

Univerza
v Ljubljani
Fakulteta
*za gradbeništvo
in geodezijo*

*Janova 2
1000 Ljubljana, Slovenija
telefon (01) 47 68 500
faks (01) 42 50 681
fgg@fgg.uni-lj.si*



Visokošolski program geodezija,
Smer Geodezija v inženirstvu

Kandidat:

Alen Kaluža

Geodetske meritve kot sestavni del Nove avstrijske metode izgradnje predorov

Diplomska naloga št.: 184

Mentor:

izr. prof. dr. Tomaž Ambrožič

Somentor:

asist. dr. Jure Klopčič

Ljubljana, 1. 2. 2006

Stran za popravke - errata

Stran z napako

Vrstica z napako

Namesto

Naj bo

1. UVOD

Vse poti vodijo v Rim, so zapisali Rimljani. Tudi v Sloveniji se držimo tega reka in gradimo avtoceste in povezujemo vzhod z zahodom in sever z jugom. Nemalo kilometrov teh avtocest poteka v skozi predore. Z razvojem različnih tehnik gradnje predorov so se razvile tudi različne potrebe, ki jim mora geodezija pri teh projektih zadostiti, kot pomoč gradbenikom in načrtovalcem. Za izgradnjo predorov se trenutno najpogosteje uporablja postopek Nove avstrijske metode. Ta metoda se opira na geodezijo bolj kot metode pred njo. Bistveno je določiti optimalno podporje v predoru in tako zmanjšati stroške izgradnje predora in zagotoviti ustrezno stopnjo varnosti. To se doseže s kontinuiranim izvajanjem natančnih geodetskih meritev na gradbišču.



Slika 1: Geodetska opazovanja obnašanja predora med njegovo izgradnjo [foto: J. Klopčič]

Da bi osvetlili rezultate ter jih pravilno razumeli, smo se v tej nalogi posvetili osnovnim komponentam tega procesa. Najprej bomo testirali tarče, ki se uporabljajo pri gradnji predora. Zanima nas, ali so natančno izdelane oz. ali center kljub poljubnim zasukom ostane na svojem mestu in kako se to odraža pri povečani razdalji od instrumenta. Dotaknili se bomo tudi

meritev. Opisali bomo različne principe določevanja koordinat novega stojišča, ki so združeni v sodobni metodi prostega stojišča. Pri meritvah za Novo avstrijsko metodo imamo več opazovanj, kot jih potrebujemo, zato jih lahko izravnamo in tako natančneje in varneje določimo rezultat. Še posebej se bomo posvetili posredni izravnavi opazovanj. Ker vemo, da pri izvajanju meritev lahko pride do napak, bomo opisali tudi različne mehanizme, ki nam poiščejo pogrešeno opazovanje in ga eliminirajo. Za konec pa bomo primerjali rezultate simuliranih opazovanj in opazovanj, izmerjenih na terenu, in poskušali določiti najboljšo kombinacijo točk v ravnini, ki nam dajo najbolj natančne koordinate našega stojišča.

S to nalogo tako želimo prikazati in približati geodetska dela pri izgradnji predora, opisati različne korake in razložiti posamezne faze in nevarnosti, ki nam pretijo pri meritvah in izračunih.

IZJAVA O AVTORSTVU

Podpisani ALEN KALUŽA izjavljam, da sem avtor diplomske naloge z naslovom: »
GEODETSKE MERITVE KOT SESTAVNI DEL NOVE AVSTRIJSKE METODE
IZGRADNJE PREDOROV «.

Izjavljam, da se odpovedujem vsem materialnim pravicam iz dela za potrebe elektronske
separatoteke FGG.

Narin, 23.01.2006

IZJAVE O PREGLEDU NALOGE

Nalogo so si ogledali učitelji geodetske smeri:

BIBLIOGRAFSKO – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

UDK: 528.48:624.19(043.2)

Avtor: Alen Kaluža

Mentor, somentor: dr. Tomaž Ambrožič, uni. dipl. inž. grad. Jure Klopčič

Naslov: Geodetske meritve kot sestavni del Nove avstrijske metode izgradnje predorov

Obseg in oprema: 51 strani, 4 preglednic, 16 slik, 5 grafikonov

Ključne besede: Nova Avstrijska metoda, princip prostega stojšča, geodetska dela pri izgradnji predora

Izvleček

Slovinci pospešeno gradimo avtocestni križ. Zaradi razgibanega reliefa in drugih faktorjev bo kar nekaj kilometrov cest v predorih. Gradimo jih po sodobni metodi izgradnje predorov, Novi avstrijski metodi, katere sestavni del je med drugim tudi prilagajanje podporja na podlagi interpretacije izmerjenih prostorskih premikov, merjenih v predorski oblogi. Tako bo najprej predstavljena Nova avstrijska metoda izgradnje predorov. Podane bodo zahteve glede instrumentarija in pribora, potrebnega v zastavljeni nalogi. Nato bodo podrobno razdelane možnosti določitve stojšča instrumenta, iz katerega potem določamo koordinate kontrolnih točk na obodu predorske cevi in nato iz koordinat določamo premike točk. Pri metodi, ko imamo nadštevilna merjenja, bo podana tudi ocena natančnosti določitve stojšča instrumenta.

BIBLIOGRAPHIC – DOKUMENTALISTIC INFORMATION

UDC: 528.48:624.19(043.2)

Author: Alen Kaluža

Supervisor, cosupervisor: dr. Tomaž Ambrožič, eng. Jure Klopčič

Title: Geodetical Measurements as Part of New Austrian Tunnelling Method

Notes: 51 pages, 4 tables, 16 figures, 5 graphs

Key words: New Austrian tunnelling method, principle of free station, tunnel surveying

Abstract

Slovenia is acceleratingly building its highway network. Because of the varied relief and some other factors, many kilometres of tunnels were and will be built. Tunnels are built according to a modern method of tunnel construction, named the New Austrian tunnelling method. Its integral part is the lining adaptation on the basis of the interpretation of the 3D displacements, measured in the tunnel primary support. In the beginning of the diploma work the New Austrian tunnelling method is presented together with the demands concerning instrumentation needed for the defined task. These are followed by a detailed discussion about the possibilities of defining the instrument's standing position, which is the starting point for defining the coordinates of control points on the tunnel arch, which are then used to measure displacements of points. In the context of the method which includes redundant measurements, the accuracy evaluation of the instrument's standing position definition will also be given.

ZAHVALA

Za uspešno zaključeno šolanje se zahvaljujem svojim staršem, ki so mi dolga leta stali ob strani in me podpirali. Veliko hvaležnost bi izkazal mentorju dr. Tomažu Ambrožiču za njegovo veliko potrpežljivost in pomoč, somentorju uni. dipl. inž. grad. Juretu Klopčiču za pomoč na gradbenem in moralnem področju. Zahvala gre tudi g. Jožetu Zadravcu in podjetju Geograd d. o. o., ki mi je velikodušno omogočilo izvedbo terenskih meritev, podjetju Premogovnik Velenje d.d., za pomoč pri testiranju prizem. Zahvaljujem se Geodetskemu podjetju Sežana d.o.o. za pomoč pri materializaciji diplomskega dela. Rad bi se zahvalil tudi vsem sošolkam in sošolcem, ki so mi pomagali tekom študija in nenazadnje tudi mnogim kolegom in prijateljem za prijeten in pester študij. Lepa hvala vsem. In hvala vsem ostalim, ki jih zgoraj nisem omenil, pa bi si to želeli.

	stran
1 UVOD	1
2 NOVA AVSTRIJSKA METODA	3
2.1 Definicija	3
2.2 Koncept NATM	4
2.3 Principi NATM	4
2.4 Porušitveni mehanizmi	5
2.5 Praktična uporaba	6
3 ZAHTEVE GLEDE GEODETSKIH INSTRUMENTOV IN INSTRUMENTARIJA	7
3.1 Preizkus nagiba prizme	9
3.2 Klinomer	12
4 DOLOČITEV KOORDINAT STOJIŠČA	14
4.1 Notranji urez	14
4.2 Ločni presek	19
4.3 Princip prostega stojišča	22
4.4 Posredna izravnava	24
4.4.1 Splošno	24
4.4.2 Oblika enačb popravkov za merjenje dolžin	29
4.4.3 Oblika enačb popravkov za opazovanja horizontalnih smeri	32
4.4.4 Oblika enačb popravkov za merjeno zenitno razdaljo β	34
4.5 Metode odkrivanja grobih pogreškov	37
4.5.1 Globalni test modela	38
4.5.2 test τ	40
4.5.3 Data snooping posameznih popravkov opazovanj	42
5 OCENA NATANČNOSTI DOLOČITVE KOORDINAT STOJIŠČA	46
5.1 Simulacija	46

5.2	Realen primer	48
6	ZAKLJUČEK	51
	VIRI	53
	PRILOGA 1	54
	PRILOGA 2	58

KAZALO GRAFOV

Grafikon 1:	Premik centra merjen na 20 metrov	10
Grafikon 2:	Premik centra merjen na 40 metrov	10
Grafikon 3:	Premik centra merjen na 60 metrov	11
Grafikon 4:	Simulacija položaja točk	47
Grafikon 5:	Položaj realnih točk	49

KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 1:	Koordinate simuliranih točk	47
Preglednica 2:	Rezultati različnih kombinacij točk	47
Preglednica 3:	Koordinate realnih točk	49
Preglednica 4:	Rezultati različnih kombinacij točk	49

KAZALO SLIK

	stran
Slika 1: Geodetska opazovanja obnašanja predora med njegovo izgradnjo	1
Slika 2a: Stara avstrijska metoda	3
Slika 2b: Nova avstrijska metoda	3
Slika 3a: Navadno podporje	5
Slika 3b: Ojačano podporje	5
Slika 4: Situacija na gradbišču	7
Slika 5a: Prizma	8
Slika 5a: Birefleks tarča	8
Slika 6a: Uporaba prizme v predoru	8
Slika 6b: Uporaba bireflex tarče v predoru	8
Slika 7a: Situacija preizkusa	9
Slika 7b: Preizkuševalna tarča	9
Slika 8: Primer možnih položajev stojišča instrumenta	11
Slika 9a: Kompas	13
Slika 9b: Naklonomer	13
Slika 10a: Določanje naklona tarče	13
Slika 10b: Določanje usmerjenosti tarče	13
Slika 11: Notranji urez	14
Slika 12: Ločni presek	20
Slika 13: Princip prostega stojišča	23
Slika 14: Merjenje dolžine	30
Slika 15: Opazovanje horizontalne smeri	32
Slika 16: Opazovanje zenitne distance	34

1. UVOD

Vse poti vodijo v Rim, so zapisali Rimljani. Tudi v Sloveniji se držimo tega reka in gradimo avtoceste in povezujemo vzhod z zahodom in sever z jugom. Nemalo kilometrov teh avtocest poteka v skozi predore. Z razvojem različnih tehnik gradnje predorov so se razvile tudi različne potrebe, ki jim mora geodezija pri teh projektih zadostiti, kot pomoč gradbenikom in načrtovalcem. Za izgradnjo predorov se trenutno najpogosteje uporablja postopek Nove avstrijske metode. Ta metoda se opira na geodezijo bolj kot metode pred njo. Bistveno je določiti optimalno podporje v predoru in tako zmanjšati stroške izgradnje predora in zagotoviti ustrezno stopnjo varnosti. To se doseže s kontinuiranim izvajanjem natančnih geodetskih meritev na gradbišču.



Slika 1: Geodetska opazovanja obnašanja predora med njegovo izgradnjo [foto: J. Klopčič]

Da bi osvetlili rezultate ter jih pravilno razumeli, smo se v tej nalogi posvetili osnovnim komponentam tega procesa. Najprej bomo testirali tarče, ki se uporabljajo pri gradnji predora. Zanima nas, ali so natančno izdelane oz. ali center kljub poljubnim zasukom ostane na svojem mestu in kako se to odraža pri povečani razdalji od instrumenta. Dotaknili se bomo tudi

meritev. Opisali bomo različne principe določevanja koordinat novega stojišča, ki so združeni v sodobni metodi prostega stojišča. Pri meritvah za Novo avstrijsko metodo imamo več opazovanj, kot jih potrebujemo, zato jih lahko izravnamo in tako natančneje in varneje določimo rezultat. Še posebej se bomo posvetili posredni izravnavi opazovanj. Ker vemo, da pri izvajanju meritev lahko pride do napak, bomo opisali tudi različne mehanizme, ki nam poiščejo pogrešeno opazovanje in ga eliminirajo. Za konec pa bomo primerjali rezultate simuliranih opazovanj in opazovanj, izmerjenih na terenu, in poskušali določiti najboljšo kombinacijo točk v ravnini, ki nam dajo najbolj natančne koordinate našega stojišča.

S to nalogo tako želimo prikazati in približati geodetska dela pri izgradnji predora, opisati različne korake in razložiti posamezne faze in nevarnosti, ki nam pretijo pri meritvah in izračunih.

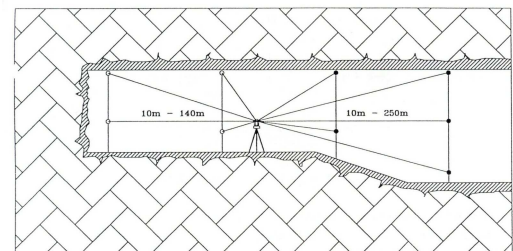
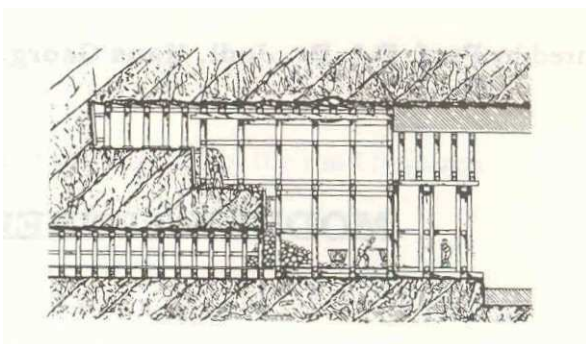
2 NOVA AVSTRIJSKA METODA

2.1 Definicija

Nova avstrijska metoda – ang.: New austrian tunnelling method (v nadaljevanju NATM) je metoda, pri kateri hribina okoli predora poleg primarne podgradnje sodeluje kot podporni element, pri čemer jo integriramo v krožno podporo strukturo (ang. overall ringlike support structure) (University of technology Vienna, 1995).

Upoštevati moramo naslednje:

- poznati moramo geološko - geotehnične lastnosti hribine;
- neugodne napetosti in deformacije je potrebno preprečiti s pravočasno vgradnjo podporja;
- z izgradnjo talnega oboka dobi predor statične lastnosti cevi (tlačne napetosti v oblogi);
- podporje mora biti dimenzionirano glede na dopustne deformacije;
- izvajati se morajo kontrolne meritve in na podlagi interpretacije meritev nenehno prilagajati podporje.



Slika 2: Stara avstrijska metoda (levo) in Nova avstrijska metoda (desno) [vir: NATM Summercourse, 1995]

Fig. 2: Old Austrian tunnelling method (left) and New Austrian tunnelling method (right)

2.2 Koncept NATM

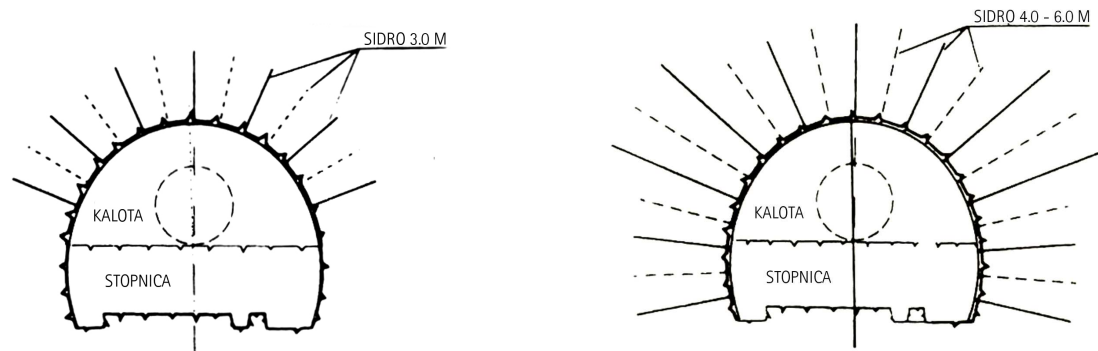
Z izkopavanjem predora se primarno napetostno stanje (ang. primary stress field) spremeni v neugodno sekundarno napetostno stanje (ang. unfavourable secondary stress field). Pod pojmom 'svod' (ang. rock arch) razumemo območja okoli predora, kjer prihaja do prerazporeditve napetosti in s tem tvorjenja t.i. nosilnega oboka v hribinski masi okoli predora (ang. elastic behaving zone). Tako si prizadevamo ohraniti ali povečati nosilno sposobnost hribine ter s tem vplivati na želeno sekundarno napetostno stanje. Cilj je ohraniti triosno napetostno stanje (ang. triaxial loading conditions) v vseh konstrukcijskih fazah ter minimizirati situacije enoosnih ali dvoosnih napetosti (ang. uniaxial or biaxial stress) v hribini.

2.3 Principi NATM

Navedimo primcipe NATM:

- vzdrževati nosilnost hribine (ang. maintain strenght of the rock mass): izogniti se moramo nepotrebnemu zmanjševanju nosilnosti hribinske mase s hitro in takojšnjo vgradnjo podporja;
- čim bolj okrogla oblika predora (ang. rounded tunnel shape): pri projektiranju se moramo izogniti kotom, kjer pride do koncentracije napetosti;
- podajno podporje (ang. flexible thin lining): primarno podporje naj bo dovolj podajno, da se minimizirajo upogibni momenti in pospeši proces prerazporeditev napetosti brez izpostavljanja podporja neugodnim strižnim silam. Morebitni dodatni podporni ukrepi naj se izvedejo z dodatnim sidranjem in ne s povečanjem debeline brizganega betona. Podporje mora biti v stiku s hribinsko maso;
- "monitoring" (iz ang.) (ang. in situ measurements): geodetska opazovanje obnašanja predora med gradnjo je bistveni del NATM. Z interpretacijo izmerjenih deformacij je mogoče optimizirati delovne procese in prilagajati podporne ukrepe v vsakem izkopnem koraku.

Koncept NATM je torej kontrola velikosti deformacij, s čimer ugotavljamo, kako daleč je proces prerazporeditve napetosti oz. stabilizacije (ang. safety level). Odvisno od vrste projekta (predor pod naseljenim območjem, pod infrastrukturnimi vodi oz. potmi) se razlikujejo tudi zahteve glede dopustnih deformacij.



Slika 3: Navadno podporje (levo) in ojačano podporje (desno) [vir: NATM Summercourse, 1995]

Fig. 3:: Lining (left) and reinforced lining (right)

2.4 Porušitveni mehanizmi

Najpogostejši porušitveni mehanizmi (ang. failure mechanisms):

- podor stebra (ang. chimney failure);
- udor stropa (ang. dome failure): do porušitve pride zaradi zmanjševanja nosilnosti hribine ali pomanjkanja horizontalnih pritiskov v stropu;
- kombinirana natezna in uklonska porušitev (ang. split tensile and buckling failure) – razvije se ob konturi izkopa na boku ali pod talnim obokom;
- strižna porušitev (ang. shear failure): do nje pride v predorih pod visokim nadkritjem, če je podporje prešibko.

Zgoraj navedene porušitve večinoma ne nastanejo hipno, ampak se napovedujejo v daljšem časovnem obdobju, zato jih lahko v večini primerov zaznamo s pomočjo interpretacije natančnih meritev.

2.5 Praktična uporaba

Prednosti NATM metode (fleksibilno prilagajanje podporja) pridejo do izraza pri gradnji predorov, kjer se geološko - geotehnični pogoji pogosto menjajo. Metoda ima prednosti tudi pri gradnji geometrijsko zahtevnih in velikih prerezov (fazni izkop) ter v pogojih velikih hribinskih pritiskov (ang. heavily squeezing ground).

NATM se uspešno uporablja pri gradnji različnih infrastrukturnih projektov: cestnih in železniških predorov, velikih vodnoenergetskih kompleksov, pri gradnji podzemskih skladišč (jedrski odpadki) in drugih večnamenskih projektih, tako v trdih kot v mehkih tleh.

Z nadaljnjim razvojem tehnike izkopa, sidranja (ang. bolting), naprednejšo uporabo brizganega betona (ang. shotcreting) ter boljšo interpretacijo vedno večjega števila merskih podatkov postaja uporaba podzemnega prostora privlačnejša, gradnja pa bolj ekonomična in varnejša.

3 ZAHTEVE GLEDE GEODETSKIH INSTRUMENTOV IN INSTRUMENTARIJA

Najpomembnejša zahteva za primeren geodetski instrument je vgrajen soosni (koaksialni) sistem za merjenje razdalj. Primerni elektronski tahimetri za te vrste nalog naj bi bili taki, katerih natančnost merjenja dolžin je 1 mm; 1 ppm, natančnost merjenja kotov pa 1". Vse dodatne informacije, kot so številka točke, datum in čas, ter meteorološki popravki, se vnesejo preko tipkovnice in shranijo enako kot meritve same. Take vrste elektronskih tahimetrov se običajno uporabljajo za triangulacijo, daljše vizure in precizne zakoličbe. Čitanje na takem instrumentu se izvede avtomatično.



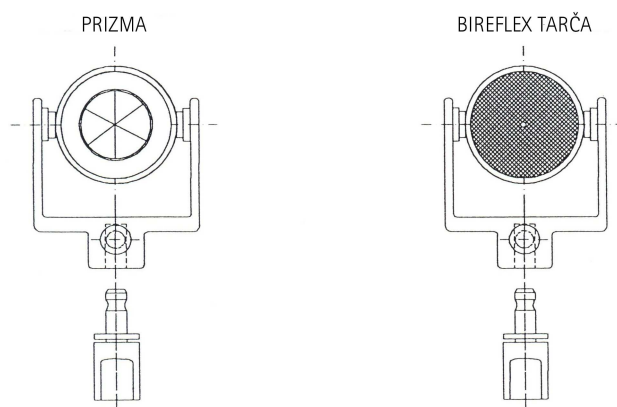
Slika 4: Situacija na gradbišču [foto: J. Klopčič]

Fig. 4: Situation on a construction site

Druga zahteva za dobro in uspešno izvedene meritve so posebno zasnovane tarče. Najvišje natančnosti dosežemo z merjenjem na prizmo oz. precizno prizmo. 360° prizme bi bile tudi primerne glede natančnosti in ustreznosti za uporabo, vendar so v praksi neuporabne zaradi cene. (Primer: pri izgradnji predora Šentvid so za cca 600 metrov predora uničili ~ 200 prizem). Prizma ima dobro definiran center, vendar ima omejitve glede orientacije

(usmerjenosti). To je posledica nenatančne izdelave. Seveda pa ne moremo pričakovati perfektnosti za majhno ceno.

Zahteve po daljših vizurah so pripeljale do izdelave t. i. bireflex tarč. Te tarče so na obeh straneh prelepljene s posebno odbojno folijo in se jih lahko uporablja do razdalje 140 metrov. Po namestitvi tarč jih ni potrebno obračati oz. jih kakorkoli usmerjati. Zaželeno pa je, da se med procesom brizganja betona zaščitijo, da jih kasneje ni potrebno čistiti ali celo ponovno namestiti.



Slika 5: Prizma (levo) in birefleks tarča (desno) [3D optical monitoring, 1994]

Fig. 5: Prism target (left) and bireflex target (right)



Slika 6: Uporaba prizme (levo) in bireflex tarče v predoru (desno) [foto: J. Klopčič]

Fig. 6: Use of a prism target (left) and a bireflex target in a tunnel (right)

3.1 Preizkus nagiba prizme

Odločili smo se, da testiramo bireflex tarčo. Zanimalo nas je, če različen naklon in usmerjenost tarče vplivata na rezultate meritev. Meritve smo izvedli na prostem, z instrumentom Leica TDM 5000. Ta instrument ima naslednje karakteristike:

- natančnost merjenja dolžin je 1 mm; 2 ppm
- natančnost merjena kotov 0,5 ".

Takšen instrument smo izbrali zato, ker smo pričakovali majhen vpliv različnega naklona in različne usmerjenosti.



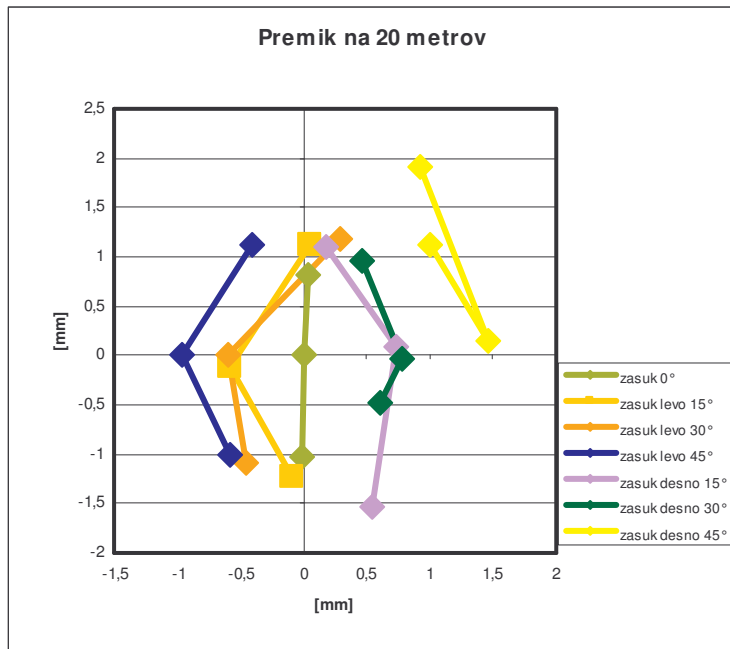
Slika 7: Situacija preizkusa (levo) in preizkušana tarča (desno) [foto: A. Kaluža]

Fig. 7: Test situation (left) and tested bireflex target (right)

Tarčo smo rotirali okoli vertikalne osi in testirali vpliv usmerjenosti tarče. Korak je bil 15° . Usmerjenost tarče glede na instrument je bila od -45° do $+45^\circ$. Tarčo smo rotirali tudi okoli horizontalne osi in testirali vpliv naklona tarče. Korak je bil prav tako 15° , naklon tarče glede na horizontalo pa od -45° do $+45^\circ$. Meritve smo izvedli na razdalji 20, 40 in 60 metrov. Grafični prikazi rezultatov so predstavljeni v spodnjih grafih.

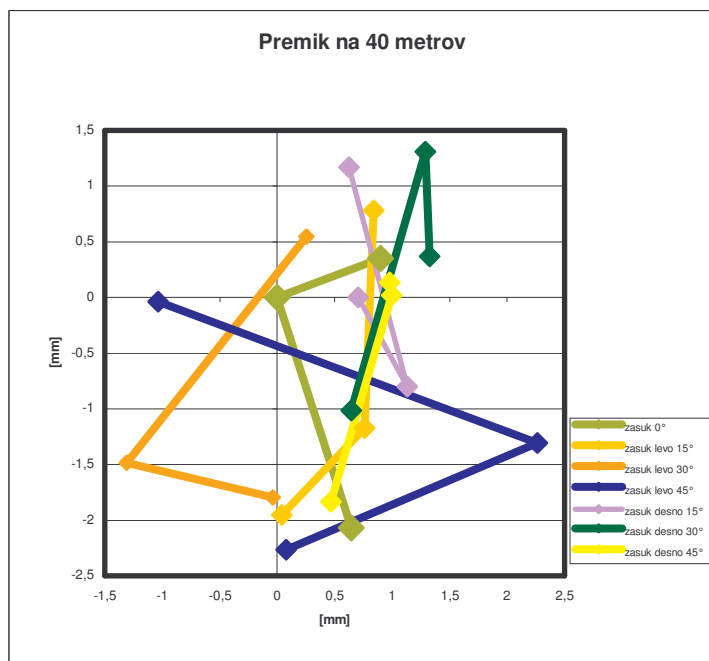
Graf 1: Premik centra prizme, merjen na 20 metrov

Graph 1: Bireflex prism center displacement measured at 20 m



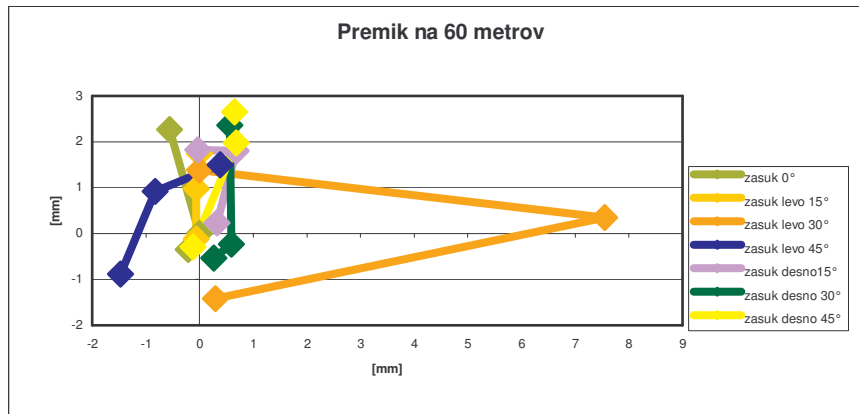
Graf 2: Premik centra prizme, merjen na 40 metrov

Graph 2: Bireflex prism center displacement measured at 40 m



Graf 3: Premik centra prizme, merjen na 60 metrov

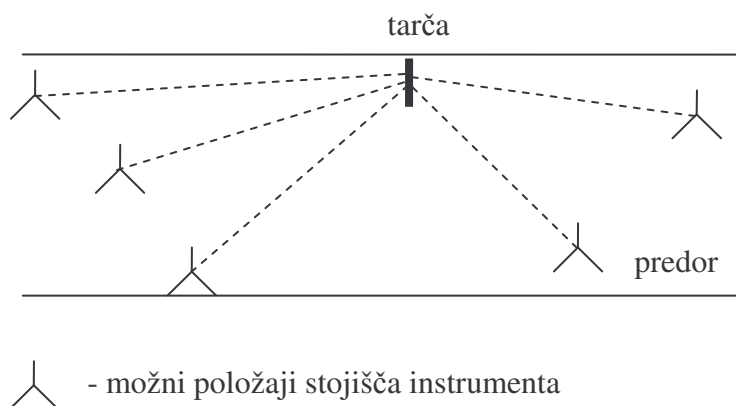
Graph 3: Bireflex prism center displacement measured at 60 m



Ugotovili smo, da je vpliv naklona tarče reda velikosti 2 mm, vpliv usmerjenosti tarče pa 1,5 mm.

Večji kot je naklon tarče, večji je pogrešek. Podobno velja tudi pri usmerjenosti tarče, saj je pogrešek večji, če je neusmerjenost večja. Prav tako se pogrešek večja z oddaljenostjo tarče. To pripisujemo predvsem slabši možnosti viziranja.

V praksi se prizem načeloma ne obrača, vendar ker imamo različne položaje stojišč (različne dolžine in smeri glede na tarče), vpliv naklona in usmerjenosti tarče ni zanemarljiv, kar vpliva na določitev koordinat stojišča.



Slika 8: Primer možnih položajev stojišča instrumenta

Fig. 8: Example of possible instrument's standing positions

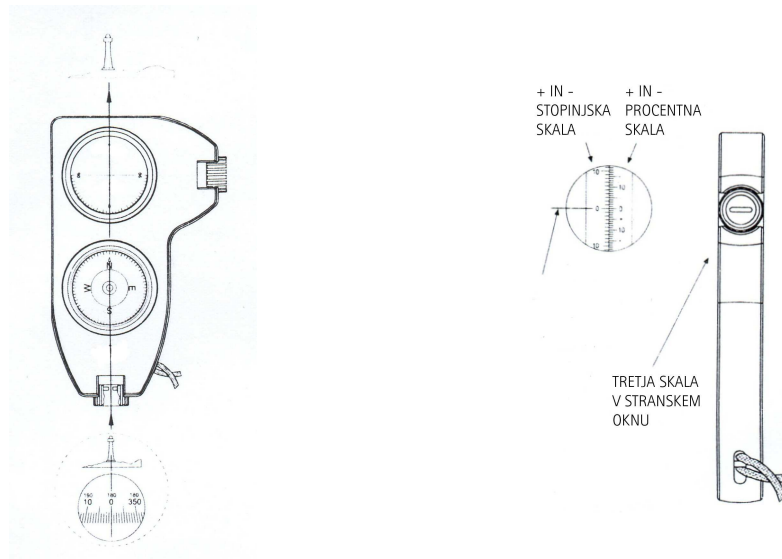
3.2 Klinomer

Klinomer je priprava za merjenje ali nastavljanje vertikalnih in horizontalnih kotov. Te meri glede na horizontalno oz. vertikalno ravnino. Njegova odlika je, da kljub hitrosti odčitavanja dobimo zelo natančne odčitke. Sestavljen je iz trdega ohišja, dveh skal in dveh okularjev. Z okularji poljubno uravnavamo goriščno razdaljo za posameznega uporabnika. Skali ležita pritrjeni na ležaj in potopljeni v tekočino, kar omogoča manjši vpliv tresljajev in mehko gibanje. Za vertikalne kote uporablja princip vodoravnosti. Ko držimo napravo vodoravno, je odčitek na skali 90° . Ko napravo zarotiramo okoli osi skale, se razdelba - skala premakne. Tako odčitamo spremembo vertikalnega kota. Na skali so koti do 45° označeni tudi v odstotkih naklona (napravi so priložena Navodila za uporabo).

Za določanje horizontalnih kotov ima naprava kompas. Ta kaže proti magnetnemu severu. Za naš primer smo ga uporabljali tako, da smo si zapomnili smer začetne lege prizme glede na magnetni sever, potem pa smo za določen kot prizmo zavrteli. Kompas smo naslonili na nosilec tarče in zavrteli za določen kot, da smo dobili vpliv usmerjenosti tarče (slika 10).

Kote smo odčitali kar na večji razdelbi. Natančnost določitve kota je bila tako $1^\circ - 2^\circ$. Če bi želeli večjo natančnost čitanja kotov, bi čitali skozi okular (slika 9). Ta način čitanja je zelo zamuden in za naš primer nepotreben.

Naklon prizme smo določili tako, da smo klinomer prislonili na tarčo in ju skupaj zarotirali okoli horizontalne osi za določen kot (15°). Tudi tukaj smo kote čitali kar na večji razdelbi. Tudi pri tem čitanju je bila natančnost čitanja $1^\circ - 2^\circ$ (slika 10).



Slika 9: Kompas (levo) in naklonomer (desno) [Klinomer – priložena navodila za uporabo]

Fig. 9: Compass (left) and clinometer (right)



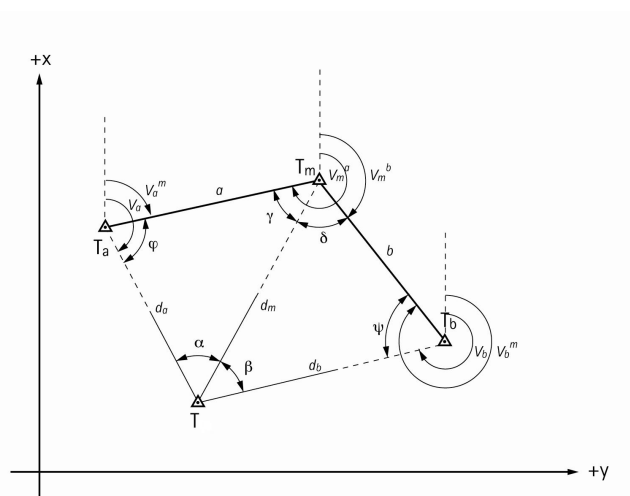
Slika 10: Določanje naklona tarče (levo) in določanje usmerjenosti tarče (desno)
[foto: A. Kaluža]

Fig. 10: Target inclination definition (right) and target orientation definition (right)

4 DOLOČITEV KOORDINAT STOJIŠČA

Za določitev koordinat stojišča glede na znane točke poznamo več postopkov. V nadaljevanju bomo predstavili samo nekatere, ki se v praksi največkrat uporabljajo.

4.1 Notranji urez



Slika 11: Notranji urez

Fig. 11: Resection

Imamo znane 3 točke T_a , T_b in T_m , kot je prikazano na sliki. Stojimo na novi točki T , s katere izmerimo kota α in β proti znanim točkam. Nadaljnja izpeljava velja, ko si točke T , T_a , T_m in T_b sledijo sourno.

Da bi izračunali koordinati točke T , moramo poznati smerna kota ν_a^m in ν_b^m od točke T_a proti T_m in točke T_b proti T_m ter medsebojni dolžini. Smerna kota ν_a^m in ν_b^m in dolžini a in b izračunamo iz koordinat danih točk T_a , T_b in T_m .

Najprej izračunamo v_a^m in v_b^m :

$$\operatorname{tg} v_a^m = \frac{y_m - y_a}{x_m - x_a}$$

$$\operatorname{tg} v_b^m = \frac{y_m - y_b}{x_m - x_b}$$

in

$$v_m^a = v_a^m \pm 180^\circ$$

$$v_m^b = v_b^m \pm 180^\circ$$

ter določimo dolžini a in b :

$$a = \frac{y_m - y_a}{\sin v_a^m} = \frac{x_m - x_a}{\cos v_a^m} = \sqrt{(y_m - y_a)^2 + (x_m - x_a)^2}$$

$$b = \frac{y_m - y_b}{\sin v_b^m} = \frac{x_m - x_b}{\cos v_b^m} = \sqrt{(y_m - y_b)^2 + (x_m - x_b)^2}$$

Kontroliramo koordinatne razlike:

$$(y_m - y_a) - (y_m - y_b) = (y_b - y_a)$$

$$(x_m - x_a) - (x_m - x_b) = (x_b - x_a)$$

Vsota kotov v četverkotniku je:

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varphi + \psi = 360^\circ$$

$$\frac{\varphi + \psi}{2} = 180^\circ - \frac{\alpha + \beta + \gamma + \delta}{2}$$

Kot $\gamma + \delta$ se izračuna (razvito iz slike 11):

$$\gamma + \delta = \nu_m^a - \nu_m^b$$

Tako dobimo

$$\frac{\varphi + \psi}{2} = 180^\circ - \frac{\alpha + \beta + \nu_m^b - \nu_m^a}{2}$$

Za izračun kotov φ in ψ potrebujemo dolžino d_m . To izračunamo iz trikotnikov $\Delta T_a T_m T$ in $\Delta T_b T_m T$. Iz prvega trikotnika sledi:

$$d_m = a \frac{\sin \varphi}{\sin \alpha}$$

Iz drugega trikotnika:

$$d_m = b \frac{\sin \psi}{\sin \beta}$$

Enačbi izenačimo:

$$a \frac{\sin \varphi}{\sin \alpha} = b \frac{\sin \psi}{\sin \beta}$$

$$\frac{\sin \psi}{\sin \varphi} = \frac{a \sin \beta}{b \sin \alpha}$$

Uvedemo:

$$\frac{\sin \psi}{\sin \varphi} = \operatorname{tg} \mu = \frac{a \sin \beta}{b \sin \alpha}$$

Sledi:

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} - 1 = \frac{1}{\operatorname{tg} \mu} - 1 \quad \frac{\sin \varphi}{\sin \psi} + 1 = \frac{1}{\operatorname{tg} \mu} + 1$$
$$\frac{\sin \varphi - \sin \psi}{\sin \psi} = \frac{1 - \operatorname{tg} \mu}{\operatorname{tg} \mu} \quad \frac{\sin \varphi + \sin \psi}{\sin \psi} = \frac{1 + \operatorname{tg} \mu}{\operatorname{tg} \mu}$$

Pravkar zapisani enačbi med seboj delimo:

$$\frac{\sin \varphi - \sin \psi}{\sin \varphi + \sin \psi} = \frac{1 - \operatorname{tg} \mu}{1 + \operatorname{tg} \mu} = \frac{1 - \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg} \mu}{\operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{tg} \mu} = \operatorname{ctg} (45^\circ + \mu)$$
$$\frac{2 \cos \frac{\varphi + \psi}{2} \sin \frac{\varphi - \psi}{2}}{2 \sin \frac{\varphi + \psi}{2} \cos \frac{\varphi - \psi}{2}} = \operatorname{ctg} \frac{\varphi + \psi}{2} \operatorname{tg} \frac{\varphi - \psi}{2} = \operatorname{ctg} (45^\circ + \mu)$$
$$\operatorname{tg} \frac{\varphi - \psi}{2} = \operatorname{tg} \frac{\varphi + \psi}{2} \operatorname{ctg} (45^\circ + \mu)$$

Pri tem izvajanju smo si pomagali z naslednjimi zvezami:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$
$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$
$$\operatorname{tg} 45^\circ = 1$$
$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$
$$\operatorname{tg} (\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

Tako lahko izračunamo kota φ in ψ :

$$\varphi = \frac{\varphi + \psi}{2} + \frac{\varphi - \psi}{2}$$

$$\psi = \frac{\varphi + \psi}{2} - \frac{\varphi - \psi}{2}$$

Izvedemo kontrolo:

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varphi + \psi = 360^\circ$$

Dolžini med točkami izračunamo po sinusnem stavku:

$$d_a = a \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\sin \alpha}$$

$$d_b = b \frac{\sin(\beta + \psi)}{\sin \beta}$$

Koordinatni razliki sta:

$$\Delta y_a = d_a \sin \varphi_a = \frac{a \sin(\alpha + \varphi) \sin v_a^m + \varphi}{\sin \alpha}$$

$$\Delta x_a = d_a \cos \varphi_a = \frac{a \sin(\alpha + \varphi) \cos v_a^m + \varphi}{\sin \alpha}$$

$$\Delta y_b = d_b \sin \varphi_b = \frac{b \sin(\beta + \psi) \sin v_b^m - \psi}{\sin \beta}$$

$$\Delta x_b = d_b \cos \varphi_b = \frac{b \sin(\beta + \psi) \cos v_b^m - \psi}{\sin \beta}$$

Novi koordinati novega stojišča T sta:

$$y_T = y_a + \Delta y_a$$

$$x_T = x_a + \Delta x_a$$

in za kontrolo:

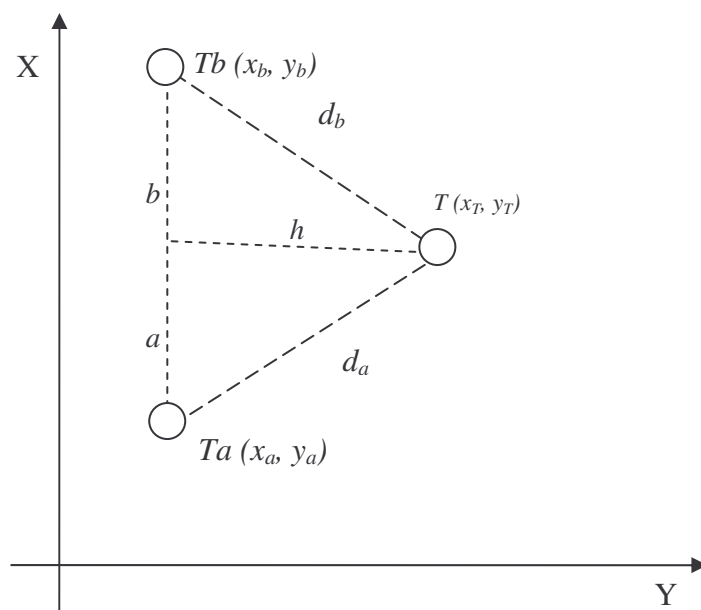
$$y_T = y_b + \Delta y_b$$

$$x_T = x_b + \Delta x_b$$

4.2 Ločni presek

Računanje koordinat nove točke je izvedljivo tudi po metodi ločnega preseka stojišča (Macarol, S., 1960).

Imamo dani 2 točki s znanimi koordinatami T_a in T_b . Do njih izmerimo dolžini d_a in d_b . Koordinati nove točke y_t in x_t izračunamo tako, da izračunamo velikost a in b na daljici $\overline{T_a T_b}$ in velikost h (slika). Iz znanih koordinat lahko izračunamo:



Slika 12: Ločni presek

Fig. 12: Intersection by distances

Iz koordinat danih točk izračunamo $S = a + b$ oziroma $\frac{a+b}{2}$

$$\frac{a+b}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{(y_b - y_a)^2 + (x_b - x_a)^2} = \frac{S}{2} \quad (1)$$

iz pravokotnih trikotnikov lahko zapišemo

$$h^2 = d_a^2 - a^2 = d_b^2 - b^2$$

sledi

$$a^2 - b^2 = d_a^2 - d_b^2$$

OZ.

$$(a+b)(a-b) = (d_a + d_b)(d_a - d_b)$$

$$\frac{a-b}{2} = \frac{(d_a+d_b)(d_a-d_b)}{2(a+b)} = \frac{d_a^2-d_b^2}{2(a+b)} = \frac{d_a^2-d_b^2}{2S} \quad (2)$$

Iz enačbe 1. in 2. sledi:

$$a = \frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2}$$

$$b = \frac{a+b}{2} - \frac{a-b}{2}$$

Velikost h je:

$$h = \sqrt{d_a^2 - a^2} = \sqrt{d_b^2 - b^2}$$

Koordinate točke T izračunamo kot da je to detajlna točka z absciso a in ordinato h .

Če je točka T levo od spojnice $TaTb$ v smeri $Ta \rightarrow Tb$ velja:

$$y_T = y_a + a \sin \nu_a^b - h \cos \nu_a^b$$

$$x_T = x_a + a \cos \nu_a^b + h \sin \nu_a^b$$

Če je točka T desno od spojnice $TaTb$ v smeri $Ta \rightarrow Tb$ pa velja:

$$Y_T = y_a + a \sin \nu_a^b + h \cos \nu_a^b$$

$$X_T = x_a + a \cos \nu_a^b - h \sin \nu_a^b$$

kjer je:

$$\nu_a^b = \arctg \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a},$$

ki ga izračunamo iz koordinat danih točk Ta in Tb .

Za kontrolo izračunamo končne dolžine d_a in d_b iz koordinat nove točke in koordinat danih točk:

$$d_a = \sqrt{(y_t - y_a)^2 + (x_t - x_a)^2}$$

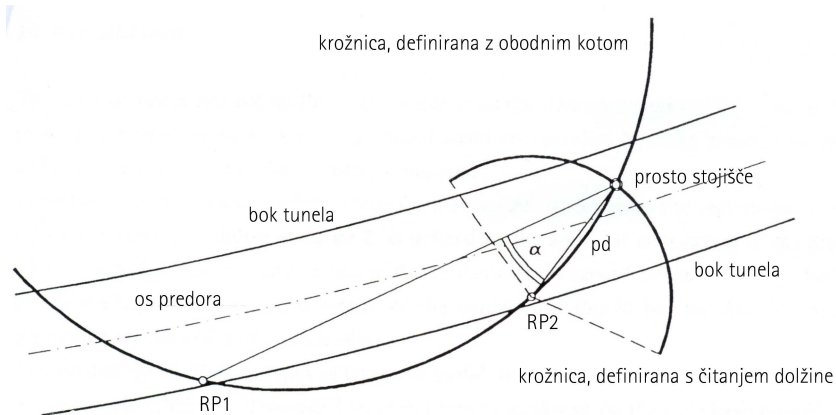
$$d_b = \sqrt{(y_t - y_b)^2 + (x_t - x_b)^2}$$

Če ločni presek izvajamo na več znanih točk, potem vzamemo različne kombinacije znanih točk. Prave koordinate nove točke so aritmetične sredine izračunanih koordinat.

4.3 Princip prostega stojišča

Princip prostega stojišča (ang.: free station) je zelo uporabna metoda za določitev 3D položaja instrumenta. Je izredno učinkovita na površju, efektivno pa jo uporabljamo tudi v podzemlju. Ker je tako zelo praktična, je kot programska oprema vgrajena v sodobne elektronske tahimetre. Odlika tega principa je možnost postavitve stativa z instrumentom kjerkoli, kar recimo za delo v predoru pomeni, da s svojo prisotnostjo ne oviramo izkopavanja oz. drugih del v predoru. Princip je zelo enostaven in ga lahko opišemo v nekaj stavkih (GEODATA, 3D optical monitoring, 1994).

Opazovanje pri prostem stojišču je sestavljeno iz treh odčitkov: horizontalne smeri, vertikalnega kota in poševne razdalje. Položajne koordinate se izračunajo s presekom dveh krožnic, definiranih z merjenjem razdalje in obodnim kotom. Glede na situacijo prikazano na sliki 13, je kot preseka 90° glede natančnosti optimalen. Višinsko koordinato se izračuna iz vertikalnega kota in poševne dolžine do referenčne točke. Za izboljšanje stabilnosti instrumenta lahko uporabimo konzole ali opornike. Za izračun prostega stojišča potrebujemo vsaj dve referenčni (dani) točki. Da bi zagotovili natančnost in zanesljivost rezultatov, je zelo priporočljivo izvesti več opazovanj, kot jih je za izračun prostega stojišča potrebno.



Slika 13: Princip prostega stojšča [3D optical monitoring, 1994]

Fig. 13: Principle of the free station

Ugotovljeno je bilo, da je 6 do 10 danih točk v glavnem dovolj za večino situacij.

Opazovanja referenčnih točk opravimo v eni krožni legi. Maksimalna razdalja je omejena z zahtevano natančnostjo, z lokalno situacijo, z gostoto umazanije v zraku in kakovostjo tarč. Meteorološke podatke beležimo, da zagotovimo pravilno upoštevanje in reduciranje dolžin. Instrument moramo imeti rektificiran, saj horizontalne in vertikalne kote merimo samo v prvi krožni legi.

4.4 Posredna izravnava koordinat stojšč

4.4.1 Splošno

V izravnavi nastopajo tri vrste količin, ki jih med seboj povezujemo. To so merjene količine – opazovanja, meritve, dane količine – konstante in iskane količine – neznanke (Mihailović, 1974).

Zvezo, ki povezuje vse tri vrste količin, definira matematični model. Matematični model sestavljata funkcionalni in stohastični model.

Funkcionalni model predstavlja povezave med količinami, ki nastopajo v izravnavi. Stohastični model določa predpostavke o tipu porazdelitve opazovanj – natančnosti, uteži in njihovi medsebojni odvisnosti – korelaciji.

Glede na funkcionalni model ločimo posredno in pogojno izravnavo. Ker smo v nalogi uporabili posredno izravnavo, jo bomo v nadaljevanju podrobno opisali.

Najprej definirajmo označevanje.

Merjene količine bomo označevali z l_i ; $i = 1 \dots n$, kjer je n število meritev. Iskane količine (neznanke) bomo označevali z $x, y \dots t$, kjer imamo u neznank. Za izravnavo velja, da je $n - u = r > 0$, kjer je r število nadštevilnih merjenj. Zapišemo enačbo – funkcijsko zvezo, s katero povežemo merjene in iskane količine

$$\hat{l}_i = l_i + v_i = F_i(x, y \dots t) \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

kjer je:

$\hat{l}_i \dots$ izravnana vrednost merjene količine l_i

$v_i \dots$ popravek merjene količine l_i

Oblika funkcijske zveze je odvisna od vrste merjenja in oblike geodetskih mrež, od problematike, ki se rešuje z metodo posredne izravnave.

Uvedemo približne vrednosti neznank:

$$\begin{aligned}x &= x_o + \Delta x \\y &= y_o + \Delta y \\&\vdots \\t &= t_o + \Delta t\end{aligned}$$

kjer so:

$x_o, y_o \dots t_o$ - približne vrednosti neznank

$\Delta x, \Delta y \dots \Delta t$ - popravki približnih vrednosti neznank

Izračun približnih koordinat smo opisali v poglavju 4.1 in 4.2.

Če je funkcijska zveza nelinearne oblike, jo je potrebno s Taylorjevo vrsto linearizirati:

$$l_i + v_i = F_i(x_o + \Delta x, y_o + \Delta y, \dots t_o + \Delta t) = F_i(x_o, y_o, \dots t_o) + \left(\frac{\partial F_i}{\partial x}\right)_0 \Delta x + \left(\frac{\partial F_i}{\partial y}\right)_0 \Delta y + \dots + \left(\frac{\partial F_i}{\partial t}\right)_0 \Delta t$$

oziroma:

$$v_i = a_i \Delta x + b_i \Delta y + \dots + u_i \Delta t + f_i \quad i = 1 \dots n \quad \text{x.x}$$

kjer so:

$$a_i = \left(\frac{\partial F_i}{\partial x}\right)_0, \quad b_i = \left(\frac{\partial F_i}{\partial y}\right)_0, \quad \dots, \quad u_i = \left(\frac{\partial F_i}{\partial t}\right)_0 \quad \text{- koeficienti enačb popravkov}$$

$$f_i = F_i(x_o, y_o, \dots t_o) - l_i = P - M = \text{približno - merjeno} \dots \text{odstopanje.}$$

Enačba $x.x$ predstavlja enačbo popravkov opazovanj. Vse enačbe zapišemo v matrični obliki kot $\mathbf{v} = \mathbf{Ax} + \mathbf{f}$

kjer je:

- \mathbf{v} ... vektor popravkov opazovanj
- \mathbf{A} ... matrika koeficientov enačb popravkov
- \mathbf{x} ... vektor neznank
- \mathbf{f} ... vektor odstopanj

Približne vrednosti $x_o, y_o, \dots t_o$ se ne smejo preveč razlikovati od definitivnih vrednosti $x, y, \dots t$. V nasprotnem primeru bi bil potreben iteracijski proces izravnave.

Koeficiente $a_i, b_i, \dots u_i$ in odstopanja f_i določimo pred izravnavo.

Pred izravnavo moramo definirati tudi stohastični model – to pomeni, da moramo določiti uteži opazovanj (vedno) in korelacije med opazovanji (redko). Če so opazovanja nekorelirana, je matrika uteži diagonalna:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_1 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & p_2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & p_n \end{bmatrix}.$$

Popravke merjenih količin določimo na osnovi kriterija, da naj bo vsota kvadratov popravkov opazovanj minimalna, kar matematično zapišemo kot

$$\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} = \min.$$

V gornjo enačbo vstavimo enačbe popravkov:

$$\Phi = \mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} = (\mathbf{Ax} + \mathbf{f})^T \mathbf{P} (\mathbf{Ax} + \mathbf{f})$$

Transponirajmo levi oklepaj in pomnožimo člene med seboj:

$$\Phi = (\mathbf{x}^T \mathbf{A}^T + \mathbf{f}^T) \mathbf{P} (\mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{f}) = \mathbf{f}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{f}^T \mathbf{P} \mathbf{f} + \mathbf{x}^T \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{f}$$

upoštevamo, da je:

$$\mathbf{f}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{x}^T \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{f} \quad (\text{velja, da je } \mathbf{P}^T = \mathbf{P}, \text{ ker so opazovanja nekorelirana})$$

$$\Phi = \mathbf{f}^T \mathbf{P} \mathbf{f} + 2\mathbf{f}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{x}$$

Če funkcijo Φ odvajamo po neznankah \mathbf{x} in odvod izenačimo z 0, dobimo ekstrem funkcije (v našem primeru minimum):

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{x}} = 2\mathbf{f}^T \mathbf{P} \mathbf{A} + 2\mathbf{x}^T \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} = 0$$

Uredimo zgornjo enačbo in dobimo normalne enačbe:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{x} = -\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{f}$$

$$\mathbf{N} \mathbf{x} = \mathbf{n}$$

oziroma njihovo rešitev:

$$\mathbf{x} = -\mathbf{N}^{-1} \mathbf{n}$$

kjer je:

$$\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \quad \dots \text{ matrika koeficientov normalnih enačb}$$

$$\mathbf{n} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{f} \quad \dots \text{ vektor prostih členov}$$

Sedaj lahko izračunamo popravke opazovanj:

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{f}$$

Izravnane vrednosti opazovanj

$$\hat{\mathbf{l}} = \mathbf{l} + \mathbf{v}$$

in izravnane vrednosti neznank:

$$x = x_0 + \Delta x \text{ oz. } y = y_0 + \Delta y, t = t_0 + \Delta t$$

Iz izravnave lahko izračunamo tudi natančnost ocene določitve neznank:

$$\Sigma_{\mathbf{xx}} = \hat{\sigma}_0^2 \mathbf{Q}_{\mathbf{xx}}$$

kjer je:

$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{n-u}} \dots \text{referenčna standardna deviacija oz. srednji pogrešek utežne enote}$$

$$\mathbf{Q}_{\mathbf{xx}} = \mathbf{N}^{-1} \dots \text{matrika kofaktorjev neznank}$$

Za eno točko zapišemo

$$\Sigma_{\mathbf{xx}} = \hat{\sigma}_0^2 \begin{bmatrix} q_{xx} & q_{xy} \\ q_{yx} & q_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_y^2 \end{bmatrix}$$

kjer sta:

$\sigma_x, \sigma_y \dots$ st. deviacija določitve položaja točke v smeri osi x oz. y

$\sigma_{xy}, \sigma_{yx} \dots$ kovarianci določitve položaja točke

Iz pravkar napisanih elementov kovariančne matrike lahko izračunamo elemente standardne elipse pogreškov (elipse zaupanja):

$$a^2 = \hat{\sigma}_0^2 \frac{q_{xx} + q_{yy} + \sqrt{(q_{xx} - q_{yy})^2 + 4q_{xy}^2}}{2} \dots \text{velika polos elipse}$$

$$b^2 = \hat{\sigma}_0^2 \frac{q_{xx} + q_{yy} - \sqrt{(q_{xx} - q_{yy})^2 + 4q_{xy}^2}}{2} \dots \text{mala polos elipse}$$

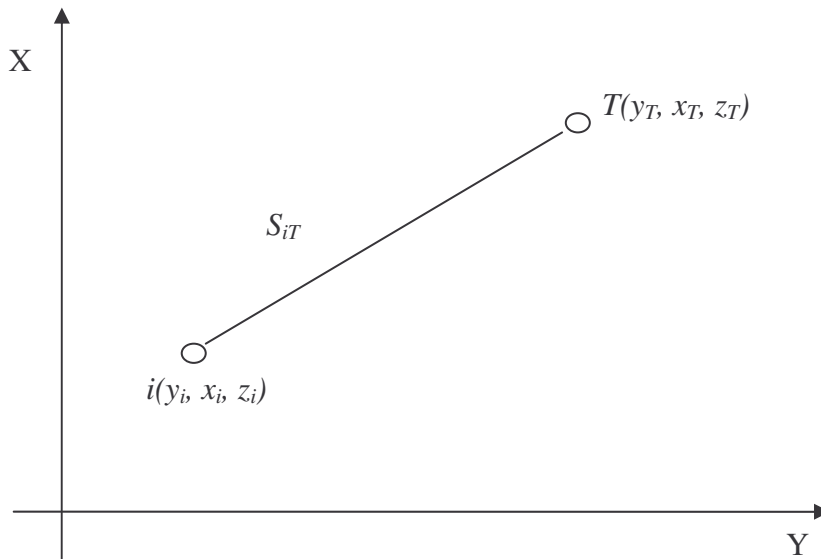
$$\operatorname{tg} 2\vartheta = \frac{2q_{xy}}{q_{xx} - q_{yy}} \dots \text{smerni kot velike polos elipse}$$

Za standardno elipso pogreškov velja, da je verjetnost, da točka leži znotraj elipse, približno 39 %.

4.4.2 Oblika enačb popravkov za merjenje dolžin

V nadaljevanju bomo izpeljali obliko enačbe popravkov za merjenje dolžin za primer prostega stojišča (Mihailović, 1974).

Za primer izmerjene dolžine po principu prostega stojišča moramo uporabiti višinsko komponento. Upoštevamo, da stojimo na novi točki, oz. vzamemo, da je stojišče i neznano, vizirana točka T pa znana.



Slika 14: Merjenje dolžine

Fig. 14: Distance measurement

Tako lahko zapišemo:

$$\hat{S}_{iT} = S_{iT} + v_{iT} = \sqrt{(x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2 + (z_T - z_i)^2}$$

kjer je:

S_{iT} merjena dolžina

v_{iT} popravek dolžine

\hat{S}_{iT} izravnana dolžina.

Funkcijo lineariziramo z razvojem v Taylorjevo vrsto:

$$\begin{aligned} \hat{S}_{iT} &= F(x_i^0 + \Delta x_i, y_i^0 + \Delta y_i, z_i^0 + \Delta z_i) = \\ &= F(x_i^0, y_i^0, z_i^0) + \left(\frac{\partial F}{\partial x_i}\right)_0 \Delta x_i + \left(\frac{\partial F}{\partial y_i}\right)_0 \Delta y_i + \left(\frac{\partial F}{\partial z_i}\right)_0 \Delta z_i = \\ &= S_{iT}^0 - \frac{x_T - x_i}{S_{iT}^0} \Delta x_i - \frac{y_T - y_i}{S_{iT}^0} \Delta y_i - \frac{z_T - z_i}{S_{iT}^0} \Delta z_i \end{aligned}$$

kjer je:

$$S_{iT}^0 = F(x_i^0, y_i^0, z_i^0) = \sqrt{(x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2 + (z_T - z_i)^2},$$

$$a_{iT} = \left(\frac{\partial F}{\partial x_i} \right)_0 = - \frac{x_T - x_i}{\sqrt{(x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2 + (z_T - z_i)^2}} = - \frac{x_T - x_i}{S_{iT}^0}$$

$$b_{iT} = \left(\frac{\partial F}{\partial y_i} \right)_0 = - \frac{y_T - y_i}{\sqrt{(x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2 + (z_T - z_i)^2}} = - \frac{y_T - y_i}{S_{iT}^0}$$

$$c_{iT} = \left(\frac{\partial F}{\partial z_i} \right)_0 = - \frac{z_T - z_i}{\sqrt{(x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2 + (z_T - z_i)^2}} = - \frac{z_T - z_i}{S_{iT}^0}$$

Tako dobimo

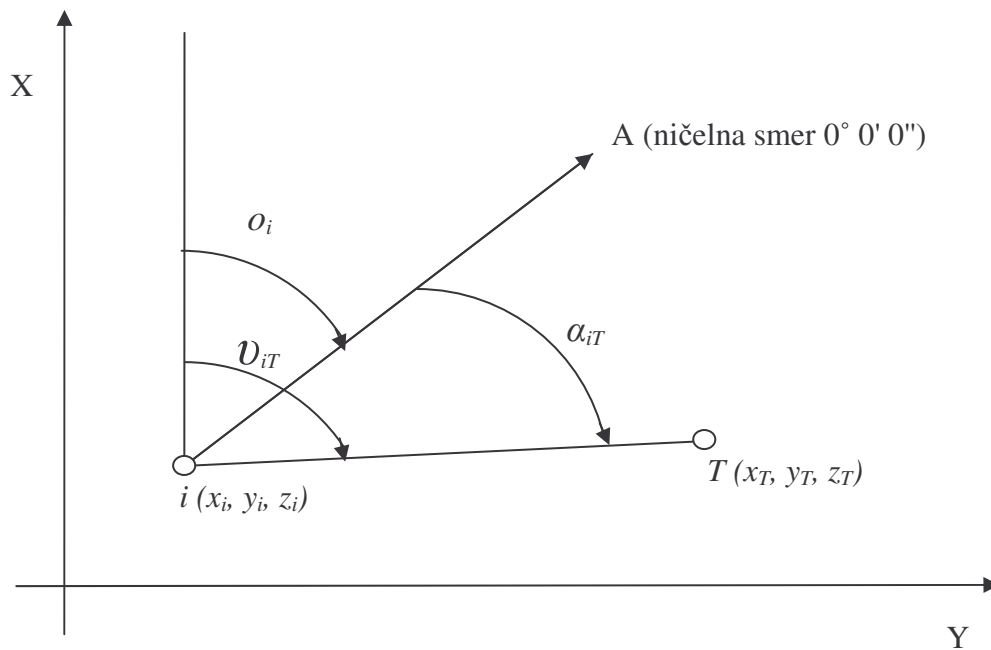
$$v_{iT} = a_{iT} \Delta x_i + b_{iT} \Delta y_i + c_{iT} \Delta z_i + f_{iT}$$

kjer je:

$$f_{iT} = S_{iT}^0 - S_{iT} = P - M = \text{približno} - \text{merjeno} = \text{odstopanje}.$$

4.4.3 Oblika enačb popravkov za opazovanja horizontalnih smeri

Za določitev svojega neznanega stojišča je treba opazovati smeri do vidnih danih točk. V geodeziji je to osnova za vse nadaljnje operacije.



Slika 15: Opazovanje horizontalne smeri

Fig. 15: Observation of horizontal angles

Funkcijska zveza, ki povezuje opazovano smer z neznankami, je:

$$V_{iT} = \hat{\alpha}_{iT} + o_i = \alpha_{iT} + v_{iT} + o_i$$

$$\alpha_{iT} + v_{iT} = V_{iT} - o_i = \arctg \frac{y_T - y_i}{x_T - x_i} - o_i$$

kjer je:

- α_{iT} ... merjena smer do točke T
- v_{iT} ... popravek merjene smeri do točke T
- V_{iT} ... smerni kot med točkama i in T

o_i ... orientacijski kot

$\hat{\alpha}_{iT}$... izravnana merjena smer do točke T .

V enačbi ne nastopa višinska komponenta, saj na sama opazovanja smeri in posledično na enačbe popravkov za opazovane smeri ne vpliva.

Funkcijo lineariziramo z razvojem v Taylorjevo vrsto:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_{iT} &= (x_i, y_i, o_i) \\ \hat{\alpha}_{iT} &= F(x_i^0 + \Delta x_i, y_i^0 + \Delta y_i, o_i^0 + \Delta o_i) = \\ &= F(x_i^0, y_i^0, o_i^0) + \left(\frac{\partial F}{\partial x_i}\right)_0 \Delta x_i + \left(\frac{\partial F}{\partial y_i}\right)_0 \Delta y_i + \left(\frac{\partial F}{\partial o_i}\right)_0 \Delta o_i = \\ &= \alpha_{iT} - \frac{y_T - y_i}{(x_T - x_i)^2 (y_T - y_i)^2} \Delta x_i + \frac{-x_T + x_i}{(x_T - x_i)^2 (y_T - y_i)^2} \Delta y_i + \Delta o_i \end{aligned}$$

kjer je:

$$\alpha_{iT}^0 = F(x_i^0, y_i^0, o_i^0) = \arctg \frac{y_T^0 - y_i^0}{x_T^0 - x_i^0} - o_i^0,$$

$$a_{iT} = \left(\frac{\partial F}{\partial x_i}\right)_0 = -\frac{y_T - y_i}{(y_T - y_i)^2 (x_T - x_i)^2},$$

$$b_{iT} = \left(\frac{\partial F}{\partial y_i}\right)_0 = \frac{-x_T + x_i}{(y_T - y_i)^2 (x_T - x_i)^2},$$

$$c_{iT} = \left(\frac{\partial F}{\partial o_i}\right)_0 = 1.$$

Tako dobimo:

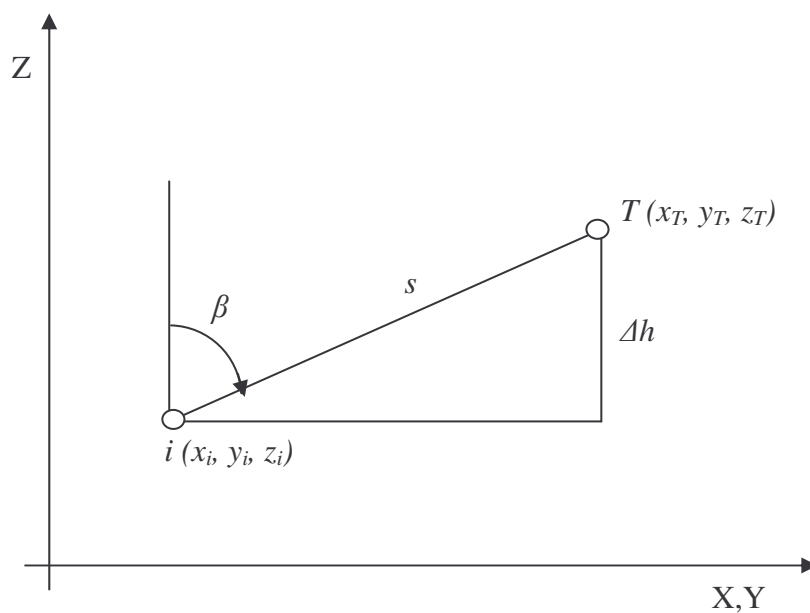
$$v_{iT} = a_{iT} \Delta x_i + b_{iT} \Delta y_i + c_{iT} \Delta o_i + f_{iT}$$

kjer je:

$$f_{iT} = \alpha_{iT}^0 - \alpha_{iT} = P - M = \text{približno} - \text{merjeno} = \text{odstopanje}$$

4.4.4 Oblika enačb popravkov za merjeno zenitno razdaljo β

Za določitev nadmorske višine nove točke oz. višine točke v poljubnem koordinatnem sistemu, izmerimo zenitno razdaljo do znane točke in poševno dolžino do te točke.



Slika 16: Opazovanje zenitne razdalje

Fig. 16: Observation of vertical distance

Funkcijska zveza, ki predstavlja merjeno zenitno razdaljo β z neznankami, je:

$$\hat{\beta}_{iT} = \beta_{iT} + v_{iT} = \arccos \frac{z_T - z_i}{\sqrt{(x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2 + (z_T - z_i)^2}},$$

kjer je:

- β_{iT} ... merjena zenitna razdalja
- v_{iT} ... popravek zenitne razdalje
- $\hat{\beta}_{iT}$... izravnana zenitna razdalje

Funkcijo lineariziramo z razvojem v Taylorjevo vrsto:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{iT} &= F(x_i^0 + \Delta x_i, y_i^0 + \Delta y_i, z_i^0 + \Delta z_i) = \\ &= F(x_i^0, y_i^0, z_i^0) + \left(\frac{\partial F}{\partial x_i}\right)_0 \Delta x_i + \left(\frac{\partial F}{\partial y_i}\right)_0 \Delta y_i + \left(\frac{\partial F}{\partial z_i}\right)_0 \Delta z_i = \\ &= \beta_{iT}^0 - \frac{(x_T - x_i)(z_T - z_i)}{((x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2 + (z_T - z_i)^2)\sqrt{(x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2}} \Delta x_i - \\ &\quad - \frac{(y_T - y_i)(z_T - z_i)}{((x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2 + (z_T - z_i)^2)\sqrt{(x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2}} \Delta y_i - \\ &\quad - \frac{(x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2}{((x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2 + (z_T - z_i)^2)\sqrt{(x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2}} \Delta z_i. \end{aligned}$$

kjer je:

$$\beta_{iT}^0 = F(x_i^0, y_i^0, z_i^0) = \arccos \frac{z_T - z_i}{\sqrt{(x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2 + (z_T - z_i)^2}},$$

$$\begin{aligned}
a_{iT} &= \left(\frac{\partial F}{\partial x_i} \right)_0 = - \frac{z_T - z_i}{((x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2 + (z_T - z_i)^2)^{3/2}} \frac{x_T - x_i}{\sqrt{1 - \frac{(z_T - z_i)^2}{(x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2 + (z_T - z_i)^2}}} = \\
&= - \frac{(x_T - x_i)(z_T - z_i)}{((x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2 + (z_T - z_i)^2) \sqrt{(x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2}} \\
b_{iT} &= \left(\frac{\partial F}{\partial y_i} \right)_0 = - \frac{z_T - z_i}{((x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2 + (z_T - z_i)^2)^{3/2}} \frac{y_T - y_i}{\sqrt{1 - \frac{(z_T - z_i)^2}{(x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2 + (z_T - z_i)^2}}} = \\
&= - \frac{(y_T - y_i)(z_T - z_i)}{((x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2 + (z_T - z_i)^2) \sqrt{(x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2}} \\
c_{iT} &= \left(\frac{\partial F}{\partial z_i} \right)_0 = - \frac{(x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2}{((x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2 + (z_T - z_i)^2)^{3/2}} \frac{(z_T - z_i)^2}{\sqrt{1 - \frac{(z_T - z_i)^2}{(x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2 + (z_T - z_i)^2}}} = \\
&= - \frac{(x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2}{((x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2 + (z_T - z_i)^2) \sqrt{(x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2}}.
\end{aligned}$$

Tako dobimo:

$$v_{iT} = a_{iT} \Delta x_i + b_{iT} \Delta y_i + c_{iT} \Delta z_i + f_{iT},$$

kjer je:

$$f_{iT} = \beta_{iT}^0 - \beta_{iT} = P - M = \text{približno - merjeno} = \text{odstopanje}.$$

4.5 Metode odkrivanja grobih pogrškov

Osnova za vse postopke ugotavljanja prisotnosti grobih pogrškov pred izravnavo ali na osnovi rezultatov izravnave so statistični testi. Ti so povezani s porazdelitvijo verjetnosti popravkov opazovanj ter njihovo skladnostjo z znano ali predpostavljeno porazdelitvijo opazovanj korakov (Stopar, Grigillo, 2003).

Postopek statističnega testiranja hipotez lahko predstavimo z zaporedjem:

1. določitev ničelne hipoteze H_0 in alternativne hipoteze H_1 ;
2. določitev testne statistike T ;
3. določitev funkcije gostote verjetnosti testne statistike pod ničelno hipotezo H_0 ;
4. izbira stopnje značilnosti testa α ;
5. če je potrebno, izbira stopnje jakosti testa $1-\beta$;
6. izračun mejne vrednosti intervala zaupanja;
7. odločitev glede zavrnitve H_0 .

Izbiri H_1 je potrebno posvetiti ustrezno pozornost, ker se v slučaju zavrnitve H_0 lahko pojavi več kot ena H_1 , ki ustreza statističnemu testu, ko H_0 zavrremo. Izbira H_1 zahteva dobro poznavanje postopkov pridobivanja podatkov. Izkušnje in določena mera intuicije sta lahko v pomoč.

Pri testiranju hipotez se lahko pojavita dve napaki. Napaka I. vrste je zavrnitev H_0 , ko je ta pravilna. Verjetnost, da storimo napako I. vrste, imenujemo stopnja značilnosti testa in jo označimo z α . Verjetnost, da je odločitev pravilna, ko ničelne hipoteze ne zavrremo in je ta pravilna, imenujemo stopnja zaupanja in je enaka $1-\alpha$.

Napaka II. vrste je napaka, ki jo storimo, kadar ne zavrremo H_0 , ko je ta napačna. Verjetnost, da storimo napako II. vrste, označimo z β . Verjetnost, da zavrremo H_0 , ko je ta napačna, imenujemo jakost testa in jo označimo z $1-\beta$.

Kot ničelno hipotezo v splošnem postavimo naslednjo trditev:

H_0 : Model je pravilen in popoln. Porazdelitvene predpostavke se ujemajo s stvarnostjo. Med opazovanji ni grobih pogrškov.

4.5.1 Globalni test modela

Po izravnavi izvedemo globalni test modela, s katerim testiramo skladnost referenčne variance a posteriori $\hat{\sigma}_0^2$ in referenčne variance a priori σ_0^2 . Pod predpostavko ničelne hipoteze H_0 bi morali biti referenčni varianci statistično skladni (Stopar, Grigillo, 2003, Stopar, predavanja, šol. l. 2002/03).

Referenčna varianca, pridobljena na osnovi rezultatov izravnave po MNK:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{r}.$$

Kjer je:

\mathbf{v} ... vektor popravkov

\mathbf{P} ... matrika uteži

r ... število nadštevilnih opazovanj.

Na tej podlagi tvorimo testno statistiko:

$$\mathbf{T} = \frac{r \cdot \hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2},$$

ki se pod predpostavko ničelne hipoteze H_0 porazdeljuje po porazdelitvi χ^2 z r prostostnimi stopnjami:

$$\mathbf{T} \mid H_0 \sim \chi^2(r).$$

Pričakovana vrednost testne statistike je kar število prostostnih stopenj r oziroma število nadštevilnih opazovanj v modelu:

$$E(\mathbf{T} \mid H_0) = r,$$

iz česar izhaja:

$$E\left(\frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \mid H_0\right) = 1 \text{ oziroma } E(\hat{\sigma}_0^2 \mid H_0) = \sigma_0^2.$$

Za stopnjo značilnosti globalnega testa modela običajno izberemo $\alpha = 0,05$. Na podlagi izbrane vrednosti α izračunamo kritično vrednost $\chi_{1-\alpha/2}^2(r)$ testne statistike T . Testno statistiko nato primerjamo s kritično vrednostjo. Če velja:

$$T \leq \chi_{1-\alpha/2}^2(r),$$

test ne kaže na statistično značilno protislovje med porazdelitvijo opazovanj in matematičnim modelom. V nasprotnem primeru, ko velja:

$$T > \chi_{1-\alpha/2}^2(r),$$

je treba raziskati, zakaj so ali model ali opazovanja ali uteži opazovanj nepravilni. Raziskavi lahko pripomorejo nadaljnji statistični testi.

Kadar H_0 zavrremo, imamo na razpolago neskončno mnogo alternativnih hipotez. V praksi se omejimo na dve alternativni hipotezi:

- H_{1-1} : nepravilne uteži opazovanj
- H_{1-2} : prisotnost grobih pogreškov v opazovanjih.

Problem rešujemo postopoma. Najprej preverimo možnost, da smo opazovanjem dodelili napačne uteži. Testno statistiko Y izračunamo z izrazom:

$$Y = \frac{r \cdot \hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} = \mathbf{v}^T \frac{\mathbf{P}}{\sigma_0^2} \mathbf{v} = \mathbf{v}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{v}.$$

Če zavremo H_0 zaradi slabo ocenjene natančnosti opazovanj, so popravki še vedno normalno porazdeljeni. V primeru, ko so popravki po svoji velikosti glede na natančnost uporabljenega

instrumentarija primemo veliki in je referenčna varianca a posteriori $\hat{\sigma}_0^2$ prevelika glede na σ_0^2 , je možen vzrok za zavrnitev H_0 slabo sestavljena kovariančna matrika opazovanj Σ in jo je treba preračunati:

$$\tilde{\Sigma} = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \Sigma.$$

Izravnavo ponovimo z uporabo kovariančne matrike $\tilde{\Sigma}$. Ničelne hipoteze sedaj ne moremo zavrniti. Če pa so bili v prvem koraku izravnave prisotni tudi popravki opazovanj, ki so preveliki glede na natančnost uporabljenega instrumentarija, moramo opazovanja testirati glede na prisotnost grobih pogreškov v opazovanjih. Težava, ki se pri tem pojavi, je: s povečanjem vrednosti elementov kovariančne matrike zmanjšamo uteži opazovanj, kar oteži iskanje grobih pogreškov.

Ničelno hipotezo globalnega testa lahko zavrnemo tudi, kadar testna statistika ne doseže spodnje meje kritične vrednosti, ki jo izračunamo kot $\chi_{\alpha/2}^2(r)$. Če je:

$$T < \chi_{\alpha/2}^2(r),$$

pomeni, da smo podcenjevali natančnost opazovanj, torej ima referenčna varianca a priori preveliko vrednost. Opazovanja so natančnejša od naše predpostavke - σ_0^2 .

4.5.2 Test τ

Globalni test modela in data snooping zahtevata, da je natančnost opazovanj in referenčna varianca a-priori σ_0^2 zanesljivo znana. To pa predvsem pomeni, da so variance vseh opazovanj v pravih razmerjih (Stopar, Grigillo, 2003, Stopar, predavanja, šol. l. 2002/03).

Če referenčne variance a-priori σ_0^2 ne poznamo ali se na natančnost opazovanj a-priori ne moremo zanesti, uporabimo referenčno varianco a-posteriori $\hat{\sigma}_0^2$. V tem primeru globalnega testa modela ne izvajamo. Data snooping modificiramo z uporabo nove testne statistike

$$\tau_i = \frac{|v_i|}{\tilde{\sigma}_{v_i}} = \frac{|v_i|}{\tilde{\sigma}_0 \sqrt{q_{v_i v_i}}},$$

kjer je $q_{v_i v_i}$ element matrike \mathbf{Q}_{vv} .

τ_i se pod ničelno hipotezo H_0 porazdeljuje po porazdelitvi τ z r prostostnimi stopnjami

$$\tau_i | H_0 \in \tau(r).$$

Ob dani stopnji značilnosti stopnji testa α bo τ_i označen kot prevelik, če velja $|\tau_i| > \tau_{\alpha/2}(r)$,

kjer je kritična vrednost $\tau_{\alpha/2}$ izračunana:

$$\tau_{\alpha/2}(r) = \frac{\sqrt{r} \cdot t_{\alpha/2}(r-1)}{\sqrt{r-1 + t_{\alpha/2}^2(r-1)}}.$$

Test opravimo zaporedoma za vse standardne popravke dane z izrazom

$$\tau_i = \frac{v_i}{\tilde{\sigma}_{v_i}} = \frac{v_i}{\tilde{\sigma}_0 \sqrt{q_{v_i v_i}}}.$$

Težava pri uporabi testa τ je v tem, da je referenčna varianca a-posteriori $\hat{\sigma}_0^2$ obremenjena s prisotnostjo grobih pogreškov v opazovanjih. Večji kot so grobi pogreški, večja bo referenčna varianca a-posteriori $\hat{\sigma}_0^2$ in manjša bo vrednost testne statistike τ_i , dane z izrazom

$$\tau_i = \frac{v_i}{\tilde{\sigma}_{v_i}} = \frac{v_i}{\tilde{\sigma}_0 \sqrt{q_{v_i v_i}}}.$$

To je tudi možnost, da ostanejo ob uporabi testa τ nekateri grobi pogreški neodkriti. Ta nevarnost se pojavi še posebej takrat, ko so ti pogreški majhni. Ko so nekateri popravki označeni kot preveliki, je postopek lociranja in odstranjevanja grobih pogreškov iz opazovanj enak kot pri postopku data snooping.

4.5.3 Data snooping posameznih popravkov opazovanj

Čeprav so popravki opazovanj po svoji velikosti glede na natančnost instrumentarija in metodo izmere določeni že v postopku izračuna in jih vrednotimo glede na njihovo velikost v vseh fazah vrednotenja rezultatov, so kritična količina za odkrivanje morebitnih grobo pogrešenih opazovanj šele v postopku data snooping. Data snooping je kombiniran proces odkrivanja ter lociranja in odstranitve grobih pogreškov opazovanj (Stopar, Grigillo, 2003, Stopar, predavanja, šol. l. 2002/03).

1. Odkrivanje verjetno grobo pogrešenih opazovanj

Popravki opazovanj so po izravnavi znani, vendar pa grobi pogreški niso (∇l) (Stopar, Grigillo, 2003, Stopar, predavanja, šol. l. 2002/03). Če imamo razlog za trditev, da je H_0 zavrnjena zaradi prisotnosti grobih pogreškov v opazovanjih (H_{1-2} pravilna), je kritična naloga lociranje in odstranitev grobih pogreškov iz opazovanj. Hipoteza H_{1-2} je še vedno presplošna, ker ne podaja nobene informacije glede posameznih komponent vektorjev grobih pogreškov, ki se nanaša na celoten model. Zato potrebujemo enostavno in podrobno definirano alternativno hipotezo H_{1-2i} , ki podaja zvezo med popravki opazovanj v in grobimi pogreški ∇l . V okviru postopka data snooping predpostavljamo, da je v vektorju opazovanj samo eno opazovanje grobo pogrešeno. Alternativno hipotezo H_{1-2i} lahko sestavimo kot:

$$H_{1-2i} : \nabla l_i = c_i \cdot \nabla l \neq 0 \quad (i = 1, \dots, n),$$

kjer je:

c_i – vektor ničel in ene enice na i -tem mestu $c_i = [0 \ 0 \ .. \ 1 \ 0 \ .. \ 0]^T$

∇l_i - grobi pogrešek na i -tem mestu v vektorju \mathbf{l} .

Kot testno statistiko za testiranje ničelne hipoteze H_0 uporabimo:

$$w_i = \frac{c_i^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}}{\sigma_0^2 \cdot \sqrt{c_i^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}_{vv} \cdot \mathbf{P} \cdot c_i}},$$

ki se za nekorelirana opazovanja reducira za t. i. standardizirane popravke. Dokazati se da, da se pod ničelno hipotezo H_0 statistika w_i porazdeljuje po standardni normalni porazdelitvi

$$w_i | H_0 \in N(0,1).$$

Ob dani stopnji značilnosti α_0 , ob uporabi dvostranskega testa H_0 zavrnamo, če velja:

$$w_i < N_{\alpha_0/2}(0,1) \text{ ali } w_i > N_{1-\alpha_0/2}(0,1).$$

H_0 ne zavrnamo, če velja:

$$N_{\alpha_0/2}(0,1) \leq w_i \leq N_{1-\alpha_0/2}(0,1).$$

Termin data snooping se nanaša na enodimenzionalen test, s katerim preiskujemo naenkrat samo en standardiziran popravek. Če imamo opazovanja z več kot enim grobim pogreškom, postopek zaporedoma ponavljamo. Kot stopnjo značilnosti testa običajno izberemo $\alpha_0 = 0,001$, ki ji pripada mejna vrednost 3,29 (normalna standardna porazdelitev). Ničelne hipoteze ne sprejmemo in i – ti popravek označimo kot " popravek verjetno grobo pogrešenega opazovanja", če velja:

$$|w_i| > 3,29 \quad \text{oz.} \quad |v_i| > 3,29 \sigma_{v_i}$$

verjetnost testne statistike w_i izračunamo na osnovi standardne deviacije opazovanja σ_{l_i} . Postopek data snooping je torej zanesljiv samo v primeru dobro znanih statističnih lastnosti opazovanj. To je tudi razlog, da v primeru, ko globalni test modela ničelne hipoteze ne sprejme, najprej ugotovimo razloge za tak izid globalnega testa modela.

2. Lociranje grobih pogreškov med opazovanji

Potem ko smo izračunali popravke verjetno grobo pogrešenih opazovanj, moramo locirati grobe pogreške. To pomeni, da je treba ugotoviti, ali so odkriti popravki verjetno grobo pogrešenih opazovanj posledica grobih pogreškov ∇l v opazovanju l_i . V splošnem je uspešnost lociranja grobih pogreškov odvisna od geometrije problema in od števila in velikosti grobih pogreškov v opazovanjih. Splošna zahteva je, da so opazovanja med seboj statistično skladna in tudi, da je število grobih pogreškov v opazovanjih manjše od števila nadštevilnih opazovanj (Stopar, Grigillo, 2003, Stopar, predavanja, šol. I. 2002/03).

Ker imamo opravka z grobimi pogreški majhne velikosti, je pravilno lociranje grobih pogreškov na osnovi popravkov grobo pogrešenih opazovanj zelo odvisno od geometrijskih lastnosti problema.

V primeru, da med opazovanji obstaja samo eno grobo pogrešeno opazovanje, lahko zaradi koreliranosti popravkov opazovanj popravek verjetno pogrešenega opazovanja kaže na prisotnost grobega pogreška ∇l_i v opazovanju l_i samo, če ima to opazovanje dominantno število nadštevilnosti:

$$r_i > |r_{ij}| \quad (j \neq i, j = 1, \dots, n),$$

r_i ... diagonalni člen

r_{ij} ... izven diagonalni člen matrike \mathbf{R} .

Če zgornja enačba ne velja oz. ko velja:

$$r_i \leq \max \{ |r_{ij}|; j = i, j = 1, \dots, n \}$$

zaradi očitne koreliranosti med popravki težko določimo, katero od opazovanj l_i je obremenjeno z grobim pogreškom ∇l_j ($j = 1 \dots n$). To je povzročilo, da je popravek v_i prevelik. To pomeni, da grobi pogrešek v katerem koli opazovanju l_j ($j = 1, \dots, n$) lahko povzroči prevelik popravek v_i opazovanja l_i . V tem primeru je lociranje grobih pogreškov težavna naloga.

Prevelik popravek v_i je posledica grobega pogreška v katerem koli opazovanju l_j oz. grobi pogrešek v opazovanju l_i lahko povzroči prevelik popravek kateregakoli opazovanja l_j ($j = 1 \dots n$), zato naj ne bi nikoli avtomatično odstranjevali opazovanj, ki so pridobila prevelike popravke. Velik popravek je samo opozorilo, da je opazovanje lahko grobo pogrešeno.

Dokončna odstranitev takega opazovanja pa zahteva nadaljnjo analizo podatkov opazovanj.

Zato zahtevnejši tovrstni postopki odstranjevanja grobih pogreškov, iterativno lociranje in odstranjevanje grobih pogreškov opazovanj. Pravilna odločitev glede odstranitve grobo pogrešenih opazovanj je močno odvisna od znanja strokovnjaka, ki opazovanja obdeluje. Pri tem je pomembno dobro poznavanje postopkov izmere ter možnih vzrokov za pojav grobih pogreškov v opazovanjih.

5 OCENA NATANČNOSTI DOLOČITVE KOORDINAT STOJIŠČA

5.1 Simulacija

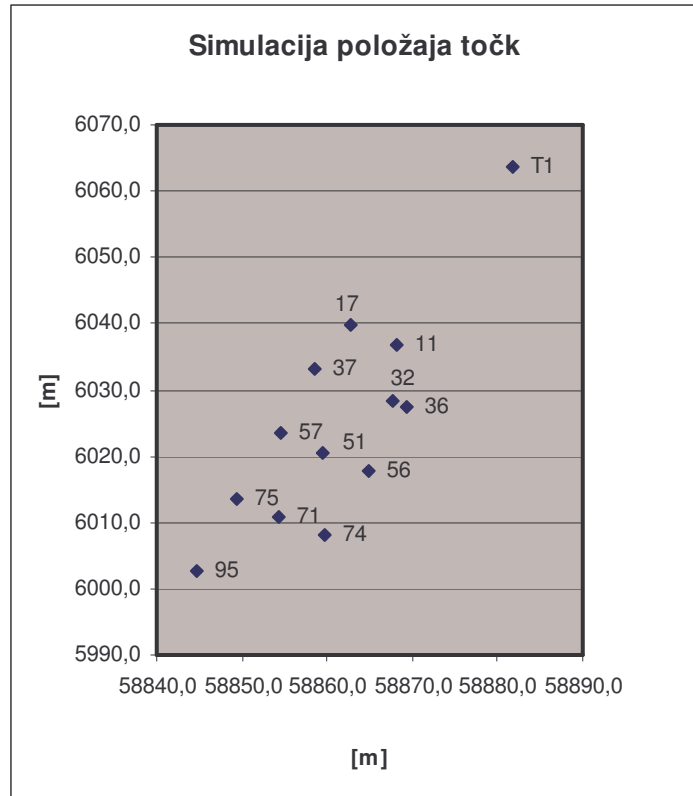
V nadaljevanju obravnavamo oceno natančnosti določitve le položajnih koordinat stojišča. Da bi ugotovili, katere kombinacije točk v predoru so najbolj primerne za določitev položaja, smo na primeru predora v Šentvidu to ugotavljali s pomočjo programa za simuliranje opazovanj. Za simuliranje opazovanj smo uporabili program Som. Ker imamo običajno na terenu nadštevilna opazovanja, smo simulirana nadštevilna opazovanja izravnali s programom Ram. Avtorja obeh programov sta Tomaž Ambrožič in Goran Turk.

Najprej smo pridobili koordinate točk na posameznih profilih v predoru. Kot stojišče smo izbrali točko 95 (9 profil, točka 5). Običajno za določitev stojišča uporabljamo 3 referenčne točke. Opazovanja smo simulirali za različne trojice referenčnih točk. Pri uporabi programa Som smo spreminjali generator začetnih vrednosti, simulirane rezultate opazovanj pa izravnali. Opazovanja tiste izravnave, v kateri je bil srednji pogrešek utežne enote m_0 čim bliže 1, smo vzeli kot primerna. Natančnost simuliranih smeri smo privzeli 2", natančnost dolžin 0,5 mm.

Preglednica 1: Koordinate simuliranih točk

Table 1: Coordinates of simulated points

Točka	Y [m]	X [m]
T1	58881.875	6063.572
17	58862.740	6039.748
11	58868.100	6036.899
37	58858.518	6033.020
32	58867.788	6028.414
36	58869.330	6027.539
57	58854.633	6023.363
51	58859.429	6020.558
56	58864.803	6017.681
75	58849.407	6013.456
71	58854.430	6010.766
74	58859.639	6007.966



Graf 4: Simulacija položaja točk

Graph 4: Simulation of positions of points

Preglednica 2: Rezultati različnih kombinacij točk

Table 2: Results of various combinations of points

Točke Δ	m_o	My [m]	Mx [m]	Mp [m]	a [m]	b [m]	theta ϑ [°]
T1-11-17	0.4603	0.0006	0.0008	0.0010	0.0008	0.0005	27
37-32-36	0.6133	0.0045	0.0038	0.0059	0.0059	0.0006	130
57-51-56	0.6724	0.0016	0.0017	0.0023	0.0023	0.0004	138
75-71-74	0.5442	0.0002	0.0004	0.0005	0.0005	0.0001	155
T1-75-74	0.3281	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	12
51-74-75	0.3407	0.0001	0.0002	0.0002	0.0002	0.0001	160
32-57-56	0.4798	0.0004	0.0005	0.0006	0.0005	0.0003	147
15-37-36	0.5285	0.0011	0.0008	0.0013	0.0012	0.0005	121

Program Ram nam da izhodno datoteko, v kateri so rezultati izravnave, natančnosti posameznih komponent in rezultati različnih testov. Skupna lastnost vsem izravnavam je odstopanje modulirane dolžine. Opazili smo, da ena dolžina dobi vedno velik popravek. To je posledica simulacije. V realnosti te lastnosti ne pričakujemo.

Iz simulacij je razvidno, da je najboljša kombinacija točk T1-75-74. To smo sicer tudi pričakovali, saj ta kombinacija združuje zelo širok kot (75-74) in dolgo orientacijsko vizuro (T1) za izboljšanje položajne natančnosti.

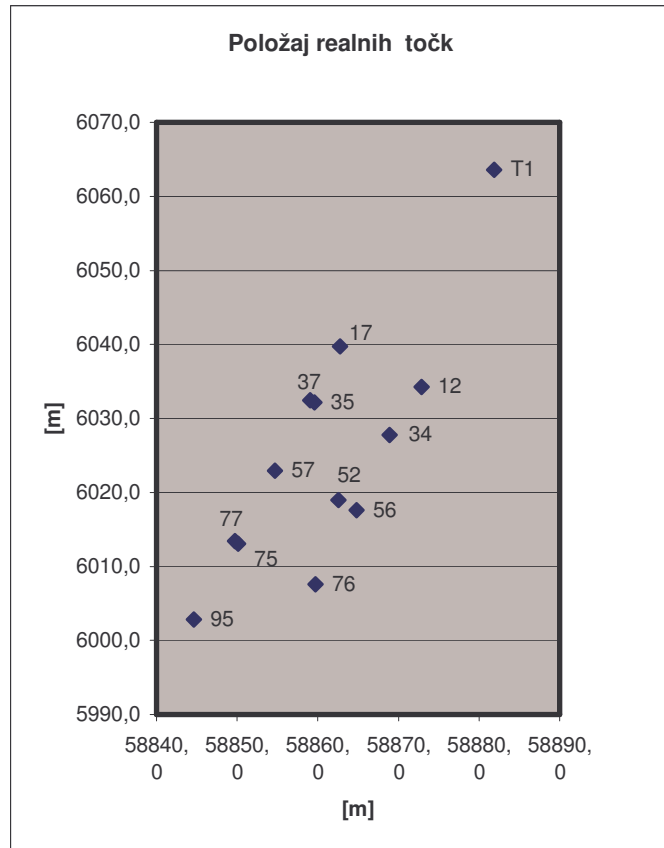
5.2 Realen primer

Da bi preverili realen primer v praksi, smo opravili opazovanja v predoru. Poskušali smo uporabiti iste točke kot pri simulaciji. Zaradi razmer, ki vladajo v predoru, to ni bilo vedno mogoče. Za meritve smo uporabili elektronski tahimeter Leica 1800, ki ima natančnost določitve kota 1" in natančnost določitve dolžine 2mm; 2 ppm.

Preglednica 3: Koordinate realnih točk

Table 3: Coordinates of real points

Točka	Y [m]	X [m]
T1	58881.875	6063.572
17	58862.668	6039.152
12	58872.899	6034.218
37	58859.027	6032.416
34	58868.913	6027.772
35	58859.565	6032.154
57	58854.664	6022.926
52	58862.533	6018.994
56	58864.783	6017.637
75	58850.110	6013.099
77	58849.749	6013.434
76	58859.689	6007.583



Graf 5: Položaj realnih točk

Graph 5: Position of real points

Preglednica 4: Rezultati različnih kombinacij točk

Table 4: Results of various combinations of points

Točke Δ	m_0	M_y [m]	M_x [m]	M_p [m]	a [m]	b [m]	theta ϑ [°]
T1-12-17	0.75315	0.0005	0.0007	0.0008	0.0007	0.0005	27
37-34-35	0.59716	0.0058	0.0034	0.0067	0.0067	0.0004	120
57-52-56	0.77523	0.0033	0.0019	0.0038	0.0038	0.0003	121
75-77-76	1.03774	0.0019	0.0019	0.0034	0.0034	0.0001	124
T1-77-76	0.30768	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	30
52-77-76	0.17213	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	126
33-57-56	0.25816	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0001	108
15-37-34	0.76236	0.0010	0.0006	0.0012	0.0010	0.0005	107

Kot pri simulaciji, se je tudi v praksi pokazala kombinacija T1-77-76 kot najboljša. Sicer lahko tudi kombinacijo 52-77-76 vzamemo kot primerno. To se nam zdi zelo zanimivo. Domnevamo, da imajo dolžine ključnejšo vlogo kot smeri.

6 ZAKLJUČEK

Veliko infrastrukturnih vodov je lociranih pod zemljo. V tej nalogi smo se osredotočili predvsem na objekte, ki so del prometnih povezav in na geodetska dela pri njihovi izgradnji. Opisali smo Novo avstrijsko metodo izgradnje predorov, ki se v tem času največ uporablja. Ugotovili smo, da ta metoda sloni na kontinuiranih geodetskih opazovanjih. Analizirali smo odbojne tarče in instrumente, dovolj natančne za izvajanje tovrstnih nalog. Podrobneje smo opisali različne metode določevanja koordinat novega stojišča. Opisali smo ločni presek, notranji urez in princip prostega stojišča. Slednjega smo še podrobneje opisali, saj je izjemno uporaben princip, ki je integriran v vsak sodoben elektronski tahimeter. Ugotovili smo, da je ta princip najprimernejši za delo v predoru, kjer nimamo veliko prostora in časa za delo. Podrobneje smo razčlenili posredno metodo izravnave stojišča, postopek, dobljene rezultate in pripadajoče natančnosti. Prav tako smo opisali več različnih metod iskanja grobih pogreškov v opazovanjih in pogrešenih opazovanj samih. Za občutek, kako dobimo najbolj natančne koordinate novega stojišča, smo na koncu tudi primerjali različne kombinacije simuliranih opazovanj in opazovanj, ki smo jih izmerili v predoru. Ugotovili smo, da je najprimernejša kombinacija meritev tista, ko opazovane smeri tvorijo topi kot. Tej kombinaciji dodamo eno bolj oddaljeno točko, ki zmanjša vpliv napake viziranja in tako poveča natančnost orientacije smeri na stojišču..

VIRI

Brenštejn, I. N., Semendjajev, K. A., Musiol, G., Müklig, H., 1997. Matematični priročnik. Ljubljana, Tehnična založba Slovenija: str. 967.

GEODATA, 1994. 3D optical monitoring, interna izdaja.

Macarol, S. 1960. Praktična geodezija. Zagreb, Tehnička knjiga, II. izdaja: str. 723.

Mihailović, K., 1974, Geodezija 2, 1. del, Beograd, Izdavačko preduzeče građevinska knjiga: str. 548.

Stopar B., 2001/2002, predavanja pri predmetu Izravnalni računi II.

Stopar B., 2002/2003, predavanja pri predmetu Tehnična infrastruktura.

Stopar, B., Grigillo, D. 2003. Metode odkrivanja grobih pogreškov v geodetskih opazovanjih, Geodetski vestnik 47/2003 – 4: 386 – 402.

SUUNTO, Klinomer - priložena navodila za uporabo.

NATM Summercourse 1995, 1995, Dunaj, University of technology Vienna

PRILOGA 1:**REZULTATI IZAVNAVE SIMULIRANIH OPAZOVANJ**

Izravnava RAVninske geodetske Mreže
Program: RAM, ver.4.0, dec. 02
Copyright (C) Tomaž Ambrožič & Goran Turk

Ime datoteke s podatki: 95-p.pod
Ime datoteke za rezultate: 95-p.rez
Ime datoteke za risanje slike mreže: 95-p.ris
Ime datoteke za izračun premikov: 95-p.koo

Datum: 23. 8.2005

Čas: 15:48:46

Seznam koordinat DANIH točk

=====

Točka	Y (m)	X (m)
75	58849.4070	6013.4560
T1	58881.8750	6063.5720
74	58859.6390	6007.9660

Vseh točk je 3.

Seznam PRIBLIŽNIH koordinat novih točk

=====

Točka	Y (m)	X (m)
95	58844.6300	6002.8120

Vseh točk je 1.

Pregled OPAZOVANJ

=====

Štev. Utež	Stojišče Gr	Vizura	Opazov. smer (stopinje)	W (")	Utež	Dolžina (m)	Du (m)
1 0.0000	95 0.09 1	75	24 10 13.		0.000	1.00	11.6675
2 0.0000	95 0.01 1	T1	31 30 28.		0.000	1.00	71.2679
3 0.0000	95 0.06 1	74	71 2 51.		0.000	1.00	15.8685

Podan srednji pogrešek utežne enote smeri (a-priori ocena): 2.00 sekund.

Podan srednji pogrešek utežne enote dolžin (a-priori ocena): 0.500 mm.

- Število enačb popravkov je 6.
- Število enačb popravkov za smeri je 3.
- Število enačb popravkov za dolžine je 3.
- Število neznank je 3.
- Število koordinatnih neznank je 2.
- Število orientacijskih neznank je 1.

POPRAVKI približnih vrednosti

=====

Točka	Dy (m)	Dx (m)	Do (")
95	0.0000	-0.0002	-0.9

IZRAVNANE vrednosti koordinat in ANALIZA natančnosti

```

=====
Točka      Y          X          My         Mx         Mp         a          b
Theta
(m)        (st.)      (m)        (m)        (m)        (m)        (m)        (m)
95         12.        58844.6300  6002.8118  0.0001  0.0001  0.0001  0.0001
0.0001

```

Srednji pogrešek utežne enote /m0/ je 0.32807.

[pvv] = 0.3228808458

[xx] vseh neznank = 0.8046903461

[xx] samo koordinatnih neznank = 0.0000000326

Srednji pogrešek aritmetične sredine /m_arit/ je 0.00041.

Srednji pogrešek smeri /m0*m0_smeri/ je 0.6561 sekund.

Srednji pogrešek dolžin /m0*m0_dolžin/ je 0.1640 milimetrov.

Največji položajni pogrešek /Mp_max/ je 0.0001 metrov.

Najmanjši položajni pogrešek /Mp_min/ je 0.0001 metrov.

Srednji položajni pogrešek /Mp_sred/ je 0.0001 metrov.

PREGLED opazovanih SMERI

```
=====
```

Smerni koti in dolžine so izračunani iz zaokroženih koordinat.

Smeri in smerni koti so izpisani v stopinjah.

Nova točka: 95 Y = 58844.6300 X = 6002.8118

Orientacijski kot = 359 59 59.

Vizura	Gr	Utež	Opazov. smer	Orient. smer	Def. sm. kot	Popravek
Dolžina						
75	1	1.00	24 10 13.	24 10 12.	24 10 12.	0.
11.667						
T1	1	1.00	31 30 28.	31 30 27.	31 30 27.	0.
71.267						
74	1	1.00	71 2 51.	71 2 50.	71 2 50.	0.
15.869						

PREGLED merjenih DOLŽIN

=====

Dolžine so izračunane iz zaokroženih koordinat.

Multiplikacijska konstanta ni bila izračunana (= 1).

Adicijska konstanta ni bila izračunana (= 0 metra).

Od Projekcij. točke	Do točke	Utež	Merjena dolž	Modulirana dolžina	Definitivna Mer.*Mk+Ak	Popravek Proj.-Du
95 11.6670	75 iz koo.	0.09	11.6675	11.6675	11.6670	-0.0005
95 71.2670	T1	0.01	71.2679	71.2679	71.2670	-0.0009
95 15.8693	74	0.06	15.8685	15.8685	15.8693	0.0008

PRILOGA 2:**REZULTATI IZAVNAVE OPRAVLJENIH OPAZOVANJ**

Izravnava Ravninske geodetske Mreže

Program: RAM, ver.4.0, dec. 02

Copyright (C) Tomaž Ambrožič & Goran Turk

Ime datoteke s podatki: 2-p.pod

Ime datoteke za rezultate: 2-p.rez

Ime datoteke za risanje slike mreže: 2-p.ris

Ime datoteke za izračun premikov: 2-p.koo

Datum: 21.10.2005

Čas: 19:39: 9

Seznam koordinat DANIH točk

=====

Točka	Y (m)	X (m)
T1	58881.8470	6063.5230
77	58849.7490	6013.4340
76	58859.6890	6007.5830

Vseh točk je 3.

Seznam PRIBLIŽNIH koordinat novih točk

=====

Točka	Y (m)	X (m)
95	58847.4120	5998.7690

Vseh točk je 1.

Pregled OPAZOVANJ

=====

Štev. Utež	Stojišče Gr	Vizura	Opazov. smer (stopinje)	w (")	Utež	Dolžina (m)	Du (m)
1	95	T1	28 0 11.		0.000	1.00	73.3404
0.0000	0.73	1					
2	95	77	9 3 15.		0.000	1.00	14.8507
0.0000	0.15	1					
3	95	76	54 19 17.		0.000	1.00	15.1133
0.0000	0.15	1					

Podan srednji pogrešek utežne enote smeri (a-priori ocena): 1.00 sekund.

Dolžine so izračunane iz zaokroženih koordinat.
Multiplikacijska konstanta ni bila izračunana ($= 1$).
Adicijska konstanta ni bila izračunana ($= 0$ metra).

Od Projekcij. točke Mod.dolž.	Do točke iz koo.	Utež	Merjena dolž	Modulirana dolžina	Definitivna Mer.*Mk+Ak	Popravek Proj.-Du
95 73.3416	T1	0.73	73.3404	73.3404	73.3416	0.0012
95 14.8511	77	0.15	14.8507	14.8507	14.8511	0.0004
95 15.1139	76	0.15	15.1133	15.1133	15.1139	0.0006