

Univerza
v Ljubljani
Fakulteta
*za gradbeništvo
in geodezijo*

*Janova 2
1000 Ljubljana, Slovenija
telefon (01) 47 68 500
faks (01) 42 50 681
fgg@fgg.uni-lj.si*



Univerzitetni program Geodezija,
smer Geodezija

Kandidat:

Klemen Jovanovič

Analiza premikov detajlnih točk v raziskovalnem rovu predora Šentvid

Diplomska naloga št.: 694

Mentor:

izr. prof. dr. Tomaž Ambrožič

Somentor:

viš. pred. mag. Samo Drobne

Ljubljana, 20. 10. 2006

STRAN ZA POPRAVKE, ERRATA

Stran z napako

Vrstica z napako

Namesto

Naj bo

IZJAVA O AVTORSTVU

Podpisani **KLEMEN JOVANOVIČ** izjavljam, da sem avtor diplomske naloge z naslovom:
**»ANALIZA PREMIKOV DETAJLNIH TOČK V RAZISKOVALNEM ROVU PREDORA
ŠENTVID«.**

Izjavljam, da se odpovedujem vsem materialnim pravicam iz dela za potrebe elektronske
separatoteke FGG.

Ljubljana, 10.10.2006

BIBLIOGRAFSKO – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

UDK: 528.48 : 624.19 (093.2)
Avtor: Klemen Jovanovič
Mentor: doc. dr. Tomaž Ambrožič
Somentor: viš. pred. mag. Samo Drobne
Naslov: Analiza premikov detajlnih točk v raziskovalnem rovu predora
Šentvid
Obseg in oprema: 64 str., 19 pregl., 13 sl., 18 en.
Ključne besede: raziskovalni rovi, detajlne točke, statistična analiza
Izvleček

Diplomsko delo obravnava premike detajlnih točk v raziskovalnem rovu predora Šentvid med gradnjo predora. V začetnem delu je predstavljena gradnja predora. Sledi opis geodetskih del pri spremljanju premikov detajlnih točk ob približevanju čela predora: stabilizacija točk v raziskovalnem rovu, opis inštrumentarija, metode meritev in časovni potek opazovanj. Izpeljali smo celoten izračun prostorskih koordinat stojišča inštrumenta in detajlnih točk v rovu ter njihove natančnosti. V nalogi so nas zanimali geološki in geodetski podatki, ki so se nanašali na raziskovalni rov. Zbrali smo jih v urejevalniku preglednic Excel. Dokazati smo hoteli statistično povezanost geoloških in geodetskih meritev. Geološke podatke sta predstavljala število GSI in nagnjenost hribine, geodetske meritve pa so obsegale koordinate detajlnih točk. Pridobljene podatke smo uredili in jih statistično obdelali. Pri tem smo uporabili različne statistične metode: preverjanje linearne povezanosti, linearna regresija, analiza variance, test kontingence. Na premike detajlnih točk vpliva veliko dejavnikov. Zato je bilo potrebno iskati različne povezave med podatki. Uspeli smo dokazati obstoj statistične povezanosti med številom GSI in premiki detajlnih točk.

BIBLIOGRAPHIC – DOCUMENTALISTIC INFORMATION

UDC: 528.48 : 624.19 (093.2)
Author: Klemen Jovanovič
Supervisor: Assoc. Prof. Tomaž Ambrožič
Co-Supervisor: Sen. Lect. MSc. Samo Drobne
Title: Analysis of detail points in the exploratory gallery of the Šentvid tunnel
Notes: 64 p., 19 tab., 13 fig., 18 eq.
Key Words: exploratory galleries, detail points, statistical analysis

Abstract

The diploma work is dealing with movements of detail points in exploratory gallery of the Šentvid tunnel. It starts with short description how the tunnel is building. Many geodetic measurements is dealing with tunnels. But in this work, we are interested in geodetic monitoring of the detail points between excavation of the main tunnel. We described stablization of detail points, geodetic instruments, measurement method and time period of measurements. We also represent whole calculation for coordinates of detail points and their accuracy. We were interested in geologic and geodetic measurements in exploratory gallery. So we collect them in Excel. GSI number and slope belong to geology data and coordinates belong to geodesy data. We want to prove statistical connection between geologic and geodetic measurements. We organize collected data and do some statistical analysis like: linear correlation, linear regression, analysis of variance (ANOVA), contingency test. There is many reasons for movements of detail points. For this reason we search for different connections between data. And we managed to prove statistical connection between GSI number and movements of detail points.

ZAHVALA

Za pomoč pri nastajanju diplome se iskreno zahvaljujem mentorju doc. dr. Tomažu Ambrožiču in somentorju viš. pred. mag. Samu Drobnetu.

Zahvala tudi univ. dipl. inž. grad. Juretu Klopčiču za pomoč pri zbiranju gradiva.

KAZALO VSEBINE

1	UVOD	1
2	GEODETSKA DELA PRI GRADNJI PREDOROV	3
2.1	Opis vrste in načina stabilizacije danih in novih točk v raziskovalnem rovu.....	3
2.2	Opis inštrumentarija in pribora	5
2.3	Opis metode meritev	7
2.4	Potek raziskovalnega rova in časovna določitev opazovanj	8
3	IZRAČUN KOORDINAT x, y, h STOJIŠČA INŠTRUMENTA.....	9
3.1	Izpeljava enačb popravkov.....	10
3.1.1	Poševne dolžine	10
3.1.2	Zenitne razdalje	11
3.1.3	Horizontalne smeri	12
3.2	Linearizacija	13
3.3	Enačbe popravkov in izravnava.....	15
3.4	Izračun natančnosti koordinat stojišča inštrumenta	18
3.5	Izračun prostorskih koordinat detajlnih točk in njihove natančnosti	20
4	ZBIRANJE IN UREJANJE PODATKOV	22
4.1	Geodetski podatki.....	22
4.2	Geološki podatki.....	24
4.2.1	GSI število in stacionaža	24
5	OSNOVE ANALIZE PODATKOV.....	28
5.1	Izračuni varianc in standardnih odklonov.....	29
6	TEORIJA STATISTIČNIH METOD	31
6.1	Analiza variance	31
6.2	Preverjanje statistične odvisnosti ali test kontingence.....	34
6.3	Preverjanje linearne povezanosti.....	35
6.4	Linearna regresija	37

6.4.1	Računanje modela linearne regresije v Excelu	39
7	ANALIZA PREMIKOV KOORDINAT TOČK IN NAGNJENOSTI HRIBINE	42
7.1	Izračun linearne regresije detajlnih točk v ravnini xh	42
7.2	Izbira podatkov in izračun smeri vektorja premika.....	44
7.3	Analiza variance	45
7.3.1	Vpliv nagnjenosti hribine na smer vektorja premika	45
7.3.2	Vpliv položaja točke na smer vektorja premika.....	46
7.3.3	Komentar rezultatov	47
7.4	Test kontigence	48
7.4.1	Komentar rezultatov	49
8	ČASOVNA ANALIZA PREMIKOV KOORDINAT DETAJLNIH TOČK.....	51
8.1	Izračun korelacij koordinat po času in naklonov regresijskih premic	51
8.2	Izbira podatkov in primerjava s kvaliteto hribine v predoru.....	54
8.2.1	Komentar rezultatov	56
8.3	Določitev modela statistične odvisnosti	57
8.3.1	Komentar rezultatov	61
9	DISKUSIJA REZULTATOV.....	62
VIRI	63

KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 1:	Ureditev geodetskih podatkov v Excelu.....	23
Preglednica 2:	Primerjava stacionaž geoloških in geodetskih profilov.....	26
Preglednica 3:	Primer geoloških podatkov s povezanih s profili in točkami.....	27
Preglednica 4:	Primer izpisa rezultatov linearne regresije v Excelu.....	39
Preglednica 5:	Uporabljeni podatki v analizi variance.....	45
Preglednica 6:	Analize variance za $\alpha = 26\%$	46
Preglednica 7:	Analize variance za $\alpha = 20\%$	47
Preglednica 8:	Dejanske velikosti razredov	49
Preglednica 9:	Teoretične velikosti razredov	49
Preglednica 10:	Kontingenčna preglednica odklonov za koordinato y	54
Preglednica 11:	Kontingenčna preglednica odklonov za koordinato x	55
Preglednica 12:	Kontingenčna preglednica odklonov za koordinato h	55
Preglednica 13:	Primerjava srednje natančnosti določitve položaja stojišča in izračunane stopnje tveganja za potrditev statistične odvisnosti premikov od števila GSI	56
Preglednica 14:	Podatki za izračun linearne regresije.....	57
Preglednica 15:	Izpis rezultatov iz Excela	58
Preglednica 16:	Podatki za izračun	59
Preglednica 17:	Rezultati linearne regresije za koordinato x	59
Preglednica 18:	Podatki za izračun	60
Preglednica 19:	Rezultati linearne regresije za koordinato h	60

KAZALO SLIK

Slika 1:	Prikaz postopnega izkopa predora	2
Slika 2:	Prikaz merskih profilov.....	5
Slika 3:	Poševne dolžine	10
Slika 4:	Zenitne razdalje.....	11
Slika 5:	Horizontalne smeri.....	12
Slika 6:	Izračun koordinate x in y po polarni izmeri	21
Slika 7:	Število ponovitev opazovanj detajlnih točk.....	30
Slika 8:	Grafična ponazoritev koeficienta korelacije r_{XY}	37
Slika 9.1:	Primer razsevnega diagrama, kjer sta x in h močno linearno povezani	43
Slika 9.2:	Primer razsevnega diagrama brez linearne povezanosti koordinat.....	43
Slika 9.3:	Točka se je med izmero premaknila za 1 cm v smeri h koordinatne	44
	osi in za 7 mm v smeri x koordinatne osi.....	44
Slika 10.1:	Vrednost korelacijskega koeficienta znaša $r_{XY} = 0,242$	52
Slika 10.2:	Vrednost korelacijskega koeficienta znaša $r_{XY} = 0,953$	53

1 UVOD

Na področju gradnje infrastrukture je danes v Sloveniji najpomembnejša gradnja avtocestnega križa. S tem se izboljšuje prometna povezanost znotraj države in povezanost s sosednjimi državami. Neposredno igra gradnja veliko vlogo pri rasti in razvoju nacionalnega gospodarstva.

Pri gradnji avtocestnega omrežja v Sloveniji ima pomembno vlogo gradnja povezav avtocest z ljubljanskim cestnim obročem. Do sedaj so bile zgrajene povezave s štajerskim, dolenskim in primorskim avtocestnim krakom. Avtocestni odsek Šentvid – Koseze predstavlja povezavo z gorenjskim avtocestnim krakom. Del odseka bo predstavljal dvocevni predor Šentvid. Leva cev bo dolga 1033 m, desna 1060 m. Dolžina celotnega odseka bo znašala 5,55 km. Pri načrtovanju gradnje predora so se projektanti srečali z nekaterimi problemi:

- Trasa predora poteka v hribini s slabimi geomehanskimi značilnostmi.
- Prisotnost vode, ki poslabšuje geomehanske značilnosti.
- Zgrajeni bosta kaverni, v katerih bodo zgradili priključka s Celovško cesto. Ta odsek bo velikega prereza, približno 230 m². Primerjamo ga lahko s prerezom dvopasovne predorske cevi (približno 90 m²) ali tropasovne cevi (približno 130 m²).
- Na osnovi predhodnih raziskav ni bilo mogoče locirati optimalnega mesta, kjer je možno zgraditi kaverni.

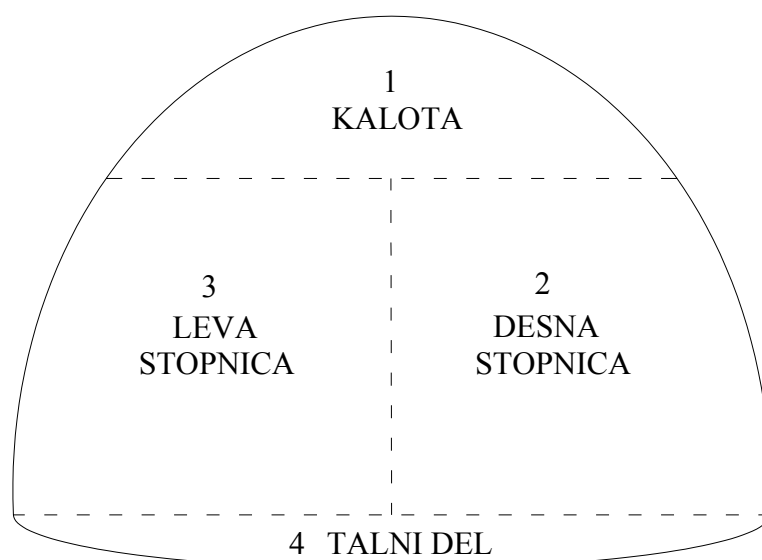
Zaradi naštetih problemov so se odločili zgraditi 800 m dolg raziskovalni rov, prereza okrog 15 m². S tem so pridobili zadovoljive podatke o geomehanskih razmerah v predoru, vplivu vode in drugih geoloških razmerah. Na osnovi vseh teh podatkov so ugotovili, kje bo možno zgraditi priključka s Celovško cesto.

S tem so bila dela v raziskovalnem rovu končana. Ker v raziskovalnem rovu ni bilo več mehanizacije, se je pojavila možnost raziskave celostnega in sistematičnega vpliva odkopavanja glavnega predora na raziskovalni rov. Tako bi raziskali vpliv približevanja čela izkopa predora na hribino v raziskovalnem rovu (Marjetič et al., 2006).

Kot že omenjeno poteka trasa predora v hribini s slabimi geomehanskimi lastnostmi. V teh primerih se gradnja predorov izvaja po Novi avstrijski metodi (NATM – New Austrian Tunnelling Method) (Marjetič et al., 2006). Glavna značilnost metode je povezava pojma hribine

in nosilnega obroča. Hribina se obravnava kot breme in hkrati kot nosilni obroč, ki to breme nosi. V nizkonosilnih hribinah, kot je predor Šentvid, se samonosilnost obroča poveča z uporabo sodobnih tehnoloških postopkov. Cilj metode je doseči učinkovito, varno in ekonomično načrtovanje in gradnjo predora. Za to je potrebno upoštevati dodatne dejavnike:

- oblika predora je odvisna od geomehanskih lastnosti hribine,
- zaradi čim manjšega deformiranja hribine se izkop profila izvaja postopoma (kalota, stopnica in po potrebi talni obok) (Slika 1),
- podporni ukrepi se določijo na osnovi predhodnih raziskav in izmerjenih konvergenč merskih profilnih točk,
- vgrajevanje podpornih elementov mora biti časovno načrtovano,
- ločeno analiziranje hidrogeoloških vplivov.



Slika 1: Prikaz postopnega izkopa predora

Za uspešno izvedbo gradnje predora je potrebno spremljanje dogajanj v predoru, kjer ima pomembno vlogo geodezija. Z neprekinjenim spremljanjem premikov med gradnjo geodezija skrbi za kvalitetne in ažurne podatke o dogajanju v predoru (Hann, Likar, 2002).

2 GEODETSKA DELA PRI GRADNJI PREDOROV

Gradnja predorov je obsežna in zapletena naloga. Delo poteka v težkih pogojih. Zato so tudi geodetska dela povezana z izgradnjo predorov zapletena. Geodetska dela pri gradnji predorov lahko razdelimo na naslednje sklope:

- stabilizacija in izmera geodetske mreže na površju,
- zakoličevanje osi predora,
- usmerjevanje strojev za gradnjo,
- zakoličevanje notranjosti: ostali elementi predora (jaški in podobno),
- kontrolne meritve.

Za potrebe geodetskih meritev je potrebno razviti več geodetskih mrež. Glavna ali primarna mreža se nahaja na površju. Uporabi se kombinirana mreža, s katero povežemo točke na portalih predora v enoten koordinatni sistem. Sekundarna mreža točk je zgoščena na portalu in je navezana na primarno mrežo. Je osnova za kontrolo točk slepega poligona v predoru. Točka sekundarne mreže, ki definira točko na osi, je prva točka slepega poligona, ki ga imenujemo tudi mreža za usmerjanje. S to mrežo se usmerja gradnja predora (Koler, 2005).

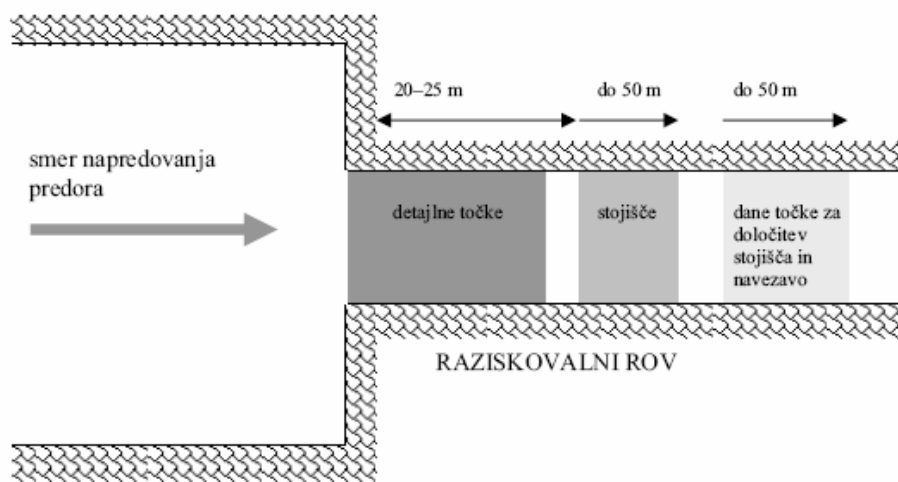
2.1 Opis vrste in načina stabilizacije danih in novih točk v raziskovalnem rovu

Vse opisane mreže se nanašajo le na predor. V primeru izgradnje raziskovalnega rova se pojavi dodatna mreža točk. Meritve v raziskovalnem rovu spadajo med kontrolne meritve. V primeru predora Šentvid so v raziskovalnem rovu potekale kontinuirane meritve. Za določitev prostorskih koordinat točk smo izbrali polarno izmero. Pri tej metodi na osnovi poznanih koordinat stojišča (X_s , Y_s , H_s) inštrumenta in merjenih horizontalnih kotov, zenitnih razdalj ter dolžin določimo prostorske koordinate detajlnih točk. Pojavi se vprašanje, kako določiti koordinate stojišča. Prva možnost bi bila določitev koordinat stojišča na osnovi točk geodetske mreže, ki je vzpostavljena vzdolž celotnega predora. Vendar se v tem primeru pojavijo nekatere težave.

- Gradnja predora poteka 24 ur na dan, zato se na čelu predora nahajajo gradbeni stroji, ki onemogočajo viziranje detajlnih točk v raziskovalnem rovu. Težavo bi rešili, če bi bilo stojišče inštrumenta v raziskovalnem rovu.

- Za optimalne rezultate meritev morajo biti točke stabilizirane čim bližje čelu predora (od 0 m do 25 m). To pomeni, da bi moral biti instrument oddaljen od čela približno 50 m (Slika 2).

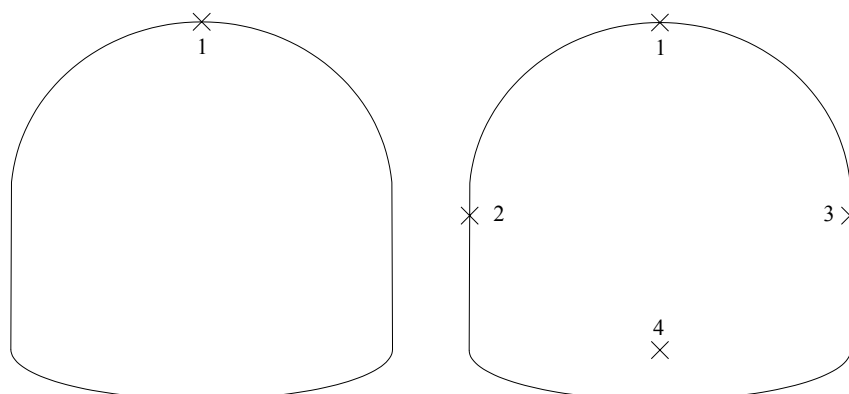
Pri oddaljenosti 50 m od čela je stabilnost instrumenta zelo vprašljiva. Zato bi bilo potrebno stojišče določiti vsakič znova. Ker je zaradi gradbenih del onemogočena vizura na točke v glavnem predoru, je treba določiti nekaj točk v notranjosti raziskovalnega rova. Te točke bodo osnova za izračun koordinat stojišča.



Območja stabilizacije detajlnih točk, stojišča inštrumenta in danih točk
(Marjetič et al. 2006, str. 13)

Detajlne točke so se stabilizirale v območju vpliva čela predora. Vgradile so se na profilih, ki so bili med seboj oddaljeni 2 m. Vsak profil je bil sestavljen iz točke na stropu predora, vsak tretji pa je vseboval še 3 dodatne točke: po eno na levi in desni strani rova in tretjo na tleh rova (Slika 3).

Nosilci za prizme so palice rebrastega železa ($\Phi 16$ mm), ki se končajo z nastavkom za prizmo. Zabijemo jih v predhodno izvrtano luknjo. Pri meritvah v predorih je pomembna stabilizacija instrumenta. Konzola je privijačena v bok predora. Na njej je pritrjen inštrument. Poleg tega je instrument opremljen z mehansko zaščito pred manjšimi delci s sten in stropa (Marjetič et al., 2006).



Slika 2: Prikaz merskih profilov

2.2 Opis inštrumentarija in pribora

Izbira inštrumentarija je odvisna od želene natančnosti, zahtevnosti dela, načina izvajanja opazovanj. V raziskovalnem rovu je potrebno kontinuirano izvajanje geodetskih meritev. V tem primeru lahko izbiramo med dvema možnostima. Lahko izberemo običajen elektronski tahimeter, kar zahteva stalno prisotnost operaterja v raziskovalnem rovu. Vendar je ta možnost fizično zelo zahtevna in nevarna. Poleg tega je finančno neekonomična. Druga možnost je izbira inštrumenta z avtomatskim viziranjem. S tem prisotnost operaterja ni več potrebna.

Za izvajanje meritev je bil tako izbran elektronski tahimeter Leica TCRP1201 R300. Inštrument omogoča avtomatsko viziranje in merjenje horizontalnih smeri, zenitnih razdalj in dolžin na odbojne prizme. Odbojne nalepke niso primerne za avtomatsko viziranje. Ko določimo odbojne prizme, inštrument sam ponavlja meritve v vnaprej določenih časovnih intervalih. Meritve lahko izvaja tudi brez prisotnosti svetlobe, kar je ena pomembnejših lastnosti za merjenje v raziskovalnem rovu. Za označevanje detajlnih točk so bile uporabljene standardne odbojne prizme (Marjetič et al., 2006).



Elektronski tahimeter Leica TCRP1201 R300 na konzoli v predoru (poročilo o predoru)
(Marjetič et al., 2006, str. 14)

Tehnični podatki za elektronski tahimeter Leica TCRP1201 R300
(Marjetič et al., 2006, str. 15)

merjenje horizontalnih smeri in zenitnih razdalj	natančnost: 1" (ISO 17123-3) dvoosni elektronski kompenzator standardni, hitri ali sledilni način merjenja ATR - samodejno precizno viziranje PowerSearch - samodejno iskanje prizme
merjenje dolžin	<u>merjenje na reflektor:</u> natančnost: 2 mm; 2 ppm (ISO 17123-4) doseg: do 3,5 km (na standardno prizmo) <u>merjenje brez reflektorja:</u> natančnost: 3 mm; 2 ppm (ISO 17123-4) doseg: več kot 500 m

2.3 Opis metode meritev

V raziskovalnem rovu so se izvajale meritve horizontalnih kotov, zenitnih razdalj in dolžin. Za merjenje horizontalnih kotov je bila izbrana girusna metoda. Je osnovna metoda, za katero je značilno merjenje več kotov z istim temenom. Merjenje poteka v obeh krožnih legah, s čimer dosežemo eliminacijo nekaterih inštrumentalnih pogreškov. Sočasno z opazovanjem horizontalnih kotov so se izvajale meritve zenitnih razdalj in dolžin.

Za vsak girus smo določili položaj inštrumenta. V levi krožni legi smo najprej opazovali tri točke, ki so se nahajale globlje v raziskovalnem rovu. Nadaljevali smo z opazovanji detajlnih točk. Pri meritvah smo si pomagali z dodatno lučjo. Ko smo izvedli opazovanja v levi krožni legi smo aktivirali samodejno precizno viziranje, merjenje in shranjevanje rezultatov v desni krožni legi. Sistem za samodejno delovanje inštrumenta se imenuje ATR (Automatic Target Recognition). Po končanih meritvah, smo podali trenutek naslednjega sklopa meritev oziroma periodo meritev.

Gradnja predora poteka ves čas. Vsak dan čelo predora napreduje za približno en meter. S tem se vplivi na hribino hitro spreminjajo. Časovni interval opazovanj mora biti čim manjši. Meritve so se v poskusnem obdobju izvajale vsake pol ure. Kasneje se je časovni interval povečal na eno uro. Tako smo pridobili največ 24 določitev prostorskih koordinat detajlnih točk na dan.

Kljub avtomatskim meritvam smo morali raziskovalni rov obiskati vsak dan. Zaradi slabih razmer za opazovanje v rovu, je instrument porabil precej energije. Količina energije notranje in zunanje baterije ni zadoščala za več kot dan in pol meritev. Poleg tega smo na pomnilniško kartico prepisali merske podatke, ki smo jih kasneje naknadno obdelali. Povejmo, da so projektant, izvajalec in nadzor želeli, da jim posredujemo rezultate sprotno vsak dan.

V fazi izvajanja opazovanj so se pojavile določene težave, zaradi težkih pogojev v predoru. Povečana vlažnost v raziskovalnem rovu je povzročila rosenje prizm. Zaradi tega se je zmanjšal odboj merskega žarka. Če se na prizmi ni odbilo dovolj svetlobe, se je delovanje inštrumenta

ustavilo. Pogoje za opazovanje je poslabšal tudi prah. To sta bila dodatna razloga za vsakodnevne obiske rova. Posledično smo dnevno pridobili manj kot 24 določitev koordinat posamezne detajlne točke (Marjetič et al., 2006).



Pogled iz stojišča inštrumenta proti čelu predora, kjer so vidni gradbeni stroji
(Marjetič et al., 2006, str. 14)

2.4 Potek raziskovalnega rova in časovna določitev opazovanj

Raziskovalni predor je najprej potekal v desni predorski cevi, nato je preko prečnika nadaljeval v levi predorski cevi. V desni cevi smo merili detajlne točke na 37 profilih, v prečniku na 9 profilih in v levi predorski cevi na 47 profilih.

Glavno obdobje opazovanj je potekalo med 22. 09. 2005 in 26. 12. 2005. Meritve so se pričele izvajati v desni cevi raziskovalnega rova, nato v prečniku predora in na koncu v levi predorski cevi. Izvajale so se v sledečih časovnih terminih:

- v raziskovalnem rovu desne cevi glavnega predora: od 06. 09. do 27. 10. 2005,
- v prečniku med levo in desno cevjo raziskovalnega rova: od 07. 10. do 20. 10. 2005,
- v raziskovalnem rovu leve cevi glavnega predora: od 27. 10. do 26. 12. 2005 (Klopčič et al., 2006).

3 IZRAČUN KOORDINAT x, y, h STOJIŠČA INŠTRUMENTA

Stojišče inštrumenta pri opazovanju detajlnih točk se je nahajalo v raziskovalnem rovu. Na stojišču smo proti točkam z znanimi koordinatami merili horizontalne kote, zenitne razdalje in poševne dolžine.

Meritve:

- horizontalne smeri ($\alpha_s^1, \alpha_s^2, \alpha_s^3$) s stojišča S do točk $1, 2, 3 \rightarrow 3$ enačbe popravkov
- zenitne razdalje (z_s^1, z_s^2, z_s^3) s stojišča S do točk $1, 2, 3 \rightarrow 3$ enačbe popravkov
- poševne razdalje (d_s^1, d_s^2, d_s^3) s stojišča S do točk $1, 2, 3 \rightarrow 3$ enačbe popravkov

V nalogi se srečamo z dvojnimi označevanjem. Črka z tako predstavlja zenitne razdalje in tretjo prostorsko koordinato. Odločili smo se, da koordinato označujemo s črko h , oznaka za zenitno razdaljo ostane nespremenjena.

Dano: koordinate točk 1,2,3:

- $T_1(x_1, y_1, h_1)$
- $T_2(x_2, y_2, h_2)$
- $T_3(x_3, y_3, h_3)$

Iščemo:

- koordinate stojišča $T_s(x_s, y_s, h_s)$
- orientacijski kot o_s

Parametri izravnave:

število opazovanj $n = 9$ (= število enačb popravkov)

minimalno število opazovanj $n_0 = 4$

število nadštevilnih opazovanj $r = n - n_0 = 5$

število neznank $u = 4$ (x_s, y_s, h_s, o_s)

V našem primeru imamo 9 opazovanj in zato sestavimo 9 enačb opazovanj. To so 3 enačbe opazovanj za horizontalne smeri, 3 za zenitne razdalje in 3 za poševne dolžine.

3.1 Izpeljava enačb popravkov

3.1.1 Poševne dolžine

Pri merjenih poševnih razdaljah smo v enačbah opazovanj uporabili funkcijsko zvezo, ki povezuje dolžino in 3D koordinate neznank:

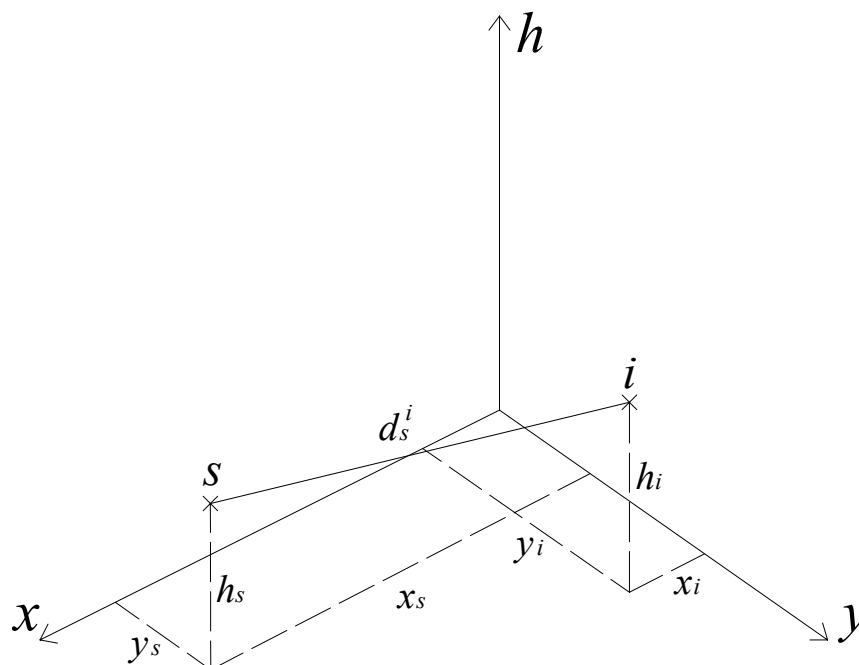
$$d_s^i = \sqrt{(x_i - x_s)^2 + (y_i - y_s)^2 + (h_i - h_s)^2} \quad (1)$$

Enačbo (1) zapišemo v implicitni obliki:

$$F_1 : \hat{d}_s^1 - \sqrt{(x_1 - \hat{x}_s)^2 + (y_1 - \hat{y}_s)^2 + (h_1 - \hat{h}_s)^2} = 0$$

$$F_2 : \hat{d}_s^2 - \sqrt{(x_2 - \hat{x}_s)^2 + (y_2 - \hat{y}_s)^2 + (h_2 - \hat{h}_s)^2} = 0$$

$$F_3 : \hat{d}_s^3 - \sqrt{(x_3 - \hat{x}_s)^2 + (y_3 - \hat{y}_s)^2 + (h_3 - \hat{h}_s)^2} = 0$$



Slika 3: Poševne dolžine

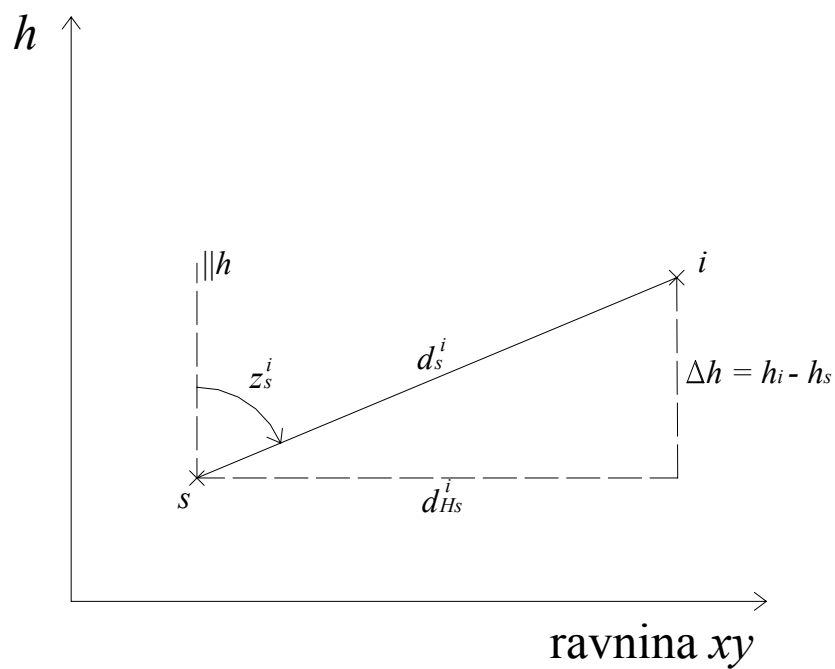
3.1.2 Zenitne razdalje

$$\tan z_s^i = \frac{d_{Hs}^i}{\Delta h} \quad (2)$$

$$F_4 : \hat{z}_s^1 - \arctan\left(\frac{\sqrt{(x_1 - \hat{x}_s)^2 + (y_1 - \hat{y}_s)^2}}{h_1 - \hat{h}_s}\right) = 0$$

$$F_5 : \hat{z}_s^2 - \arctan\left(\frac{\sqrt{(x_2 - \hat{x}_s)^2 + (y_2 - \hat{y}_s)^2}}{h_2 - \hat{h}_s}\right) = 0$$

$$F_6 : \hat{z}_s^3 - \arctan\left(\frac{\sqrt{(x_3 - \hat{x}_s)^2 + (y_3 - \hat{y}_s)^2}}{h_3 - \hat{h}_s}\right) = 0$$



Slika 4: Zenitne razdalje

3.1.3 Horizontalne smeri

$$\nu_s^i = \alpha_s^i - o_s \quad (3)$$

$$\nu_s^i = \arctan\left(\frac{y_i - y_s}{x_i - x_s}\right) \quad (4)$$

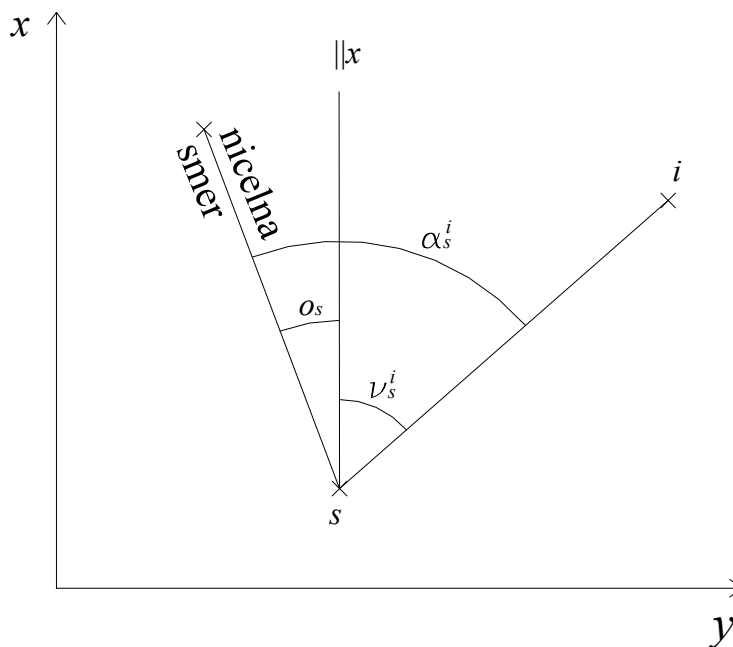
Enačbo (3) preuredimo in zapišemo v implicitni obliki:

$$F_7 : \hat{\alpha}_s^1 - \arctan\left(\frac{y_1 - \hat{y}_s}{x_1 - \hat{x}_s}\right) - \hat{o}_s = 0$$

$$F_8 : \hat{\alpha}_s^2 - \arctan\left(\frac{y_2 - \hat{y}_s}{x_2 - \hat{x}_s}\right) - \hat{o}_s = 0$$

$$F_9 : \hat{\alpha}_s^3 - \arctan\left(\frac{y_3 - \hat{y}_s}{x_3 - \hat{x}_s}\right) - \hat{o}_s = 0,$$

kjer je \hat{o}_s, \dots definitivni orientacijski kot



Slika 5: Horizontalne smeri

3.2 Linearizacija

Nelinearne enačbe lineariziramo tako, da jih razvijemo s pomočjo Taylorjeve vrste, ki je za funkcijo ene spremenljivke $y = f(x)$ dana z izrazom:

$$y = y_0 + \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x_0} \Delta x + \text{členi višjih stopenj},$$

kjer je:

$$y_0 = f(x_0) \text{ vrednost funkcije v točki } x_0,$$

$$\Delta x = \hat{x} - x_0 \text{ razlika med izravnano in znano približno vrednostjo neznanke.}$$

Linearizirana oblika funkcije vključuje samo linearne člene v enačbi, člene višjih stopenj zanemarimo.

Za funkcijo več spremenljivk $y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ je Taylorjeva vrsta dana z izrazom:

$$y = y_0 + \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n + \text{členi višjih stopenj (Stopar, 2002)}$$

Iz linearizacije vidimo, da moramo izračunati vse parcialne odvode enačb po neznankah:

$$\frac{\partial F_1}{\partial x_s} = \frac{(x_1 - x_s^0)}{d_s^1}$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial y_s} = \frac{(y_1 - y_s^0)}{d_s^1}$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial h_s} = \frac{(h_1 - h_s^0)}{d_s^1}$$

kjer je:

$$d_s^1 = \sqrt{(x_1 - x_s^0)^2 + (y_1 - y_s^0)^2 + (h_1 - h_s^0)^2}.$$

Podobno izračunamo odvode za enačbi popravkov F_2 in F_3 .

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_4}{\partial x_s} &= -\frac{1}{1 + \frac{(d_{Hs}^1)^2}{(h_1 - h_s^0)^2}} \frac{\frac{1}{2}(d_{Hs}^1)^{-\frac{1}{2}} 2(x_1 - x_s^0)(-1)}{(h_1 - h_s^0)} = \frac{(h_1 - h_s^0)^2}{(h_1 - h_s^0)^2 + (d_{Hs}^1)^2} \frac{(x_1 - x_s^0)}{(h_1 - h_s^0)\sqrt{d_{Hs}^1}} = \\ &= \frac{(h_1 - h_s^0)(x_1 - x_s^0)}{\left((h_1 - h_s^0)^2 + (d_{Hs}^1)^2\right)\sqrt{d_{Hs}^1}} = \frac{(h_1 - h_s^0)(x_1 - x_s^0)}{(d_s^1)^2 \sqrt{d_{Hs}^1}} \\ \frac{\partial F_4}{\partial y_s} &= \frac{(y_1 - y_s^0)(h_1 - h_s^0)}{(d_s^1)^2 \sqrt{d_{Hs}^1}} \\ \frac{\partial F_4}{\partial h_s} &= -\frac{1}{1 + \frac{(d_{Hs}^1)^2}{(h_1 - h_s^0)^2}} \frac{-d_{Hs}^1(-1)}{(h_1 - h_s^0)^2} = -\frac{(h_1 - h_s^0)^2 d_{Hs}^1}{\left((h_1 - h_s^0)^2 + (d_{Hs}^1)^2\right)(h_1 - h_s^0)^2} = -\frac{d_{Hs}^1}{(d_s^1)^2}, \end{aligned}$$

kjer je:

$$\begin{aligned} d_{Hs}^1 &= \sqrt{(x_1 - x_s^0)^2 + (y_1 - y_s^0)^2} \\ d_s^1 &= \sqrt{(x_1 - x_s^0)^2 + (y_1 - y_s^0)^2 + (h_1 - h_s^0)^2} \\ (d_s^1)^2 &= (h_1 - h_s^0)^2 + (d_{Hs}^1)^2. \end{aligned}$$

Podobno izračunamo odvode za enačbi popravkov F_5 in F_6 .

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_7}{\partial x_s} &= -\frac{1}{1 + \left(\frac{y_1 - y_s^0}{x_1 - x_s^0}\right)^2} \frac{-(-1)(y_1 - y_s^0)}{(x_1 - x_s^0)^2} = -\frac{(x_1 - x_s^0)^2 (y_1 - y_s^0)}{(d_{Hs}^1)^2 (x_1 - x_s^0)^2} = -\frac{(y_1 - y_s^0)}{(d_{Hs}^1)^2} \\ \frac{\partial F_7}{\partial y_s} &= -\frac{1}{1 + \left(\frac{y_1 - y_s^0}{x_1 - x_s^0}\right)^2} \frac{-1}{(x_1 - x_s^0)} = \frac{(x_1 - x_s^0)}{(d_{Hs}^1)^2} \\ \frac{\partial F_7}{\partial o_s} &= -1, \end{aligned}$$

kjer je:

$$d_{Hs}^1 = \sqrt{(x_1 - x_s^0)^2 + (y_1 - y_s^0)^2}.$$

Podobno izračunamo odvode za enačbi popravkov F_8 in F_9 .

3.3 Enačbe popravkov in izravnava

$$\begin{aligned} v_{d1} + \left(\frac{x_1 - x_s^0}{d_s^1} \right) \Delta x_s + \left(\frac{y_1 - y_s^0}{d_s^1} \right) \Delta y_s + \left(\frac{h_1 - h_s^0}{d_s^1} \right) \Delta h_s = \\ = \sqrt{(x_1 - x_s^0)^2 + (y_1 - y_s^0)^2 + (h_1 - h_s^0)^2} - d_s^1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{d2} + \left(\frac{x_2 - x_s^0}{d_s^2} \right) \Delta x_s + \left(\frac{y_2 - y_s^0}{d_s^2} \right) \Delta y_s + \left(\frac{h_2 - h_s^0}{d_s^2} \right) \Delta h_s = \\ = \sqrt{(x_2 - x_s^0)^2 + (y_2 - y_s^0)^2 + (h_2 - h_s^0)^2} - d_s^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{d3} + \left(\frac{x_3 - x_s^0}{d_s^3} \right) \Delta x_s + \left(\frac{y_3 - y_s^0}{d_s^3} \right) \Delta y_s + \left(\frac{h_3 - h_s^0}{d_s^3} \right) \Delta h_s = \\ = \sqrt{(x_3 - x_s^0)^2 + (y_3 - y_s^0)^2 + (h_3 - h_s^0)^2} - d_s^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{z1} + \left(\frac{(x_1 - x_s^0)(h_1 - h_s^0)}{(d_s^1)^2 \sqrt{d_{Hs}^1}} \right) \Delta x_s + \left(\frac{(y_1 - y_s^0)(h_1 - h_s^0)}{(d_s^1)^2 \sqrt{d_{Hs}^1}} \right) \Delta y_s + \left(-\frac{d_{Hs}^1}{(d_s^1)^2} \right) \Delta h_s = \\ = \arctan \left(\frac{\sqrt{(x_1 - x_s^0)^2 + (y_1 - y_s^0)^2}}{h_1 - h_s^0} \right) - z_s^1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{z2} + \left(\frac{(x_2 - x_s^0)(h_2 - h_s^0)}{(d_s^2)^2 \sqrt{d_{Hs}^2}} \right) \Delta x_s + \left(\frac{(y_2 - y_s^0)(h_2 - h_s^0)}{(d_s^2)^2 \sqrt{d_{Hs}^2}} \right) \Delta y_s + \left(-\frac{d_{Hs}^2}{(d_s^2)^2} \right) \Delta h_s = \\ = \arctan \left(\frac{\sqrt{(x_2 - x_s^0)^2 + (y_2 - y_s^0)^2}}{h_2 - h_s^0} \right) - z_s^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{z3} + \left(\frac{(x_3 - x_s^0)(h_3 - h_s^0)}{(d_s^3)^2 \sqrt{d_{Hs}^3}} \right) \Delta x_s + \left(\frac{(y_3 - y_s^0)(h_3 - h_s^0)}{(d_s^3)^2 \sqrt{d_{Hs}^3}} \right) \Delta y_s + \left(-\frac{d_{Hs}^3}{(d_s^3)^2} \right) \Delta h_s = \\ = \arctan \left(\frac{\sqrt{(x_3 - x_s^0)^2 + (y_3 - y_s^0)^2}}{h_3 - h_s^0} \right) - z_s^3 \end{aligned}$$

$$v_{\alpha 1} + \left(-\frac{y_1 - y_s^0}{(d_{Hs}^1)^2} \right) \Delta x_s + \left(\frac{x_1 - x_s^0}{(d_{Hs}^1)^2} \right) \Delta y_s - \Delta o_s = \arctan \left(\frac{y_1 - y_s^0}{x_1 - x_s^0} \right) + o_s^0 - \alpha_s^1$$

$$v_{\alpha 2} + \left(-\frac{y_2 - y_s^0}{(d_{Hs}^2)^2} \right) \Delta x_s + \left(\frac{x_2 - x_s^0}{(d_{Hs}^2)^2} \right) \Delta y_s - \Delta o_s = \arctan \left(\frac{y_2 - y_s^0}{x_2 - x_s^0} \right) + o_s^0 - \alpha_s^2$$

$$v_{\alpha 3} + \left(-\frac{y_3 - y_s^0}{(d_{Hs}^3)^2} \right) \Delta x_s + \left(\frac{x_3 - x_s^0}{(d_{Hs}^3)^2} \right) \Delta y_s - \Delta o_s = \arctan \left(\frac{y_3 - y_s^0}{x_3 - x_s^0} \right) + o_s^0 - \alpha_s^3$$

Izračunane parcialne odvode uporabimo v enačbah popravkov, ki jih lahko zapišemo v matrični obliki. Popravke opazovanj lahko zapišemo v vektor popravkov opazovanj \mathbf{v} , odvode po neznankah lahko zapišemo v matriko koeficientov ob neznankah \mathbf{B} , neznanke v vektor neznank Δ in desno stran enačb v vektor odstopanj \mathbf{f} . Tako dobimo matrični sistem enačb za izračun posredne izravnave:

$$\mathbf{v} + \mathbf{B}\Delta = \mathbf{f} = \mathbf{d} - \mathbf{l}, \quad (5)$$

kjer je

\mathbf{d} vektor konstant

\mathbf{l} vektor opazovanj

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_{d1} \\ v_{d2} \\ v_{d3} \\ v_{z1} \\ v_{z2} \\ v_{z3} \\ v_{\alpha 1} \\ v_{\alpha 2} \\ v_{\alpha 3} \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta x_s \\ \Delta y_s \\ \Delta h_s \\ \Delta o_s \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{x_1 - x_s^0}{d_s^1} & \frac{y_1 - y_s^0}{d_s^1} & \frac{h_1 - h_s^0}{d_s^1} & 0 \\ \frac{x_2 - x_s^0}{d_s^2} & \frac{y_2 - y_s^0}{d_s^2} & \frac{h_2 - h_s^0}{d_s^2} & 0 \\ \frac{x_3 - x_s^0}{d_s^3} & \frac{y_3 - y_s^0}{d_s^3} & \frac{h_3 - h_s^0}{d_s^3} & 0 \\ \frac{(x_1 - x_s^0)(h_1 - h_s^0)}{d_s^3} & \frac{(y_1 - y_s^0)(h_1 - h_s^0)}{d_s^3} & -\frac{d_s^3}{d_{Hs}^1} & 0 \\ \frac{(d_s^1)^2 \sqrt{d_{Hs}^1}}{(x_2 - x_s^0)(h_2 - h_s^0)} & \frac{(d_s^1)^2 \sqrt{d_{Hs}^1}}{(y_2 - y_s^0)(h_2 - h_s^0)} & -\frac{(d_s^1)^2}{d_{Hs}^2} & 0 \\ \frac{(d_s^2)^2 \sqrt{d_{Hs}^2}}{(x_3 - x_s^0)(h_3 - h_s^0)} & \frac{(d_s^2)^2 \sqrt{d_{Hs}^2}}{(y_3 - y_s^0)(h_3 - h_s^0)} & -\frac{(d_s^2)^2}{d_{Hs}^3} & 0 \\ \frac{(d_s^3)^2 \sqrt{d_{Hs}^3}}{(d_s^3)^2 \sqrt{d_{Hs}^3}} & \frac{(d_s^3)^2 \sqrt{d_{Hs}^3}}{(d_s^3)^2 \sqrt{d_{Hs}^3}} & -\frac{(d_s^3)^2}{(d_s^3)^2} & 0 \\ -\frac{y_1 - y_s^0}{(d_{Hs}^1)^2} & \frac{x_1 - x_s^0}{(d_{Hs}^1)^2} & 0 & -1 \\ -\frac{y_2 - y_s^0}{(d_{Hs}^2)^2} & \frac{x_2 - x_s^0}{(d_{Hs}^2)^2} & 0 & -1 \\ -\frac{y_3 - y_s^0}{(d_{Hs}^3)^2} & \frac{x_3 - x_s^0}{(d_{Hs}^3)^2} & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_1 - x_s^0)^2 + (y_1 - y_s^0)^2 + (h_1 - h_s^0)^2} - d_s^1 \\ \sqrt{(x_2 - x_s^0)^2 + (y_2 - y_s^0)^2 + (h_2 - h_s^0)^2} - d_s^2 \\ \sqrt{(x_3 - x_s^0)^2 + (y_3 - y_s^0)^2 + (h_3 - h_s^0)^2} - d_s^3 \\ \arctan\left(\frac{\sqrt{(x_1 - x_s^0)^2 + (y_1 - y_s^0)^2}}{h_1 - h_s^0}\right) - z_s^1 \\ \arctan\left(\frac{\sqrt{(x_2 - x_s^0)^2 + (y_2 - y_s^0)^2}}{h_2 - h_s^0}\right) - z_s^2 \\ \arctan\left(\frac{\sqrt{(x_3 - x_s^0)^2 + (y_3 - y_s^0)^2}}{h_3 - h_s^0}\right) - z_s^3 \\ \arctan\left(\frac{y_1 - y_s^0}{x_1 - x_s^0}\right) + o_s^0 - \alpha_s^1 \\ \arctan\left(\frac{y_2 - y_s^0}{x_2 - x_s^0}\right) + o_s^0 - \alpha_s^2 \\ \arctan\left(\frac{y_3 - y_s^0}{x_3 - x_s^0}\right) + o_s^0 - \alpha_s^3 \end{bmatrix}$$

Izračun posredne izravnave v matrični obliki:

$$\mathbf{N} = \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B}$$

$$\mathbf{t} = \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{f}$$

Iz enačb popravkov pridobimo optimalno enolično rešitev neznank z uporabo metode najmanjših kvadratov popravkov opazovanj. Rezultat izravnave so vektor neznank Δ , vektor popravkov opazovanj \mathbf{v} in vektor izravnanih opazovanj $\hat{\mathbf{I}}$:

$$\Delta = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{t}$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{f} - \mathbf{B} \Delta$$

$$\hat{\mathbf{I}} = \mathbf{I} + \mathbf{v},$$

kjer je:

\mathbf{P} matrika uteži,

\mathbf{N} matrika koeficientov normalnih enačb,

\mathbf{t} vektor stalnih členov (desne strani normalnih enačb).

3.4 Izračun natančnosti koordinat stojišča inštrumenta

Utež opazovanja p je definirana kot obratno sorazmerna z varianco opazovanja σ^2 :

$$p = \frac{\sigma_0^2}{\sigma^2},$$

kjer je σ_0^2 referenčna varianca.

Ko imamo opravka z več opazovanji, se srečamo tudi s kovariancami, ki izražajo medsebojno odvisnost med posameznimi količinami. Za opazovanja, ki so med seboj statistično neodvisna, je vrednost kovariance enaka nič. Variance in kovariance opazovanj zapišemo v variančno kovariančno matriko Σ (Stopar, 2002).

Veljajo tudi zveze:

$$\mathbf{P} = \sigma_0^2 \Sigma^{-1}$$

$$\mathbf{Q}_{\parallel}^{-1} = \mathbf{P},$$

kjer je

\mathbf{Q}_{\parallel} matrika kofaktorjev opazovanj

Z izravnavo smo izračunali vrednost neznank, popravkov opazovanj in izravnanih opazovanj. S tem smo pridobili izravnana opazovanja in koordinate stojišča instrumenta, zanimajo nas še podatki o natančnosti dobljenih rezultatov. Pri izračunu natančnosti uporabimo zakon o prenosu varianc in kovarianc.

Linearno funkcijo $y = f(x)$ zapišemo v obliki:

$$y = Ax + b$$

Prenos varianc in kovarianc za linearne funkcije izračunamo:

$$\Sigma_{yy} = A\Sigma_{xx}A^T \quad (6)$$

V primeru nelinearne funkcije $y = f(x)$ matriko koeficientov A nadomestimo z Jacobijevo matriko (J_{yx}):

$$\Sigma_{yy} = J_{yx}\Sigma_{xx}J_{yx}^T$$

Z zakonom o prenosu varianc in kovarianc dobimo enačbe za izračun natančnosti rezultatov izravnave:

$$Q_{vv} = Q_{\text{II}} - \mathbf{B}\mathbf{N}^{-1}\mathbf{B}^T$$

$$Q_{\text{II}} = \mathbf{B}\mathbf{N}^{-1}\mathbf{B}^T$$

$$Q_{\Delta\Delta} = \mathbf{N}^{-1}$$

Namesto kovariančnih matrik lahko uporabimo matriko kofaktorjev (Stopar, 2002).

Q_{vv} ... matrika kofaktorjev opazovanj,

Q_{II} ... matrika kofaktorjev izravnanih opazovanj,

$Q_{\Delta\Delta}$... matrika kofaktorjev neznank.

Iz enačb vidimo, da lahko matriko $Q_{\Delta\Delta}$ izračunamo pred izvedbo meritev, saj ne vsebuje nobenega vektorja opazovanj. Kovariančno-variančno matriko neznank $\Sigma_{\Delta\Delta}$ izračunamo s pomočjo a-posteriori referenčne standardne deviacije:

$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{n - u}}$$

$$\Sigma_{\Delta\Delta} = \hat{\sigma}_0^2 Q_{\Delta\Delta}.$$

Diagonalni členi predstavljajo oceno natančnosti izračunanih vrednosti koordinat stojišča inštrumenta: $\sigma_{x_s}, \sigma_{y_s}, \sigma_{h_s}$.

3.5 Izračun prostorskih koordinat detajlnih točk in njihove natančnosti

Končen rezultat naše naloge niso koordinate stojišča instrumenta, ampak koordinate opazovanih detajlnih točk. Iz stojišča smo proti merskim točkam merili poševne dolžine in zenitne razdalje. Koordinate x in y merskih točk izračunamo po polarni metodi. Pred tem pa moramo izračunati še horizontalno dolžino d_{Hs}^T . Koordinato z izračunamo s pomočjo kosinusa zenitne razdalje in poševne dolžine d_s^T .

Izračun koordinat x, y merskih točk:

Izračunamo horizontalno dolžino do točke:

$$d_{Hs}^T = d_s^T \sin z_s^T$$

S pomočjo orientacijskega kota iz izravnave pridobimo smerni kot do merske točke:

$$\nu_s^T = \alpha_s^T - \hat{\delta}_s$$

Izračun Δx in Δy :

$$\Delta x_s^T = d_{Hs}^T \cos \nu_s^T$$

$$\Delta y_s^T = d_{Hs}^T \sin \nu_s^T$$

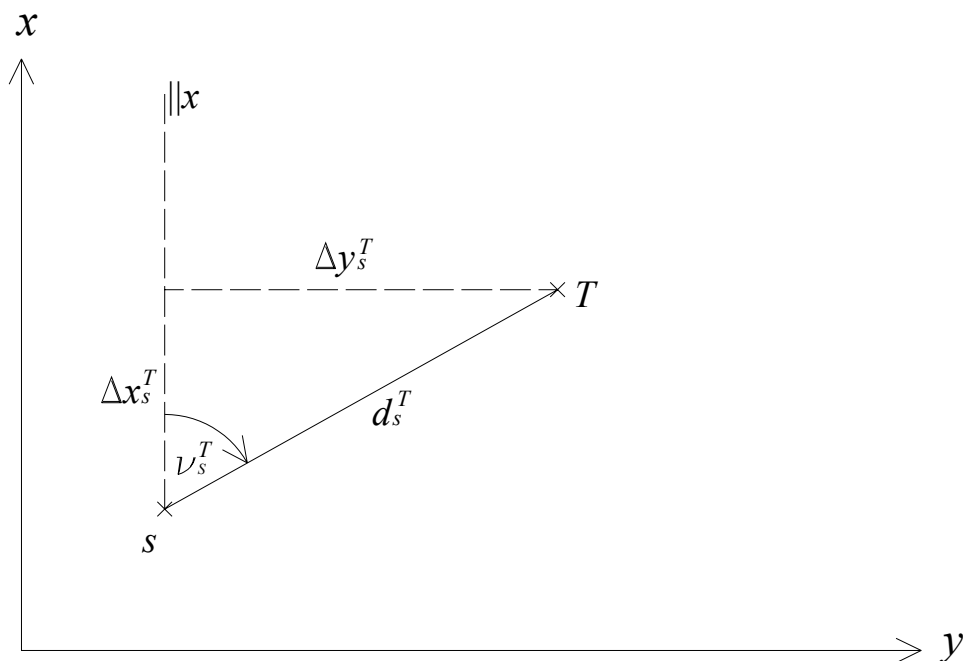
Enačbi za izračun koordinat x, y merskih točk se tako glasita:

$$x_T = x_s + d_{Hs}^T \cos \nu_s^T \tag{7}$$

$$y_T = y_s + d_{Hs}^T \sin \nu_s^T$$

Koordinata z :

$$h_T = h_s + d_s^T \cos z_s^T \tag{8}$$



Slika 6: Izračun koordinate x in y po polarni izmeri

Za izračun natančnosti detajlnih točk uporabimo, kot v primeru koordinat stojšča, zakon o prenosu varianc in kovarianc. Pridobimo sledeče enačbe:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{x_T}^2 &= \sigma_{x_S}^2 + \cos^2 \nu_S^T \sigma_d^2 + (d_{Hs}^T)^2 \sin^2 \nu_S^T \sigma_v^2 \\
 \sigma_{y_T}^2 &= \sigma_{y_S}^2 + \sin^2 \nu_S^T \sigma_d^2 + (d_{Hs}^T)^2 \cos^2 \nu_S^T \sigma_v^2 \\
 \sigma_{h_T}^2 &= \sigma_{h_S}^2 + \cos^2 z_S^T \sigma_D^2 + (d_s^T)^2 \sin^2 z_S^T \sigma_z^2.
 \end{aligned} \tag{9}$$

4 ZBIRANJE IN UREJANJE PODATKOV

Pomemben del statistične analize predstavlja zbiranje in urejanje podatkov. V fazi izbiranja se moramo odločiti za količino in vrste podatkov, s katerimi bomo izvajali statistične izračune. Z izbiro lahko vplivamo tudi na končne rezultate.

V nalogi smo nameravali dokazati statistično odvisnost geodetskih in geoloških meritev.

Geološke meritve so potekale v času gradnje raziskovalnega rova, geodetske v času gradnje predora. Najprej smo zbrali koordinate detajlnih točk za obdobje približno enega meseca. Nato smo pridobili podatke geoloških kartiranj, ki so se prostorsko ujemale s koordinatami točk. Vsi zbrani podatki so bili v digitalni obliki.

4.1 Geodetski podatki

Geodetski podatki so bili zbrani v večjem obsegu. Vsaka datoteka z geodetskimi podatki je predstavljala posamezno girusno meritev v določenem trenutku. V datotekah so bile zapisane izračunane koordinate detajlnih točk. Obdelovali smo podatke desne cevi raziskovalnega predora.

Prostorsko se meritve nanašajo na stacionažo:

- začetek: 1267,0 m
- konec: 1331,6 m

in časovno na obdobje enega meseca:

- začetek: 26. 09. 2005 ob 14:30 (prvi sklop meritev, ki smo ga obravnavali)
- konec: 26. 10. 2005 ob 23:00 (zadnji obravnavani sklop meritev)

Na vsakem profilu so se izvajale meritve točke na stropu (točka 1), na vsakem tretjem profilu še meritve točk 2, 3 na bokih predora in točke 4 na tleh. Izvajale so se vsako uro, izjemoma vsake pol ure. Zbrali smo koordinate od točke 1 profila 6 do točke 4 profila 34.

Datoteke s podatki so bile podane v obliki tekstovnih datotek. Ime in zgradba datoteke je pojasnjena na naslednjem primeru:

ime datoteke:

01102005-0030

datum-ura (01.10.2005 ob 00:30)

vsebina datoteke (zapis meritev za eno točko):

1110176+000000000000000073 81..00+0000000058764123 82..00+0000000005887225 83..00+0000000000313019
 1110177+000000000000000074 81..00+0000000058765391 82..00+0000000005886489 83..00+0000000000312170
 1110178+000000000000000072 81..00+0000000058767080 82..00+0000000005885713 83..00+0000000000312907
 1110179+000000000000000091 81..00+0000000058764123 82..00+0000000005882913 83..00+0000000000314786

ime točke (profil 7,točka 3)

koordinata y (58764,123 m)

koordinata x (5887,225 m)

višina h (313,019 m)

Posamezna vrstica tako predstavlja meritev ene točke. Število vrstic je enako številu izmerjenih detajlnih točk v posameznem sklopu.

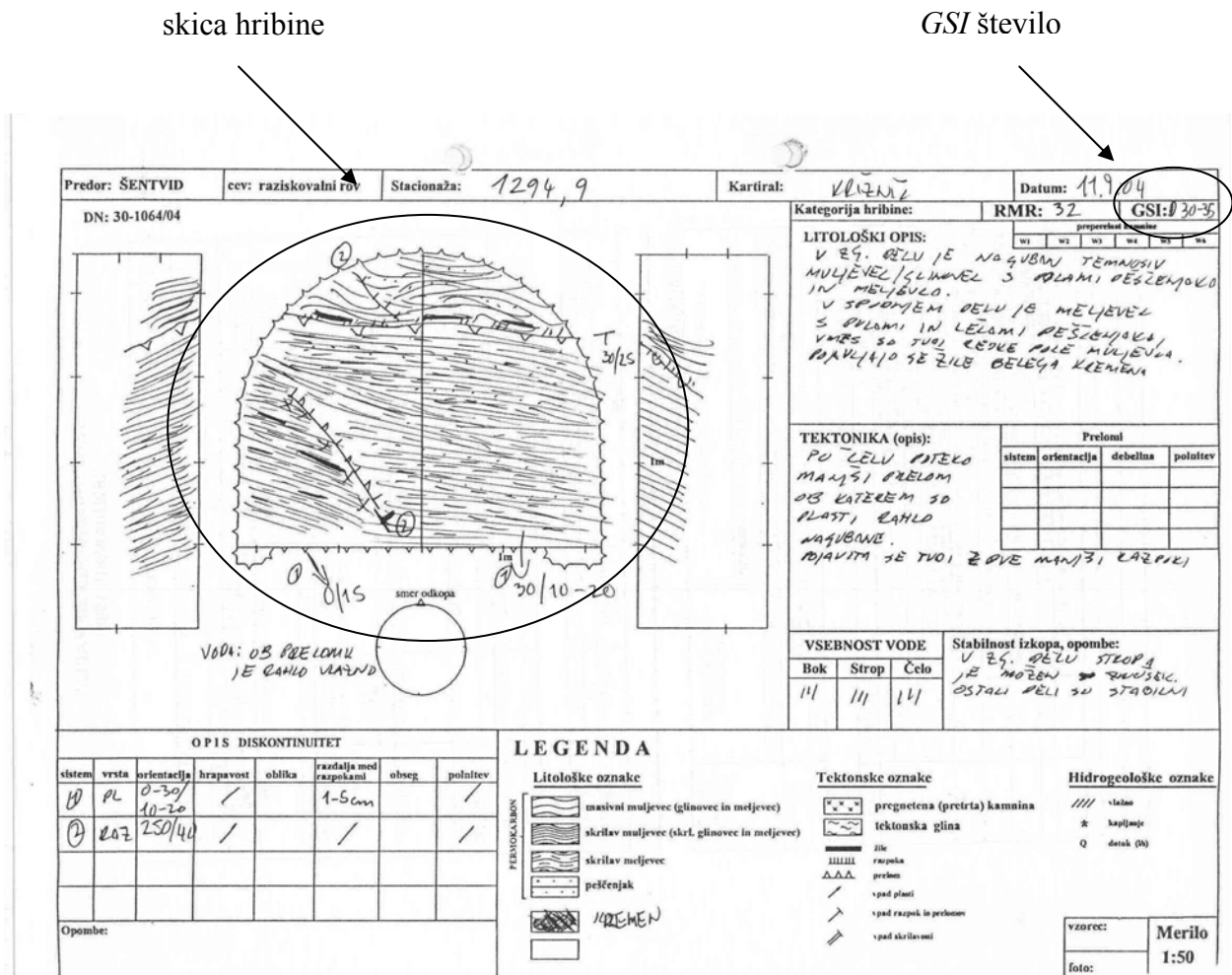
Potrebovali smo podatke o profilu, točki, koordinatah in času izvedbe meritev. Podatke v zgornji obliki smo prenesli v Excel. Najprej smo v prvi stolpec vnesli časovne trenutke meritev iz imen datotek. V drug stolpec smo vnesli celotno vsebino datotek. Časovne trenutke smo razdelili na datum in uro. Iz vsebine smo v nove stolpce izpisali profil, točko ter koordinate y , x in h . Meritve posamezne točke smo zbrali skupaj in jih razvrstili po času. Skupine meritev točk smo nato razvrstili po profilu in točkah v naraščajočem vrstnem redu.

Preglednica 1: Ureditev geodetskih podatkov v Excelu

DAT_URA	DATUM	URA	PROFIL	TOCKA	y [m]	x [m]	h [m]
2005-09-26-14-30	2005-09-26	14-30	6	1	58766,582	5888,633	314,535
2005-09-26-15-00	2005-09-26	15-00	6	1	58766,581	5888,634	314,535
2005-09-26-15-30	2005-09-26	15-30	6	1	58766,581	5888,634	314,536
2005-09-26-16-00	2005-09-26	16-00	6	1	58766,582	5888,635	314,537
2005-09-26-16-30	2005-09-26	16-30	6	1	58766,582	5888,637	314,537
2005-09-26-17-00	2005-09-26	17-00	6	1	58766,585	5888,639	314,538
2005-09-26-17-30	2005-09-26	17-30	6	1	58766,589	5888,644	314,540
2005-09-26-14-30	2005-09-26	14-30	7	1	58765,530	5886,468	314,584
2005-09-26-15-00	2005-09-26	15-00	7	1	58765,530	5886,468	314,584
2005-09-26-15-30	2005-09-26	15-30	7	1	58765,530	5886,469	314,584
2005-09-26-16-00	2005-09-26	16-00	7	1	58765,531	5886,468	314,584
2005-09-26-16-30	2005-09-26	16-30	7	1	58765,530	5886,470	314,584
2005-09-26-17-00	2005-09-26	17-00	7	1	58765,532	5886,470	314,585
2005-09-26-17-30	2005-09-26	17-30	7	1	58765,534	5886,474	314,586

4.2 Geološki podatki

Pridobili smo skanograme skic geoloških kartiranj (Slika 7). Geološka kartiranja so se izvajala v času izgradnje raziskovalnega rova. Večina geoloških podatkov je podana opisno. Opisne količine so neuporabne za statistične izračune. Poiskali smo kvantitativno oceno kvalitete hiribine. Le-to je predstavljalo število *GSI*, ki se je določevalo za vsak profil posebej.

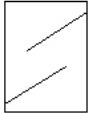
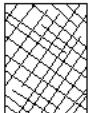

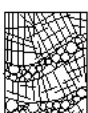
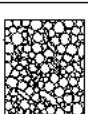



Primer kartiranja geologije (Čadež et al., 2004)

4.2.1 GSI število in stacionaža

GSI število je kvantitativna ocena kakovosti strukture hribine. Predstavlja jo število od 0 do 100. Število opisuje strukturo hribine in stanje površine. Manjše število pomeni slabšo povezanost

delcev kamnine in slabšo kvaliteto površine. Z večanjem števila *GSI* se povečuje povezanost delcev in kvaliteta površine. Vrednosti okrog 0 tako predstavljajo majhne razdalje med ploskvami slabe skrivilavosti ali med strižnimi ravninami. Vrednosti blizu 100 pa vzorce neporušene kamnine ali masivne kamnine z nekaj razpokami velike medsebojne razdalje.

		STANJE POVRŠINE				
		ZELO DOBRO	DOBRO	UGODNO	SLABO	ZELO SLABO
STRUKTURA		ZMANJŠEVANJE KAKOVOSTI POVRŠINE →				
	NEPORUŠENA ali MASIVNA - vzorci neporušene kamnine ali masivne kamnine na kraju samem, z nekaj razpokami velike medsebojne razdalje	90			N/A	N/A
	RAZPOKANA - dobro spojena hrbinska masa sestavljena iz kubičnih blokov, ki jih omejujejo trije nizi sekajočih se razpok	80	70			
	MOČNO RAZPOKANA - delno spojena masa z več oglatimi bloki, ki jih omejuje več nizov rapok		60	50		
	RAZPOKANA/PORUŠENA - nagubana hrbinska masa z oglatimi bloki, ki jih omejuje več sekajočih se nizov razpok, prisotna plastovitost ali skrivilavost			40	30	
	RAZPADLA- slabo povezana, močno drobljiva hrbinska masa z mešanico oglatih in zaobljenih kosov kamnine				20	
	LAMINIRANA/PRESTRŽENA - male razdalje med ploskvami slabe skrivilavosti ali med strižnimi ravninami	N/A	N/A			10

Legenda za število *GSI* (Hoek, 2006)

Vrednost *GSI* je sicer predstavljena z intervalno oceno npr.: 20 – 25. V nalogi smo uporabili aritmetično sredino intervala.

Geološki profili se nanašajo na izkop raziskovalnega rova, geodetski na čas ob izgradnji predora. To je vzrok za neujemanje geoloških in geodetskih profilov. Zato smo morali stacionaže obeh vrst podatkov povezati. Razlika med stacionažami geologije in geodezije je bila v okviru prib.

1m. Maksimalna absolutna razlika je znašala 1,7 m, vse ostale so bile manjše od 1,5 m. Na razdalji okrog 1m se geološka struktura najverjetneje ne spremeni bistveno. Izkazalo se je, da nimamo geoloških podatkov za vse stacionaže geodetskih profilov.

Preglednica 2: Primerjava stacionaž geoloških in geodetskih profilov

PROFIL	GEOLOGIJA [m]	GEODEZIJA [m]	RAZLIKA [m]
6	1266,8	1267,0	-0,2
7	1268,0	1269,3	-1,3
8	1272,7	1271,0	1,7
9	1273,9	1273,1	0,8
10	1276,3	1275,2	1,1
11	1278,5	1277,6	0,9
12	1280,0	1279,5	0,5
13	1282,0	1281,3	0,7
14	1283,0	1283,3	-0,3
15	1284,5	1285,4	-0,9
16	1287,6	1287,7	-0,1
17	1289,1	1289,6	-0,5
18	1290,6	1291,7	-1,1
19	1294,9	1293,7	1,2
20	1296,4	1295,6	0,8
21	1297,9	1297,6	0,3
22	1300,4	1299,6	0,8
23	1301,9	1301,7	0,2
24	/	1303,7	/
25	/	1305,9	/
26	1308,3	1308,0	0,3
27	1309,5	1310,0	-0,5
28	1311,0	1312,0	-1,0
29	1314,0	1314,1	-0,1
30	1317,0	1316,1	0,9
31	/	1318,0	/
32	1321,5	1320,3	1,2
33	1323,0	1322,3	0,7
34	1325,0	1324,4	0,6
35	1326,0	1326,3	-0,3
36	1328,8	1328,3	0,5
37	1330,3	1331,6	-1,3

Na koncu smo dodali še nagnjenost hribine na posameznih detajlnih točkah. Nagnjenost smo izmerili iz geološke skice hribine s pomočjo ravnila. Ocenili smo jo na 5° natančno. Predstavlja nagib od zenitne lege (zenitna lega → 0°). Geologija hribine se s časom ne spreminja, zato smo *GSI* število vpisali za vsako točko le enkrat.

Preglednica 3: Primer geoloških podatkov s povezanih s profili in točkami

PROFIL	TOCKA	Geologija GSI_opis	GSI	Nagnjenost hribine (zenit) [°]
6	1	20 - 25	22,5	80
7	1	20 - 25	22,5	80
7	2	20 - 25	22,5	85
7	3	20 - 25	22,5	90
7	4	20 - 25	22,5	105
8	1	30 - 35	32,5	80
9	1	30 - 35	32,5	70
10	1	17 - 23	20,0	85
10	2	17 - 23	20,0	80
10	3	17 - 23	20,0	80
10	4	17 - 23	20,0	80
11	1	30 - 35	32,5	80
12	1	30 - 35	32,5	85

5 OSNOVE ANALIZE PODATKOV

Pri obravnavanju velike množice podatkov se srečujemo s statistiko. Statistika pomeni zbiranje, razvrščanje, urejanje in obdelovanje podatkov. Osnova statistike je verjetnostni račun. Na osnovi različnih statističnih metod lahko pridobimo različne rezultate o obravnavanih podatkih. Osnovni pojmi statističnih metod so populacija, vzorec, parameter, element vzorca, statistika, vzorčenje.

- Populacija obsega vse rezultate poskusov ali opazovanj pri obravnavanem problemu. Velikost populacije je lahko končna ali neskončna. Običajno jo označujemo z N .
- Vzorec je del populacije, ki ga obravnavamo. Na osnovi lastnosti vzorca sklepamo na lastnost celotne populacije. Označujemo ga z n .
- Parameter populacije predstavlja lastnost populacije. Poznamo različne parametre populacije: srednja vrednost, varianca, parameter porazdelitve. Zanj je značilno, da ni slučajna spremenljivka.
- Element vzorca ali populacije je rezultat poskusa ali opazovanja.
- Statistika je količina, ki jo določimo iz vzorca. Z njihovo pomočjo določamo ocene parametrov populacije in sklepamo ob testiranju hipotez. Najpogostejše statistike so: povprečje vzorca, varianca vzorca. Je slučajna spremenljivka, ker iz različnih vzorcev populacije pridobimo različne vrednosti statistik.
- Vzorčenje je proces zbiranja podatkov. Idealno bi bilo obdelovati celotno populacijo. Vendar zaradi različnih razlogov to ni mogoče. Vzrok je lahko neskončna ali zelo velika populacija, nezmožnost pridobitve vseh elementov populacije (Turk, 2001).

V prejšnjih poglavjih smo opisovali načine zbiranja in urejanja podatkov. Dobro urejeni podatki nam lahko precej olajšajo nadaljnje delo. Obravnavani podatki se nanašajo na določen odsek raziskovalnega rova in predstavljajo vzorec. Celotna populacija pa obsega vse meritve v raziskovalnem rovu. Iz vzorca lahko izračunamo ocene parametrov, ki opisujejo populacijo. Ocene parametrov lahko razdelimo na mere srednje vrednosti, mere razpršenosti, mere asimetričnosti in mere sploščenosti (Drobne, 2002).

V nalogi nas bosta zanimali le meri srednje vrednosti in razpršenosti.

Mera srednje vrednosti:

Aritmetično sredino vzorca definiramo z naslednjo enačbo:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (10)$$

Mera razpršenosti:

Varianco vzorca predstavlja enačba:

$$S_X^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2$$

Ker je zgornja ocena variance vzorca pristranska ocena, uporabljamo naslednjo enačbo:

$$S_X^{*2} = \frac{n}{n-1} S_X^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 \quad (\text{Turk, 2001}). \quad (11)$$

5.1 Izračuni varianc in standardnih odklonov

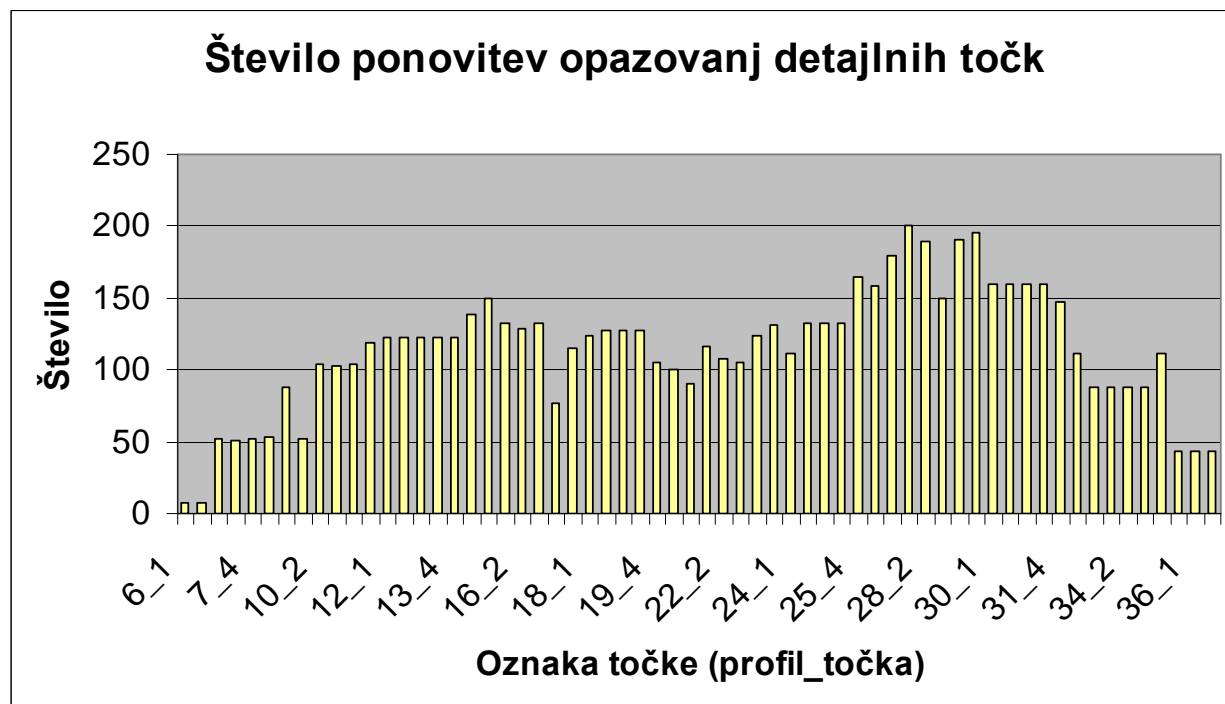
Osnovne statistike smo uporabili v primeru prostorskih koordinat detajlnih točk. Podatke smo uredili po zaporedju detajlnih točk. Posamezen sklop sestavlja meritve ene točke. Za vsako posamezno točko smo najprej izračunali razpršenost opazovanj točk oziroma varianco ter nato prešteli število meritev točk. Variance smo računali za vsako koordinato posebej, zato smo pridobili za vsako točko tri variance. Koordinate točk so podane v metrih, variance pa smo za lažjo predstavo pretvorili v kvadratne milimetre. Pri izračunavanju smo naleteli na nenavadno velike variance. Ob temeljitem pregledu zbranih podatkov smo našli grobo pogrešena opazovanja.

Vrednosti varianc koordinat brez grobih napak, so bile v večini manjše od 50 mm². Nekaj največjih je znašalo okrog 600 mm². Pri opazovanjih s prisotnimi grobimi napakami so bile vrednosti varianc še veliko večje. Variance koordinate *h* niso posebej izstopale in niso presegle 600 mm². Vrednosti varianc koordinate *y* in *x* so znašale med 300 cm² in 112 dm².

Odkrita opazovanja z grobimi napakami smo izločili iz nadaljne obravnave. V večini so napake nastale v fazi avtomatskega opazovanja inštrumenta. Inštrument je v določenem trenutku opazovanj naviziral točko napačnega profila. Posledično smo z izračunom pridobili koordinate napačne točke.

Zanimalo nas je, kolikokrat so bile izmerjene točke. Število ponovitev opazovanj posamezne točke je precej različno. Prvi dve točki (točka 1 6. in 7. profila), ki ju obravnavamo, sta bili

opazovani le sedemkrat. Pri večini točk je bilo število ponovitev opazovanj med 100 in 150. Nekaj jih to številko preseže, druge so bile opazovane manj kot 100krat. Točka 1 28. profila je bila opazovana največkrat in sicer 201krat (Slika 7).



Slika 7: Število ponovitev opazovanj detajlnih točk

Poleg varianc smo izračunali premike koordinat po času. Računali smo absolutne premike točk med posameznimi serijami meritev. S tem smo pridobili trend premika točk po koordinatah. Prve koordinate točke smo predpostavljali kot referenco za vsa naslednja opazovanja. Ker v resnici prva določitev koordinate ni bila določena natančneje, smo izračunali še premike od povprečja prvih n meritev, pri čemer smo število n določali izkustveno. Vzeli smo do 10 začetnih meritev točke in izračunali njihovo povprečno vrednost. Pri izbiri števila n smo si pomagali z že izračunanimi premiki med serijami meritev. V izračunu povprečja prvih n meritev smo upoštevali meritve, pri katerih premiki med serijami meritev niso presegli vrednosti 3 – 4 mm.

6 TEORIJA STATISTIČNIH METOD

Statistične metode so posebne metode ali zaporedja izračunov, s katerimi želimo dokazati lastnosti podatkov oziroma povezave med podatki (Turk, 2001). Z njimi lahko potrjujemo domneve ali sklepamo lastnosti na osnovi njihovih rezultatov. Med pogosto uporabljenimi statističnimi metodami so analiza variance in bivariantne analize kamor spadajo:

- preverjanje statistične odvisnosti ali test kontigence,
- preverjanje linearne povezanosti,
- statistično sklepanje o linearni povezanosti,
- linearna regresija.

V naši nalogi se bomo srečali z analizo variance, preverjanjem statistične in linearne povezanosti in linearno regresijo. Zato jih bomo v nadaljevanju podrobneje predstavili.

6.1 Analiza variance

Z njo ugotavljamo vpliv ene ali več neodvisnih spremenljivk na slučajno spremenljivko Y . Vzorec neodvisnih spremenljivk razporedimo v razrede, pri čemer neodvisno spremenljivko lahko predstavlja opisni znak. Neodvisno spremenljivko imenujemo faktor, analizo variance pa faktorsko analizo (Turk, 2001).

Na neodvisno spremenljivko lahko vpliva en faktor ali več faktorjev. V prvem primeru uporabimo analizo variance za en faktor oziroma za eno neodvisno spremenljivko, v drugem analizo variance za več faktorjev. V našem primeru bomo rabili le analizo variance za en faktor.

Predpostavljamo, da vrednosti neodvisne spremenljivke X razvrstimo v a razredov. V vsakem razredu imamo enako število elementov n . V tem primeru vzorec vsebuje an elementov. Osnovni model takih podatkov lahko predstavimo s sledečo enačbo:

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}, \quad i = 1, \dots, a, \quad j = 1, \dots, n, \quad (12)$$

kjer je:

Y_{ij} – vrednosti slučajne spremenljivke Y v vzorcu

μ – srednja vrednost

α_i – vplivi posameznih razredov faktorja

ε_{ij} – odstopanja vzorca od modela

Predpostavljamo, da so odstopanja ε_{ij} porazdeljena normalno s srednjo vrednostjo nič in standardno deviacijo σ .

Podatki vzorca so urejeni v sledeči obliki:

Razred	Izmerjeni podatki Y_{ij}				\bar{Y}_{ij}
1	Y_{11}	Y_{12}	. . .	Y_{1n}	\bar{Y}_1
2	Y_{21}	Y_{22}	. . .	Y_{2n}	\bar{Y}_2
.
.
a	Y_{a1}	Y_{a2}	. . .	Y_{an}	\bar{Y}_a

Pri analizi variance preverjamo ničelno domnevo, da faktor ne vpliva na spremenljivko Y . Če upoštevamo enačbo (13), morajo biti vsi α_i enaki nič. Ničelno in alternativno domnevo zapišemo:

$H_0: \alpha_i = 0$, za vse $i = 1, \dots, a$ (faktor ne vpliva na spremenljivko Y)

$H_1: \alpha_i \neq 0$, za vsaj en $i = 1, \dots, a$ (faktor vpliva na spremenljivko Y)

Ko smo določili obe domnevi, izračunamo povprečja za posamezne razrede ter skupno povprečje:

$$\bar{Y}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n Y_{ij}, \quad i = 1, \dots, a$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{na} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n Y_{ij}$$

Potrebujemo še vsote kvadratov razlik, ki jih označujemo z oznako SS :

$$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (Y_{ij} - \bar{Y})^2 \quad \dots \text{ celotna vsota kvadratov}$$

$$SS_A = n \sum_{i=1}^a (\bar{Y}_i - \bar{Y})^2 \quad \dots \text{ vsota kvadratov zaradi vpliva faktorja}$$

$SS_E = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2$. . . vsota kvadratov zaradi vpliva napak oz. nepojasnjenih odstopanj

SS_A je vsota kvadratov zaradi razlik med povprečnimi vrednostmi \bar{Y}_i v razredih, zato jo krajše lahko imenujemo tudi vsota kvadratov med razredi. SS_E je vsota kvadratov razlik med posameznimi elementi vzorca Y_{ij} in povprečji \bar{Y}_i posameznih razredov. Krajše jo lahko imenujemo vsota kvadratov znotraj razredov.

Kontrolni izračun vsot kvadratov razlik:

$$SS_T = SS_A + SS_E.$$

Sestavimo preglednico analize variance ali preglednico ANOVA:

Vir odstopanj	Vsota kvadratov	Prostotne stopnje	Povprečni kvadrati	Statistika F
Faktor	SS_A	n_{ps_A}	MS_A	F
Napaka	SS_E	n_{ps_E}	MS_E	
Skupaj	SS_T	n_{ps_T}		

Prostotne stopnje so:

$$n_{ps_A} = a - 1$$

$$n_{ps_E} = a(n - 1)$$

$$n_{ps_T} = an - 1,$$

kjer velja:

$$n_{ps_T} = n_{ps_A} + n_{ps_E}$$

Povprečne kvadrate izračunamo po enačbah:

$$MS_A = \frac{SS_A}{n_{ps_A}}$$

$$MS_E = \frac{SS_E}{n_{ps_E}}$$

Statistika F :

$$F = \frac{MS_A}{MS_E}$$

se porazdeljuje po porazdelitvi F s prostostnimi stopnjami $\nu_1 = n_{ps_A}$ in $\nu_2 = n_{ps_E}$. Če vrednost statistike F presega kritično vrednost $F_{krit} = F_{1-\alpha, \nu_1, \nu_2}$, ničelno hipotezo zavrnilo in trdimo, da je vpliv faktorja na spremenljivko Y statistično značilen (Turk, 2001).

6.2 Preverjanje statistične odvisnosti ali test kontingence

Za statistične teste je značilno, da z njimi vedno preverjamo predpostavljeno ničelno domnevo (Turk, 2001). Poleg nje postavimo še alternativno domnevo. Pri preverjanju statistične odvisnosti sta hipotezi:

H_0 : spremenljivki X in Y sta neodvisni

H_1 : spremenljivki X in Y sta odvisni.

Za preverjanje domneve o povezanosti dveh slučajnih spremenljivk uporabljamo test χ^2 . Test temelji na primerjavi empiričnih (dejanskih) frekvenc s teoretičnimi vrednostmi. Vzorec slučajnega vektorja X, Y razporedimo v razrede (k_X razredov za spremenljivko X in k_Y razredov za spremenljivko Y). Število elementov vzorca v posameznih razredih (dejanske frekvence) \hat{n}_{ij} prikažemo v kontingenčni preglednici:

Spremenljivka Y	Spremenljivka X				
	1	2	.	.	k_X
1	\hat{n}_{11}	\hat{n}_{21}	.	.	$\hat{n}_{k_X,1}$
2	\hat{n}_{21}	\hat{n}_{22}	.	.	$\hat{n}_{k_X,2}$
.
.
k_Y	\hat{n}_{1,k_Y}	\hat{n}_{2,k_Y}	.	.	\hat{n}_{k_X,k_Y}

Zanimajo nas še teoretične frekvence ali velikosti razredov n_{ij} . Osnova je tabela dejanskih frekvenc. Zanima nas verjetnost dogodka $X = x_i \cap Y = y_j$, ko slučajna spremenljivka X zavzame vrednost v i -tem razredu, slučajna spremenljivka Y pa v j -tem razredu. Teoretično zapišemo to z enačbo:

$$n_{ij} = nP[X = x_i \cap Y = y_j] = nP[X = x_i]P[Y = y_j], \quad (13)$$

kjer je:

n . . . skupna velikost vzorca

Ali drugače:

$$n_{ij} = \frac{(\text{vsota vrstice } i) (\text{vsota stolpca } j)}{n}$$

Sestavimo še kontingenčno preglednico teoretičnih frekvenc n_{ij} in jih s statistiko H primerjamo z dejanskimi:

$$H = \sum_{i=1}^{k_X} \sum_{j=1}^{k_Y} \frac{(n_{ij} - \hat{n}_{ij})^2}{n_{ij}}$$

Statistika H se porazdeljuje po porazdelitvi χ^2 z $\nu = (k_X - 1)(k_Y - 1)$ prostostnimi stopnjami.

Če je $H > \chi^2_{1-\alpha, \nu} \rightarrow H_0$ zavrnamo (Turk, 2001).

6.3 Preverjanje linearne povezanosti

Linearno povezanost med dvema spremenljivkama lahko ponazorimo z grafom. Kvantitativno pa jo izrazimo s kovarianco ali koeficientom korelacije (Turk, 2001).

Enačba za kovarianco:

$$\sigma_{XY} = \sum_{i=1}^{n_X} \sum_{j=1}^{n_Y} (X_i - m_X)(Y_j - m_Y)p_{XY}(X_i, Y_j). \quad (14)$$

Drugi način je uporaba Pearsonovega koeficienta korelacije:

$$r_{XY} = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y}. \quad (15)$$

Vrednost koeficienta leži na intervalu $-1 \leq r_{XY} \leq 1$:

- $r_{XY} \approx 1$

Močna pozitivna linearna povezanost (z večanjem linearne vrednosti slučajne spremenljivke X se večja tudi vrednost slučajne spremenljivke Y).

- $r_{XY} \approx 0$

Ni linearne povezanosti med slučajnima spremenljivkama.

- $r_{XY} \approx -1$

Močna negativna linearna povezanost (z večanjem vrednosti slučajne spremenljivke X se manjšajo vrednosti slučajne spremenljivke Y).

V primeru vzorčnih podatkov kovarianco zapišemo s S_{XY} :

$$S_{XY} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}),$$

kjer je:

n . . . število opazovanj v vzorcu

\bar{X} . . . povprečje vzorca X_i

\bar{Y} . . . povprečje vzorca Y_i

Oceno koeficienta korelacije iz vzorca izračunamo:

$$r_{XY} = \frac{S_{XY}}{S_X^* S_Y^*} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}} \quad (\text{Turk, 2001}),$$

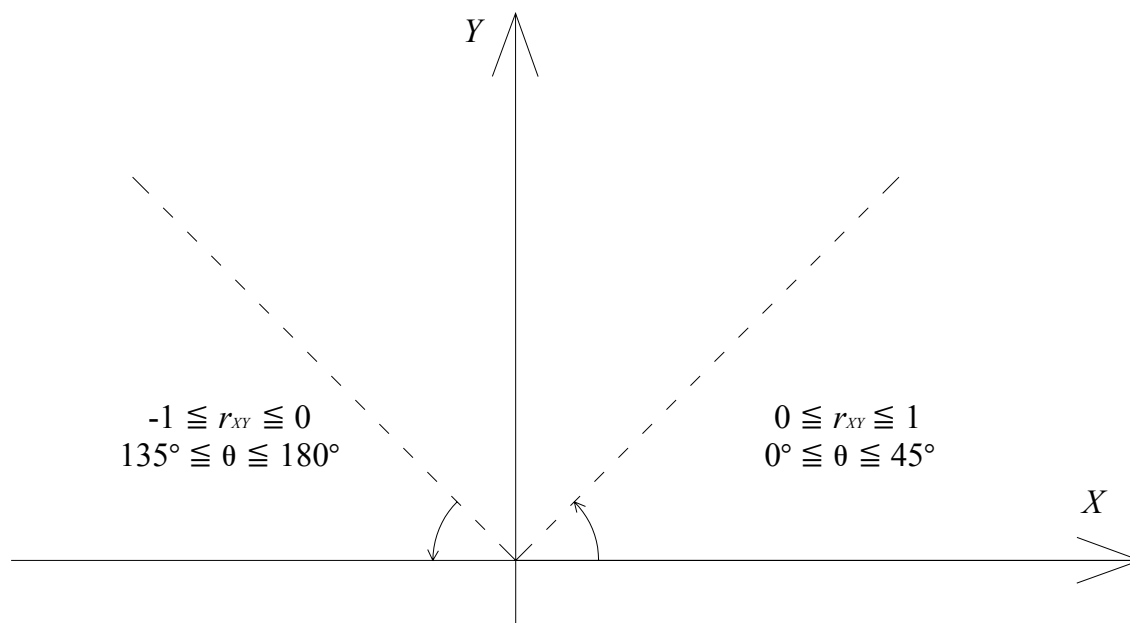
kjer je:

S_X^* . . . standardni odklon vzorca X_i (izračunan iz nepristranske ocene variance vzorca)

S_Y^* . . . standardni odklon vzorca Y_i (izračunan iz nepristranske ocene variance vzorca)

Korelacijski koeficient lahko razložimo tudi grafično. Vrednosti r_{XY} se nahajajo med -1 in 1.

Enak je tangensu kota θ , ki predstavlja naklon regresijske premice. Ko je njegova vrednost med 0 in 1, je naklon med 0° in 45° . Za vrednosti med -1 in 0 je kot med 135° in 180° (Slika 9) (Hays, 1994).



Slika 8: Grafična ponazoritev koeficienta korelacije r_{XY}

Druga količina za ugotavljanje stopnje linearne povezanosti je skladnost R^2 (goodness of fit):

$$R^2 = \frac{SS_T - SS_E}{SS_T}. \quad (16)$$

Če R^2 pomnožimo s sto, dobimo stopnjo pojasnjene variance. Predstavlja delež variabilnosti spremenljivke Y , ki ga lahko razložimo z linearno regresijo. V primeru linearne regresije je vrednost R^2 enaka kvadratu korelacijskega koeficienta, ki ga imenujemo tudi koeficient determinacije r^2 (Hopkins, 2001).

6.4 Linearna regresija

S testi statistične odvisnosti, linearne povezanosti in analizo variance preverjamo obstoj povezanosti med spremenljivkami. Če z opisanimi testi ugotovimo linearno povezanost, lahko za določitev natančnejšega modela uporabimo izračun linearne regresije (Turk, 2001). Z regresijsko funkcijo $\hat{Y} = f(X)$ opišemo vpliv spremenljivke X na Y . V funkciji \hat{Y} ne upoštevamo drugih

vplivov na spremenljivko X . Ti so lahko posledica vpliva drugih spremenljivk ali slučajnega odstopanja. Slučajno spremenljivko Y lahko zapišemo kot vsoto dveh spremenljivk:

$$Y = \hat{Y} + \varepsilon = f(X) + \varepsilon, \quad (17)$$

kjer je:

X . . . neodvisna spremenljivka

Y . . . odvisna spremenljivka

ε . . . napaka ali slučajno odstopanje

Predpostavimo, da se ε porazdeljuje normalno s srednjo vrednostjo 0 in standardno deviacijo σ .

Enačbo za linearno regresijo zapišemo:

$$\hat{Y} = f(X) = a + bX.$$

Če zgornjo enačbo vstavimo v enačbo za slučajno spremenljivko in enačbo preoblikujemo za posamezni vrednosti iz vzorca dobimo:

$$Y_i = \hat{Y}_i + \varepsilon_i = a + bX_i + \varepsilon_i.$$

Ocenjevanje parametrov regresijske funkcije poteka po metodi najmanjših kvadratov. Metoda temelji na zahtevi, da mora biti vsota kvadratov popravkov minimalna. Zahtevo v našem primeru zapišemo:

$$S = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - (\hat{a} + \hat{b}X_i))^2 = \min. \quad (18)$$

Zgornjo enačbo odvajamo po a in b ter dobimo:

$$\hat{b} = \frac{S_{XY}}{S_X^2}$$

$$\hat{a} = \bar{Y} - \frac{S_{XY}}{S_X^2} \bar{X},$$

kjer je:

\bar{X} . . . povprečje vzorca X_i

\bar{Y} . . . povprečje vzorca Y_i (Turk, 2001)

6.4.1 Računanje modela linearne regresije v Excelu

Pri določevanju statističnega modela linearne regresije nam statistična orodja izračunajo poleg osnovnih parametrov še druge podatke. Ker smo v nalogi za statistične izračune uporabljali Excel, bomo podrobneje pregledali izpis rezultatov funkcije Linear Regression v okviru Data Analyst-a. Rezultate linearne regresije nam Excel predstavi v treh preglednicah. Prva se nanaša na statistiko regresije, drugo predstavlja preglednica ANOVA, tretja vsebuje parametra linearne regresije in njuno analizo.

Preglednica 4: Primer izpisa rezultatov linearne regresije v Excelu

SUMMARY OUTPUT							
Regression Statistics							
Multiple R		0,083422					
R Square		0,006959					
Adjusted R Square		-0,32405					
Standard Error		1,19951					
Observations		5					
ANOVA							
		<i>Degrees of freedom</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Significance F</i>	
Regression		1	0,03025	0,03025	0,0210241	0,89390683	
Residual		3	4,31647	1,438823			
Total		4	4,34672				
		<i>Coefficients</i>	<i>Standard Error</i>	<i>t Stat</i>	<i>P-value</i>	<i>Lower 95%</i>	<i>Upper 95%</i>
Intercept		3,219	1,258056305	2,558709	0,0833078	-0,7847004	7,2227004
X Variable 1		0,055	0,379318248	0,144997	0,8939068	-1,1521611	1,26216109

Prvi del predstavljajo statistike linearne regresije. Nekaj smo jih že opisali, vendar se tu pojavijo z drugačnimi imeni:

Multiple R . . . koeficient korelacije r_{XY}

Obravnavali smo ga v okviru preverjanja linearne povezanosti. Predstavlja mero za linearno povezanost med dvema linearnima spremenljivkama.

R Square . . . skladnost R^2 (I.S.I., 2006)

Druga mera linearne odvisnosti predstavlja delež pojasnjene variance. Obravnavali smo jo v istem poglavju kot koeficient korelacije.

Adjusted R Square . . . $R^2 (adj)$

Podaja nepristransko oceno r_{XY}^2 populacije, ko je v modelu uporabljenih več neodvisnih spremenljivk.

Izračunamo ga po sledeči enačbi:

$$R^2 (adj) = 1 - \frac{SS_E - n_{ps_E}}{SS_T - n_{ps_T}}.$$

Standard Error . . . celotna napaka ali RMSE (Root Mean Square Error) (I.S.I., 2006)

Predstavlja standardni odklon podatkov od izračunane regresijske premice:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - 2}}.$$

Observations . . . število opazovanj v vzorcu

Rezultate analize variance potrebujemo za nadaljnje izračune v zvezi s parametroma regresije. Z analizo variance smo se že ukvarjali, zato se bomo posvetili zadnjemu delu.

Prvi stolpec vsebuje parametra regresijske premice $\hat{Y} = f(X) = a + bX$:

Intercept . . . parameter a oz. konstanta

X Variable 1 . . . parameter b oz. naklon premice (koeficient)

Sledijo celotne napake (Standard Error) obeh parametrov in T statistika, ki se nanaša na testiranje vrednosti njihovih vrednosti. V obeh primerih postavimo ničelno hipotezo, da je vrednost parametra enaka 0:

$$H_0: b = 0 \text{ (oz. } H_0: a = 0)$$

$$H_0: b \neq 0 \text{ (oz. } H_0: a \neq 0).$$

Pomembnejši je test vrednosti parametra b . Če njegova vrednost znaša 0, potem spremenljivka Y ni odvisna od spremenljivke X .

Testno statistiko T izračunamo po enačbi:

$$T = \frac{\hat{b} - b}{\text{std.error}(\hat{b})},$$

kjer je:

$$b = 0$$

std. error \hat{b} . . . celotna napaka parametra b

Porazdeljuje se po porazdelitvi t z $v = n - 2$ prostostnimi stopnjami.

Pridobimo p -vrednost iz tabele t porazdelitve:

$$p\text{-vrednost} = P(t_{n-2} < -T \text{ ali } t_{n-2} > T).$$

Če je p -vrednost dovolj majhna, lahko zavrnemo ničelno hipotezo in trdimo, da spremenljivki sta povezani.

Na koncu izračunamo zgornjo in spodnjo mejo intervala zaupanja za 95%:

$$\hat{b} \pm t_{n-2} \cdot \text{std.error}(\hat{b})$$

$$\hat{a} \pm t_{n-2} \cdot \text{std.error}(\hat{a}) \text{ (Dobson, 2006).}$$

7 ANALIZA PREMIKOV KOORDINAT TOČK IN NAGNJENOSTI HRIBINE

Na premike detajlnih točk v raziskovalnem rovu vplivajo, poleg približevanja čela predora, še drugi dejavniki:

- geološka sestava hribine,
- nagnjenost hribine,
- voda,
- položaj detajlne točke itd.

Med zbranimi podatki najdemo vrednosti nagnjenosti hribine za posamezne stacionaže. Zato smo poskušali dokazati vpliv nagnjenosti hribine na smer premika detajlne točke v predoru.

Premik v prostoru predstavimo s tremi koti v treh ravninah: xy , xh in yh . Obravnavanje vseh treh kotov naenkrat bi bilo zahtevno, zato smo se najprej odločili le za eno ravnino. Smer kordinatne osi y približno sovпада z osjo predora. Zato smo izbrali ravnino xh , ki predstavlja preseke raziskovalnega rova. Poleg tega se podatki o nagnjenosti hribine nanašajo na ravnino xh . Določili smo še smeri premikov točk v izbrani ravnini in izvedli analizo variance.

Na premik točke ima vpliv tudi položaj točke. Točke na stropu raziskovalnega rova se obnašajo drugače kot točke na tleh ali na bokih rova. Zato smo preverili vpliv položaja točke na smer premika.

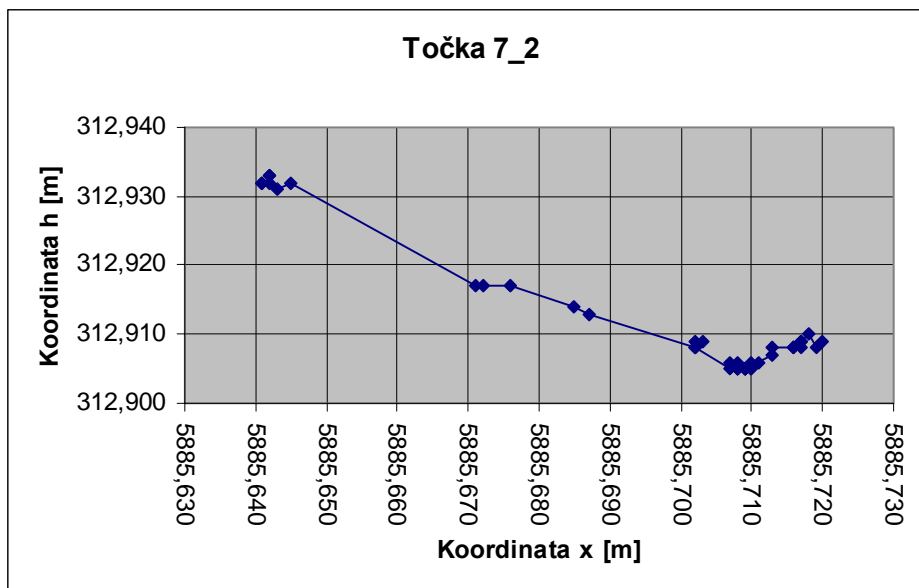
7.1 Izračun linearne regresije detajlnih točk v ravnini xh

Hoteli smo pridobiti model, ki bi optimalno ustrezal premikom detajlnih točk. Najpreprostejši način je določitev premice, ki se optimalno ujema s premiki v ravnini xh . Uporabili smo izračun linearne regresije, ki temelji na metodi najmanjših kvadratov. Predvidevali smo, da je odvisnost med spremenljivkama x in h približno linearna.

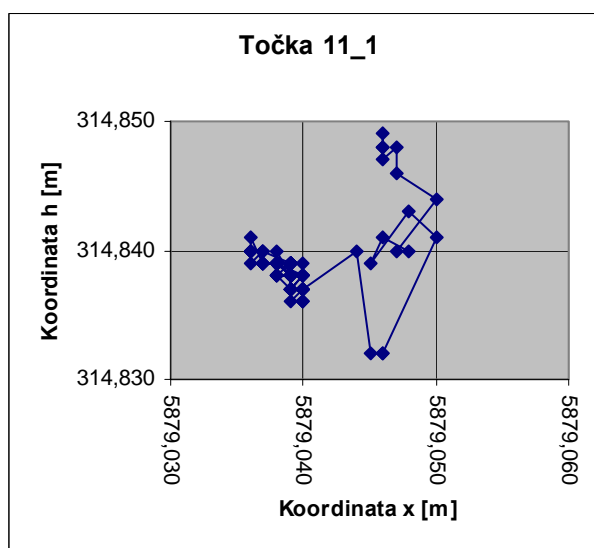
V Excelu smo v meniju »Orodja« izbrali »Zbirko orodij za statistične analize«, kjer med drugimi lahko računamo tudi linearno regresijo. Vhodni podatki so bile koordinate točke h in x , za katero smo računali linearno regresijo. Izračun smo ponovili za vse točke. Izpustili smo le prvi točki šestega in sedmega profila. Merjeni sta bili le sedemkrat, kar je v primerjavi z meritvami drugih točk zelo malo. Pridobili smo podatke o linearni povezanosti premikov dveh koordinat in

parametre linearne regresije. Številčni podatki velikokrat niso preveč predstavljeni. V ta namen smo izrisali razsevne diagrame (scattered chart), s katerimi smo prikazali premike točk v ravnini xh .

Zaradi različnih vplivov se točke niso ves čas gibale v eni smeri, ampak se je smer premika s časom spreminjala. Nekatere so se ves čas premikale približno v isti smeri (Slika 9.1), pri drugih se je smer premika v času opazovanj večkrat spremenila (Slika 9.2).

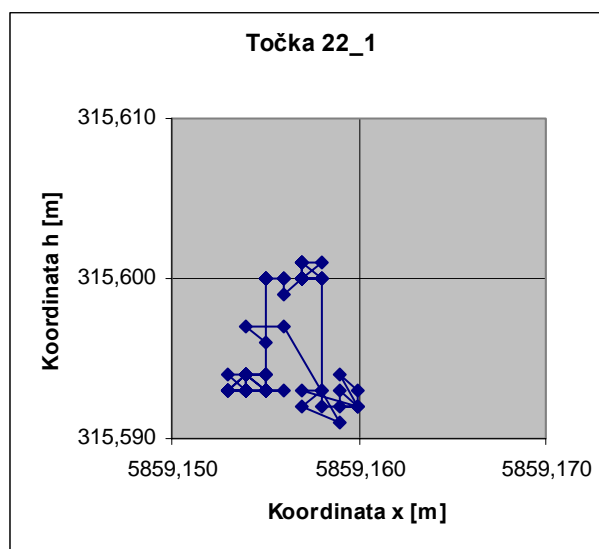


Slika 9.1: Primer razsevnega diagrama, kjer sta x in h močno linearno povezani



Slika 9.2: Primer razsevnega diagrama brez linearne povezanosti koordinat

Poleg spreminjanja smeri, so zelo različne tudi velikosti premikov. Nekatere točke so se v celotnem obdobju opazovanj premaknile za manj kot 1 cm. Maksimalni premiki v smeri koordinatnih osi pa so presegali 20 cm (Klopčič et al., 2006). Natančnost določitve položaja koordinat znaša nekaj milimetrov. V primerih premikov, manjših od 1 cm, je zato težko določiti smer, v kateri se je premikala točka (Slika 9.3).



Slika 9.3: Točka se je med izmero premaknila za 1 cm v smeri h koordinatne osi in za 7 mm v smeri x koordinatne osi

7.2 Izbira podatkov in izračun smeri vektorja premika

Kot lahko vidimo v zgornjih primerih nekaterim točkam ne moremo določiti glavne oz. prevladujoče smeri premika. Zato smo morali izbrati kriterij, na osnovi katerega smo izločili določene točke. Linearno povezanost predstavlja koeficient korelacije r_{XY} . Ker nas v tej fazi ni zanimalo ali je povezanost negativna ali pozitivna, smo za cenilko kvalitete linearne povezanosti vzeli kvadrat koeficienta korelacije r_{XY}^2 .

V analizi smo obdržali točke, kjer je bila vrednost $r_{XY}^2 > 0,50$.

Možna izbira bi bila tudi na osnovi statistike T oziroma statističnem sklepanju o linearni povezanosti. V tem primeru bi izločili manj podatkov. Po primerjavi rezultatov T statistike in grafov premika koordinat smo se odločili za kriterij r_{XY}^2 .

V okviru linearne regresije smo pridobili parametra a in b , ki tvorita model linearne premice z enačbo:

$$Y_i = a + bX_i.$$

Parameter b je koeficient linearne premice in predstavlja njeno nagnjenost. Z arcus tangensom koeficienta pridobimo smerni kot premice. Ta kot lahko zavzame vrednosti med 0° in 180° od zenitne lege. Smer premika točke pa je lahko kot med 0° in 360° . Zato smo si s pomočjo izrisanih grafov pomagali določiti dejanski kot premika detajlne točke.

7.3 Analiza variance

7.3.1 Vpliv nagnjenosti hribine na smer vektorja premika

Iz začetne večje količine podatkov smo pridobili manjšo količino točk z znanimi smerni vektorja premika in nagnjenostmi hribine. Za dokaz statistične odvisnosti smo izvedli analizo variance. Podatke o nagnjenosti hribine smo razdelili v tri razrede:

1. razred: nagnjenost manjša od 85° → hribina se dviga proti desni strani
2. razred: nagnjenost med 85° in 95° → hribina je približno vodoravna
3. razred: nagnjenost večja od 95° → hribina se spušča proti desni strani

Preglednica 5: Uporabljeni podatki v analizi variance

Profil	Točka	Smer vektorja premika [°]	Nagnjenost hribine [°]	Razred
8	1	98	80	1
9	1	82	70	1
10	3	153	80	1
15	1	149	80	1
7	2	109	85	2
14	1	126	85	2
16	2	138	90	2
16	3	215	90	2
19	4	8	90	2
26	1	34	90	2
27	1	34	85	2
30	1	31	90	2
7	4	28	105	3
28	3	29	100	3

Postavili smo ničelno in alternativno hipotezo:

H_0 : nagnjenost hribine ne vpliva na smer vektorja premika točke, $\alpha_i = 0$ za vse i

H_1 : nagnjenost hribine vpliva na smer vektorja premika točke, $\alpha_i \neq 0$ za vsaj en i

Pri prvem izračunu analize variance smo za stopnjo tveganja vzeli:

$$\alpha = 5\%.$$

Za zavrnitev ničelne hipoteze, smo morali stopnjo tveganja povečevati. Pri začetni stopnji tveganja $\alpha = 5\%$ znašata izračunana in kritična vrednost statistike:

$$F = 1,53$$

$$F_{krit} = 3,98.$$

Stopnja tveganja bi morala znašati najmanj 26%, da bi lahko trdili, da nagnjenost hribine statistično značilno vpliva na smer vektorja premika. Vendar je ta stopnja tveganja prevelika za dokaz o odvisnosti smeri premika.

Preglednica 6: Analize variance za $\alpha = 26\%$

VIR	SS	n_{ps}	MS	F
FAKTOR	11082,15	2	5541,08	1,53
NAPAKA	39774,11	11	3615,83	
SKUPAJ	50856,26	13		

Prostostne stopnje in kritična vrednost statistike F :

$$v_1 = n_{ps_A}$$

$$v_2 = n_{ps_E}$$

$$F_{v_1, v_2} = 1,52.$$

7.3.2 Vpliv položaja točke na smer vektorja premika

Obnašanje oziroma premikanje točke je odvisno od njenega položaja. Točke na stropu raziskovalnega rova so se premikale navzdol, talne točke navzgor. Z analizo variance bi lahko statistično dokazali ta vpliv. Uporabili smo iste podatke kot pri prejšnji analizi variance, le da nismo potrebovali podatkov o nagnjenosti hribine.

Postavili smo ničelni hipotezi:

H_0 : položaj točke ne vpliva na smer vektorja premika, $\alpha_i = 0$ za vse i

H_1 : položaj točke vpliva na smer vektorja premika točke, $\alpha_i \neq 0$ za vsaj en i

Ponovno smo pričeli s 5% stopnjo tveganja in prišli do sledečih rezultatov statistike F :

$$F = 1,92$$

$$F_{krit} = 3,71.$$

Stopnjo tveganja smo dvignili do 20%, pri kateri smo prvič lahko zavrnili ničelno hipotezo.

Ponovno bi morali tvegati preveč za trditev o vplivu položaja točke na smer vektorja premika.

Preglednica 7: Analize variance za $\alpha = 20\%$

VIR	SS	n_{ps}	MS	F
FAKTOR	18692,3	3	6230,8	1,92
NAPAKA	32449,0	10	3244,9	
SKUPAJ	51141,3	13		

Prostnostne stopnje in kritična vrednost statistike F :

$$v_1 = n_{ps_A}$$

$$v_2 = n_{ps_E}$$

$$F_{v_1, v_2} = 1,86.$$

7.3.3 Komentar rezultatov

V primeru dokazovanja trditev o odvisnosti vektorja premika od nagnjenosti hribine in položaja točke smo prišli do podobnih rezultatov. V prvem primeru bi morali za dokaz vpliva tvegati najmanj 26%, v drugem 20%.

V začetni fazi analize smo pridobili veliko količino podatkov. Z urejanjem in obdelovanjem podatkov smo količino precej zmanjšali. Izločili smo vse točke, pri katerih je bila vrednost koeficienta korelacije manjša od 0,50. Za izračun analize variance smo lahko uporabili le manjšo količino podatkov. Spremenljivko nagnjenost hribine smo razdelili v razrede, ki so bili neenakomerno zastopani. Prvi razred je obsegal štiri spremenljivke, drugi osem in tretji le dva. Zaradi majhnega števila podatkov smo obravnavali vse točke skupaj ne glede na položaj točke.

Vse našteje značilnosti so vplivale na slabe rezultate. Podobni problemi so se pojavili pri drugem izračunu.

Sklepamo lahko, da bi ob večji količini podatkov pridobili boljše rezultate. Ne moremo pa pričakovati večinoma linearnih premic premikov točk, zaradi različnih vplivov na detajlne točke.

7.4 Test kontigence

Pri testiranju statistične odvisnosti ali testu kontigence elemente slučajne spremenljivke X in Y razporedimo v razrede. Obe spremenljivki smo razdelili v tri razrede. Obe obravnavani spremenljivki predstavljata kote. Smeri vektorja premikov razdelimo na premike navzgor, premike navzdol in približno horizontalne premike. V primeru nagnjenosti hribine je delitev podobna, vendar lažja, saj se vrednosti nagnjenosti gibljejo med 0° in 180° .

Razredi smeri vektorja premikov:

1. Točka se je premaknila navzgor: premiki med 0° in 84° ter 276° in 360°
2. Točka se je premaknila približno horizontalno: premiki med 85° in 95° ter 265° in 275°
3. Točka se je premaknila navzdol: premiki med 96° in 274°

Razredi nagnjenosti hribine:

1. Hribina se dvigne iz leve proti desni: koti nagnjenosti med 0° in 84°
2. Hribina je približno horizontalna: koti nagnjenosti med 85° in 95°
3. Hribina se spusti iz leve proti desni: koti nagnjenosti med 96° in 180°

Postavimo osnovni hipotezi:

H_0 : spremenljivki X in Y sta neodvisni

H_1 : spremenljivki X in Y sta odvisni

V kontingenčni preglednici prikažemo dejanske velikosti posameznih razredov.

Preglednica 8: Dejanske velikosti razredov

SMER PREMIKA	NAGNJENOST HRIBINE			SUM
	1	2	3	
1	4	11	3	18
2	0	1	0	1
3	4	4	0	8
SUM	8	16	3	27

Izračunamo teoretične velikosti razredov.

Preglednica 9: Teoretične velikosti razredov

SMER PREMIKA	NAGNJENOST HRIBINE		
	1	2	3
1	5,33	10,67	2,00
2	0,30	0,59	0,11
3	2,37	4,74	0,89

Izračunana statistika H :

$$H = 3,66$$

Porazdelitev χ^2 z $\nu = (k_X - 1)(k_Y - 1)$ prostostnimi stopnjami:

$$k_X = k_Y = 3$$

$$\nu = 4$$

Pri stopnji tveganja $\alpha = 0,50$ ali 50%, vrednost statistike F prvič preseže kritično vrednost:

$$\chi^2_{1-\alpha, \nu} = 3,357.$$

Za potrditev alternativne hipoteze o odvisnosti spremenljivk, bi morali tvegati najmanj 50%. Ta stopnja tveganja je zopet prevelika.

7.4.1 Komentar rezultatov

Z rezultati nismo dokazali odvisnosti spremenljivk nagnjenosti hribine in smeri vektorja premika. Vzrokov za neuspešne rezultate je verjetno več. Eden pomembnejših je verjetno že omenjeno majhno število podatkov v analizi. Analiza je bila izvedena preveč posplošeno.

Obravnavali smo vse točke naenkrat. Bolj smiselno bi bilo obravnavati skupaj le točke istih položajev glede na presek raziskovalnega rova.

Nagnjenost hribine ima verjetno določen vpliv na premik točke. Vendar nagnjenost opisuje le del geoloških značilnosti hribine. Ne upošteva se kvalitete ali trdnosti hribine, prisotnosti vode in drugih geomehanskih lastnosti. V analizi bi bilo zato pametno vključiti podatek, ki obravnava splošno oceno kvalitete hribine. V drugem delu analize smo se tako odločili, da upoštevamo število *GSI*.

8 ČASOVNA ANALIZA PREMIKOV KOORDINAT DETAJLNIH TOČK

V prvem delu analize smo analizirali premike detajlnih točk v ravnini. Ker je koordinatna os y približno vzporedna z osjo tunela, smo obravnavali ravnino xh . Z analizo variance in testom kontingence smo skušali dokazati statistično odvisnost smeri premika detajlne točke v ravnini xh od nagnjenosti hribine. Rezultati niso potrdili naših predvidevanj. Zato smo se odločili poiskati povezavo geoloških in geodetskih podatkov na drug način. Iz podatkov lahko ugotovimo časovni potek premikov za posamezno koordinato. Če se je točka časovno enakomerno premikala, lahko potek premikov ponazorimo z linearno premico. Nagnjenost premice predstavlja hitrost premikov oziroma, posredno, velikost premikov. Premike lahko primerjamo s številom GSI , ki predstavlja oceno kvalitete hribine.

8.1 Izračun korelacij koordinat po času in naklonov regresijskih premic

Z izračunom korelacij smo hoteli ugotoviti ali lahko premik točk v času opišemo z linearno premico. Močna korelacija pomeni, da se je točka enakomerno premikala. Z zmanjševanjem vrednosti korelacije premiki niso več enakomerno veliki, ampak se spreminjajo v času.

Za vse tri koordinate posebej smo izračunali korelacijske koeficiente in njihove kvadrate po enačbi:

$$r_{XY} = \frac{S_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y},$$

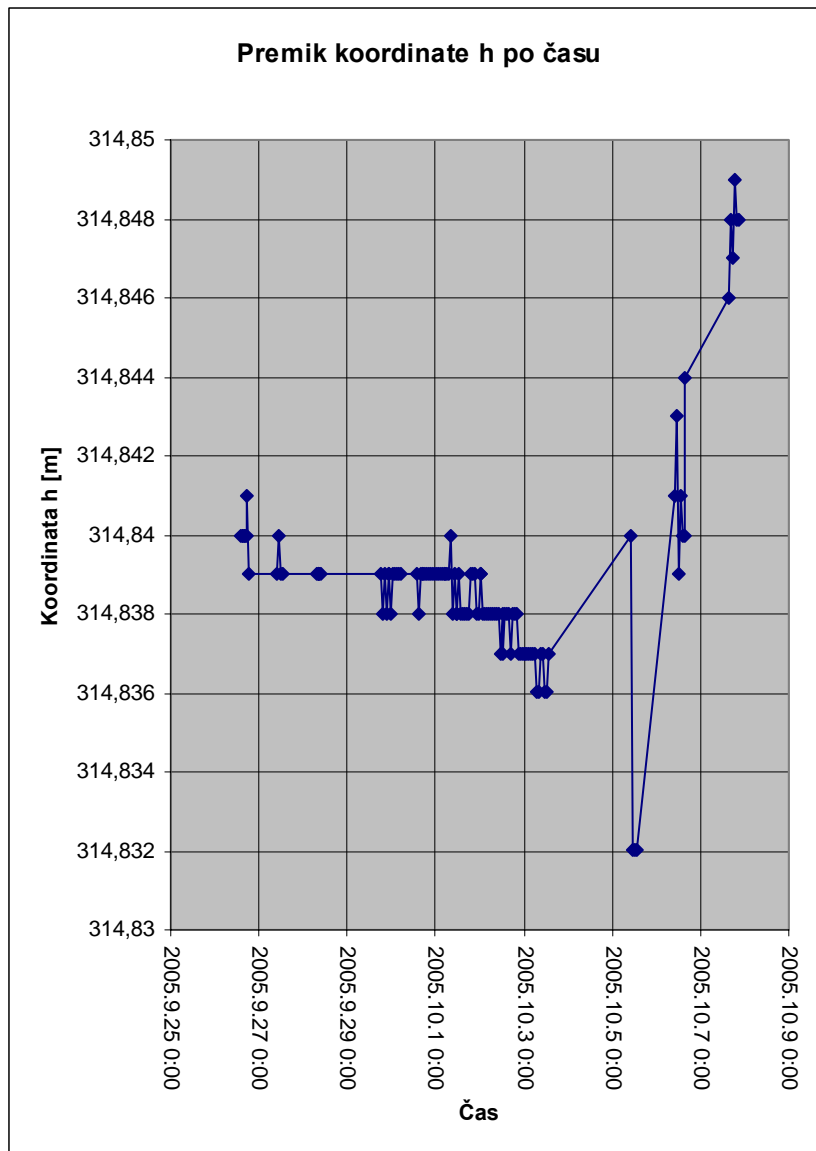
kjer je:

$$S_{XY} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$$

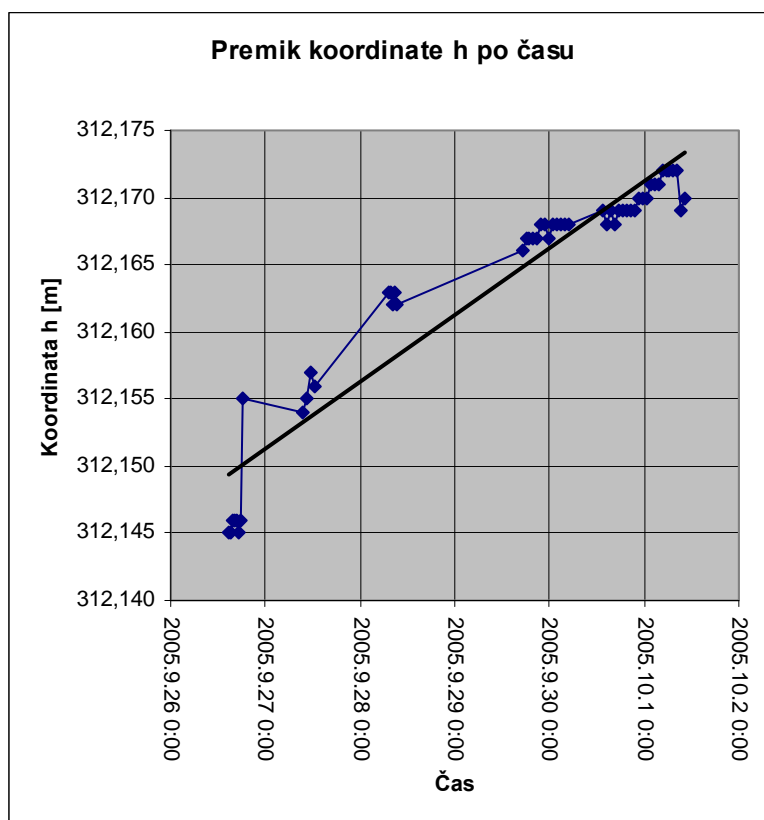
X . . . čas

Y . . . koordinata (x, y ali h)

Vrednosti korelacijskih koeficientov so bile zelo različne, kar je posledica različnih vplivov na premike detajlnih točk. Za ponazoritev prikažimo dva primera.



Slika 10.1: Vrednost korelacijskega koeficienta znaša $r_{XY} = 0,242$



Slika 10.2: Vrednost korelacijskega koeficienta znaša $r_{XY} = 0,953$

V drugem primeru je na grafu vrisana regresijska premica. Naklon premice predstavlja hitrost premikov koordinate v času. Enačbo premice zapišemo:

$$\hat{Y} = f(X) = a + bX.$$

Zanima nas le parameter b , ki ga izračunamo po enačbi:

$$\hat{b} = \frac{S_{XY}}{S_X^2}.$$

Naklon regresijske premice dobimo:

$$\alpha = \arctan(\hat{b}).$$

8.2 Izbira podatkov in primerjava s kvaliteto hribine v predoru

Za nadaljno analizo smo izbrali podatke, pri katerih je bila vrednost korelacijskega koeficienta r_{XY} dovolj visoka. Za kriterij smo privzeli kvadrat korelacijskega koeficienta. V analizi smo obdržali točke, kjer je bila vrednost kvadrata korelacijskega koeficienta večja od 0,5.

Kot že omenjeno, smo obravnavali vsako koordinato posebej. Hitrost premika koordinate je predstavljena z naklonom regresijske premice od zenita. Nakloni bližje pravemu kotu predstavljajo točke z majhnimi premiki. Koordinate z večjimi premiki pa predstavljajo nakloni, ki so precej manjši ali večji od pravega kota. V tej analizi nas ne zanima smer premika točke, ampak le hitrost premika. Zato smo izračunali absolutni odklon regresijske premice od 90° . Večji odkloni predstavljajo večje premike in manjši manjše premike.

Absolutne odklone lahko primerjamo s številom *GSI*. Vrednosti *GSI* v naših podatkih se gibljejo na intervalu med 20 in 37,5. Vrednosti bi lahko razdelili v razreda boljše in slabše kvalitete hribine. Pri tem bi prišli do problema določitve meje razreda. Težko bi bilo določiti mejo med slabo in boljšo kvaliteto. Zato smo določili tri razrede, kjer drugi razred predstavlja srednjo ali prehodno kvaliteto hribine:

1. razred: $GSI \leq 25 \rightarrow$ slaba kvaliteta hribine
2. razred: $25 < GSI < 30 \rightarrow$ prehodna kvaliteta hribine
3. razred: $GSI \geq 30 \rightarrow$ boljša kvaliteta hribine

Pri vrednostih števila *GSI* med 25 in 30 bi se verjetno pojavljali veliki kot majhni premiki. Poleg tega se te vrednosti pojavijo pri vsaki koordinati le enkrat, zato smo 2. razred izpustili iz analize variance.

Za dokazovanje odvisnosti hitrosti premikov od števila *GSI* smo uporabili analizo variance. Začeli smo s 5% tveganjem in ga povečevali, dokler nismo zavrnili ničelne hipoteze.

Koordinata *y*:

Preglednica 10: Kontingenčna preglednica odklonov za koordinato *y*

Razred	Absolutni odklon regresijske premice od 90° [°]						
1	2,944	1,579	0,167	0,229	0,105	0,191	
3	0,256	0,088	0,055	0,040	0,037	0,070	0,043

Prostostne stopnje in kritična vrednost statistike F :

$$v_1 = n_{ps_A}$$

$$v_2 = n_{ps_E}$$

$$F_{v_1, v_2} = 3,02 .$$

Pri tveganju 11% lahko zavrremo ničelno hipotezo in trdimo, da število GSI statistično značilno vpliva na absolutni odklon. Število GSI vpliva na hitrost premikov detajlnih točk v smeri koordinatne osi y .

Koordinata x :

Preglednica 11: Kontingenčna preglednica odklonov za koordinato x

Razred	Absolutni odklon regresijske premice od 90° [°]											
1	4,510	2,257	0,048	0,765	0,031	0,709	0,143					
3	0,664	0,232	0,056	0,046	0,042	0,033	0,034	0,027	0,037	0,024	0,032	

Prostostne stopnje in kritična vrednost statistike F :

$$v_1 = n_{ps_A}$$

$$v_2 = n_{ps_E}$$

$$F_{v_1, v_2} = 4,49 .$$

Ker vrednost statistike F presega kritično vrednost $F_{1-\alpha, v_1, v_2}$, ničelno hipotezo zavrremo in trdimo, da je vpliv števila GSI na absolutni odklon statistično značilen. To pomeni, da lahko s 5% tveganjem trdimo, da število GSI vpliva na hitrost premikov detajlnih točk v smeri koordinatne osi x .

Koordinata h :

Preglednica 12: Kontingenčna preglednica odklonov za koordinato h

Razred	Absolutni odklon regresijske premice od 90° [°]							
1	2,160	0,786	0,252	0,066	0,283	0,173		
3	0,038	0,070	0,049	0,042	0,261	0,110	0,030	

Prostostne stopnje in kritična vrednost statistike F :

$$v_1 = n_{ps_A}$$

$$v_2 = n_{ps_E}$$

$$F_{v_1, v_2} = 3,02.$$

Pri tveganju 11% vrednost statistike F preseže kritično vrednost. Ničelno hipotezo lahko zavrremo in potrdimo vpliv števila GSI na absolutni odklon. In lahko trdimo, da število GSI vpliva na hitrost premikov v smeri koordinatne osi h .

8.2.1 Komentar rezultatov

Stopnja tveganja za zavrnitev ničelne hipoteze znaša za koordinati y in h 11%, pri koordinati x le 5%. S tem smo dokazali obstoj statistične povezanosti med številom GSI in izmerjenimi premiki detajlnih točk.

Vrednosti števila GSI so se nahajale na intervalu med 20 in 40. Teoretično lahko zavzamejo vrednosti med 0 in 100. V našem primeru smo imeli zastopano le približno petino celotnega intervala, kar ima najverjetneje vpliv na končne rezultate.

V primeru koordinate x je tveganje le 5%. Rezultate analize variance lahko primerjamo z natančnostjo določitve položaja stojišča inštrumenta po posameznih koordinatah.

Preglednica 13: Primerjava srednje natančnosti določitve položaja stojišča in izračunane stopnje tveganja za potrditev statistične odvisnosti premikov od števila GSI

Koordinata	Srednja natančnost	Stopnja tveganja
y	0,69 mm	11%
x	0,22 mm	5%
h	1,23 mm	11%

V preglednici 13 vidimo, da je koordinata x bila določena natančneje kot drugi dve koordinati. Z analizo variance smo dobili podobne rezultate, saj je rezultat v primeru koordinate x ponovno boljši.

8.3 Določitev modela statistične odvisnosti

Rezultati statistične analize povezanosti premikov točk v času in kvalitete hribine so pokazali dobre rezultate. Dokazali smo statistično odvisnost hitrosti premikov točk od kvalitete hribine. Zato smo nadaljevali z določevanjem modela odvisnosti s pomočjo linearne regresije.

Najprej smo izvedli izračun linearne regresije na osnovi vseh podatkov posamezne koordinate, ki smo jih uporabili pri analizi variance. To pomeni, da smo obravnavali vse točke naenkrat. Dobili smo rezultate, pri katerih so vrednosti R^2 majhne:

- koordinata y : $R^2 = 0,19$
- koordinata x : $R^2 = 0,18$
- koordinata h : $R^2 = 0,17$

Podatke o kvaliteti hribine in hitrosti premikov točk smo razdelili v štiri skupine glede na lokacijo točke v rovu. Skupina točk na stropu rova je bila največja, ker so se te točke pojavljale v vsakem profilu. Ostale skupine so bile premajhne za izračun linearne regresije. Tako smo določali model odvisnosti le za točke na stropu.

Linearni model za koordinato y :

Preglednica 14: Podatki za izračun linearne regresije

PROFIL	TOČKA	GSI	ABS. ODKLON OD 90° [°]
6	1	22,5	2,944
7	1	22,5	1,579
8	1	32,5	0,256
9	1	32,5	0,088
26	1	37,5	0,055
27	1	27,5	0,069
28	1	35,0	0,040

Preglednica 15: Izpis rezultatov iz Excela

SUMMARY OUTPUT

<i>Regression Statistics</i>	
Multiple R	0,810342
R Square	0,656655
Adjusted R Square	0,587986
Standard Error	0,723798
Observations	7

ANOVA

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Significance F</i>
Regression	1	5,009695	5,009695	9,562607	0,027087
Residual	5	2,619419	0,523884		
Total	6	7,629114			

	<i>Coefficients</i>	<i>Standard Error</i>	<i>t Stat</i>	<i>P-value</i>	<i>Lower 95%</i>	<i>Upper 95%</i>
Intercept	5,324994	1,514478	3,51606	0,01699	1,431911	9,218076
X Variable 1	-0,15354	0,049652	-3,09235	0,027087	-0,28118	-0,02591

Vrednosti korelacijskega koeficienta in posledično njegovega kvadrata sta precej visoki:

$$r_{XY} = 0,81$$

$$r_{XY}^2 = R^2 = 0,66.$$

Model linearne regresije $\hat{Y} = f(X) = a + bX$ zapišemo:

$$\text{Abs. odklon} = 5,32 - 0,15 \text{ GSI.}$$

Testiramo ničelno hipotezo:

$$H_0: b = 0 \text{ (oz. abs. odklon ni odvisen od števila GSI)}$$

Izračunamo testno statistiko T in p -vrednost:

$$p\text{-vrednost} = P(t_{n-2} < -T \text{ ali } t_{n-2} > T) = P(t_5 < -3,092 \text{ ali } t_5 > 3,092) = 0,017$$

Iz majhne p -vrednosti lahko sklepamo, da je abs. odklon odvisen od števila GSI.

Izračunamo še intervale zaupanja za 95%:

$$\text{Parameter } b: (-0,281 < b < -0,0259)$$

$$\text{Parameter } a: (1,432 < a < 9,218).$$

Linearni model za koordinato x :

Preglednica 16: Podatki za izračun

PROFIL	TOČKA	GSI	ABS. ODKLON OD 90° [°]
6	1	22,5	4,510
7	1	22,5	2,257
8	1	32,5	0,664
9	1	32,5	0,232
10	1	20,0	0,048
11	1	32,5	0,056
12	1	32,5	0,046
15	1	32,5	0,042
26	1	37,5	0,033
27	1	27,5	0,039
28	1	35	0,034
29	1	35	0,027

Preglednica 17: Rezultati linearne regresije za koordinato x

SUMMARY OUTPUT

<i>Regression Statistics</i>	
Multiple R	0,581809
R Square	0,338502
Adjusted R Square	0,272352
Standard Error	1,168154
Observations	12

ANOVA

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Significance F</i>
Regression	1	6,982839	6,982839	5,117194	0,047198
Residual	10	13,64584	1,364584		
Total	11	20,62868			

	<i>Coefficients</i>	<i>Standard Error</i>	<i>t Stat</i>	<i>P-value</i>	<i>Lower 95%</i>	<i>Upper 95%</i>
Intercept	4,898037	1,901118	2,576398	0,027586	0,662081	9,133992
X Variable 1	-0,14011	0,061936	-2,26212	0,047198	-0,27811	-0,0021

Vrednost r_{xy}^2 znaša 0,34, kar je precej manj kot v primeru koordinate y .

Enačba modela linearne regresije:

$$\text{Abs. odklon} = 4,90 - 0,14 \text{ GSI}$$

Ničelna hipoteza:

$$H_0: b = 0 \text{ (oz. abs. odklon ni odvisen od števila GSI)}$$

Sledi izračun T statistike in p -vrednosti:

$$p\text{-vrednost} = P(t_5 < -2,262 \text{ ali } t_5 > 2,262) = 0,05.$$

Intervali zaupanja za 95%:

$$\text{Parameter } b: (-0,278 < b < -0,002)$$

$$\text{Parameter } a: (0,662 < a < 9,133).$$

Linearni model za koordinato h :

Preglednica 18: Podatki za izračun

PROFIL	TOČKA	GSI	ABS. ODKLON OD 90° [°]
6	1	22,5	2,160
7	1	22,5	0,786
9	1	32,5	0,038
15	1	32,5	0,070
27	1	27,5	0,063
28	1	35	0,049
29	1	35	0,042

Preglednica 19: Rezultati linearne regresije za koordinato h

SUMMARY OUTPUT

<i>Regression Statistics</i>	
Multiple R	0,77572
R Square	0,601742
Adjusted R Square	0,52209
Standard Error	0,55213
Observations	7

ANOVA

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Significance F</i>
Regression	1	2,303022	2,303022	7,554663	0,040379

Residual	5	1,524239	0,304848
Total	6	3,827261	

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	3,808042	1,236433	3,079861	0,027474	0,629695	6,986389
X Variable 1	-0,113	0,041113	-2,74857	0,040379	-0,21868	-0,00732

Vrednost r_{XY}^2 znaša 0,60, kar je le malo manj od vrednosti r_{XY}^2 v primeru koordinate y .

Enačba linearne regresije se glasi:

$$\text{Abs. odklon} = 3,81 - 0,11 \text{ GSI.}$$

Ničelna hipoteza in izračunana p -vrednost:

$$H_0: b = 0$$

$$p\text{-vrednost} = P(t_5 < -2,749 \text{ ali } t_5 > 2,749) = 0,04.$$

Intervali zaupanja za 95%:

$$\text{Parameter } b: (-0,219 < b < -0,007)$$

$$\text{Parameter } a: (0,630 < a < 6,986).$$

8.3.1 Komentar rezultatov

Vrednosti r_{XY}^2 sta v primeru koordinat y in h nad 0,50. Pri koordinati x vrednost znaša le 0,34.

Pri primerjavi izračunanega modela linearne regresije je rezultat drugačen. Modela sta zelo podobna v primeru koordinate x in y . Parametra b se razlikujeta le za desetinko, parametra a za nekaj več. Vrednost parametra b se nahaja na intervalu med 0,11 in 0,15. V vseh treh primerih smo dobili približno isti naklon regesijske premice. Če izračunamo naklone po enačbi:

$$\theta = \arctan(b),$$

dobimo:

$$\theta_y = 98,7^\circ$$

$$\theta_x = 98,1^\circ$$

$$\theta_h = 96,3^\circ.$$

Iz rezultatov vidimo, da je trend naraščanja premikov koordinat z zmanjševanjem velikosti števila GSI , približno enaka v vseh primerih.

9 DISKUSIJA REZULTATOV

V diplomski nalogi smo analizirali povezanost med geološkimi in geodetskimi podatki. Analize smo se lotili na dva načina. Pri prvem načinu smo uporabili premike detajlnih točk v ravnini xh in nagnjenost hribine. Izkazalo se je, da ne moremo dokazati odvisnosti smeri premikov in nagnjenosti hribine. Analizirali smo še vpliv položaja točke na smer premika v ravnini xh , vendar tudi v tem primeru nismo bili uspešni.

V drugem delu smo se odločili obravnavati vsako koordinato posebej. Tako smo določevali premike koordinat po času. S tem smo ugotavljali trende oziroma intenzivnost premikov detajlnih točk. Izmed geoloških podatkov smo izbrali število GSI . Ugotavljali smo vpliv kvalitete hribine na hitrost premikov točk v posamezni koordinatni smeri. Pridobili smo dobre rezultate. S tem smo pritrdili domnevi o povezavi geoloških in geodetskih podatkov.

V okviru statističnega računanja smo naleteli na določene probleme. Omenili smo že majhno število zanesljivih podatkov, ki smo jih lahko uporabili v končnih izračunih. Zaradi tega smo morali izračune nekoliko spremeniti.

Na premike detajlnih točk med gradnjo predora vpliva veliko dejavnikov. Zato je zelo težko statistično dokazati vpliv enega dejavnika na kasnejše premike točk. Če pri dokazovanju uporabimo količino, ki opisuje več dejavnikov (število GSI), lažje dosežemo pričakovane rezultate.

V nalogi smo obravnavali podatke, ki so obsegali enomesečne geodetske meritve. To predstavlja le del meritev v raziskovalnem rovu. Glede na rezultate v nalogi, bi se lahko odločili za podoben izračun v okviru vseh meritev. Poleg meritev v raziskovalnem rovu, se med gradnjo izvajajo meritve premikov tudi v glavnem predoru. Tu se pojavi možnost povezovanja geoloških in geodetskih meritev v raziskovalnem rovu in predoru. S tem bi analizirali vse skupine meritev v predoru.

VIRI

Čadež, F., Genser, W., Kleberger, J., Pöschl, I. 2004. Šentvid motoway tunnel & Interim results from Slovenia's most recent exploration gallery. V: Kostiou, L. (ur.). Zbornik 7. mednarodnega posvetovanja o gradnji predorov in izrabi podzemnega prostora, Ljubljana, 17. – 19. november 2004. Ljubljana, Društvo za podzemne in geotehnične konstrukcije: str. 50-56 .

Dobson, A., Young, A., Gibberd, B., et al. 2006 An online text in introductory Statistics. NewCastle. The Australian National University.
<http://www.anu.edu.au/nceph/surfstat/surfstat-home/4-2-7.html> (14. 7. 2006)

Drobne, S. 2002. Statistika. Vaje. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 154 str.

Everitt, B. S. 1998. The Cambridge Dictionary of Statistics. Cambridge, New York, Melbourne, Cambridge University Press: 360 str.

Hann, D., Likar, J. 2002. Primerjava dveh metod gradnje predorov v zahtevnih geotehničnih pogojih. V: Kostiou, L. (ur.). Zbornik referatov 6. Mednarodnega posvetovanja o gradnji predorov in podzemnih prostorov. Ljubljana, 25. – 27. september 2002. Ljubljana, Društvo za podzemne in geotehnične konstrukcije: str. 285 - 294.

Hays, W. L. 1994. Statistics. Fifth Edition. Fort Worth. University of Texas at Austin, Harcourt Brace College Publishers: 1112 str.

Hoek, E. 2006. Rocscience.
<http://www.rocscience.com/hoek/Hoek.asp> (2.7.2006)

Hopkins, W. G. 2004. A New View of Statistics.
<http://sportsci.org/resource/stats/index.html> (24. 4. 2006)

I.S.I. 2006. International Statistical Institute. The ISI glossary of statistical terms in a number of languages some of which use special characters. The Netherlands.

<http://isi.cbs.nl/glossary/> (5. 7. 2006)

Klopčič, J., Logar, J., Ambrožič, T., Bogatin, S., Marjetič, A., Majes, B. 2006. 3D geodetske meritve merskih točk pred izkopnim čelom predora Šentvid – končno poročilo. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 140 str.

Koler, B. 2005. Inženirska geodezija II. Predavanja 2004/05. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.

Marjetič, A., Ambrožič, T., Bogatin, S., Klopčič, J., Logar, J., Štimulak, A., Majes, B. 2006. Geodetske meritve v predoru Šentvid. Geodetski vestnik 50, 1:11-24.

Stopar, B. 2002. Izravnalni Račun II. Predavanja 2001/02. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.

Turk, G. 2001. Verjetnostni račun in statistika. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Katedra za mehaniko.

<http://www.km.fgg.uni-lj.si/predmeti/sei/vrs1.pdf> (10. 3. 2006)