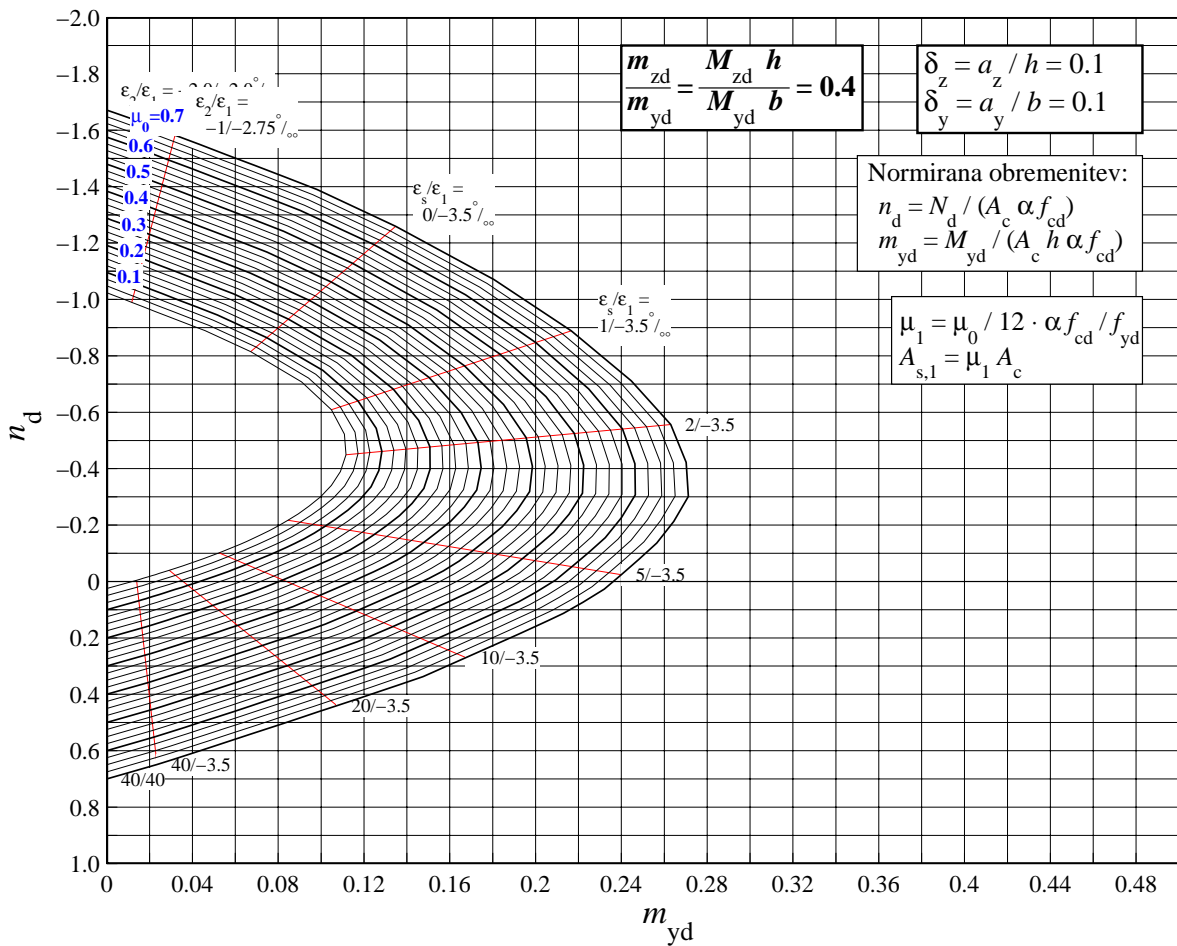


Slika 100: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.075$, $\delta_y = 0.1$, 12 palic.

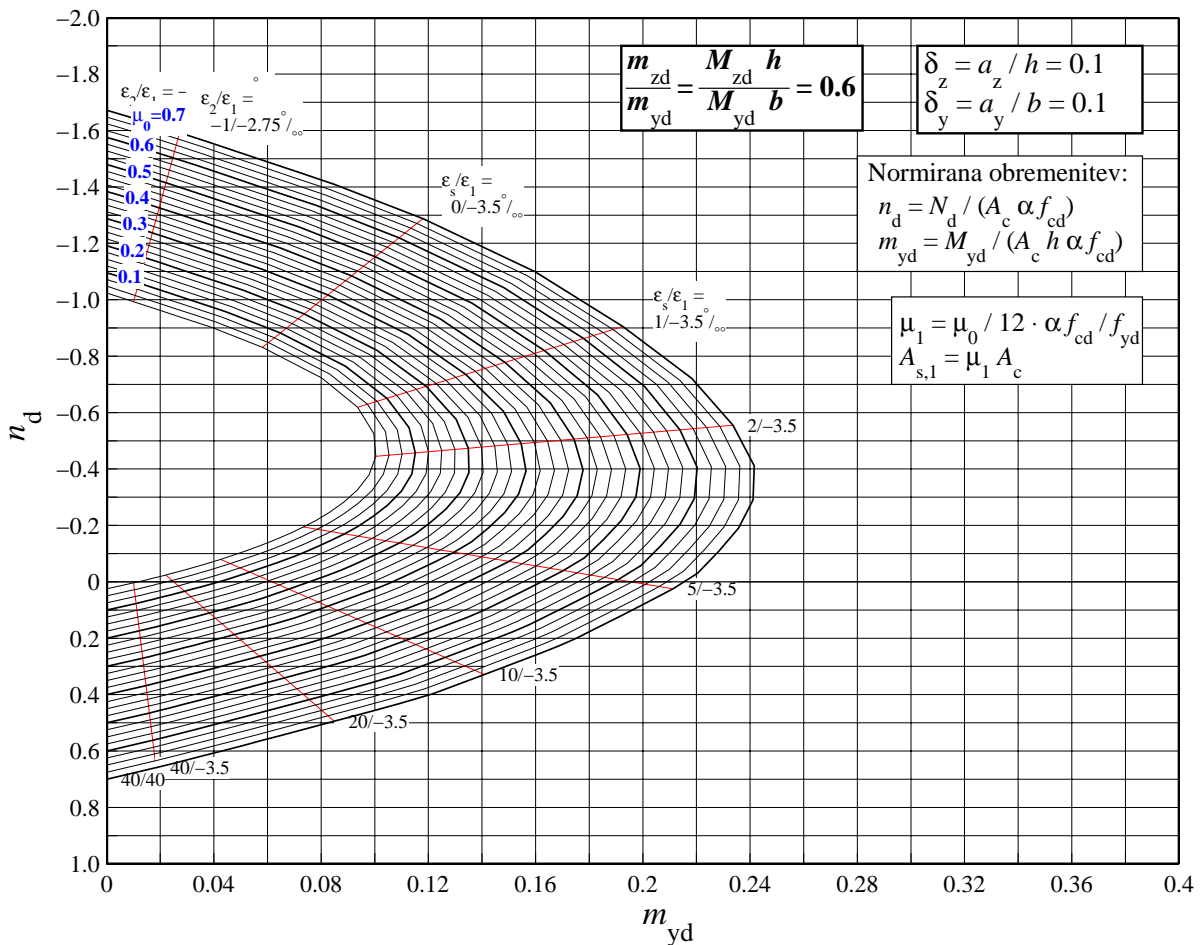
1.21 PRAVOKOTNI PREREZ, 12 palic ($\delta_z = 0.1, \delta_y = 0.1$), S400



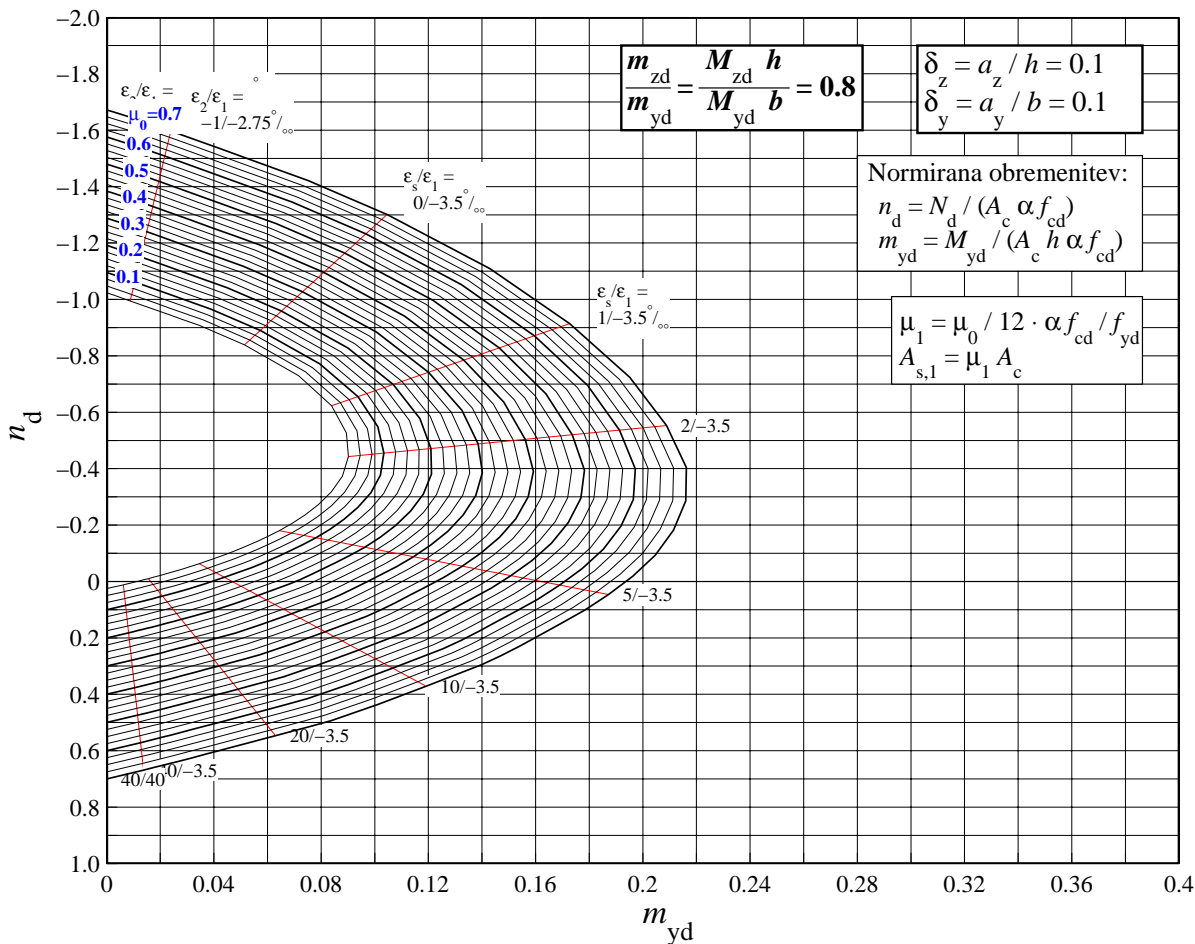
Slika 101: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1, \delta_y = 0.1$, 12 palic.



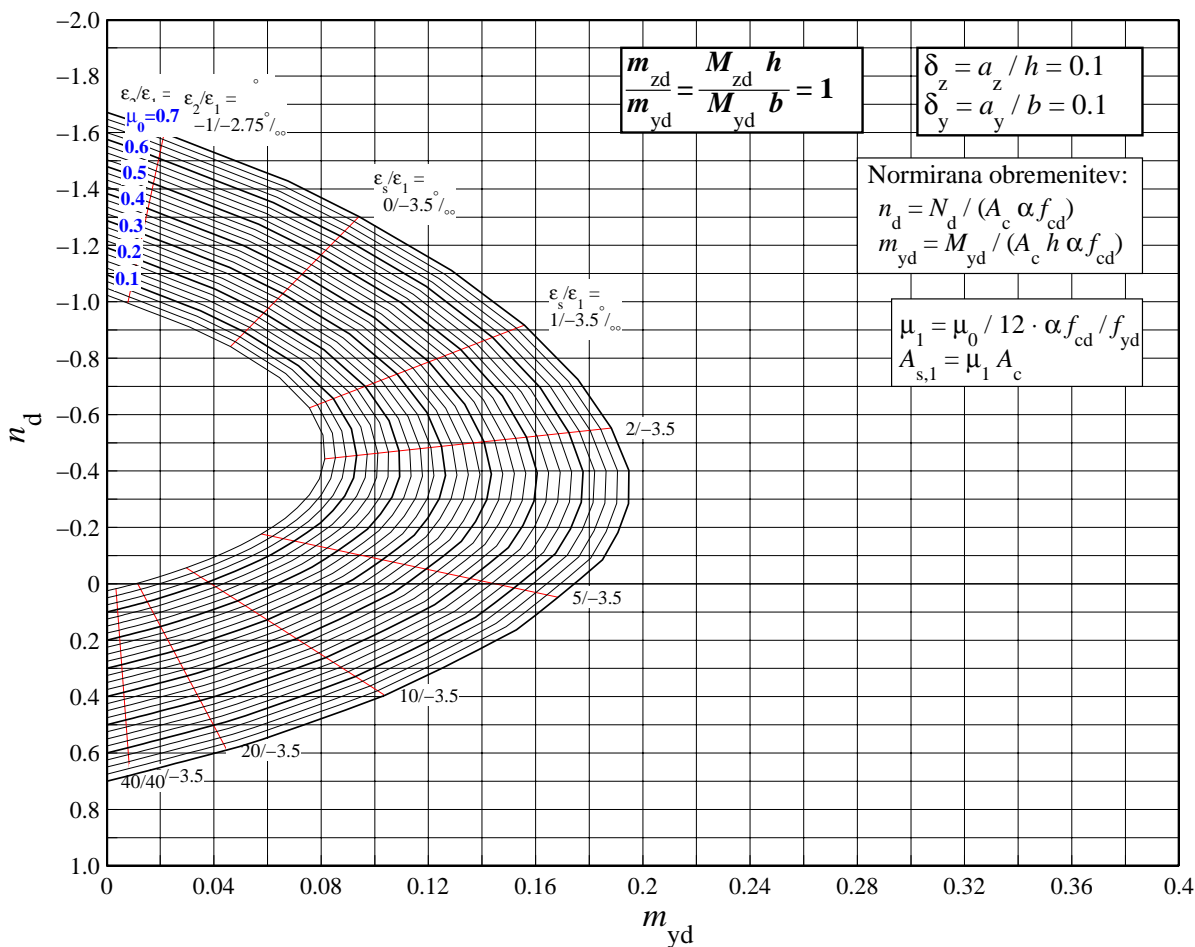
Slika 102: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.1$, 12 palic.



Slika 103: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.1$, 12 palic.



Slika 104: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.1$, 12 palic.



Slika 105: Pravokotni prerez: $\delta_z = 0.1$, $\delta_y = 0.1$, 12 palic.