

Univerza
v Ljubljani
Fakulteta
*za gradbeništvo
in geodezijo*

*Janova 2
1000 Ljubljana, Slovenija
telefon (01) 47 68 500
faks (01) 42 50 681
fgg@fgg.uni-lj.si*



Visokošolski program Gradbeništvo,
diferencialni 3.1 po VŠ-VSS

Kandidatka:

Darja Medved

Analiza dvoslojnih lesenih nosilcev

Diplomska naloga št.: 354

Mentor:

doc. dr. Sebastjan Bratina

Ljubljana, 30. 11. 2009

STRAN ZA POPRAVKE

Stran z napako

Vrstica z napako

Namesto

Naj bo

IZJAVA O AVTORSTVU

Podpisana **DARJA MEDVED** izjavljam, da sem avtorica diplomske naloge z naslovom:
»ANALIZA DVOSLOJNIH LESENIH NOSILCEV«.

Izjavljam, da se odpovedujem vsem materialnim pravicam iz dela za potrebe elektronske
separatoteke FGG.

Ljubljana,

BIBLIOGRAFSKO – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

UDK:	624.011.1:624.072(043.2)
Avtor:	Darja Medved
Mentor:	doc.dr. Sebastjan Bratina
Somentor:	Aleš Kroflič, univ.dipl.inž.grad.
Naslov:	Analiza dvoslojnih lesenih nosilcev
Obseg in oprema:	61 str., 39 sl., 49 en.
Ključne besede:	dvoslojni lesen nosilec, poenostavljena analiza, nelinearna analiza, zdrs med slojema, razmikanje slojev

Izveček

V diplomski nalogi je analiziran vpliv podajnosti stika na napetostno in deformacijsko stanje dvoslojnih lesenih nosilcev. Za analizo je uporabljen poenostavljen postopek, kot ga priporoča standard za projektiranje lesenih konstrukcij SIST EN 1995-1-1, ter naprednejša in natančnejša nelinearna elastična analiza, ki temelji na metodi končnih elementov. Prednost nelinearne analize je v tem, da lahko poleg osnovnega napetostnega in deformacijskega stanja dvoslojnega lesenega nosilca neposredno izračunamo tudi zamik ter razmik na stiku med slojema. S parametrično študijo je bilo ugotovljeno, da je poenostavljen postopek primeren predvsem za analizo prostoležečih dvoslojnih nosilcev, medtem ko za analizo kontinuirnega dvoslojnega nosilca preko dveh polj ni primeren, saj nastopijo razlike med rezultati poenostavljenega postopka ter rezultati nelinearne analize.

BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION

UDC: 624.011.1:624.072(043.2)
Author: Darja Medved
Supervisor: assist. prof. Sebastjan Bratina
Co supervisor: Aleš Kroflič, univ.dipl.inž.grad.
Title: Nonlinear analysis of two-layer timber beams
Notes: 61 p., 39 fig., 49 eq.
Key words: two-layer timber beam, simplified analysis, non-linear analysis, interlayer slip, delamination of layers

Abstract

The analysis of effect of contact compliance on a stress-strain state of a two layer timber beams is the main scope of the presented work. First, the simplified procedure according to SIST EN 1995-1-1 standard is applied. Second, an advanced and more accurate non-linear analysis based on the finite element method is considered. There are some extra advantages of using the second method. Besides the elementary results – strain and stress state of a beam, we can also directly calculate slip and uplift at the contact of a timber beam. The parametric study revealed that a simplified procedure is suitable for the analysis of a simply supported beam. A simplified analysis of continuous beam over two fields is not accurate enough because there is a noticeable difference in results according to non-linear analysis.

ZAHVALA

Za pomoč pri nastajanju diplomske naloge se iskreno zahvaljujem mentorju doc.dr. Sebastjanu Bratina in somentorju Alešu Krofliču.

Za pomoč in moralno podporo pa se zahvaljujem tudi izr. prof. dr. Igorju Planincu.

KAZALO VSEBINE

1.	UVOD	1
2.	PROJEKTIRANJE DVOSLOJNIH LESENIH NOSILCEV SKLADNO Z EVROPSKIMI STANDARDI ZA LESENE KONSTRUKCIJE	3
2.1	Splošno	3
2.2	Efektivna upogibna togost sestavljenega lesenega nosilca	4
2.3	Modul pomika	5
2.4	Kontrola normalnih napetosti	5
2.5	Kontrola strižnih napetosti	6
2.6	Kontrola nosilnosti veznih sredstev	6
2.7	Kontrola pomikov	9
2.8	Računski primeri	10
2.8.1	Prostoležeči nosilec pravokotnega prečnega prereza	13
2.8.2	Prostoležeči nosilec prečnega prereza »T« oblike	17
2.8.3	Kontinuirni nosilec pravokotnega prečnega prereza ($I^* = 0,8 I_2$)	21
2.8.4	Kontinuirni nosilec pravokotnega prečnega prereza ($I^* = 2,84 m$):	26
3.	NELINEARNA ANALIZA DVOSLOJNEGA LESENEGA NOSILCA Z UPOŠTEVANJEM ZDRSA IN RAZMIKA	29
3.1	Osnovne enačbe dvoslojnega lesenega nosilca	29
3.1.1	Kinematične, ravnotežne in konstitutivne enačbe	29
3.1.2	Vezne enačbe	32
3.2	Formulacija končnih elementov	35
3.3	Računski primeri	39
3.3.1	Prostoležeči nosilec s pravokotnim prečnim prerezom	39
3.3.2	Prostoležeči nosilec s »T« prečnim prerezom	45
3.3.3	Kontinuirni nosilec s pravokotnim prečnim prerezom:	48
4.	PRIMERJAVA MED REZULTATI ANALIZE PO POENOSTAVLJENEM POSTOPKU IZ SIST EN 1995-1-1:2005 IN REZULTATI NELINEARNE ANALIZE	53
4.1	Prostoležeči dvoslojni nosilec s pravokotnim prečnim prerezom	53
4.2	Prostoležeči dvoslojni nosilec s T prečnim prerezom	54

4.3	Kontinuirni dvoslojni nosilec pravokotnega prečnega prereza	56
5.	ZAKLJUČKI.....	59
VIRI	61

KAZALO SLIK

Slika 1. Prostoležeči nosilec	11
Slika 2. Kontinuirni nosilec	12
Slika 3. Prečni prerez nosilca	13
Slika 4. Potek normalnih napetosti po prečnem prerezu na sredini razpona prostoležečega nosilca.....	16
Slika 5. Prečni prerez nosilca	17
Slika 6. Potek normalnih napetosti po prečnem prerezu na sredini razpona prostoležečega nosilca.....	20
Slika 7. Prečni prerez nosilca	21
Slika 8 Potek napetosti po prečnem prerezu na mestu maksimalnega upogibnega momenta v polju 2.....	24
Slika 9. Potek napetosti po prečnem prerezu ob vmesni podpori.....	25
Slika 10. Potek napetosti po prečnem prerezu ob vmesni podpori.....	27
Slika 11. Nedeformirana in deformirana lega dvoslojnega lesenega nosilca.....	29
Slika 12. Geometrijski pomen zdrsa Δ in razmika d	34
Slika 13. Razporeditev veznih sredstev vzdolž prostoležečega nosilca.....	40
Slika 14. Konstitutivni zakon lesa trdnostnega razreda C30.....	41
Slika 15. Konstitucijski zakon stika v vzdolžni smeri.....	42
Slika 16. Konstitucijski zakon stika v prečni smeri.....	43
Slika 17. Potek zdrsov vzdolž nosilca –MSU.....	43
Slika 18. Potek razmikov vzdolž nosilca – MSU.....	44
Slika 19. Potek pomikov – MSU.....	44
Slika 20. Potek napetosti po prečnem prerezu na sredini razpona prostoležečega nosilca - MSN	45
Slika 21. Potek zdrsov vzdolž nosilca – MSU.....	46
Slika 22. Potek razmikov vzdolž nosilca – MSU.....	46
Slika 23. Potek pomikov – MSU.....	47
Slika 24. Potek napetosti po prečnem prerezu na sredini razpona prostoležečega nosilca - MSN	47
Slika 25. Razporeditev veznih sredstev	48
Slika 26. Konstitucijski zakon stika v vzdolžni smeri.....	49

Slika 27. Konstitucijski zakon stika v prečni smeri	49
Slika 28. Potek pomikov - MSU	50
Slika 29. Potek zamikov - MSU.....	51
Slika 30. Potek razmikov - MSU	51
Slika 31. Potek napetosti po prečnem prerezu ob podpori – MSN	52
Slika 32. Potek napetosti po prečnem prerezu pri maksimalnem upogibnem momentu v polju - MSN.....	52
Slika 33. Primerjava poteka pomikov – MSU.	53
Slika 34. Primerjava poteka normalnih napetosti po prečnem prerezu na sredini razpona prostoležečega nosilca– MSN.....	54
Slika 35. Primerjava poteka pomikov – MSU.	55
Slika 36. Primerjava poteka normalnih napetosti po prečnem prerezu na sredini razpona prostoležečega nosilca– MSN.....	55
Slika 37. Primerjava poteka pomikov - MSU	57
Slika 38. Primerjava poteka normalnih napetosti v drugem polju	57
Slika 39. Primerjava poteka normalnih napetosti ob podpori.....	58

1. UVOD

Sestavljeni leseni nosilci sodijo podobno kot sovprežni nosilci iz betona in jekla, nosilci iz betona in lesa ter številni drugi, med inovativnejše konstrukcijske elemente. Umeščamo jih med tako imenovane kompozitne konstrukcije. Njihova uporaba v gradbeništvu strmo narašča. Vzrokov za razširjenost uporabe je več. V osnovi lahko s kompozitnimi nosilci v večji meri izkoristimo ugodne lastnosti materialov posameznih sestavnih elementov. Do uporabe pogosto pripeljejo tehnološki postopki gradnje, kot sta na primer montažna in polmontažna gradnja. Uporabljamo jih pri sanacijah in ojačitvah obstoječih dotrajanih in funkcionalno zastarelih konstrukcij. Zelo uporabni so tudi v primeru premoščanja velikih razpetin, saj z njimi enostavneje zagotovimo potrebno statično višino.

Na obnašanje sestavljenih lesenih konstrukcij bistveno vpliva način povezave med sestavnima elementoma (slojema). Najpogosteje izvedemo povezavo med sloji z žebli, mozniki, svorniki in podobnimi veznimi sredstvi, lahko pa sloje tudi medsebojno zlepimo. Če je povezava med sloji popolnoma toga, lahko za analizo sestavljenih lesenih konstrukcij uporabimo standardne matematične modele. Ker pa je večina povezav med sloji podajnih in ker le ta bistveno vpliva na njihovo togost, duktilnost in nosilnost, morajo matematični modeli za analizo slojevitih nosilcev upoštevati tudi podajnost stika. Ta povzroči med sloji nezveznosti komponent pomikov v vzdolžni, lahko pa tudi v prečni smeri. Ko se pojavijo nezveznosti pomikov v vzdolžni smeri govorimo o zdrsu med slojema, ko pa se pojavijo nezveznosti pomikov v prečni smeri pa govorimo o razmikanju slojev oziroma o vtiskanju.

V diplomski nalogi podrobneje predstavimo teoretične osnove ter praktični prikaz uporabe poenostavljenega postopka za dimenzioniranje dvoslojnih lesenih nosilcev z upoštevanjem podajnosti stika, kot ga priporoča standard za projektiranje lesenih konstrukcij SIST EN 1995-1-1. Naprednejša in natančnejša je t.i. nelinearna elastična analiza dvoslojnih nosilcev, pri kateri upoštevamo v analizi tako zdrs kot razmik med slojema. Predstavljena nelinearna analiza temelji na deformacijski metodi končnih elementov, pri katerih osne in upogibne deformacije obeh sestavnih elementov interpoliramo z Lagrangevimi interpolacijskimi polinomi. Prednost nelinearne analize pred poenostavljenim postopkom skladno z SIST EN 1995-1-1 je v tem, da lahko z nelinearno analizo določimo napetostno in deformacijsko stanje

v vsaki točki nosilca, hkrati pa lahko izračunamo tudi potek zdrsov in razmikov na stiku med slojema.

Diplomska naloga ima poleg uvoda še štiri poglavja. V drugem oziroma tretjem poglavju podrobneje predstavimo poenostavljeno oziroma nelinearno analizo dvoslojnih lesenih nosilcev z upoštevanjem podajnosti stika. V četrtem poglavju primerjamo rezultate obeh predstavljenih analiz. Na koncu diplomske naloge pa podajamo zaključke.

2. PROJEKTIRANJE DVOSLOJNIH LESENIH NOSILCEV SKLADNO Z EVROPSKIMI STANDARDI ZA LESENE KONSTRUKCIJE

2.1 Splošno

Slovenska zakonodaja na področju projektiranja določa, da je zahteve glede mehanske odpornosti in stabilnosti objektov, tudi lesenih, mogoče izpolniti ob upoštevanju načel in pravil Evrokoda. Za osnove projektiranja lesenih konstrukcij se uporablja del standarda z oznako SIST EN 1995-1-1:2005: Evrokod 5: Projektiranje lesenih konstrukcij, Del 1-1: Splošno – Splošna pravila in pravila za stavbe.

Poenostavljen postopek projektiranja sestavljenih nosilcev, pri katerih so elementi medsebojno povezani z mehanskimi veznimi sredstvi, je predstavljen v Dodatku A standarda SIST EN 1995-1-1:2005. Postopek temelji na linearni teoriji elastičnosti. Pri tem so uporabljene naslednje predpostavke:

- pri računu efektivnih togosti elementov pomeni dolžina l razpetino prostoležečega nosilca. Če obravnavamo kontinuirni nosilec, upoštevamo efektivno dolžino nosilca $0,8 l$, kjer je l razpetina polja kontinuirnega nosilca. Pri konzolnih elementih pa za efektivno dolžino upoštevamo dvakratno dolžino konzole,
- v vzdolžni smeri so sestavni elementi bodisi iz enega kosa lesa ali pa so med seboj ustrezno lepljeni,
- posamezni sestavni elementi so med seboj spojeni z mehanskimi veznimi sredstvi. Modul pomika veznih sredstev označujemo s črko K ,
- razdalje med veznimi sredstvi so konstantne ali pa se enakomerno spreminjajo. Pogoj za enakomerno spreminjanje razdalje je $s_{\max} \leq 4s_{\min}$, ki določa še dovoljeno razmerje med minimalno in maksimalno razdaljo med veznimi sredstvi, pri čemer s označuje razmik med veznimi sredstvi,
- obtežba deluje v prečni smeri konstrukcije (v smeri Z). Takšna obtežba povzroča v konstrukciji upogibni moment $M_y = M_y(x)$, ki se spreminja parabolično ali sinusoidno, ter prečno silo $V_z = V_z(x)$.

2.2 Efektivna upogibna togost sestavljenega lesenega nosilca

Napetostno in deformacijsko stanje sestavljenega nosilca je odvisno od njegove efektivne upogibne togosti. Izračunamo jo z izrazom:

$$(EI)_{ef} = \sum_{i=1}^2 (E_i I_i + \gamma_i E_i A_i a_i^2), \quad (1)$$

kjer je pomen oznak sledeč:

E_i srednja vrednost modula elastičnosti (E_{mean}) i -tega sestavnega elementa,

$A_i = b_i h_i$ploščina prečnega prereza i -tega sestavnega elementa,

$I_i = \frac{b_i h_i^3}{12}$ vztrajnostni moment okoli lokalne težiščne osi i -tega sestavnega elementa,

γ_ikoeficient podajnosti stika za posamezno stično ravnino i -tega sestavnega elementa,

($\gamma_2 = 1$) in

a_i ..oddaljenost težišča i -tega sestavnega elementa od skupnega težišča sestavljenega prereza.

Koeficient podajnosti stika za i -to stično ravnino izračunamo z naslednjo enačbo:

$$\gamma_i = \left[1 + \frac{\pi^2 E_i A_i s_i}{K_i l^2} \right]^{-1}, \quad (2)$$

kjer je pomen oznak sledeč:

l ...efektivna dolžina,

K_i ...modul pomika veznih sredstev v i -ti stični ravnini in

s_iračunska razdalja med veznimi sredstvi v i -ti stični ravnini, preračunana na vezna

sredstva v eni vrsti: $s_i = \frac{s}{n}$, kjer je n število vrst veznih sredstev.

Oddaljenost težišča i -tega sestavnega elementa od skupnega težišča sestavljenega prereza izračunamo s pomočjo izrazov (3) – (5):

$$a_2 = \frac{\gamma_1 E_1 A_1 (h_1 + h_2)}{2 \sum_{i=1}^2 \gamma_i E_i A_i}, \quad (3)$$

$$a_1 = \frac{(h_1 + h_2)}{2} \pm a_2, \quad (4)$$

$$a_3 = \frac{(h_2 + h_3)}{2} \mp a_2. \quad (5)$$

2.3 Modul pomika

Skladno z navodili iz standarda SIST EN 1995-1-1:2005 izračunamo modul pomika veznih sredstev za direktno zabite žebelje z enačbo:

$$K_{ser} = \frac{\rho_m^{1,5} d^{0,8}}{30}, \quad (6)$$

kjer je d premer veznega sredstva v milimetrih, ρ_m pa je povprečna gostota lesa v kg/m^3 .

Vrednost modula velja pri projektiranju v mejnem stanju uporabnosti. Pri projektiranju v mejnem stanju nosilnosti pa izračunamo ustrezno reduciran modul pomika z naslednjo zvezo:

$$K_u = \frac{2}{3} K_{ser}. \quad (7)$$

2.4 Kontrola normalnih napetosti

V težišču i -tega sestavnega elementa izračunamo normalne napetosti s pomočjo izraza:

$$\sigma_i = \frac{\gamma_i E_i a_i M_d}{(EI)_{ef}}, \quad (8)$$

kjer je M_d projektni upogibni moment v obravnavanem prečnem prerezu nosilca. Pri tem morajo napetosti zadostiti pogoju:

$$\sigma_i \leq f_{i,c(t),d}, \quad (9)$$

kjer je $f_{i,c,d}$ računsko (projektano) tlačno trdnost, $f_{i,t,d}$ pa računsko (projektano) natezno trdnost lesa obravnavanega i -tega sestavnega elementa.

Dodatno moramo preveriti še napetosti na robovih i -tega sestavnega elementa. Izračunamo jih z enačbo:

$$\sigma_i \pm \sigma_{m,i}, \quad (10)$$

kjer velja:

$$\sigma_{m,i} = \frac{0,5E_i h_i M_d}{(EI)_{ef}}. \quad (11)$$

Napetosti na robovih i -tega sestavnega elementa pa morajo zadostiti naslednjemu pogoju:

$$\sigma_i \pm \sigma_{m,i} \leq f_{i,m,d}, \quad (12)$$

kjer je $f_{i,m,d}$ računsko (projektano) upogibno trdnost i -tega elementa.

2.5 Kontrola strižnih napetosti

Največje strižne napetosti v prečnem prerezu nastopajo tam, kjer so normalne napetosti enake nič, torej v težišču sestavljenega prereza. Izračunamo jih s pomočjo enačbe:

$$\tau_{2,\max} = \frac{\gamma_1 E_1 A_1 a_1 + E_2 b_2 (0,5h_2 - a_2)^2 0,5}{b_2 (EI)_{ef}} V_{d,\max}, \quad (13)$$

kjer je $V_{d,\max}$ največja prečna sila v obravnavanem nosilcu.

Strižne napetosti morajo zadostiti pogoju:

$$\tau_{2,\max} \leq f_{v,d}, \quad (14)$$

kjer je $f_{v,d}$ računsko strižna trdnost tistega sestavnega elementa, v katerem je strižna napetost največja.

2.6 Kontrola nosilnosti veznih sredstev

Projektano prečna sila na vezno sredstvo v i -ti stični ravnini ($i=1$ ali 3) določa naslednja enačba:

$$F_{i,d} = \frac{\gamma_1 E_i A_i a_i s_i V_d}{(EI)_{ef}}, \quad (15)$$

kjer je V_d projektna prečna sila nosilca na mestu računa obremenitev.

Pri tem obremenitev veznega sredstva ne sme prekoračiti njegove projektne nosilnosti, kar formalno zapišemo z neenačbo:

$$F_{i,d} \leq F_{v,Rd}, \quad (16)$$

kjer je $F_{v,Rd}$ projektna nosilnost veznega sredstva po strižni ravnini.

V nadaljevanju prikažemo postopek računa nosilnosti za žeblje v eni strižni ravnini, kot ga določa standard SIST EN 1995-1-1:2005. Karakteristična nosilnost žebeljev $F_{v,Rk}$ je določena z naslednjimi šestimi izrazi, glede na vrsto porušitve, od katerih je merodajna minimalna vrednost:

a) vezno sredstvo v prvem sestavnem elementu:

$$F_{v,Rk} = f_{h,1,d} t_1 d, \quad (17)$$

b) vezno sredstvo v drugem sestavnem elementu:

$$F_{v,Rk} = f_{h,2,k} t_2 d, \quad (18)$$

c) zasuk veznega sredstva:

$$F_{v,Rk} = \frac{f_{h,1,k} t_1 d}{1 + \beta} \left[\sqrt{\beta + 2\beta^2 \left[1 + \frac{t_2}{t_1} + \left(\frac{t_2}{t_1} \right)^2 \right] + \beta^3 \left(\frac{t_2}{t_1} \right)^2} - \beta \left(1 + \frac{t_2}{t_1} \right) \right] + \frac{F_{ax,Rk}}{4}, \quad (19)$$

d) upogib veznega sredstva zaradi napetosti v drugem sestavnem elementu:

$$F_{v,Rk} = 1,05 \frac{f_{h,1,k} t_1 d}{2 + \beta} \left[\sqrt{2\beta(1 + \beta) + \frac{4\beta(2 + \beta)M_{y,Rk}}{f_{h,1,k} d t_1^2}} - \beta \right] + \frac{F_{ax,Rk}}{4}, \quad (20)$$

e) upogib veznega sredstva zaradi napetosti v prvem sestavnem elementu:

$$F_{v,Rk} = 1,05 \frac{f_{h,1,k} t_2 d}{1 + 2\beta} \left[\sqrt{2\beta^2 (1 + \beta) + \frac{4\beta(1 + 2\beta)M_{y,Rk}}{f_{h,1,k} d t_2^2}} - \beta \right] + \frac{F_{ax,Rk}}{4}, \quad (21)$$

f) upogib veznega sredstva v obeh sestavnih elementih:

$$F_{v,Rk} = 1,15 \sqrt{\frac{2\beta}{1 + \beta}} \sqrt{2M_{y,Rk} f_{h,1,k} d} + \frac{F_{ax,Rk}}{4}. \quad (22)$$

Pomen oznak v izrazih (17) do (22) je sledeč:

t_t .. debelina elementa oziroma dolžina veznega sredstva v mm,

$f_{h,i,k}$..projektna vtisna trdnost lesa v N/mm,

d premer veznega sredstva v mm,

$M_{y,Rk}$..projektna vrednost momenta plastifikacije veznega sredstva v Nmm,

$\beta = \frac{f_{h,2,k}}{f_{h,1,k}}$...razmerje vtisnih trdnosti in

$F_{ax,Rk}$...izvlečna nosilnost veznega sredstva v N.

V praksi običajno izvlečno nosilnost veznega sredstva zanemarimo, s čimer smo na varni strani, saj so izračunane vrednosti nosilnosti v tem primeru nižje od dejanskih.

Razmerje med projektno in karakteristično nosilnostjo veznega sredstva pa določa naslednja enačba:

$$F_{v,Rd} = k_{\text{mod}} \frac{F_{v,Rk}}{\gamma_M}, \quad (23)$$

kjer je k_{mod} modifikacijski faktor, s katerim se upoštevata vpliv trajanja obtežbe in vsebnost vlage, γ_M pa je delni faktor lastnosti materiala.

Pri izbiri ustrezne dimenzije žebeljev pa moramo upoštevati več kriterijev.

Prvi kriterij je kriterij zabijalne globine. Skladno s standardom SIST EN 1995-1-1:2005 je minimalna zabijalna globina v sestavni element pod priključno ravnino odvisna od vrste žebnja. Za primer enostrižne zveze in uporabe gladkih žebeljev mora globina zabijanja izpolniti naslednji pogoj:

$$t_{pen} \geq 8d. \quad (24)$$

Drugi kriterij je kriterij debeline elementov. Običajno se potrebna debelina vgrajenega žebnja določa glede na debelino najtanjšega sestavnega elementa. Standard SIST EN 1995-1-1:2005 podaja razmerje med debelino žebnja d ter debelino najtanjšega elementa t v obliki:

$$t = \max \left\{ \begin{array}{l} 7d \\ (13d - 30) \frac{\rho_k}{400} \end{array} \right., \quad (25)$$

kjer debelina žebnja d in debelino elementa t podamo v mm, karakteristično gostoto lesa pa v kg/m^3 .

2.7 Kontrola pomikov

V skladu z določili standarda SIST EN-1995-1-1:2005 preverjamo tudi trenutne ter končne pomike obravnavane konstrukcije.

Trenutne pomike, označimo jih s u_{inst} , preverjamo pri karakteristični kombinaciji vplivov:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{0,i} Q_{k,i}, \quad (26)$$

kjer $G_{k,j}$ predstavlja stalne vplive, $Q_{k,1}$ predstavlja prevladujoči spremenljiv vpliv in $Q_{k,i} (i > 1)$ predstavlja druge spremenljive vplive zunanjih obtežb, ψ_0 pa je faktor za karakteristično vrednost spremenljivega vpliva. Za primer prostoležečega nosilca z razpetino l so omejitve trenutnega pomika $u_{inst} \leq l/300$ do $l/500$.

Končne pomike konstrukcije, označimo jih z u_{fin} , pa preverjamo pri navidezno-stalni kombinaciji in ob upoštevanju reoloških vplivov:

$$\sum_{j \geq l} G_{k,j} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}. \quad (27)$$

Za primer prostoležečega nosilca z razpetino l so omejitve končnega pomika $u_{fin} \leq l/150$ do $l/300$. Če je konstrukcija sestavljena iz elementov s podobnimi reološkimi lastnostmi in ob predpostavki linearne zveze med obtežbo in deformacijo konstrukcije lahko za račun končnega pomika uporabimo naslednjo poenostavitev:

$$u_{fin} = u_{fin,G} + u_{fin,Q_1} + u_{fin,Q_i}, \quad (28)$$

kjer je:

$$u_{fin,G} = u_{inst,G} (1 + k_{def}),$$

$$u_{fin,Q_1} = u_{inst,Q_1} (1 + \psi_{2,1} k_{def}) \text{ in}$$

$$u_{fin,Q_i} = u_{inst,Q_i} (1 + \psi_{2,i} k_{def}).$$

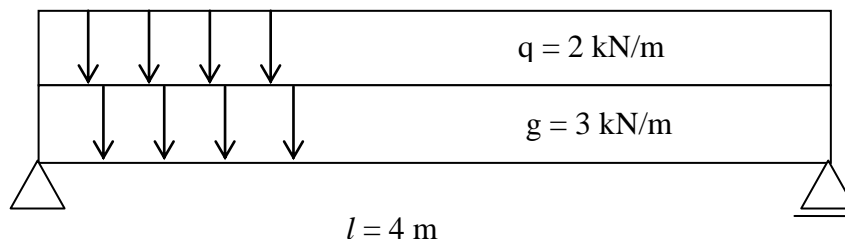
Pri tem je k_{def} deformacijski faktor in je odvisen od vrste lesa ter razreda uporabnosti, ψ_2 pa je faktor za navidezno stalno vrednost spremenljivega vpliva.

2.8 Računski primeri

V nadaljevanju prikazemo projektiranje prostoležečega in kontinuirnega dvoslojnega lesenega nosilca skladno s standardom SIST EN 1995-1-1:2005. Obravnavamo prostoležeči sestavljen nosilec s pravokotnim ter »T« prečnim prerezom ter sestavljen kontinuirni nosilec s pravokotnim prečnim prerezom.

Na sliki 1 in 2 prikazujemo računski model nosilcev ter upoštevano obtežbo. Pri projektiranju uporabimo program MICROSOFT EXCEL.

Obtežba sestavljenega prostoležečega nosilca



Slika 1. Prostoležeči nosilec

Obtežbo obravnavanega prostoležečega nosilca sestavljata:

- lastna teža (stalna obtežba);
- spremenljiva obtežba.

Skladno s standardom Evrokod moramo pri projektiranju glede na upoštevano obtežbo obravnavati dve mejni stanji:

- mejno stanje uporabnosti in
- mejno stanje nosilnosti.

Merodajna kombinacija vplivov za mejno stanje uporabnosti se določi z enačbo (26):

$$G_k + Q_{k,1},$$

kjer G_k predstavlja karakteristično vrednost stalne obtežbe konstrukcije, $Q_{k,1}$ pa karakteristično spremenljivo obtežbo konstrukcije.

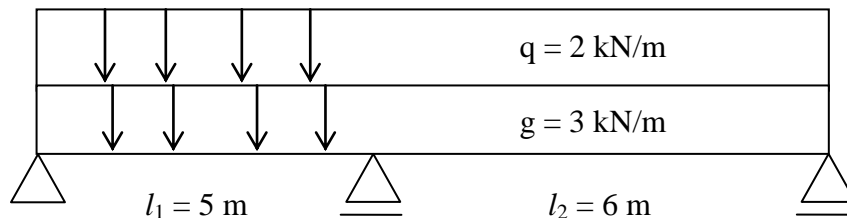
Merodajna kombinacija vplivov za mejno stanje nosilnosti pa določa enačba:

$$\gamma_G G_k + \gamma_Q Q_{k,1},$$

kjer sta $\gamma_G = 1,35$, $\gamma_Q = 1,5$.

V obravnavanih primerih je velikost stalne prečne linijske obtežbe $g_k = 3 \text{ kN/m}$, spremenljive prečne linijske obtežbe pa $q_{k,1} = 2 \text{ kN/m}$. Tako je za mejno stanje uporabnosti projektna obtežba nosilca $q_{d,ser} = g_k + q_{k,1} = 3 \text{ kN/m} + 2 \text{ kN/m} = 5 \text{ kN/m}$, za mejno stanje nosilnosti pa $q_d = 1,35 g_k + 1,5 q_{k,1} = 1,35 \cdot 3 \text{ kN/m} + 1,5 \cdot 2 \text{ kN/m} = 7,05 \text{ kN/m}$.

Obtežba sestavljenega kontinuirnega nosilca



Slika 2. Kontinuirni nosilec

Obtežbo obravnavanega kontinuirnega lesenega nosilca sestavljata:

- lastna teža (stalna obtežba);
- spremenljiva obtežba.

Skladno s standardom Evrokod moramo pri projektiranju glede na upoštevano obtežbo obravnavati dve mejni stanji:

- mejno stanje uporabnosti in
- mejno stanje nosilnosti.

Ker je kontinuirni nosilec sestavljen iz dveh polj, spremenljivo obtežbo razporedimo tako, da je njen vpliv neugoden. Tako tvorimo več obtežnih primerov.

Maksimalni upogibni moment v polju kontinuirnega nosilca:

Ker je drugo polje daljše od prvega, bo maksimalni moment nastopil v drugem polju. Zato v prvem polju upoštevamo le vpliv lastne obtežbe $q_{d,1,u}^I = 1,35g_k = 4,05 \text{ kN/m}$, v drugem pa kombinacijo obeh obtežb $q_{d,2,u}^I = 1,35g_k + 1,5q_k = 7,05 \text{ kN/m}$.

Minimalni upogibni moment ob vmesni podpori kontinuirnega nosilca:

Minimalni upogibni moment ob podpori nastopi, ko nosilec obremenimo z največjo možno obtežbo: $q_{d,2,u}^{II} = 1,35g_k + 1,5q_k = 7,05 \text{ kN/m}$.

Maksimalni prečni pomik kontinuirnega nosilca:

Maksimalni prečni pomik kontinuirnega nosilca nastopi v drugem, daljšem polju in sicer, ko. v prvem polju upoštevamo samo vpliv lastne obtežbe $q_{d,1,ser} = 3 \text{ kN/m}$, v drugem polju pa obe obtežbi $q_{d,2,ser} = 3 \text{ kN/m} + 2 \text{ kN/m} = 5 \text{ kN/m}$.

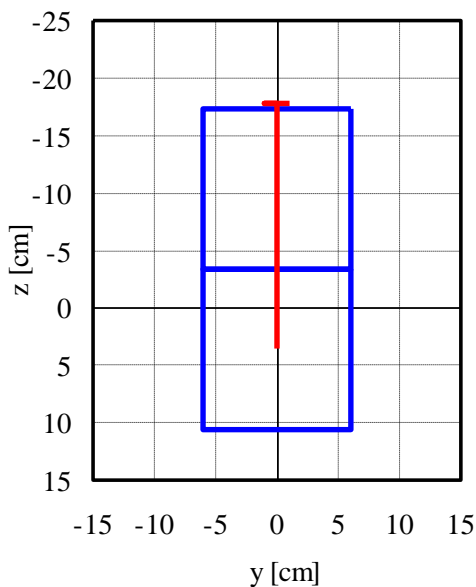
2.8.1 Prostoležeči nosilec pravokotnega prečnega prereza

Največje projektne obremenitve prostoležečega nosilca so:

$$M_{d,max} = \frac{q_d \cdot l^2}{8} = 14,1 \text{ kNm in} \quad (29)$$

$$V_{d,max} = \frac{q_d \cdot l}{2} = 14,1 \text{ kN.} \quad (30)$$

Geometrijski podatki ter mehanske karakteristike uporabljenega lesa:



Slika 3. Prečni prerez nosilca

Dimenzije sestavnih elementov: $h_1 = 14 \text{ cm}$, $h_2 = 14 \text{ cm}$, $b_1 = 12 \text{ cm}$, $b_2 = 12 \text{ cm}$.

Površini prečnih prerezov sestavnih elementov: $A_1 = 168 \text{ cm}^2$, $A_2 = 168 \text{ cm}^2$.

Les: trdnostni razred C30, projektne trdnosti lesa:

za tlak paralelno	$f_{c,0,d} = 1,415 \text{ kN/cm}^2$
za tlak pravokotno	$f_{c,90,d} = 0,351 \text{ kN/cm}^2$
za strig	$f_{v,d} = 0,185 \text{ kN/cm}^2$
za nateg	$f_{t,0,d} = 1,108 \text{ kN/cm}^2$
za upogib	$f_{m,d} = 1,846 \text{ kN/cm}^2$
	$f_{m,k} = 3 \text{ kN/cm}^2$

Elastični modul lesa	$E_{0,05} = 800 \text{ kN/cm}^2$
	$E_{0,\text{mean}} = 1200 \text{ kN/cm}^2$
Karakteristična gostota lesa	$\rho_{0,k} = 380 \text{ kg/m}^3$
Povprečna gostota lesa	$\rho_{\text{mean}} = 460 \text{ kg/m}^3$

Za vezna sredstva izberemo zabite žablje $d/l = 7/210 \text{ mm}$. Razdalja med posameznimi žablji je $e = 3 \text{ cm}$.

Nosilnost žablja:

Debelina lesa	$t_1 = 14 \text{ cm}$
Globina vtiskanja	$t_2 = 7 \text{ cm}$ - izvedemo kontrolo $t_2 > 8d = 5,6 \text{ cm}$
Vtisna trdnost lesa	$f_{h,k} = 1,74 \text{ kN/cm}^2$, $\beta = f_{h,2,k} / f_{h,1,k} = 1$
Natezna trdnost	$f_u = 600 \text{ Mpa}$
Moment plastifikacije žablja	$M_{y,Rk} = 2,835 \text{ kNcm}$

Za določitev karakteristične nosilnosti žebnja $F_{v,Rk}$ izračunamo nosilnost glede na vrsto porušitve. Merodajna je minimalna vrednost:

(a) = 17,03
(b) = 8,52
(c) = 6,65
(d) = 7,10
(e) = 3,90
(f) = 3,47

Torej: $F_{v,Rk} = 3,473$ kN. Izračunamo še $F_{v,Rd} = 2,137$ kN.

Koeficient podajnosti stika, oddaljenosti težišč ter vztrajnosti moment sestavljenega prereza:

$\gamma_{1,u} =$	0,349	$a_2 =$	3,62 cm	$I_{ef,u} =$	14010,4 cm ⁴	$a_1 =$	10,38 cm
$\gamma_{1,ser} =$	0,446	$a_2 =$	4,32 cm	$I_{ef,ser} =$	15643,2 cm ⁴	$a_1 =$	9,68 cm

Modul pomika:

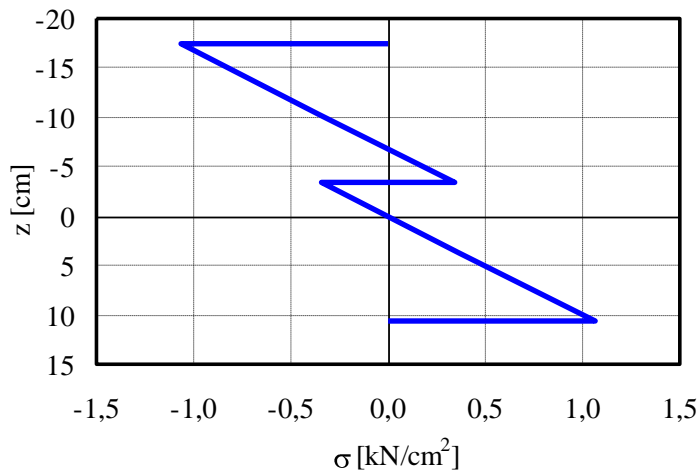
$$K_{ser} = 30,03 \text{ kN/cm}$$

$$K_u = 20,02 \text{ kN/cm}$$

Kontrola normalnih napetosti:

$$M_{d,max} = 14,10 \text{ kNm}$$

	z_i cm	$z_{ef,i}$ cm	σ_i [kN/cm ²]		kontrola	izkoriščenost %
(1)	-17,38	-10,62	-1,069	$\leq f_{m,d}$	OK	58
(2)	-10,38	-3,62	-0,365	$\leq f_{c,0,d}$	OK	26
(3)	-3,38	3,38	0,340	$\leq f_{m,d}$	OK	18
(4)	-3,38	-3,38	-0,340	$\leq f_{m,d}$	OK	18
(5)	3,62	3,62	0,365	$\leq f_{t,0,d}$	OK	33
(6)	10,62	10,62	1,069	$\leq f_{m,d}$	OK	58



Slika 4. Potek normalnih napetosti po prečnem prerezu na sredini razpona prostoležečega nosilca

Kontrola strižnih napetosti:

$V_{d,max} = 14,10 \text{ kN}$

$\tau_{d,max} \left[\frac{kN}{cm^2} \right]$	kontrola		izkoriščenost %
0,057	$\leq f_{v,d}$	OK	31

Kontrola nosilnosti veznih sredstev:

$F_{v,Rd} = 2,137 \text{ kN}$

$F_{1,d} \text{ kN}$	kontrola		izkoriščenost %
1,8	$\leq R_d$	OK	86

Kontrola pomikov:

trenutni

$u_{inst} \text{ cm}$	$l/400 \text{ cm}$	kontrola		izkoriščenost %
0,89	1	$\leq l/400$	OK	89

končni

$$k_{def} = 0,8$$

$$\psi_{2,1} = 0,3$$

u_{fin} cm	$l/200$ cm	kontrola		izkoriščenost %
1,40	2	$\leq l/200$	OK	70

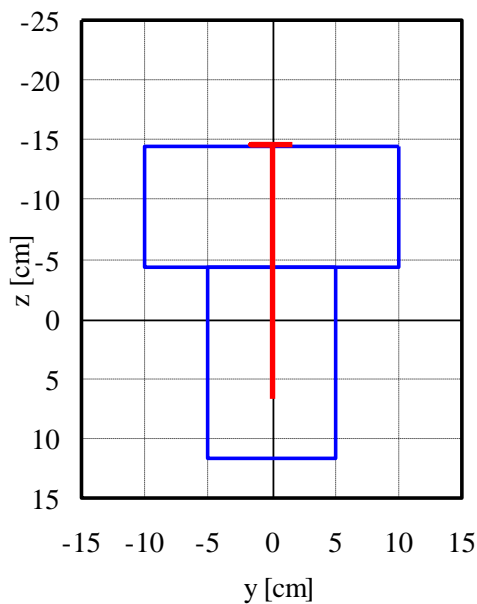
2.8.2 Prostoležeči nosilec prečnega prereza »T« oblike

Največje projektne obremenitve prostoležečega nosilca so:

$$M_{d,max} = 14,1 \text{ kNm in}$$

$$V_{d,max} = 14,1 \text{ kN.}$$

Geometrijski podatki ter mehanske karakteristike uporabljenega lesa:



Slika 5. Prečni prerez nosilca

Dimenzije sestavnih elementov: $h_1 = 10 \text{ cm}$, $h_2 = 16 \text{ cm}$, $b_1 = 20 \text{ cm}$, $b_2 = 10 \text{ cm}$.

Površini prečnih prerezov sestavnih elementov: $A_1 = 200 \text{ cm}^2$, $A_2 = 160 \text{ cm}^2$.

Les: trdnostni razred C30, projektne trdnosti lesa:

za tlak paralelno	$f_{c,0,d} = 1,415 \text{ kN/cm}^2$
za tlak pravokotno	$f_{c,90,d} = 0,351 \text{ kN/cm}^2$
za strig	$f_{v,d} = 0,185 \text{ kN/cm}^2$
za nateg	$f_{t,0,d} = 1,108 \text{ kN/cm}^2$
za upogib	$f_{m,d} = 1,846 \text{ kN/cm}^2$
	$f_{m,k} = 3 \text{ kN/cm}^2$

Elastični modul lesa	$E_{0,05} = 800 \text{ kN/cm}^2$
	$E_{0,\text{mean}} = 1200 \text{ kN/cm}^2$
Karakteristična gostota lesa	$\rho_{0,k} = 380 \text{ kg/m}^3$
Povprečna gostota lesa	$\rho_{\text{mean}} = 460 \text{ kg/m}^3$

Za vezna sredstva izberemo zabite žablje $d/l = 7/210$ mm. Razdalja med posameznimi žablji je $e = 3$ cm.

Nosilnost žablja:

Debelina lesa	$t_1 = 10 \text{ cm}$
Globina vtiskanja	$t_2 = 11 \text{ cm}$ - izvedemo kontrolo $t_2 > 8d = 5,6 \text{ cm}$
Vtisna trdnost lesa	$f_{h,k} = 1,74 \text{ kN/cm}^2$, $\beta = f_{h,2,k} / f_{h,1,k} = 1$
Natezna trdnost	$f_u = 600 \text{ Mpa}$
Moment plastifikacije žablja	$M_{y,Rk} = 2,835 \text{ kNcm}$

Za določitev karakteristične nosilnosti žebnja $F_{v,Rk}$ izračunamo nosilnost glede na vrsto porušitve. Merodajna je minimalna vrednost:

(a) = 12,17
(b) = 13,38
(c) = 6,10
(d) = 5,23
(e) = 5,69
(f) = 3,47

Torej: $F_{v,Rk} = 3,473$ kN. Izračunamo še $F_{v,Rd} = 2,137$ kN.

Koeficient podajnosti stika, oddaljenost težišč ter vztrajnostni moment sestavljenega prereza:

$\gamma_{1,u} =$	0,311	$a_2 =$	3,64 cm	$I_{ef,u} =$	12643,7 cm ⁴	$a_1 =$	9,36 cm
$\gamma_{1,ser} =$	0,403	$a_2 =$	4,36 cm	$I_{ef,ser} =$	14143,8 cm ⁴	$a_1 =$	8,64 cm

Modul pomika:

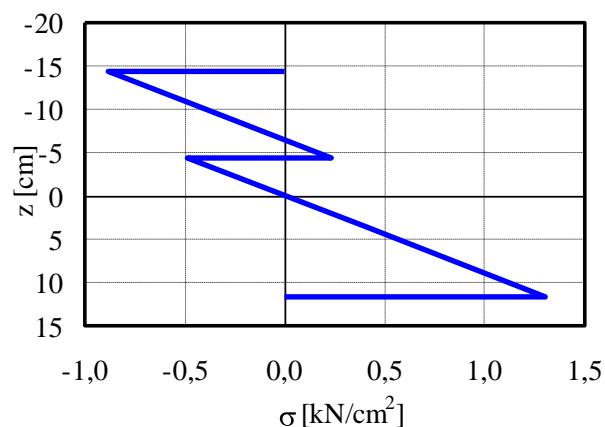
$$K_{ser} = 30,03 \text{ kN/cm}$$

$$K_u = 20,02 \text{ kN/cm}$$

Kontrola normalnih napetosti:

$$M_{d,max} = 14,10 \text{ kNm}$$

	z_i cm	$z_{ef,i}$ cm	σ_i [kN / cm ²]	kontrola		izkoriščenost %
(1)	-14,36	-7,91	-0,882	$\leq f_{m,d}$	OK	48
(2)	-9,36	-2,91	-0,324	$\leq f_{c,0,d}$	OK	23
(3)	-4,36	2,09	0,233	$\leq f_{m,d}$	OK	13
(4)	-4,36	-4,36	-0,487	$\leq f_{m,d}$	OK	26
(5)	3,64	3,64	0,406	$\leq f_{t,0,d}$	OK	37
(6)	11,64	11,64	1,298	$\leq f_{m,d}$	OK	70



Slika 6. Potek normalnih napetosti po prečnem prerezu na sredini razpona prostoležečega nosilca

Kontrola strižnih napetosti:

$$V_{d,max} = 14,10 \text{ kN}$$

$\tau_{d,max} \left[\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \right]$	kontrola		izkoriščenost %
0,076	$\leq f_{v,d}$	OK	41

Kontrola nosilnosti veznih sredstev:

$$F_{v,Rd} = 2,137 \text{ kN}$$

$F_{1,d} \text{ kN}$	kontrola		izkoriščenost %
1,9	$\leq R_d$	OK	91

Kontrola pomikov:

trenutni

$u_{inst} \text{ cm}$	$l/400 \text{ cm}$	kontrola		izkoriščenost %
0,98	1	$\leq l/400$	OK	98

končni

$$k_{def} = 0,8$$

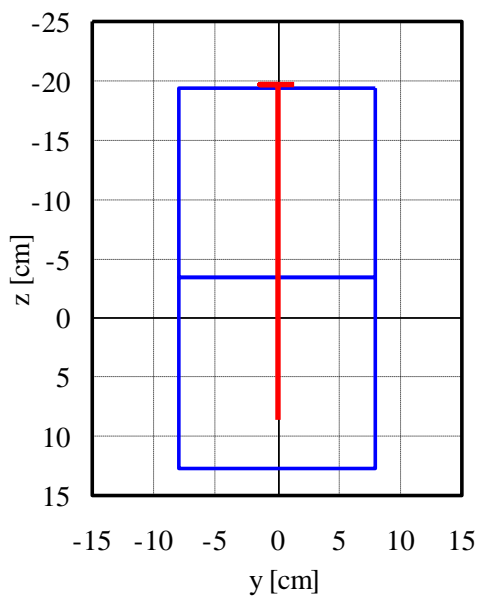
$$\psi_{2,1} = 0,3$$

u_{fin} cm	$l/200$ cm	kontrola		izkoriščenost %
1,55	2	$\leq l/200$	OK	77

2.8.3 Kontinuirni nosilec pravokotnega prečnega prereza ($l^* = 0,8 l_2$)

Pri računu koeficienta podajnosti γ_1 in γ_3 upoštevamo za efektivno dolžino vrednost $0,8 l_2$, kjer je l_2 razpetina drugega polja.

Geometrijski podatki ter mehanske karakteristike uporabljenega lesa:



Slika 7. Prečni prerez nosilca

Dimenzije sestavnih elementov: $h_1 = 16$ cm, $h_2 = 16$ cm, $b_1 = 16$ cm, $b_2 = 16$ cm.

Površini prečnih prerezov sestavnih elementov: $A_1 = 256$ cm², $A_2 = 256$ cm².

Les: trdnostni razred C30, projektne trdnosti lesa:

za tlak paralelno	$f_{c,0,d} = 1,415 \text{ kN/cm}^2$
za tlak pravokotno	$f_{c,90,d} = 0,351 \text{ kN/cm}^2$
za strig	$f_{v,d} = 0,185 \text{ kN/cm}^2$
za nateg	$f_{t,0,d} = 1,108 \text{ kN/cm}^2$
za upogib	$f_{m,d} = 1,846 \text{ kN/cm}^2$
	$f_{m,k} = 3 \text{ kN/cm}^2$

Elastični modul lesa	$E_{0,05} = 800 \text{ kN/cm}^2$
	$E_{0,\text{mean}} = 1200 \text{ kN/cm}^2$
Karakteristična gostota lesa	$\rho_{0,k} = 380 \text{ kg/m}^3$
Povprečna gostota lesa	$\rho_{\text{mean}} = 460 \text{ kg/m}^3$

Za vezna sredstva izberemo zabite žeblice $d/l = 8/280 \text{ mm}$. Razdalja med posameznimi žeblici je $e = 2,5 \text{ cm}$.

Nosilnost žablja:

Debelina lesa	$t_1 = 16 \text{ cm}$
Globina vtiskanja	$t_2 = 12 \text{ cm}$ - izvedemo kontrolo $t_2 > 8d = 6,4 \text{ cm}$
Vtisna trdnost lesa	$f_{h,k} = 1,67 \text{ kN/cm}^2$, $\beta = f_{h,2,k} / f_{h,1,k} = 1$
Natezna trdnost	$f_u = 600 \text{ Mpa}$
Moment plastifikacije žablja	$M_{y,Rk} = 4,011 \text{ kNcm}$

Za določitev karakteristične nosilnosti žebnja $F_{v,Rk}$ izračunamo nosilnost glede na vrsto porušitve. Merodajna je minimalna vrednost:

(a) = 21,37
(b) = 16,03
(c) = 9,06
(d) = 8,90
(e) = 6,85
(f) = 4,33

Torej: $F_{v,Rk} = 4,330$ kN. Izračunamo še $F_{v,Rd} = 2,664$ kN.

Koeficient podajnosti stika, oddaljenost težišč ter vztrajnostni moment sestavljenega prereza pri $l^* = 0,8 l_2$:

$\gamma_{1,u} =$	0,410	$a_2 =$	4,65 cm	$I_{ef,u} =$	29984,7 cm ⁴	$a_1 =$	11,35 cm
$\gamma_{1,ser} =$	0,511	$a_2 =$	5,41 cm	$I_{ef,ser} =$	33073,0 cm ⁴	$a_1 =$	10,59 cm

Modul pomika:

$$K_{ser} = 34,32 \text{ kN/cm}$$

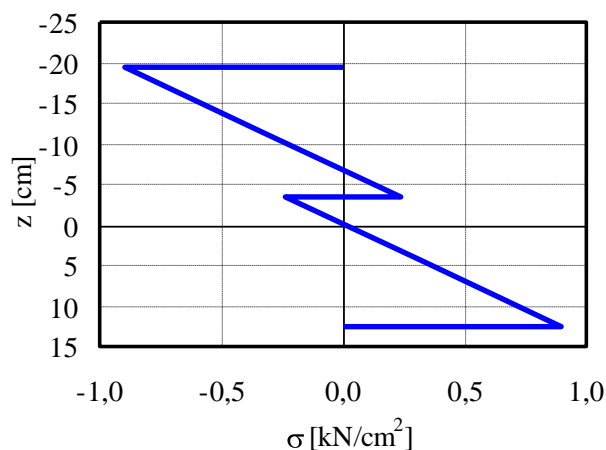
$$K_u = 22,88 \text{ kN/cm}$$

Kontrola normalnih napetosti v polju 2:

$$M_{d,max} = 21,24 \text{ kNm}$$

	z_i cm	$z_{ef,i}$ cm	σ_i [kN/cm ²]	kontrola		izkoriščenost %
(1)	-19,35	-12,65	-0,897	$\leq f_{m,d}$	OK	49
(2)	-11,35	-4,65	-0,330	$\leq f_{c,0,d}$	OK	23
(3)	-3,35	3,35	0,237	$\leq f_{m,d}$	OK	13
(4)	-3,35	-3,35	-0,237	$\leq f_{m,d}$	OK	13

(5)	4,65	4,65	0,330	$\leq f_{t,0,d}$	OK	30
(6)	12,65	12,65	0,897	$\leq f_{m,d}$	OK	49

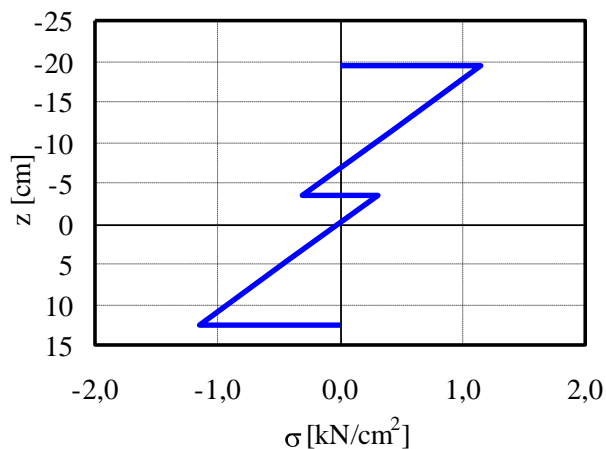


Slika 8 Potek napetosti po prečnem prerezu na mestu maksimalnega upogibnega momenta v polju 2

Kontrola normalnih napetosti ob vmesni podpori:

$$M_{d,\min} = -27,32 \text{ kNm}$$

	z_i cm	$z_{ef,i}$ cm	σ_i [kN/cm ²]	kontrola		izkoriščenost %
(1)	12,65	12,65	1,153	$\leq f_{m,d}$	OK	62
(2)	4,65	4,65	0,424	$\leq f_{t,0,d}$	OK	38
(3)	-3,35	-3,35	-0,305	$\leq f_{m,d}$	OK	17
(4)	-3,35	3,35	0,305	$\leq f_{m,d}$	OK	17
(5)	-11,35	-4,65	-0,424	$\leq f_{c,0,d}$	OK	30
(6)	-19,35	-12,65	-1,153	$\leq f_{m,d}$	OK	62



Slika 9. Potek napetosti po prečnem prerezu ob vmesni podpori

Kontrola strižnih napetosti ob vmesni podpori:

$$V_{d,max} = 25,70 \text{ kN}$$

$\tau_{d,max} \left[\frac{kN}{cm^2} \right]$	kontrola		izkoriščenost %
0,069	$\leq f_{v,d}$	OK	37

Kontrola nosilnosti veznih sredstev:

$$F_{v,Rd} = 2,664 \text{ kN}$$

$F_{1,d} \text{ kN}$	kontrola		izkoriščenost %
2,55	$\leq R_d$	OK	96

Kontrola pomikov:

trenutni

$u_{inst} \text{ cm}$	$l/400 \text{ cm}$	kontrola		izkoriščenost %
1,19	1,5	$\leq l/400$	OK	79

končni

$$k_{def} = 0,8$$

$$\psi_{2,1} = 0,3$$

u_{fin} cm	$l/200$ cm	kontrola		izkoriščenost %
1,82	3	$\leq l/200$	OK	61

2.8.4 Kontinuirni nosilec pravokotnega prečnega prereza ($l^* = 2,84$ m):

Geometrijski in materialni podatki sestavljenega nosilca so enaki kot pri prejšnjem primeru. Pri računu koeficienta podajnosti γ_1 in γ_3 sedaj upoštevamo za efektivno dolžino vrednost 2,84 m, to je razdalja med ničelnimi momentnimi točkami ob vmesni podpori.

Koeficient podajnosti stika, oddaljenost težišč ter vztrajnostni moment sestavljenega prereza pri $l^* = 2,84$ m:

$\gamma_{1,u} =$	0,196	$a_2 =$	2,62 cm	$I_{ef,u} =$	21660,9 cm ⁴	$a_1 =$	13,38 cm
$\gamma_{1,ser} =$	0,268	$a_2 =$	3,38 cm	$I_{ef,ser} =$	24762,4 cm ⁴	$a_1 =$	12,62 cm

Modul pomika:

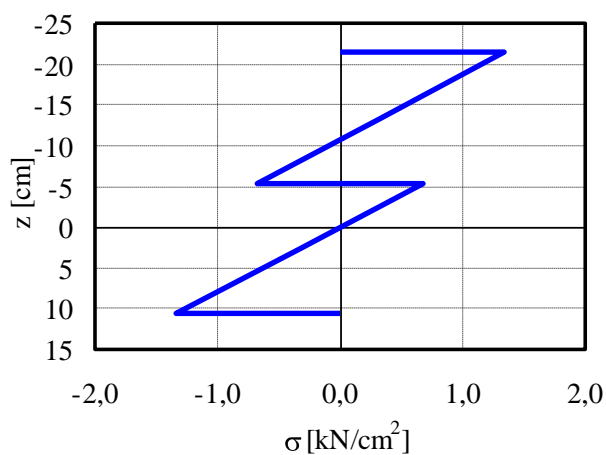
$$K_{ser} = 34,32 \text{ kN/cm}$$

$$K_u = 22,88 \text{ kN/cm}$$

Kontrola normalnih napetosti ob podpori:

$$M_{d,min} = -27,32 \text{ kNm}$$

	z_i cm	$z_{ef,i}$ cm	σ_i [kN/cm ²]	kontrola		izkoriščenost %
(1)	10,62	10,62	1,340	$\leq f_{m,d}$	OK	73
(2)	2,62	2,62	0,331	$\leq f_{t,0,d}$	OK	30
(3)	-5,38	-5,38	-0,678	$\leq f_{m,d}$	OK	37
(4)	-5,38	5,38	0,678	$\leq f_{m,d}$	OK	37
(5)	-13,38	-2,62	-0,331	$\leq f_{c,0,d}$	OK	23
(6)	-21,38	-10,62	-1,340	$\leq f_{m,d}$	OK	73



Slika 10. Potek napetosti po prečnem prerezu ob vmesni podpori

Kontrola strižnih napetosti ob podpori:

$V_{d,max} = 25,70 \text{ kN}$

$\tau_{d,max} \left[\frac{kN}{cm^2} \right]$	kontrola		izkoriščenost %
0,067	$\leq f_{v,d}$	OK	36

Kontrola nosilnosti veznih sredstev ob podpori:

$F_{v,Rd} = 2,664 \text{ kN}$

$F_{1,d} \text{ kN}$	kontrola		izkoriščenost %
1,99	$\leq R_d$	OK	75

Kontrola pomikov:

trenutni

u_{inst} cm	$l/400$ cm	kontrola		izkoriščenost %
1,59	1,5	$\leq l/400$	popravi	106

končni

$$k_{def} = 0,8$$

$$\psi_{2,1} = 0,3$$

u_{fin} cm	$l/200$ cm	kontrola		izkoriščenost %
2,43	3	$\leq l/200$	OK	81

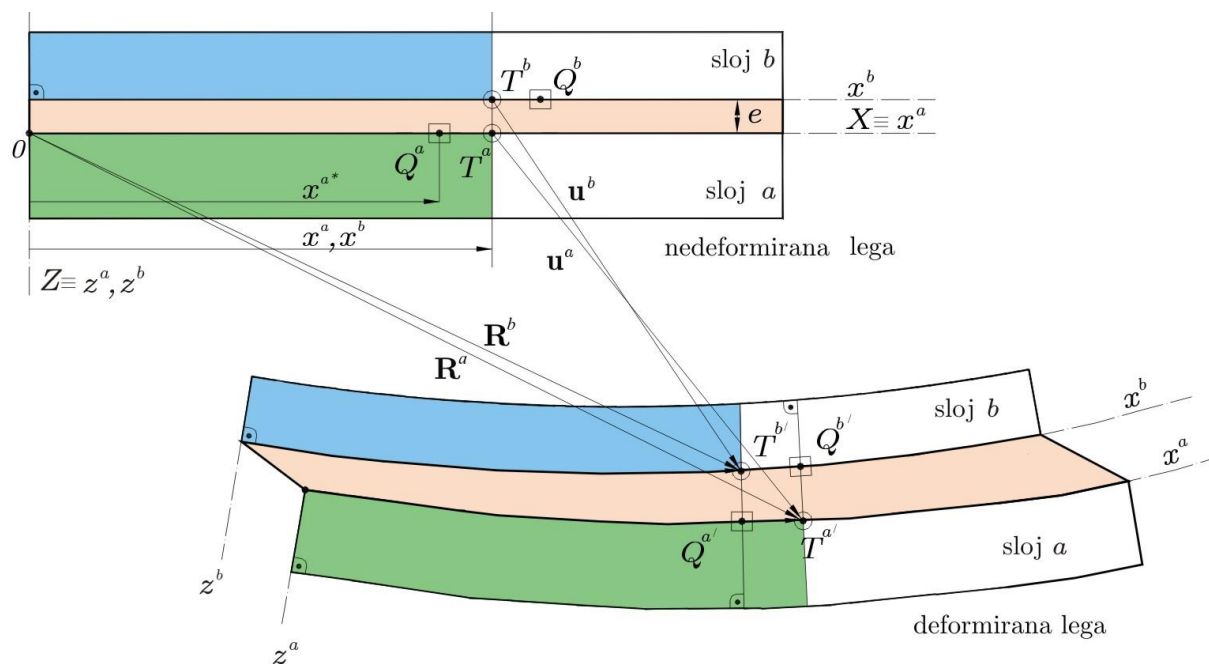
3. Nelinearna analiza dvoslojnega lesenega nosilca z upoštevanjem zdrsa in razmika

3.1 Osnovne enačbe dvoslojnega lesenega nosilca

Statično ravnotežje dvoslojnega lesenega nosilca je določeno s sistemom kinematičnih, ravnotežnih in konstitutivnih enačb s pripadajočimi statičnimi in kinematičnimi robnimi pogoji. Interakcija med slojema dvoslojnega lesenega nosilca pa je zagotovljena s pripadajočimi veznimi enačbami.

3.1.1 Kinematične, ravnotežne in konstitutivne enačbe

Obravnavamo ravninski, materialno nelinearen sestavljen lesen nosilec z dolžino L .



Slika 11. Nedeformirana in deformirana lega dvoslojnega lesenega nosilca.

Pri izpeljavi osnovnih enačb privzamemo, da so deformacije vsakega sestavnega elementa sloja obravnavanega nosilca majhne, zato lahko upoštevamo geometrijsko linearen model nosilca. Nosilec se deformira v (X, Z) ravnini fiksnega Kartezijskega koordinatnega sistema

(X, Y, Z) s pravokotnimi baznimi vektorji \mathbf{e}_X , \mathbf{e}_Y , \mathbf{e}_Z . Pri tem velja, da je $\mathbf{e}_Y = \mathbf{e}_Z \times \mathbf{e}_X$. Upoštevamo, da referenčna os nedeformiranega dvoslojnega lesenega nosilca sovpada s prostorsko koordinatno osjo X .

Deformirani legi referenčnih osi obeh slojev sta definirani z enačbama

$$\begin{aligned}\mathbf{R}^a &= x^a \mathbf{e}_X + \mathbf{u}^a = (x^a + u^a) \mathbf{e}_X + w^a \mathbf{e}_Z, \\ \mathbf{R}^b &= x^b \mathbf{e}_X + \mathbf{u}^b = (x^b + u^b) \mathbf{e}_X + w^b \mathbf{e}_Z,\end{aligned}\tag{31}$$

kjer \bullet^a in \bullet^b predstavljajo količine, ki pripadajo sloju a in sloju b . V enačbah (31) predstavljajo funkcije u^a in w^a komponenti vektorja pomika v smeri koordinatnih osi X in Z sloja a . Podobno pripadata sloju b komponenti pomika u^b in w^b . Materialne koordinate obeh slojev označimo z x^a , y^a , z^a in x^b , y^b , z^b (Slika 11).

Za vsak sloj sestavljenega lesenega nosilca privzamemo Bernoullijevo hipotezo o ravnih prečnih prerezih, t.j. ravni prečni prerezi vsakega sloja v nedefinirani legi ostanejo ravni in pravokotni na deformirano referenčno os. Zanimarimo tudi vpliv strižnih deformacij. Za oba sloja izpeljemo naslednje kinematične enačbe:

$$\begin{aligned}u^{a'} - \varepsilon^a &= 0, & u^{b'} - \varepsilon^b &= 0, \\ w^{a'} + \varphi^a &= 0, & w^{b'} + \varphi^b &= 0, \\ \varphi^{a'} + \kappa^a &= 0, & \varphi^{b'} + \kappa^b &= 0,\end{aligned}\tag{32}$$

kjer ε^a in ε^b predstavljata osne deformacije referenčnih osi, κ^a in κ^b sta pseudoukrivljenosti, φ^a in φ^b pa sta zasuka osi sloja a in b .

Zaradi Bernoullijeve predpostavke so osne deformacije poljubnega materialnega vlakna sloja a in b glede na materialni koordinati z^a in z^b linearne:

$$\begin{aligned}D^a &= \varepsilon^a + z^a \kappa^a, \\ D^b &= \varepsilon^b + z^b \kappa^b.\end{aligned}\tag{33}$$

Z ravnotežnimi enačbami povežemo osne sile N^a, N^b , prečne sile Q^a, Q^b in upogibne momente M^a, M^b dvoslojnega lesenega nosilca s porazdeljeno zunanjo obtežbo $p_x^a, p_x^b, p_z^a, p_z^b, m_y^a, m_y^b$:

$$\begin{aligned}
 N^{a'} + p_x^a + p_t^a &= 0, & N^{b'} + p_x^b + p_t^b &= 0, \\
 Q^{a'} + p_z^a + p_n^a &= 0, & Q^{b'} + p_z^b + p_n^b &= 0, \\
 M^{a'} - Q^a + m_y^a &= 0, & M^{b'} - Q^b + m_y^b &= 0,
 \end{aligned} \tag{34}$$

kjer so p_t^a, p_t^b in p_n^a, p_n^b komponente vektorja kontaktne obtežbe, ki deluje na stiku med slojema.

Naslednji sklop enačb predstavljajo konstitutivne enačbe. Štiri konstitutivne enačbe preko vzdolžnih deformacij poljubnega materialnega vlakna D^a ali D^b tvorijo zveze med posplošenimi ravnotežnimi notranjimi silami N^a, N^b, M^a, M^b in posplošenimi konstitutivnimi notranjimi silami $N_c^a, N_c^b, M_c^a, M_c^b$:

$$\begin{aligned}
 N^a &= N_c^a = \int_{A^a} \sigma^a(D^a) dA, \\
 N^b &= N_c^b = \int_{A^b} \sigma^b(D^b) dA, \\
 M^a &= M_c^a = \int_{A^a} z^a \sigma^a(D^a) dA, \\
 M^b &= M_c^b = \int_{A^b} z^b \sigma^b(D^b) dA.
 \end{aligned} \tag{35}$$

Konstitutivne enačbe $N_c^a, N_c^b, M_c^a, M_c^b$ so odvisne od izbranega materialnega modela. Definiramo jih z zvezama $\sigma^a = \sigma^a(D^a)$ in $\sigma^b = \sigma^b(D^b)$ in jih določimo na osnovi eksperimentov. Pripadajoči statični in kinematični robni pogoji so:

$$x^a, x^b = 0:$$

$$\begin{aligned} N^a \ 0 + S_1^a &= 0, & N^b \ 0 + S_1^b &= 0, \\ Q^a \ 0 + S_2^a &= 0, & Q^b \ 0 + S_2^b &= 0, \\ M^a \ 0 + S_3^a &= 0, & M^b \ 0 + S_3^b &= 0, \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} u^a \ 0 &= u_1^a, & u^b \ 0 &= u_1^b, \\ w^a \ 0 &= u_2^a, & w^b \ 0 &= u_2^b, \\ \varphi^a \ 0 &= u_3^a, & \varphi^b \ 0 &= u_3^b, \end{aligned} \quad (37)$$

$$x^a, x^b = L:$$

$$\begin{aligned} -N^a \ L + S_4^a &= 0, & -N^b \ L + S_4^b &= 0, \\ -Q^a \ L + S_5^a &= 0, & -Q^b \ L + S_5^b &= 0, \\ -M^a \ L + S_6^a &= 0, & -M^b \ L + S_6^b &= 0, \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} u^a \ L &= u_4^a, & u^b \ L &= u_4^b, \\ w^a \ L &= u_5^a, & w^b \ L &= u_5^b, \\ \varphi^a \ L &= u_6^a, & \varphi^b \ L &= u_6^b. \end{aligned} \quad (39)$$

V zgornjih enačbah predstavljajo u_i^a in u_i^b $i=1,\dots,6$ predpisane posplošene robne pomike, medtem ko so S_i^a in S_i^b $i=1,\dots,6$ predpisane posplošene robne sile na robovih $x^a = x^b = 0$ in $x^a = x^b = L$ sloja a in sloja b .

3.1.2 Vezne enačbe

Pri izpeljavi veznih enačb dvoslojnega lesenega nosilca predpostavimo, da lahko sloja med deformiranjem zdrsneta eden po drugem, lahko pa se tudi razmakneta oz. vtisneta (v nadaljevanju razmikanje in vtiskanje slojev označimo s skupnim izrazom razmik) eden v

drugega. Če sta sloja nosilca veliko bolj toga kot vezna sredstva ali če sploh nista medsebojno povezana, lahko pride do opaznega zdrsa in razmika na stiku slojev. Če sta sloja dvoslojnega nosilca približno tako toga kot vezna sredstva oz., če je en sloj opazno mehkejši od drugega, sta zdrs in razmik majhna in ju lahko pripišemo tankemu vmesnemu sloju.

S tem namenom definiramo v diplomski nalogi zdrs in razmik kot povprečen zdrs in povprečen razmik tankega vmesnega sloja z debelino e (Slika 12). Ta dejansko predstavlja bolj računsko kot pa dejansko geometrijsko lastnost dvoslojnega nosilca in je odvisen od lastnosti slojev in veznih sredstev. Lastnosti vmesnega sloja lahko določimo s posebej zasnovanim eksperimentom. V nadaljevanju privzamemo nelinearen konstitucijski zakon stika tako v vzdolžni kot tudi v prečni smeri. Izkaže se, da je vpeljava zdrsa in razmika fizikalno upravičena in predstavlja dodatna materialna parametra predstavljenega matematičnega modela.

Z vpeljavo veznih enačb na stiku dvoslojnega nosilca povežemo sloje sestavljenega nosilca v enovit kompozitni nosilec (Slika 11):

$$\mathbf{R}^a \left(T^{a'} \right) - d^a \mathbf{e}_n^a = \mathbf{R}^b \left(Q^{b'} \right), \quad (40)$$

kjer \mathbf{e}_n^a predstavlja enotski vektor, ki deluje pravokotno na kontaktno površino sloja a v točki $T^{a'}$. Koordinata x^{b*} predstavlja materialno, nedeformirano koordinato delca Q^b sloja b , ki je v deformirani legi v kontaktu z delcem T^a sloja a s koordinato x^a . Koordinate z^{sa} in z^{sb} predstavljajo pravokotne koordinate (oddaljenosti) točk T^a in Q^b od ustrezne referenčne osi sloja. Z upoštevanjem predpostavke o majhnih zdrsih, dobi enačba (40) v komponenti naslednjo obliko:

$$x + u^a + e\varphi^a = x^{b*} + u^b, \quad (41)$$

$$w^a - d^a = w^b, \quad (42)$$

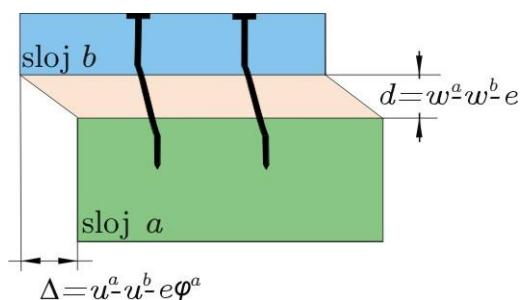
kjer je $d^a = d + e$. Parameter d označuje razmik na kontaktu slojev in ga izračunamo z enačbo (43):

$$d = w^a - w^b - e. \quad (43)$$

Zdrs, ki nastane med delcema, ki sovpadata v nedeformirani legi, označimo z Δ . Zvezo med Δ in osnovnimi kinematičnimi količinami dvoslojnega nosilca lahko zapišemo z enačbo (44)

$$\Delta = u^a - u^b + e\varphi^a. \quad (44)$$

Geometrijski pomen razmika d in zdrsa Δ je predstavljen na sliki 12.



Slika 12. Geometrijski pomen zdrsa Δ in razmika d .

Togost stika je odvisna od materialnih lastnosti slojev nosilca in konstrukcijskih detajlov stika. Konstitutivne enačbe stika v našem matematičnem modelu so definirane z enačbama:

$$\begin{aligned} p_t^a &= -p_t^b = F \Delta, \\ p_n^a &= -p_n^b = G d. \end{aligned} \quad (45)$$

Za podano zunanjo obtežbo, enačbe (32)-(35), (41), (43)-(45) predstavljajo sistem 23 enačb za 23 neznanih funkcij $u^a(x^a)$, $u^b(x^b)$, $w^a(x^a)$, $w^b(x^b)$, $\varphi^a(x^a)$, $\varphi^b(x^b)$, $\varepsilon^a(x^a)$, $\varepsilon^b(x^b)$,

$\kappa^a(x^a)$, $\kappa^b(x^b)$, $N^a(x^a)$, $N^b(x^b)$, $Q^a(x^a)$, $Q^b(x^b)$, $M^a(x^a)$, $M^b(x^b)$, $\Delta(x^a)$, $d(x^a)$,
 $p_i^a(x^a)$, $p_i^b(x^b)$, $p_n^a(x^a)$, $p_n^b(x^b)$ in $x^{b*}(x^a)$ s pripadajočimi robnimi pogoji (36)-(39).

3.2 Formulacija končnih elementov

Analitična rešitev za določitev napetostnega in deformacijskega stanja dvoslojnega lesenega nosilca je mogoča samo v primeru linearnega materialnega modela slojev in linearnega konstitutivnega modela na stiku slojev (Adekola (1968), Robinson and Naraine (1988), Kroflič (2008)). V nasprotnem primeru je sistem enačb rešljiv samo z numeričnimi metodami, najpogosteje z metodo končnih elementov.

Predstavljena numerična metoda temelji na izpeljavi deformacijskih končnih elementov. Izpeljava deformacijskih končnih elementov je zasnovana na modificiranem principu o virtualnem delu. Glavni cilj predstavitve modificiranega principa o virtualnem delu je vpeljava deformacij kot edinih neznank sistema enačb. Vsi ostali neznani parametri so vključeni v funkcionalu le kot robne vrednosti. Modificiran izrek o virtualnem delu predstavlja izraz:

$$\begin{aligned}
 \delta W^* &= \delta W^{a*} + \delta W^{b*} = \\
 &\int_0^L \left((N_c^a - N^a) \delta \varepsilon^a + (M_c^a - M^a) \delta \kappa^a \right) dx^a + \\
 &+ u^a L - u^a 0 - \int_0^L \varepsilon^a d\xi \delta N^a(0) + \\
 &+ w^a L - w^a 0 + \int_0^L \varphi^a d\xi \delta Q^a(0) + \\
 &+ \varphi^a L - \varphi^a 0 - \int_0^L \kappa^a d\xi \delta M^a 0 + \\
 &+ -S_1^a - N^a 0 \delta u^a 0 + -S_2^a - Q^a 0 \delta w^a 0 + \\
 &+ -S_3^a - M^a 0 \delta \varphi^a 0 + -S_4^a + N^a L \delta u^a L + \\
 &+ -S_5^a + Q^a L \delta w^a L + \left(-S_6^a + M^a L \right) \delta \varphi^a L
 \end{aligned} \tag{46}$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_0^L \left((N_c^b - N^b) \delta \varepsilon^b + (M_c^b - M^b) \delta \kappa^b \right) dx^b + \\
 & + u^b L - u^b 0 - \int_0^L \varepsilon^b d\xi \delta N^b 0 + \\
 & + w^b L - w^b 0 + \int_0^L \varphi^b d\xi \delta Q^b 0 + \\
 & + \varphi^b L - \varphi^b 0 - \int_0^L \kappa^b d\xi \delta M^b 0 + \\
 & + -S_1^b - N^b 0 \delta u^b 0 + -S_2^b - Q^b 0 \delta w^b 0 + \\
 & + -S_3^b - M^b 0 \delta \varphi^b 0 + -S_4^b + N^b L \delta u^b L + \\
 & + -S_5^b + Q^b L \delta w^b L + -S_6^b + M^b L \delta \varphi^b L .
 \end{aligned}$$

Edine neznanke problema so deformacije $\varepsilon^a(x)$, $\varepsilon^b(x)$, $\kappa^a(x)$ in $\kappa^b(x)$, posplošene statične robne količine $N^a(0)$, $Q^a(0)$, $M^a(0)$, $N^b(0)$, $Q^b(0)$, $M^b(0)$ in robne kinematične količine $u^a(0)$, $u^a(L)$, $w^a(0)$, $w^a(L)$, $\varphi^a(0)$, $\varphi^a(L)$, $u^b(0)$, $u^b(L)$, $w^b(0)$, $w^b(L)$, $\varphi^b(0)$ in $\varphi^b(L)$. Osnovno deformacijo, ε^a , sloja a , osnovno deformacijo, ε^b , sloja b in pseudoukrivljenosti, κ^a in κ^b , interpoliramo z Lagrangevimi polinomi L_m $m=1,2,\dots,M$ enakega reda $(M-1)$:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon^a(x) &= \sum_{m=1}^M L_m(x) \varepsilon_m^a, \\
 \varepsilon^b(x) &= \sum_{m=1}^M L_m(x) \varepsilon_m^b, \\
 \kappa^a(x) &= \sum_{m=1}^M L_m(x) \kappa_m^a, \\
 \kappa^b(x) &= \sum_{m=1}^M L_m(x) \kappa_m^b.
 \end{aligned} \tag{47}$$

Privzamemo, da so interpolacijske točke ekvidistantne. Oznake ε_m^a , ε_m^b , κ_m^a in κ_m^b predstavljajo vozliščne vrednosti osnih deformacij in pseudoukrivljenosti. Ko vstavimo interpolirane deformacije v modificirani princip o virtualnem delu (46), dobimo sistem diskretnih posplošenih ravnotežnih enačb dvoslojnega lesenega nosilca z upoštevanjem zdrsa in razmika na stiku slojev:

$$\begin{aligned}
 g_i &= \int_0^L (N_c^a - N^a) L_i d\xi = 0, & i = 1, \dots, M \\
 g_{M+i} &= \int_0^L (N_c^b - N^b) L_i d\xi = 0, & i = 1, \dots, M \\
 g_{2M+i} &= \int_0^L (M_c^a - M^a) L_i d\xi = 0, & i = 1, \dots, M \\
 g_{3M+i} &= \int_0^L (M_c^b - M^b) L_i d\xi = 0, & i = 1, \dots, M \\
 g_{4M+1} &= u^a L - u^a 0 - \int_0^L \varepsilon^a d\xi = 0, \\
 g_{4M+2} &= w^a L - w^a 0 - \int_0^L \varphi^a d\xi = 0, \\
 g_{4M+3} &= \varphi^a L - \varphi^a 0 - \int_0^L \kappa^a d\xi = 0, \\
 g_{4M+4} &= u^b L - u^b 0 - \int_0^L \varepsilon^b d\xi = 0, \\
 g_{4M+5} &= w^b L - w^b 0 - \int_0^L \varphi^b d\xi = 0, \\
 g_{4M+6} &= \varphi^b L - \varphi^b 0 - \int_0^L \kappa^b d\xi = 0, & (48) \\
 g_{4M+7} &= -S_1^a - N^a 0 = 0, \\
 g_{4M+8} &= -S_2^a - Q^a 0 = 0, \\
 g_{4M+9} &= -S_3^a - M^a 0 = 0, \\
 g_{4M+10} &= -S_1^b - N^b 0 = 0, \\
 g_{4M+11} &= -S_2^b - Q^b 0 = 0, \\
 g_{4M+12} &= -S_3^b - M^b 0 = 0, \\
 g_{4M+13} &= S_4^a - N^a L = 0, \\
 g_{4M+14} &= S_5^a - Q^a L = 0, \\
 g_{4M+15} &= S_6^a - M^a L = 0, \\
 g_{4M+16} &= S_4^b - N^b L = 0, \\
 g_{4M+17} &= S_5^b - Q^b L = 0, \\
 g_{4M+18} &= S_6^b - M^b L = 0.
 \end{aligned}$$

Zgornji algebraični sistem enačb predstavlja sistem $4M + 18$ enačb s prav toliko neznankami. Od neznanih količin je $4M + 6$ notranjih prostostnih stopenj, ε_m^a , ε_m^b , κ_m^a , κ_m^b ($m=1, 2, \dots, M$), $N^a(0)$, $N^b(0)$, $Q^a(0)$, $Q^b(0)$, $M^a(0)$, $M^b(0)$ in 12 zunanjih prostostnih stopenj, $u^a(0)$, $u^b(0)$, $w^a(0)$, $w^b(0)$, $\varphi^a(0)$, $\varphi^b(0)$, $u^a(L)$, $u^b(L)$, $w^a(L)$, $w^b(L)$, $\varphi^a(L)$, $\varphi^b(L)$ končnega elementa.

Funkcije u^a , u^b , w^a , w^b , φ^a , φ^b , N^a , N^b , Q^a , Q^b , M^a , M^b , Δ , d , p_t^a , p_n^a , p_t^b , p_n^b , x^{b*} , ki jih potrebujemo v zgornjem sistemu enačb, določimo s pomočjo enačb:

$$\begin{aligned}
 u^a(x^a) &= u^a(0) + \int_0^{x^a} \varepsilon^a d\xi, \\
 w^a(x^a) &= w^a(0) + \int_0^{x^a} \varphi^a d\xi, \\
 \varphi^a(x^a) &= \varphi^a(0) + \int_0^{x^a} \kappa^a d\xi, \\
 u^b(x^b) &= u^b(0) + \int_0^{x^b} \varepsilon^b d\xi, \\
 w^b(x^b) &= w^b(0) + \int_0^{x^b} \varphi^b d\xi, \\
 \varphi^b(x^b) &= \varphi^b(0) + \int_0^{x^b} \kappa^b d\xi, \\
 N^a(x^a) &= N^a(0) - \int_0^{x^a} (p_x^a + p_t^a) d\xi, \\
 Q^a(x^a) &= Q^a(0) - \int_0^{x^a} (p_z^a + p_n^a) d\xi, \\
 M^a(x^a) &= M^a(0) + \int_0^{x^a} (Q^a - m_y^a) d\xi, \\
 N^b(x^b) &= N^b(0) - \int_0^{x^b} (p_x^b + p_t^b) d\xi, \\
 Q^b(x^b) &= Q^b(0) - \int_0^{x^b} (p_z^b + p_n^b) d\xi, \\
 M^b(x^b) &= M^b(0) + \int_0^{x^b} (Q^b - m_y^b) d\xi,
 \end{aligned} \tag{49}$$

$$x^{b*}(x^a) = x^a + u^a - u^b + e\varphi^a,$$

$$d(x^a) = w^a - w^b - e,$$

$$\Delta(x^a) = u^a - u^b + e\varphi^a,$$

$$p_t^a(x^a) = F \Delta,$$

$$p_n^a(x^a) = G d,$$

$$p_t^b(x^b) = -p_t^a(x^a),$$

$$p_n^b(x^b) = -p_n^a(x^a).$$

Predstavljen algebraični sistem diskretnih posplošenih ravnotežnih enačb dvoslojnega lesenega nosilca z upoštevanjem zdrsa in razmika med slojema rešimo z uporabo Newton-Raphsonove metode.

3.3 Računski primeri

V računskih primerih obravnavamo enake primere nosilcev kot pri analizi s poenostavljenim postopkom iz standarda SIST EN 1995-1-1:2005 (poglavje 2.8) in sicer:

dvoslojni prostoležeči nosilec pravokotnega oziroma »T« prečnega prereza ter dvoslojni kontinuirni nosilec s pravokotnim prečnim prerezom.

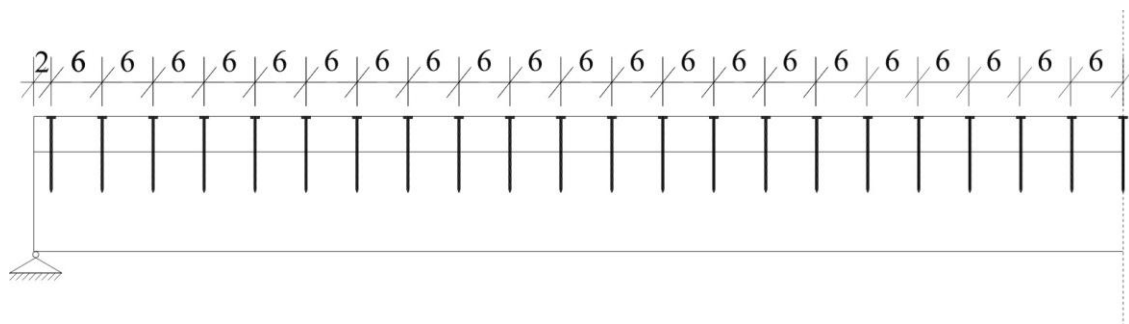
Ena od prednosti nelinearne analize je, da določimo napetostno in deformacijsko stanje v vsaki točki nosilcev in ne samo na značilnih mestih. Za vse analizirane primere bomo predstavili potek pomikov, zdrsov in razmikov vzdolž osi nosilca v mejnem stanju uporabnosti, v mejnem stanju nosilnosti pa potek napetosti v kritičnem prerezu. Vrednost analize glede na projektiranje po standardu SIST EN 1995-1-1:2005, ki smo ga predstavili v prejšnjem poglavju, vsekakor predstavlja prikaz poteka zdrsov in razmikov na stiku dvoslojnega nosilca po celotni dolžini nosilcev.

3.3.1 Prostoležeči nosilec s pravokotnim prečnim prerezom

Geometrijski, materialni podatki ter podatki o obtežbi dvoslojnega lesenega nosilca so predstavljeni v poglavju 2.8.1, zato jih tukaj ne navajamo.

Izbran les je po klasifikaciji standarda EN 338 uvrščen v trdnostni razred C30. Za vezna sredstva, ki povezujejo zgornji in spodnji sloj, smo izbrali zabite žebelje $d/l = 7/210$ mm, razporejene v dveh vzporednih vrstah. Razdalja med vrstami žebeljev je $s_{dej} = 6$ cm

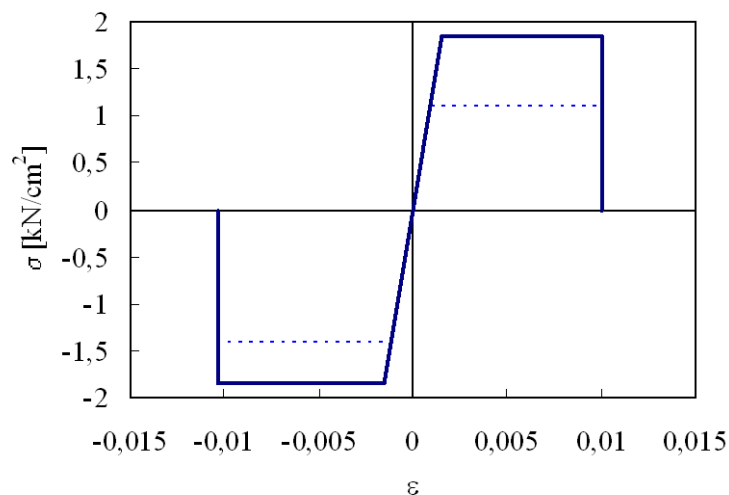
$$\left(s = \frac{s_{dej}}{n} = \frac{6}{2} = 3\text{cm} \right).$$



Slika 13. Razporeditev veznih sredstev vzdolž prostoležečega nosilca.

Konstitutivni zakon lesa

V analizi upoštevamo nelinearen konstitutivni zakon lesa. Ker standard EN 338 za pripadajoči trdnostni razred lesa ne predpisuje nelinearnega konstitutivnega zakona lesa, smo izbrali materialne parametre konstitucijskega zakona na osnovi eksperimentalnih rezultatov iz literature. Tako v tlaku kot tudi nategu predpostavimo bilinearen konstitutivni diagram. Začetni elastični modul lesa je $E_{0,mean} = 1200 \text{ kN/cm}^2$. Za maksimalno nosilnost lesa privzamemo projektno upogibno trdnost lesa $f_{m,d} = 1,846 \text{ kN/cm}^2$. Deformacijo na meji elastičnosti določimo z izrazom $D_{y,c(t)} = f_{m,d} / E_{0,mean} = 0,001179$. Konstitutivni zakon lesa za trdnostni razred C30 prikazujemo na sliki 14.



Slika 14. Konstitutivni zakon lesa trdnostnega razreda C30

Strižna nosilnost veznih sredstev

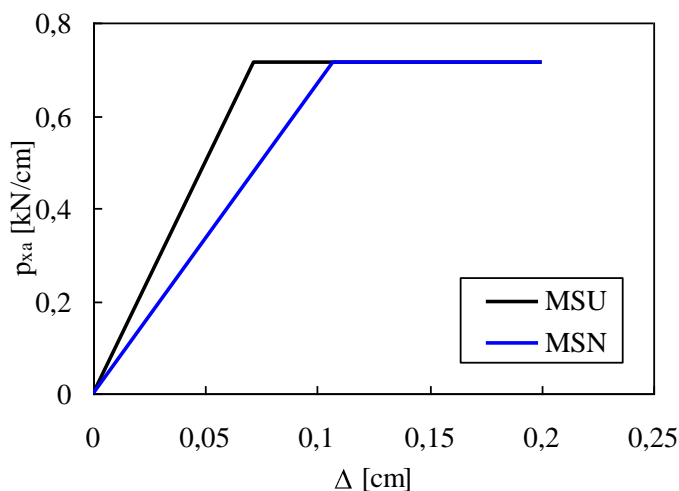
Za izbrane zabite žeblice smo najprej na podlagi znanih zvez iz standarda SIST EN 1995-1-1:2005 izračunali projektno strižno nosilnost ($F_{v,Rd} = 2,137 \text{ kN}$) in modul pomikov žeblice. Ta je odvisen od obravnavanega mejnega stanja. Za mejno stanje nosilnosti znaša $K_u = 20,02 \text{ kN/cm}$, medtem ko je za mejno stanje uporabnosti $K_{ser} = 30,03 \text{ kN/cm}$ (glej poglavje 2.8.1). Predpostavimo bilinearno obnašanje stika, tako v tlaku kot tudi v nategu. Za začetni tangenti modul upoštevamo modul pomika $K_{u(ser)}$. Za mejno nosilnost stika privzamemo projektno nosilnost posameznega žeblice, povprečeno po celotni dolžini stika.

Izračunamo jo z enačbo $F_{strig,mejno} = \frac{N_{zebljev} F_{v,Rd}}{L} = 0.716 \text{ kN/cm}$, kjer predstavlja $N_{zebljev}$

število vseh žeblic na stiku slojev. Zdrs, ki določa elastično nosilnost stika, izračunamo z

enačbo $\Delta_{el,u(ser)} = \frac{F_{strig,mejno}}{K_{u(ser)}}$. Na sliki 15 prikazujemo dva konstitutivna zakona stika, ki se

razlikujeta glede na obravnavano mejno stanje.



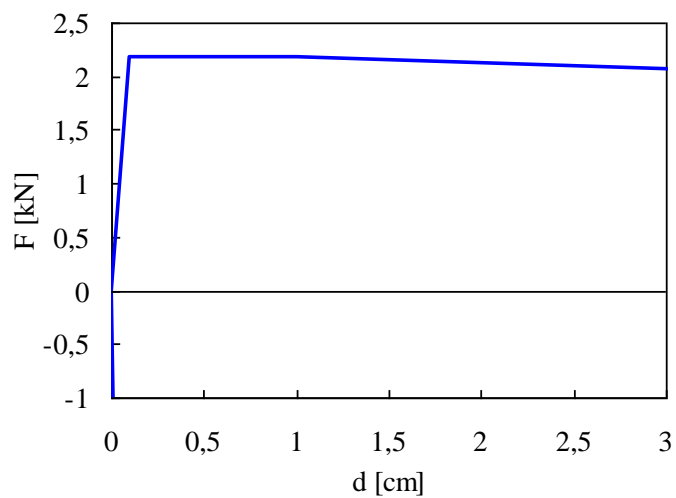
Slika 15. Konstitutivni zakon stika v vzdolžni smeri.

Nosilnost veznih sredstev v prečni smeri

Za izbrane zabite žeblice smo na podlagi znanih zvez iz standarda SIST EN 1995-1-1:2005 izračunali projektno osno nosilnost posameznega žeblica ($F_{ax,Rd} = 2,177$ kN). Ker drugih uporabnih navodil glede določitve prečne togosti stika v standardu SIST EN 1995-1-1:2005 nismo zasledili, smo si pomagali z eksperimentalno dobljenimi vrednostmi konstitutivnega zakona žebeljev v prečni smeri iz članka Planinc et al. (2008). V članku je bil predstavljen eksperiment za žeblice dimenzij $d/l = 4/100$ mm. Za natezno nosilnost stika v prečni smeri smo upoštevali osno nosilnost posameznega žeblica, povprečno po celotni dolžini stika in sicer

$$F_{razmik,mejno} = \frac{N_{žeblice} F_{ax,Rd}}{L} = 0,573 \text{ kN/cm}. \text{ Standard SIST EN 1995-1-1:2005 ne podaja}$$

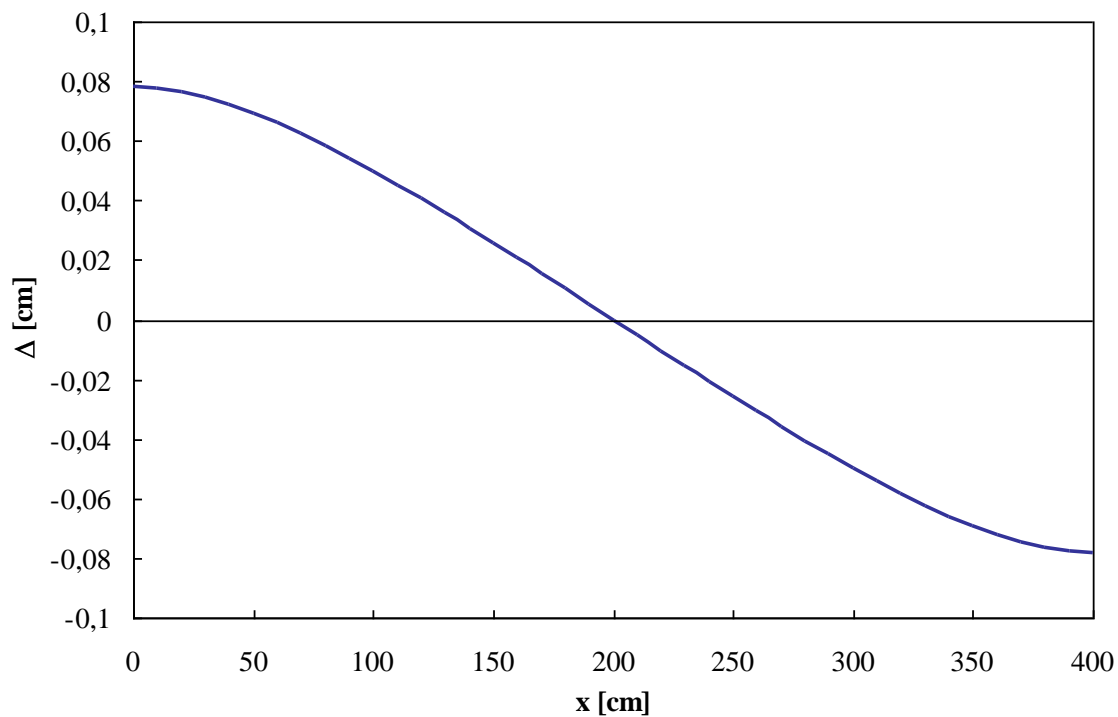
izrazov za izračun elastične togosti žebeljev v osni smeri, zato smo privzeli enake mejne razmike, kot so bili predstavljeni pri omenjenem eksperimentu. Modeliran konstitutivni zakon veznih sredstev v prečni smeri velja samo za razmikanje slojev na stiku. V primeru vtiskanja slojev na stiku, smo predpostavili togo obnašanje. Konstitutivni zakon stika v prečni smeri prikazujemo na sliki 16.



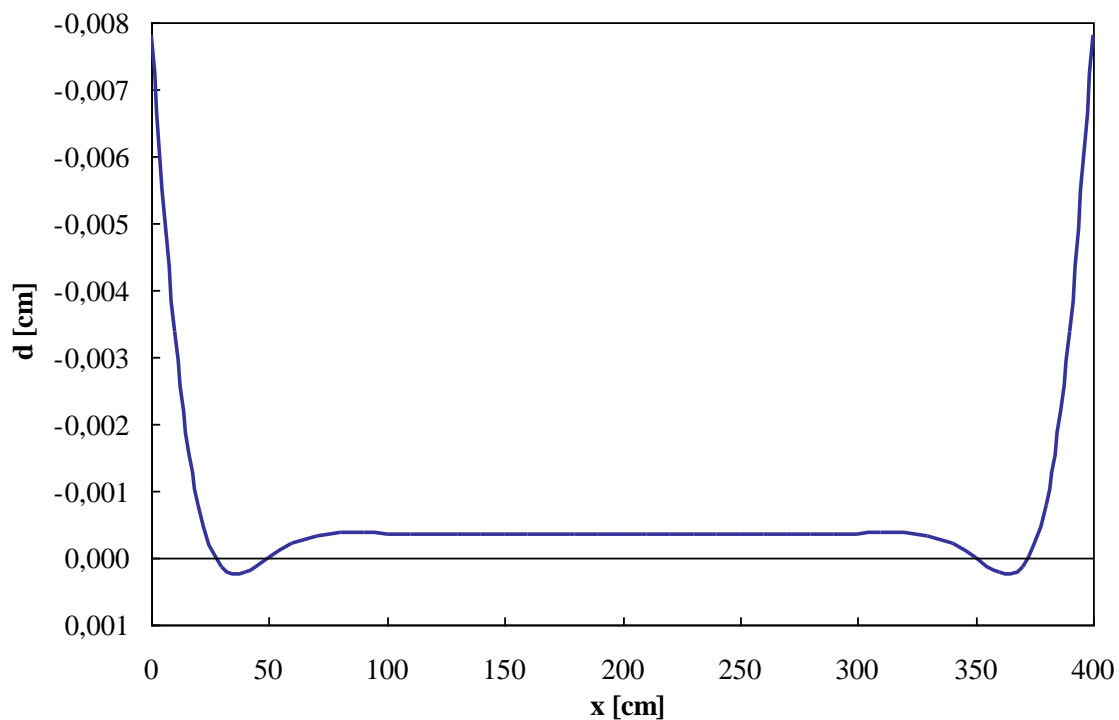
Slika 16. Konstitucijski zakon stika v prečni smeri

Rezultati nelinearne analize

Na sliki 17 in 18 prikazujemo potek zdrsov in razmikov na stiku dvoslojnega prostoležečega nosilca pravokotnega prečnega prereza.

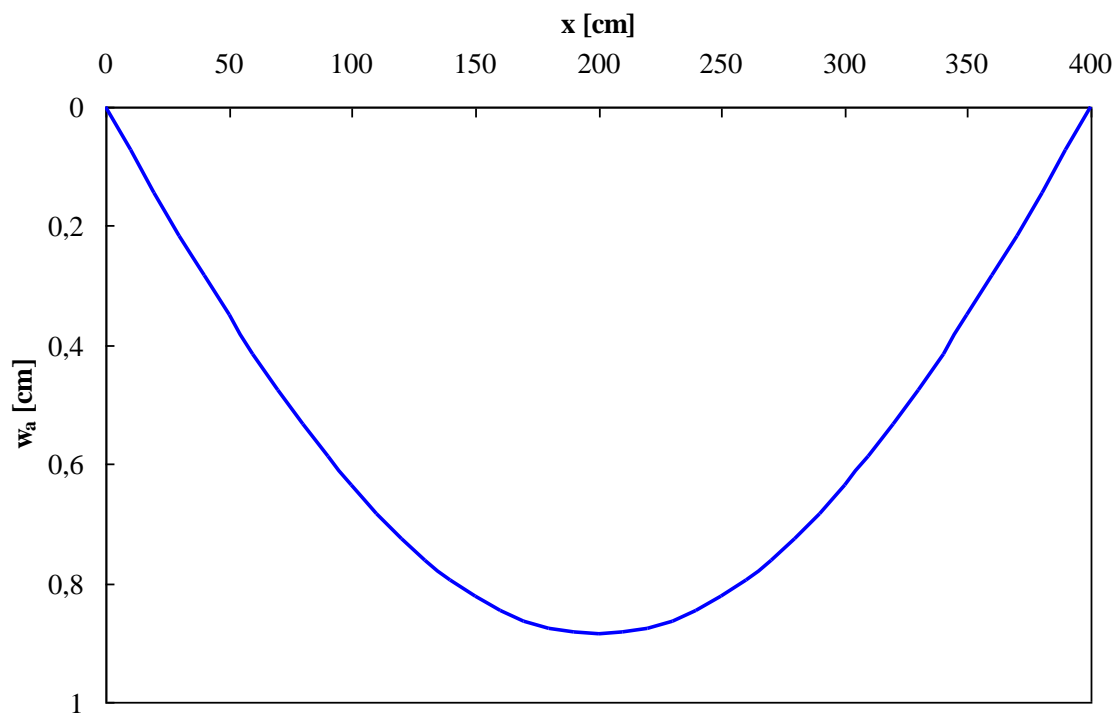


Slika 17. Potek zdrsov vzdolž nosilca –MSU.



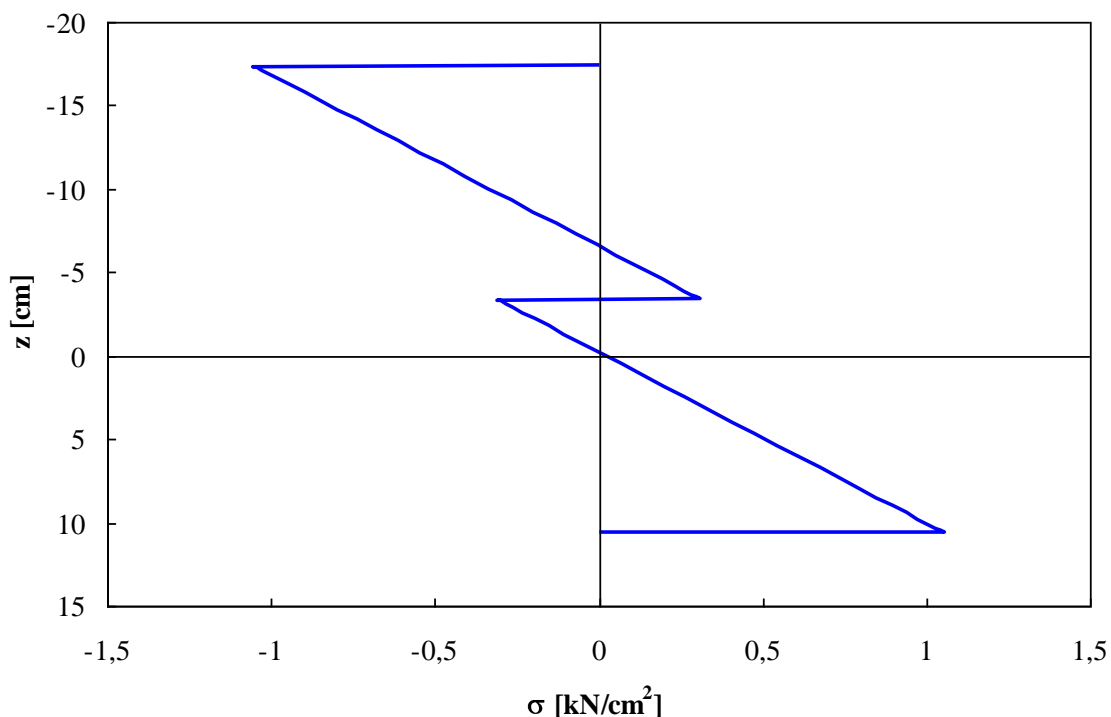
Slika 18. Potek razmikov vzdolž nosilca – MSU.

Na sliki 19 prikazujemo trenutne pomike obravnavanega dvoslojnega prostoležečega nosilca.



Slika 19. Potek pomikov – MSU.

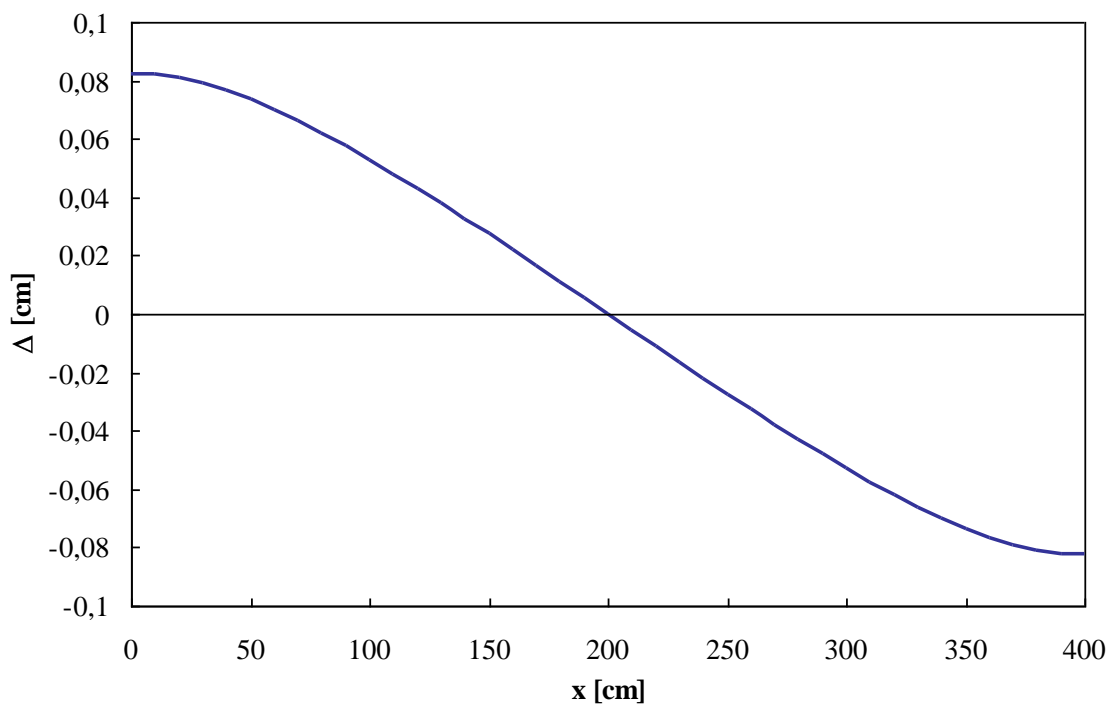
Na sliki 20 prikazujemo potek napetosti po prečnem prerezu na sredini razpona nosilca.



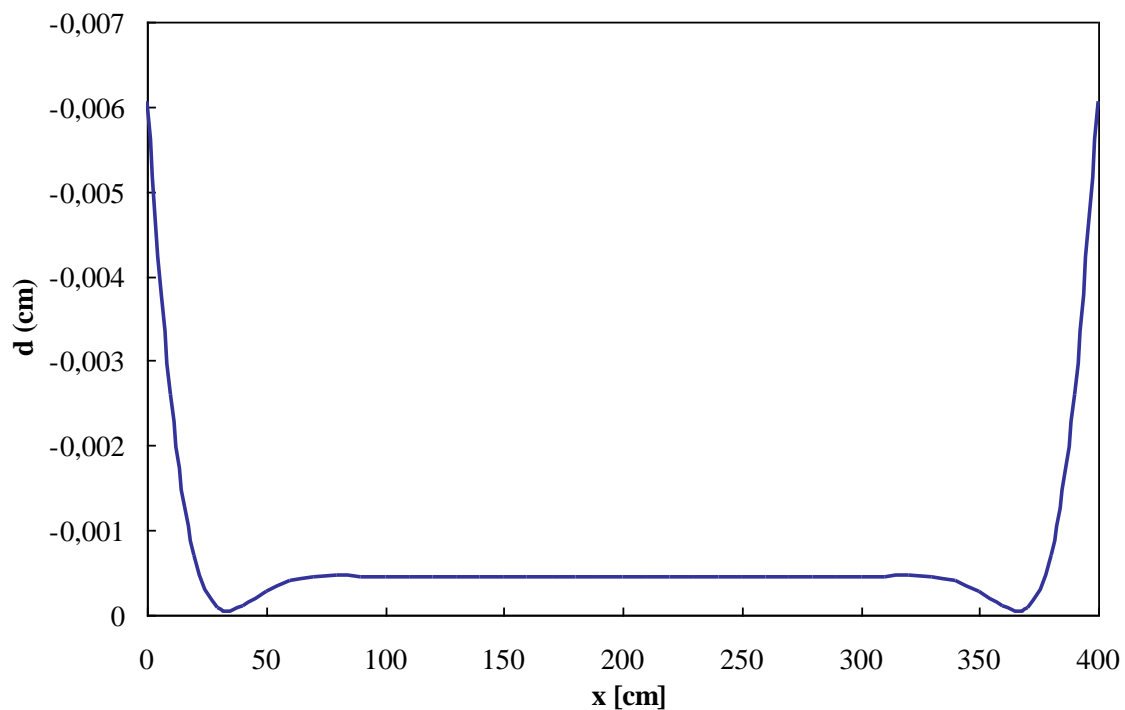
Slika 20. Potek napetosti po prečnem prerezu na sredini razpona prostoležečega nosilca - MSN

3.3.2 Prostoležeči nosilec s »T« prečnim prerezom

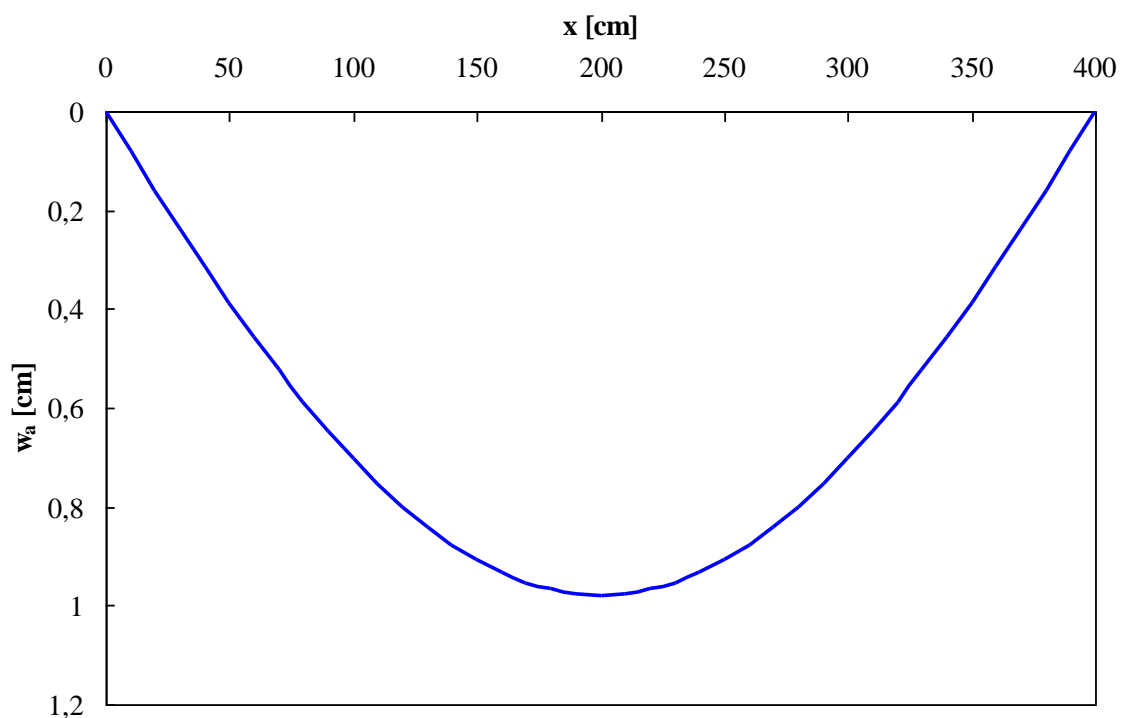
Podobno kot pri nosilcu s pravokotnim prečnim prerezom, tudi pri nosilcu s T prečnim prerezom prikazujemo le značilne mehanske količine. Za mejno stanje uporabnosti prikazujemo potek zdrsov, razmikov in pomikov vzdolž nosilca (slike 21, 22 in 23), za mejno stanje nosilnosti pa potek napetosti v prečnem prerezu na sredini razpona prostoležečega nosilca (slika 24).



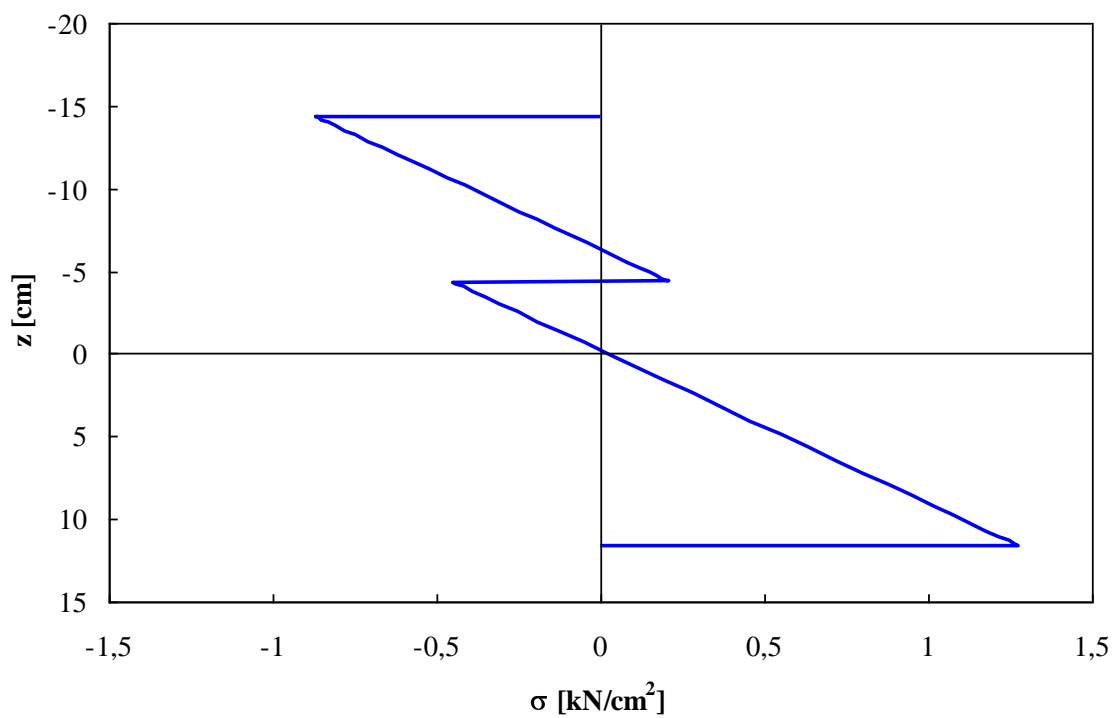
Slika 21. Potek zdrsov vzdolž nosilca – MSU.



Slika 22. Potek razmikov vzdolž nosilca – MSU.



Slika 23. Potek pomikov – MSU.



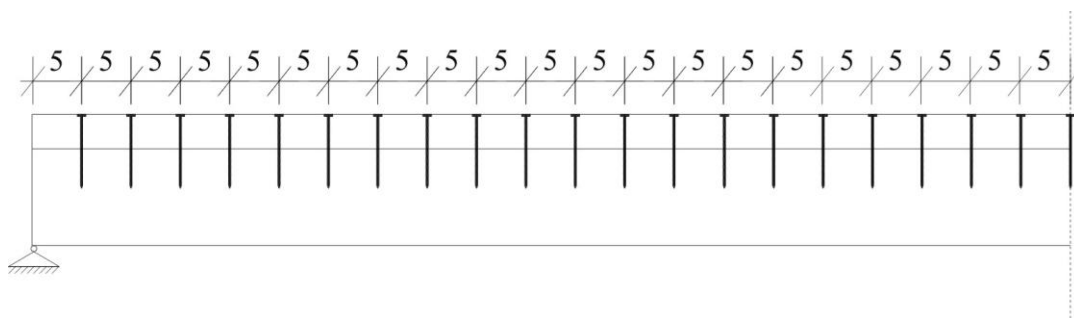
Slika 24. Potek napetosti po prečnem prerezu na sredini razpona prostoložnega nosilca - MSN

3.3.3 Kontinuirni nosilec s pravokotnim prečnim prerezom:

Geometrijski, materialni podatki ter podatki o obtežbi dvoslojnega kontinuirnega nosilca so enaki kot pri nosilcu, obravnavanem v poglavju 2.8.3. Skupna dolžina nosilca je $L = 11$ m ($L_1 = 5$ m, $L_2 = 6$ m). Prečni prerez nosilca je prikazan na sliki 7.

Izberemo les enake kvalitete, t.j. les, ki je po klasifikaciji standarda EN 338 uvrščen v trdnostni razred C30. Za vezna sredstva, ki povezujejo zgornji in spodnji sloj izberemo zabite žeblice $d/l = 8/280$ mm, razporejene v dveh vzporednih vrstah. Razdalja med vrstami žeblicev

vzdolž osi nosilca je $s_{dej} = 5$ cm $\left(s = \frac{s_{dej}}{n} = \frac{5}{2} = 2,5$ cm $\right)$.

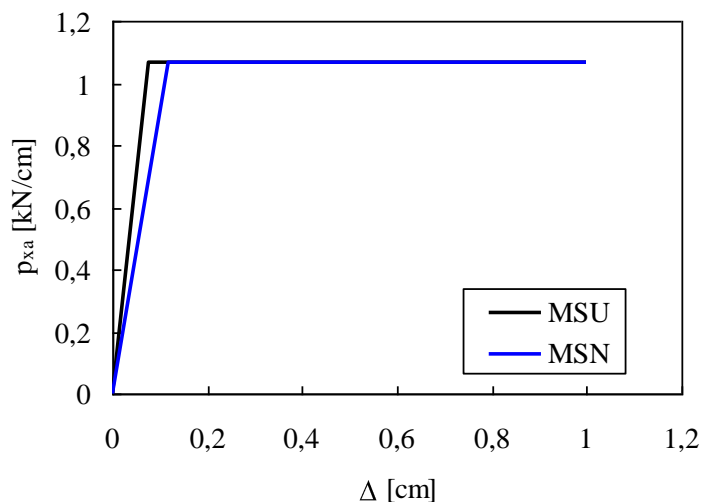


Slika 25. Razporeditev veznih sredstev

Strižna nosilnost veznih sredstev

Za izbrane zabite je projektna strižna nosilnost žeblice $F_{v,Rd} = 2,664$ kN, modul pomika pa $K_u = 22,88$ kN/cm (MSN), oziroma $K_{ser} = 34,32$ kN/cm (MSU). Predpostavimo bilinearno strižno obnašanje stika. Materialne parametre konstitucijskega diagrama določimo po enakem postopku kot v primeru prostoležečega nosilca (poglavje 3.3.1).

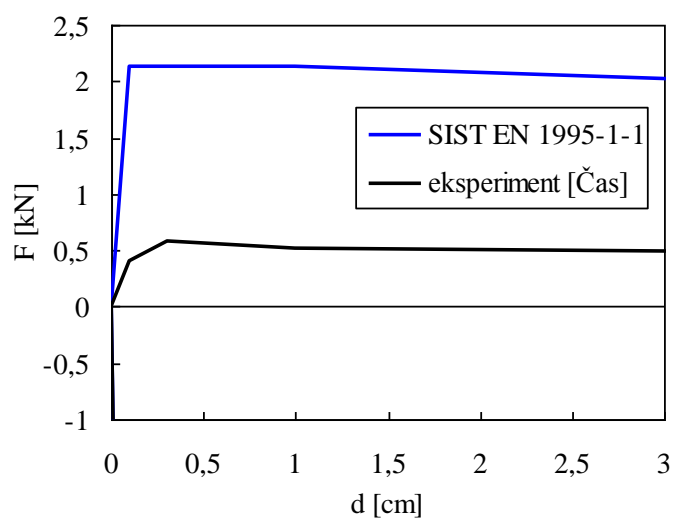
Na sliki 26 prikazujemo konsitucijski zakon stika v vzdolžni smeri.



Slika 26. Konstitucijski zakon stika v vzdolžni smeri

Nosilnost veznih sredstev v prečni smeri

Za izbrane zabite žeblice je projektna osna nosilnost posameznega žeblica $F_{ax,Rd} = 2,133$ kN. Podobno kot v primeru prostoležečega nosilca določimo tudi konstitutivni zakon stika v prečni smeri za kontinuirni nosilec (slika 27).

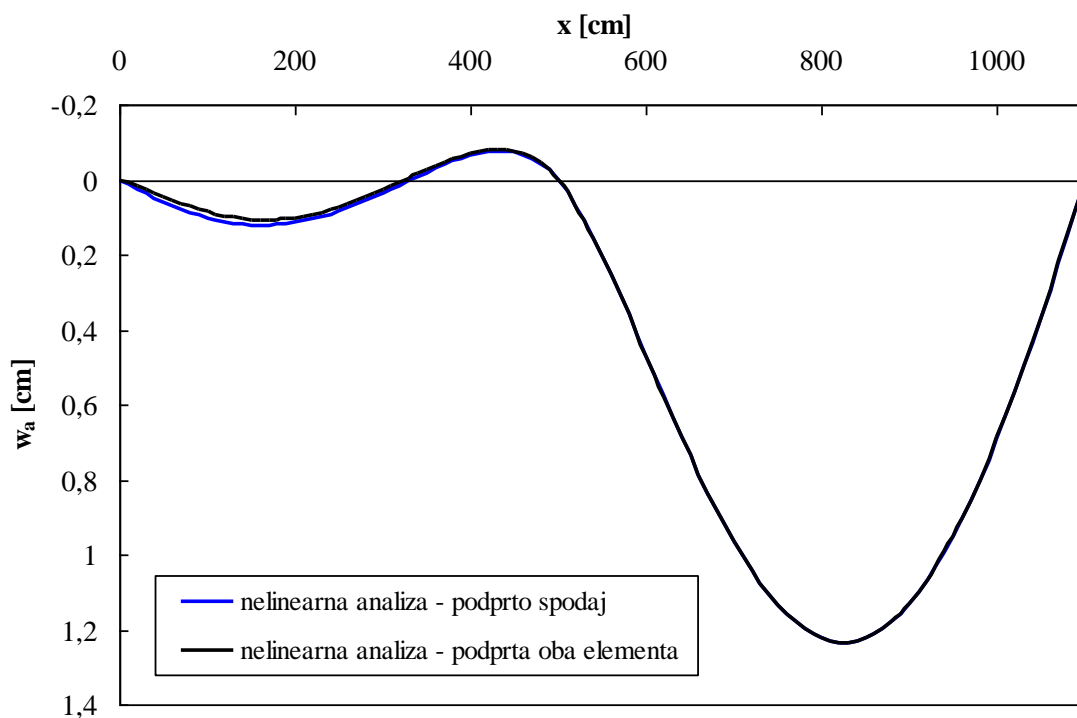


Slika 27. Konstitucijski zakon stika v prečni smeri

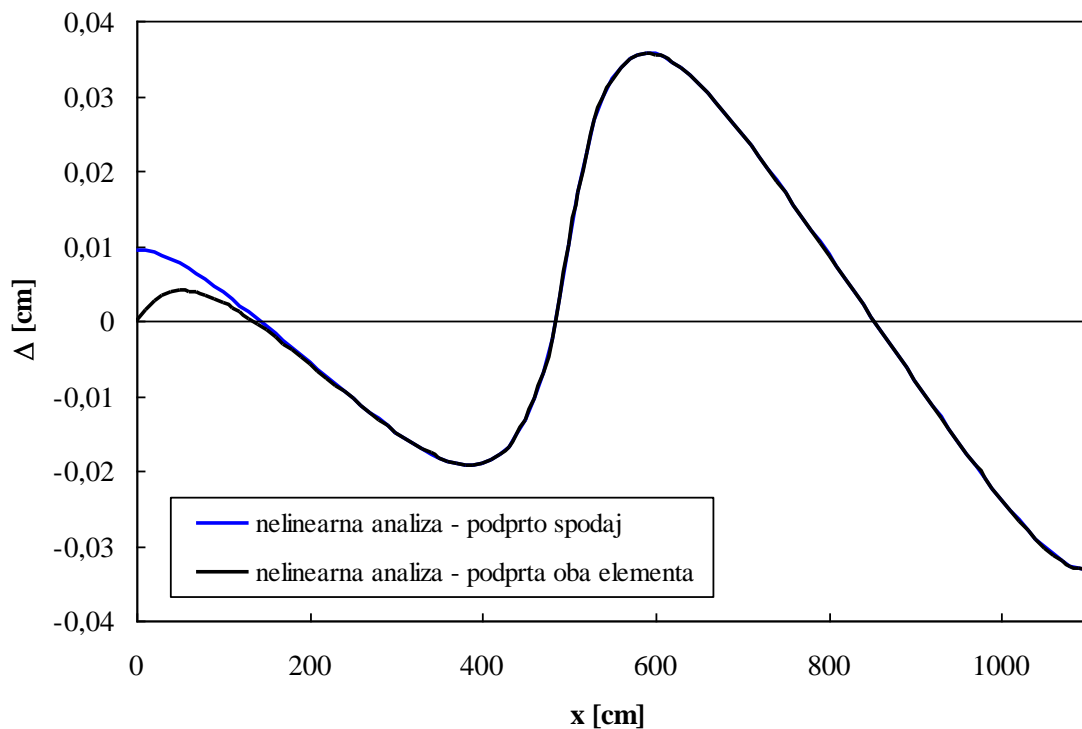
Rezultati nelinearne analize:

Obravnavamo kontinuirni nosilec, podprt na dva različna načina. V prvem primeru podpremo zgolj spodnji sloj kontinuirnega nosilca, v drugem primeru pa na enak način kot spodnji podpremo tudi zgornji sloj.

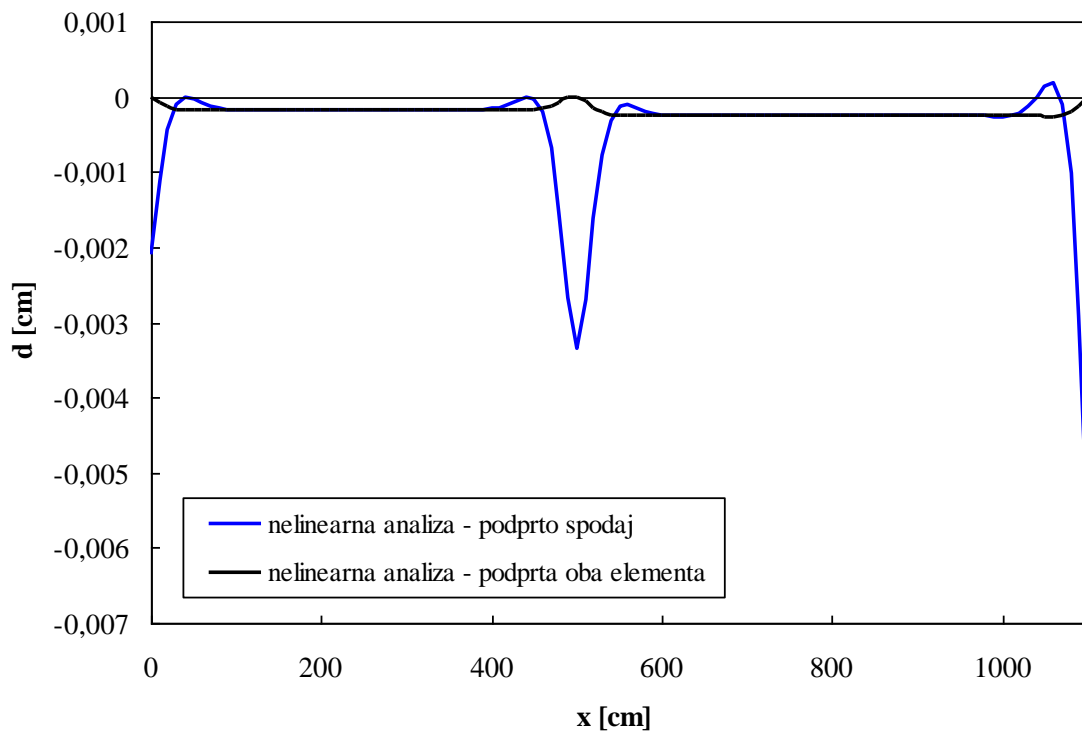
Potek prečnih pomikov, zamikov in razmikov za oba načina podpiranja kontinuirnega nosilca prikazujemo na slikah 28, 29 in 30, potek normalnih napetosti pri maksimalnem oziroma minimalnem upogibnem momentu pa na slikah 31 in 32.



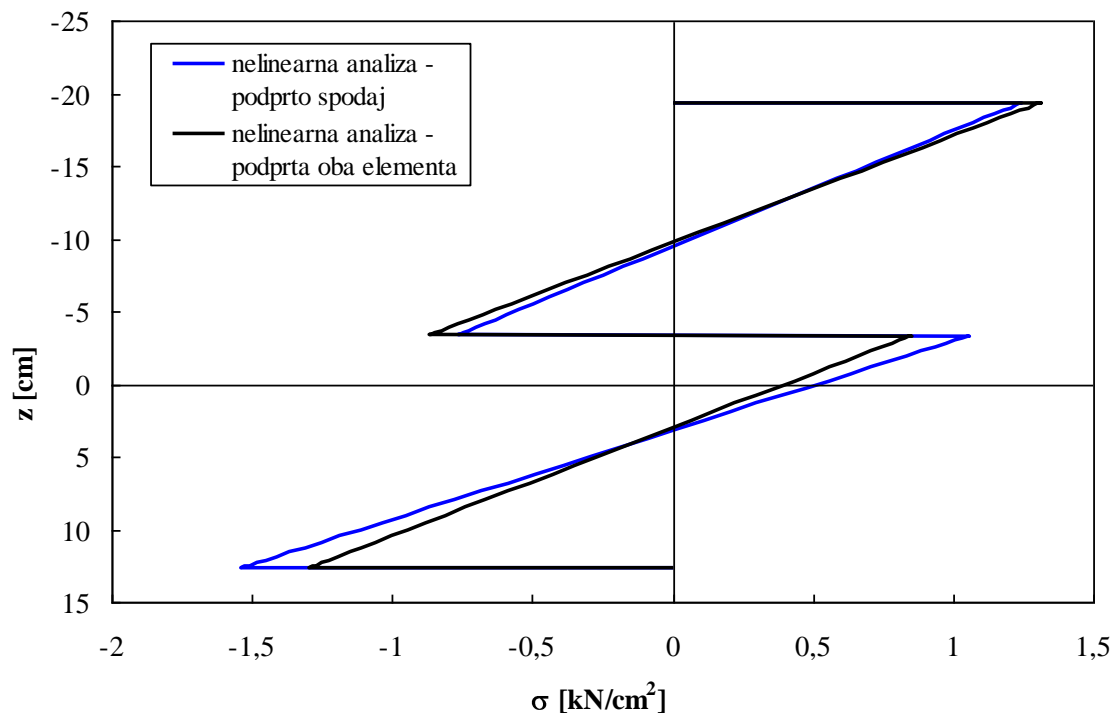
Slika 28. Potek pomikov - MSU



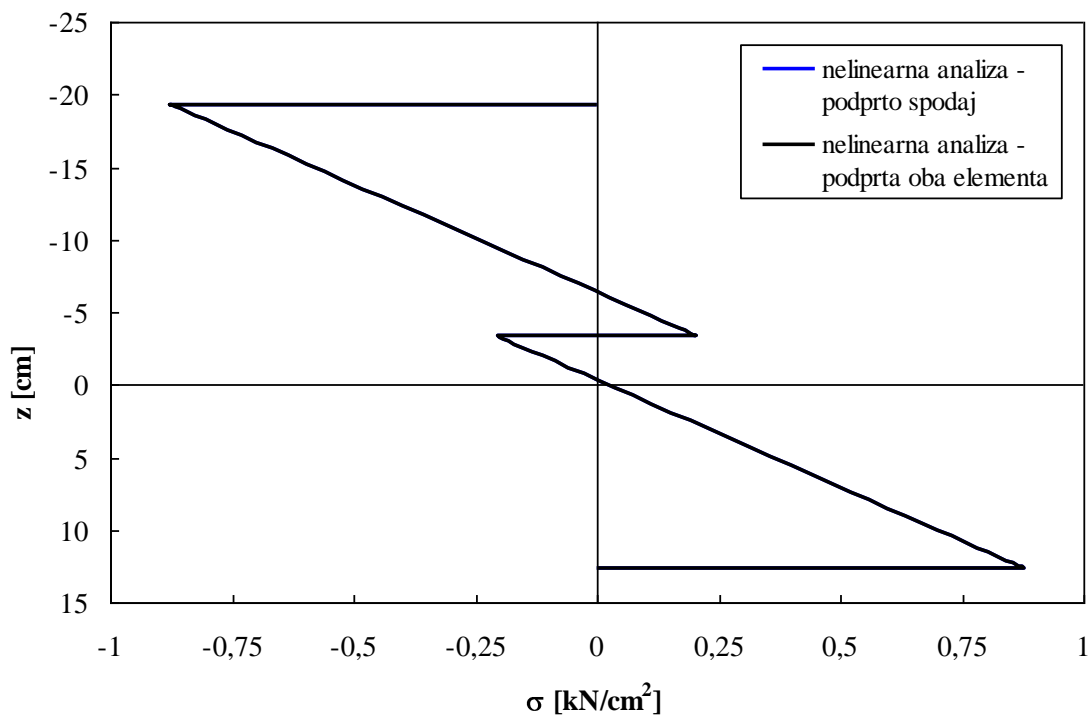
Slika 29. Potek zamikov - MSU



Slika 30. Potek razmikov - MSU



Slika 31. Potek napetosti po prečnem prerezu ob podpori – MSN



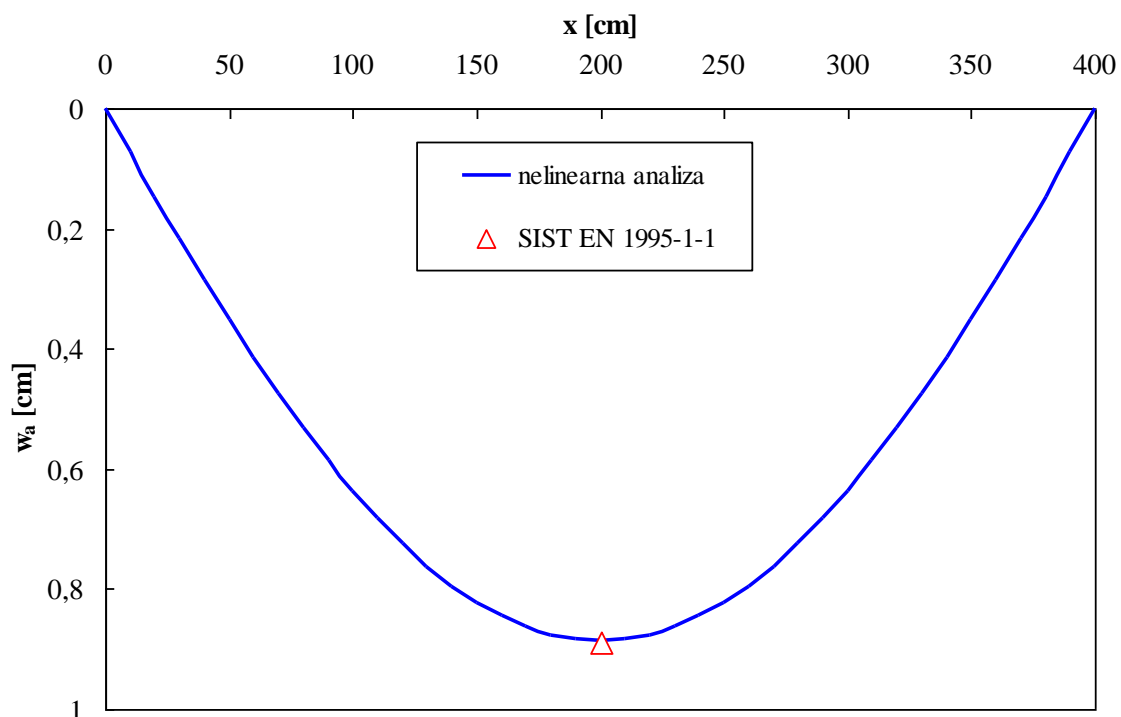
Slika 32. Potek napetosti po prečnem prerezu pri maksimalnem upogibnem momentu v polju - MSN

4. PRIMERJAVA MED REZULTATI ANALIZE PO POENOSTAVLJENEM POSTOPKU IZ SIST EN 1995-1-1:2005 IN REZULTATI NELINEARNE ANALIZE

V tem poglavju primerjamo rezultate poenostavljene analize iz standarda SIST EN 1995-1-1:2005 ter rezultate nelinearne analize. Na podlagi dobljenih rezultatov ocenimo primernost poenostavljene metode za projektiranje sestavljenih lesenih nosilcev.

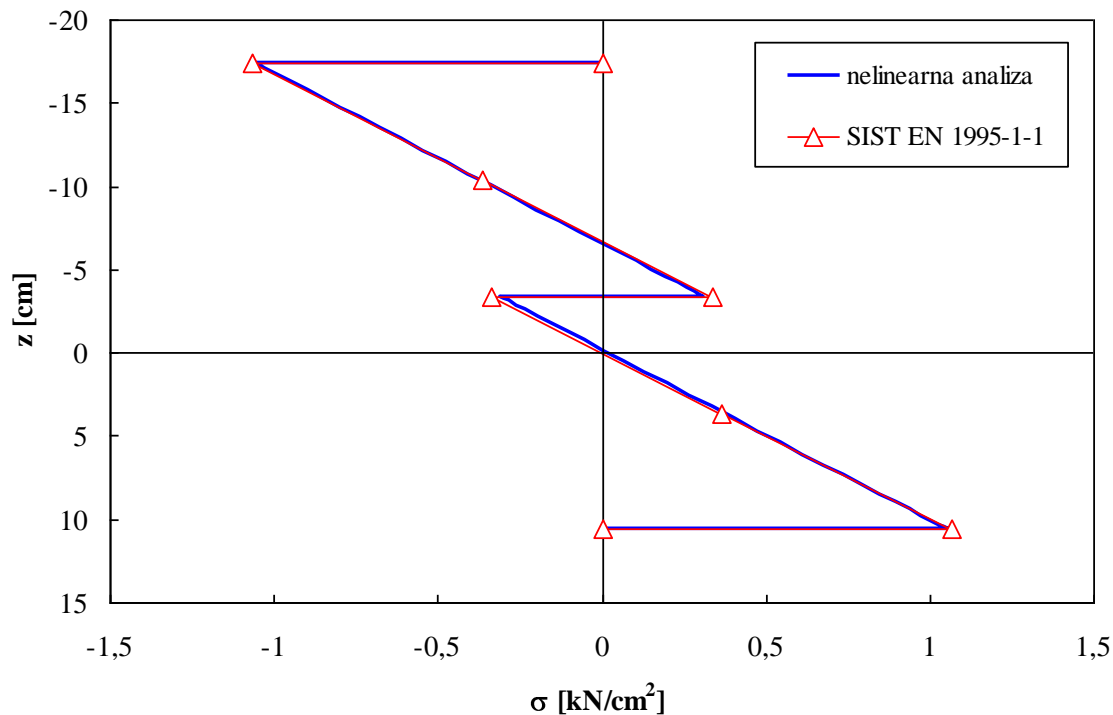
4.1 Prostoležeči dvoslojni nosilec s pravokotnim prečnim prerezum

Najprej primerjamo rezultate analize za dvoslojni prostoležeči nosilec s pravokotnim prečnim prerezum. Kot je razvidno iz slike 33, se maksimalni prečni pomik izračunan, po poenostavljenem postopku iz standarda SIST EN 1995-1-1:2005, dobro ujema z rezultati nelinearne analize.



Slika 33. Primerjava poteka pomikov – MSU.

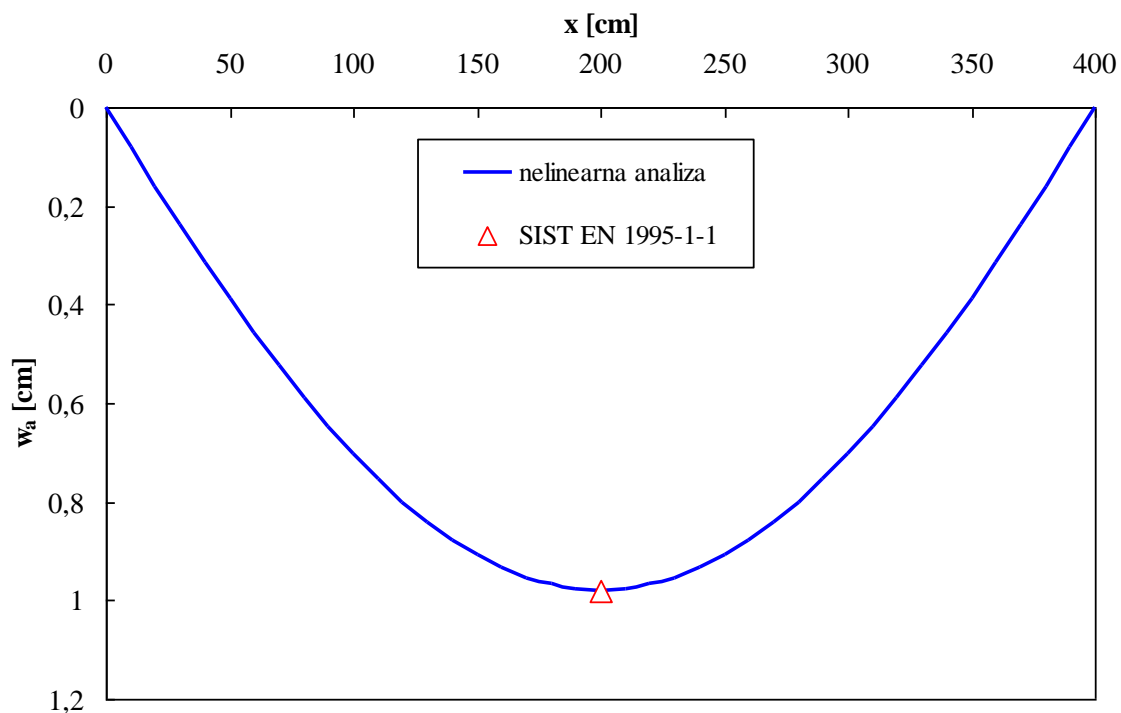
Tudi normalne napetosti po prečnem prerezu na mestu maksimalnega momenta se odlično ujemajo (slika 34).



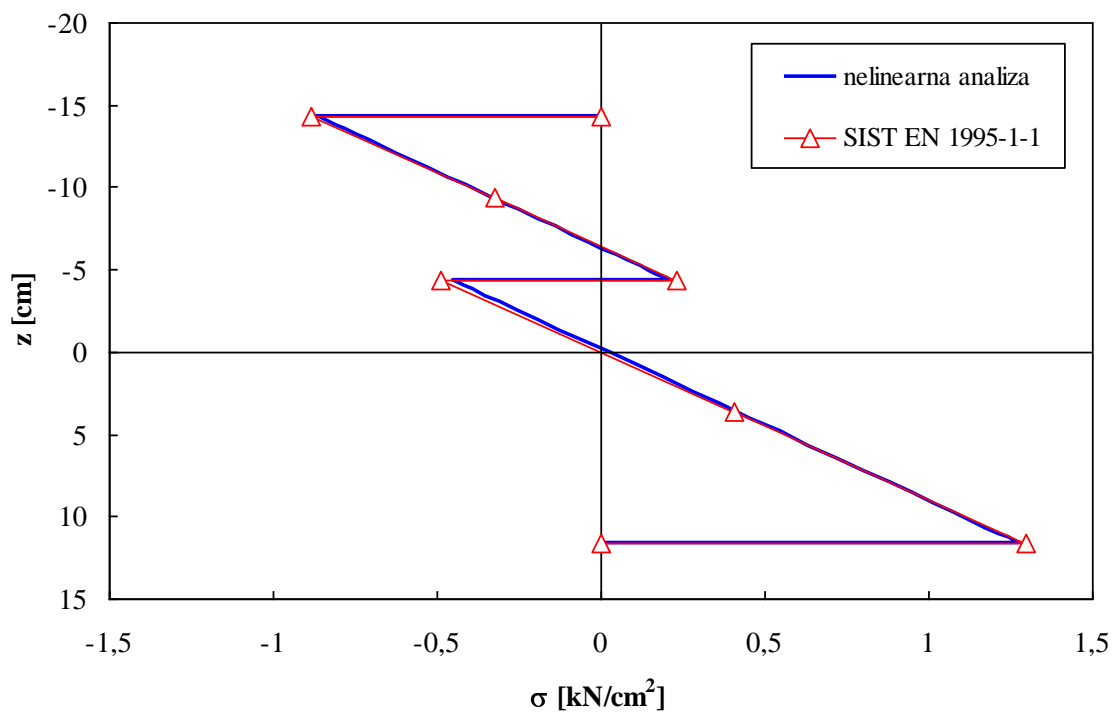
Slika 34. Primerjava poteka normalnih napetosti po prečnem prerezu na sredini razpona prostoležečega nosilca– MSN.

4.2 Prostoležeči dvoslojni nosilec s T prečnim prerezom

Podobno kot pri dvoslojnem prostoležečem nosilcu s pravokotnim prečnim prerezom ugotovimo, da se tudi pri nosilcu s T prečnim prerezom tako maksimalni pomiki kot tudi normalne napetosti po prečnem prerezu na mestu maksimalnih momentov odlično ujemajo (sliki 35 in 36).



Slika 35. Primerjava poteka pomikov – MSU.



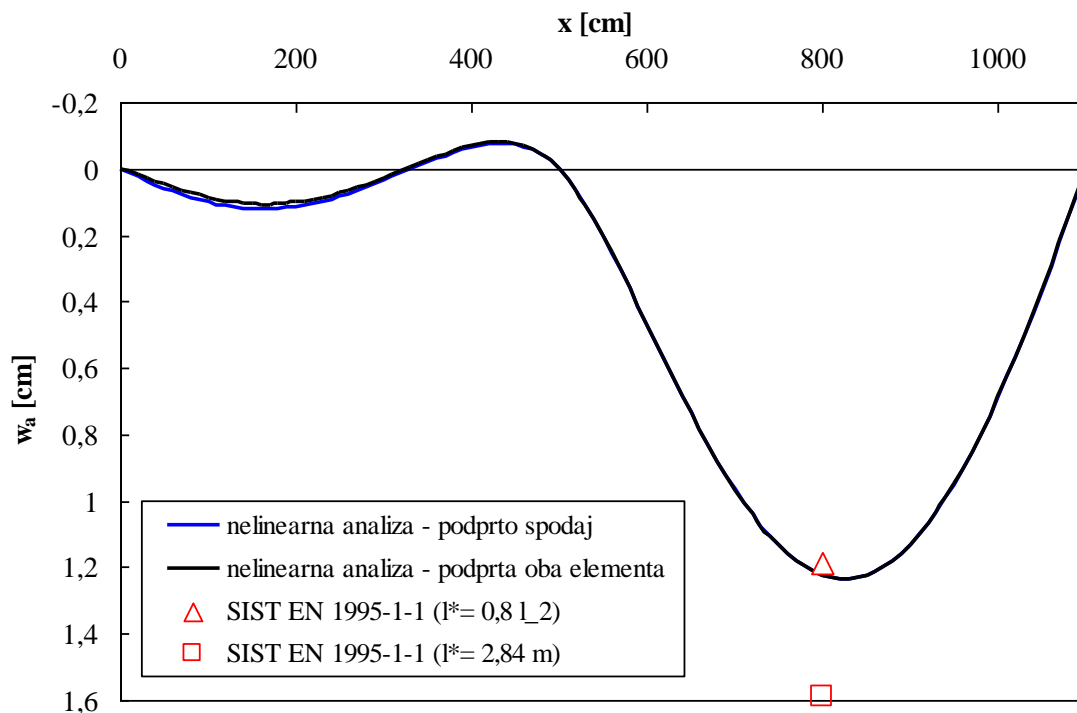
Slika 36. Primerjava poteka normalnih napetosti po prečnem prerezu na sredini razpona prostoležečega nosilca – MSN.

4.3 Kontinuirni dvoslojni nosilec pravokotnega prečnega prereza

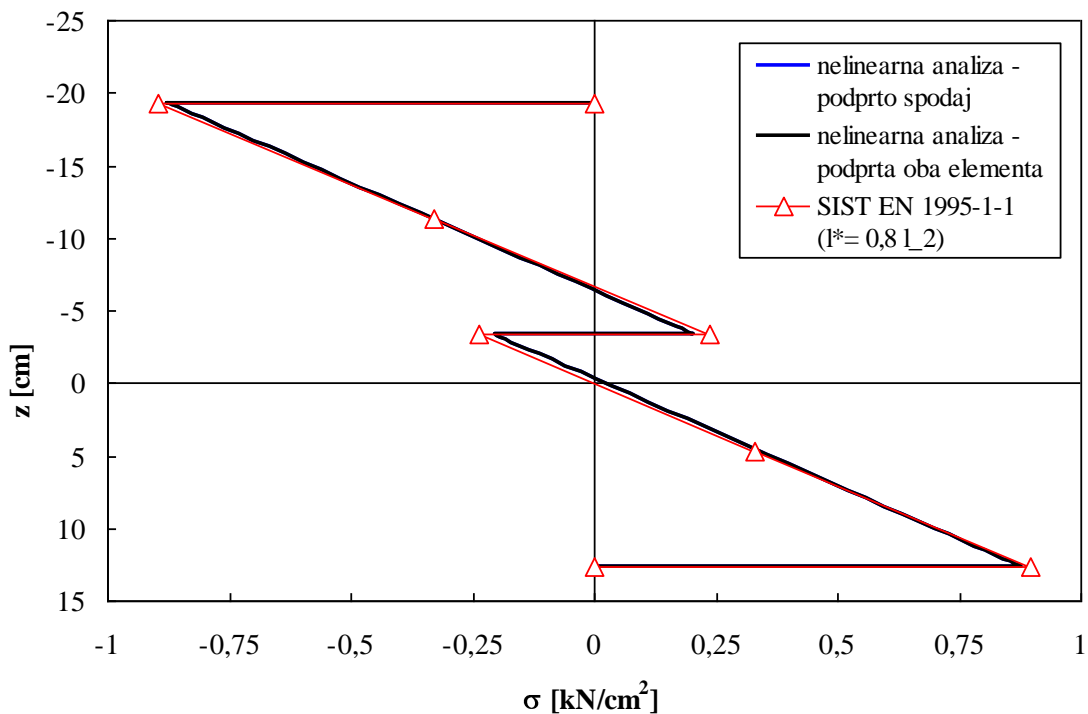
Na koncu prikazujemo še primerjavo rezultatov analize za kontinuirni nosilec s pravokotnim prečnim prerezom. Za razliko od prostoležečega nosilca se vzdolž kontinuirnega nosilca pojavijo tudi upogibni momenti negativnih predznakov. V izrazih za račun koeficienta podajnosti γ po standardu Evrokod smo za efektivno dolžino l^* uporabili dve različni vrednosti. Najprej smo za l^* upoštevali priporočeno vrednost in sicer $l^* = 0,8 l$, kjer l predstavlja večjo izmed obeh dolžin polj kontinuirnega nosilca, t.j. $l = \max L_1, L_2$. V drugem primeru pa smo za efektivno dolžino upoštevali razdaljo med ničelnima momentima točkama za negativni moment ob podpori, t.j. $l^* = 2,84$ m.

Maksimalni navpični pomik kontinuirnega nosilca, izračunan po poenostavljenem postopku z upoštevanjem podajnosti γ za $l^* = 0,8 l$ je manjši od maksimalnega pomika, izračunanega z nelinearno analizo, medtem ko je pomik, izračunan s poenostavljenim postopkom z upoštevanjem efektivne dolžine $l^* = 2,84$ m bistveno večji. Primerjavo prikazujemo na sliki 37. Z nelinearno analizo lahko izračunamo navpične pomike za vsako točko vzdolž kontinuirnega nosilca.

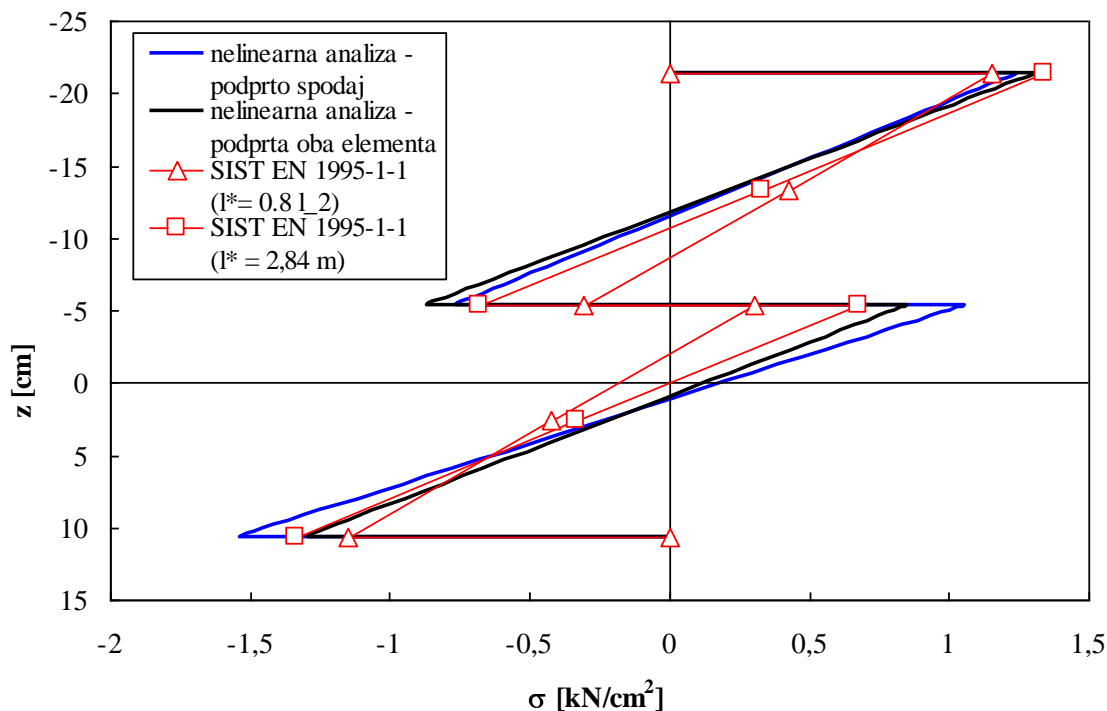
Na sliki 38 prikazujemo primerjavo potekov normalnih napetosti po prečnem prerezu v drugem polju na mestu največjega upogibnega momenta, izračunanih z nelinearno analizo oziroma s poenostavljenim postopkom, pri katerem v izrazu za račun koeficienta podajnosti stika upoštevamo priporočeno vrednost $l^* = 0,8 l_2$. Ujemanje rezultatov je več kot zadovoljivo, medtem ko je ujemanje pri poteku normalnih napetosti ob podpori na mestu največjega negativnega upogibnega momenta bistveno slabše (glej sliko 39). Boljše ujemanje dobimo, če v računu koeficienta podajnosti namesto priporočene vrednosti za efektivno dolžino upoštevamo dejansko razdaljo med ničelnima momentnima točkama za negativni moment ob podpori ($l^* = 2,84$ m).



Slika 37. Primerjava poteka pomikov – MSU



Slika 38. Primerjava poteka normalnih napetosti v drugem polju



Slika 39. Primerjava poteka normalnih napetosti ob podpori.

Iz zapisanega sklepamo, da bi morali pri analizi kontinuirnega nosilca s poenostavljenim postopkom, podanem v standardu SIST EN 1995-1-1, vzdolž nosilca upoštevati dve različni vrednosti koeficienta podajnosti stika γ . V polju bi za efektivno dolžino upoštevali priporočljivo vrednost $l^* = 0,8 l$, ob podpori pa vrednost, ki ustreza razdalji med ničelnima momentnima točkama za negativni moment. Tako bi bila podajnost stika v območju negativnih upogibnih momentov ob podpori večja od podajnosti stika v polju, maksimalen navpični pomik pa zato bližje pomiku, izračunanem z nelinearno analizo (slika 37), t.j. pomik bi bil večji od pomika, označenega z "Δ" in manjši od pomika, označenega z "□".

5. ZAKLJUČKI

V diplomski nalogi smo se ukvarjali z analizo dvoslojnih lesenih nosilcev z upoštevanjem podajnosti stika. Podrobneje smo predstavili teoretične osnove ter praktični prikaz uporabe poenostavljenega postopka za dimenzioniranje dvoslojnih lesenih nosilcev, kot ga priporoča standard za projektiranje lesenih konstrukcij SIST EN 1995-1-1 ter naprednejšo, t.j. nelinearno analizo dvoslojnih nosilcev z upoštevanjem zdrsa in razmika med slojema. Predstavljena nelinearna analiza temelji na deformacijski metodi končnih elementov, pri katerih osne in upogibne deformacije obeh slojev interpoliramo z Lagrangevimi interpolacijskimi polinomi. Prednost nelinearne analize pred poenostavljenim postopkom skladno z SIST EN 1995-1-1 je v tem, da lahko z nelinearno analizo določimo napetostno in deformacijsko stanje v vsaki točki nosilca in ne samo v značilnih točkah konstrukcije ter da lahko hkrati določimo potek zdrsov in razmikov na stiku med slojema.

Iz primerjave rezultatov analiz smo ugotovili, da je poenostavljen postopek primeren predvsem za analizo napetostnega in deformacijskega stanja prostoležečih dvoslojnih lesenih nosilcev. V tem primeru je ujemanje rezultatov med poenostavljeno in nelinearno analizo zelo dobro. Slabše je ujemanje rezultatov pri kontinuirnem dvoslojnim lesenem nosilcu preko dveh polj. Če pri računu koeficienta podajnosti stika γ upoštevamo za efektivno dolžino priporočljivo vrednost $l^* = 0,8 l$, je ujemanje normalnih napetosti na mestu največjih negativnih upogibnih momentov, t.j. v prečnem prerezu ob vmesni podpori, bistveno slabše kot je ujemanje napetosti na mestu maksimalnih upogibnih momentov, t.j. v prečnem prerezu v polju nosilca. Pri tem je največji navpični pomik manjši od pomika, izračunanega z nelinearno analizo. Če pa v računu koeficienta podajnosti stika γ za efektivno dolžino upoštevamo razdaljo med ničelnima momentnima točkama za negativni moment ob podpori ($l^* = 2,84 \text{ m}$), pa je ujemanje normalnih napetosti ob podpori bistveno boljše. Tako lahko zaključimo, da bi bilo potrebno pri analizi kontinuirnega nosilca s poenostavljeno metodo, ki je podana v standardu SIST EN 1995-1-1, upoštevati dve različni podajnosti stika γ . V polju bi podajnost med slojema izračunali s priporočljivo efektivno dolžino $l^* = 0,8 l$, ob podpori pa bi pri računu podajnosti stika upoštevali dolžino, ki ustreza razdalji med ničelnima momentnima točkama za negativni moment. Tako bi bila podajnost stika v območju

negativnih upogibnih momentov ob podpori večja od podajnosti stika v polju, pomiki konstrukcije pa podobni pomikom, izračunanim z nelinearno analizo.

VIRI

Adekola A. O. 1968. Partial interaction between elastically connected elements of a composite beam. *International Journal of Solids and Structures* 4: 1125-1135.

Čas B., Saje M., Planinc I. 2004. Non-linear finite element analysis of composite planar frames with an interlayer slip, *Computers & Structures* 82: 1901–1912.

Čas B., Saje M., Planinc I. 2004. Non-linear analysis of composite steel-concrete beams with incomplete interaction, *Steel & Composite Structures* 4: 489–507.

Kroflič A., Planinc I., Saje M., Čas B. 2008. Analytical test solution of two-layer beam including interlayer slip and uplift, University of Ljubljana, Faculty of Civil and Geodetic Engineering, Internal Report.

Planinc I., Schnabl S., Saje M., Lopatič J., Čas B. 2008. Numerical and experimental analysis of timber composite beams with interlayer slip, *Engineering Structures* 30: 2959–2696.

Robinson H., Naraine K. S. 1988. Slip and uplift effects in composite beams, *International Conference on Composite Construction in Steel and Concrete. Proceedings of an Engineering Foundation Conference ASCE, New England College, Henniker, New Hampshire*: 487–497.

Evrokod 0; Osnove projektiranja konstrukcij; Slovenski inštitut za standardizacijo, SIST EN 1990:2004, 2004.

EN 338, Structural timber - Strength classes, European Committee for Standardization, EN 338:2003 E, 2003.

Eurocode 5; Design of timber structures – Part 1-1: General Rules, General rules and rules for buildings, EN 1995-1-1:2004 (E), 2004.