

Univerza  
v Ljubljani

Fakulteta  
*za gradbeništvo  
in geodezijo*



Jamova cesta 2  
1000 Ljubljana, Slovenija  
<http://www3.fgg.uni-lj.si/>

**DRUGG** – Digitalni repozitorij UL FGG  
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

To je izvirna različica zaključnega dela.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujete na bibliografske podatke, kot je navedeno:

Anželjc, B., 2016. Dopolnitev računalniškega programa za račun vodnega udara s pogojem kavitacije. Diplomaska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. (mentor Četina, M., somentor Bergant, A.): 49 str.

<http://drugg.fgg.uni-lj.si/5809/>

Datum arhiviranja: 5-10-2016

University  
of Ljubljana

Faculty of  
*Civil and Geodetic  
Engineering*



Jamova cesta 2  
SI – 1000 Ljubljana, Slovenia  
<http://www3.fgg.uni-lj.si/en/>

**DRUGG** – The Digital Repository  
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

This is original version of final thesis.

When citing, please refer to the publisher's bibliographic information as follows:

Anželjc, B., 2016. Dopolnitev računalniškega programa za račun vodnega udara s pogojem kavitacije. B.Sc. Thesis. Ljubljana, University of Ljubljana, Faculty of civil and geodetic engineering. (supervisor Četina, M., co-supervisor Bergant, A.): 49 pp.

<http://drugg.fgg.uni-lj.si/5809/>

Archiving Date: 5-10-2016

Univerza  
v Ljubljani

Fakulteta za  
*gradbeništvo in  
geodezijo*



Jamova 2  
1000 Ljubljana, Slovenija  
telefon (01) 47 68 500  
faks (01) 42 50 681  
fgg@fgg.uni-lj.si

UNIVERZITETNI ŠTUDIJSKI  
PROGRAM GRADBENIŠTVO  
HIDROTEHNIČNA SMER

Kandidat:

**BLAŽ ANZELJC**

**DOPOLNITEV RAČUNALNIŠKEGA PROGRAMA ZA  
RAČUN VODNEGA UDARA S POGOJEM KAVITACIJE**

Diplomska naloga št.: 3524/HS

**UPGRADE OF COMPUTER PROGRAM FOR WATER  
HAMMER CALCULATION WITH CAVITATION  
CONDITION**

Graduation thesis No.: 3524/HS

**Mentor:**

prof. dr. Matjaž Četina

**Somentor:**

doc. dr. Anton Bergant

Ljubljana, 14. 09. 2016

## **STRAN ZA POPRAVKE**

| Stran z napako | Vrstica z napako | Namesto | Naj bo |
|----------------|------------------|---------|--------|
|----------------|------------------|---------|--------|

**STRAN Z IZJAVAMI**

Spodaj podpisani študent BLAŽ ANZELJC, vpisna številka 26108029, avtor pisnega zaključnega dela študija z naslovom: Dopolnitev računalniškega programa za račun vodnega udara s pogojem kavitacije

**IZJAVLJAM**

1. Obkrožite eno od variant a) ali b)
  - a) da je pisno zaključno delo študija rezultat mojega samostojnega dela;
  - b) da je pisno zaključno delo študija rezultat lastnega dela več kandidatov in izpolnjuje pogoje, ki jih Statut UL določa za skupna zaključna dela študija ter je v zahtevanem deležu rezultat mojega samostojnega dela;
2. da je tiskana oblika pisnega zaključnega dela študija istovetna elektronski obliki pisnega zaključnega dela študija;
3. da sem pridobil vsa potrebna dovoljenja za uporabo podatkov in avtorskih del v pisnem zaključnem delu študija in jih v pisnem zaključnem delu študija jasno označil;
4. da sem pri pripravi pisnega zaključnega dela študija ravnal v skladu z etičnimi načeli in, kjer je to potrebno, za raziskavo pridobil soglasje etične komisije;
5. soglašam, da se elektronska oblika pisnega zaključnega dela študija uporabi za preverjanje podobnosti vsebine z drugimi deli s programsko opremo za preverjanje podobnosti vsebine, ki je povezana s študijskim informacijskim sistemom članice;
6. da na UL neodplačno, neizključno, prostorsko in časovno neomejeno prenašam pravico shranitve avtorskega dela v elektronski obliki, pravico reproduciranja ter pravico dajanja pisnega zaključnega dela študija na voljo javnosti na svetovnem spletu preko Repozitorija UL;
7. da dovoljujem objavo svojih osebnih podatkov, ki so navedeni v pisnem zaključnem delu študija in tej izjavi, skupaj z objavo pisnega zaključnega dela študija.

Ljubljana, \_\_\_\_\_

Podpis študenta:

\_\_\_\_\_

## **BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN Z IZVLEČKOM**

|                         |   |
|-------------------------|---|
| <b>UDK:</b>             | <b>532.542:532.528(043.2)</b>   |
| <b>Avtor:</b>           | <b>Blaž Anzeljc</b>   |
| <b>Mentor:</b>          | <b>prof. dr. Matjaž Četina</b>  |
| <b>Somentor:</b>        | <b>izr. prof. dr. Anton Bergant</b>   |
| <b>Naslov:</b>          | <b>Dopolnitev računalniškega programa za račun vodnega udara s pogojem kavitacije</b>   |
| <b>Tip dokumenta:</b>   | <b>Diplomska naloga – univerzitetni študij</b>  |
| <b>Obseg in oprema:</b> | <b>49 str., 16 sl., 44 en.</b>  |
| <b>Ključne besede:</b>  | <b>vodni udar, parna kavitacija, pretrganje kapljevinskega stebra, tlačni pulz, diskretni parni kavitacijski model, metoda časovnega zamika, validacija</b> |

### **Izvleček**

Sprememba pretočne hitrosti povzroči nihanje tlakov v cevnih sistemih, kjer je tok kapljevine pod tlakom. Pri tem je kontinuiteta kapljevine prekinjena (pretrganje kapljevinskega stebra), ko se tlak v sistemu zniža na nivo parnega tlaka kapljevine. Za potrebe diplomske naloge je bil nadgrajen računalniški program za račun vodnega udara, ki ne upošteva procesa uparovanja kapljevine pri njenem parnem tlaku, v diskretni parni kavitacijski model, kjer je pogoj pretrganja kapljevinskega stebra upoštevan. Poleg prvotne nadgradnje je bil program dodatno izpopolnjen z metodo časovnega zamika nastanka in zrušitve mehurja pare. Validacija treh različic programa, ki je bila izvedena s primerjavo med numeričnimi rezultati in rezultati meritev v laboratoriju, je jasno pokazala prednosti izboljšane numeričnega modela.

**BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION WITH ABSTRACT**

|                         |   |
|-------------------------|---|
| <b>UDC:</b>             | <b>532.542:532.528(043.2)</b>   |
| <b>Author:</b>          | <b>Blaž Anzeljc</b>   |
| <b>Supervisor:</b>      | <b>Prof. Matjaž Četina, Ph.D.</b>   |
| <b>Co-advisor:</b>      | <b>Assoc. Prof. Anton Bergant, Ph.D.</b>  |
| <b>Title:</b>           | <b>Upgrade of computer program for water hammer calculation with cavitation condition</b>   |
| <b>Document type:</b>   | <b>Graduation Thesis – University studies</b>   |
| <b>Scope and tools:</b> | <b>49 p., 16 fig., 44 eq.</b>   |
| <b>Key words:</b>       | <b>water hammer, vaporous cavitation, liquid column separation, pressure pulse, discrete vapour cavity model, method of improved timing, validation</b> |

**Abstract**

A change of flow velocity induces pressure fluctuations in piping systems, where flow of a liquid is under pressure. Liquid column separation occurs when the pressure drops to the level of the liquid vapour pressure. For the requirements of the graduation thesis, the computer program for water hammer calculation, which does not take into account a vaporization process at the liquid vapour pressure, was upgraded to the discrete vapour cavity model, where the condition of the liquid column separation is taken into account. In addition to the primary upgrade, the program was further improved with the method of improved timing of opening and collapse of a vapour cavity. The validation of three versions of the program, which was carried out with the comparison between numerical results and results from laboratory measurements, clearly showed advantages of the improved numerical model.

## KAZALO VSEBINE

|   |           |
|---|-----------|
| Bibliografsko-dokumentacijska stran z izvlečkom                                   | III       |
| Bibliographic-documentalistic information with abstract                           | IV        |
| Kazalo slik   | VII       |
| Simboli in okrajšave  | IX        |
| <b>1 UVOD</b>   | <b>1</b>  |
| <b>2 OPIS POJAVOV</b>   | <b>2</b>  |
| 2.1 Vodni udar  | 2         |
| 2.2 Pretrganje kapljevinskega stebra  | 4         |
| 2.3 Parna kavitacija  | 4         |
| 2.3.1 Diskretna parna kavitacija  | 5         |
| 2.3.2 Kontinuiran kavitacijski tok  | 5         |
| 2.4 Kratkotrajni tlačni pulz kot posledica prispetja modificiranega tlačnega vala | 6         |
| 2.5 Lokacija in intenziteta kavitacijskega toka                                   | 9         |
| <b>3 ENAČBE VODNEGA UDARA IN PARNE KAVITACIJE</b>                                 | <b>10</b> |
| 3.1 Enačbi vodnega udara  | 10        |
| 3.2 Enačba diskretne kavitacije   | 11        |
| 3.3 Enačbi kontinuiranega kavitacijskega toka                                     | 11        |
| 3.4 Enačbi kompresijskega skoka   | 12        |
| <b>4 NUMERIČNE METODE</b>   | <b>13</b> |
| 4.1 Metoda karakteristik za reševanje enačb vodnega udara                         | 13        |
| 4.1.1 Numerično reševanje navadnih diferencialnih enačb                           | 16        |
| 4.1.2 Vpliv strukture numerične mreže na rezultate                                | 18        |
| 4.2 Numerično reševanje enačbe diskretne parne kavitacije                         | 18        |
| <b>5 MATEMATIČNI MODELI</b>   | <b>20</b> |
| 5.1 Diskretni parni kavitacijski model  | 20        |
| 5.1.1 Numerično modeliranje diskretne parne kavitacije                            | 20        |
| 5.1.2 Izpopolnjevanje osnovnega modela diskretne parne kavitacije                 | 22        |
| 5.1.2.1 Časovni zamik nastanka in zrušitve mehurja pare                           | 22        |
| 5.2 Diskretni plinski kavitacijski model  | 25        |
| 5.3 Kombiniran kavitacijski model   | 25        |
| <b>6 OPIS RAČUNALNIŠKEGA PROGRAMA</b>   | <b>26</b> |
| 6.1 Struktura programa v pretočnem režimu vodnega udara                           | 26        |

---

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 6.1.1    | Račun začetnih pogojev  | 27        |
| 6.1.2    | Račun v notranjih vozliščih numerične mreže   | 27        |
| 6.1.3    | Račun v levih robnih vozliščih  | 28        |
| 6.1.4    | Račun v desnih robnih vozliščih   | 28        |
| 6.1.5    | Preimenovanje odvisnih spremenljivk pred začetkom naslednjega računskega koraka   | 29        |
| 6.2      | Struktura programa v pretočnem režimu kavitacije  | 29        |
| <b>7</b> | <b>PRIMERJAVA REZULTATOV IZRAČUNA IN MERITEV</b>  | <b>30</b> |
| 7.1      | Preizkusna postaja  | 30        |
| 7.2      | Primerjava rezultatov izračuna in meritev   | 31        |
| 7.2.1    | Primerjave izračunov in meritev pri konstantni statični višini v tlačnem hramu in konstantni pozitivni strmini cevovoda | 32        |
| 7.2.1.1  | Ugotavljanje podobnosti numeričnih izračunov pri različnih utežnih koeficientih   | 35        |
| 7.2.1.2  | Ugotavljanje podobnosti med računskimi rezultati dobljenimi s tremi različnimi numeričnimi modeli                       | 35        |
| 7.2.1.3  | Ugotavljanje podobnosti med numeričnimi izračuni pri različnem številu cevnih odsekov                                   | 44        |
| <b>8</b> | <b>ZAKLJUČEK</b>  | <b>47</b> |
| 8.1      | Usmeritve za nadaljnje nadgradnje računalniškega programa   | 47        |
|          | <b>VIRI</b>   | <b>48</b> |



## KAZALO SLIK

|  |    |
|--|----|
| Slika 1: Potovanje udarnih valov (Rajar, 1980) .....   | 2  |
| Slika 2a (levo): Vzbujanje parne kavitacije s hitrim zapiranjem ventila v cevnem sistemu z a) navzdol nagnjeno cevjo, b) vodoravno cevjo in c) navzgor nagnjeno cevjo (Bergant, Simpson in Tijsseling, 2004).....  | 6  |
| Slika 2b (desno): Parna kavitacija na mestu preloma cevovoda (Bergant, Simpson in Tijsseling, 2004) .....  | 6  |
| Slika 3: Kratkotrajni pulz tlaka. a) Vodoravni hidravlični sistem rezervoar-cevovod-ventil. b) Potovanje in odboji udarnih valov po zaprtju ventila. c) Časovna sprememba tlačne višine ob gorvodni strani ventila (Bergant, 1992) .....   | 7  |
| Slika 4: Numerična mreža pri metodi karakteristik (Bergant, 1992) .....  | 16 |
| Slika 5: Skica diskretnega kavitacijskega modela (Bergant, Simpson in Tijsseling, 2004).....   | 20 |
| Slika 6: Sprememba volumna mehurja pare (Bergant, 1996) .....  | 21 |
| Slika 7: Preizkusna postaja (Bergant in sod., 2005).....   | 30 |
| Slika 8: Primerjava tlačnih višin, izračunanih pri različnih začetnih pretočnih hitrostih {0,30; 0,71; 1,40} m/s in utežnem koeficientu $\psi = 1,0$ , na mestih ob ventilu ( $H_{valve}$ ) in na polovici dolžine cevovoda ( $H_{mp}$ ). .....  | 33 |
| Slika 9: Primerjava tlačnih višin, izračunanih pri različnih začetnih pretočnih hitrostih {0,30; 0,71; 1,40} m/s in utežnem koeficientu $\psi = 0,5$ , na mestih ob ventilu ( $H_{valve}$ ) in na polovici dolžine cevovoda ( $H_{mp}$ ). .....  | 34 |
| Slika 10: Primerjava tlačnih višin, izračunanih s tremi različnimi numeričnimi modeli (VodU, DPAKM, DPAKM+ZN+ZZ) pri začetni pretočni hitrosti 0,30 m/s, na mestih ob ventilu ( $H_{valve}$ ) in na polovici dolžine cevovoda ( $H_{mp}$ ). .....  | 39 |
| Slika 11: Primerjava tlačnih višin, izračunanih s tremi različnimi numeričnimi modeli (VodU, DPAKM, DPAKM+ZN+ZZ) pri začetni pretočni hitrosti 1,40 m/s, na mestih ob ventilu ( $H_{valve}$ ) in na polovici dolžine cevovoda ( $H_{mp}$ ). .....  | 40 |
| Slika 12: Primerjava časovne pojavnosti med višinami tlakov, volumni mehurjev pare ter gorvodno in dolvodno hitrostjo na mestu ob ventilu ( $H_{valve}$ ) pri začetni hitrosti 0,30 m/s. ....  | 41 |
| Slika 13: Primerjava časovne pojavnosti med višinami tlakov, volumni mehurjev pare ter gorvodno in dolvodno hitrostjo na mestu ob ventilu ( $H_{valve}$ ) pri začetni hitrosti 1,40 m/s. ....  | 42 |
| Slika 14: Primerjava velikosti razmerji dveh volumnov med vrednostmi, dobljenimi s simulacijami pri treh različnih začetnih hitrostih {0,30; 0,71; 1,40} m/s za posamezne profile vzdolž cevovoda. Razmerje volumnov predstavlja razmerje med volumnom mehurja pare in volumnom kapljevine znotraj cevnega odseka ( $\Delta x$ ). Priporočena mejna vrednost razmerja volumnov je enaka 0,10. .. | 43 |
| Slika 15: Primerjava tlačnih višin, izračunanih pri različnem številu cevskih odsekov $N = \{8, 32, 64, 128\}$ in začetni pretočni hitrosti 0,30 m/s, na mestu ob ventilu ( $H_{valve}$ ). .....   | 45 |

---

|   |    |
|---|----|
| Slika 16: Primerjava tlačnih višin, izračunanih pri različnem številu cevnih odsekov $N = \{8, 32, 64, 128\}$ in začetni pretočni hitrosti 1,40 m/s, na mestu ob ventilu ( $H_{valve}$ ). ..... | 46 |
|---|----|

## SIMBOLI IN OKRAJŠAVE

| Simboli    | Opis   | Enote   |
|------------|--|---------|
| $A$        | Prečni presek cevi   | $m^2$   |
| $a$        | Hitrost širjenja udarnih valov v kapljevini                                      | $m/s$   |
| $a_s$      | Hitrost širjenja kompresijskega skoka  | $m/s$   |
| $D$        | Premer cevovoda  | $m$     |
| $g$        | Zemeljski pospešek   | $m/s^2$ |
| $H$        | Tlačna višina nad primerjalno osnjo: $H = p/\rho g + z = h + z$                  | $m$     |
| $H_{mp}$   | Tlačna višina na polovici dolžine cevovoda                                       | $m$     |
| $H_{v1}$   | Tlačna višina pri ventilu (gorvodna stran)                                       | $m$     |
| $H_{v2}$   | Tlačna višina pri ventilu (dolvodna stran)                                       | $m$     |
| $H_s$      | Tlačna višina na gorvodni strani kompresijskega skoka                            | $m$     |
| $H_{sv}$   | Tlačna višina na dolvodni strani kompresijskega skoka                            | $m$     |
| $H_{ur}$   | Tlačna višina v gorvodnem tlačnem rezervoarju                                    | $m$     |
| $H_v$      | Tlačna višina pri parnem tlaku kapljevine  | $m$     |
| $h$        | Piezometrična tlačna višina nad izhodiščno osjo na vrhu cevovoda                 | $m$     |
| $j$        | Številka profila   |         |
| $L$        | Dolžina cevovoda   | $m$     |
| $N$        | Število cevnih odsekov   |         |
| $p$        | Tlak   | $N/m^2$ |
| $Q$        | Pretok na dolvodni strani računskega vozlišča                                    | $m^3/s$ |
| $Q_u$      | Pretok na gorvodni strani računskega vozlišča                                    | $m^3/s$ |
| $t$        | Čas  | $s$     |
| $t_c$      | Čas zapiranja ventila  | $s$     |
| $V$        | Volumen  | $m^3$   |
| $V_{vc}$   | Volumen mehurja pare   | $m^3$   |
| $v$        | Pretočna hitrost; hitrost ob dolvodni strani mehurja pare                        | $m/s$   |
| $v_m$      | Pretočna hitrost homogene zmesi kapljevine in parnih mehurčkov                   | $m/s$   |
| $v_u$      | Hitrost ob gorvodni strani mehurja pare  | $m/s$   |
| $v_0$      | Stacionarna pretočna hitrost   | $m/s$   |
| $z$        | Višina med primerjalno osjo in osjo na vrhu cevovoda (geodetska višina cevovoda) | $m$     |
| $\alpha_g$ | Plinski kavitacijski razmernik   |         |

---

|            |  |                   |
|------------|--|-------------------|
| $\alpha_v$ | Parni kavitacijski razmernik                     |                   |
| $\Delta t$ | Časovni korak                                    | s                 |
| $\Delta x$ | Dolžina cevnega odseka                           | m                 |
| $\theta$   | Strmina cevovoda                                 | °                 |
| $\lambda$  | Darcy-Weisbachov koeficient trenja za stalni tok |                   |
| $\rho$     | Gostota kapljevine                               | kg/m <sup>3</sup> |
| $\psi$     | Utežni koeficient                                |                   |
| $\kappa$   | Utežni faktor                                    |                   |
| $\tau$     | Brezdimenzijski parameter                        |                   |

### Okrajšave

|             |  |
|-------------|--|
| VodU        | Numerični model za račun vodnega udara   |
| DPAKM       | Diskretni parni kavitacijski model   |
| DPAKM+ZN+ZZ | Diskretni parni kavitacijski model izpopolnjen z metodo časovnega zamika nastanka in zrušitve mehurja pare |

## 1 UVOD

Hidravlični cevni sistemi so izpostavljeni vrsti različnih obratovalnih režimov, ki pogosto vzbudijo prehodne pojave, kateri spadajo v skupino vodnega udara. Značilnost vodnega udara je nihanje tlakov v cevovodu v obdobju trajanja pojava, kar lahko vpliva na spremembo vrtilne frekvence v hidravličnih strojih ali na nihanje gladine kapljevine v izravnalnikih. Določen del obravnavanih prehodnih pojavov povzroči znižanje tlačne višine v sistemu na nivo višine parnega tlaka kapljevine, kar vodi do prekinitve homogenosti in kontinuitete kapljevine. Opisan proces imenujemo pretrganje kapljevinskega stebra. Neželeni vplivi vodnega udara lahko ustavijo obratovanje hidravličnih sistemov (hidroelektrarna, črpalni sistem) ali poškodujejo elemente sistema (zrušitev cevovoda). Obremenitve vodnega udara (do dopustnih mej) lahko nadzorujemo z ustreznim krmiljenjem obratovalnih režimov, vgradnjo elementov za blažitev vodnega udara ali prerazporeditvijo elementov cevne sistema (Bergant in sod., 2005). Za namen poglobljenega razumevanja fizike vodnega udara, kar posredno omogoča učinkovitejše upravljanje in načrtovanje hidravličnih sistemov, se razvijajo matematični modeli, ki omogočajo računalniško simuliranje prehodnih pojavov.

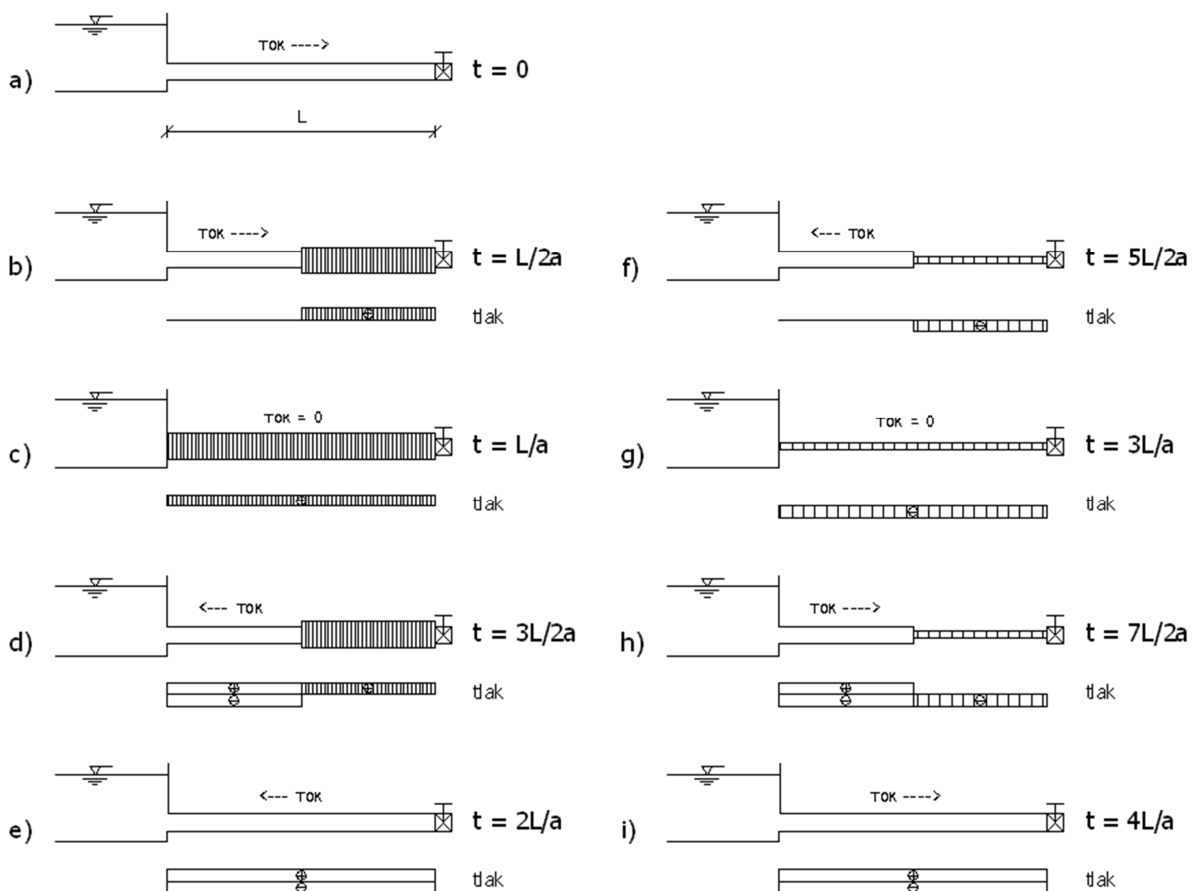
V začetku diplomske naloge so opisane glavne značilnosti vodnega udara in parne kavitacije z namenom, da se podrobneje predstavi časovno sosledje dogodkov po trenutku, ko je med prehodnim pojavom dosežen nivo parnega tlaka. Sledi predstavitev teoretičnih enačb, seznanitev z metodami za reševanje enačb vodnega udara in diskretne parne kavitacije ter prikaz uporabe integriranih enačb pri numeričnem modeliranju diskretne parne kavitacije. V nadaljevanju so predstavljeni trije numerični modeli s poudarkom na modelu diskretne parne kavitacije, ki služi kot osnova, na kateri temelji postopek programiranja pri nadgradnji programa. Poleg tega je podrobno opisan postopek izpopolnitve diskretnega parnega kavitacijskega modela z metodo časovnega zamika nastanka in zrušitve mehurja pare. Sledi opis strukture računalniškega programa in predstavitev grafične in numerične analize primerjav med rezultati eksperimentalnih meritev in numeričnih izračunov. Primerjava rezultatov je namenjena validaciji treh različic programa, razvitih za potrebe diplomske naloge. V zaključku je podan povzetek ugotovitev glede zanesljivosti izračunov in povzetek vzrokov za neskladja med rezultati. Ob tem so podane tudi usmeritve za nadaljnjo nadgradnjo zadnje različice programa.

## 2 OPIS POJAVOV

### 2.1 Vodni udar

V cevnih sistemih, kjer kapljevina teče pod tlakom, vsaka časovna sprememba pretoka povzroči tlačne valove (udarne valove), ki se širijo v obeh smereh (dolvodno in gorvodno) po cevovodu. Udarne valove se po določenem času zadušijo zaradi vpliva trenja. Ti valovi so popolnoma analogni pozitivnim in negativnim valovom pri toku s prosto gladino, le da se namesto spreminjanja kote gladine (ali globine), tu časovno spreminjajo tlačne višine vzdolž cevovoda (Rajar, 1980). Opisan pojav imenujemo vodni udar.

Rajar (1980) in Mazij (2009) sta podrobno opisala zaporedje dogodkov v cevovodu v primeru trenutnega zaprtja dolvodnega ventila, ko je čas zapiranja  $t_c = 0$ . Za ilustracijo prehodnega pojava je uporabljen vodoravni hidravlični sistem rezervoar-cevovod-ventil (slika 1: a)). Predpostavimo elastične stene cevovoda in stisljivost kapljevine. Vpliv trenja je zanemarjen. Časovna sprememba tlačne višine vzdolž cevovoda je določena po teoriji vodnega udara. Potovanje udarnih valov (širjenje in odboji valov) po trenutnem zaprtju ventila v času  $t = 0$  s je prikazano na sliki 1.



Slika 1: Potovanje udarnih valov (Rajar, 1980: str. 101)

Potovanje udarnega vala razdelimo na štiri faze:

1. Potovanje tlačnega vala od ventila proti rezervoarju v obdobju  $0 \leq t < L/a$  (slika 1: a), b) in c)).

V trenutku zaprtja ventila ( $t = 0$  s) se zaustavi in zaradi vztrajnosti dotekajoče kapljevine tudi stisne parcialni volumen (kratek cilinder) kapljevine tik ob ventilu. Ker je voda malo stisljiva, se istočasno na istem odseku cevovoda, pod vplivom povečanega tlaka, razširi presek cevi. Nadaljnji dotok stiska naslednje parcialne volumne in jih zbija drugega na drugega ter povzroča širjenje preseka cevi v smeri nasproti dotekanju kapljevine (v smeri proti rezervoarju). Val nadtlakov in razširjanje cevi se enako kot elastični val širi s hitrostjo  $a$ , ki je odvisna od geometrijskih karakteristik cevi, načina vgraditve in materiala cevi ter od lastnosti kapljevine. Na strani pred čelom tlačnega vala (sprednja stran čela tlačne motnje je usmerjena v smeri potovanja tlačnega vala) je tok stacionaren (motnja ga še ni dosegla:  $H_0, v_0$ ), na strani za čelom vala pa kapljevina miruje ( $H_0 + \Delta H, v = 0$  m/s). Tlačni val prispe do rezervoarja v času  $t = L/a$ .

2. Odboj tlačnega vala pri rezervoarju in potovanje proti ventilu v obdobju  $L/a \leq t < 2L/a$  (slika 1: c), d) in e)).

V trenutku, ko tlačni val prispe do rezervoarja, vsa kapljevina v cevovodu miruje, višina tlakov pa je enaka  $H_0 + \Delta H$ . Ker je gladina vode v rezervoarju konstantna ( $H_0$ ), v času  $t = L/a$  obstaja neravnovesje med tlačno višino v rezervoarju ( $H_0$ ) in v cevovodu ( $H_0 + \Delta H$ ). Neravnovesje povzroči začetek toka kapljevine iz cevovoda proti rezervoarju in izenačitev tlačne višine v cevovodu z višino v rezervoarju. Negativni tlačni val tako potuje od rezervoarja proti ventilu. Na strani pred čelom vala kapljevina miruje ( $H_0 + \Delta H, v = 0$  m/s), na strani za čelom vala je tok kapljevine usmerjen proti rezervoarju ( $v = -v_0$ ) in višina tlakov enaka gladini vode v rezervoarju ( $H_0$ ). Tlačni val prispe do ventila v času  $t = 2L/a$ .

3. Odboj tlačnega vala pri ventilu in potovanje proti rezervoarju v obdobju  $2L/a \leq t < 3L/a$  (slika 1: e), f) in g)).

V času  $t = 2L/a$  po zaprtju ventila je tlačna višina v cevovodu enaka začetni vrednosti ( $H_0$ ), vsa kapljevina vzdolž cevovoda ima smer toka proti rezervoarju ( $v = -v_0$ ). Ker je ventil zaprt, ne moremo doseči negativne hitrosti ( $-v_0$ ) ob ventilu (dotok kapljevine je preprečen). Tok kapljevine v smeri proti rezervoarju se zato ob ventilu izniči ( $v = 0$  m/s), tlačna višina se zmanjša na  $H_0 - \Delta H$ . Postopno zaustavljanje parcialnih volumnov kapljevine v smeri proti rezervoarju je analogno potovanju negativnega tlačnega vala proti rezervoarju. Na strani za čelom vala je kapljevina v mirovanju ( $H_0 - \Delta H, v = 0$  m/s). Negativni tlačni val prispe do rezervoarja v času  $t = 3L/a$ .

4. Odboj tlačnega vala pri rezervoarju in potovanje proti ventilu v obdobju  $3L/a \leq t < 4L/a$  (slika 1: g), h) in i)).

V času  $t = 3L/a$  po zaprtju ventila doseže rezervoar negativni tlačni val, vsa kapljevina v cevovodu miruje ( $v = 0$  m/s), tlačna višina v cevovodu je enaka  $H_0 - \Delta H$ . Ponovno obstaja neravnovesje med tlačno višino v rezervoarju ( $H_0$ ) in v cevovodu ( $H_0 - \Delta H$ ), kar je vzrok za ponoven začetek toka kapljevine proti zaprtem ventilu in posledično izenačitev tlačne višine v cevovodu z višino v rezervoarju. Na strani pred čelom vala kapljevina miruje ( $H_0 - \Delta H$ ,  $v = 0$  m/s), na strani za čelom vala je tok kapljevine usmerjen proti ventilu ( $H_0$ ,  $v_0$ ). Ko tlačni val v času  $t = 4L/a$  prispe do zaprtega ventila, so pretočni pogoji v cevovodu enaki začetnim (stacionarnim) v času trenutnega zaprtja ventila  $t = 0$  s.

Ob predpostavki, da se izgube zaradi trenja zanemarijo, se obravnavani proces nadaljuje s periodo  $4L/a$ .

Dosežena maksimalna višina tlakov v hidravličnem sistemu je odvisna od časa trajanja do popolnega zaprtja zapornega elementa. Razlikujemo dve možnosti (Rajar, 1980):

- čas zapiranja je krajši od  $2L/a$  in
- čas zapiranja je daljši od  $2L/a$ .

V prvem primeru se ob zapornem elementu in vzdolž določenega odseka cevi pojavljajo maksimalni nadtlaki, ki ustrezajo polnemu vodnemu udaru. Kadar se zaporni element zapre trenutno, se vzdolž celotnega cevovoda pojavijo maksimalni nadtlaki, ki ustrezajo polnemu vodnemu udaru. V drugem primeru, ko je čas linearne zapiranja daljši od  $2L/a$ , so doseženi maksimalni nadtlaki nižji, saj tudi ob zapornem elementu ne dosežejo vrednosti polnega vodnega udara. Počasno zapiranje zavaruje najbolj obremenjene elemente hidravličnega sistema pred maksimalno višino udarnega vala.

## 2.2 Pretrganje kapljevinskega stebra

Za lažjo predstavo o mehanizmu pretrganja kapljevinskega stebra uporabimo analogijo, ki ponazori podobnost med dvema različnima pojavoma iz sorodnih vej mehanike: mehanike tekočin in mehanike trdnih teles. Kot prisodobno za pretrganje kapljevinskega stebra uporabimo porušitev palice zaradi natezne obremenitve (Bergant, Simpson in Tijsseling, 2004).

## 2.3 Parna kavitacija

Hidravlične prehodne režime (nihanje pretoka v odvisnosti od časa kot posledica zapiranja ventila, razbremenitve vodne turbine, izklopa črpalke ipd.) znotraj cevne sistema razvrščamo v dva pretočna režima glede na območja z različnimi višinami tlakov (Bergant, Simpson in Tijsseling, 2004). Prvi



režim imenujemo režim vodnega udara (pretočni režim brez kavitacije) in se nahaja na območjih cevne sistema, kjer je višina tlaka vedno nad parnim tlakom kapljevine. Drugi režim imenujemo kavitacijski režim in se nahaja na območjih, kjer je višina tlaka enaka višini parnega tlaka kapljevine.

V kavitacijskem režimu razlikujemo dva tipa parnih kavitacij, ki jih prepoznavamo na osnovi velikosti kavitacijskega volumskega razmernika (Bergant, 2000). Razmernik je definiran kot razmerje med volumnom pare in skupnim volumnom kapljevine in pare. Velikost razmernika je odvisna od velikosti gradienta hitrosti v kavitacijskem toku. Prvi tip kavitacije je diskretna parna kavitacija ali lokalno pretrganje kapljevinskega stebra z velikim kavitacijskim razmernikom (blizu ena). Drugi tip kavitacije je kontinuiran kavitacijski tok vzdolž določene dolžine cevovoda. V tem primeru je kavitacijski razmernik majhen oziroma blizu nič.

V numeričnih modelih uporabljamo vrednost parnega tlaka kapljevine kot izhodišče, pri katerem se začne parna kavitacija v simulaciji prehodnega pojava (Wylie in Streeter, 1993).

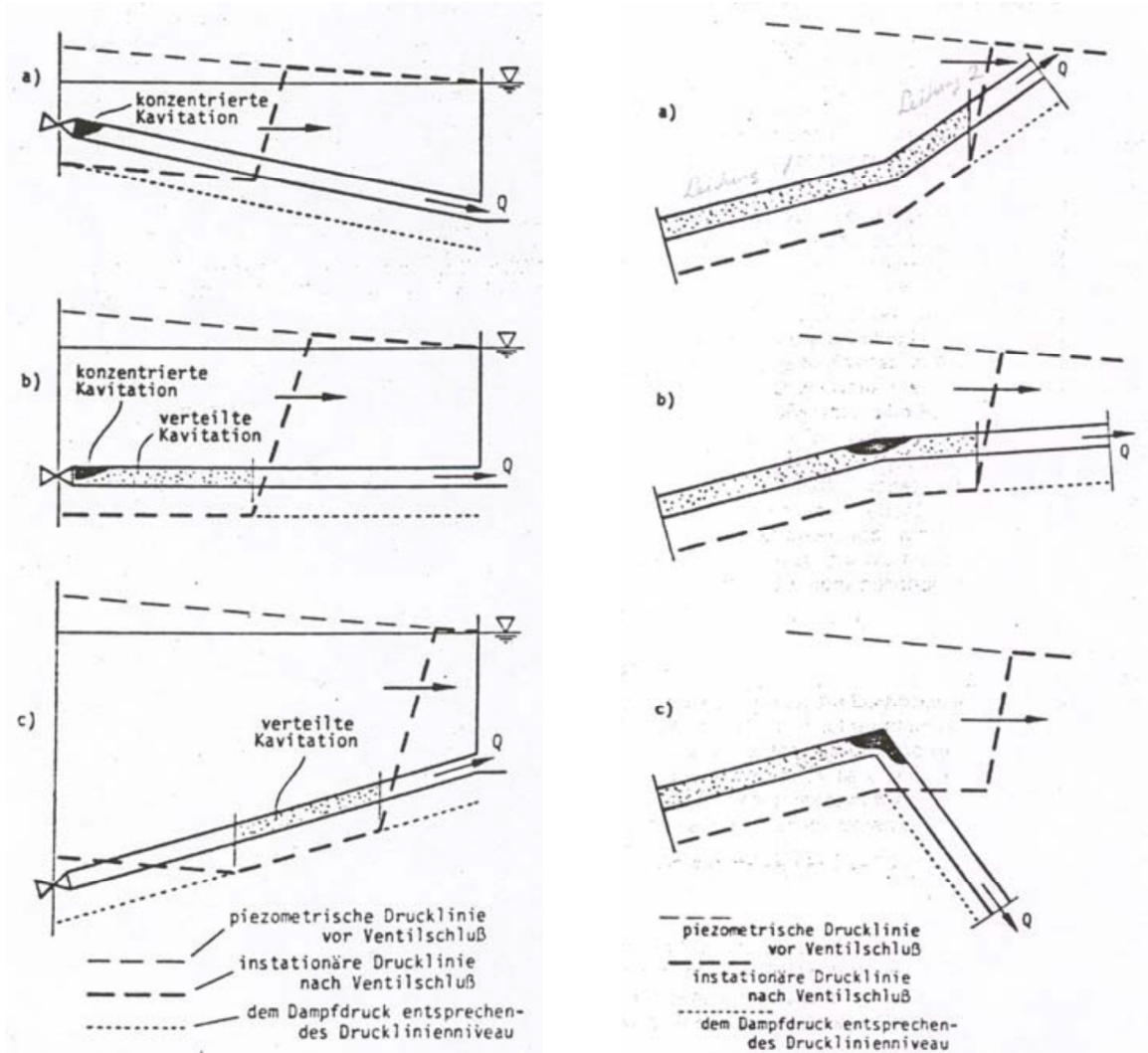
### **2.3.1 Diskretna parna kavitacija**

Pri diskretni parni kavitaciji se tvorijo veliki mehurji pare, ki jih zaradi značilnih položajev v cevni sistemih imenujemo tudi lokalni mehurji pare. Lokalni mehurji so locirani ob hidravličnih elementih (ventil, črpalka ipd.), v najvišjih točkah cevovoda (prelom – sprememba smeri pri naklonu cevi) ali v vmesnih točkah vzdolž cevovoda, kot rezultat srečanja dveh nizkotlačnih valov (princip superpozicije).

### **2.3.2 Kontinuiran kavitacijski tok**

Kontinuiran kavitacijski tok (nepretrgan parni kavitacijski tok) je področje dvofaznega toka, sestavljenega iz kapljevine in parnih mehurčkov. V nasprotju z diskretno parno kavitacijo poteka kontinuiran kavitacijski tok na daljšem odseku cevovoda, kjer je višina tlaka neprekinjeno na nivoju parnega tlaka kapljevine.

Področje kontinuiranega kavitacijskega toka lahko nastane kot posledica prehoda negativnega tlačnega vala skozi del cevovoda, kjer se glede na središčno os cevi višina tlačne črte zmanjšuje v smeri propagacije vala (Kranenburg, 1974, cit. po Bergant, Simpson in Tijsseling, 2004). Vzrok zmanjševanja višine vzdolž osi cevovoda je lahko trenje ali naklon cevi (slika 2). V nasprotnem primeru, ko se višina tlačne črte povečuje v smeri širjenja negativnega tlačnega vala, se kontinuiran kavitacijski tok ne pojavi. Zaradi vedno manjših tlačnih sprememb v področju kavitacije se zmanjšujejo tudi spremembe hitrosti. Torej imajo delci tekočine, ki se nahajajo za čelom negativnega tlačnega vala, različne hitrosti. Delci, ki so bližje čelu vala, imajo večje hitrosti.



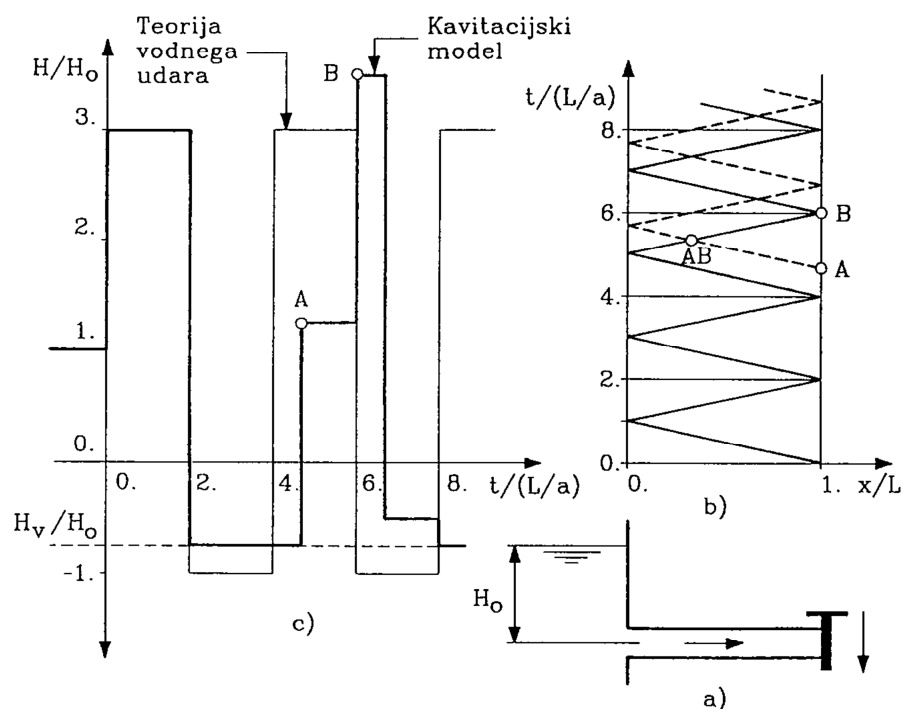
Slika 2a (levo): Vzbujanje parne kavitacije s hitrim zapiranjem ventila v cevnem sistemu z a) navzdol nagnjeno cevjo, b) vodoravno cevjo in c) navzgor nagnjeno cevjo (Bergant, Simpson in Tijsseling, 2004: str. 13)

Slika 2b (desno): Parna kavitacija na mestu preloma cevovoda (Bergant, Simpson in Tijsseling, 2004: str. 13)

#### 2.4 Kratkotrajni tlačni pulz kot posledica prispetja modificiranega tlačnega vala

Bergant (1992) je podrobno opisal zaporedje dogodkov, ki povzročijo kratkotrajni pulz tlaka. Za ilustracijo pojava je uporabljen vodoravni hidravlični sistem rezervoar-cevovod-ventil (slika 3: a)). Prehodni pojav je vzbujen s hipnim zaprtjem ventila. Vpliv trenja je zanemarljiv. Potovanje udarnih valov (širjenje in odboji valov) po trenutnem zaprtju ventila je prikazano na sliki 3: b). Časovna sprememba tlačne višine ob gorvodni strani ventila, določena po teoriji vodnega udara (tanka neprekinjena črta) in po diskretnem kavitacijskem modelu (odebeljena neprekinjena črta), ki upošteva

pretrganje kapljevinskega stebra ob ventilu, je podana na sliki 3: c). Za prepoznavanje osnovnih vplivnih parametrov, ki povzročijo kavitacijski tok med prehodnimi režimi v cevnih sistemih, se analizira časovni potek sledi tlačne višine pri trenutnem zaprtju ventila.



Slika 3: Kratkotrajni pulz tlaka. a) Vodoravni hidravlični sistem rezervoar-cevovod-ventil. b) Potovanje in odboji udarnih valov po zaprtju ventila. c) Časovna sprememba tlačne višine ob gorvodni strani ventila (Bergant, 1992: str. 12)

Višina tlačne črte pri stacionarnem pretoku vzdolž cevovoda je enaka piezometrični višini  $H_0$ . Po trenutnem zaprtju ventila se pretok ustavi. Trenutno zvišanje tlačne višine ob ventilu je predvideno z enačbo Žukovskega (2.1):

$$\Delta H = -\frac{a}{g} \Delta v, \quad (2.1)$$

kjer so:

$\Delta H$  ... sprememba tlačne višine,

$\Delta v$  ... sprememba pretočne hitrosti po teoriji vodnega udara (popolna zaustavitev pretoka),

$a$  ... hitrost širjenja udarnih valov v kapljevini,

$g$  ... zemeljski pospešek.

Tlačni val potuje proti rezervoarju, kjer se odbije in vrne nazaj k ventilu v času  $2L/a$  po zaprtju ventila. Gibanje kapljevine v cevovodu je usmerjeno v nasprotno smer (proti rezervoarju). Tlačna višina je enaka stacionarni tlačni višini  $H_0$ . Odboju vala od zaprtega ventila sledi po teoriji vodnega udara zaustavitev pretoka (zmanjšanje hitrosti pretoka na nič) in nadaljnje zmanjšanje tlačne višine v cevovodu za vrednost  $\Delta H$ . Za obravnavan primer (slika 3: a) in tanka neprekinjena črta na sliki 3: c)) bi bila posledica maksimalnega zmanjšanja tlačne višine, da se tlačna črta spusti pod nivo parnega tlaka kapljevine (vodoravna črtkana črta na sliki 3: c)) na mestu zaprtega ventila. Zaradi fizikalnih omejitev se tlačna črta v realnih hidravličnih sistemih ne more spustiti pod nivo parnega tlaka kapljevine.

Ob tem upoštevamo, da prične kapljevina kavitirati pri parnem tlaku kapljevine in da samo idealno čista kapljevina in čiste stene cevovoda dovoljujejo natezne napetosti v kapljevini. Začetek parne kavitacije (rojstvo mehurja pare) se praviloma prične v zametkih (nastavkih), kot so mikroskopske plinske kavitete (mehurčki plina) ujete v suspendiranih delčkih ali ob hrapavi površini stene cevovoda. Masa pare v inducirani kaviteti (mehur mešanice pare in plina) je mnogo večja od mase plina.

V primeru odboja udarnega vala od zaprtega ventila in znižanja tlačne višine samo na višino parnega tlaka kapljevine (odebeljena neprekinjena črta na sliki 3: c)) se hitrost toka, ki je usmerjen proti rezervoarju, ne zniža na vrednost nič, ampak na vrednost v enačbi (2.2). Enačba (2.2) je izpeljana različica iz enačbe (2.1).

$$v_o - \Delta v_{vc} = v_o - \frac{g(H_0 + H_b - p_v^*/\gamma)}{a}, \quad (2.2)$$

kjer so:

- $H_b$  ... zračni tlak (tlačna višina),
- $p_v^*$  ... absolutni parni tlak kapljevine,
- $\gamma$  ... specifična teža kapljevine.

Gibanje kapljevine od ventila proti rezervoarju povzroči pretrganje kapljevinskega stebra ob zaprtem ventilu (začne se proces diskretne parne kavitacije). Volumen mehurja pare se začne večati in ob tem deluje kot fiksni tlačni robni pogoj, od katerega se odbijajo udarni valovi. Pri vsakokratnem odboju udarnega vala od mehurja pare se zmanjša hitrost kapljevine za  $\Delta v_{vc}$  (iz enačbe (2.2)). V času  $4L/a$  od rezervoarja odbiti val prispe nazaj k ventilu. Hitrost v cevovodu je pozitivna. Ko postane hitrost ob zaprtem ventilu pozitivna (usmerjena proti ventilu), se začne volumen mehurja pare zmanjševati, dokler ne pride do zrušitve mehurja in trka kapljevinskega stebra ob ventil. Trenutna zaustavitev kapljevinskega stebra povzroči sekundarni tlačni val (točka A na sliki 3: b) in c)). Višina sekundarnega tlačnega vala je nižja v primerjavi z višino primarnega tlačnega vala, ki je bil inducirani na začetku prehodnega pojava. V času  $6L/a$  modificirani primarni val prispe k zaprtemu ventilu v obliki

kratkotrajnega tlačnega pulza (točka B na sliki 3: b) in c)). Modificirani val je sestavljen iz primarnega in sekundarnega tlačnega vala, kot posledica srečanja valov v točki AB na sliki 3: b). Rezultirajoča maksimalna tlačna višina (odebeljena neprekinjena črta) je višja od maksimalne višine, dobljene po teoriji vodnega udara z enačbo Žukovskega (2.1) (tanko neprekinjena črta). V primeru, ko se mehur pare zruši točno v trenutku prihoda čela primarnega tlačnega vala, se kratkotrajni tlačni pulz ne pojavi (Bergant, Simpson in Tijsseling, 2004).

## **2.5 Lokacija in intenziteta kavitacijskega toka**

Lokacija in intenziteta kavitacijskega toka med prehodnimi pojavi v cevnih sistemih je odvisna od (Bergant, 1992):

- hidrodinamičnih karakteristik sistema (hitrost, piezometrična višina, trenje kapljevine ob steni cevovoda, kavitacijske karakteristike kapljevine),
- geometričnih karakteristik sistema (premer, dolžina in vzdolžni profil cevovoda),
- pogonskih karakteristik sistema (hitrost zapiranja ventila, izklop črpalke, razbremenitev turbine).

### 3 ENAČBE VODNEGA UDARA IN PARNE KAVITACIJE

Kavitacijski tok med prehodnimi režimi v cevnih sistemih je popisan z enačbami vodnega udara, diskretne kavitacije, kontinuiranega kavitacijskega toka in kompresijskega skoka. Enačbe vodnega udara (enofazni tok), kontinuiranega kavitacijskega toka (enokomponentni dvofazni tok) in kompresijskega skoka (sprememba dvofaznega v enofazni tok) so izpeljane s pomočjo integralnega principa kontrolnega volumna za enodimenzionalni tok (Bergant, 1992). Izhodiščni enačbi, iz katerih so izpeljane enačbe za nestalne pretočne razmere, sta kontinuitetna enačba in izrek o gibalni količini. Osnovni integralni zasnovi za nadaljnjo izpeljavo enačb za enodimenzionalni tok, kjer je hitrost  $v$  usmerjena v smeri osi cevi (os  $x$ ), se glasita:

Kontinuitetna enačba:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho dV + \iint_A \rho \vec{v} d\vec{A} = 0 \quad (3.1)$$

Izrek o gibalni količini:

$$\sum F = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho v dV + \iint_A \rho v \vec{v} d\vec{A} \quad (3.2)$$

Nadaljnja podrobna izpeljava enačb je prikazana v delu Berganta in Simpsona (1997).

#### 3.1 Enačbi vodnega udara

Enačbi vodnega udara popisujeta nestacionarni kapljevinski tok v cevovodu v primerih, ko je tlak (vedno in povsod) večji od parnega tlaka kapljevine. Pri izpeljavi enačb so upoštevane naslednje predpostavke (Bergant, 1992):

- enodimenzionalen tok;
- enakomerna porazdelitev tlaka in hitrosti po prečnem prerezu;
- linearna stisljivost kapljevine in linearna elastičnost sten cevovoda;
- kapljevina zavzema polni prerez cevovoda;
- tlak je večji od parnega tlaka kapljevine;
- izgube trenja so izračunane enako kot za stacionarni tok;
- koncentracija prostih plinskih kavitet (zračnih mehurčkov) v kapljevini je zanemarljivo majhna (posledično je hitrost širjenja udarnih valov ( $a$ ) obravnavana kot konstanta);
- širjenje motnje v steni cevovoda (materialni val) je zanemarljivo.

V nadaljevanju sta podani enačbi vodnega udara, izpeljani iz enačb (3.1) in (3.2):

Kontinuitetna enačba vodnega udara:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + v \frac{\partial H}{\partial x} - v \sin \theta + \frac{a^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad (3.3)$$

kjer so:

- $H$  ... tlačna višina nad primerjalno osjo,
- $v$  ... pretočna hitrost,
- $\theta$  ... strmina cevovoda,
- $a$  ... hitrost širjenja udarnih valov v kapljevini,
- $g$  ... zemeljski pospešek.

Gibalna enačba vodnega udara:

$$g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\lambda v |v|}{2D} = 0, \quad (3.4)$$

kjer sta:

- $\lambda$  ... Darcy-Weisbachov koeficient trenja za stalni tok,
- $D$  ... premer cevovoda.

### 3.2 Enačba diskretne kavitacije

Diskretna parna kavitacija (pretrganje kapljevinskega stebra) je obravnavana kot robni ali interni pogoj. Pritok kapljevine ali tekočine v mehur pare in iztok iz njega sta izračunana z enačbami vodnega udara ali kontinuiranega kavitacijskega toka. Sprememba volumna mehurja pare v časovnem intervalu je izražena s kontinuitetno enačbo diskretne kavitacije, zapisane v integralni obliki (Bergant, 1992):

Kontinuitetna enačba diskretne kavitacije:

$$V_{vc} = \int_{t_{in}}^t A(v - v_u) dt, \quad (3.5)$$

kjer so:

- $V_{vc}$  ... volumen mehurja pare,
- $t_{in}$  ... čas nastanka (rojstvo) mehurja pare,
- $A$  ... prečni presek cevi,
- $v_u$  ... hitrost ob gorvodni strani mehurja pare,
- $v$  ... hitrost ob dolvodni strani mehurja pare.

### 3.3 Enačbi kontinuiranega kavitacijskega toka

Enačbi kontinuiranega kavitacijskega toka opisujeta enokomponentni dvofazni tok v delih cevovoda, kjer je višina tlakov tekočine enaka parnemu tlaku kapljevine. V območju konstantnega tlaka tekočine

se udarni valovi ne širijo vzdolž cevovoda. Kontinuitetna in gibalna enačba homogene zmesi kapljevine in parnih mehurčkov se glasita (Bergant in Simpson, 1992):

Kontinuitetna enačba kontinuiranega kavitacijskega toka:

$$\frac{\partial \alpha_v}{\partial t} + v_m \frac{\partial \alpha_v}{\partial x} - \frac{\partial v_m}{\partial x} = 0, \quad (3.6)$$

kjer sta:

$\alpha_v$  ... parni kavitacijski razmernik,

$v_m$  ... pretočna hitrost homogene zmesi kapljevine in parnih mehurčkov.

Gibalna enačba kontinuiranega kavitacijskega toka:

$$\frac{\partial v_m}{\partial t} + v_m \frac{\partial v_m}{\partial x} + g \sin \theta + \frac{\lambda v_m |v_m|}{2D} = 0 \quad (3.7)$$

### 3.4 Enačbi kompresijskega skoka

Enačbi kompresijskega skoka opisujeta fazno spremembo homogene zmesi kapljevine in parnih mehurčkov (enokomponentni dvofazni tok; enačbi kontinuiranega kavitacijskega toka) v kapljevino (enofazni tok; enačbi vodnega udara). Sprememba faze je posledica potovanja kompresijskega vala enofaznega toka v področje dvofaznega toka, kjer je tlak zmesi enak parnemu tlaku kapljevine. Parni mehurčki kondenzirajo, volumen kapljevine pa se komprimira (stisne). Kontinuitetna in gibalna enačba kompresijskega skoka se glasita (Bergant in Simpson, 1992):

Kontinuitetna enačba kompresijskega skoka:

$$a_s \left[ \frac{g}{a^2} (H_s - H_{sv}) + \alpha_v \right] - (v - v_m) = 0, \quad (3.8)$$

kjer so:

$a_s$  ... hitrost širjenja kompresijskega skoka,

$H_s$  ... tlačna višina na gorvodni strani kompresijskega skoka,

$H_{sv}$  ... tlačna višina na dolvodni strani kompresijskega skoka.

Gibalna enačba kompresijskega skoka:

$$g(H_s - H_{sv}) + (v - v_m)(v - v_m - a_s) = 0 \quad (3.9)$$



## 4 NUMERIČNE METODE

Enačbe vodnega udara, kontinuiranega kavitacijskega toka, kompresijskega skoka in diskretne kavitacije lahko rešujemo z eksplicitnimi ali hibridnimi metodami (Bergant, 1992). V nadaljevanju so prikazane eksplicitne metode, ki so v primerjavi s hibridnimi metodami numerično bolj stabilne in fizikalno jasne.

Za potrebe tega diplomskega dela so v nadaljevanju podrobneje predstavljene le metode reševanja za enačbe vodnega udara in diskretne parne kavitacije.

### 4.1 Metoda karakteristik za reševanje enačb vodnega udara

Enačbi za nestacionarno gibanje kapljavine (vodni udar) v zaprtih cevni sistemih, kontinuitetna (3.3) in gibalna (3.4), sestavljata sistem kvazilinearnih parcialnih diferencialnih enačb hiperboličnega tipa (motnje se širijo v dveh smereh). V obravnavanih enačbah sta  $x$  in  $t$  neodvisni spremenljivki,  $v(x, t)$  (hitrost) in  $H(x, t)$  (tlačna višina) pa odvisni spremenljivki. Splošna analitična rešitev enačb ne obstaja. Posledično so se razvile številne metode reševanja, ki delno ali v celoti upoštevajo posamezne člene enačb.

V novejšem času se za reševanje enačb vodnega udara v večini uporablja metoda karakteristik. Metoda karakteristik se glede na druge metode odlikuje v jasnem zasledovanju problema in enostavnem numeričnem modeliranju kompleksnih pretočnih sistemov (Bergant, 1992).

Da bosta parcialni diferencialni enačbi (3.3) in (3.4) rešljivi, ju pretvorimo po metodi karakteristik v sistem štirih navadnih diferencialnih enačb, kar dosežemo tako, da dodamo še dve zvezi med totalnim in parcialnim diferencialom za odvisni spremenljivki. Sistem štirih enačb povezuje odvisne in neodvisne spremenljivke vzdolž določenih karakterističnih krivulj (karakteristik) v ravnini pot-čas (ravnina  $x-t$ ). Transformacija enačb (3.3) in (3.4) v karakteristično obliko se izvede s formiranjem linearne vsote. Gibalni enačbi (3.4) se prišteje kontinuitetno enačbo (3.3), pomnoženo z utežnim faktorjem ( $\kappa$ ).

Definiranje oznak za enačbi vodnega udara:

$$L_1 = g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\lambda v |v|}{2D} = 0 \quad (4.1)$$

$$L_2 = \frac{\partial H}{\partial t} + v \frac{\partial H}{\partial x} - v \sin \theta + \frac{a^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (4.2)$$

Kontinuitetno enačbo pomnožimo z utežnim faktorjem ( $\kappa$ ) ter formiramo linearno vsoto:

$$L = L_1 + \kappa L_2 \quad (4.3)$$

$$\kappa \left[ \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} \left( v + \frac{1}{\kappa} \right) \right] + \frac{1}{g} \left[ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} (v + \kappa a^2) \right] - \kappa v \sin \theta + \frac{\lambda v |v|}{g 2D} = 0 \quad (4.4)$$

Zapišemo diferencialni operator:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} \quad (4.5)$$

Predpostavimo, da je  $x$  funkcija spremenljivke  $t$  in zapišemo totalna diferenciala odvisnih spremenljivk  $H$  in  $v$ :

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} \quad (4.6)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} \quad (4.7)$$

kjer je hitrost izražena kot:

$$v = \frac{dx}{dt} \quad (4.8)$$

Ob primerjavi enačbe (4.4) z enačbami (4.6) in (4.7) in upoštevanju enačbe (4.8) zapišemo povezavo v obliki:

$$\frac{dx}{dt} = v + \frac{1}{\kappa} = v + \kappa a^2 \quad (4.8)$$

Sledi določitev utežnega faktorja ( $\kappa$ ):

$$\kappa^2 = \frac{1}{a^2} \Rightarrow \kappa = \pm \frac{1}{a} \quad (4.9)$$

V nadaljevanju pretvorimo parcialno diferencialno enačbo (4.4) v navadno diferencialno enačbo z upoštevanjem totalnih diferencialov odvisnih spremenljivk (4.6) in (4.7):

$$\kappa g \frac{dH}{dt} + \frac{dv}{dt} - \kappa g v \sin \theta + \frac{\lambda v |v|}{2D} = 0 \quad (4.10)$$

Z združitvijo enačb (4.8) in (4.9) dobimo:

$$\frac{dx}{dt} = v \pm a \quad (4.11)$$

Z vstavitvijo enačbe (4.9) v enačbo (4.10) dobimo sistem navadnih diferencialnih enačb, ki tvorijo dva para enačb karakteristik (karakteristične krivulje) in kompatibilitetnih enačb, ki veljajo samo vzdolž krivulj sorodnih karakteristik. Enačbi vodnega udara (3.3) in (3.4) veljata v celotnem območju fizikalne ravnine  $x-t$  (Bergant, 1992).

Vzdolž pozitivne karakteristike  $C^+$  (glej sliko 4) veljata enačbi:

Enačba karakteristične krivulje  $C^+$ :

$$\frac{dx}{dt} = v + a \quad (4.12)$$

Kompatibilitetna enačba vzdolž karakteristike  $C^+$ :

$$\frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{dv}{dt} - \frac{g}{a} v \sin \theta + \frac{\lambda v |v|}{2D} = 0 \quad (4.13)$$

Vzdolž negativne karakteristike  $C^-$  (glej sliko 4) veljata enačbi:

Enačba karakteristične krivulje  $C^-$ :

$$\frac{dx}{dt} = v - a \quad (4.14)$$

Kompatibilitetna enačba vzdolž karakteristike  $C^-$ :

$$-\frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{dv}{dt} + \frac{g}{a} v \sin \theta + \frac{\lambda v |v|}{2D} = 0 \quad (4.15)$$

V fizikalnem smislu obravnavane navadne diferencialne enačbe opisujejo potovanje udarnih valov (motenj) v dveh smereh znotraj cevovoda (slika 4).

Na osnovi predpostavke, da je hitrost širjenja udarnega vala ( $a$ ) mnogo večja od pretočne hitrosti ( $v$ ), zanemarimo konvekcijski člen v enačbah karakteristične krivulje (4.12) in (4.14). Pogoj ( $a \gg v$ ) je vedno izpolnjen v pretočnem sistemu hidroelektrarne in v večini črpalnih sistemov (Bergant, 1992).

Poenostavljeni enačbi karakterističnih krivulj (4.12) in (4.14), kjer je upoštevan pogoj ( $a \gg v$ ), sta zapisani v obliki:

Poenostavljena enačba karakteristične krivulje  $C^+$ :

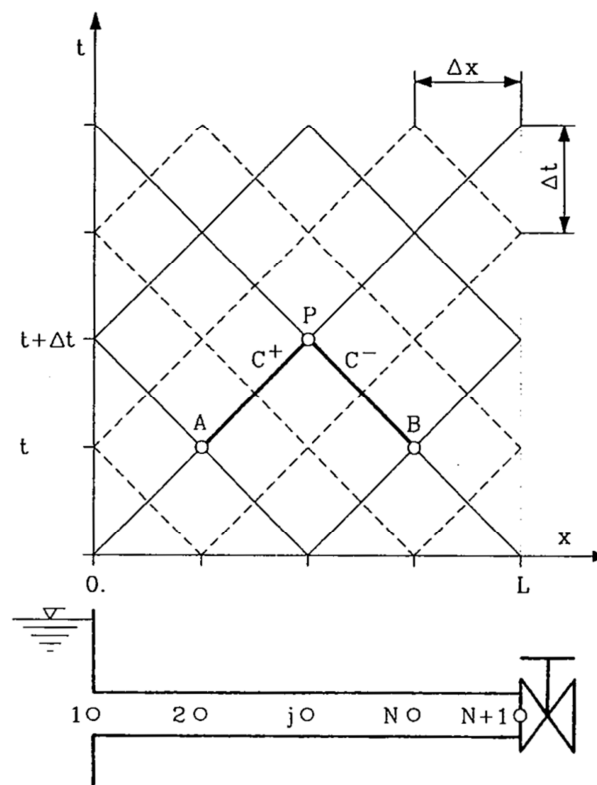
$$\frac{dx}{dt} = a \quad (4.16)$$

Poenostavljena enačba karakteristične krivulje  $C^-$ :

$$\frac{dx}{dt} = -a \quad (4.17)$$

#### 4.1.1 Numerično reševanje navadnih diferencialnih enačb

V nadaljevanju bo predstavljena numerična rešitev za enačbe (4.16), (4.17), (4.13) in (4.15) ob sledečih predpostavkah (Bergant, 1992): hitrost širjenja udarnih valov ( $a$ ) je konstantna; koeficient trenja ( $\lambda$ ) je konstanten (Darcy-Weisbachov koeficient trenja za stacionarni tok). V primeru, ko je količina prostega plina v tekočini med prehodnim pojavom minimalna (velja za kavitacijski razmernik  $\alpha_g \leq 10^{-7}$ ), lahko predpostavimo, da je hitrost širjenja udarnega vala ( $a$ ) konstantna. Predpostavka, da je koeficient trenja ( $\lambda$ ) med prehodnim pojavom enak koeficientu trenja za stacionarni tok, približno velja za tekočine z nizkim koeficientom kinematične viskoznosti (voda).



Slika 4: Numerična mreža pri metodi karakteristik (Bergant, 1992: str. 38)

Poenostavljeni enačbi karakteristik (4.16) in (4.17) (oziroma karakteristični krivulji s konstantnima naklonoma) opisujeta, ob upoštevanju predpostavk, premice v ravnini  $x-t$  (slika 4). Kompatibilitetni enačbi (4.13) in (4.15) integriramo numerično vzdolž karakteristik (premic) pri konstantni hitrosti širjenja udarnih valov in konstantnem koeficientu trenja.

Cevovod z dolžino  $L$  razdelimo na  $N$  enakih odsekov, pri čemer en odsek dolžine  $L/N$  predstavlja diferenčno razdaljo  $\Delta x$  (slika 4). Število točk vzdolž cevovoda, ki v paru omejujejo posamezne cevne

odseke  $\Delta x$ , je enako  $M = N + 1$ . Časovni interval  $\Delta t$  dobimo z izpeljavo iz poenostavljenih enačb karakteristik (4.16) in (4.17):

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{a} \quad (4.18)$$

Kompatibilitetno enačbo (4.13) vzdolž poenostavljene pozitivne karakteristike  $C^+$  pomnožimo z  $(a/g)dt$  ter integriramo za vrednosti med točkama A in P (glej sliko 4):

$$\int_{H_A}^{H_P} dH + \frac{a}{g} \int_{v_A}^{v_P} dv - \sin \theta \int_{t_A}^{t_P} v dt + \frac{\lambda}{2Dg} \int_{x_A}^{x_P} v|v| dx = 0 \quad (4.19)$$

Integracijski postopek za prva dva člena v enačbi (4.19) je preprost, kar pa ne velja za tretji in četrti člen, ki zahtevata aproksimativna pristopa. Zaradi numeričnega reševanja z diskretnim pristopom je onemogočeno poznavanje zveznih sprememb pretočne hitrosti ( $v$ ) v odvisnosti od koordinate  $x$  in časa  $t$ . Integracija po delih četrtega člena (člen trenja) zadostuje Courant-Friedrich-Lewy-jevem kriteriju numerične stabilnosti, ki je določena z naslednjo neenačbo (Bergant, 1992):

$$\Delta x \geq a\Delta t \quad (4.20)$$

Z uporabo trapeznega pravila v numerični integraciji dobimo, da je člen trenja enak:

$$\int_{x_A}^{x_P} v|v| dx = v_P|v_A|(x_P - x_A) \quad (4.21)$$

V celoti integrirana kompatibilitetna enačba (4.19) vzdolž poenostavljene pozitivne karakteristike  $C^+$  je izražena v obliki:

$$H_P - H_A + \frac{a}{g}(v_P - v_A) - v_A \sin \theta \Delta t + \frac{\lambda(x_P - x_A)}{g2D} v_P|v_A| = 0 \quad (4.22)$$

Analogno integriramo kompatibilitetno enačbo (4.15) vzdolž poenostavljene negativne karakteristike  $C^-$  za vrednosti med točkama B in P (glej sliko 4) in dobimo:

$$H_P - H_B - \frac{a}{g}(v_P - v_B) - v_B \sin \theta \Delta t - \frac{\lambda(x_P - x_B)}{g2D} v_P|v_B| = 0 \quad (4.23)$$

Kompatibilitetni enačbi (4.22) in (4.23) tvorita sistem enačb za izračun piezometrične višine ( $H_p$ ) in pretočne hitrosti ( $v_p$ ) v času  $t + \Delta t$  (v točki P na sliki 4) na osnovi poznanih vrednosti v času  $t$  (v točkah A in B na sliki 4).

#### 4.1.2 Vpliv strukture numerične mreže na rezultate

Iz slike 4 lahko razberemo, da je standardna numerična mreža (dolžina časovnih korakov je  $\Delta t$ ), ki jo imenujemo tudi trikotna mreža (ali dvojna mreža), sestavljena iz dveh deltoidnih mrež. Pri računski simulaciji prehodnih pojavov je trikotna mreža manj ekonomična od posamične deltoidne mreže zaradi podvajanja izračuna (Bergant, 1992). Deltoidni mreži na sliki 4 poimenujemo v: črtkana deltoidna mreža, neprekinjena deltoidna mreža. Ali je med računskim postopkom, ki temelji na trikotni strukturi mreže, prisotno medsebojno vplivanje med deltoidnima mrežama ali ne (medsebojna odvisnost ali neodvisnost), je odvisno od lastnosti pretočnih režimov prisotnih znotraj obravnavanega prehodnega pojava. Pri simulaciji, kjer je prisoten samo pretočni režim vodnega udara (tlak je vedno nad parnim tlakom kapljevine), sta deltoidni mreži medsebojno neodvisni, kar pomeni, da trikotna struktura mreže v tem primeru ne vpliva na točnost numeričnih rezultatov. Pri simulaciji, kjer je poleg pretočnega režima vodnega udara prisoten tudi pretočni režim kavitacije, sta deltoidni mreži medsebojno odvisni. Trikotna struktura mreže v tem primeru vpliva na točnost dobljenih rezultatov.

Interakcija med črtkano deltoidno mrežo in neprekinjeno deltoidno mrežo je prisotna v pretočnem režimu kavitacije, kjer rojstvo mehurja pare fiksira tlačno višino na vrednost parnega tlaka za naslednji računski korak v obravnavanem profilu. Dolžina časovnega koraka v računski simulaciji je odvisna od upoštevanе strukture numerične mreže. Pri trikotni strukturi mreže je dolžina časovnega koraka enaka  $\Delta t$ , pri deltoidni strukturi mreže je dolžina koraka enaka  $2\Delta t$ . V računskem postopku, kjer je upoštevana trikotna struktura mreže, prehaja račun v numeričnih vozliščih izbranega profila izmenično iz ene deltoidne mreže v drugo deltoidno mrežo. Torej pogoj parnega tlaka iz računskega koraka  $t + \Delta t$ , ki je bil aktiviran v vozliču P (slika 4) v neprekinjeni deltoidni mreži, vpliva na računski postopek v naslednjem računskem koraku  $t + 2\Delta t$  v vozliču, ki je neposredno nad vozliščem P in pripada črtkani deltoidni mreži (v prvi deltoidni mreži je bil postavljen pogoj, ki se ga upošteva pri računu v drugi deltoidni mreži).

Proces kavitacije poveže dve neodvisni deltoidni mreži v medsebojno odvisno razmerje, kar vpliva na točnost rezultatov v nadaljnjih računskih korakih. Daljša ko je računski simulacija, večji vpliv ima preplet dveh odvisnih deltoidnih mrež na numerične rezultate (numerične napake se večajo).

Na koncu lahko povzamemo, da fizikalne zakonitosti kavitacijskih procesov narekujejo uporabo posamične deltoidne numerične mreže (Simpson in Bergant, 1994).

#### 4.2 Numerično reševanje enačbe diskretne parne kavitacije

Diskretna parna kavitacija (pretrganje kapljevinskega stebra) je v numeričnem modelu za kavitacijski tok med prehodnimi pojavi obravnavana kot robni ali interni pogoj. Pri aktiviranem pogojem kavitacije je zahtevano, da je višina tlaka v obravnavanem profilu  $j$  znotraj cevovoda in v trenutnem računskem

času  $t$  enaka parnemu tlaku kapljevine ( $H_j = (H_v)_j$ ). Pritok kapljevine ali tekočine (homogene zmesi kapljevine in parnih mehurčkov) v mehur pare in iztok iz njega sta izračunana s kompatibilitetnima enačbama vodnega udara (4.22) in (4.23) ali z enačbami kontinuiranega kavitacijskega toka. V primeru robnega pogoja, za vozlišča na robu numerične mreže (gorvodni ali dolvodni rob cevne sistema, npr. dolvodni ventil v zaprtem položaju), enačba robnega pogoja nadomesti eno od kompatibilitetnih enačb.

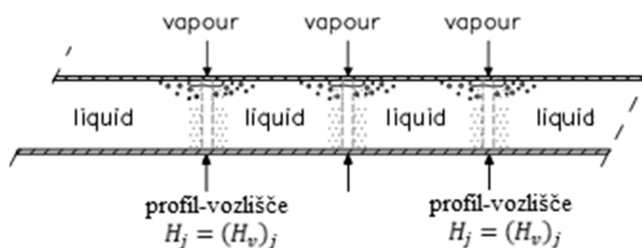
Sprememba volumna mehurja pare za profil  $j$  je dobljena z numerično integracijo kontinuitetne enačbe diskretne kavitacije (3.5). Numerična integracija enačbe (3.5) znotraj časovnega intervala  $\Delta t$  v trikotni numerični mreži ter vpeljava utežnega koeficienta  $\psi$  v časovni smeri ( $0 < \psi \leq 1$ ) poda enačbo:

$$(V_{vc})_j^t = (V_{vc})_j^{t-\Delta t} + [(1 - \psi)(v_j^{t-\Delta t} - v_{uj}^{t-\Delta t}) + \psi(v_j^t - v_{uj}^t)]A\Delta t \quad (4.24)$$

## 5 MATEMATIČNI MODELI

### 5.1 Diskretni parni kavitacijski model

Diskretni parni kavitacijski model (DPAKM) generira mehurje pare pri robnih pogojih in v numeričnih vozliščih vzdolž cevovoda, ko se višina tlaka v cevnem sistemu zniža na višino parnega tlaka kapljevine (prehod iz pretočnega režima vodnega udara v pretočni režim kavitacije (glej poglavje 2.3)). Znotraj cevnih odsekov med vozlišči je računski simulacija toka enaka kapljevinskemu toku (pretočni režim vodnega udara). Kontinuitetna enačba za diskretno kavitacijo (4.24) je v numeričnem vozlišču (ali v robnem pogoju) združena s kompatibilitetnima enačbama vodnega udara (4.22) in (4.23) ob pogoju, da je tlačna višina v obravnavanem profilu  $j$  in v času  $t$  enaka parnemu tlaku kapljevine ( $H_j = (H_v)_j$ ). Ponovna vzpostavitev kapljevinskega toka se zgodi v trenutku, ko volumen mehurja pare doseže negativno vrednost (zrušitev mehurja). Temu sledi standardni izračun vodnega udara s kompatibilitetnima enačbama (4.22) in (4.23), vse dokler se višina tlaka v obravnavanem profilu ponovno ne zniža na višino parnega tlaka kapljevine. Nerealno visoke amplitude tlakov (kratkotrajni pulzi tlakov) in razlike v časovni razporeditvi tlačnih višin, dobljenih z obravnavanim diskretnim kavitacijskim modelom, izvirajo iz aproksimativnega opisa kontinuiranega kavitacijskega toka (Bergant, 1992).



Slika 5: Skica diskretnega kavitacijskega modela (Bergant, Simpson in Tijsseling, 2004: str. 28)

#### 5.1.1 Numerično modeliranje diskretne parne kavitacije

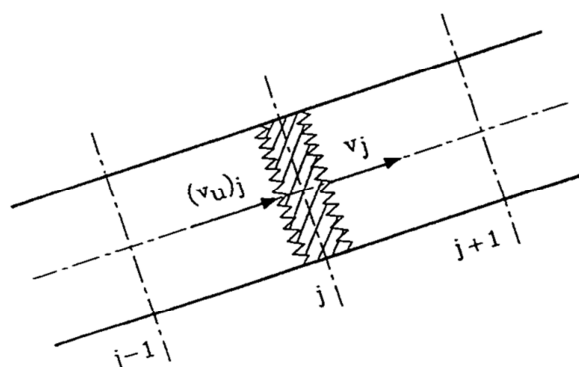
V nadaljevanju je prikazano numerično modeliranje za model diskretne parne kavitacije, ki je zasnovan na uporabi trikotne numerične mreže v metodi karakteristik (poglavje 4.1.1). Model dovoljuje formiranje mehurjev pare tako v notranjih numeričnih vozliščih kot v robnih numeričnih vozliščih pri robnih pogojih. Nastanek, spreminjanje velikosti volumna in zrušitev mehurja pare so definirani z naslednjimi predpostavkami (Bergant, 1992):

- mehur pare se formira v vsakem numeričnem vozlišču v trenutku, ko je tlak manjši ali enak parnemu tlaku kapljevine (pretrganje kapljevinskega stebra);
- tlak v mehurju pare je enak parnemu tlaku kapljevine;
- volumen mehurja pare je veliko manjši od volumna kapljevine znotraj cevnega odseka  $\Delta x$ ;



- mehur pare in kapljevina sta v cevnem odseku ločena po celotnem prečnem prerezu cevi z navidezno površino, od katere se odbijajo udarni valovi;
- mehur pare vsebuje samo paro kapljevine, ki se pretaka v cevnem sistemu;
- masa in gibalna količina pare v mehurju sta zanemarljivi v primerjavi z maso in gibalno količino kapljevine v cevnem odseku;
- mehur pare se ne giblje;
- v mehurju pare veljajo izotermni pogoji;
- volumen mehurja pare je enak razliki med pritokom in odtokom kapljevine v območje mehurja;
- mehur pare se zruši (postopek ponovne združitve kapljevinskih stebrov), ko doseže volumen mehurja vrednost manjšo od nič (negativni volumen).

Diskretna parna kavitacija (ali pretrganje kapljevinskega stebra) predstavlja pogoj (vmesni ali robni) v metodi karakteristik za reševanje enačb vodnega udara. Sistem kompatibilitetnih enačb vodnega udara (4.22) in (4.23) je za primer diskretne parne kavitacije združen z enačbo (4.24) za izračun volumna mehurja pare.



Slika 6: Sprememba volumna mehurja pare (Bergant, 1996: str. 52)

Enačba spremembe volumna mehurja pare za obravnavan matematični model diskretne parne kavitacije, pri upoštevanju vrednosti utežnega koeficienta  $\psi = 0,5$ , se glasi:

$$(V_{vc})_j^t = (V_{vc})_j^{t-\Delta t} + 0.5[(v_j^{t-\Delta t} - v_{uj}^{t-\Delta t}) + (v_j^t - v_{uj}^t)]A\Delta t \quad (5.1)$$

Hitrosti  $v_{uj}$  in  $v_j$  so izračunane iz kompatibilitetne enačbe (4.22) vzdolž poenostavljene pozitivne karakteristike  $C^+$  in iz kompatibilitetne enačbe (4.23) vzdolž poenostavljene negativne karakteristike  $C^-$ , upoštevaje ta vrstni red. Višina tlakov v kompatibilitetnih enačbah (4.22) in (4.23) je v primeru diskretne kavitacije (pretočni režim kavitacije) enaka višini parnega tlaka kapljevine ( $H_j = (H_v)_j$ ).

Enačba (4.24) je pri upoštevanju vrednosti utežnega koeficienta  $\psi = 0,5$  identična enačbi (5.1). Ko doseže volumen mehurja pare vrednost manjšo od nič (negativni volumen), se mehur zruši (ponovna združitev kapljevinskih stebrov) in sledi ponovna vzpostavitev kapljevinskega toka (prehod iz pretočnega režima kavitacije v pretočni režim vodnega udara). Temu sledi standardni izračun vodnega udara (račun odvisnih spremenljivk  $H_j$  in  $v_j$ , kjer je  $v_{uj} = v_j$ ) s kompatibilitetnima enačbama (4.22) in (4.23) do trenutka, ko višina tlaka ponovno ne pade na višino parnega tlaka kapljevine. Pri robnemu pogoju (ventil, črpalka ipd.) je ena od kompatibilitetnih enačb nadomeščena z enačbo robnega pogoja.

### 5.1.2 Izpopolnjevanje osnovnega modela diskretne parne kavitacije

Rezultati tlačnih višin, ki so dobljeni z izračunom po diskretnem parnem kavitacijskem modelu, v nekaterih primerih opazno odstopajo od višin tlakov, dobljenih z eksperimentalnimi meritvami. Odstopanja se nanašajo na velikost tlačnih amplitud in na časovno razporeditev tlačnih višin v profilih vzdolž cevovoda. Odstopanja so večja v primerih, ko v pretočnem režimu kavitacije nastopata oba tipa kavitacij, poleg diskretne kavitacije tudi kontinuiran kavitacijski tok (Bergant, 1992).

V nadaljevanju so navedeni različni pristopi za zmanjšanje odstopanj med izračunanimi in izmerjenimi višinami tlakov. Metode za preoblikovanje diskretnega parnega kavitacijskega modela so sledeče (Bergant in sod., 2007):

- uvedba interpolacije znotraj trikotne mreže metode karakteristik (numerično dušenje);
- uvedba dodatnega člena dušenja (fizikalno dušenje);
- upoštevanje dodatnih pogojev pred formiranjem mehurjev pare v numeričnih vozliščih (numerično dušenje);
- upoštevanje plina (zraka) v mehurju pare (fizikalno dušenje);
- izbira različnih struktur numeričnih mrež (mrežna nestabilnost);
- časovni zamik nastanka in zrušitve mehurja pare (numerično dušenje)

Pri uporabi različnih pristopov dušenja je potrebno posebno pozornost posvetiti dobljenim rezultatom tlačnih višin, saj lahko pride do prekomerne zadušitve višin računskih tlačnih pulzov, ki posledično ne dosežejo višin fizikalno realnih tlačnih pulzov.

Za potrebe tega diplomskega dela je v nadaljevanju podrobneje predstavljena metoda časovnega zamika nastanka in zrušitve mehurja pare.

#### 5.1.2.1 Časovni zamik nastanka in zrušitve mehurja pare

V numeričnih modelih ni mogoče doseči popolno časovno usklajenost trenutkov pretrganja ali združitve kapljevinskih stebrov z realnimi fizikalnimi pojavi. Posledično se je razvila metoda časovnega zamika nastanka in zrušitve mehurja pare, ki je namenjena izpopolnjevanju osnovnega

diskretnega parnega kavitacijskega modela (DPAKM). Izpeljava metode časovnega zamika, prikazana v nadaljevanju, temelji na trikotni numerični mreži metode karakteristik in velja za notranja numerična vozlišča. Pri izpeljavi za robna vozlišča velja analogen postopek ob upoštevanju, da se eno od kompatibilitetnih enačb nadomesti z enačbo robnega pogoja. Dolžina časovnega koraka v računski simulaciji je odvisna od izbrane strukture numerične mreže. Pri trikotni strukturi mreže je dolžina časovnega koraka enaka  $\Delta t$ , pri deltoidni strukturi je dolžina koraka enaka  $2\Delta t$ .

Metoda časovnega zamika obravnava dva kratka intervala znotraj celotnega življenjskega obdobja posameznega mehurja pare:

#### 1. Časovni zamik nastanka mehurja pare

Nastanek mehurja pare (lahko uporabimo tudi izraz rojstvo mehurja) je v numeričnem modelu DPAKM zasnovan tako, da se proces zgodi v trenutku, ko izračunana višina tlaka  $H_j$  pade na ali pod nivo višine parnega tlaka kapljevine  $(H_v)_j$  v profilu  $j$ . Temu sledi izenačenje višine tlaka z višino parnega tlaka ( $H_j = (H_v)_j$ ) ter ločen izračun gorvodne in dolvodne hitrosti ( $v_{uj}^t$  in  $v_j^t$ ) v obravnavanem numeričnem vozlišču. Diskretizirana kontinuitetna enačba diskretne kavitacije (4.24) je v trenutku nastanka mehurja pare, ko velja  $v_j^{t-\Delta t} - v_{uj}^{t-\Delta t} = 0$ , enaka:

$$(V_{vc})_j^t = \psi(v_j^t - v_{uj}^t)A\Delta t \quad (5.2)$$

Iztočnica (vzrok) za dopolnitev DPAKM s časovnim zamikom nastanka mehurja pare je posledica spoznanja, da na splošno velja, da je trenutek nastanka mehurja ( $t_{in}$ ) znotraj časovnega koraka ( $\Delta t$ ) računske simulacije ( $t_{in} > t - \Delta t$ ) in ne le na robovih časovnega koraka, kot je to predvideno v osnovnem numeričnem modelu. Izvedba časovnega zamika je zasnovana na linearni interpolaciji med tlačnima višinama  $H_j^{t-\Delta t}$  in  $H_j^t$  znotraj časovnega koraka (Bergant in sod., 2007). Ob tem je potrebno izpostaviti, da znotraj interpolacijskega območja velja neenačba  $H_j^t \leq (H_v)_j$ , saj oznaka  $H_j^t$  predstavlja vrednost nepopravljene (neizenačene) tlačne višine, ki je pod nivojem parnega tlaka kapljevine  $(H_v)_j$ . Preoblikovana enačba (5.2), v obliki, ki upošteva časovni zamik nastanka mehurja pare, se glasi:

$$(V_{vc})_j^t = \frac{(H_v)_j - H_j^t}{H_j^{t-\Delta t} - H_j^t} \psi(v_j^t - v_{uj}^t)A\Delta t \quad (5.3)$$

Izpopolnjen matematični model, ki upošteva enačbo (5.3) za časovni zamik nastanka mehurja pare, je v skrajšani obliki zapisan kot DPAKM+ZN.

## 2. Časovni zamik zrušitve mehurja pare

V numeričnem modelu DPAKM je upoštevano, da se mehur pare zruši, ko volumen mehurja doseže negativno vrednost. Temu sledi ponovna vzpostavitev kapljevinskega toka (prehod med dvema pretočnima režimoma) in račun odvisnih spremenljivk  $(H_j^t, v_j^t)$  s kompatibilitetnima enačbama (4.22) in (4.23), ob upoštevanju enakosti med gorvodno in dolvodno hitrostjo ( $v_{uj}^t = v_j^t$ ), v numeričnemu vozlišču v profilu  $j$ . Izračun tlačne višine in hitrosti  $(H_j^t, v_j^t)$  v času  $t$  je v celoti odvisen od pogojev v dveh sosednjih numeričnih vozliščih (gorvodnem  $(H_{j-1}^{t-\Delta t}, v_{j-1}^{t-\Delta t})$  in dolvodnem  $(H_{j+1}^{t-\Delta t}, v_{u,j+1}^{t-\Delta t})$  iz predhodnega računskega koraka  $(t - \Delta t)$ .

Dejanski trenutek zrušitve mehurja pare, ko je volumen mehurja natanko nič  $((V_{vc})_j = 0)$ , se lahko zgodi znotraj ali na robovih časovnega koraka  $(\Delta t)$  glede na časovni potek simulacije prehodnega pojava. Zasnova modela DPAKM ne omogoča, da bi se pri izračunu upošteval vpliv točnega časa zrušitve mehurja. Zaradi neskladja med realnim (dejanskim) časom zrušitve in upoštevanim časom v osnovnem modelu se je razvila metoda časovnega zamika zrušitve mehurja pare z namenom, da se izboljšajo numerični rezultati pri simulaciji prehodnega pojava. Metoda je zasnovana tako, da se mehur pare prisili v trenutek zrušitve ob času, ki je enak trenutnemu računskemu času  $t$  (Bergant in sod., 2007). Ob tem velja, da je povprečje dveh pretočnih sprememb (odvisnost od velikosti utežnega koeficienta  $\psi$ ) med časom  $t - \Delta t$  in  $t$ , pomnoženo z  $\Delta t$ , nasprotno enako (negativna vrednost) velikosti volumna mehurja pare iz predhodnega računskega koraka  $(t - \Delta t)$ . Enačba, ki upošteva opisano ravnotežje, se glasi:

$$(V_{vc})_j^{t-\Delta t} + [(1 - \psi)(v_j^{t-\Delta t} - v_{uj}^{t-\Delta t}) + \psi(v_j^t - v_{uj}^t)]A\Delta t = 0 \quad (5.4)$$

Tlačna višina  $(H_j^t)$  in hitrosti  $(v_{uj}^t, v_j^t)$  so izračunane iz sistema dveh kompatibilitetnih enačb ((4.22) in (4.23)) in enačbe (5.4), ki opisuje časovni zamik zrušitve mehurja pare. Ob tem je potrebno izpostaviti, da v primeru upoštevanja metode časovnega zamika, izračunani hitrosti v času  $t$  nista medsebojno enaki ( $v_{uj}^t \neq v_j^t$ ), kot to velja v primeru računa z modelom DPAKM.

Izpopolnjen matematični model, ki upošteva enačbo (5.4) za časovni zamik zrušitve mehurja pare, je v skrajšani obliki zapisan kot DPAKM+ZZ.

V naslednjih poglavjih bo analiziran vpliv dopolnjenega modela na višine konic tlačnih pulzov in na časovno razporeditev dolgotrajnih in kratkotrajnih tlačnih pulzov znotraj časovne premice prehodnega pojava.

Izpopolnjeni diskretni parni kavitacijski model, z bolj natančnim obravnavanjem tako nastanka kot zrušitve mehurja pare, vgrajen v trikotno numerično mrežo, zapišemo v skrajšani obliki kot

DPAKM+ZN+ZZ. Obravnavani model daje zadovoljive rezultate, kadar pri izračunih navzgor omejimo število cevnih odsekov (največji volumen mehurja pare naj ne presega 10 odstotkov volumna kapljevine v cevnem odseku) (Bergant, 1992).

## 5.2 Diskretni plinski kavitacijski model

Diskretni plinski kavitacijski model dopušča nastanek mehurjev plina v računskih vozliščih numerične mreže metode karakteristik. Znotraj cevnih odsekov med numeričnimi točkami je kapljevina, kjer potujejo udarni valovi s stalno hitrostjo  $a$ . Diskretno plinsko kavitacijo popisujeta dve kompatibilitetni (združljivostni) enačbi vodnega udara, kontinuitetna enačba za spremenljivo prostornino mehurja plina in plinska enačba. Numerični model diskretne plinske kavitacije se lahko uspešno uporablja za simuliranje tako plinske kot parne kavitacije. V slednjem primeru mora veljati pogoj za plinski kavitacijski razmernik ( $\alpha_g \leq 10^{-7}$ ).

## 5.3 Kombiniran kavitacijski model

Kombiniran kavitacijski model zajema poleg popisa diskretnih mehurjev pare tudi popis področij kontinuiranega kavitacijskega toka (Bergant, 1992). Izpopolnjen diskretni kavitacijski model, ki ob uporabi deltoidne numerične mreže oblikuje diskretne mehurje pare pri robnih pogojih in v numeričnih vozliščih znotraj cevovoda, je podlaga za postavitev kombiniranega kavitacijskega modela. Analitično-numerični modul za obravnavanje kontinuiranega kavitacijskega toka in numerični modul za obravnavanje kompresijskega skoka sta temeljna elementa v transformaciji izpopolnjenega diskretnega kavitacijskega modela v kombiniran kavitacijski model. Rezultati matematično-fizikalne in eksperimentalne analize nakazujejo (Bergant in Simpson, 1999), da kombinirani kavitacijski model, v primerjavi z diskretnimi kavitacijskimi modeli, bolj natančno reproducira fizikalno sliko kavitacijskega toka.

## 6 OPIS RAČUNALNIŠKEGA PROGRAMA

Osnovni program za račun vodnega udara (VodU), ki v diplomskem delu služil kot izhodišče v postopku nadgradnje, je bil razvit na Katedri za mehaniko tekočin z laboratorijem in je podrobno predstavljen v učbeniku Rajarja (1980). Ker program VodU ne upošteva procesa uparjanja kapljevine pri njenem parnem tlaku, je neprimeren za uporabo v hidravličnih sistemih, kjer se tlak med prehodnim pojavom spusti do vrednosti parnega tlaka, saj so v teh primerih izračunane maksimalne višine tlakov z VodU-jem pogosto močno pod nivojem realnih tlačnih višin. Namen diplomskega dela je postopna nadgradnja programa do stopnje, ko je končna različica programa zanesljiva in primerna za inženirsko uporabo.

Najprej je bil program nadgrajen v diskretni parni kavitacijski model (DPAKM), kjer je pogoj pretrganja kapljevinskega stebra upoštevan v notranjih in robnih računskih vozliščih. Poleg prvotne nadgradnje je bil program v nadaljevanju dodatno izpopolnjen z metodo časovnega zamika nastanka in zrušitve mehurja pare. Izpopolnjena različica diskretnega parnega kavitacijskega modela se v skrajšani obliki glasi DPAKM+ZN+ZZ. Celoten postopek programiranja, od osnove do končne različice, je bil izveden v programskem okolju Wolfram Mathematica 9.0.

V postopku nadgradnje so bile pridobljene tri različice programa za račun vodnega udara: prva različica je VodU, kjer je v celotnem postopku izračuna upoštevan zgolj pretočni režim vodnega udara; druga različica je DPAKM, kjer sta v izračunu upoštevana oba obravnavana pretočna režima (vodni udar in diskretna parna kavitacija); tretja različica je DPAKM+ZN+ZZ, ki prav tako upošteva dva pretočna režima, toda je dodatno izpopolnjena z metodo časovnega zamika, kar prispeva k bolj natančnim računskim rezultatom.

V poglavju 7 je prikazan postopek validacije treh različic programa s primerjavo med numeričnimi rezultati in rezultati meritev v laboratoriju.

V nadaljevanju je podrobneje predstavljen računski postopek v pretočnem režimu vodnega udara.

### 6.1 Struktura programa v pretočnem režimu vodnega udara

Računski postopek v pretočnem režimu vodnega udara je predstavljen za primer vodnega udara v poljubno nagnjeni ravni cevi s stalnim prerezom in enakomerno debelino stene. Tako izdelana osnova programa lahko služi tudi kot izhodišče za prireditev v primeru obravnavanja kompleksnejših cevnih sistemov.

Cevovod z dolžino  $L$  razdelimo na  $N$  enakih odsekov, pri čemer en odsek dolžine  $L/N$  predstavlja diferenčno razdaljo  $\Delta x$  (slika 4). Število točk (računskih vozliščih) vzdolž cevovoda, ki v paru omejujejo posamezne cevne odseke  $\Delta x$ , je enako  $M = N + 1$ . V vsakem računskem koraku, ki si

sledijo v časovnem razmaku dolžine  $\Delta t$ , je v vsakem računskem vozlišču izračunana tlačna višina in hitrost ( $H_j$  in  $v_j$ ). Pred začetkom zapiranja ventila na spodnjem koncu cevovoda predpostavimo, da je v cevovodu prisoten konstanten pretok.

Računski postopek je razdeljen na naslednje štiri dele:

- račun začetnih pogojev, kjer je opisan postopek računa tlačne višine in hitrosti v vsakem vozlišču pred pričetkom zapiranja ali odpiranja ventila v začetnem računskem koraku v času  $t = 0$ ;
- račun odvisnih spremenljivk v notranjih vozliščih po metodi karakteristik;
- račun v levih (gorvodnih) robnih vozliščih v profilu 1;
- račun v desnih (dolvodnih) robnih vozliščih v profilu M.

### 6.1.1 Račun začetnih pogojev

V času  $t = 0$  se izračuna tlačno višino ( $H_j$ ) in hitrost ( $v_j$ ) v vseh vozliščih cevovoda od 1 do M. Hitrost v cevi je konstantna, torej je  $v_j = v_0$ , kjer je  $v_0$  znana količina.

Tlačno višino  $H_j$  za vsak profil  $j$  določimo po enačbi:

$$H_j = H_{ur} - \frac{v_0^2}{2g} - \lambda \frac{L}{D} \frac{v_0^2}{2g} \frac{(j-1)\Delta x}{L} + (j-1)\Delta x \sin \theta \quad (6.1)$$

S tem imamo znane vse štiri spremenljivke ( $x$ ,  $t$ ,  $H_j$  in  $v_j$ ) v vsakem vozlišču cevovoda v času  $t = 0$ .

### 6.1.2 Račun v notranjih vozliščih numerične mreže

Predpostavimo, da imamo v obravnavanem računskem času  $t + \Delta t$  že izračunane odvisne spremenljivke ( $H_p$  in  $v_p$ ) v vseh profilih cevovoda, ki smo jih izračunali iz začetnih pogojev v času  $t = 0$  ali iz stanja v predhodnem računskem koraku v času  $t$ . Ob pogoju, da poznamo vrednosti odvisnih spremenljivk v predhodnem računskem koraku, lahko s parom kompatibilitetnih enačb (4.22) in (4.23) izračunamo piezometrično višino ( $H_p$ ) in pretočno hitrost ( $v_p$ ) v vseh notranji vozliščih numerične mreže oziroma v vseh notranjih profilih cevovoda (v profilih od 2 do N). Na robovih numerične mreže oziroma v zunanjih profilih cevovoda (v profilu 1 in M) je postopek računa odvisnih spremenljivk nekoliko drugačen.

Za lažje predstavljanje potovanja motenj znotraj cevovoda si zamislimo, da v času  $t$  odpotujeta po cevi dva opazovalca, prvi iz točke A s tokom, drugi pa iz točke B proti toku. Srečata se po času  $\Delta t$  v točki P (glej sliko 4). Ker poznamo lokacijo ( $x$ ) in čas ( $t + \Delta t$ ) srečanja obeh opazovalcev, lahko s kompatibilitetnima enačbama (4.22) in (4.23) izračunamo piezometrično višino ( $H_p$ ) in pretočno hitrost ( $v_p$ ) v numeričnem vozlišču P.

Na robovih numerične mreže (ob rezervoarju, ventilu ipd.) pripadajoča enačba za obravnavani robni pogoj nadomesti eno od kompatibilitetnih enačb. Pri numerični in grafični analizi v poglavju, ki sledi, sta upoštevana naslednja robna pogoja: na gorvodni strani rezervoar s konstantno gladino kapljevine, na dolvodni strani ventil, priključen na dolvodni rezervoar s konstantno gladino (slika 7).

### 6.1.3 Račun v levih robnih vozliščih

Za reševanje neznank v numeričnih vozliščih, ki ležijo na levem (gorvodnem) robu numerične mreže, poznamo do sedaj samo eno enačbo, to je kompatibilitetna enačba (4.23) vzdolž poenostavljene negativne karakteristike  $C^-$ . Ker v posameznem vozlišču nastopata dve neznanki ( $H_P$  in  $v_P$ ), potrebujemo še dodatno enačbo, ki opisuje področje izven cevi (oziroma področje tik ob vtoku).

Za osnovni hidravlični sistem (slika 4), pri katerem se cevovod na zgornjem koncu začne v rezervoarju, kjer je znana globina kapljevine ( $H_{ur}$ ) nad ustjem cevi, lahko izračunamo višino tlaka v cevi tik ob vtoku po enačbah za stalni tok. Predpostavimo, da je tok stalen znotraj kratkega časovnega intervala ( $\Delta t$ ).

V primerih, ko je tok kapljevine usmerjen iz rezervoarja v cev, velja enačba:

$$H_P = H_{ur} - \frac{v_P^2}{2g} \quad (6.2)$$

V nasprotnih primerih, ko je tok kapljevine usmerjen v obratno smer, iz cevi v rezervoar, predpostavimo, da se kinetična višina ( $v_P^2/2g$ ) porazgubi v vrtincih kot energijska izguba pri razširitvah. Enačba se glasi:

$$H_P = H_{ur} \quad (6.3)$$

Sedaj poznamo ustrezne enačbe, ki nam omogočajo izračun neznank  $H_P$  in  $v_P$  v vozliščih na levem robu numerične mreže oziroma v profilu 1.

### 6.1.4 Račun v desnih robnih vozliščih

Piezometrična višina  $H_P$  in pretočna hitrost  $v_P$  sta za desne robne točke v numerični mreži izračunani iz kompatibilitetne enačbe (4.22) vzdolž poenostavljene pozitivne karakteristike  $C^+$  in klasične enačbe za ventil, ki je priključen na dolvodni rezervoar s konstantno gladino kapljevine (slika 7).

Enačba za ventil se glasi:



$$v_P = v_0 \tau \sqrt{\frac{H_P}{H_0}} \quad (6.4)$$

Brezdimenzijski parameter  $\tau$  pove v kolikšni meri je ventil odprt ob določenem času. Pri stalnem toku, ko je ventil še popolnoma odprt, je  $\tau = 1$ , medtem ko je  $\tau = 0$ , kadar je ventil popolnoma zaprt.

Pri linearnem zapiranju ventila znotraj časovnega intervala dolžine  $t_c$  je  $\tau$  kot funkcija časa enak:

$$\tau = 1 - \frac{t}{t_c} \quad (6.5)$$

Iz enačbe (6.4) in enačbe (4.22) lahko izračunamo neznanki  $H_P$  in  $v_P$  v vozliščih na desnem robu numerične mreže oziroma v profilu M.

### 6.1.5 Preimenovanje odvisnih spremenljivk pred začetkom naslednjega računskega koraka

Ko so znane vse vrednosti odvisnih spremenljivk ( $H_{P,j}$  in  $v_{P,j}$ ) v času  $t + \Delta t$ , jih preimenujemo v oznake  $H_j$  in  $v_j$  ter nato iz njih v naslednjem računskem koraku, v času  $t + 2\Delta t$ , izračunamo vrednosti odvisnih spremenljivk ( $H_{P,j}$  in  $v_{P,j}$ ) po enakem računskem zaporedju kot v predhodnem računskem koraku. Opisan postopek se ponavlja do konca računske simulacije.

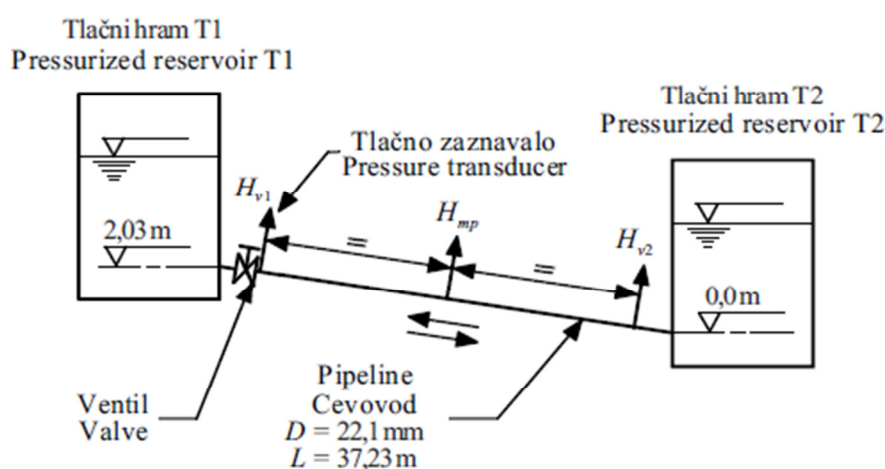
## 6.2 Struktura programa v pretočnem režimu kavitacije

Računski potek v pretočnem režimu kavitacije je predstavljen v poglavju 5.1.

## 7 PRIMERJAVA REZULTATOV IZRAČUNA IN MERITEV

### 7.1 Preizkusna postaja

Preizkusna postaja za raziskave vodnega udara in kavitacijskega toka v ceveh je bila postavljena v Robinovem hidravličnem laboratoriju univerze v Adelaidi, Avstralija (Bergant in Simpson, 1995). Merilna postaja je sestavljena iz ravnega bakrenega cevovoda z nagnjeno strmino dolžine 37,23 m, notranjega premera 22,1 mm in debeline stene cevi 1,63 mm. Cevovod je priključen na tlačni hram z leve in tlačni hram z desne strani (slika 7). Merilna negotovost  $U_x$  je definirana kot kvadratni koren vsote kvadratov relativne in absolutne napake. Strmina cevovoda je nagnjena pod kotom  $\theta = 3,2^\circ$ .



Slika 7: Preizkusna postaja (Bergant in sod., 2005: str. 699)

Ventil je lahko vgrajen ob tlačnih hramih ali v sredini cevovoda. Raznolike kombinacije mesta vgradnje ventila in smeri pretoka v cevovodu omogočajo simuliranje poljubnega tipa hidravličnega sistema (pretočni sistem hidroelektrarne, črpalni sistem ipd.). Smer pretoka vode v cevovodu je poljubna glede na tlačno razliko v obeh rezervoarjih. To omogoča študij razmer v cevovodu s pozitivnim in negativnim nagibom. Elektronska regulacija tlaka v kotlih omogoča izbiro poljubne pretočne hitrosti in statične višine. Nastavitev parametrov je omejena z zmogljivostjo rezervoarjev in kompresorja. Pretočni medij v sistemu je demineralizirana voda.

Neto prostornina vode v obeh tlačnih hramih in zmogljivost kompresorja omejujeta največjo stalno hitrost na 1,5 m/s in največji delovni tlak v obeh hramih na 400 kPa (40 m v. s.). Prehodni pojav na postaji je vzbujen s hitrim zapiranjem kroglastega zasuna. Hitro zaprtje ventila se lahko izvede z zapiralnim mehanizmom na torzijsko vzmet (čas zapiranja ventila  $t_c$  je nastavljen od 5 do 10 milisekund) ali pa ročno. Vsak preizkus je izveden v dveh fazah. V prvi fazi dosežemo stalno pretočno hitrost. V drugi fazi hitro zapiranje ventila vzbudi prehodni pojav. Hitrost širjenja udarnih valov je

določena iz časa potovanja primarnega udarnega vala (prvi val, ki ga zazna tlačno zaznavalo) med zaprtim ventilom in bližnjo četrtino dolžine cevovoda.

Na gorvodnem in dolvodnem koncu cevovoda ter na polovici dolžine cevovoda so na notranji premer cevi vgrajena piezoelektrična tlačna zaznavala (Kistler 610 B,  $U_x = \pm 0,7 \%$ ). Temperatura vode je stalno merjena v hramu T1. Lega ventila med zapiranjem je merjena z optičnimi zaznavali. Meritev je registrirana in analizirana z merilnim računalnikom.

Ekperimentalne meritve tlakov so podane kot piezometrične višine z izhodiščno osjo na vrhu cevi.

## 7.2 Primerjava rezultatov izračuna in meritev

Primerjava numeričnih izračunov z eksperimentalnimi meritvami omogoča validacijo na novo zgrajenih kavitacijskih modelov (DPAKM, DPAKM+ZN+ZZ).

Rezultati izračunov in meritev prehodnih pojavov v preizkusni postaji (slika 7) so dobljeni za različne začetne pretočne hitrosti,  $v_0 = \{0,30; 0,71; 1,40\}$  m/s, pri konstantni statični višini v tlačnem hramu T2 ( $H_{T2} = 22$  m). Ob tem je upoštevan enostaven hidravlični sistem s hitrim zaprtjem ventila na dolvodnem koncu cevovoda s pozitivno strmino. Pri vseh računskih simulacijah in testiranjih je uporabljen čas zapiranja ventila enak  $t_c = 0,009$  s, kar je precej krajše od odbojnega časa udarnega vala  $0,056$  s ( $2L/a = 2 \times 37,23/1319 = 0,056$  s, kjer je  $a = 1319$  m/s izmerjena hitrost širjenja udarnega vala). Zapiranje ventila se prične v času  $t = 0,0$  s. Izvedba izračunov pri upoštevanju različnih števil cevskih odsekov,  $N = \{8, 16, 32, 64, 128\}$ , je namenjena preverjanju konvergenčnega in stabilnostnega kriterija (kontrola robustnosti) za izbran matematični model (Bergant in sod., 2005). Pri reševanju enačb (4.24), (5.3) in (5.4), ki opisujejo spreminjanje prostornine mehurja pare, sta upoštevana dva utežna koeficienta  $\psi = \{1,0; 0,5\}$ . V vseh numeričnih modelih je uporabljen konstanten koeficient trenja za stalni tok  $\lambda = 0,034$  (Darcy-Weisbachov koeficient trenja).

Izdelani so tudi izračuni z osnovnim modelom za račun vodnega udara (VodU), ki ne upošteva procesa uparjanja kapljevine pri njenem parnem tlaku (pretočni režim kavitacije ni upoštevan), z namenom, da se lahko izluščijo stopnje vplivov nadgrajenih modelov (DPAKM in DPAKM+ZN+ZZ) na izračun rezultatov. Izračunani in merjeni rezultati so primerjani pri dolvodnem ventilu ( $H_{v1}$ ; posledica pozitivne strmine) in na polovici dolžine cevovoda ( $H_{mp}$ ) (slika 7).

Sledi povzetek uporabljenih vhodnih podatkov v numeričnih modelih.

Karakteristike hidravličnega sistema:

- stacionarna začetna pretočna hitrost:  $v_0 = \{0,30; 0,71; 1,40\}$  m/s
- statična višina v tlačnem hramu:  $H_{T2} = 22$  m
- naklon cevovoda:  $\theta = 3,2^\circ$

- koeficient trenja:  $\lambda = 0,034$
- čas zapiranja ventila:  $t_c = 0,009$  s
- hitrost širjenja udarnih valov:  $a = 1319$  m/s
- tlačna višina parnega tlaka kapljevine:  $H_{vap} = -10,26$  m

Parametri v numerični analizi:

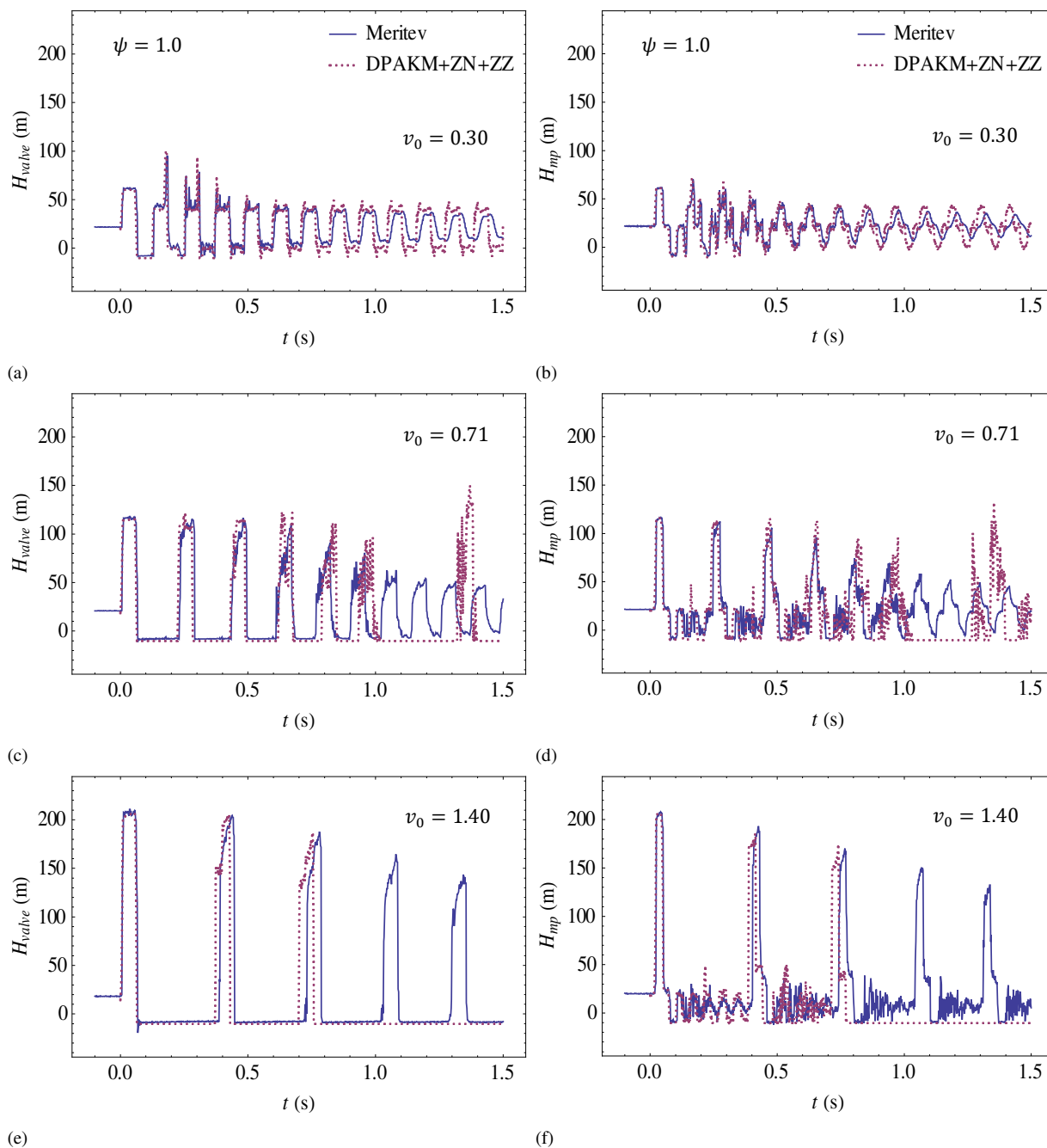
- število cevni odsekov:  $N = \{8, 16, 32, 64, 128\}$
- utežni koeficient:  $\psi = \{1,0; 0,5\}$

### 7.2.1 Primerjave izračunov in meritev pri konstantni statični višini v tlačnem hramu in konstantni pozitivni strmini cevovoda

Pri izračunih v numeričnih modelih in meritvah v preizkusni postaji (slika 7) je bila uporabljena pozitivna strmina cevovoda pod kotom  $\theta = 3,2^\circ$  in statična višina v tlačnem hramu  $H_{T2} = 22$  m.

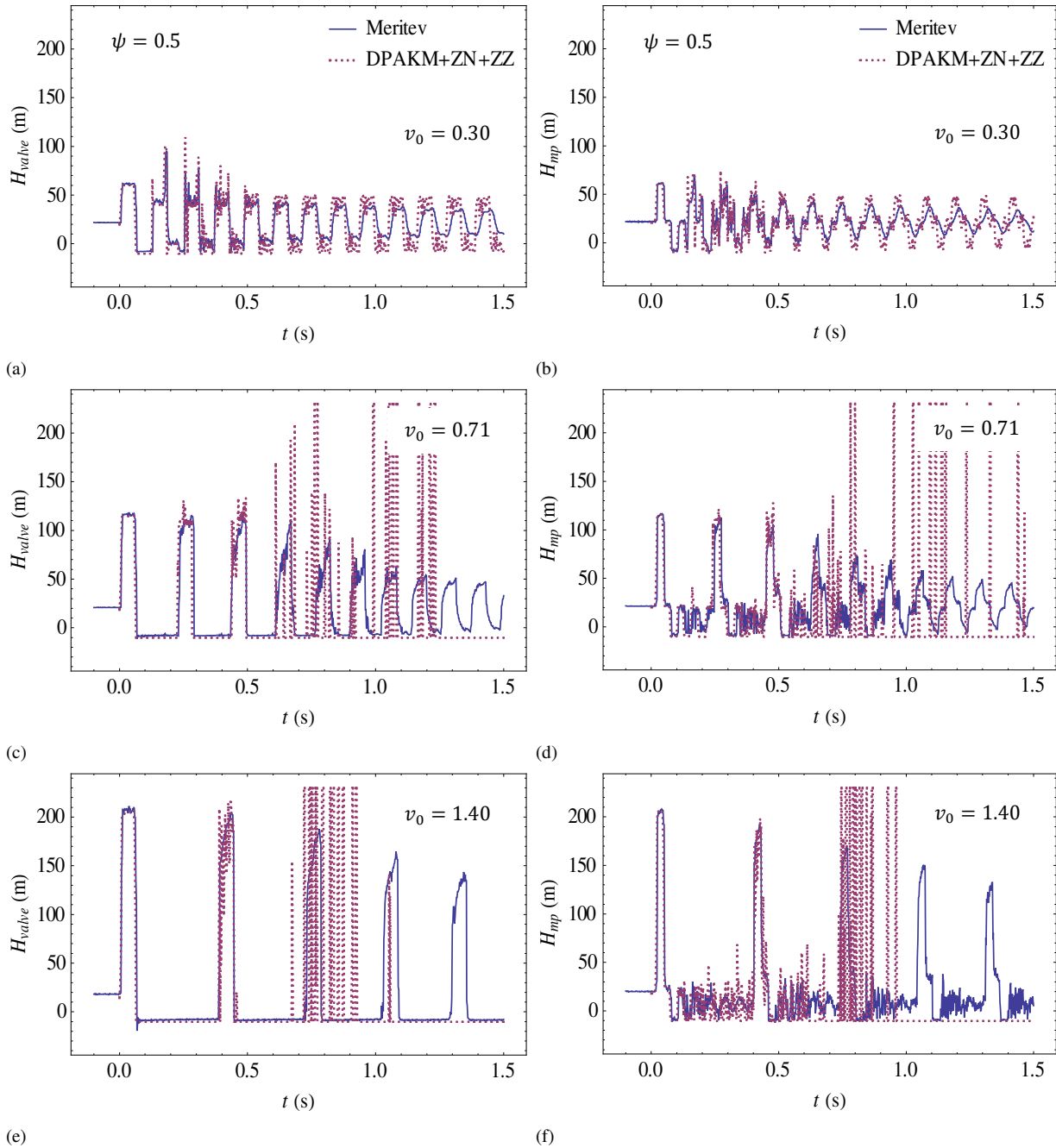
V nadaljevanju so podane maksimalne tlačne višine, dosežene pri merjenju višin tlakov v preizkusni postaji med prehodnimi pojavi, ki so bili vzbujeni pri različnih začetnih pretočnih hitrostih. Trenutno zapiranje ventila z začetkom v času  $t = 0,0$  s, pri pretočnih hitrostih  $v_0 = \{0,30; 0,71; 1,40\}$  m/s, povzroči udarni val z najvišjo višino tlaka na mestu ob ventilu,  $H_{valve} = \{62,22; 117,89; 210,88\}$  m. Sledi pretrganje kapljevinskega stebra ob zaprtem ventilu (nastanek mehurja pare). Obdobje med nastankom in zrušitvijo posameznega mehurja pare je v grafikoni označeno z vodoravnim odsekom tlačne črte (temnomodra neprekinjena sled izmerjenih tlačnih višin) na višini parnega tlaka kapljevine,  $H_{vap} = -10,26$  m. Zrušitev mehurja pare povzroči delno zvišanje nivoja tlačne črte (nastanek sekundarnega tlačnega vala). Višina delno zvišanega tlaka je nižja od maksimalne tlačne višine, dosežene pri primarnem udarnem valu ob ventilu. Takoj za tem na mesto zaprtega ventila prispe modificiran tlačni val, ki je sestavljen iz primarnega in sekundarnega tlačnega vala, kot posledica srečanja dveh valov v točki znotraj cevovoda. Modificiran tlačni val povzroči kratkotrajni tlačni pulz z maksimalnimi višinami tlačnih konic na mestu ob ventilu:  $H_{valve} = \{95,50; 116,14; 204,46\}$  m.

Kratkotrajni pulzi tlakov (posledica prispetja modificiranega tlačnega vala), ki presegajo nivo zvišanja tlačne višine, predvideno po teoriji vodnega udara z enačbo Žukovskega (2.1), so v eksperimentalnih meritvah doseženi le v primeru, ko je začetna pretočna hitrost enaka  $v_0 = 0,30$  m/s. V ostalih dveh primerih,  $v_0 = \{0,71; 1,40\}$  m/s, so dosežene višine maksimalnih tlačnih konic malenkost pod nivojem tlačne višine, predvidene po Žukovskem.



Slika 8: Primerjava tlačnih višin, izračunanih pri različnih začetnih pretočnih hitrostih {0,30; 0,71; 1,40} m/s in utežnem koeficientu  $\psi = 1,0$ , na mestih ob ventilu ( $H_{valve}$ ) in na polovici dolžine cevododa ( $H_{mp}$ ).

Ostali uporabljeni podatki:  $H_{T2} = 22$  m,  $\theta = +3,2^\circ$ ,  $N = 16$ .



Slika 9: Primerjava tlačnih višin, izračunanih pri različnih začetnih pretočnih hitrostih {0,30; 0,71; 1,40} m/s in utežnem koeficientu  $\psi = 0,5$ , na mestih ob ventilu ( $H_{valve}$ ) in na polovici dolžine cevovoda ( $H_{mp}$ ).

Ostali uporabljeni podatki:  $H_{T2} = 22$  m,  $\theta = +3,2^\circ$ ,  $N = 16$ .

### 7.2.1.1 Ugotavljanje podobnosti numeričnih izračunov pri različnih utežnih koeficientih

Izračuni so izvedeni z izpopolnjenim numeričnim modelom za diskretno parno kavitacijo (DPAKM+ZN+ZZ) pri upoštevanju dveh različnih utežnih koeficientov,  $\psi = \{1,0; 0,5\}$ , in treh začetnih pretočnih hitrostih,  $v_0 = \{0,30; 0,71; 1,40\}$  m/s. Primerjava med rezultati izračunov in meritev je prikazana za dve lokaciji v cevovodu, ob ventilu ( $H_{valve}$ ) in na sredini cevovoda ( $H_{mp}$ ), na sliki 8 in sliki 9.

V grafikonih (na sliki 8 in sliki 9) so prikazane časovne sledi tlačnih višin za vrednosti, dobljene z eksperimentalnimi meritvami (temnomodra črta) in numeričnimi izračuni (temnordeča črtkana črta). Stopnja ujemanja med sledmi tlačnih višin za merjene vrednosti in računane vrednosti, dobljene z izračunom pri utežnem koeficientu  $\psi = 1,0$  (slika 8), je na splošno veliko večja kot v primeru, ko so računane vrednosti dobljene z izračunom pri utežnem koeficientu  $\psi = 0,5$  (slika 9).

V nadaljevanju diplomskega dela so vsi numerični izračuni izvedeni pri vrednosti utežnega koeficienta  $\psi = 1,0$ .

### 7.2.1.2 Ugotavljanje podobnosti med računskimi rezultati dobljenimi s tremi različnimi numeričnimi modeli

Računski rezultati so dobljeni s tremi različnimi numeričnimi modeli (VodU, DPAKM, DPAKM+ZN+ZZ) pri upoštevanju dveh začetnih pretočnih hitrostih,  $v_0 = \{0,30; 1,40\}$  m/s. Primerjava med rezultati izračunov in meritev je prikazana na sliki 10 in sliki 11 za dve lokaciji v cevovodu, ob ventilu ( $H_{valve}$ ) in na sredini cevovoda ( $H_{mp}$ ).

Oznaka VodU predstavlja osnovni numerični model za račun vodnega udara, ki ne upošteva procesa parne kavitacije v primerih, ko se višina tlakov med prehodnimi pojavi spusti na ali pod nivo višine parnega tlaka kapljevine. Dopolnjen model VodU, ki upošteva pogoje za začetek diskretne parne kavitacije v vseh računskih vozliščih numerične mreže, zapišemo v skrajšani obliki z DPAKM. Izpopolnjeni diskretni parni kavitacijski model (DPAKM), z bolj natančnim obravnavanjem nastanka in zrušitve mehurjev pare, zapišemo v skrajšani obliki kot DPAKM+ZN+ZZ.

1. Primerjava meritev in izračunov pri začetni pretočni hitrosti  $v_0 = 0,30$  m/s (slika 10).

Trenutno zapiranje ventila pri pretočni hitrosti  $v_0 = 0,30$  m/s povzroči nastanek udarnega vala z doseženo najvišjo tlačno višino na mestu ob ventilu,  $H_{valve} = \{\text{Meritev: } 62,22; \text{VodU: } 60,23; \text{DPAKM: } 60,23; \text{DPAKM+ZN+ZZ: } 60,23\}$  m. Sledi nastanek (rojstvo) mehurja pare ob ventilu - pretrganje kapljevinskega stebra. Velikost volumna mehurja sprva narašča, nato pa preide v fazo hitrega zmanjševanja do trenutka, ko se mehur zruši (volumen je enak nič), kar povzroči nastanek sekundarnega tlačnega valovanja. Po dogodku zrušitve, v času  $\{\text{Meritev: } 0,1842; \text{DPAKM:}$

0,1800; DPAKM+ZN+ZZ: 0,1782} s, na mesto zaprtega ventila prispe modificiran tlačni val (val, sestavljen iz primarnega in sekundarnega tlačnega vala). Modificiran tlačni val povzroči kratkotrajni tlačni pulz z višino najvišje tlačne konice:  $H_{valve} = \{\text{Meritev: } 95,50; \text{DPAKM: } 100,28; \text{DPAKM+ZN+ZZ: } 100,26\}$  m. Najmanjša tlačna višina v cevnom sistemu je enaka višini parnega tlaka kapljevine,  $H_{vap} = -10,26$  m. Obdobje obstoja (čas eksistence) prvega mehurja pare ob ventilu,  $t_{vap} = \{\text{Meritev: } 0,0660; \text{DPAKM: } 0,0635; \text{DPAKM+ZN+ZZ: } 0,0635\}$  s, je v neposredni odvisnosti od velikosti razmerja med zmanjšano in maksimalno višino tlačne spremembe ( $\Delta H$ ), pridobljene po Žukovskem (2.1), in pretočnih pogojev v cevovodu (višina v tlačnem hramu, trenje, naklon cevovoda) (Bergant in Simpson, 1999). Pri odboju udarnega vala od ventila (v času  $2L/a$ ) se časovna sled tlačne višine, v splošnih primerih, zmanjša za vrednost maksimalne tlačne spremembe ( $\Delta H$ ), kar pa ne velja v primerih, ko je med spreminjanjem tlačne višine dosežena višina parnega tlaka kapljevine. V slednjih primerih je po odboju vala dosežena manjša tlačna sprememba relativno na maksimalno tlačno spremembo po Žukovskem.

V središčnem profilu cevovoda odstopajo računski rezultati od merjenih rezultatov v podobnih razmerjih, kot pri že opisani primerjavi rezultatov na mestu ob ventilu. Prepoznani vzorci odstopanj so podobni na obeh opazovanih mestih, ob ventilu in v sredini cevovoda.

Največja stopnja ujemanja (prekrivanja) med časovnimi sledmi tlačnih višin za merjene vrednosti (temnomodra črta) in izračunanimi vrednostmi (temnordeča črtkana črta) je pri rezultatih, dobljenih z numeričnim modelom DPAKM+ZN+ZZ (slika 10: e), f)). V tem primeru velja, da so izračunane maksimalne višine tlačnih konic na obeh mestih ( $H_{valve}$  in  $H_{mp}$ ), malenkost višje od merjenih vrednosti (v kontekstu dimenzioniranja so izračunane vrednosti tlačnih višin pri nizkih pretočnih hitrostih na varni strani). Časovna razporeditev dolgotrajnih (širokih) in kratkotrajnih (ozkih) tlačnih pulzov znotraj časovne premice prehodnega pojava se dobro prekriva z meritvami v začetnem obdobju simulacije (znotraj intervala med 0,0 s in 0,5 s). V bolj oddaljenih računskih časih se časovni zamiki tlačnih pulzov večajo (neskladje med časovnima sledema se povečuje), tako kot se večajo tudi odstopanja med merjenimi in izračunanimi lokalnimi tlačnimi višinami. Sorazmerno z večanjem dolžine trajanja simulacije se večja tudi velikost razlik med merjenimi in računanimi rezultati.

## 2. Primerjava meritev in izračunov pri začetni pretočni hitrosti $v_0 = 1,40$ m/s (slika 11).

Hipna vzbuditev prehodnega pojava pri začetni pretočni hitrosti  $v_0 = 1,40$  m/s povzroči nastanek udarnega vala z najvišjo tlačno višino na mestu ob ventilu,  $H_{valve} = \{\text{Meritev: } 210,88; \text{VodU: } 207,29; \text{DPAKM: } 207,29; \text{DPAKM+ZN+ZZ: } 207,29\}$  m. Prvo prispetje modificiranega tlačnega vala na lokacijo ob zaprtem ventilu se zgodi v času  $\{\text{Meritev: } 0,4382; \text{DPAKM: } 0,4269; \text{DPAKM+ZN+ZZ: } 0,4269\}$  s. Modificiran val povzroči kratkotrajni tlačni pulz z višino najvišje



tlačne konice:  $H_{valve} = \{\text{Meritev: } 204,46; \text{DPAKM: } 197,94; \text{DPAKM+ZN+ZZ: } 204,40\}$  m. Najmanjša tlačna višina v cevovodu je enaka višini parnega tlaka kapljevine. Dolžina časovnega intervala obstoja (od nastanka do zrušitve) prvega mehurja pare ob ventilu je enaka  $t_{vap} = \{\text{Meritev: } 0,3220; \text{DPAKM: } 0,3105; \text{DPAKM+ZN+ZZ: } 0,3087\}$  s.

Pri primerjavi med izračuni in meritvami v profilu na polovici dolžine cevovoda je delež med velikostmi odstopanj podoben, kot v primeru primerjave ob ventilu. Ponovno lahko poudarimo, da so prepoznani vzorci odstopanj podobni na obeh opazovanih lokacijah (ventil, sredina cevovoda).

Časovne sledi izračunanih tlačnih višin so najbolj podobne časovnim sledem merjenih tlačnih višin v prvi polovici simulacije (interval med 0,0 s in 0,8 s) pri izračunu z modelom DPAKM+ZN+ZZ (slika 11: e), f)). V tem primeru velja, da so izračunane maksimalne višine tlačnih konic na obeh mestih ( $H_{valve}$  in  $H_{mp}$ ), nekoliko nižje od merjenih. Časovna umestitev računanih tlačnih pulzov v začetku časovne premice (do 0,8 s) prehodnega pojava je malce prezgodnja oz. pojavnost računskih pulzov je malce prehitra v primerjavi s pojavnostjo merjenih pulzov. Časovni zamiki tlačnih pulzov se večajo z oddaljevanjem računskega časa (neskladje med časovnima sledema se povečuje). V drugi polovici simulacije (med 0,8 s in 1,5 s) je neskladje med rezultati največje. Iz slike 13 in slike 14 je razvidno, da v tem računskem obdobju volumen mehurja pare raste v neskončnost. Posledično je tlačna višina konstantno enaka višini parnega tlaka kapljevine. Iz slike 16, ki je namenjena kontroli robustnosti numeričnega modela, lahko razberemo, da ima v izračunu upoštevano število cevni odsekov ( $\Delta x$ ) vpliv na rezultate v drugi polovici simulacije. Število odsekov vpliva tudi na velikosti razmerja med volumnom mehurja pare in volumnom kapljevine znotraj cevnega odseka (slika 14).

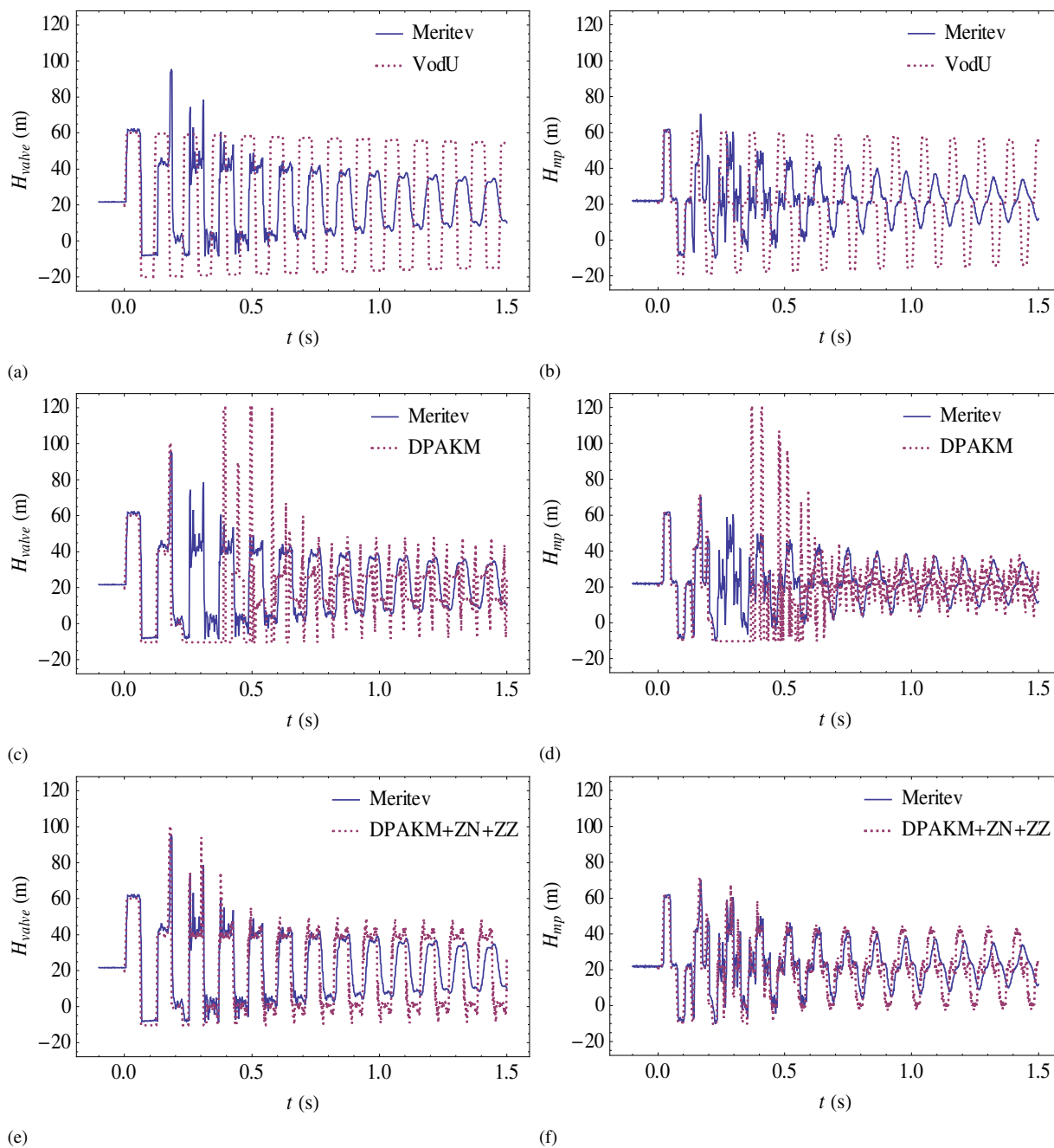
### 3. Podrobna grafična predstavitev izračunov, dobljenih z modelom DPAKM+ZN+ZZ

Nazorni predstavitvi na sliki 12 in sliki 13 ( $v_0 = \{0,30; 1,40\}$  m/s) omogočata grafično primerjavo med velikostjo tlačne višine, volumnom mehurja pare ter gorvodno in dolvodno hitrostjo za vsak trenutek znotraj obdobja računske simulacije na lokaciji ob ventilu.

Grafikoni na sliki 14 prikazujejo velikosti maksimalnega razmerja dveh volumnov posebej za vsak profil vzdolž cevovoda pri različnih začetnih pretočnih hitrostih. Razmerje volumnov predstavlja razmerje med volumnom mehurja pare in volumnom kapljevine znotraj cevnega odseka ( $\Delta x$ ). Grafični prikaz omogoča primerjavo med mejno vrednostjo, ki je enaka 0,10 (Bergant, 1992), in velikostjo posameznega razmerja volumnov.

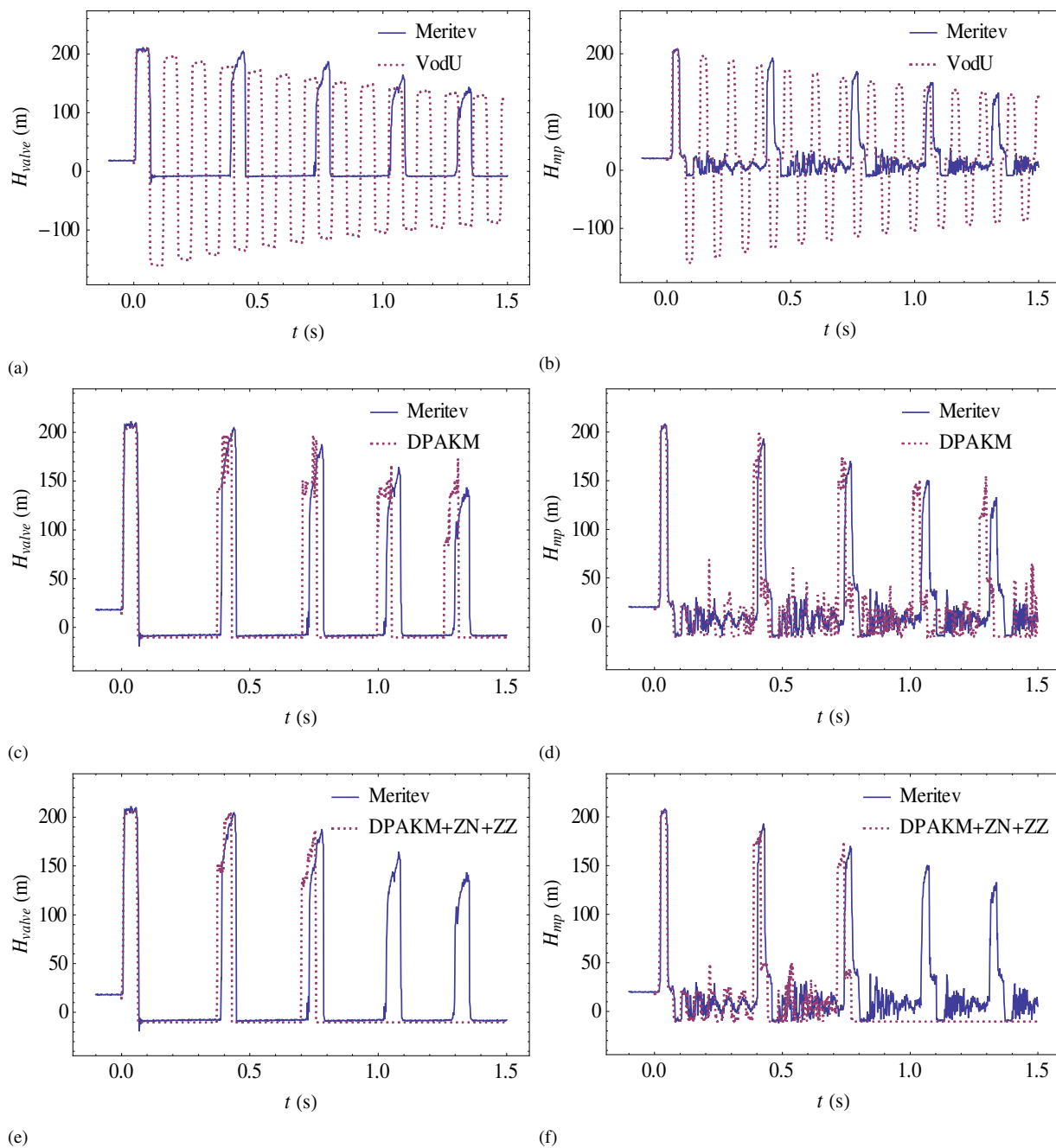
### 4. Vzroki za odstopanja v primerjavah med meritvami in izračuni

Razhajanja med rezultati meritev in izračunov so verjetno posledica: poenostavljenega fizikalnega opisa področij kontinuiranega kavitacijskega toka; razkoraka med dejanskim in računskim številom mehurjev pare v notranjosti cevne sistema; neskladij med dejanskimi in računskimi lokacijami mehurjev pare; upoštevane strukture numerične mreže (uporabljena je bila, za obravnavo kavitacijskih procesov manj primerna, trikotna struktura mreže (razlaga v poglavju 4.1.2)). V numeričnem modelu DPAKM+ZN+ZZ je omogočen zgolj proces diskretne parne kavitacije na predhodno določenih mestih, v računskih vozliščih izbrane numerične mreže. Opisane poenostavitve in omejitve numeričnih modelov povzročijo časovne zamike pri zrušitvi mehurjev pare ter posledično drugačne vrednosti sestavljenih (modificiranih) tlačnih valov (Bergant in Simpson, 1999). Poleg tega razhajanja med rezultati v manjši meri verjetno nastajajo tudi kot posledica diskretizacije v numeričnih modelih ( $\Delta x$ ,  $\Delta t$ ), poenostavitve fizikalnega opisa nestalnega trenja z modelom stalnega trenja (v obravnavanih modelih je vpliv nestalnega trenja zanemarljiv) in merilne negotovosti v preizkusni postaji (Bergant in Simpson, 1995).



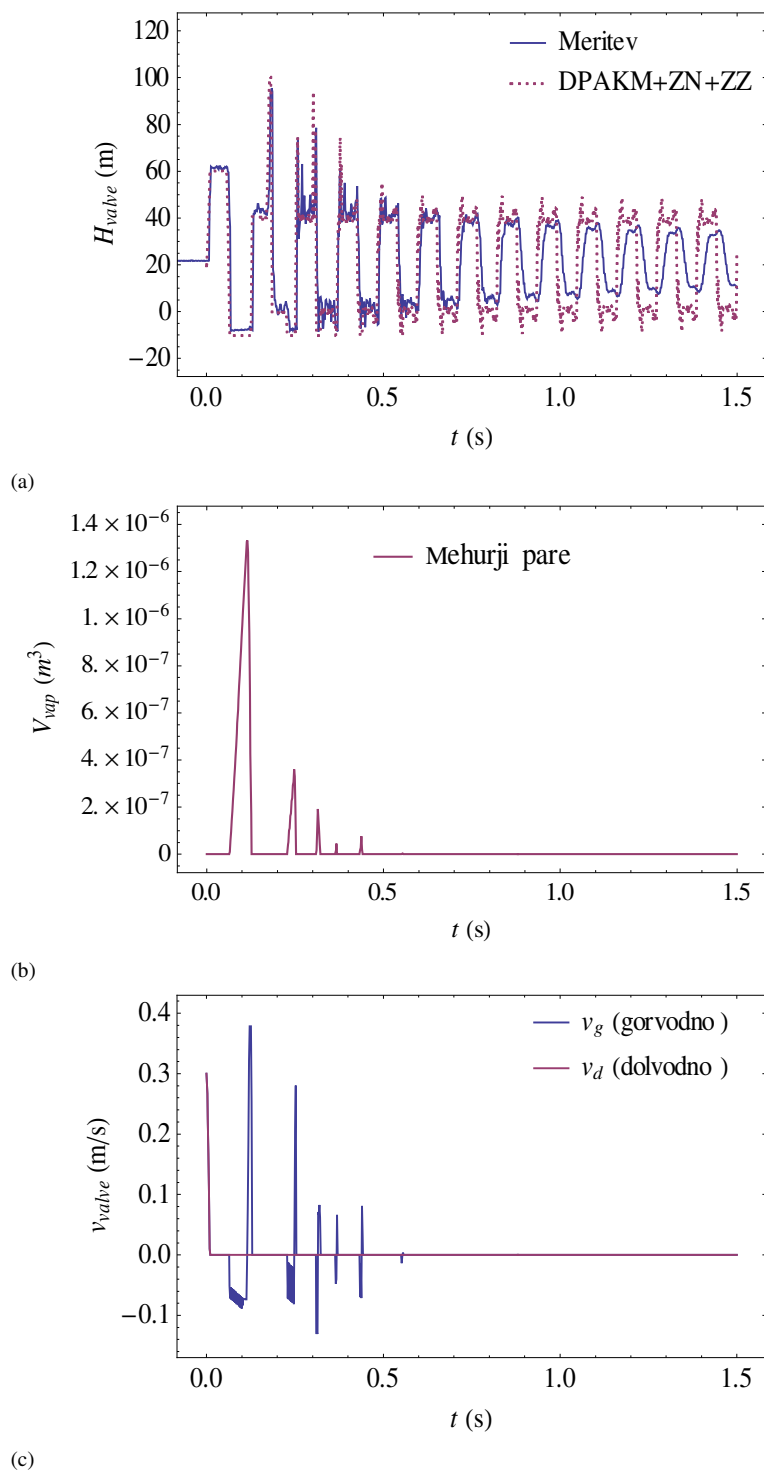
Slika 10: Primerjava tlačnih višin, izračunanih s tremi različnimi numeričnimi modeli (VodU, DPAKM, DPAKM+ZN+ZZ) pri začetni pretočni hitrosti 0,30 m/s, na mestih ob ventilu ( $H_{valve}$ ) in na polovici dolžine cevovoda ( $H_{mp}$ ).

Ostali uporabljeni podatki:  $H_{T2} = 22$  m,  $\theta = +3,2^\circ$ ,  $N = 16$ ,  $\psi = 1,0$ .

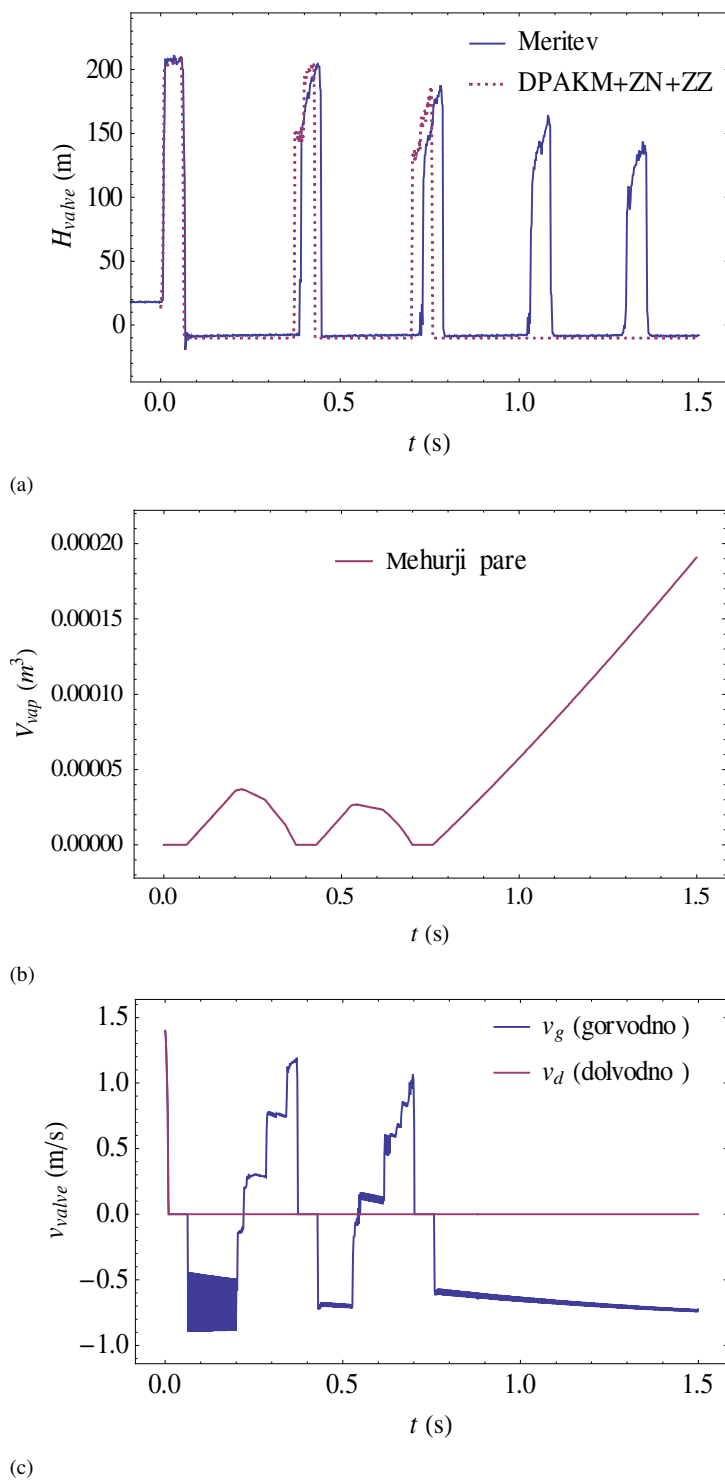


Slika 11: Primerjava tlačnih višin, izračunanih s tremi različnimi numeričnimi modeli (VodU, DPAKM, DPAKM+ZN+ZZ) pri začetni pretočni hitrosti 1,40 m/s, na mestih ob ventilu ( $H_{valve}$ ) in na polovici dolžine cevovoda ( $H_{mp}$ ).

Ostali uporabljeni podatki:  $H_{T_2} = 22$  m,  $\theta = +3,2^\circ$ ,  $N = 16$ ,  $\psi = 1,0$ .

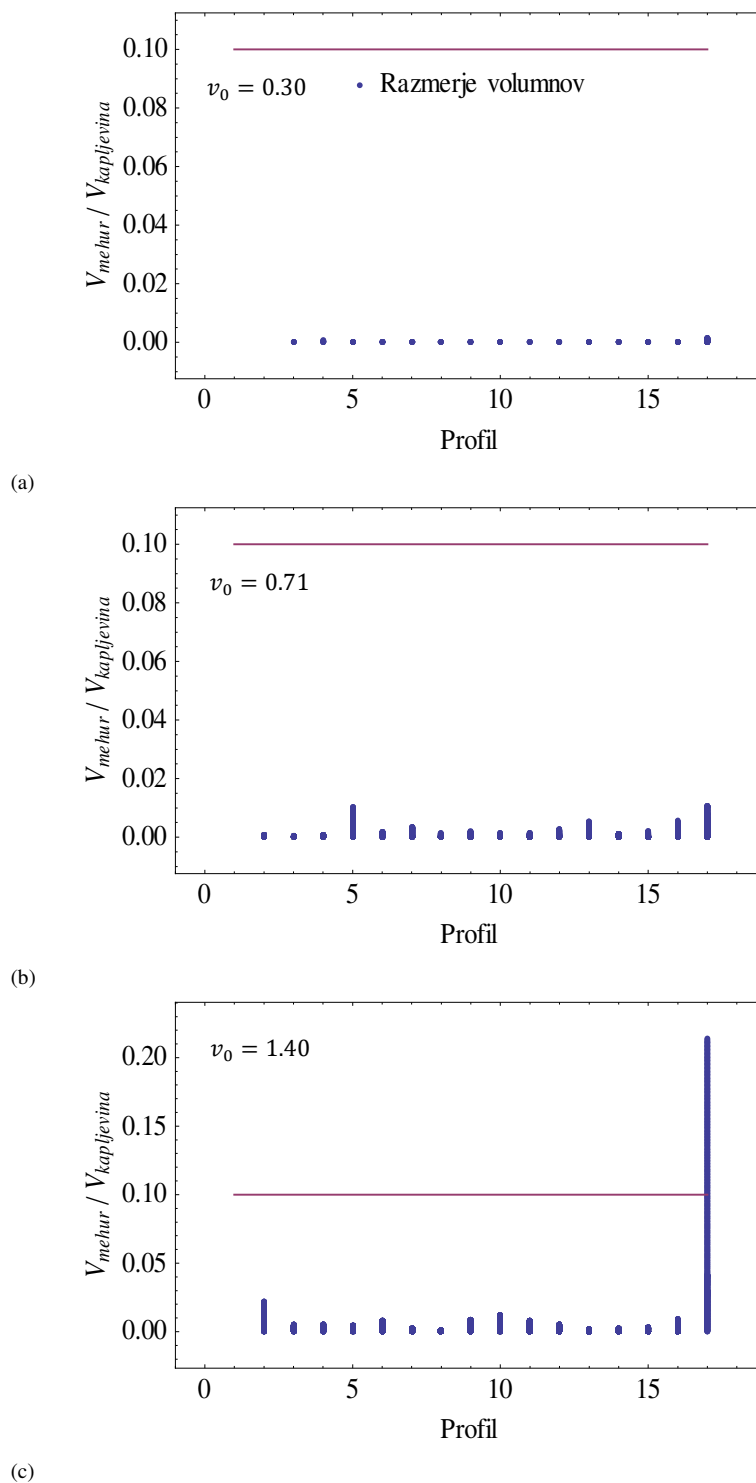


Slika 12: Primerjava časovne pojavnosti med višinami tlakov, volumni mehurjev pare ter gorvodno in dolvodno hitrostjo na mestu ob ventilu ( $H_{valve}$ ) pri začetni hitrosti 0,30 m/s. Ostali uporabljeni podatki:  $H_{T2} = 22$  m,  $\theta = +3,2^\circ$ ,  $N = 16$ ,  $\psi = 1,0$ .



Slika 13: Primerjava časovne pojavnosti med višinami tlakov, volumni mehurjev pare ter gorvodno in dolvodno hitrostjo na mestu ob ventilu ( $H_{valve}$ ) pri začetni hitrosti 1,40 m/s.

Ostali uporabljeni podatki:  $H_{T2} = 22$  m,  $\theta = +3,2^\circ$ ,  $N = 16$ ,  $\psi = 1,0$ .



Slika 14: Primerjava velikosti razmerij dveh volumnov med vrednostmi, dobljenimi s simulacijami pri treh različnih začetnih hitrostih {0,30; 0,71; 1,40} m/s za posamezne profile vzdolž cevovoda. Razmerje volumnov predstavlja razmerje med volumnom mehurja pare in volumnom kapljevine znotraj cevnega odseka ( $\Delta x$ ). Priporočena mejna vrednost razmerja volumnov je enaka 0,10.

DPAKM+ZN+ZZ,  $H_{T2} = 22$  m,  $\theta = +3,2^\circ$ ,  $N = 16$ ,  $\psi = 1,0$ .

### 7.2.1.3 Ugotavljanje podobnosti med numeričnimi izračuni pri različnem številu cevnih odsekov

Izračuni so izvedeni z izpopolnjenim numeričnim modelom za diskretno parno kavitacijo (DPAKM+ZN+ZZ) pri upoštevanju različnega števila cevnih odsekov,  $N = \{8, 32, 64, 128\}$ , in dveh začetnih pretočnih hitrosti,  $v_0 = \{0,30; 1,40\}$  m/s. Primerjava med rezultati izračunov in meritev je prikazana za lokacijo ob ventilu ( $H_{valve}$ ) na sliki 15 in sliki 16.

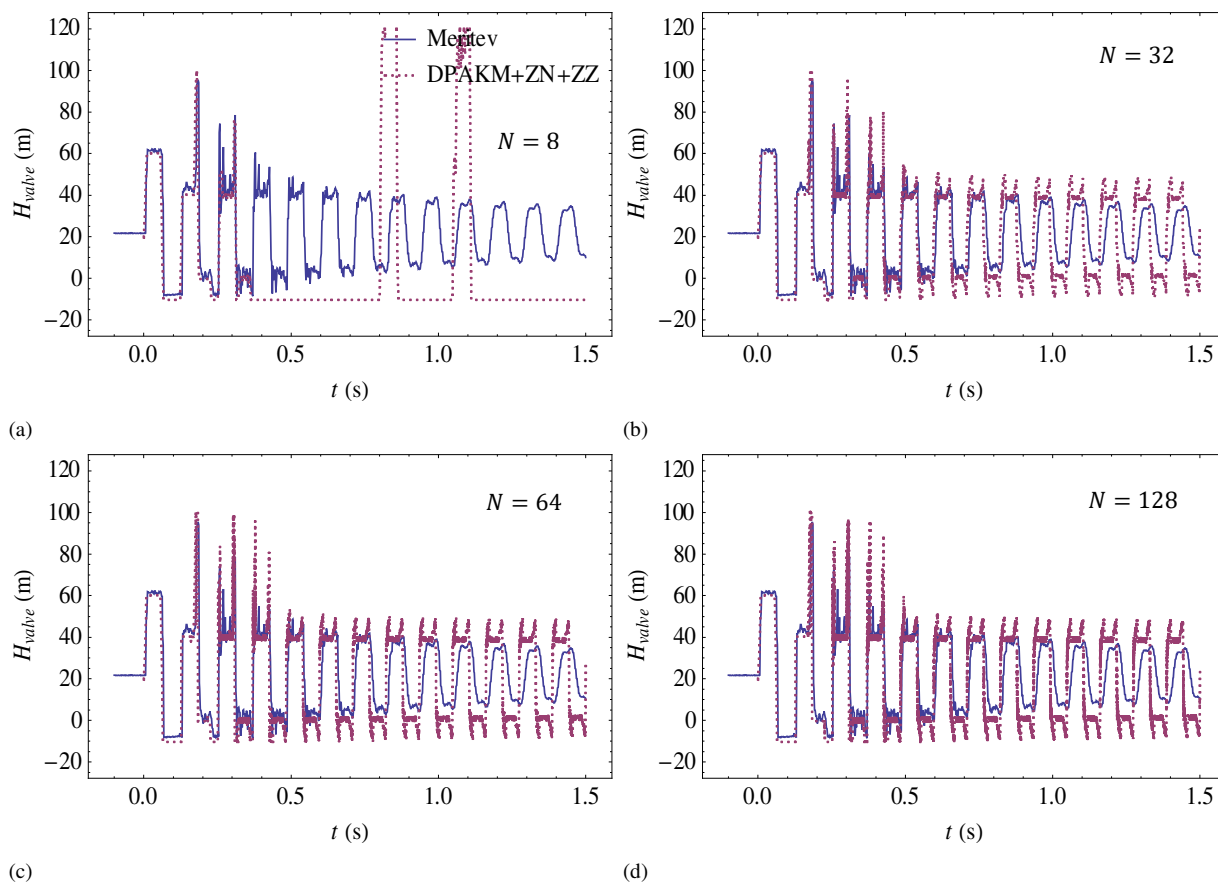
Izračuni pri različnem številu cevnih odsekov so namenjeni preverjanju konvergenčnega in stabilnostnega kriterija za uporabljen numerični model. Konvergenčni kriterij od modela zahteva konstantne rezultate, ko se vrednosti  $\Delta x$  in  $\Delta t$  postopno približujeta ničli. Stabilnost izračunanih rezultatov je odvisna od velikosti napak zaradi zaokroževanja (Bergant in sod., 2005).

Na sliki 15 so podani rezultati izračuna za primer z začetno pretočno hitrostjo  $v_0 = 0,30$  m/s. Iz grafikonov (b), c) in d)) je razvidno, da se vzporedno z večanjem števila cevnih odsekov, ko je  $N = \{32, 64, 128\}$ , ohranja zmerna konstantnost rezultatov (manjša odstopanja so vidna pri višinah tlačnih konic v tretjem, četrtem in petem tlačnem pulzu). V grafikonu a), kjer je  $N = 8$ , kriterija nista izpolnjena, kar je verjetno posledica negativnega vpliva trikotne strukture numerične mreže (razlaga v poglavju 4.1.2).

Rezultati izračuna z začetno pretočno hitrostjo  $v_0 = 1,40$  m/s so prikazani na sliki 16. V tem primeru kriterija nista izpolnjena. Eden izmed vzrokov je verjetno visoka intenzivnost kavitacije (posledica visoke začetne pretočne hitrosti) vzdolž daljših cevnih odsekov v obliki področij kontinuiranega kavitacijskega toka. Slednja zvrst kavitacije je v zelo poenostavljeni obliki upoštevana v izbranem numeričnem modelu, saj ta omogoča zgolj proces diskretne parne kavitacije v računskih vozliščih numerične mreže.

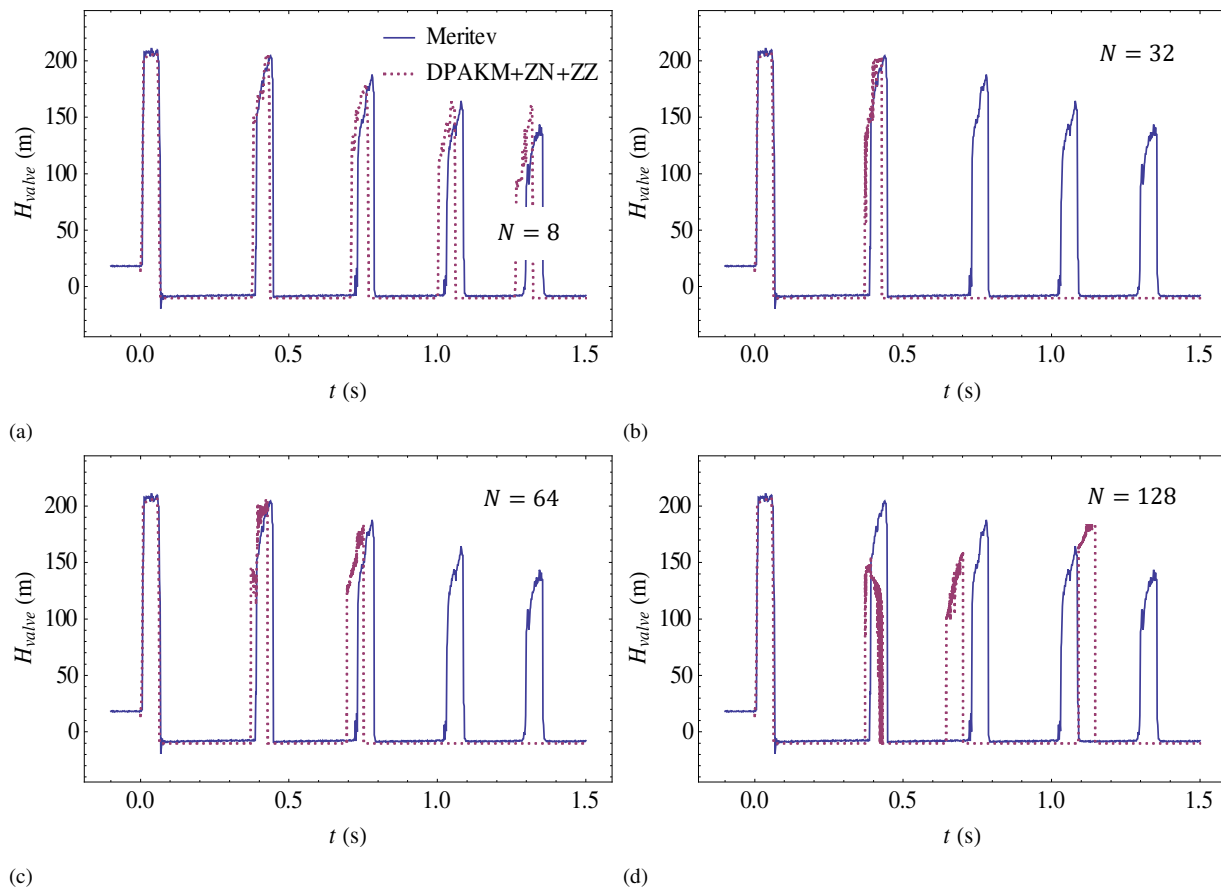
Ker je namen diplomskega dela tudi preverjanje zanesljivosti zgrajenega numeričnega modela za vrednosti numeričnih parametrov, ki so primerne za uporabo v inženirskih analizah prehodnih pojavov, je bilo v vseh izračunih (trenutno poglavje je izvzeto) uporabljeno manjše število cevnih odsekov s konstantno vrednostjo  $N = 16$ .





Slika 15: Primerjava tlačnih višin, izračunanih pri različnem številu cevnih odsekov  $N = \{8, 32, 64, 128\}$  in začetni pretočni hitrosti 0,30 m/s, na mestu ob ventilu ( $H_{valve}$ ).

Ostali uporabljeni podatki:  $H_{T2} = 22$  m,  $\theta = +3,2^\circ$ ,  $\psi = 1,0$ .



Slika 16: Primerjava tlačnih višin, izračunanih pri različnem številu cevnih odsekov  $N = \{8, 32, 64, 128\}$  in začetni pretočni hitrosti 1,40 m/s, na mestu ob ventilu ( $H_{valve}$ ).

Ostali uporabljeni podatki:  $H_{T2} = 22$  m,  $\theta = +3,2^\circ$ ,  $\psi = 1,0$ .

## 8 ZAKLJUČEK

Za potrebe diplomske naloge je bil nadgrajen osnovni numerični model za račun vodnega udara (VodU), ki ne upošteva procesa uparovanja kapljevine pri njenem parnem tlaku, v diskretni parni kavitacijski model (DPAKM), kjer je pogoj pretrganja kapljevinskega stebra upoštevan (diskretna parna kavitacija) v vseh računskih vozliščih. Pri testiranjih osnovne nadgradnje modela ter primerjavi rezultatov z eksperimentalnimi meritvami se je pokazalo, da so najvišje izračunane tlačne višine pogosto fizikalno nerealno visoke, kar je bila iztočnica za dodatno preoblikovanje modela. Za izpopolnitev osnovne nadgradnje je bila izbrana metoda časovnega zamika nastanka in zrušitve mehurja pare. Izpopolnjeno različico diskretnega parnega kavitacijskega modela smo v skrajšani obliki poimenovali DPAKM+ZN+ZZ.

Na podlagi numerične analize in grafične primerjave med rezultati izračunov (DPAKM+ZN+ZZ) in meritev lahko povzamemo, da so računski rezultati v območju prvih treh tlačnih pulzov zanesljiv približek rezultatom eksperimentalnih meritev (ocenjevanje v kontekstu inženirske natančnosti). Slednja trditev velja tako za maksimalne višine tlačnih konic kot za časovno pojavnost tlačnih pulzov v začetku računskih simulacij. Opisane ugotovitve veljajo zgolj za izračune pri začetnih pretočnih hitrostih, ki se nahajajo znotraj območja testiranj (od 0,30 m/s do 1,40 m/s). Ob tem je potrebno izpostaviti tudi prepoznan vzorec glede stopnje razhajanj pri izračunih z različnimi začetnimi pretočnimi hitrostmi, saj se razhajanja na splošno večajo s povečevanjem velikosti testirane začetne hitrosti. Postopno večanje neskladji je verjetno posledica večje intenzivnosti kavitacije pri testiranjih z večjo začetno pretočno hitrostjo, kar pomeni, da je v teh primerih prisoten kontinuiran kavitacijski tok v daljših odsekih cevovoda. Ker je v uporabljenem modelu DPAKM+ZN+ZZ upoštevan zgolj poenostavljen fizikalni opis področij kontinuiranega kavitacijskega toka, se posledično računske napake večajo v primerih, kjer je takšen tip kavitacije prevladujoč oziroma pogostejši.

Poenostavljeni fizikalni opisi procesov kavitacije in pretočnih razmer v cevovodu ter upoštevana struktura numerične mreže so verjetno dejavniki, ki prispevajo največji delež k velikosti odstopanj pri izračunih z modelom DPAKM+ZN+ZZ.

### 8.1 Usmeritve za nadaljnje nadgradnje računalniškega programa

Dobra osnova za nadaljnje izpopolnjevanje računalniškega programa, ki je osnovan na numeričnem modelu DPAKM+ZN+ZZ, so metode, predstavljene v poglavjih 4.1.2 in 5.1.2. Poleg preoblikovanja diskretnega parnega kavitacijskega modela, ki je bil zgrajen za potrebe tega diplomskega dela, priporočamo, da se na novo zgradi tudi računalniški program za diskretni plinski kavitacijski model (predstavljen v poglavju 5.2). Slednji numerični model namreč omogoča obravnavo prehodnih pojavov, kjer nastopata tako parna kot plinska kavitacija in bi bil ravno zaradi svoje univerzalnosti verjetno primernejši za inženirsko uporabo.

## VIRI

### Uporabljeni viri

Bergant, A., Vitkovský, J. P., Tijsseling, A. S., Simpson, A. R., Lambert, M. F. 2007. Discrete vapour cavity model with improved timing of opening and collapse of cavities. V: Susan-Resiga, R. (ur.), Bernad, S. (ur.), Muntean, S. (ur.). Proceedings of the 2nd IAHR International Meeting of the Workgroup on Cavitation and Dynamic Problems in Hydraulic Machinery and Systems, Timisoara, Romania, October 24–26, 2007: str. 117–128.

Bergant, A., Karadžić, U., Vitkovský, J. P., Vušanović, I., Simpson, A. R. 2005. Diskretni plinski kavitacijski model z upoštevanjem vpliva nestalnega kapljevinskega trenja v cevi. A Discrete Gas-Cavity Model that Considers the Frictional Effects of Unsteady Pipe Flow. *Strojniški vestnik - Journal of Mechanical Engineering* 51, 11: 692–710.

Bergant, A., Simpson, A. R., Tijsseling, A. S. 2004. Water hammer with column separation: a review of research in the twentieth century. Eindhoven, Technische Universiteit Eindhoven: 88 str.

<http://library.tue.nl/csp/dare/LinkToRepository.csp?recordnumber=587547> (Pridobljeno 15. 6. 2016.)

Bergant, A. 2000. Kavitacijski tok med prehodnimi režimi v cevni sistemih. Transient cavitating flow in piping systems. *Acta hydrotechnica* 18, 29: 3–21.

Bergant A., Simpson, A. R. 1999. Pipeline column separation flow regimes. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 125, 8: 835–848.

Bergant, A., Simpson, A. R. 1997. Development of a Generalised Set of Pipeline Water Hammer and Column Separation Equations. Research Report No. R149. Avstralia, Adelaide, University of Adelaide, Department of Civil and Environmental Engineering: 34 str.

Bergant, A., Simpson, A. R. 1996. Vizualizacija kavitacijskega toka med prehodnimi režimi v cevni sistemih. Visualisation of Transient Cavitating Flow in Piping Systems. *Strojniški vestnik - Journal of Mechanical Engineering* 42, 1–2: 3–16.

Bergant, A., Simpson, A. R. 1995. Water hammer and column separation measurements in an experimental apparatus. Research Report No. R128. Avstralia, Adelaide, University of Adelaide, Department of Civil and Environmental Engineering: 53 str.

Bergant, A., Simpson, A. R. 1992. Interface model for transient cavitating flow in pipelines. Avstralia, Adelaide, University of Adelaide, Department of Civil and Environmental Engineering: 10 str.

Bergant, A. 1992. Kavitacijski tok med prehodnimi režimi v cevnih sistemih. Doktorska disertacija. = Transient cavitating flow in piping systems. PhD Thesis. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za strojništvo (samozaložba A. Bergant): 120 str.

Mazij, J. 2009. Hidravlični prehodni pojavi v hidroelektrarnah z vgrajenimi Francisovimi turbinami. Diplomaska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo (samozaložba J. Mazij): 90 str.

Rajar, R. 1980. Hidravlika nestalnega toka. Ljubljana, Fakulteta za arhitekturo, gradbeništvo in geodezijo: 279 str.

Simpson, A. R., Bergant, A. 1994. Numerical comparison of pipe-column-separation models. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 120, 3: 361–377.

Wylie, E.B., Streeter, V.L. 1993. Fluid Transients in Systems. New Jersey, Prentice-Hall: 463 str.

### **Ostali viri**

Rajar, R. 1981. Hidromehanika. Ljubljana, Fakulteta za arhitekturo, gradbeništvo in geodezijo: 141 str.

Rozman, D. 2011. Testiranje programov za račun vodnega udara in uporaba na realnem primeru derivacijske hidroelektrarne. Diplomaska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo (samozaložba D. Rozman): 85 str.

Smits, A. J. 2015. A Physical Introduction to Fluid Mechanics. Part I: Main Text. Second Edition. Princeton University: 324 str.

[http://www.efluids.com/efluids/books/Smits\\_text\\_part1.pdf](http://www.efluids.com/efluids/books/Smits_text_part1.pdf) (Pridobljeno 15. 6. 2016.)

Steinman, F. 2010. Hidravlika, 2. ponatis. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 294 str.

Wolfram, S. 2015. An Elementary Introduction to the Wolfram Language. Wolfram Media: 324 str.  
<http://www.wolfram.com/language/elementary-introduction/> (Pridobljeno 15. 6. 2016.)