

Univerza
v Ljubljani
Fakulteta
*za gradbeništvo
in geodezijo*

*Janova 2
1000 Ljubljana, Slovenija
telefon (01) 47 68 500
faks (01) 42 50 681
fgg@fgg.uni-lj.si*



Univerzitetni program Gradbeništvo,
Konstrukcijska smer

Kandidat:

David Koren

Modeliranje neidealnih stikov med konstrukcijskimi elementi

Diplomska naloga št.: 2905

Mentor:

izr. prof. dr. Boštjan Brank

Somentor:

izr. prof. dr. Dejan Zupan

Ljubljana, 6. 9. 2006

POPRAVKI

Stran z napako

Vrstica z napako

Namesto

Naj bo

IZJAVA O AVTORSTVU

Podpisani **DAVID KOREN** izjavljam, da sem avtor diplomske naloge z naslovom:
»MODELIRANJE NEIDEALNIH STIKOV MED KONSTRUKCIJSKIMI ELEMENTI.«

Izjavljam, da prenašam vse materialne avtorske pravice v zvezi z diplomsko nalogo na UL, Fakulteto za gradbeništvo in geodezijo.

Ljubljana, 10.8.2006

(podpis)

BIBLIOGRAFSKO – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

UDK:	519.61/.64:624.078(043.2)
Avtor:	David Koren
Mentor:	izr.prof.dr. Boštjan Brank
Somentor:	doc.dr. Dejan Zupan
Naslov:	Modeliranje neidealnih stikov med konstrukcijskimi elementi
Obseg in oprema:	100 str., 8 pregl., 94 sl., 19 en.
Ključne besede:	modeliranje, nelinearne vzmeti, geometrijsko nelinearna analiza, uklonska analiza, sestavljeni nosilec, zdrs med sloji, togost, strižna napetost

Izveček

V diplomski nalogi so najprej predstavljeni nelinearni kontaktni končni elementi, ki jih ponuja komercialni računalniški program SAP2000 (»Nlink« elementi). Na enostavnih primerih je prikazano delovanje najbolj tipičnih izmed njih: linearne in nelinearne osne vzmeti, osne vzmeti tipa »Gap«, »Hook« in »Plastic« ter linearne in nelinearne strižne in zasučne vzmeti. V nadaljevanju pa so le-te uporabljene za modeliranje obnašanja gradbenih konstrukcijskih elementov z neidealnimi stiki, med katerimi so detajlno predstavljeni stiki med sloji slojevitih nosilcev (konzola, T nosilec, žebljani I nosilec) in nelinearni kontakti, ki se pojavljajo v podporah oziroma pri temeljenju (nosilec, temeljna plošča). Na koncu je prikazan še primer analize razpokane kamnite stene modelirane z vzmetmi. Uporabljene so različne vrste analiz: linearna analiza, nelinearna analiza (geometrijsko linearna in geometrijsko nelinearna) ter uklonska analiza. Dobljene rezultate primerjamo tudi z rešitvami iz literature in v večini primerov dosežemo zelo dobro ujemanje. Izkaže se, da se z opisanim principom modeliranja (upoštevanje neidealnosti stika) mnogo bolj približamo dejanskemu obnašanju konstrukcijskih elementov, kar kaže na smotrnost in uporabnost takšnega modeliranja. V programu SAP2000 je takšno modeliranje ugodno in pregledno. Razlike v obnašanju in posledično v sami nosilnosti med konstrukcijskimi elementi z idealnimi oziroma neidealnimi stiki so precejšnje, kar je posebej prikazano na primeru slojevitih konstrukcijskih elementov (žebljani I nosilec). Seveda pa je pri takšnem modeliranju potrebno poznati lastnosti stikov med posameznimi sloji.

BIBLIOGRAPHIC – DOCUMENTALISTIC INFORMATION

UDC: 519.61/.64:624.078(043.2)
Author: David Koren
Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Boštjan Brank
Cosupervisor: Assist. Prof. Dr. Dejan Zupan
Title: Modeling of Imperfect Connections between Structural Elements
Notes: 100 p., 8 tab., 94 fig., 19 eq.
Key words: modeling, nonlinear springs, geometric nonlinear analysis, buckling analysis, layered beam, interlayer slip, stiffness, shear stress

Abstract

At the beginning of the present work nonlinear contact finite elements («Nlink» elements) offered by SAP2000 commercial software program are presented. The behaviour of the most typical elements (linear and nonlinear axial springs, axial springs of the «Gap», «Hook» and «Plastic» types and also linear and nonlinear springs in shear and bending direction) is shown in simple examples. Such springs are then used for the modeling the behaviour of structural elements with imperfect connections, among which the connections in layered beams are presented in detail (cantilever, T beam, layered timber beam with nailed interfaces). Nonlinearities in restraints and groundwork are also modeled with the presented springs (beam, base plate). Last of all, an example of a stone wall with cracks modeled with springs is analysed. Different types of analyses are used: linear analysis, nonlinear analysis (geometric linear and geometric nonlinear) and buckling analysis. The results of our models are compared with the available data and only small deviations are noticed. It is evident that using the presented method of modeling, which takes imperfect connections into account, we can describe the actual behaviour of structural elements with much more precision. Such modeling therefore appears highly sensible and practical to use, especially with the SAP2000 program, which, in this respect, is highly advantageous and easy to use. The differences in the behaviour and, consequently, in the strength between structural elements with perfect and imperfect connections respectively, are considerable, which is particularly emphasized with the example of layered timber beam with nailed interfaces. The properties of interfaces between layers must obviously be known in such modeling.

ZAHVALA

Za nasvete in pomoč pri nastajanju diplomske naloge se iskreno zahvaljujem mentorju izr.prof.dr. Boštjanu Branku in somentorju doc.dr. Dejanu Zupanu, ki sta mi bila ves čas na razpolago.

Zahvalil bi se tudi mojim domačim, ki ste me ves čas študija spodbujali in podpirali.

Navsezadnje bi se rad iskreno zahvalil moji dragi Meti za izkazano ljubezen, potrpežljivost in posluh skozi leta študija.

David Koren

KAZALO VSEBINE

1	UVOD	1
2	NELINEARNI KONTAKTNI KONČNI ELEMENTI	5
2.1	Tipi vzmeti	5
2.1.1	Linearna zveza sila – deformacija	10
2.1.2	Nelinearna zveza sila – deformacija	10
2.1.3	Dodatne možnosti	18
2.2	Ilustracija raznih tipov vzmeti na enostavnih primerih	19
2.2.1	Konzola z navadno vzmetjo	20
2.2.2	Konzola z vzmetjo »Gap«	22
2.2.3	Konzola z vzmetjo »Hook«	22
2.2.4	Konzola z vzmetjo »Plastic«	23
2.2.5	Primerjava rezultatov za različne tipe vzmeti	25
2.2.6	Strižna vzmet	26
2.2.7	Zasučna (polžasta) vzmet	28
3	SLOJEVITI NOSILCI Z NEIDEALNIMI STIKI MED SLOJI	33
3.1	Konzola	33
3.1.1	Model iz linijskih končnih elementov	35
3.1.2	Model iz ploskovnih končnih elementov	35
3.1.3	Rezultati	36
3.2	Prostoležeč T nosilec – linearna analiza	40
3.2.1	Model iz linijskih končnih elementov	41
3.2.2	Model iz ploskovnih končnih elementov	42
3.2.3	Rezultati	45
3.3	Prostoležeč T nosilec – nelinearna analiza	47
3.4	Uklonska analiza T nosilca	50
3.5	Uklonska analiza sovprežnega nosilca	51

3.6	Žebljani I nosilec	59
3.6.1	Model iz linijskih končnih elementov	62
3.6.2	Model iz ploskovnih končnih elementov	66
3.6.3	Vpliv strižne povezave med pasnico in stojino na obnašanje sestavljenih I nosilcev	74
4	NELINEARNI KONTAKTI V PODPORAH	77
4.1	Nosilec s kontaktnimi nelinearnostmi na mestih podpor	77
4.2	Temeljna plošča na elastični podlagi	79
5	ANALIZA KAMNITE STENE Z RAZPOKAMI	85
5.1	Opis problema	85
5.2	Stena brez razpok	86
5.3	Stena z znanimi razpokami	87
5.4	Stena z znanimi razpokami ter dodatnimi režami in vzmetmi na mestih, kjer bi se lahko aktivirale nove razpoke	90
5.5	Primerjava dobljenih rezultatov	94
6	ZAKLJUČEK	97
VIRI		99

KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 3.1: Pomik vozlišča na koncu ($x = L$) spodnje konzole v odvisnosti od vrste modela	38
Preglednica 3.2: Rezultati geometrijsko linearne analize in primerjava z rešitvami iz literature	46
Preglednica 3.3: Rezultati geometrijsko nelinearne analize in primerjava z rešitvami iz literature	48
Preglednica 3.4: Rezultati uklonske analize T nosilca	50
Preglednica 3.5: Rezultati uklonske analize sovprežnega nosilca	53
Preglednica 3.6: Primerjava rešitev za pomik v_y [mm] iz literature (Krawczyk, Rebora, 2006) z izračunanim pomikom	55
Preglednica 3.7: Primerjava rešitev med modeloma iz linijskih končnih elementov za različne vzorce žebljanja pri obtežbi $P = 20$ kN	65
Preglednica 3.8: Primerjava rešitev med modeloma iz ploskovnih končnih elementov za različne vzorce žebljanja pri obtežbi $P = 20$ kN	70

KAZALO SLIK

Slika 1.1:	Nedefinirana in deformirana lega slojevitega nosilca z nepopolno povezavo med slojema (povzeto po Čas et al., 2004)	2
Slika 1.2:	Primeri uporabe nelinearnih elementov	3
Slika 2.1:	Notranje deformacije za dvovozliščni »Nlink« element	7
Slika 2.2:	Tri od šestih nelinearnih vzmeti v »Nlink« elementu	8
Slika 2.3:	Lokacija strižne vzmeti ob momentnem členu	8
Slika 2.4:	Notranje sile in momenti »Nlink« elementa, delujoči v vozliščih	9
Slika 2.5:	»Damper«, »Gap« in »Hook« lastnost, prikazana za primer osne deformacije	12
Slika 2.6:	Lastnost »Plastic 1« za enoosno deformacijo	13
Slika 2.7:	Definicija parametrov za lastnost »Plastic 1«	13
Slika 2.8:	Lastnost »Isolator 1« za dvoosno strižno deformacijo	14
Slika 2.9:	Lastnost »Isolator 2« za trenjsko – nihajno strižno obnašanje	16
Slika 2.10:	Konzola za prikaz delovanja »Nlink« elementov	19
Slika 2.11:	Zveza sila – pomik za konzolo brez vzmeti	20
Slika 2.12:	Model konzole z vzmetjo v programu SAP2000	20
Slika 2.13:	Zveza sila – pomik za nelinearno vzmet	21
Slika 2.14:	Rezultati analize konzole z vzmetjo: (a) linearna vzmet; (b) nelinearna vzmet	21
Slika 2.15:	Odvisnost sila – pomik za primer konzole podprte z »Gap« vzmetjo	22
Slika 2.16:	Model konzole z nasprotno obrnjeno silo P	23
Slika 2.17:	Primerjava odvisnosti sila – pomik za primer konzole podprte s »Hook« vzmetjo in konzole podprte z navadno linearno vzmetjo	23
Slika 2.18:	Pogovorno okno v programu SAP2000, kjer podamo karakteristike vzmeti; enote so [kN, m]	24
Slika 2.19:	Odvisnost sila – pomik za primer konzole podprte s »Plastic« vzmetjo	24
Slika 2.20:	Primerjava odvisnosti sila – pomik za primer konzole podprte z različnimi vzmetmi	25
Slika 2.21:	Model za testiranje strižne vzmeti s prikazanimi oznakami vozlišč	26
Slika 2.22:	Deformirana lega modela	26

Slika 2.23: Notranje sile strižne vzmeti: (a) strižna sila V_2 ; (b) upogibni moment M_3	27
Slika 2.24: Odvisnost sila – pomik za primer: (a) linearne strižne vzmeti; (b) nelinearne strižne vzmeti	27
Slika 2.25: Model za testiranje zasučne vzmeti s prikazanimi oznakami vozlišč	28
Slika 2.26: Zveza moment M – zasuk φ za nelinearno zasučno vzmet	29
Slika 2.27: Pogovorno okno v programu SAP2000 s karakteristikami nelinearne zasučne vzmeti tipa »Plastic (Wen)« – enote so [kN, m, rad]	29
Slika 2.28: Vertikalni pomik in zasuk vozlišča 2 v odvisnosti od obtežnega faktorja v nelinearni analizi: (a) linearna zasučna vzmet; (b) nelinearna zasučna vzmet; (c) nelinearna zasučna vzmet tipa »Plastic (Wen)«	30
Slika 2.29: Deformirana lega konzole za primer linearne zasučne vzmeti – enote so [kN, m, rad]	31
Slika 2.30: Odvisnost moment M – zasuk φ za primer: (a) linearne zasučne vzmeti; (b) nelinearne zasučne vzmeti; (c) nelinearne zasučne vzmeti tipa »Plastic (Wen)«	32
Slika 3.1: Upogib konzole zaradi prečne obtežbe	33
Slika 3.2: Potek strižnih napetosti na stiku slojev vzdolž konzole; analitična rešitev za dva sloja	34
Slika 3.3: Model konzole iz linijskih končnih elementov (dva sloja s po 10 končnih elementov po dolžini) s prikazanimi oznakami strižnih vzmeti in obtežbo	35
Slika 3.4: Model konzole iz ploskovnih končnih elementov (dva sloja s po 50 končnih elementov po dolžini)	36
Slika 3.5: Diagram momentov: (a) model konzole iz desetih linijskih končnih elementov; (b) model konzole iz dvajsetih linijskih končnih elementov; (c) model konzole iz petdesetih linijskih končnih elementov	37
Slika 3.6: Vrednosti notranjih sil zgornjega sloja ob vpetju za model iz dvajsetih linijskih končnih elementov	37
Slika 3.7: Sila F_{11} [kN/m] v smeri globalne x osi za model konzole iz 50 ploskovnih končnih elementov po dolžini	38
Slika 3.8: Potek strižnih napetosti vzdolž konzole za različne vrste modelov v primerjavi z analitično rešitvijo	39
Slika 3.9: Geometrija T nosilca	40

Slika 3.10: Model T nosilca iz linijskih končnih elementov (20 po dolžini)	41
Slika 3.11: Notranje sile T nosilca iz linijskih končnih elementov: (a) N_x [kN]; (b) V_y [kN]; (c) M_z [kNm]	42
Slika 3.12: Model T nosilca iz ploskovnih končnih elementov (20 po dolžini)	42
Slika 3.13: Notranje sile T nosilca iz ploskovnih končnih elementov: (a) F_{11} [kN/m]; (b) F_{22} [kN/m]; (c) F_{12} [kN/m]; (d) M_{11} [10^{-3} kNm/m]; (e) M_{22} [10^{-3} kNm/m]; (f) M_{12} [10^{-3} kNm/m] glede na lokalne osi	44
Slika 3.14: Pogovorno okno v programu SAP2000, kjer izberemo parametre geometrijske nelinearnosti	47
Slika 3.15: Deformacijska linija nosilca – model iz linijskih končnih elementov, geometrijsko nelinearna analiza; enote [m, rad]	47
Slika 3.16: Geometrija sovprežnega nosilca	52
Slika 3.17: Model sovprežnega nosilca (ploskovni lupinasti končni elementi)	53
Slika 3.18: Pomik vozlišč na podprti osi pri sili $Q_x = 40$ kN z upoštevanom (GNL) in neupoštevanom (GL) geometrijsko nelinearnostjo za različne robne pogoje	54
Slika 3.19: Zdrs na stiku na vrhu stene, rezultati iz literature	56
Slika 3.20: Primer izrisa odvisnosti sila – zdrs iz programa SAP2000 (za primer $e = 11.50$ mm, GNL)	56
Slika 3.21: Odvisnosti zdrsa od sile Q_x za različne robne pogoje in primerjava z rešitvami iz literature (geometrijsko nelinearna analiza)	57
Slika 3.22: Odvisnosti zdrsa od sile Q_x za različne robne pogoje pri geometrijsko linearni analizi in primerjava z rešitvami iz literature	58
Slika 3.23: Geometrija, podpiranje in obremenitev trislojnih I nosilcev	59
Slika 3.24: Vzorca žebljanja I nosilcev: (a) vzorec 2/4; (b) vzorec 4/4	60
Slika 3.25: Strižna sila v odvisnosti od zdrsa na mestu žebljanega stika za $SG = 0.398$	61
Slika 3.26: Bilinearna odvisnost sila – pomik za osno togost vzmeti (lokalna smer U_1), ki jo podamo v program – enote so [m, kN]	62
Slika 3.27: Model iz linijskih končnih elementov za vzorec žebljanja 2/4	63
Slika 3.28: Deformirana lega modela iz linijskih končnih elementov za vzorec žebljanja 2/4 pri obtežbi $P = 20$ kN z lepo vidnim zdrsom med pasnico in stojino; enote so [m, rad]	63

Slika 3.29: Notranje sile v pasnicah in stojini za vzorec žebljanja 2/4; model iz linijskih končnih elementov: (a) osne sile; (b) prečne sile; (c) upogibni momenti	64
Slika 3.30: Notranje sile v žeblijh za vzorec žebljanja 2/4; model iz linijskih končnih elementov (a) osne sile; (b) prečne sile; (c) upogibni momenti	64
Slika 3.31: Model iz ploskovnih končnih elementov za vzorec žebljanja 2/4	66
Slika 3.32: Deformirana lega modela iz ploskovnih končnih elementov za vzorec žebljanja 2/4 pri obtežbi $P = 20$ kN; enote so [m, rad]	67
Slika 3.33: Notranje sile v modelu iz ploskovnih končnih elementov pri obtežbi $P = 20$ kN za vzorec žebljanja 2/4: (a) F_{11} [10^3 kN/m]; (b) F_{22} [kN/m]; (c) F_{12} [kN/m]; (d) M_{11} [kNm/m]; (e) M_{22} [kNm/m]; (f) M_{12} [10^{-3} kNm/m] glede na lokalne osi	69
Slika 3.34: Strižna sila v žeblijh vzdolž I nosilca v odvisnosti od obtežbe in vzorca žebljanja	71
Slika 3.35: Primerjava rezultatov za upogibek I nosilca pri $x = L/2$ v odvisnosti od obtežbe	72
Slika 3.36: Primerjava rezultatov za zdrs med spodnjo pasnico in stojino I nosilca pri $x = L$ v odvisnosti od obtežbe	72
Slika 3.37: Primerjava rezultatov za upogibek na sredini I nosilca v odvisnosti od obtežbe in strižne togosti stikov med pasnicama in stojino; model iz ploskovnih končnih elementov	75
Slika 3.38: Primerjava rezultatov za zdrs med spodnjo pasnico in stojino I nosilca pri $x = L$ v odvisnosti od obtežbe in strižne togosti stikov med pasnicama in stojino; model iz ploskovnih končnih elementov	75
Slika 4.1: Nosilec brez začetnega kontakta na mestu C in možno izgubo kontakta na mestu podpore D	77
Slika 4.2: Model nosilca v programu SAP2000	78
Slika 4.3: Deformirana lega nosilca pri polni obtežbi $P = 20$ N	78
Slika 4.4: Vertikalni pomiki nosilca na mestih B, C in D v odvisnosti od obtežnega faktorja	79
Slika 4.5: Model plošče z oznakami vozlišč oziroma vzmeti in silo P	80
Slika 4.6: Pogovorno okno v programu SAP2000, kjer podamo tip analize	81
Slika 4.7: Največji vertikalni pomiki vozlišč plošče na diagonali 1-25 za tri različne analize	82

Slika 4.8:	Osne sile v nekaterih vzmeteh v odvisnosti od velikost sile P potem ko je bila obtežba q že v celoti naložena	82
Slika 4.9:	Vertikalni pomiki nekaterih vzmeti v odvisnosti od velikost sile P potem ko je obtežba q že v celoti naložena	83
Slika 4.10:	Največji vertikalni pomiki U_z [mm] plošče potem ko je bila obtežba q že v celoti naložena	84
Slika 5.1:	Model stene	85
Slika 5.2:	Napetosti (po vrsti od leve proti desni) S_{11} , S_{22} in S_{12} [10^3 kN/m ²] pri $U_x^{zg.levovozlisce} = 10$ cm; stena brez razpok	86
Slika 5.3:	Zveza reakcija – pomik za vozlišče, kateremu vsiljujemo pomik za steno brez razpok	87
Slika 5.4:	Izbran potek razpok po steni in oznake dveh različnih »Gap« vzmeti	88
Slika 5.5:	Zveza reakcija – pomik za vozlišče, kateremu vsiljujemo pomik za steno z razpokami	88
Slika 5.6:	Deformirana lega stene z razpokami pri $U_x^{zg.levovozlisce} = 10$ cm (velika povečava)	89
Slika 5.7:	Napetosti (po vrsti od leve proti desni) S_{11} , S_{22} in S_{12} [10^3 kN/m ²] pri $U_x^{zg.levovozlisce} = 10$ cm; stena z razpokami	89
Slika 5.8:	Obnašanje dveh značilnih »Gap« vzmeti: (a) tlačena vzmet št. 22; (b) tegnjena vzmet št. 5	90
Slika 5.9:	Upoštevan potek znanih razpok in potencialna mesta novih razpok po steni z oznakami nekaterih vzmeti	91
Slika 5.10:	Privzeto obnašanje osnovne ($l_l = 33.3$ cm) osne vzmeti v nategu	92
Slika 5.11:	Deformirana lega stene z znanimi in potencialnimi razpokami pri $U_x^{zg.levovozlisce} = 10$ cm (velika povečava)	92
Slika 5.12:	Obnašanje nekaterih vzmeti v novih razpokah: (a) vzmet št. 27; (b) vzmet št. 48	93
Slika 5.13:	Napetosti (po vrsti od leve proti desni) S_{11} , S_{22} in S_{12} [10^3 kN/m ²] pri $U_x^{zg.levovozlisce} = 10$ cm; stena z znanimi in potencialnimi razpokami	94
Slika 5.14:	Primerjava zveze reakcija – pomik za vozlišče, kateremu vsiljujemo pomik	94

1 UVOD

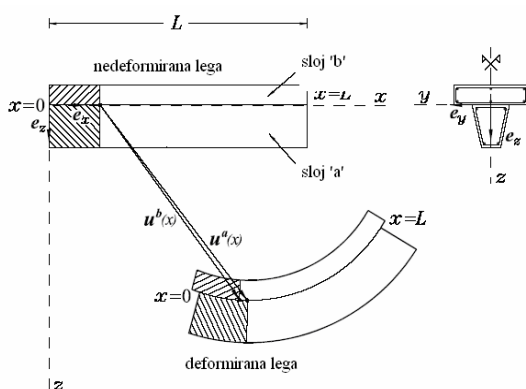
Večina stikov, s katerimi imamo v gradbeništvu opravka, je ponavadi neidealnih. Naj naštejemo le nekaj najbolj tipičnih: stiki med posameznimi sloji pri slojevitih konstrukcijskih elementih, kot so npr. sovprežne plošče, leseni lepljeni nosilci ali leseni žebljani nosilci, stiki med konstrukcijo in temeljnimi tlemi, kjer lahko pride pri ekscentrični obtežbi do izgube kontakta, neidealni stiki na mestih podpor in dilatacij, problem modeliranja razpok v nosilnih konstrukcijskih elementih ter cela vrsta posebnih stikov, ki jih uporabljamo v potresnem inženirstvu (plastični členki, izolatorji, dušilci,...). Zavedamo se, da se konstrukcijski element s takšnimi »šibkimi« (neidealnimi) stiki obnaša drugače od konstrukcijskih elementov, pri katerih so stiki idealni. Če se hočemo v analizi takšnih konstrukcijskih elementov čimbolj približati njihovem dejanskemu obnašanju, moramo v modelu upoštevati zgoraj omenjene nepopolnosti.

Za modeliranje in analizo konstrukcijskih elementov z neidealnimi stiki se lahko uporabijo posebni končni elementi, ki upoštevajo nepopolnosti; primer končnih elementov, ki upoštevajo zdrs med posameznimi sloji slojevitih nosilcev, glej npr. (Čas et al., 2004) ali (Krawczyk, 2006). Lahko pa se v ta namen uporabijo tudi komercialni računalniški programi – kot pokažemo v nadaljevanju naloge – ki imajo v svoji knjižnici standardne linijske in/ali ploskovne končne elemente in nelinearne vzmeti, ki so opisani v knjigah o končnih elementih, npr. (Cook, 1995). V tej nalogi uporabimo za modeliranje in analizo konstrukcijskih elementov z neidealnimi stiki komercialni računalniški program SAP2000 (SAP2000, 2000), ki razpolaga s standardnimi 2-vozljučnimi Euler-Bernoullijevimi linijskimi končnimi elementi, standardnimi 4-vozljučnimi ploskovnimi končnimi elementi ter 2-točkovnimi nelinearnimi vzmetmi.

Naloga je organizirana na sledeči način: najprej so predstavljeni nelinearni kontaktni končni elementi, ki jih ponuja program SAP2000 (»Nllink« elementi). Na enostavnih primerih je prikazano delovanje najbolj tipičnih izmed njih: linearne in nelinearne osne vzmeti, osne vzmeti tipa »Gap«, »Hook« in »Plastic« ter linearne in nelinearne strižne in zasučne vzmeti. V nadaljevanju pa so le-te uporabljene za modeliranje obnašanja gradbenih konstrukcijskih

elementov z neidealnimi stiki, med katerimi so detajlno predstavljeni stiki med sloji slojevitih nosilcev (konzola, T nosilec, žebljani I nosilec) in nelinearni kontakti, ki se pojavljajo v podporah oziroma pri temeljenju (nosilec, temeljna plošča). Na koncu je prikazan še primer analize razpokane kamnite stene modelirane z vzmetmi. Uporabljamo različne vrste analiz: linearna analiza, nelinearna analiza (geometrijsko linearna in geometrijsko nelinearna) ter uklonska analiza. Dobljeni rezultati so prikazani tudi v primerjavi z rešitvami iz literature.

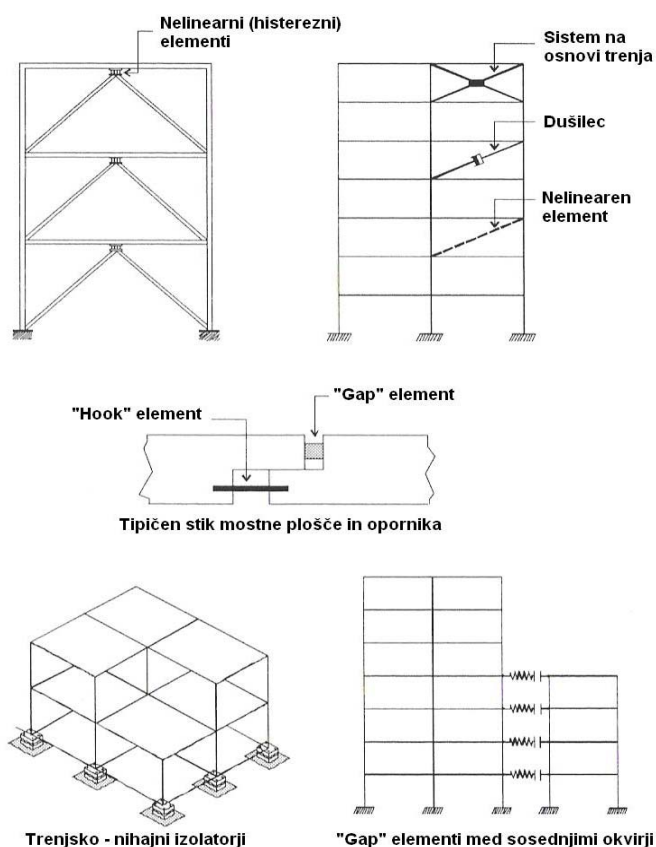
Obnašanje slojevitih konstrukcijskih elementov je v veliki meri odvisno od vrste povezave med posameznimi sloji. Stik je lahko idealen (tog) ali neideal (šibek). S togimi strižnimi povezavami lahko običajno dosežemo popolno povezavo med posameznimi sloji in jih zato lahko računamo po osnovnih enačbah teorije nosilcev. V mnogih praktičnih primerih pa uporabljamo delno toge strižne povezave, kjer popolna povezava med sloji zaradi podajnosti veznih sredstev ni zagotovljena. Tako imenovani šibki stiki so lahko posledica procesov izdelave (jekleno-betonski sovprežni nosilci ali leseni žebljani nosilci), faze uporabe (delaminacije zaradi različnih vplivov) ali pa so narejeni namensko (sloji v lameliranih varnostnih steklih). V njih se lahko pojavi relativni pomik sosednjih slojev, ki ga lahko razdelimo na dve komponenti: prečno in tangентno. V našem primeru obravnavamo le tangентno komponento (zdrs v smeri tangente na stično ploskev med sloji – slika 1.1), medtem ko prečno odlepljanje zanemarimo.



Slika 1.1: Nedeformirana in deformirana lega slojevitega nosilca z nepopolno povezavo med slojema (povzeto po Čas et al., 2004)

Zaradi zdrsa pride do ustreznega skoka napetosti oziroma deformacij na stičišču slojev in povečanja podajnosti celotnega konstrukcijskega elementa. Čeprav so zdrsi globalno gledano zelo majhni, pa imajo bistven vpliv na obnašanje slojevitih konstrukcijskih elementov. Posebno taki s šibkimi stiki se pogosto obnašajo izrazito nelinearno še preden je doseženo mejno stanje uporabnosti in nosilnosti, kar je posledica geometrijskih in materialnih nelinearnosti.

V tem delu je prikazano modeliranje in analiza neidealnih stikov med konstrukcijskimi elementi le v primeru statične obtežbe, medtem ko se z obnašanjem posebnih nelinearnih elementov za dinamične analize (plastični členki, izolatorji, dušilci,... – slika 1.2) ne ukvarjamo, temveč jih le opišemo.



Slika 1.2: Primeri uporabe nelinearnih elementov

2 NELINEARNI KONTAKTNI KONČNI ELEMENTI

2.1 Tipi vzmeti

Z vzmetmi lahko modeliramo lokalne konstrukcijske nelinearnosti, kot so neidealni stiki med konstrukcijskimi elementi, razni dušilci, izolatorji in podobno. V programu SAP2000 je v ta namen razvit »Nllink« element, ki je lahko definiran kot vez med dvema vozliščema, pri čemer lahko vozlišči sovpadata, ali pa kot vez med vozliščem in podporo (podlago). Lastnosti obeh tipov vezi so definirane na enak način. Vsak element ima šest prostostnih stopenj, aktivirajo pa se tiste, ki jim pripišemo določene lastnosti. Prostostne stopnje vozlišč, ki jim ne predpišemo nobene togosti, moramo podpreti.

Vsak element ima svoj lastni koordinatni sistem, v katerem podajamo lastnosti elementa, t.j. zvezo sila – deformacija, in interpretiramo rezultate. Gre za desnosučni koordinatni sistem definiran s tremi osmi:

- vzdolžno osjo 1: poteka od vozlišča i do vozlišča j (za elemente končnih dolžin) oziroma v smeri globalne $+Z$ osi (za elemente, kjer vozlišči i in j sovpadata);
- osjo 2, ki je po definiciji usmerjena v smeri globalne $+Z$ osi razen v primeru, ko je element vertikalni (v tem primeru ima os 2 smer globalne $+X$ osi);
in
- osjo 3, ki je po definiciji vedno horizontalna in ortogonalna na osi 1 in 2 (leži v ravnini X - Y globalnega koordinatnega sistema).

Orientacijo osi lokalnega koordinatnega sistema lahko poljubno spreminjamo, pri čemer morajo biti izpolnjena pravila vektorskega produkta.

Element ima šest medsebojno neodvisnih notranjih deformacij, ki se računajo na osnovi relativnih pomikov vozlišča j glede na vozlišče i (za dvovozliščni element) oziroma glede na podlago (za enovozliščni element).

Enačbe za dvovozliščni element:

- Osne deformacije: $d_{u1} = u_{1j} - u_{1i}$
- Strig v ravnini 1-2: $d_{u2} = u_{2j} - u_{2i} - d_{j2}r_{3j} - (L - d_{j2})r_{3i}$
- Strig v ravnini 1-3: $d_{u3} = u_{3j} - u_{3i} + d_{j3}r_{2j} + (L - d_{j3})r_{2i}$
- Torzija: $d_{r1} = r_{1j} - r_{1i}$
- Upogib v ravnini 1-3: $d_{r2} = r_{2i} - r_{2j}$
- Upogib v ravnini 1-2: $d_{r3} = r_{3j} - r_{3i}$

kjer so (slika 2.1):

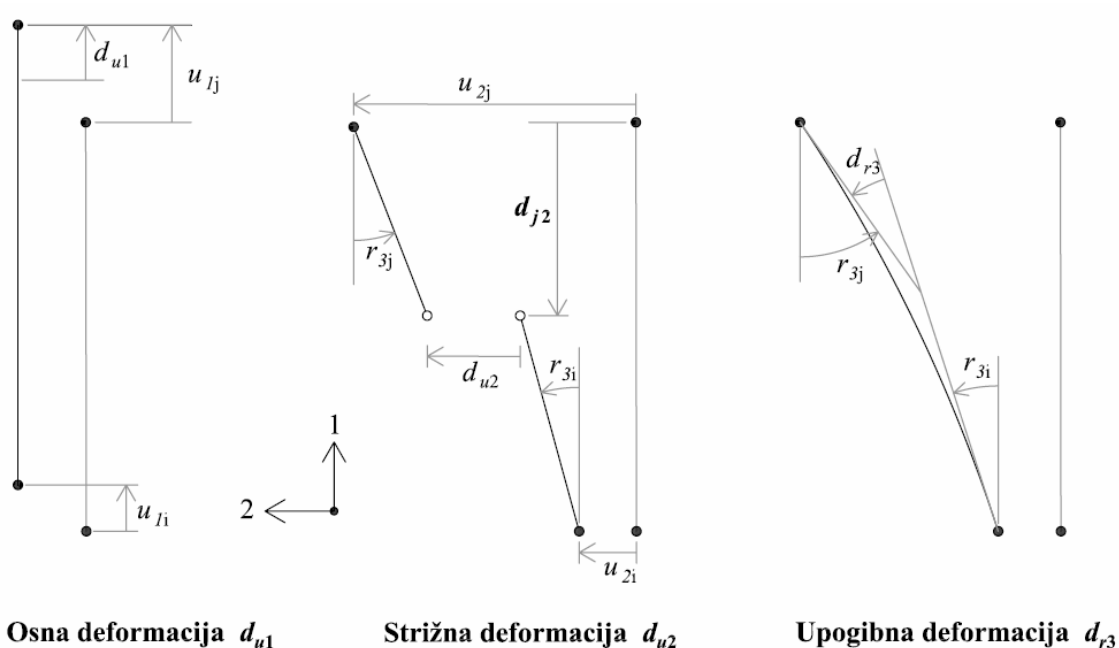
- $u_{1i}, u_{2i}, u_{3i}, r_{1i}, r_{2i}$ in r_{3i} pomiki in rotacije vozlišča i v lokalnih koordinatah;
- $u_{1j}, u_{2j}, u_{3j}, r_{1j}, r_{2j}$ in r_{3j} pomiki in rotacije vozlišča j v lokalnih koordinatah;
- d_{j2} razdalja od vozlišča j do mesta, kjer nas zanima strižna deformacija d_{u2} (privzeta vrednost je nič);
- d_{j3} razdalja od vozlišča j do mesta, kjer nas zanima strižna deformacija d_{u3} (privzeta vrednost je nič);
- L dolžina elementa (razdalja med točkama i in j).

Iz izrazov za strižne deformacije je razvidno, da so njihove vrednosti pri premikanju togega telesa enake nič.

Enačbe za enovozliščni element so analogne enačbam za dvovozliščni element, le da so translacije in rotacije vozlišča i enake nič:

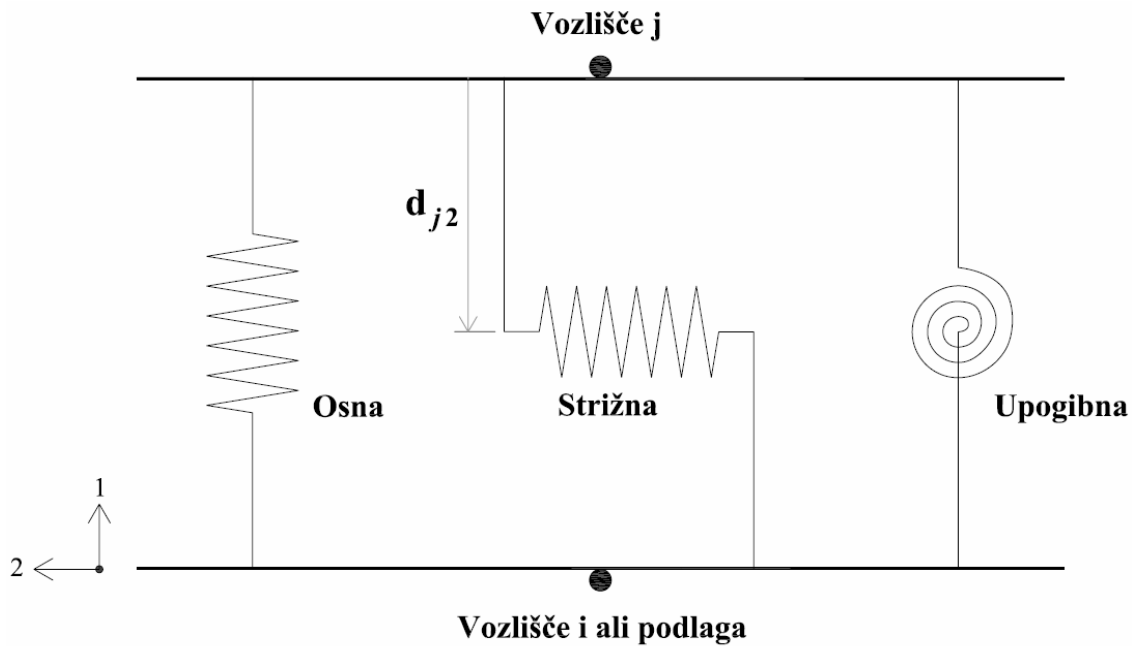
- Osne deformacije: $d_{u1} = u_{1j}$
- Strig v ravnini 1-2: $d_{u2} = u_{2j} - d_{j2}r_{3j}$
- Strig v ravnini 1-3: $d_{u3} = u_{3j} + d_{j3}r_{2j}$
- Torzija: $d_{r1} = r_{1j}$

- Upogib v ravnini 1-3: $d_{r2} = -r_{2j}$
- Upogib v ravnini 1-2: $d_{r3} = r_{3j}$



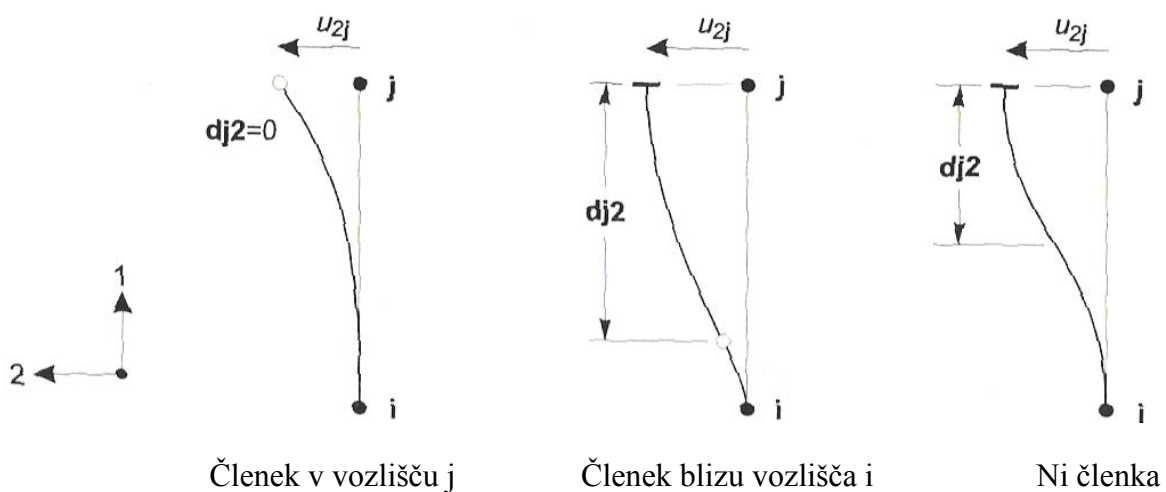
Slika 2.1: Notranje deformacije za dvovozliščni »Nlink« element

Pri podajanju lastnosti »Nlink« elementa lahko vsaki prostostni stopnji pripišemo nelinearno zvezo sila – deformacija, efektivno togost, efektivno dušenje, maso in težo. Vsak element je torej sestavljen iz šestih notranjih nelinearnih vzmeti; po ene za vsako notranjo deformacijo. Slika 2.2 prikazuje vzmeti za tri značilne deformacije: osno, strižno v ravnini 1-2 in upogibno v ravnini 1-2. Pri modelu za strig je pomembno, da je vzmet za razdaljo d_{j2} oziroma d_{j3} odmaknjena od vozlišča j , saj je predpostavljeno, da se vsa strižna deformacija zgodi v tej vzmeti in da so povezave od te vzmeti do vozlišč (ali podlage) toge za strig. Deformacije strižne vzmeti povzročajo tako translacije kot rotacije. Sila v taki vzmeti povzroča linearen moment vzdolž elementa (ta moment je nič v strižnih vzmeteh, ki se obnašajo kot momentni členki). Moment zaradi striga je neodvisen od konstantnega momenta v elementu zaradi upogibne vzmeti.



Slika 2.2: Tri od šestih nelinearnih vzmeti v »Nlink« elementu

Slika 2.3 ilustrira razdaljo d_{j2} v primeru pravega momentnega členka v ravnini 1-2 (upogibna togost v tem primeru je nič).



Slika 2.3: Lokacija strižne vzmeti ob momentnem členku

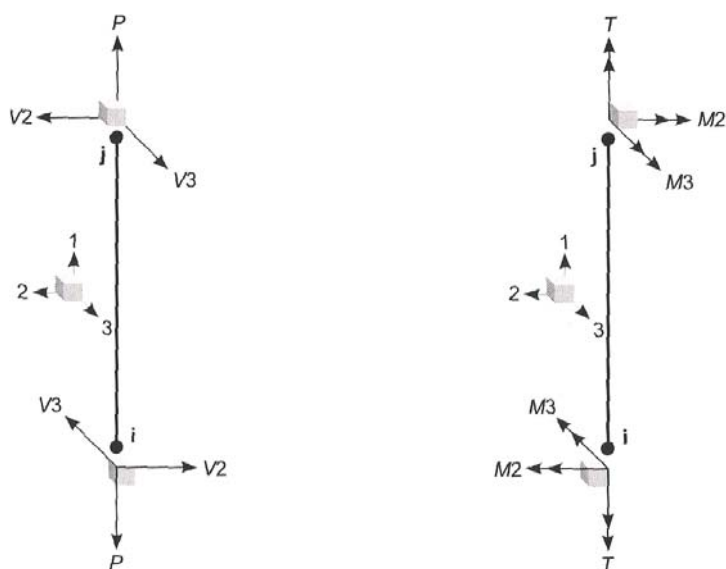
Notranje sile (P , $V2$, in $V3$) in momenti (T , $M2$ in $M3$) »Nlink« elementa imajo enak pomen kot pri nosilcih (slika 2.4). Definirane so z naslednjimi enačbami:

- Osna sila: $P = f_{u1}$
- Strig v ravnini 1-2: $V2 = f_{u2}$, $M3_s = (d - d_{j2})f_{u2}$
- Strig v ravnini 1-3: $V3 = f_{u3}$, $M2_s = (d - d_{j3})f_{u3}$
- Torzija: $T = f_{r1}$
- Upogib v ravnini 1-3: $M2_b = f_{r2}$
- Upogib v ravnini 1-2: $M3_b = f_{r3}$,

kjer je d razdalja od vzmeti do vozlišča j in smo z f_{u1} , f_{u2} , f_{u3} , f_{r1} , f_{r2} in f_{r3} označili sile (momente) v vzmeteh.

Celoten upogibni moment je sestavljen iz prispevka zaradi striga (s) in prispevka zaradi čistega upogiba (b): $M2 = M2_s + M2_b$

$$M3 = M3_s + M3_b$$



Slika 2.4: Notranje sile in momenti »Nlink« elementa, delujoči v vozliščih

2.1.1 Linearna zveza sila – deformacija

Če se vsaka notranja vzmet obnaša linearno, se lahko zveza sila – deformacija izrazi v matrični obliki z enačbo (2.1), kjer so k_{u1} , k_{u2} , k_{u3} , k_{r1} , k_{r2} , k_{r3} linearni togostni koeficienti notranjih vzmeti:

$$\begin{Bmatrix} f_{u1} \\ f_{u2} \\ f_{u3} \\ f_{r1} \\ f_{r2} \\ f_{r3} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{u1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{u2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{u3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{r1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{r2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{r3} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} d_{u1} \\ d_{u2} \\ d_{u3} \\ d_{r1} \\ d_{r2} \\ d_{r3} \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

Enačbo (2.1) lahko preoblikujemo v enačbo za notranje sile in pomike vozlišča j za enovozliščni element (enačba (2.2)) – enačba velja tudi za dvovozliščni element, če so vsi pomiki vozlišča i enaki nič:

$$\begin{Bmatrix} P \\ V2 \\ V3 \\ T \\ M2 \\ M3 \end{Bmatrix}_j = \begin{bmatrix} k_{u1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{u2} & 0 & 0 & 0 & -d_{j2} \cdot k_{u2} \\ 0 & 0 & k_{u3} & 0 & -d_{j3} \cdot k_{u3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{r1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -d_{j3} \cdot k_{u3} & 0 & k_{r2} + d_{j3}^2 \cdot k_{u3} & 0 \\ 0 & -d_{j2} \cdot k_{u2} & 0 & 0 & 0 & k_{r3} + d_{j2}^2 \cdot k_{u2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ r_1 \\ -r_2 \\ r_3 \end{Bmatrix}_j \quad (2.2)$$

Podobne zveze veljajo tudi za linearno dušenje, le da so togostni koeficienti zamenjani s koeficienti dušenja, pomiki pa s pripadajočimi hitrostmi.

2.1.2 Nelinearna zveza sila – deformacija

Nelinearne zveze sila – deformacija se uporabljajo za prostostne stopnje, ki jim pripišemo nelinearne lastnosti. Nelinearne lastnosti pa se ne uporabljajo za vse tipe analiz. V vseh linearnih analizah se za vse prostostne stopnje uporablja linearna efektivna togost. Pri podajanju vsake nelinearne zveze sila – deformacija moramo posebej podati tudi togostni koeficient k , ki predstavlja linearno togost, ko je vpliv nelinearnosti zanemarljiv; npr. pri zelo hitri obremenitvi elementa tipa »Damper«, pri zaprti špranji elementa tipa »Gap« ali »Hook«, ali v primeru da ne pride do tečenja oziroma zdrsa pri elementih tipa »Plastic1«, »Isolator1«

ali »Isolator2«. Če ima k vrednost nič, se za to prostostno stopnjo ne more formirati nobena nelinearna sila; izjema je nihajna sila v elementu tipa »Isolator2«. Če želimo omejiti elastične deformacije v izbrani notranji vzmeti, je dovolj, da za k vzamemo vrednosti, ki so 10^2 do 10^4 krat večje od togosti pripadajočih z vzmetjo povezanih elementov. Večje vrednosti pripeljejo do numeričnih težav.

V nadaljevanju opišemo nelinearne zveze, ki jih lahko predpišemo »Nlink« elementom.

Lastnost »Damper«

Lastnost je definirana na osnovi Maxwellovega modela viskoelastičnosti (Malvern, 1969) z nelinearno dušilko vezano zaporedno z vzmetjo. Nelinearna zveza sila – deformacija je sledeča (enačba (2.3)):

$$f = k \cdot d_k \dots\dots\dots \text{del, ki velja za vzmet}$$

$$f = c \cdot \dot{d}_c^{c \text{exp}} \dots\dots\dots \text{del, ki velja za dušilko} \tag{2.3}$$

kjer je k konstanta vzmeti, c koeficient dušenja, $c \text{exp}$ eksponent dušenja, ki mora biti pozitiven – navadno med 0.2 in 2.0, d_k deformacija vzmeti, \dot{d}_c pa hitrost deformacije dušilke. Vsota deformacije vzmeti in deformacije dušilke predstavlja celotno notranjo deformacijo: $d = d_k + d_c$.

Lastnost »Gap«

Deluje samo v tlaku. Nelinearna zveza sila – deformacija je sledeča (enačba (2.4)):

$$f = \begin{cases} k \cdot (d + open) \dots\dots\dots (d + open) < 0 \\ 0 \dots\dots\dots \text{sicer} \end{cases}, \tag{2.4}$$

kjer je k konstanta vzmeti, $open$ pa začetna odprtina, ki mora biti nič ali pozitivna.

Odprtje ali zaprtje odprtine oziroma reže (»gap«) za deformacijo v eni smeri ne vpliva na obnašanje ostalih deformacij, zato so od nje neodvisne.

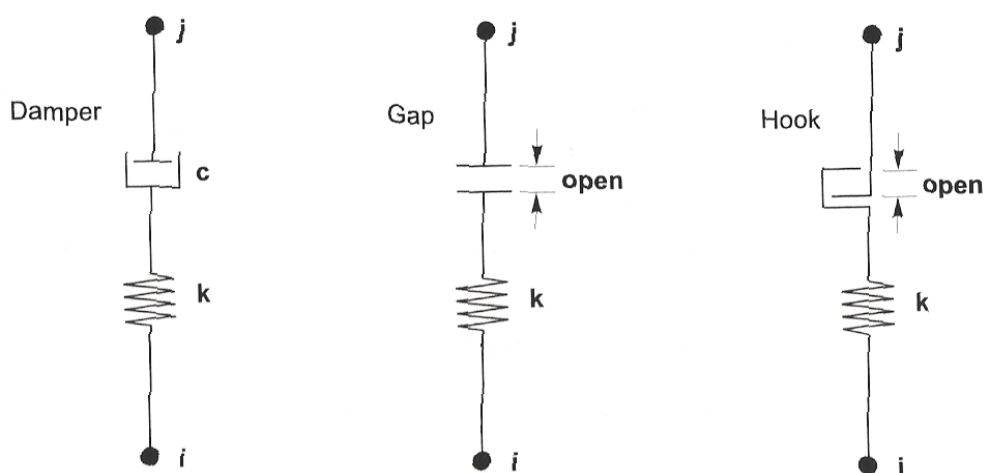
Lastnost »Hook«

Deluje samo v nategu. Nelinearna zveza sila – deformacija je sledeča (enačba (2.5)):

$$f = \begin{cases} k \cdot (d - open) & \dots\dots\dots (d - open) > 0 \\ 0 & \dots\dots\dots \text{sicer} \end{cases}, \quad (2.5)$$

kjer je k konstanta vzmeti, $open$ pa začetna odprtina, ki mora biti nič ali pozitivna.

Vse notranje deformacije ostanejo neodvisne, saj odprtje ali zaprtje zanke (»hook«) za eno deformacijo ne vpliva na obnašanje ostalih deformacij.



Slika 2.5: »Damper«, »Gap« in »Hook« lastnost, prikazana za primer osne deformacije

Lastnost »Plastic 1«

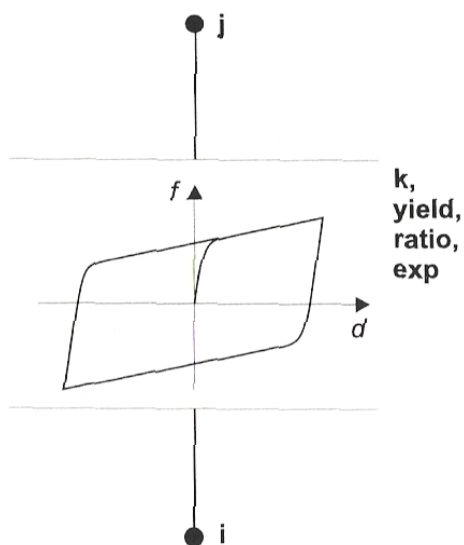
Vgrajen je model enoosne plastifikacije, osnovan na histereznem obnašanju po Wenu (1976) – slika 2.6. Vse notranje deformacije so neodvisne, saj tečenje materiala za eno deformacijo ne vpliva na obnašanje ostalih deformacij. Nelinearna zveza sila – deformacija je sledeča (enačba (2.6)):

$$f = ratio \cdot k \cdot d + (1 - ratio) \cdot yield \cdot z \quad (2.6)$$

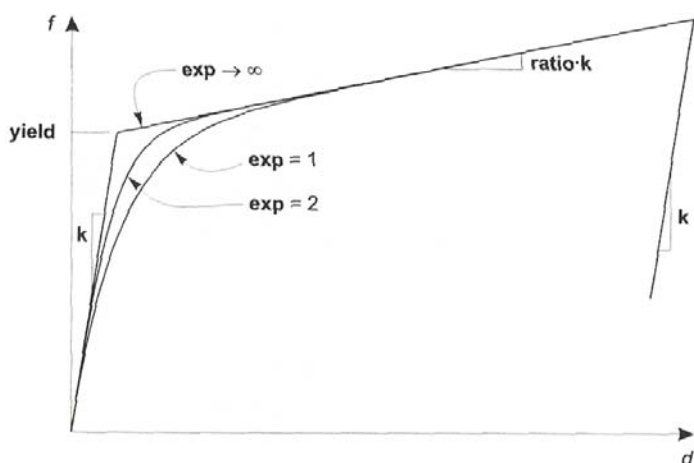
kjer je (slika 2.7) k elastična konstanta vzmeti, $yield$ sila tečenja, $ratio$ razmerje med togostjo po tečenju in elastično togostjo (k), z pa je notranja histerezna spremenljivka, za katero velja $|z| \leq 1$. Začetna vrednost za z je nič, naprej pa sledi naslednji diferencialni enačbi (2.7):

$$\dot{z} = \frac{k}{yield} \cdot \begin{cases} \dot{d} \cdot (1 - |z|^{\exp}) & \dots\dots\dots \dot{d} \cdot z > 0 \\ \dot{d} & \dots\dots\dots \text{sicer} \end{cases}, \quad (2.7)$$

kjer je \exp eksponent, ki je večji ali enak 1. Večje vrednosti le-tega povečujejo ostrino prehoda v plastično območje (slika 2.7). Praktična zgornja meja za \exp je okrog 20. Enačba (2.7) je ekvivalentna Wenovemu modelu z $A = 1$ in $\alpha = \beta = 0.5$.



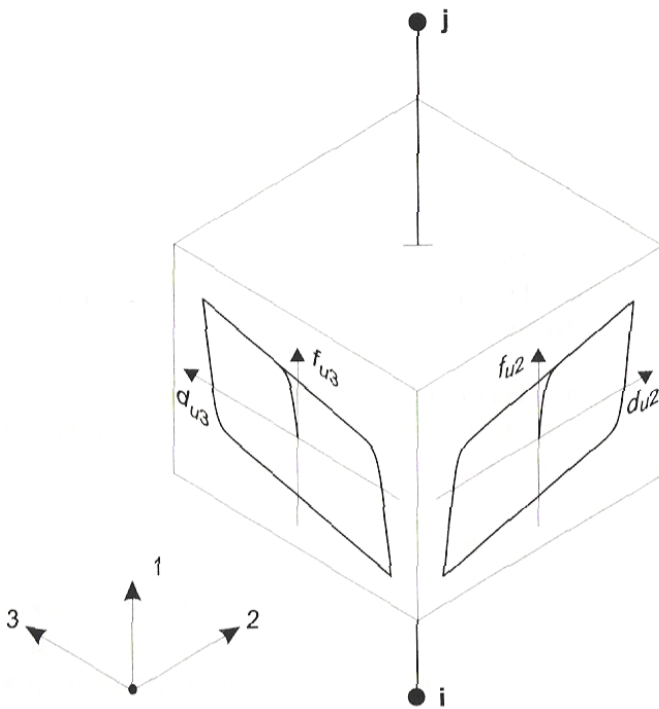
Slika 2.6: Lastnost »Plastic 1« za enosno deformacijo



Slika 2.7: Definicija parametrov za lastnost »Plastic 1«

Lastnost »Isolator 1«

To je dvoosni histerezni izolator, ki združuje lastnost plastifikacije za dve strižni deformaciji in linearno efektivno togost za preostale štiri deformacije (slika 2.8).



Slika 2.8: Lastnost »Isolator 1« za dvoosno strižno deformacijo

Vsaki strižni deformaciji lahko neodvisno predpišemo linearno ali nelinearno obnašanje:

(i) Če sta obe strižni prostostni stopnji nelinearni, je zveza, ki povezuje silo in deformacijo, naslednja (enačba(2.8)):

$$\begin{aligned} f_{u2} &= \text{ratio2} \cdot k2 \cdot d_{u2} + (1 - \text{ratio2}) \cdot \text{yield2} \cdot z_2 \\ f_{u3} &= \text{ratio3} \cdot k3 \cdot d_{u3} + (1 - \text{ratio3}) \cdot \text{yield3} \cdot z_3, \end{aligned} \quad (2.8)$$

kjer sta $k2$ in $k3$ elastični konstanti vzmeti, yield2 in yield3 sta sili tečenja, ratio1 in ratio2 razmerji med togostima po tečenju in elastičnima togostima ($k2$ in $k3$), z_2 in z_3 pa notranji histerezni spremenljivki, za kateri velja $\sqrt{z_2^2 + z_3^2} \leq 1$. Začetni vrednosti za z_2 in z_3 sta nič, naprej pa sledita naslednjima diferencialnima enačbama (enačba (2.9)):

$$\begin{Bmatrix} \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - a_2 \cdot z_2^2 & -a_3 \cdot z_2 \cdot z_3 \\ -a_2 \cdot z_2 \cdot z_3 & 1 - a_3 \cdot z_3^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \frac{k_2}{yield_2} \cdot \dot{d}_{u2} \\ \frac{k_3}{yield_3} \cdot \dot{d}_{u3} \end{Bmatrix} \quad (2.9)$$

$$\text{kjer je: } a_2 = \begin{cases} 1 & \dots \dots \dots \dot{d}_{u2} \cdot z_2 > 0 \\ 0 & \dots \dots \dots \text{ sicer} \end{cases}$$

$$a_3 = \begin{cases} 1 & \dots \dots \dots \dot{d}_{u3} \cdot z_3 > 0 \\ 0 & \dots \dots \dots \text{ sicer} \end{cases} .$$

Zgornje enačbe so ekvivalentne enačbam Parka, Wena in Anga (1986) za $A=1$ in $\beta = \gamma = 0.5$.

Iz zveze (2.9) je razvidno, da enačbi (2.8) nista neodvisni.

(ii) Če je samo ena strižna prostostna stopnja nelinearna, se zgornje enačbe spremenijo v enosno plastično obnašanje lastnosti »Plastic 1« z $\exp = 2$.

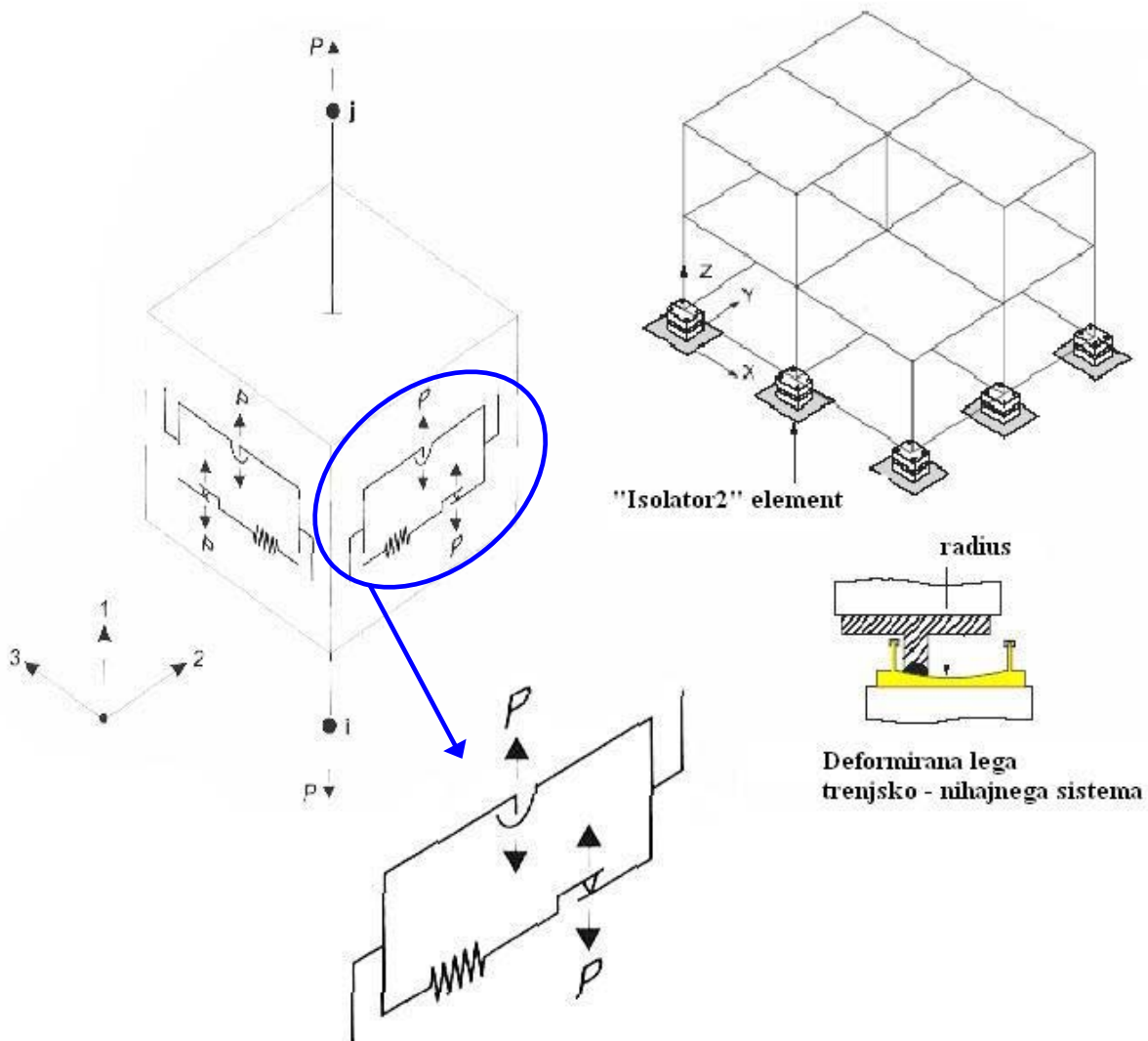
Lastnost »Isolator 2«

To je dvoosni trenjsko – nihajni izolator, ki združuje trenje za dve strižni deformaciji, togost v strižnih smereh po zdrsu, lastnost »Gap« v osni smeri in linearno efektivno togost za tri momentne deformacije (slika 2.9).

Trenjske sile in sile nihanja so neposredno odvisne od tlačne osne sile v elementu. Element ne prenaša nateznih osnih sil. Osna sila P je vedno bilinearna in je podana z enačbo (2.10):

$$P \equiv f_{u1} = \begin{cases} k_1 \cdot d_{u1} & \dots \dots \dots d_{u1} < 0 \\ 0 & \dots \dots \dots \text{ sicer} \end{cases} . \quad (2.10)$$

Togost k_1 mora biti pozitivna, da se formira nelinearna strižna sila v elementu.



Slika 2.9: Lastnost »Isolator 2« za trenjsko – nihajno strižno obnašanje

Vsaki strižni deformaciji lahko neodvisno predpišemo linearno ali nelinearno obnašanje:

(i) Če sta obe strižni prostostni stopnji nelinearni, delujeta vpliva trenja (f) in nihala (p) za vsako strižno deformacijo vzporedno (enačba (2.11)):

$$\begin{aligned} f_{u2} &= f_{u2f} + f_{u2p} \\ f_{u3} &= f_{u3f} + f_{u3p} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Zveza med trenjsko silo in deformacijo je definirana z enačbo (2.12):

$$\begin{aligned} f_{u2f} &= -P \cdot \mu_2 \cdot z_2 \\ f_{u3f} &= -P \cdot \mu_3 \cdot z_3, \end{aligned} \quad (2.12)$$

kjer sta μ_2 in μ_3 koeficienta trenja, z_2 in z_3 pa notranji histerezni spremenljivki. Koeficienta trenja sta odvisna od hitrosti (enačba (2.13)):

$$\begin{aligned} \mu_2 &= fast2 - (fast2 - slow2) \cdot e^{-rv} \\ \mu_3 &= fast3 - (fast3 - slow3) \cdot e^{-rv}, \end{aligned} \quad (2.13)$$

kjer sta $slow2$ in $slow3$ koeficienta trenja pri hitrosti nič, $fast2$ in $fast3$ koeficienta trenja pri visokih hitrostih, v pa je rezultatna hitrost drsenja: $v = \sqrt{\dot{d}_{u2}^2 + \dot{d}_{u3}^2}$. r je efektivna

inverzna hitrost: $r = \frac{rate2 \cdot \dot{d}_{u2}^2 + rate3 \cdot \dot{d}_{u3}^2}{v^2}$, pri čemer sta $rate2$ in $rate3$ inverzni

karakteristični hitrosti drsenja. Za stik teflona in jekla koeficient trenja navadno narašča s hitrostjo drsenja (Nagarajaiah, Reinhorn in Constantinou, 1991).

Za notranji histerezni spremenljivki velja $\sqrt{z_2^2 + z_3^2} \leq 1$. Začetni vrednosti za z_2 in z_3 sta nič, naprej pa sledita naslednjima diferencialnima enačbama (enačba (2.14)):

$$\begin{Bmatrix} \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - a_2 \cdot z_2^2 & -a_3 \cdot z_2 \cdot z_3 \\ -a_2 \cdot z_2 \cdot z_3 & 1 - a_3 \cdot z_3^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{k2}{P \cdot \mu_2} \cdot \dot{d}_{u2} \\ \frac{k3}{P \cdot \mu_3} \cdot \dot{d}_{u3} \end{Bmatrix}, \quad (2.14)$$

kjer je sta $k2$ in $k3$ elastični strižni togosti drsečega dela, izmerjeni preden pride do zdrsa, in

$$\begin{aligned} a_2 &= \begin{cases} 1 & \dots \dots \dots \dot{d}_{u2} \cdot z_2 > 0 \\ 0 & \dots \dots \dots sicer \end{cases} \\ a_3 &= \begin{cases} 1 & \dots \dots \dots \dot{d}_{u3} \cdot z_3 > 0 \\ 0 & \dots \dots \dots sicer \end{cases}. \end{aligned}$$

Zgornje enačbe so ekvivalentne enačbam Parka, Wena in Anga (1986) za $A=1$ in $\beta = \gamma = 0.5$.

Ta model za trenje dovoljuje nekaj zdrsa pri vsaki strižni sili, ki je večja od nič – velikost zdrsa tem boj narašča, čim bolj se strižna sila približuje meji tečenja pri vrednosti $P \cdot \mu$. Drsenje pri manjših vrednostih strižne sile lahko minimiziramo z uporabo večjih elastičnih strižnih togosti.

Zveza med silo nihanja in deformacijo je definirana z enačbo (2.15):

$$f_{u2p} = -P \cdot \frac{d_{u2}}{\text{radius2}}$$

$$f_{u3p} = -P \cdot \frac{d_{u3}}{\text{radius3}} \quad (2.15)$$

Vrednost $\text{radius} = 0$ pomeni ravno drsno ploskev in posledično je strižna sila tudi nič. Navadno sta radija v dveh strižnih smereh enaka (sferična drsna ploskev) ali pa je eden nič (cilindrična drsna ploskev). Lahko pa podamo poljubne radije.

(ii) Če pa je samo ena strižna prostostna stopnja nelinearna, se zgornje enačbe spremenijo v:

$$f_f = -P \cdot \mu \cdot z$$

$$\mu = \text{fast} - (\text{fast} - \text{slow}) \cdot e^{-\text{rate} \cdot d}$$

$$\dot{z} = \frac{k}{P \cdot \mu} \cdot \begin{cases} \dot{d} \cdot (1 - z^2) & \dots\dots\dots \dot{d} \cdot z > 0 \\ \dot{d} & \dots\dots\dots \text{sicer} \end{cases}$$

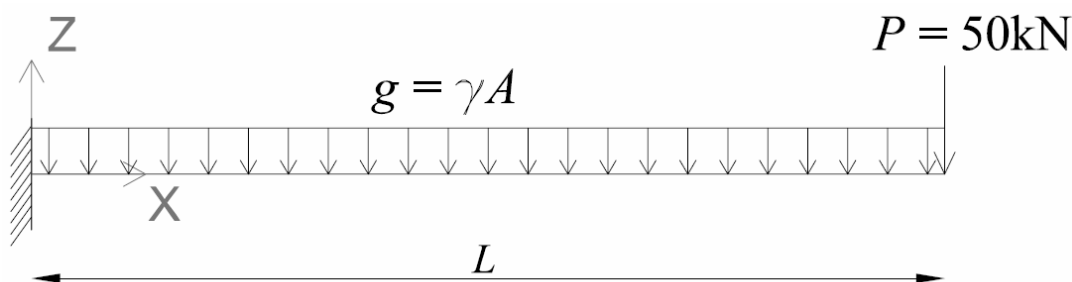
Zgornja enačba nihala se za nelinearno prostostno stopnjo ne spremeni.

2.1.3 Dodatne možnosti

Vsakemu »Nlink« elementu lahko pripišemo tudi nelinearno deformacijsko obtežbo, maso, lastno težo in gravitacijsko obtežbo. Nelinearna deformacijska obtežba je niz sil in/ali momentov na konstrukciji, ki povzročijo nelinearne notranje deformacije »Nlink« elementa t.j. deformacije, za katere smo podali nelinearne lastnosti. Te sile oziroma momenti služijo kot začetni obtežni vektorji za Ritzovo vektorsko analizo, s katerimi se ustvarijo oblike, ki ustrezno opišejo nelinearno obnašanje. Program lahko uporabi vgrajene nelinearne deformacijske obtežbe, lahko pa jih definiramo sami. Vsak niz nelinearnih deformacijskih obtežb mora biti v notranjem ravnotežju. V dinamični analizi je za izračun vztrajnostnih sil pomembna masa. Masa »Nlink« elementa je skoncentrirana v vozliščih i in j . Podamo lahko tako translacijsko maso (m) kot tudi rotacijske vztrajnostne momente ($mr1, mr2, mr3$).

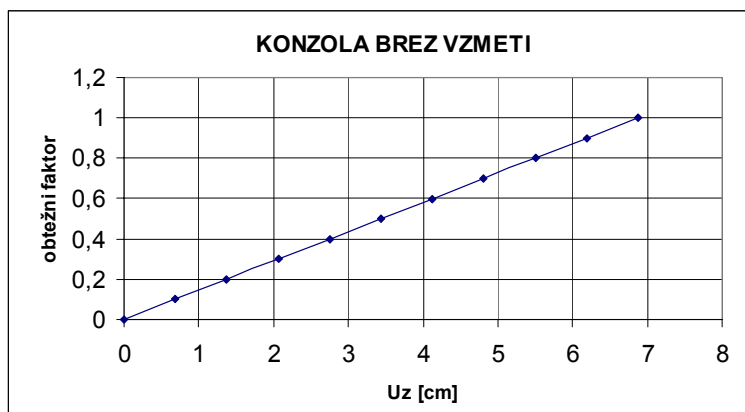
2.2 Ilustracija raznih tipov vzmeti na enostavnih primerih

Za boljše razumevanje delovanja »Nlink« elementov analiziramo primer enostavne konzole, povezane z različnimi tipi vzmeti. Konzola je iz jeklenega I profila višine 30 cm in dolžine $L = 4.0$ m, modeliramo jo z enim linijskim končnim elementom. Uporabljene materialne karakteristike jekla so: elastični modul $E = 1.999 \cdot 10^8$ kN/m², Poissonov količnik $\nu = 0.3$ in specifična teža $\gamma = 76.97$ kN/m³. Na prostem koncu v smeri globalne $-Z$ osi deluje sila $P = 50$ kN, upoštevamo tudi lastno težo $g = \gamma A$, ki pa jo program računa sam (A je ploščina prečnega prereza I profila). Obnašanje konstrukcije opazujemo pri lastni teži g in sili P skupaj (slika 2.10).



Slika 2.10: Konzola za prikaz delovanja »Nlink« elementov

Problem analiziramo ravninsko – omogočene so tri prostostne stopnje: U_x , U_z , R_y . Silo P in lastno težo g v analizi nanesimo postopno v desetih korakih, geometrijske nelinearnosti ne upoštevamo. Zanima nas zveza med silo P in pomikom U_z (v smeri globalne $-Z$ osi) vozlišča na koncu konzole. Ker program računa po korakih, tudi rezultate izpiše v odvisnosti od koraka in ne od dejanske obtežbe. Zato iskane zveze sila – pomik predstavljamo z odvisnostjo obtežni faktor – pomik; z obtežnim faktorjem se množi celotna obtežba (sila P in lastna teža g). Za konzolo brez vzmeti (slika 2.10) je taka zveza pričakovano linearna (slika 2.11).



Slika 2.11: Zveza sila – pomik za konzolo brez vzmeti

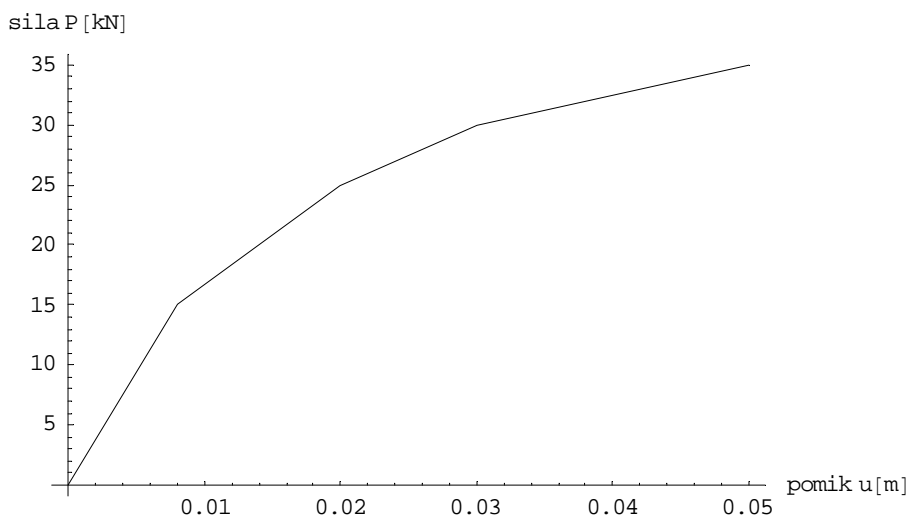
2.2.1 Konzola z navadno vzmetjo

V tem primeru analiziramo enako konzolo kot v prejšnji točki, le da jo na koncu podpremo z »Nlink« elementom z aktivno prostostno stopnjo v smeri lokalne osi x (globalna os Z) – slika 2.12.



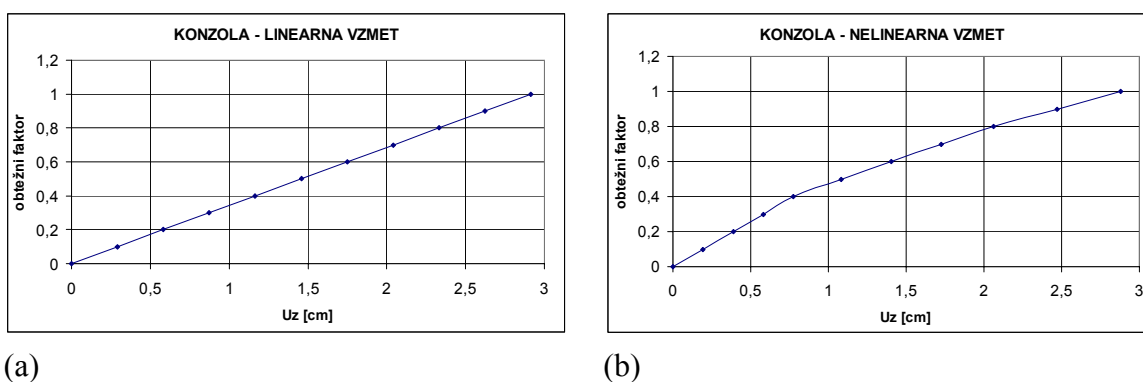
Slika 2.12: Model konzole z vzmetjo v programu SAP2000

Enkrat podpremo konzolo z linearno vzmetjo s togostjo $k = 1000 \text{ kN/m}$, drugič pa z nelinearno vzmetjo z odvisnostjo sila – pomik, prikazano na sliki 2.13. Program zahteva, da se odvisnost poda tudi za nasprotno smer delovanja sile, tako da podamo krivuljo iz slike 2.13 simetrično na koordinatno izhodišče. Podati je potrebno tudi efektivno togost za linearne analize, ki mora biti različna od nič. Izberemo kar začetno togost, ki v tem primeru znaša $k_{začetna} = 1875 \text{ kN/m}$.



Slika 2.13: Zveza sila – pomik za nelinearno vzmet

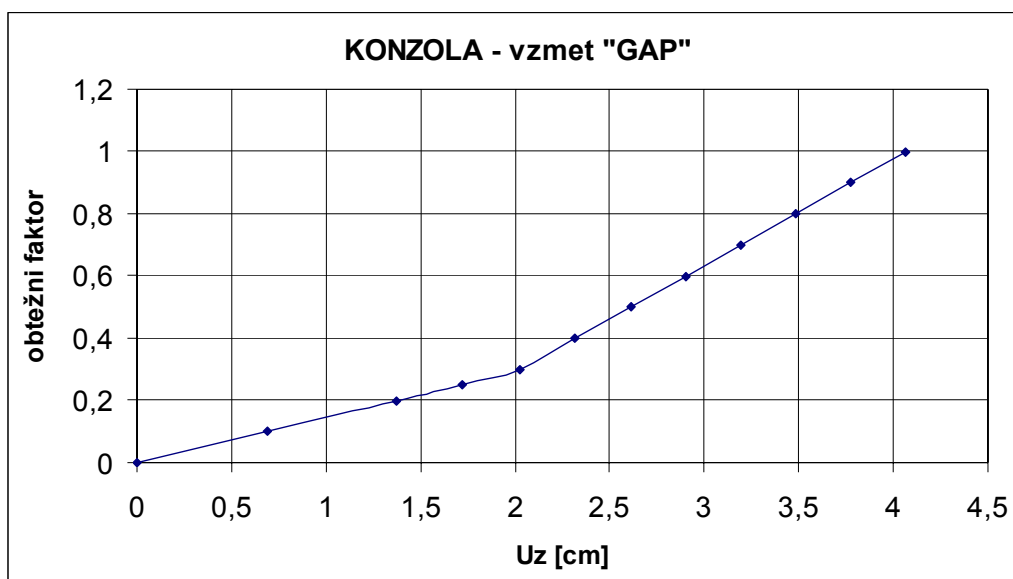
Dobljene odvisnosti sila – vertikalni pomik na koncu konzole so prikazane na sliki 2.14. Opazimo lahko, da je dobljena odvisnost v primeru nelinearne vzmeti ravno tako lomljena krivulja. To je pričakovano, saj smo že za vhodni podatek podali lomljeno (4-linearno) konstitutivno zvezo iz slike 2.13.



Slika 2.14: Rezultati analize konzole z vzmetjo: (a) linearna vzmet; (b) nelinearna vzmet

2.2.2 Konzola z vzmetjo »Gap«

V tem primeru gre za enako konzolo kot v prejšnji točki, le da jo podpremo z bilinearno vzmetjo tipa »Gap«. Togost vzmeti je $k = 1000$ kN/m, širina odprtine, za katero se mora premakniti prosti rob konzole preden se vzmet sploh aktivira, pa znaša 0.02 m. Vzmet tipa »Gap« deluje samo v tlaku.



Slika 2.15: Odvisnost sila – pomik za primer konzole podprte z »Gap« vzmetjo

Lepo je vidno, da so rezultati bilinearni, kar je posledica geometrijsko linearne analize. Pri pomiku 2.0 cm pride do spremembe naklona. To pomeni, da se togost sistema spremeni, ko se vzmet aktivira.

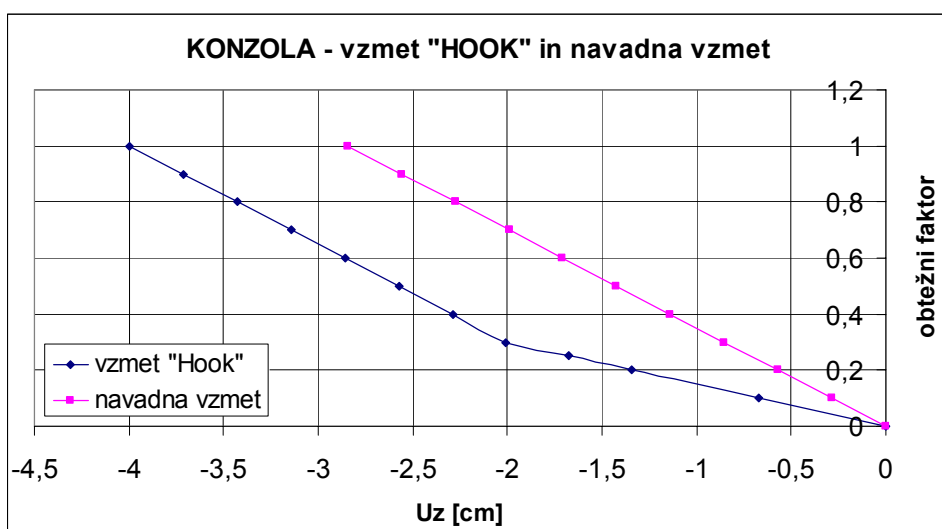
2.2.3 Konzola z vzmetjo »Hook«

V tem primeru gre za enako konzolo kot v prejšnji točki, le da jo podpremo z nelinearno vzmetjo tipa »Hook«. Togost vzmeti je $k = 1000$ kN/m, širina odprtine, za katero se mora premakniti prosti rob konzole preden se vzmet sploh aktivira, pa znaša 0.02 m. Vzmet tipa »Hook« deluje samo v nategu, zato obrnemo smer obremenjevanja (sila P sedaj deluje v smeri globalne +Z osi) – slika 2.16. Da lahko primerjamo rezultate, analiziramo tudi primer tako

obremenjene konzole podprte z navadno linearno vzmetjo s togostjo $k = 1000 \text{ kN/m}$ in rezultate prikažemo tudi za ta model (slika 2.17).



Slika 2.16: Model konzole z nasprotno obrnjeno silo P

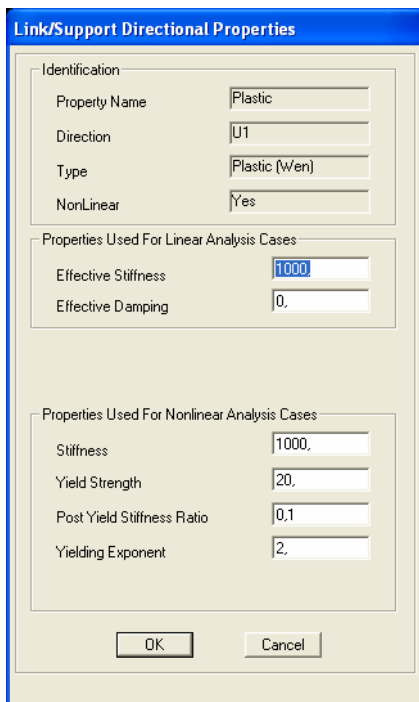


Slika 2.17: Primerjava odvisnosti sila – pomik za primer konzole podprte s »Hook« vzmetjo in konzole podprte z navadno linearno vzmetjo

Opazimo lahko, da je v primeru vzmeti »Hook« togost konstrukcije najprej manjša od primera z navadno vzmetjo, ko pa se vzmet aktivira, sta konstrukciji enako togi (krivulji sta vzporedni). Večji končen pomik pričakovano doseže primer konzole podprte s »Hook« vzmetjo.

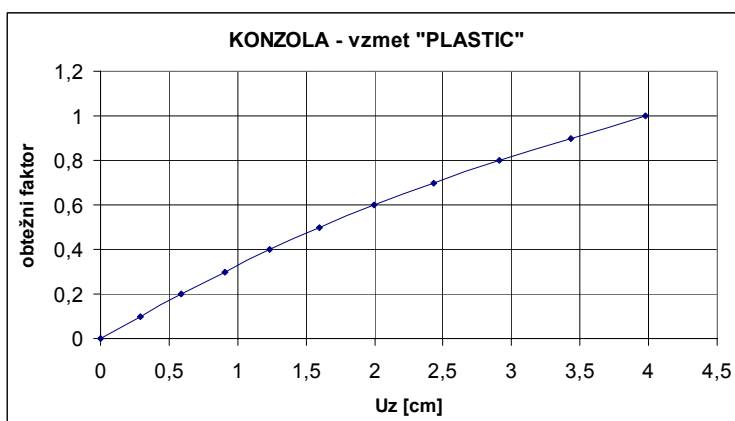
2.2.4 Konzola z vzmetjo »Plastic«

V tem primeru gre za enako obremenjeno konzolo, kot v prvih dveh točkah tega poglavja, le da jo podpremo z nelinearno vzmetjo tipa »Plastic (Wen)«. Karakteristike vzmeti so razvidne iz slike 2.18.



Slika 2.18: Pogovorno okno v programu SAP2000, kjer podamo karakteristike vzmeti; enote so [kN, m]

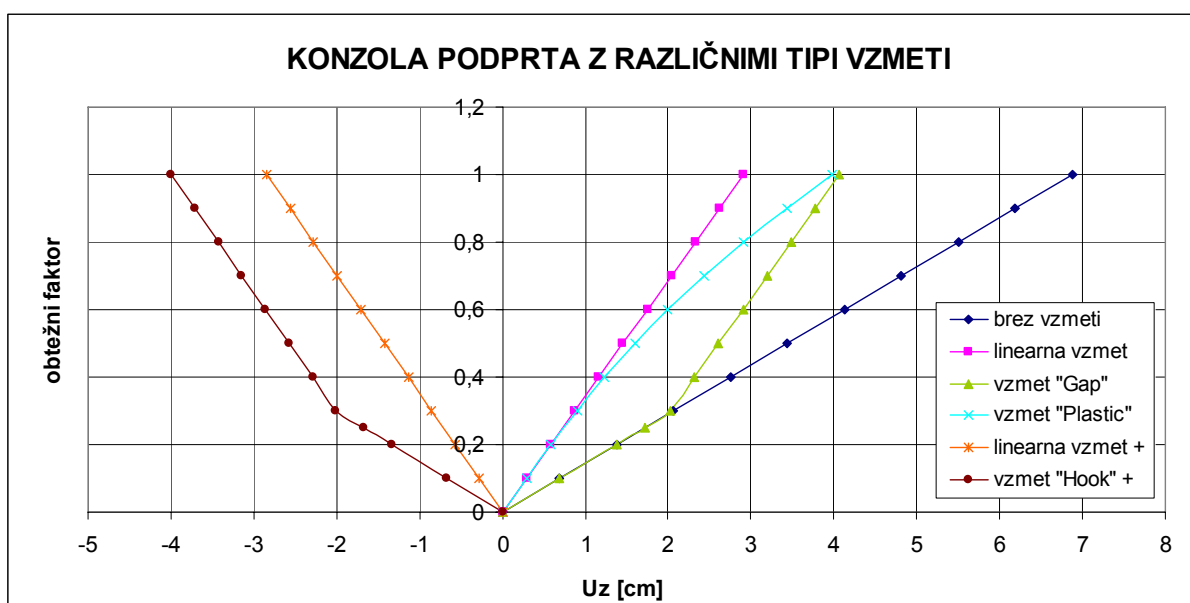
Rezultate analize prikazujemo na sliki 2.19. Iz slike je lepo vidna nelinearna odvisnost sila – pomik za vozlišče konzole podprto z vzmetjo.



Slika 2.19: Odvisnost sila – pomik za primer konzole podprte s »Plastic« vzmetjo

2.2.5 Primerjava rezultatov za različne tipe vzmeti

Na sliki 2.20 je prikazana primerjava dosedanjih rezultatov za konzolo. Lepo so vidne značilnosti posameznega tipa vzmeti: linearna vzmet naredi konstrukcijo le bolj togo, kar se zgodi tudi v primeru vzmeti tipa »Gap« in »Hook«, le da se to ne začne istosčasno z obremenjevanjem konzole, temveč šele po določeni deformaciji le-te. Pri vzmeti tipa »Plastic« pa je z večanjem sile lepo vidno padanje togosti vzmeti.

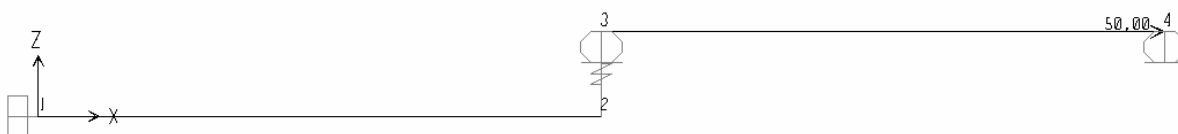


Slika 2.20: Primerjava odvisnosti sila – pomik za primer konzole podprte z različnimi vzmetmi

Primer, ko sila P deluje v nasprotni smeri, sta označena z znakom +. Ker je bila togost vzmeti in velikost sile P v vseh primerih enaka, je bilo pričakovati, da bodo rezultati primerov »linearna vzmet +« in »vzmet »Hook« +« ter rezultati primerov »linearna vzmet« in »vzmet »Gap« simetrični glede na vertikalno os koordinatnega sistema. Temu pa ni popolnoma tako, saj se v analizi upošteva tudi lastna teža konzole, ki seveda deluje ves čas v isti smeri. Dejansko pa je vpliv lastne teže na rezultate zanemarljiv.

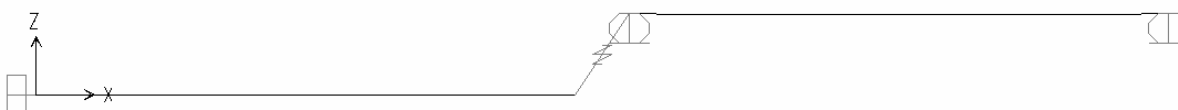
2.2.6 Strižna vzmet

Za prikaz delovanja strižne vzmeti uporabimo model na sliki 2.21. Konstrukcija je sestavljena iz dveh jeklenih I profilov višine 30 cm in dolžine 200 cm, ki sta v vertikalni smeri medsebojno zamaknjena za eno višino I profila. Uporabljene materialne karakteristike jekla so enake kot v prejšnjih primerih: elastični modul $E = 1.999 \cdot 10^8 \text{ kN/m}^2$, Poissonov količnik $\nu = 0.3$ in specifična teža $\gamma = 76.97 \text{ kN/m}^3$. Sila $P = 50 \text{ kN}$ deluje v desnem drsno podprtem vozlišču v smeri globalne +X osi. Levo krajišče je nepomično podprto. Silo P in lastno težo $g = \gamma \cdot A$ (A je ploščina prečnega prereza I profila) naneseemo v desetih korakih geometrijsko linearne analize. Konstrukcijo modeliramo z dvema linijskima končnima elementoma, analiza je ravninska – omogočene so tri prostostne stopnje: U_x, U_z, R_y .

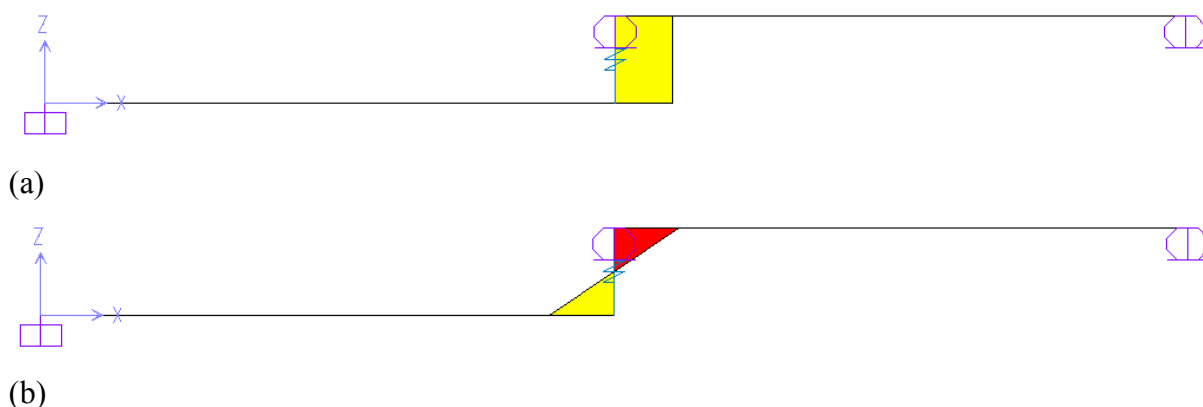


Slika 2.21: Model za testiranje strižne vzmeti s prikazanimi oznakami vozlišč

Nosilca povežemo z linearno vzmetjo dolžine 30 cm s strižno togostjo $k = 1000 \text{ kN/m}$ (v smeri lokalne osi 2 oziroma v smeri globalne X osi). Za razdaljo od končnega vozlišča vzmeti pa podamo polovico višine I profila, t.j. 15 cm. Slika 2.22 prikazuje deformirano lego konstrukcije – pojavijo se pomiki v smeri globalne X osi; vertikalni pomiki vozlišča so zanemarljivi. Desni nosilec (drsni del konstrukcije) bi sam zase bil kinematično nestabilen, v podanem modelu pa mu strižna vzmet to preprečuje. Slika 2.23 prikazuje shematski potek strižnih sil in upogibnega momenta v sami vzmeti.

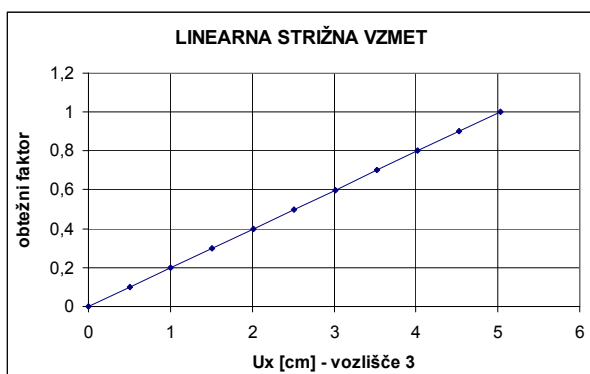


Slika 2.22: Deformirana lega modela

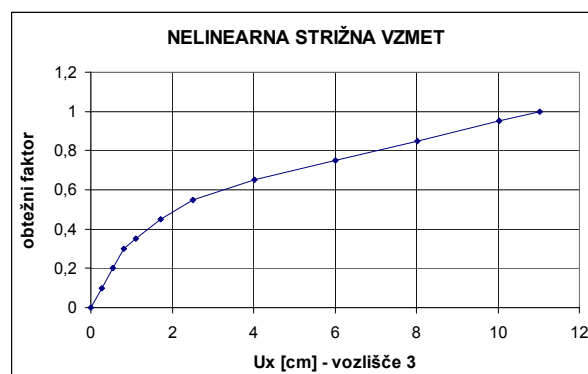


Slika 2.23: Notranje sile strižne vzmeti: (a) strižna sila V2; (b) upogibni moment M3

Opazujemo odvisnost horizontalnega pomika vozlišča 3 od obtežnega faktorja, s katerim sta pomnožena sila P in lastna teža g . Modeliramo tudi primer, ko je strižna vzmet nelinearna. To vzmet definiramo z enakimi karakteristikami in na enak način kot v poglavju 2.2.1 (slika 2.13). Za izbrano linearno vzmet je zveza sila – pomik pričakovano linearna (slika 2.24a), v primeru nelinearne vzmeti pa je odvisnost izrazito nelinearna (slika 2.24b).



(a)

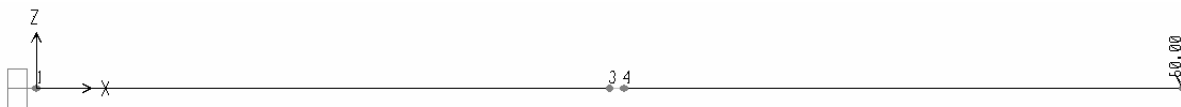


(b)

Slika 2.24: Odvisnost sila – pomik za primer: (a) linearne strižne vzmeti; (b) nelinearne strižne vzmeti

2.2.7 Zasučna (polžasta) vzmet

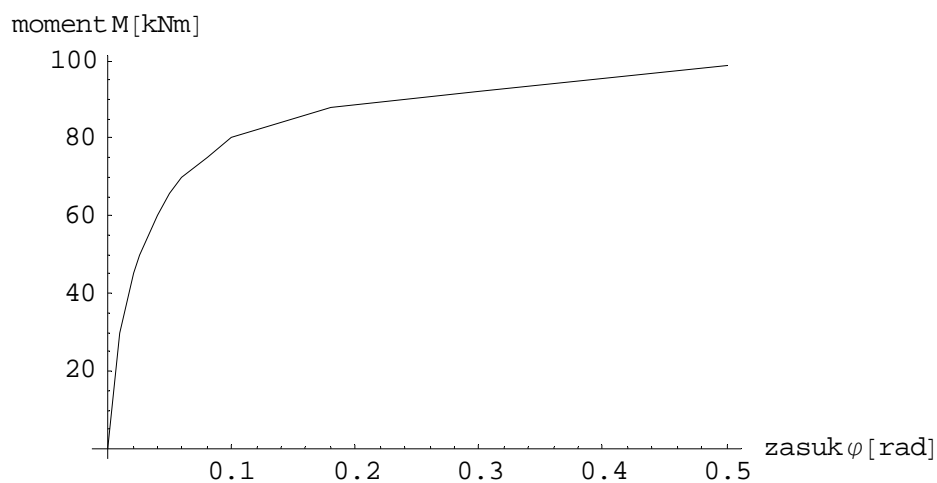
Za prikaz delovanja polžaste vzmeti uporabimo konzolo prikazano na sliki 2.25. Konstrukcija je sestavljena iz dveh I profilov (v modelu sta to dva linijska končna elementa) višine 30 cm, prvi (vpet) je dolg 200 cm, drugi pa 195 cm. Uporabljene materialne karakteristike jekla so enake kot v prejšnjih primerih: elastični modul $E = 1.999 \cdot 10^8 \text{ kN/m}^2$, Poissonov količnik $\nu = 0.3$ in specifična teža $\gamma = 76.97 \text{ kN/m}^3$. Vozlišči 3 in 4 sta v smeri globalne X osi razmaknjeni za 5 cm in povezani z zasučno (polžasto) vzmetjo, ki omogoča zasuke okrog globalne Y osi. Omenjeni vozlišči sta povezani tudi z vezjo tipa »Body« in sicer po vseh prostostnih stopnjah razen zasuka R_y . To pomeni, da so vsi pomiki vozlišča 3 in 4 enaki, različen je le zasuk R_y . Sila $P = 50 \text{ kN}$ deluje na koncu konzole v smeri globalne -Z osi. Obtežbo (silo P in lastno težo g) nanesemo v desetih korakih. Problem analiziramo ravninsko – omogočene so tri prostostne stopnje: U_x , U_z , R_y .



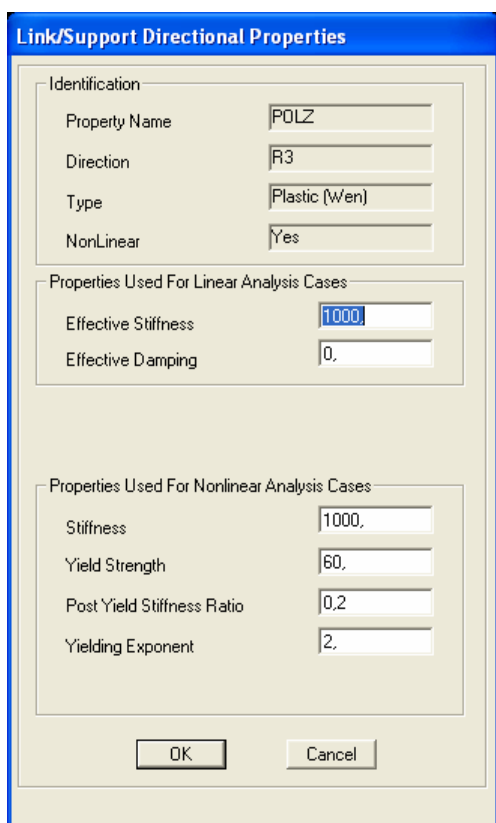
Slika 2.25: Model za testiranje zasučne vzmeti s prikazanimi oznakami vozlišč

Vozlišči 3 in 4 sta povezani z zasučno vzmetjo (okrog lokalne osi 3 oziroma globalne Y osi) na tri načine:

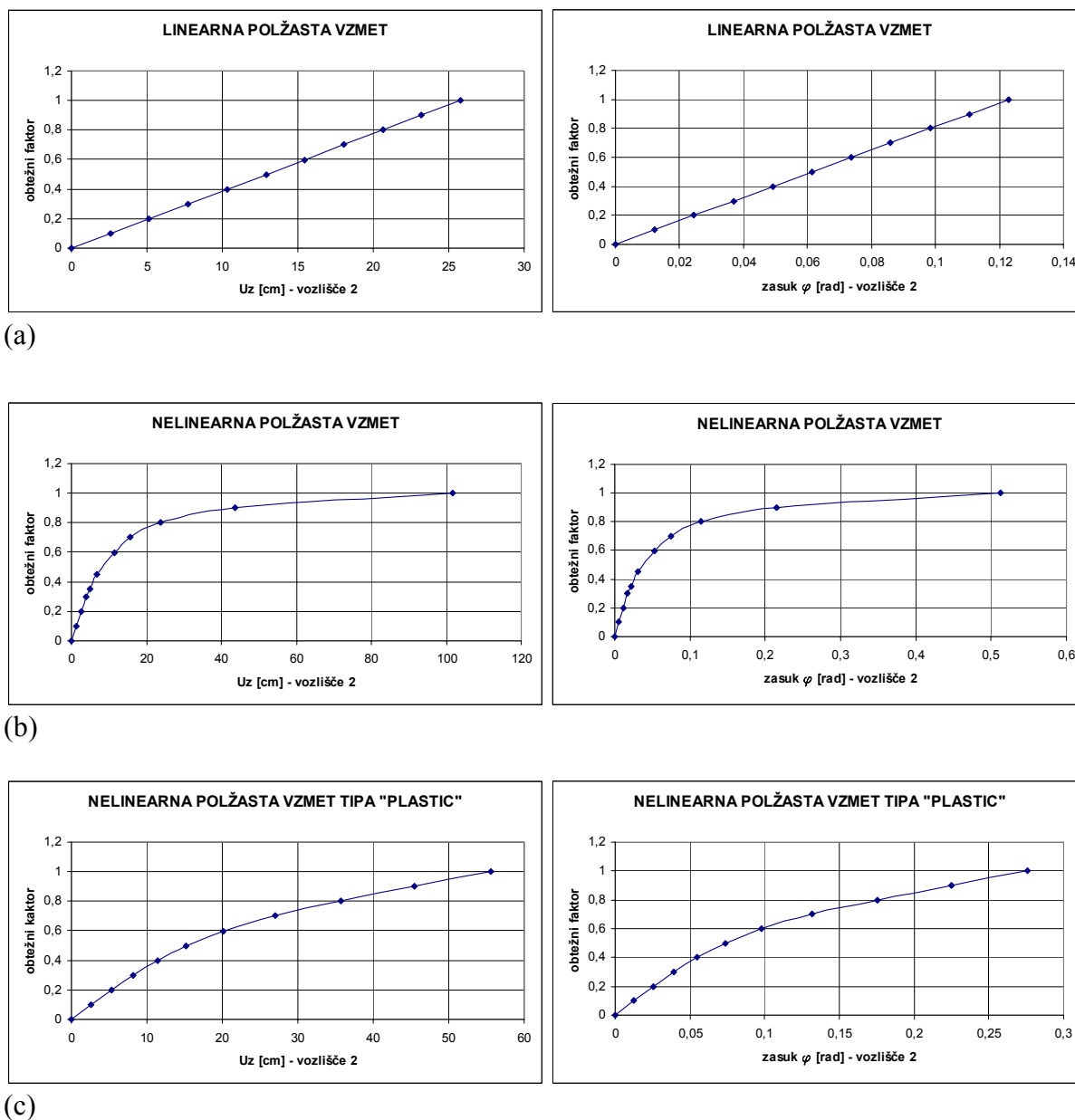
- linearna zasučna vzmet s togostjo $c = 1000 \text{ kNm/rad}$;
- nelinearna zasučna vzmet s togostjo definirano s sliko 2.26 (v program moramo podati odvisnost tudi za nasprotno smer delovanja sile, tako da podamo krivuljo simetrično na koordinatno izhodišče);
- nelinearna zasučna vzmet tipa »Plastic (Wen)« s karakteristikami razvidnimi iz slike 2.27.



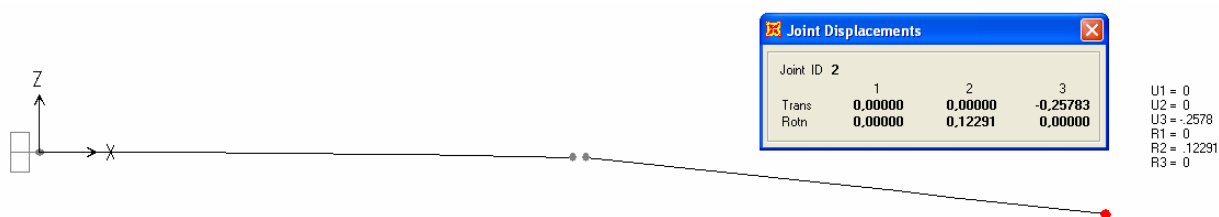
Slika 2.26: Zveza moment M – zasuk φ za nelinearno zasučno vzmet



Slika 2.27: Pogovorno okno v programu SAP2000 s karakteristikami nelinearne zasučne vzmeti tipa »Plastic (Wen)« – enote so [kN, m, rad]



Slika 2.28: Vertikalni pomik in zasuk vozlišča 2 v odvisnosti od obtežnega faktorja v nelinearni analizi: (a) linearna zasučna vzmet; (b) nelinearna zasučna vzmet; (c) nelinearna zasučna vzmet tipa »Plastic (Wen)«

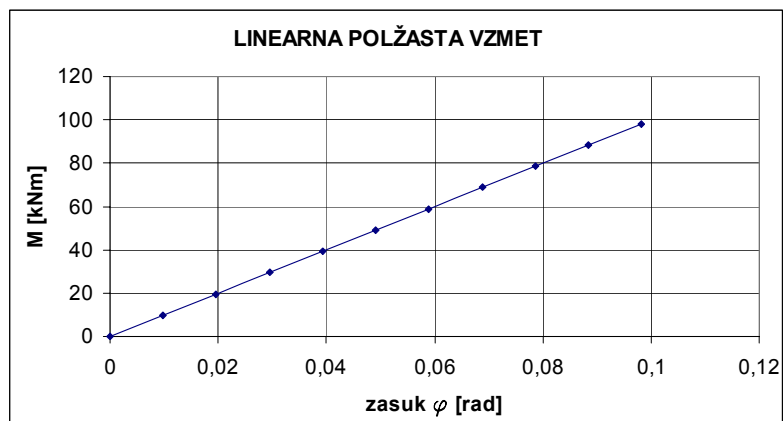


Slika 2.29: Deformirana lega konzole za primer linearne zasučne vzmeti – enote so [kN, m, rad]

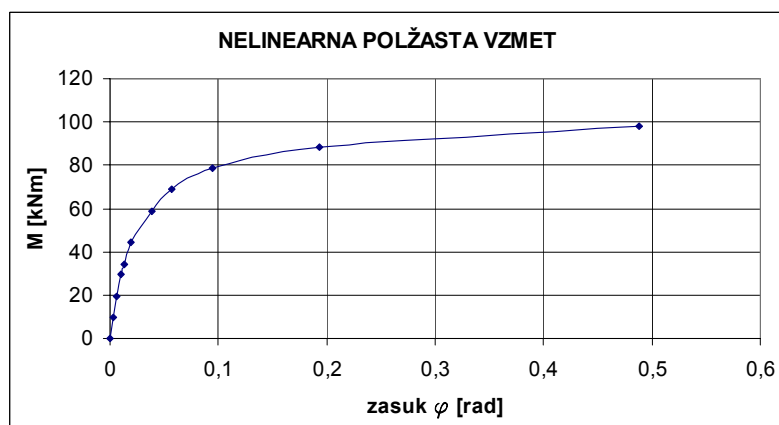
Na zgornji sliki lahko vidimo, da se pojavi velika rotacija in vertikalni pomik vozlišča 2. Iz slike 2.28 pa lahko opazimo, da dobimo v primeru linearne vzmeti linearne odvisnosti pomikov in zasukov od obtežnega faktorja, kar je posledica geometrijsko linearne analize. V primeru obeh nelinearnih vzmeti (vhodni diagrami vzmeti so podani na slikah 2.26 in 2.27) pa so rezultati izrazito nelinearne krivulje.

V vzmeti se pojavi samo moment M_3 in rotacija R_3 (glede na lokalni koordinatni sistem vzmeti), zato prikazujemo še za zasučne vzmeti značilne diagrame moment M – zasuk φ (slika 2.30).

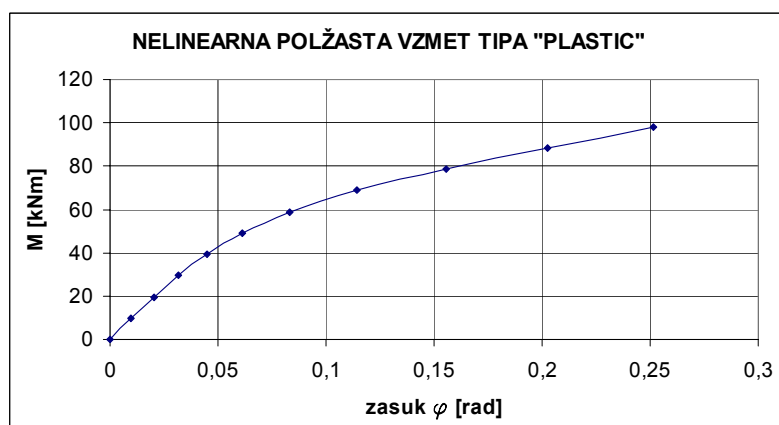
V kontrolo nam je lahko primerjava diagrama na sliki 2.30b z diagramom na sliki 2.26, ki morata biti enaka. Gre namreč za rezultat t.j. diagram $M - \varphi$ polžaste vzmeti, ki smo jo definirali že v vhodnih podatkih z enakim diagramom. Analogno lahko primerjamo tudi togost (naklon premice) določeno iz diagrama na sliki 2.30a s podano togostjo $c = 1000$ kNm/rad in ugotovimo, da sta enaki.



(a)



(b)



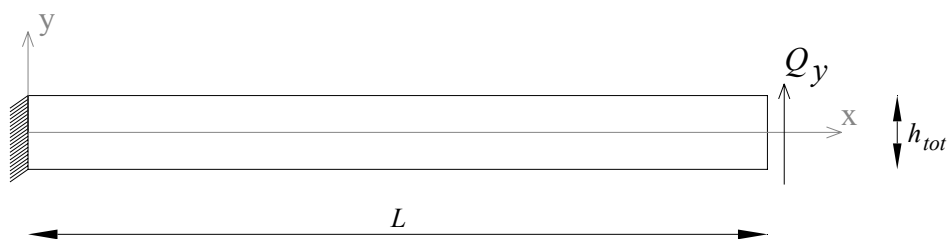
(c)

Slika 2.30: Odvisnost moment M – zasuk φ za primer: (a) linearne zasučne vzmeti; (b) nelinearne zasučne vzmeti; (c) nelinearne zasučne vzmeti tipa »Plastic (Wen)«

3 SLOJEVITI NOSILCI Z NEIDEALNIMI STIKI MED SLOJI

3.1 Konzola

Obravnavamo upogib konzole zaradi prečne obtežbe (slika 3.1).



Slika 3.1: Upogib konzole zaradi prečne obtežbe

Geometrijski parametri konzole so: $L = 1000$ mm, skupna višina $h_{tot} = 20$ mm in širina $b = 1$ mm. Karakteristike materiala pa so: elastični modul $E = 10^4$ MPa, strižni modul $G = 0.4 \cdot 10^4$ MPa. Konzola je na koncu ($x = L$) obtežena s koncentrirano prečno silo $Q_y = 1$ N. Globalni koordinatni sistem je izbran tako, da x os sovpada s težiščno osjo konzole, y os pa je usmerjena navzgor, izhodišče koordinatnega sistema je ob vpetju konzole.

Če konzolo po višini razdelimo na dva enaka sloja in na stiku privzamemo konstantno strižno togost po dolžini konzole, lahko analitično rešitev za strižno napetost na stiku slojev izrazimo z enačbo (3.1) (glej Krawczyk, Rebor, 2006):

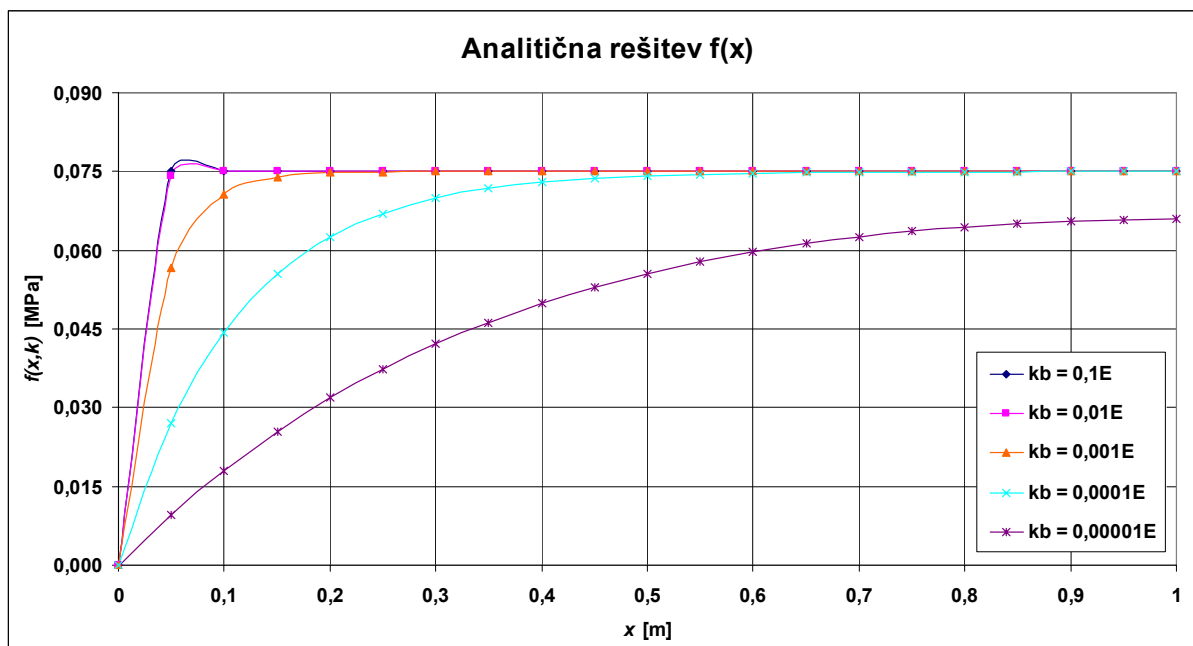
$$f(x) = \frac{3Q_y}{2A} \left[1 - \frac{e^{C(x-2L)} + e^{-Cx}}{1 + e^{-2CL}} \right], \quad (3.1)$$

kjer je f strižna napetost na stiku, $A = b \cdot h_{tot}$ je ploščina prečnega prereza konzole, $C^2 = \frac{16kb}{EA}$

$[1/m^2]$, k je strižna togost na stiku. Slika 3.2 prikazuje potek analitično izračunanih strižnih napetosti na stiku za nekaj reprezentativnih vrednosti strižnih togosti. Opazimo lahko, da se z

večanjem strižne togosti strižne napetosti na stiku hitro umirijo pri $f_{max} = \frac{3Q_y}{2A} = 0.075$ MPa,

kar se ujema z vrednostjo strižne napetosti v težišču nosilca (glej Srpčič, 2003).



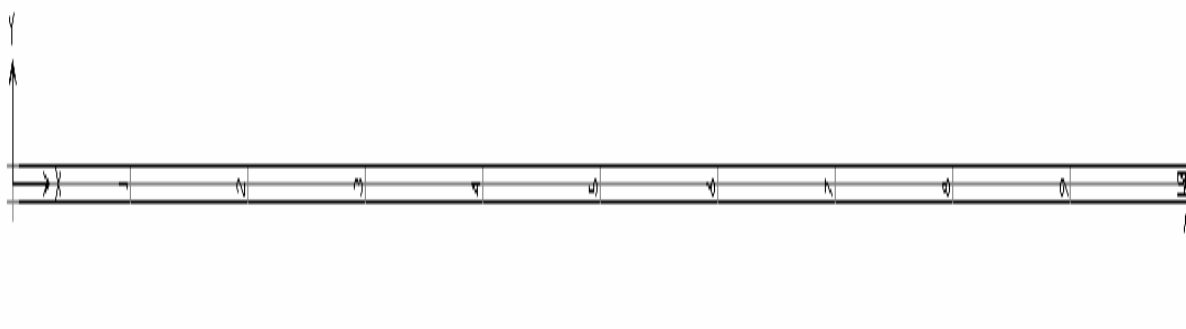
Slika 3.2: Potek strižnih napetosti na stiku slojev vzdolž konzole; analitična rešitev za dva sloja

Konzolo modeliramo v programu SAP2000 na dva načina: enkrat z linijskimi končnimi elementi, drugič pa s ploskovnimi končnimi elementi. Modeliramo konzolo iz dveh slojev z vmesno strižno togostjo $k \cdot b = 0.001 \cdot E$, ki jo v modelu definiramo z linearnimi strižnimi vzmetmi. Togost posamezne strižne vzmeti izračunamo tako, da togost $k \cdot b$ [kN/m²] pomnožimo s pripadajočo dolžino, na kateri vzmet deluje (t.j. dolžina enega končnega elementa l_1 oz. polovica le-te za krajne vzmeti). Za različne mreže končnih elementov tako uporabimo različne togosti:

- (i) 10 končnih elementov po dolžini ($l_1 = 0.10$ m): $k_{sredina} = 1000$ kN/m, $k_{kraj} = 500$ kN/m;
- (ii) 20 končnih elementov po dolžini ($l_1 = 0.05$ m): $k_{sredina} = 500$ kN/m, $k_{kraj} = 250$ kN/m;
- (iii) 50 končnih elementov po dolžini ($l_1 = 0.02$ m): $k_{sredina} = 200$ kN/m, $k_{kraj} = 100$ kN/m.

3.1.1 Model iz linijskih končnih elementov

Model iz linijskih končnih elementov je prikazan na sliki 3.3 (10 končnih elementov po dolžini konzole). Model je sestavljen iz dveh slojev (konzol), ki sta med seboj povezana s strižnimi vzmetmi, na mestu vpetja pa so v obeh vozliščih preprečeni vsi pomiki in zasuki. Obtežbo Q_y razdelimo na vsak sloj po polovico (0.5 N). Problem analiziramo ravninsko – omogočene so tri prostostne stopnje: U_x , U_y , R_z . Analiza je linearna. Za strižne vzmeti je potrebno podati tudi strižno razdaljo od končnega vozlišča vzmeti, ki v tem modelu znaša $h_{tot}/4 = 0.005$ m.



Slika 3.3: Model konzole iz linijskih končnih elementov (dva sloja s po 10 končnih elementov po dolžini) s prikazanimi oznakami strižnih vzmeti in obtežbo

Ta model analiziramo tudi pri večjem številu končnih elementov (20 oziroma 50 končnih elementov po dolžini) in opazujemo morebitne razlike. Primer s petdesetimi končnimi elementi po dolžini analiziramo zaradi primerjave z rezultati modela iz ploskovnih končnih elementov.

3.1.2 Model iz ploskovnih končnih elementov

Model iz ploskovnih končnih elementov je ravno tako narejen iz dveh slojev z različnim številom končnih elementov po dolžini (10, 20 in 50) in dvema končnima elementoma po višini ($h_I = h_{tot}/4 = 0.005$ m). To smo se odločili iz razloga, da bomo lahko pomike odčitavali na istem mestu kot v modelu iz linijskih končnih elementov (težiščna os elementov). Primera z desetimi in dvajsetimi končnimi elementi po dolžini analiziramo zaradi primerjave z

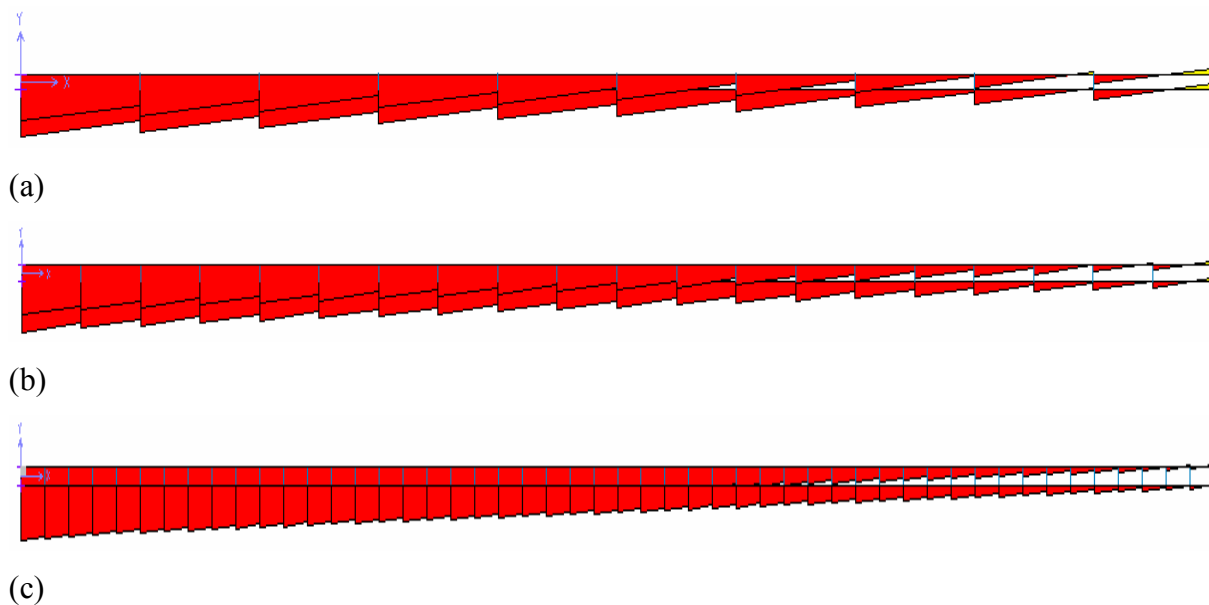
rezultati modela iz linijskih končnih elementov. Glede oblike pravokotnih ploskovnih končnih elementov pa velja priporočilo, da je razmerje med daljšo in krajšo stranico končnega elementa manjše od 4:1. Iz tega razloga modeliramo primer s 50-imi končnimi elementi ter tako dosežemo enakomerno mrežo končnih elementov. Med slojema je nek minimalni razmak, ki v našem modelu znaša 0.5 mm, strižna togost pa je modelirana z vzmetmi na enak način kot v modelu iz linijskih končnih elementov. Strižna razdalja od končnega vozlišča vzmeti v tem modelu znaša polovico minimalnega razmaka, torej 0.25 mm. Končni elementi so membranski, debeline $b = 1$ mm. Problem analiziramo ravninsko – omogočene so tri prostostne stopnje: U_x , U_y , R_z . Analiza je linearna. Obtežbo Q_y razdelimo na vsako konzolo polovico (0.5 N) in jo postavimo v desno spodnje vozlišče zadnjega končnega elementa.



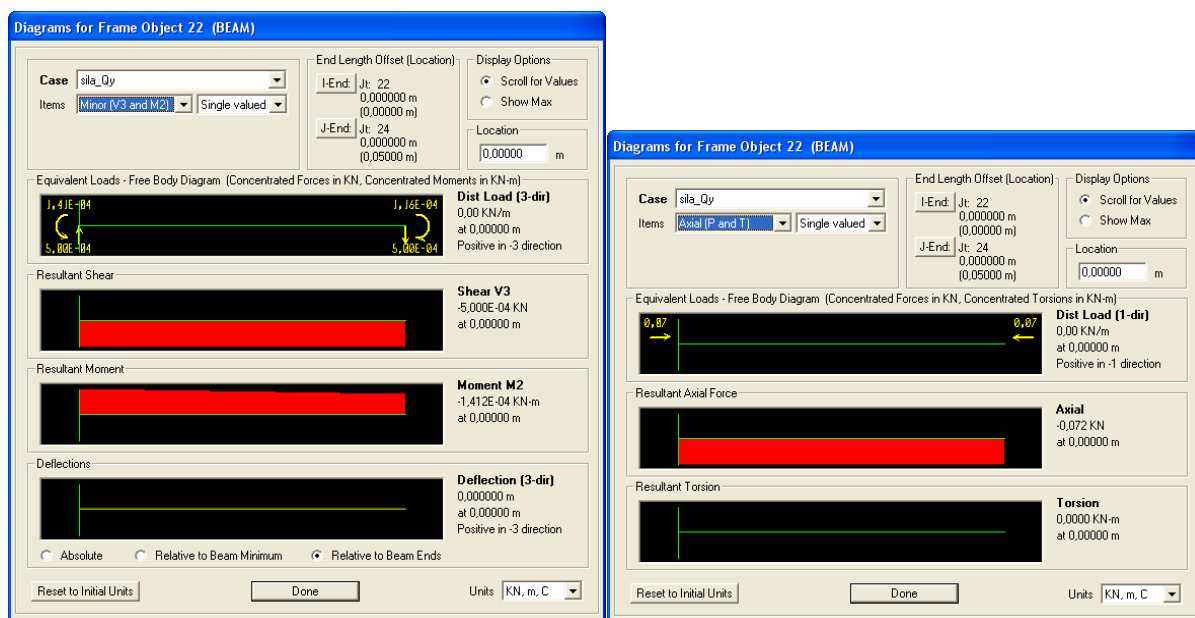
Slika 3.4: Model konzole iz ploskovnih končnih elementov (dva sloja s po 50 končnih elementov po dolžini)

3.1.3 Rezultati

Rezultati, ki jih poda program, so seveda odvisni od gostote (števila) in vrste (tipa) končnih elementov v modelu. Pri modeliranju z linijskimi končnimi elementi opazimo, da ni večjih razlik med rezultati modelov iz desetih oziroma dvajsetih končnih elementov – predvsem kar se tiče pomikov (preglednica 3.1), medtem ko so diagrami notranjih sil pri večjem številu končnih elementov bolj gladki (manjši skoki notranjih sil med dvema sosednjima končnima elementoma) – slika 3.5. Diagram momentov na mestih strižnih vzmeti ni zvezen, saj del momenta prevzame vzmet. Opazimo tudi (slika 3.6), da se v modelu iz linijskih končnih elementov pojavijo v konzoli tudi osne sile – spodnji sloj je v nategu, zgornji pa v tlaku. Maksimalna vrednost osne sile se pojavi ob vpetju ($x = L$) in znaša $|N_x| = 0.072$ kN.



Slika 3.5: Diagram momentov: (a) model konzole iz desetih linijskih končnih elementov; (b) model konzole iz dvajsetih linijskih končnih elementov; (c) model konzole iz petdesetih linijskih končnih elementov

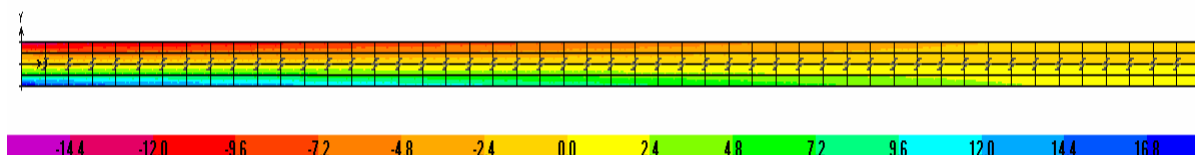


Slika 3.6: Vrednosti notranjih sil zgornjega sloja ob vpetju za model iz dvajsetih linijskih končnih elementov

Preglednica 3.1: Pomik vozlišča na koncu ($x = L$) spodnje konzole v odvisnosti od vrste modela

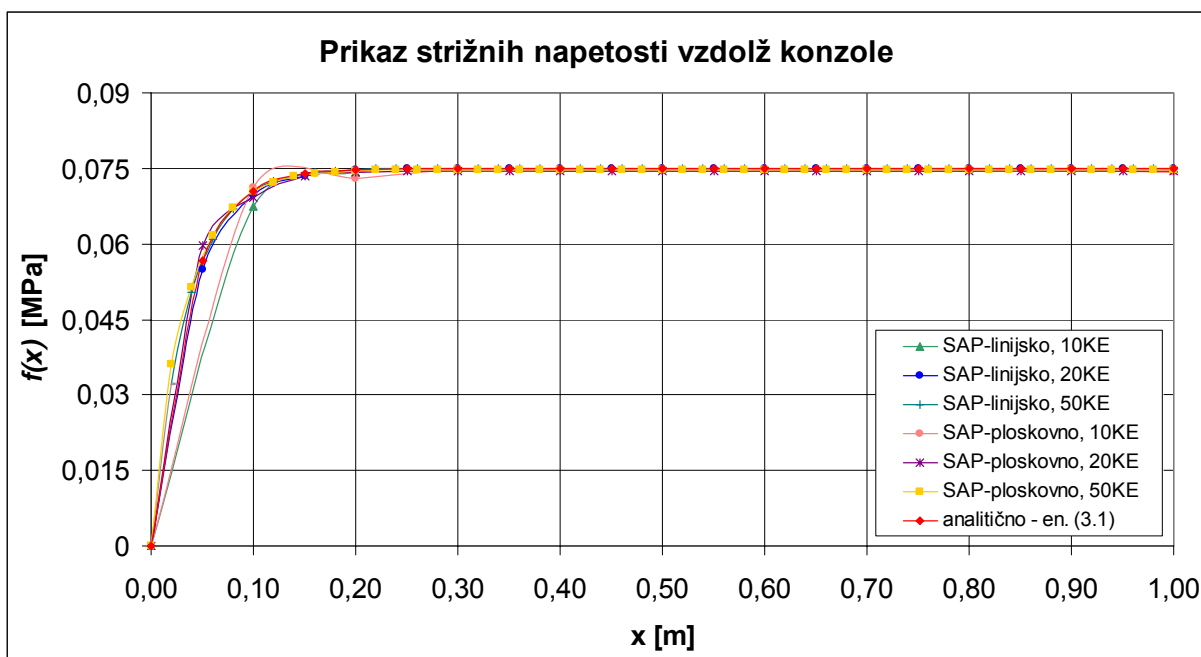
	Pomik U1 [m]	Pomik U2 [m]	Rotacija R3 [rad]
Model iz 10-ih linijskih KE	$3.741 \cdot 10^{-4}$	0.05092	0.07556
Model iz 20-ih linijskih KE	$3.741 \cdot 10^{-4}$	0.05065	0.07556
Model iz 50-ih linijskih KE	$3.741 \cdot 10^{-4}$	0.05057	0.07556
Model iz 10-ih ploskovnih KE	$3.694 \cdot 10^{-4}$	0.05714	0.08470
Model iz 20-ih ploskovnih KE	$3.700 \cdot 10^{-4}$	0.05740	0.08583
Model iz 50-ih ploskovnih KE	$3.746 \cdot 10^{-4}$	0.05852	0.08742

V preglednici 3.1 prikazujemo primerjavo med rezultati modelov iz linijskih in ploskovnih končnih elementov za pomike na prostem koncu konzole. Opazimo, da so pomiki modela iz ploskovnih končnih elementov večji od pomikov iz linijskih končnih elementov. Pri pomiku U1 (v smeri globalne osi x) so razlike malenkostne, pomik U2 (v smeri globalne osi $-y$) in rotacija R3 (okrog globalne osi z) pa sta večja za dobrih 10%. Če opazujemo le rezultate modela iz ploskovnih končnih elementov, lahko vidimo, da je že model z desetimi končnimi elementi po dolžini dober, čeprav znaša razmerje med daljšo in krajšo stranico posameznega končnega elementa v tem primeru kar 20:1. Zanimiva ugotovitev iz rezultatov modela iz ploskovnih končnih elementov je tudi ta, da so notranje sile lepo zvezne po celotni višini konzole, čeprav je povezava med obema slojema zagotovljena le s strižnimi vzmetmi (slika 3.7; F11 predstavlja silo na enoto debeline b , ki deluje v središčni ravnini elementa v pozitivni in negativni smeri lokalne osi 1).

Slika 3.7: Sila F11 [kN/m] v smeri globalne x osi za model konzole iz 50 ploskovnih končnih elementov po dolžini

Za primerjavo z rezultati iz literature (analitična rešitev) je potrebno rezultate programa nekoliko predelati. Iz programa namreč ne moremo direktno prebrati strižnih napetosti na stiku med slojema, lahko pa le-te dobimo posredno iz zdrsov na mestu strižnih vzmeti, ki jih program izračuna. Strižno napetost $[kN/m^2]$ izračunamo torej tako, da zdrs na mestu strižne vzmeti $[m]$ pomnožimo s strižno togostjo posamezne vzmeti ($k_{sredina}$ ali k_{kraj}) $[kN/m]$ in delimo s pripadajočo ploskvico $l \cdot b$ $[m^2]$.

Primerjava med rezultati omenjenih modelov z rezultati iz literature (analitična rešitev) kaže zelo dobro ujemanje (slika 3.8). Vrednosti strižnih napetosti $f(x)$ se razlikujejo le v prvih desetih centimetrih konzole, pa še tu najbolj odstopajo rezultati obeh modelov z desetimi končnimi elementi po dolžini, medtem ko dajo ostali modeli z več končnimi elementi skoraj enake vrednosti strižnih napetosti kot analitična rešitev.

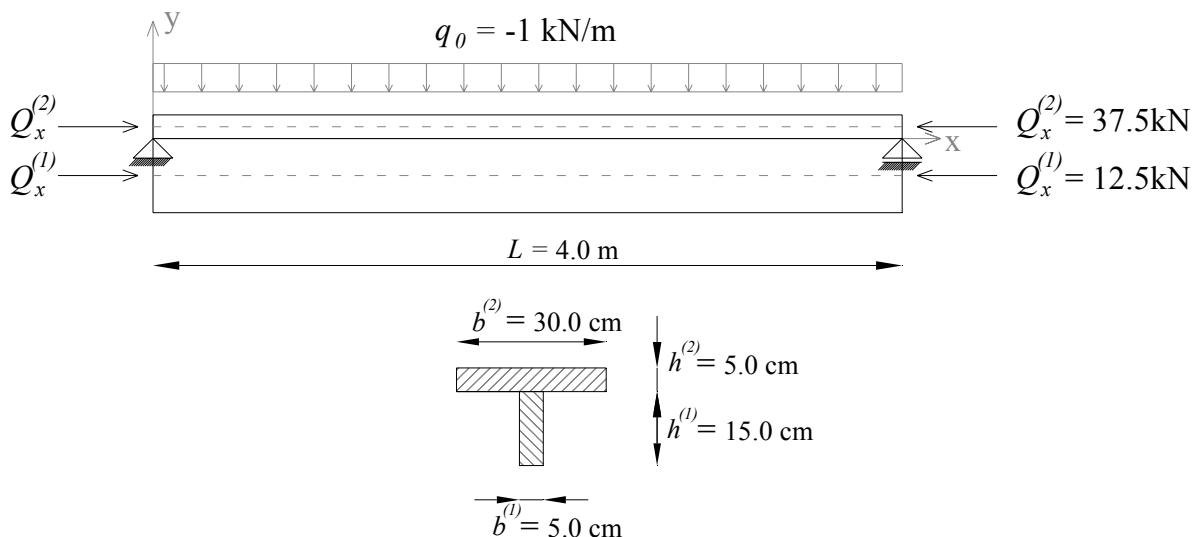


Slika 3.8: Potek strižnih napetosti vzdolž konzole za različne vrste modelov v primerjavi z analitično rešitvijo

Nasploh se numerični rezultati zelo dobro približajo analitični rešitvi, kar kaže na dobro zasnovano in obnašanje modela.

3.2 Prostoležec T nosilec – linearna analiza

V literaturi je podan primer tlačno obremenjenega prostoležčega T nosilca in analiziran vpliv strižnega deformiranja na obnašanje le-tega (Girhammar, Gopu, 1993). Nosilec je obremenjen s tlačno silo $Q_x = 50$ kN, razdeljeno na pasnico in stojino glede na osno togost, in prečno linijsko obtežbo $q_0 = -1$ kN/m na vrhu pasnice. Dolžina nosilca je $L = 4.0$ m, podprt je na stičišču pasnice in stojine. Globalni koordinatni sistem je izbran tako, da poteka x os skozi stičišče pasnice in stojine (slika 3.9). Stojina je iz lesa z elastičnim modulom $E^{(1)} = 8$ GPa, pasnica pa iz betona z elastičnim modulom $E^{(2)} = 12$ GPa. V literaturi (Krawczyk et al., 2006) so prikazani rezultati za dva primera: prvič so podane rešitve za primer, ko velja Bernoullijeva hipoteza (prečni prerez ostane raven tudi po deformiranju nosilca), drugič pa za primer, ko je vpliv deplanacije prereza upoštevan. Strižna modula in Poissonova količnika za stojino oziroma pasnico sta: $G^{(1)} = 4$ GPa, $\nu^{(1)} = 0$, $G^{(2)} = 5$ GPa, $\nu^{(2)} = 0.2$. Delna povezava med pasnico in stojino je zagotovljena s strižnimi povezavami s togostjo $K = 50$ MPa. Rešitve veljajo za model z dvajsetimi končnimi elementi po dolžini ($l_l = 0.20$ m), tako da znaša togost ene strižne vzmeti $k = 10000$ kN/m.



Slika 3.9: Geometrija T nosilca

Problem modeliramo na dva načina – enkrat z linijskimi končnimi elementi, drugič pa s ploskovnimi. Povezavo med pasnico in stojino zagotovimo z linearnimi vzmetmi, ki so hkrati dveh tipov: strižne (lokalna smer U2) in osne (lokalna smer U1). Strižno togost posamezne

vzmeti preberemo iz literature: $k_{sredina} = 10000$ kN/m, vzmeti nad podporami pa delujeta na pol manjši dolžini in imata zato pol manjšo togost, t.j. $k_{kraj} = 5000$ kN/m. Osno togost posamezne vzmeti izberemo tako, da ne presega 1000-kratne togosti pripadajočega končnega elementa, ki ga povezuje. Togost končnega elementa izračunamo po naslednji enačbi:

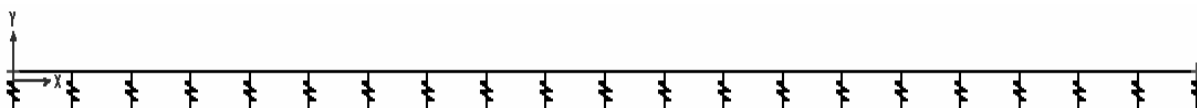
$$k = \frac{EA}{l} \quad [\text{kN/m}], \quad (3.2)$$

kjer je E elastični modul [kN/m²], A ploščina prečnega prereza [m²] – prerez A leži v ravnini, ki je pravokotna na osno smer vzmeti, l pa je dolžina [m] nosilca v osni smeri vzmeti.

Problem analiziramo ravninsko – omogočene so tri prostostne stopnje: U_x , U_y , R_z . Analiza je geometrijsko linearna.

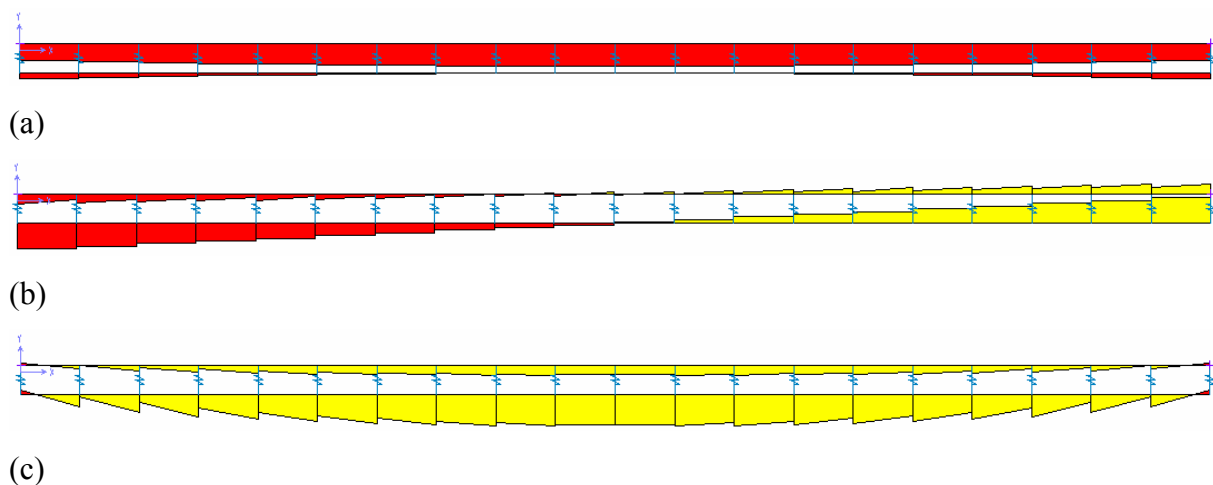
3.2.1 Model iz linijskih končnih elementov

Strižne vzmeti povezujejo vozlišča končnih elementov na težiščnih linijah pasnice in stojine. Zato znaša strižna razdalja od končnega vozlišča vzmeti $h^{(2)}/2 = 2.5$ cm. Osno togost vzmeti pa okvirno izračunamo iz enačbe (3.2) in tako izberemo: $k_{sredina}^{osno} = 10^9$ kN/m, $k_{kraj}^{osno} = 5 \cdot 10^8$ kN/m.



Slika 3.10: Model T nosilca iz linijskih končnih elementov (20 po dolžini)

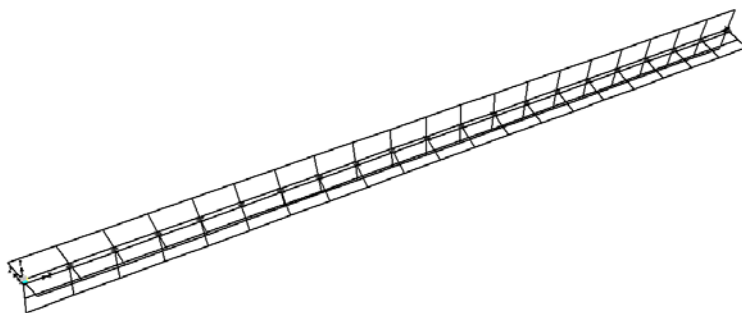
Podpore postavimo kar v krajna vozlišča pasnice (zgornji sloj), čeprav je nosilec dejansko podprt točno na stiku pasnice in stojine ($y = 0$). Sili $Q_x^{(1)}$ in $Q_x^{(2)}$ delujeta v krajnih vozliščih krajnih končnih elementov, zvezna obtežba q_0 pa je definirana po težiščni osi pasnice.



Slika 3.11: Notranje sile T nosilca iz linijskih končnih elementov: (a) N_x [kN]; (b) V_y [kN];
(c) M_z [kNm]

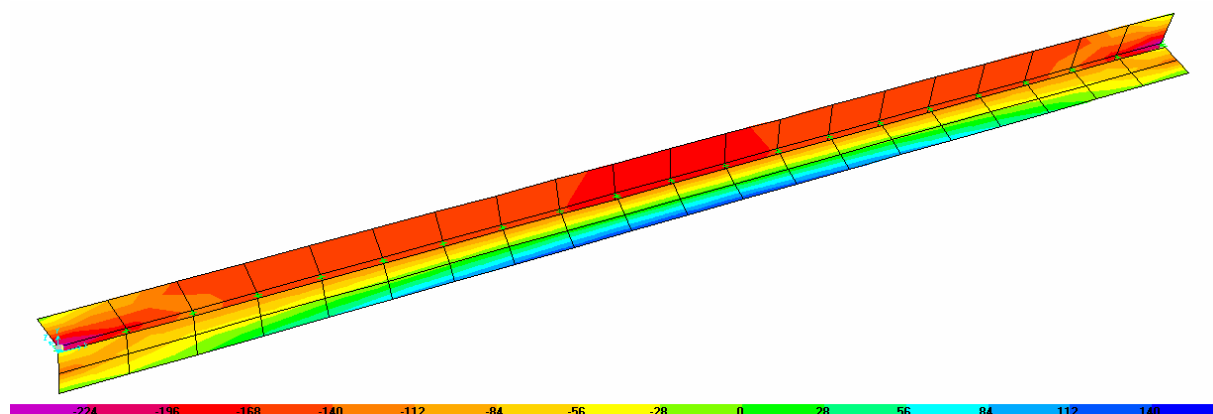
3.2.2 Model iz ploskovnih končnih elementov

Model iz ploskovnih končnih elementov je ravno tako sestavljen iz dvajsetih končnih elementov po dolžini ($l_l = 0.20$ m), po višini oziroma širini pa iz dveh (slika 3.12). Končni elementi so lupinasti, debeline $b^{(l)} = 0.05$ m oziroma $h^{(2)} = 0.05$ mm. Strižna togost med slojema je modelirana z vzmetmi na enak način kot v modelu iz linijskih končnih elementov, tudi strižna razdalja od končnega vozlišča vzmeti je enaka, torej 2.5 cm. Podpiranje je enako kot v modelu iz linijskih končnih elementov – podpiramo torej krajna vozlišča pasnice. Obtežbo – sili $Q_x^{(l)}$ in $Q_x^{(2)}$ postavimo na težiščno linijo v krajna vozlišča končnih elementov, zvezno obtežbo q_0 pa porazdelimo na vozlišča težiščne osi pasnice.

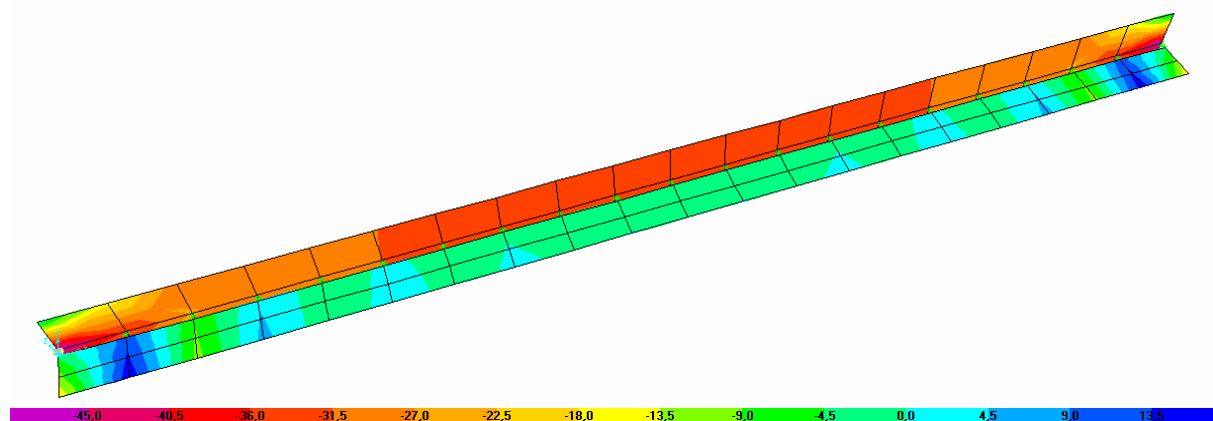


Slika 3.12: Model T nosilca iz ploskovnih končnih elementov (20 po dolžini)

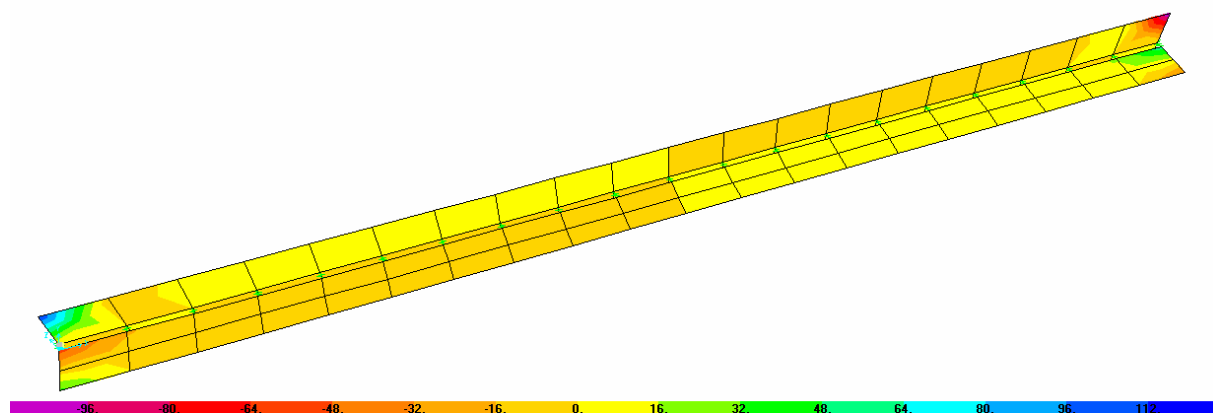
Na sliki 3.13 so prikazane notranje sile T nosilca glede na lokalne koordinatne osi. Lokalna koordinatna os x oziroma os 1 ploskovnih končnih elementov gleda v smeri globalne X osi, lokalna koordinatna os y oziroma os 2 pa gleda za končne elemente stojine v smeri globalne $+Y$ osi, za končne elemente pasnice pa v smeri globalne $-Z$ osi.



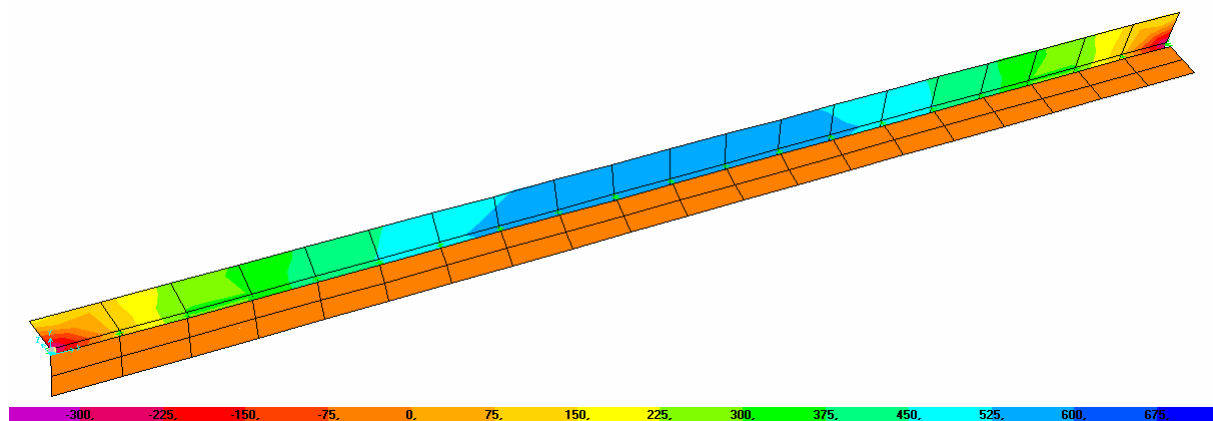
(a)



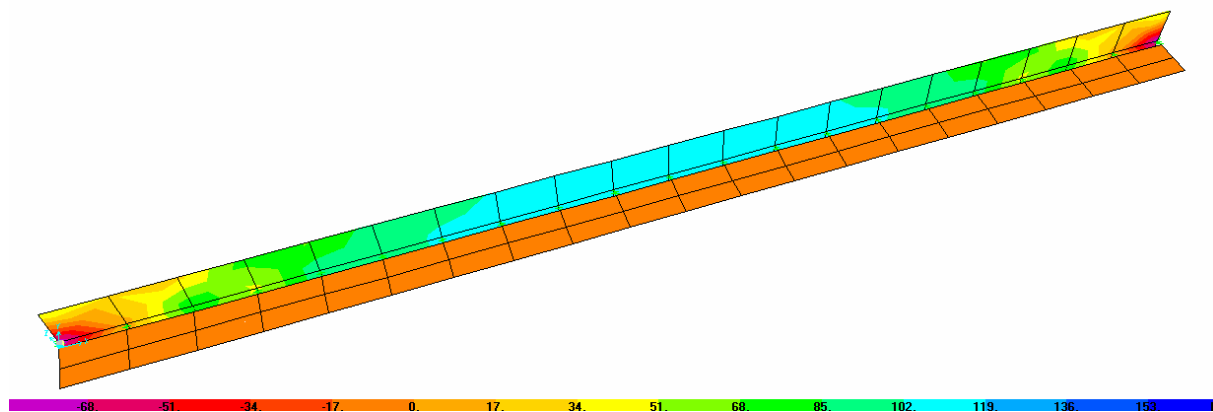
(b)



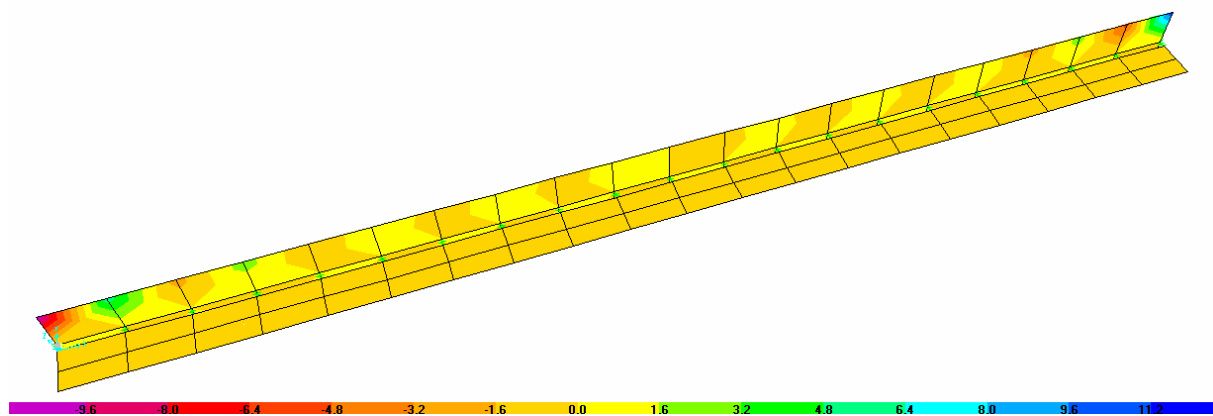
(c)



(d)



(e)



(f)

Slika 3.13: Notranje sile T nosilca iz ploskovnih končnih elementov: (a) F11 [kN/m]; (b) F22 [kN/m]; (c) F12 [kN/m]; (d) M11 [10^{-3} kNm/m]; (e) M22 [10^{-3} kNm/m]; (f) M12 [10^{-3} kNm/m] glede na lokalne osi

3.2.3 Rezultati

Rezultati geometrijsko linearne analize skupaj z rešitvami iz literature so zbrani v preglednici 3.2, kjer je v_{MAX} največji upogibek nosilca, $M_{MAX}^{(sloj)}$, $N_{MAX}^{(sloj)}$ so največje notranje sile posameznega sloja (slika 3.13), F_{MAX} pa je strižna sila na stiku med slojema. Te sile program ne izračuna direktno, temveč jo lahko izračunamo iz strižne sile v vzmeti, ki jo program izračuna. To silo je potrebno deliti z dolžino, ki jo vsaka vzmet pokriva – v našem primeru je to $l_l = 0.20$ m za vse vzmeti razen za krajne, kjer je $l_l/2 = 0.10$ m. Kot opazimo iz preglednice 3.2 med rezultati modela iz ploskovnih končnih elementov ni momentov $M_{MAX}^{(sloj)}$, saj jih program direktno ne izračuna, medtem ko osne sile $N_{MAX}^{(sloj)}$ [kN] izračunamo tako, da sile $F11$ [kN/m], ki jih program poda, pomnožimo z debelino pasnice oziroma jih integriramo po višini stojine. Da bi dobili moment $M_{MAX}^{(sloj)}$ [kNm], bi morali momente [kNm/m], ki jih poda program, integrirati po višini (stojina) oziroma širini (pasnica). Ker se že ostali rezultati dokaj dobro ujemajo, tega tu ne izvajamo.

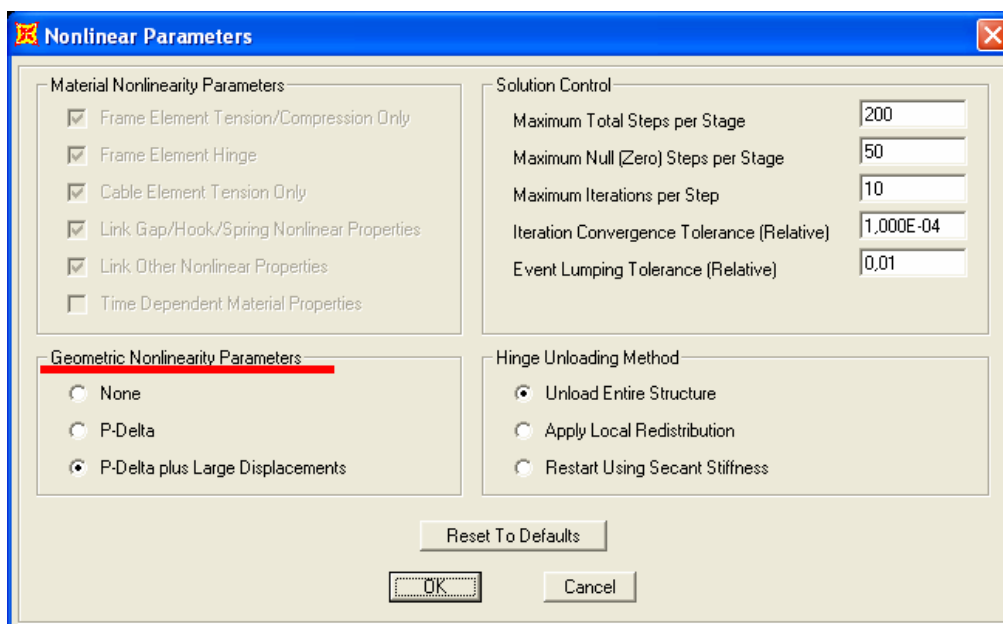
Ugotovimo lahko, da se rezultati modela (tako iz linijskih kot iz ploskovnih končnih elementov) zelo dobro ujemajo z rešitvami iz literature. Odstopanja med rezultati modela iz linijskih in modela iz ploskovnih končnih elementov so zelo majhna, razen v primeru največje osne sile sloja (1) $N_{MAX}^{(1)}$, kjer so odstopanja večja. Bliže rešitvam iz literature je tako model iz linijskih končnih elementov, kar je bilo pričakovati, saj vemo, da rezultati iz literature veljajo za modele iz linijskih končnih elementov. Vzrok odstopanj je prav gotovo tudi razlika med podpiranjem nosilca v literaturi (stik pasnice in stojine) in v našem modelu (težiščna os pasnice). Zanimivo je, da se v modelu iz linijskih končnih elementov največji zdrs pojavi v krajnih dveh vzmeteh, kot je pričakovano, medtem ko se v modelu iz ploskovnih končnih elementov le-ta ne pojavi v krajnih vzmeteh, temveč par vzmeti prej.

Preglednica 3.2: Rezultati geometrijsko linearne analize in primerjava z rešitvami iz literature

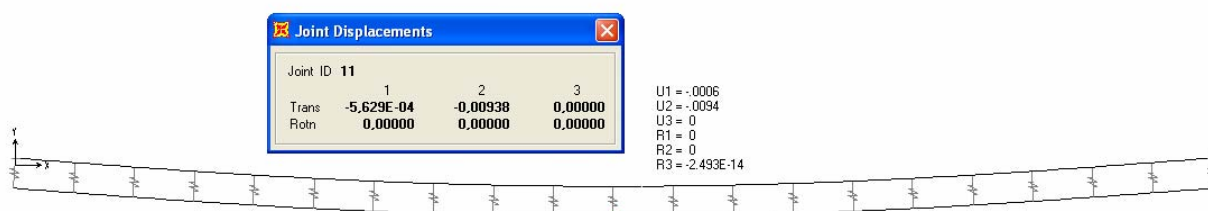
	Analitične rešitve (Girhammar, Gopu, 1993)	KE (Čas, Saje, Planinc, 2004)	KE deplanacija prereza ni upoštevana (Krawczyk, Rebor, 2006)	KE, deplanacija prereza je upoštevana (Krawczyk, Rebor, 2006)	SAP – model iz linijskih KE	SAP – model iz ploskovnih KE
V_{MAX} [mm]	-7.560	-7.559	-7.560	-7.935	-7.63	-7.45
M⁽¹⁾_{MAX} [kNm]	0.4977	0.4978	0.4984	0.4915	0.5099	-
M⁽²⁾_{MAX} [kNm]	0.1659	0.1659	0.1661	0.1731	0.1676	-
N⁽¹⁾_{MAX} [kN]	0.863	0.862	0.884	0.884	0.815	0.548
N⁽²⁾_{MAX} [kN]	-50.863	-50.862	-50.884	-50.884	-50.815	-50.640
F_{MAX} [kN/m]	11.444	11.442	11.444	11.444	11.15	12.05

3.3 Prostoležec T nosilec – nelinearna analiza

T nosilec iz točke 3.2 analiziramo še z geometrijsko nelinearno analizo. Zaradi tega moramo spremeniti tip analize v »Nonlinear« in podati parametre geometrijske nelinearnosti (slika 3.14). Izberemo P-Delta plus veliki pomiki.



Slika 3.14: Pogovorno okno v programu SAP2000, kjer izberemo parametre geometrijske nelinearnosti



Slika 3.15: Deformacijska linija nosilca – model iz linijskih končnih elementov, geometrijsko nelinearna analiza; enote [m, rad]

Preglednica 3.3: Rezultati geometrijsko nelinearne analize in primerjava z rešitvami iz literature

	Analitične rešitve (Girhammar, Gopu, 1993)	KE (Čas, Saje, Planinc, 2004)	KE, deplanacija prereza ni upoštevana (Krawczyk, Rebora, 2006)	KE, deplanacija prereza je upoštevana (Krawczyk, Rebora, 2006)	SAP – model iz linijskih KE	SAP – model iz ploskovnih KE
V_{MAX} [mm]	-9.276	-9.274	-9.276	-9.851	-9.38	-9.14
M⁽¹⁾_{MAX} [kNm]	0.6126	0.6157	0.6168	0.6151	0.6319	-
M⁽²⁾_{MAX} [kNm]	0.2054	0.2052	0.2056	0.2169	0.2086	-
N⁽¹⁾_{MAX} [kN]	3.897	3.918	3.954	4.145	3.895	3.541
N⁽²⁾_{MAX} [kN]	-53.897	-53.933	-53.954	-54.145	-53.895	-53.337
F_{MAX} [kN/m]	13.878	13.881	13.865	14.022	13.90	14.40

Iz preglednice 3.3 opazimo, da so odstopanja tako kot v primeru geometrijsko linearne analize majhna, bliže rešitvam iz literature pa je vseeno model iz linijskih končnih elementov. Razlike v primerjavi največje osne sile sloja (1) $N_{MAX}^{(1)}$ med modeloma iz linijskih in ploskovnih končnih elementov so v primeru nelinearne analize manjše kot v primeru linearne analize. Ugotovitev iz prejšnje točke, da se v modelu iz ploskovnih končnih elementov največji zdrs ne pojavi v krajnih vzmeteh, temveč par vzmeti prej, drži tudi v tej točki.

Če primerjamo rezultate geometrijsko linearne in geometrijsko nelinearne analize, lahko opazimo, da so razlike precejšnje. Geometrijsko nelinearna analiza da večje vrednosti rezultatov: največji upogibek na sredini v_{MAX} je večji za dobrih 20%, največja osna sila sloja (1) $N_{MAX}^{(1)}$ je skoraj petkrat večja, največja osna sila sloja (2) $N_{MAX}^{(2)}$ je večja za 6%, največja upogibna momenta sloja (1) $M_{MAX}^{(1)}$ in sloja (2) $M_{MAX}^{(2)}$ sta večja za skoraj 25%, kar velja tudi za največjo strižno silo F_{MAX} . Razlike so očitno prevelike, da bi jih v vsakdanji inženirski praksi lahko zanemarili. To še posebej potrjuje dejstvo, da je bila raven obtežbe v obravnavanem primeru relativno nizka. Zato je uporaba geometrijsko nelinearne analize v primeru dimenzioniranja sestavljenih nosilcev neizogibna.

3.4 Uklonska analiza T nosilca

Ponovno obravnavamo T nosilec, opisan v točki 3.2, le da tokrat modela analiziramo z uklonsko analizo. Iščemo torej kritično obtežbo. Program izračuna kritični obtežni faktor λ_{cr} , s katerim pomnožimo obtežbo (silo $Q_x = 50$ kN) in dobimo kritično obtežbo Q_{cr} .

Preglednica 3.4: Rezultati uklonske analize T nosilca

	SAP2000 – model iz linijskih KE –	SAP2000 – model iz ploskovnih KE –
λ_{cr}	5.37073	5.43814
Q_{cr} [kN]	268.54	271.91
v_{MAX} [mm]	54.96	54.68
$M_{MAX}^{(1)}$ [kNm]	-3.8216	-
$M_{MAX}^{(2)}$ [kNm]	-1.2827	-
$N_{MAX}^{(1)}$ [kN]	-96.7637	-96.89
$N_{MAX}^{(2)}$ [kN]	96.7637	97.89
F_{MAX} [kN/m]	85.45	90.37

V literaturi pa najdemo sledeče rešitve:

$$Q_{cr,B}^{KE} = 271,0kN - \text{deplanacija prereza ni upoštevana (Krawczyk, Rebora, 2006)}$$

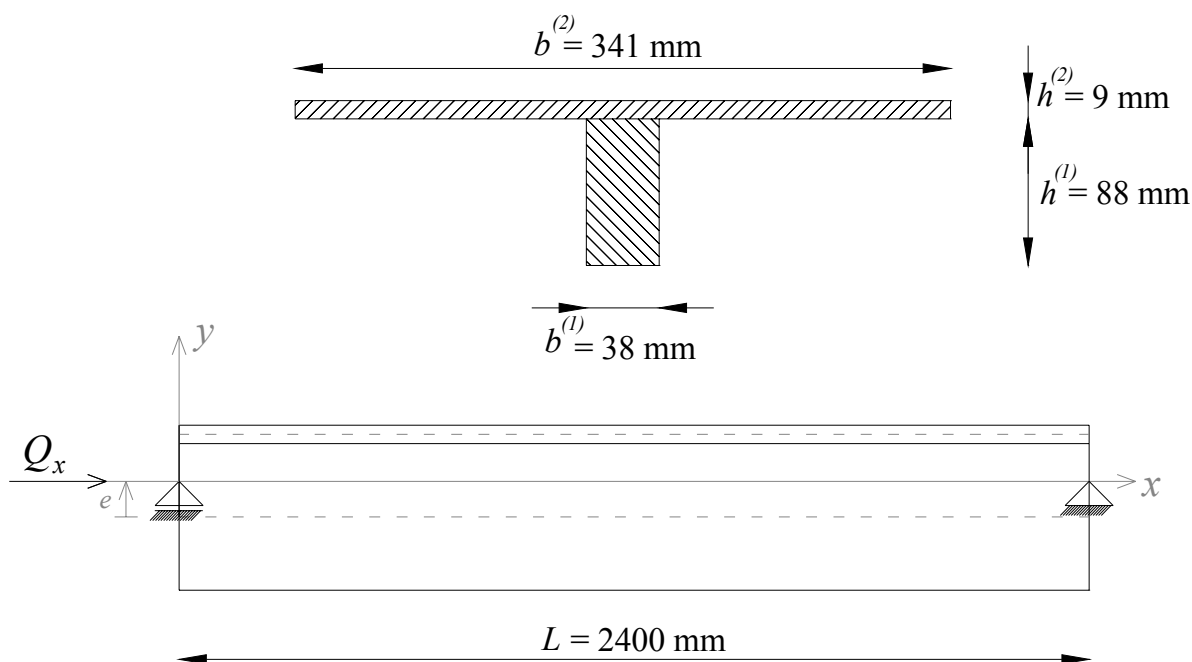
$$Q_{cr}^{analitična} = 271,0kN - \text{deplanacija prereza ni upoštevana (Girhammar, Gopu, 1993)}$$

$$Q_{cr,T}^{KE} = 257,9kN - \text{deplanacija prereza je upoštevana (Krawczyk, Rebora, 2006)}$$

Na splošno se tudi rezultati uklonske analize zelo dobro skladajo z rešitvami iz literature. Razlike v primerjavi največje osne sile sloja (1) $N_{MAX}^{(1)}$ med modeloma iz linijskih in ploskovnih končnih elementov so v tem primeru zanemarljive. Rešitvam iz literature pa je sedaj bližje model iz ploskovnih končnih elementov (primerjamo z rešitvami, kjer velja Bernoullijeva hipoteza – deplanacija prereza ni upoštevana – $Q_{cr,B}^{KE}$ in $Q_{cr}^{analitična}$, saj v programu tudi računamo s to predpostavko).

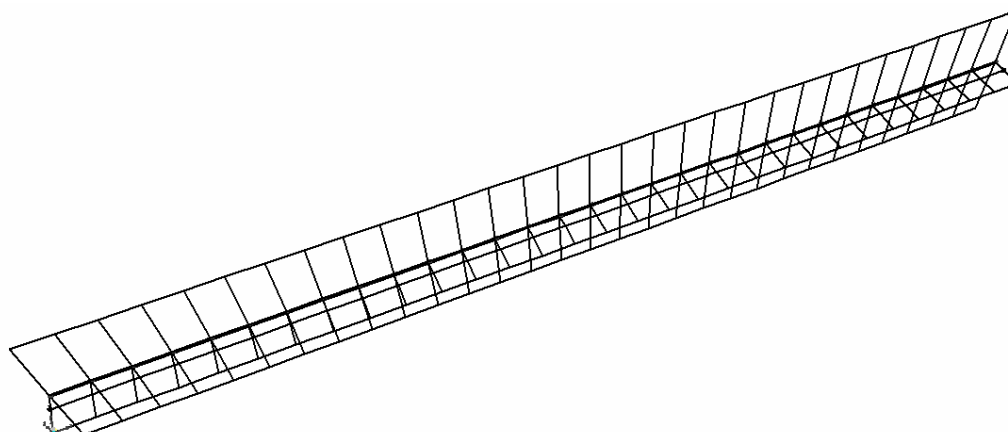
3.5 Uklonska analiza sovprežnega nosilca

Analiziramo uklonsko odpornost sovprežnega nosilca iz literature (Krawczyk, Rebora, 2006). Sestavljen je iz nosilca (1) in plošče (2). Sovprežni nosilec modeliramo kot prostoležeč; nosilec je dolžine $L = 2.40$ m, podprt na razdalji e nad težiščno linijo nosilca (slika 3.16). Globalni koordinatni sistem je izbran tako, da x os povezuje obe podprti vozlišči, y os pa je nanjo pravokotna. Obtežbo predstavlja tlačna sila Q_x , ki deluje v izhodišču koordinatnega sistema v smeri globalne x osi. Zavedati se moramo, da je togost stika med slojema odvisna od lege središčne tlačne točke stene. Središčna tlačna točka sovprežnega nosilca je točka, pri kateri se sovprežni nosilec v danih robnih pogojih (normalna tlačna sila Q_x in podpore) minimalno upogne. Merjeno od težišča nosilca je lega središčne tlačne točke sovprežnega nosilca pri približno $e = 13.25$ mm. Ker hočemo prikazati kako velik vpliv ima razdalja e na obnašanje nosilca, le-tega analiziramo v različnih robnih pogojih (tri točke v neposredni bližini središčne tlačne točke; $e = 15.00$ mm, $e = 13.25$ mm in $e = 11.50$ mm). Materialne karakteristike so: elastični modul $E^{(1)} = 7.84$ GPa (nosilec), $E^{(2)} = 4.90$ GPa (plošča), Poissonova količnika v literaturi nista podana, zato jima izberemo vrednost $\nu^{(1)} = \nu^{(2)} = 0$. Delna povezava med slojema je zagotovljena z mozniki, ki jih v modelu predstavljajo linearne vzmeti s strižno togostjo $K = 49$ MPa. Izberemo trideset končnih elementov po dolžini ($l_1 = 0.08$ m), tako da znaša togost ene strižne vzmeti $k = 3920$ kN/m (strižna togost krajnih vzmeti je pol manjša, torej $k_{kraj} = 1960$ kN/m). Pri enakomerni mreži tridesetih končnih elementov po dolžini in preprečitvi strižnih deformacij je v literaturi podana rešitev za kritično obtežbo $Q_{cr}^{KE} = 58.04$ kN (Krawczyk, Rebora, 2006). Le-ta je zelo blizu analitični rešitvi $Q_{cr}^{ref} = 58.19$ kN (Kamiya, 1987).



Slika 3.16: Geometrija sovprežnega nosilca

Sovprežni nosilec modeliramo z lupinastimi ploskovnimi končnimi elementi, debeline $b^{(1)} = 38 \text{ mm}$ oziroma $h^{(2)} = 9 \text{ mm}$. Ploskovni končni elementi nosilca namreč ležijo v ravnini x-y, plošče pa v ravnini x-z. Po dolžini jih je trideset ($l_l = 0.08 \text{ m}$), po višini (nosilec) oziroma širini (plošča) pa po dva (slika 3.17). Povezava med nosilcem in ploščo je zagotovljena z linearnimi vzmetmi, ki so hkrati dveh tipov: strižne (lokalna smer U2) in osne (lokalna smer U1). Strižno togost posamezne vzmeti preberemo iz literature – $k_{sredina} = 3920 \text{ kN/m}$, vzmeti nad podporami pa delujeta na pol manjši dolžini in imata zato pol manjšo togost – $k_{kraj} = 1960 \text{ kN/m}$. Strižna razdalja od končnega vozlišča vzmeti znaša $h^{(2)}/2 = 4.5 \text{ mm}$. Osno togost posamezne vzmeti izberemo na osnovi enačbe (3.2): $k_{sredina}^{osno} = 10^9 \text{ kN/m}$, $k_{kraj}^{osno} = 5 \cdot 10^8 \text{ kN/m}$. Problem analiziramo ravninsko – omogočene so tri prostostne stopnje: U_x , U_y , R_z . Analiza je uklonska.



Slika 3.17: Model sovprežnega nosilca (ploskovni lupinasti končni elementi)

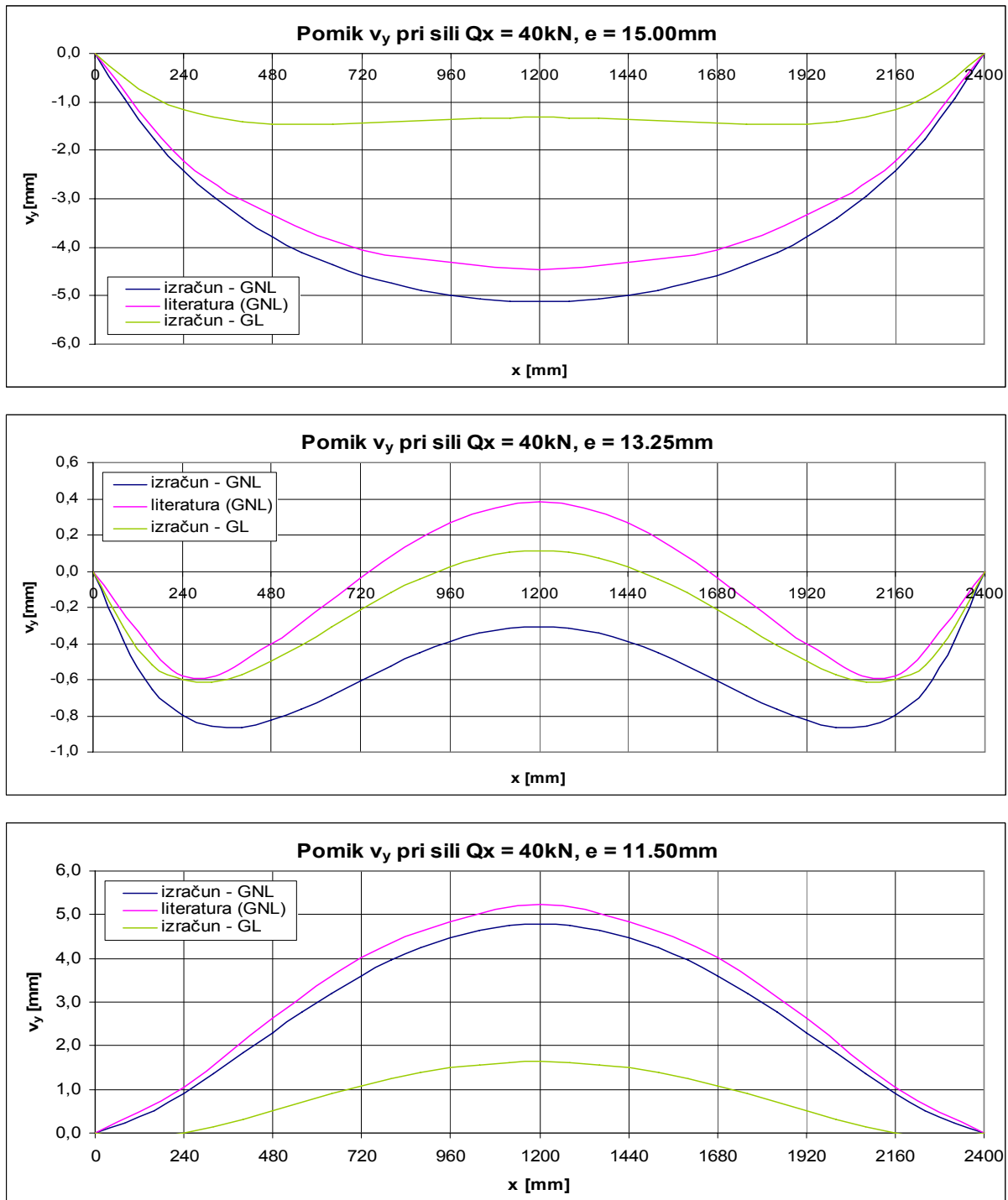
Naredimo tri modele z različnimi robnimi pogoji, saj je v literaturi prikazan vpliv spreminjanja razdalje e na obnašanje sovprežnega nosilca. Tako naredimo modele za $e = 15.00$ mm, $e = 13.25$ mm in $e = 11.50$ mm ter opazujemo obnašanje posameznega primera – kritično silo Q_{cr} in največji pomik v_y v smeri globalne osi y (preglednica 3.5).

Preglednica 3.5: Rezultati uklonske analize sovprežnega nosilca

	$e = 15.00$ mm	$e = 13.25$ mm	$e = 11.50$ mm
Q_{cr} [kN]	57.293	57.300	57.306
v_y [cm]	9.198	9.199	9.200

Opazimo, da se kritična sila izračunana z zgornjim modelom dobro ujema z rešitvijo podano v literaturi ter da razdalja e nima velikega vpliva na velikost kritične sile in največjega pomika.

V literaturi so podane tudi upogibnice sovprežnega nosilca za vse tri modele ($e = 15.00$ mm, $e = 13.25$ mm in $e = 11.50$ mm) pri sili $Q_x = 40$ kN z upoštevanjo geometrijsko nelinearnostjo (GNL). Lepo je vidno izrazito nelinearno obnašanje sovprežnega nosilca še preden je dosežena kritična obtežba (slika 3.18). Na isti sliki prikazujemo tudi rezultate geometrijsko linearne analize (GL). Preglednica 3.6 prikazuje primerjavo rešitev iz literature z našimi rešitvami – pomik v_y je pomik vozlišč, ki ležijo na podprti osi, v smeri osi y .



Slika 3.18: Pomik vozlišč na podprti osi pri sili $Q_x = 40\text{ kN}$ z upoštevanjo (GNL) in neupoštevanjo (GL) geometrijsko nelinearnostjo za različne robne pogoje

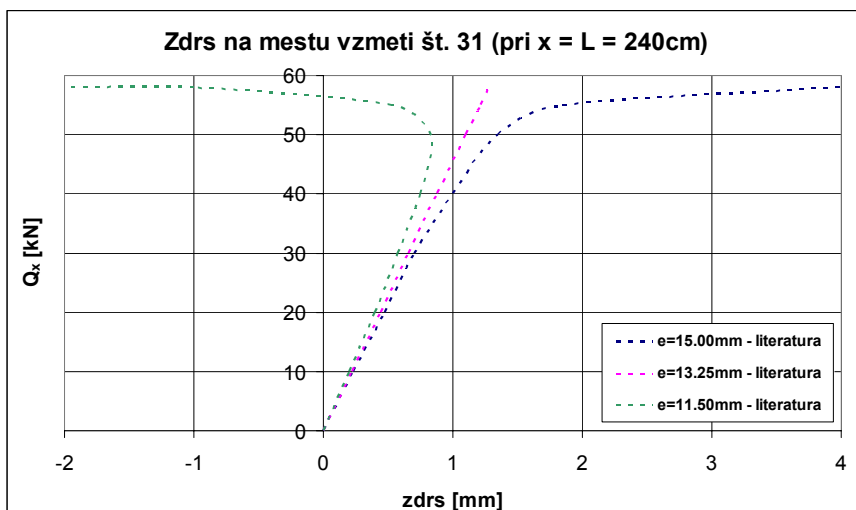
Preglednica 3.6: Primerjava rešitev za pomik v_y [mm] iz literature (Krawczyk, Rebora, 2006) z izračunanim pomikom

		$e = 15.00$ mm	$e = 13.25$ mm	$e = 11.50$ mm
geometr. lin. analiza (GL)	literatura (Krawczyk, Rebora, 2006)	-1.1355	0.3308	1.7972
	izračun z modelom	-1.464	0.113	1.630
geometr. nelin. analiza (GNL)	literatura (Krawczyk, Rebora, 2006)	-4.4738	0.3823	5.2387
	analitično – TDR (Kamiya, 1987)	-4.4805	0.3823	5.2451
	izračun z modelom	-5.1288	-0.8634	4.7927

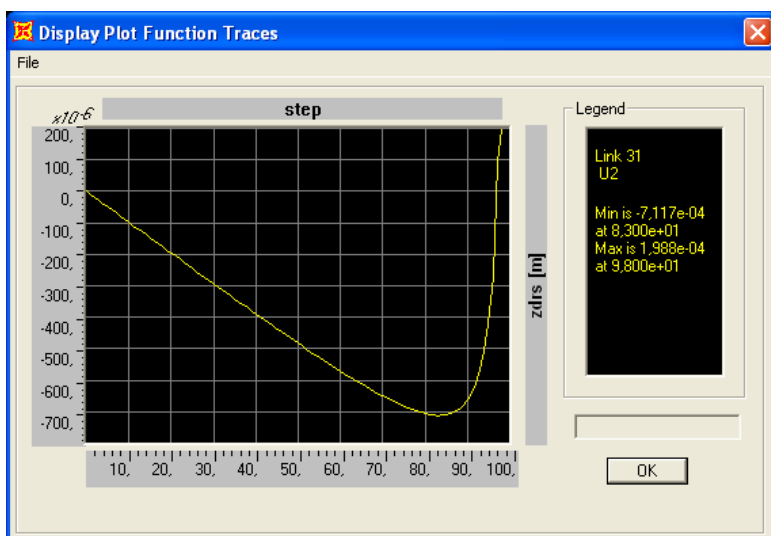
Pri geometrijsko nelinearni analizi je upoštevan tako P-Delta vpliv kot tudi tenzor velikih deformacij. Rezultati se na splošno dobro ujemajo z rešitvami iz literature, saj je oblika upogibnice v vseh primerih enaka kot v literaturi, večja odstopanja pa se pojavijo v sami velikosti pomika v_y – posebej izstopa primer $e = 13.25$ mm. V tem primeru namreč izračunani pomik v_y v srednjem delu nosilca ne spremeni predznaka kot ga v rešitvi iz literature. To bi lahko bila posledica relativno redke mreže končnih elementov po višini nosilca, vendar se v primeru modela z večjim številom končnih elementov po višini nosilca izkaže, da rezultati niso nič boljši. Zanimivi so rezultati geometrijsko linearne (GL) analize: pomiki so veliko manjši, pa tudi upogibnice so v primerjavi z rezultati geometrijsko nelinearne (GNL) analize drugačne, kar je predvsem opazno v primeru $e = 15.00$ mm. Zanimivo je tudi, da je upogibnica GL analize bližje rešitvi iz literature, ki pa vemo, da velja za GNL analizo.

V literaturi je pokazan tudi zanimiv pojav pri primeru $e = 11.50$ mm, kjer pride do popolne spremembe zdrsa na mestu krajne ($x = L = 240$ cm) vzmeti v bližini kritične obtežbe (slika 3.19). V ta namen zaženemo nov tip analize in sicer nelinearno analizo z upoštevanjo geometrijsko nelinearnostjo (P-Delta plus veliki pomiki) z obtežnim primerom $Q_x = 57.2$ kN, število korakov vzamemo 100. Opazujemo zdrs (pomik U2) vzmeti številka 31 (t.j. pri $x = L = 240$ cm) za različne robne pogoje (razdalja e). Program SAP2000 ponuja direkten izris odvisnosti zdrsa (vertikalna os) od števila korakov analize oziroma posredno sile Q_x

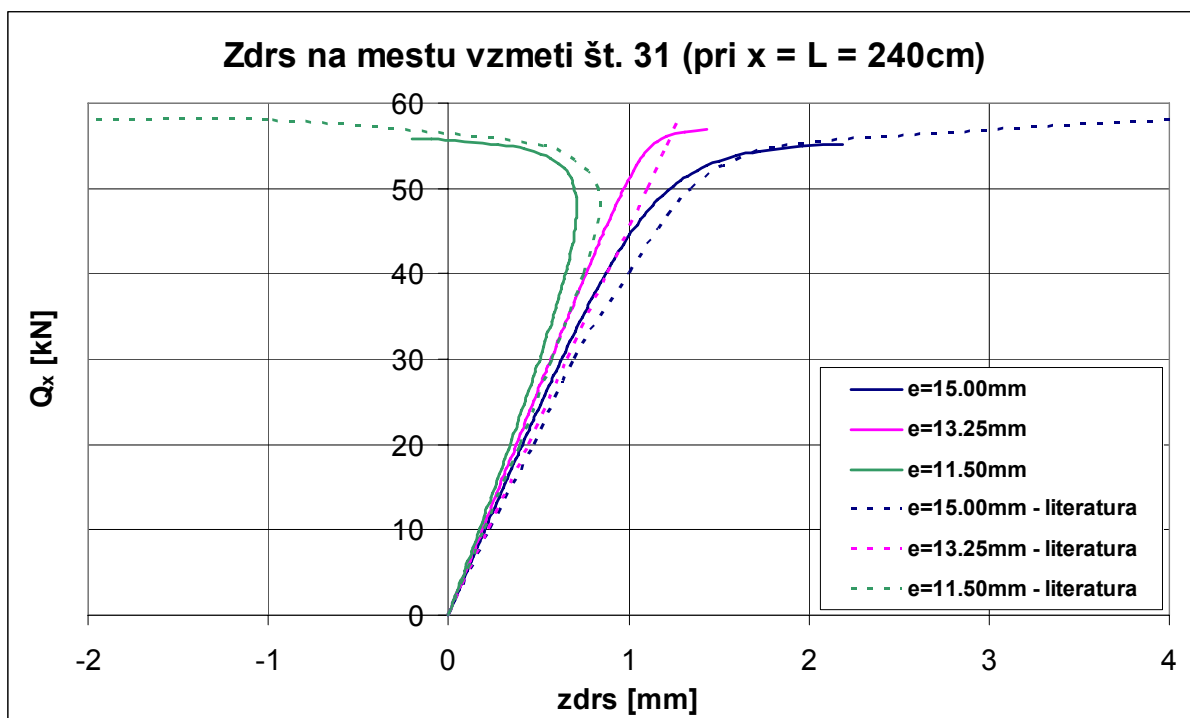
(horizontalna os). Primer takšnega izrisa je prikazan na sliki 3.20. Pri določenem koraku dobimo pripadajočo dejansko silo Q_x iz horizontalne reakcije v x smeri podprtega vozlišča (pri $x = L$). Tako lahko izrišemo odvisnost zdrs od velikosti sile Q_x in ga primerjamo z rešitvami iz literature (slika 3.21).



Slika 3.19: Zdrs na stiku na vrhu stene, rezultati iz literature

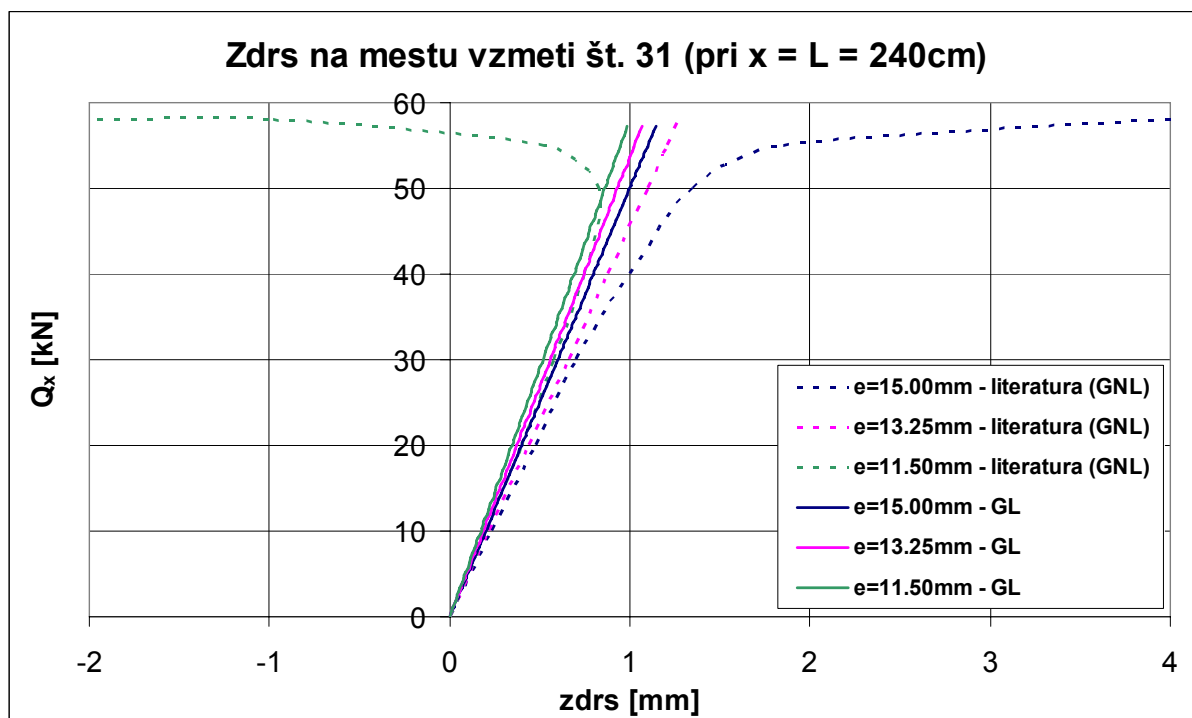


Slika 3.20: Primer izrisa odvisnosti sila – zdrs iz programa SAP2000 (za primer $e = 11.50$ mm, GNL)



Slika 3.21: Odvisnosti zdrs od sile Q_x za različne robne pogoje in primerjava z rešitvami iz literature (geometrijsko nelinearna analiza)

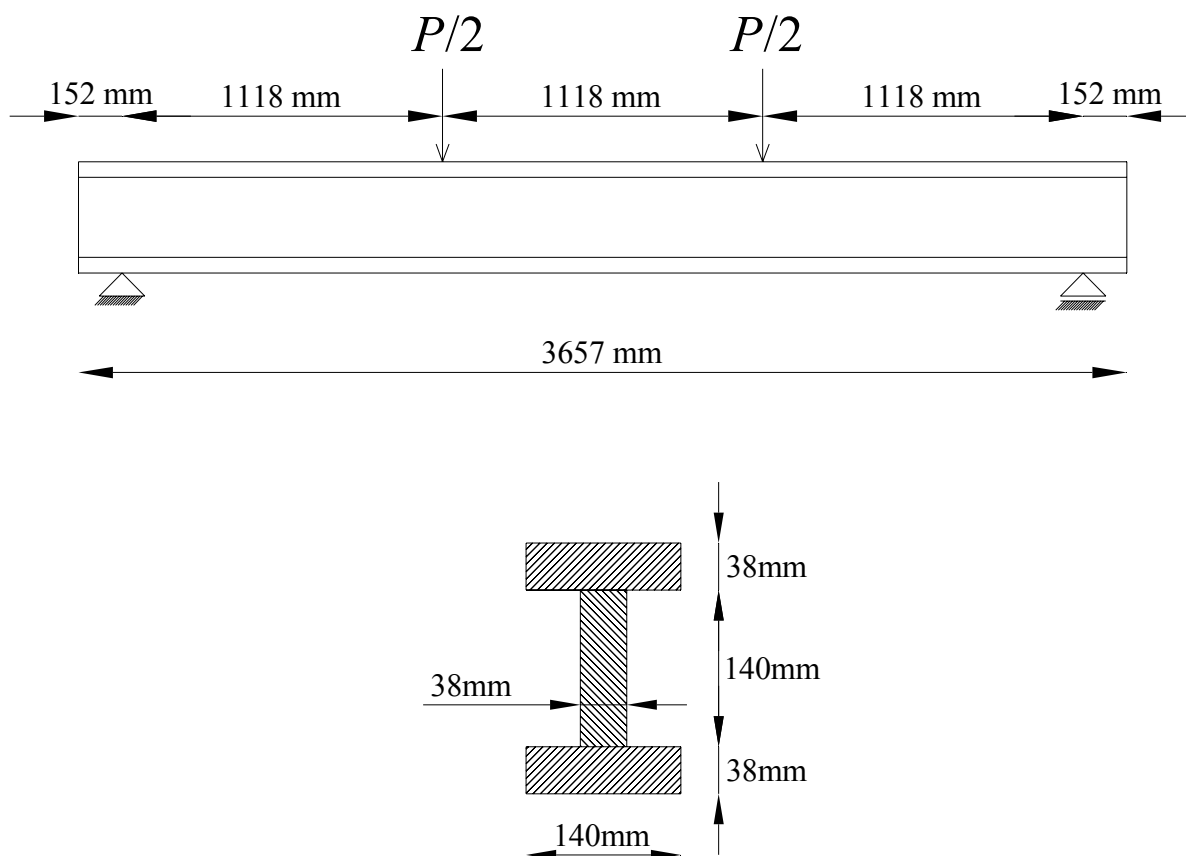
Kot lahko vidimo iz slike 3.21, se dobljeni rezultati dobro skladajo z rešitvami iz literature. Splošna razlika je v tem, da dobimo s predstavljenim modelom pri isti sili manjši pomik (zdrs), torej bolj tog sistem. Očitna je še ena razlika in sicer v primeru $e = 13.25\text{ mm}$, kjer dobljena odvisnost ni linearna kot v rezultatih iz literature, temveč spreminja naklon. Če pa prikažemo rezultate geometrijsko linearne (GL) analize, je ta odnos v vseh primerih linearen (slika 3.22). Razlike z rezultati iz literature (GNL) so večje, zdrs so manjši, kar smo lahko pričakovali.



Slika 3.22: Odvisnosti zdrs od sile Q_x za različne robne pogoje pri geometrijsko linearni analizi in primerjava z rešitvami iz literature

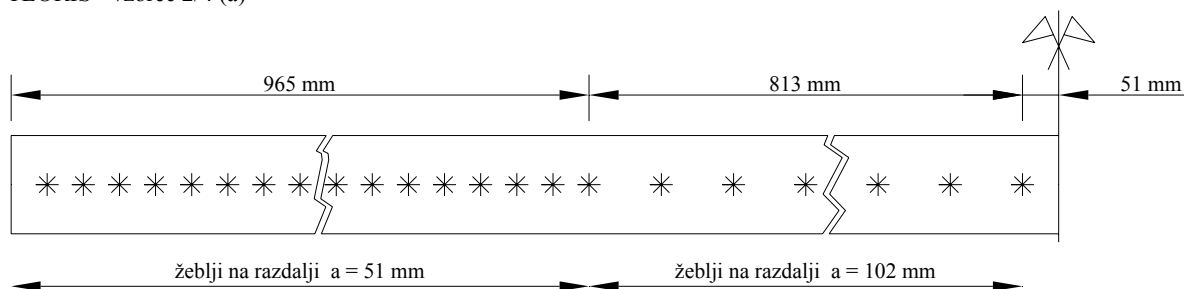
3.6 Žebljani I nosilec

V primeru obravnavamo upogibno obremenjeni žebljani I nosilec, kjer opazujemo odvisnost upogibka nosilca na sredini ter zdrsna na stiku pasnice in stojine od velikosti obtežbe. Nosilec je lesen dolžine $L = 3.657$ m, sestavljen iz dveh pasnic ($b/t = 140/38$ mm) in stojine ($h/t = 140/38$ mm), leva podpora je nepomična in členkasta, desna podpora pa dopušča horizontalen pomik (slika 3.23). Nosilci so žebljani po vzorcu 2/4 ali po vzorcu 4/4 (slika 3.24); žebliji so dolgi 76.2 mm in debeli 3.1 mm.

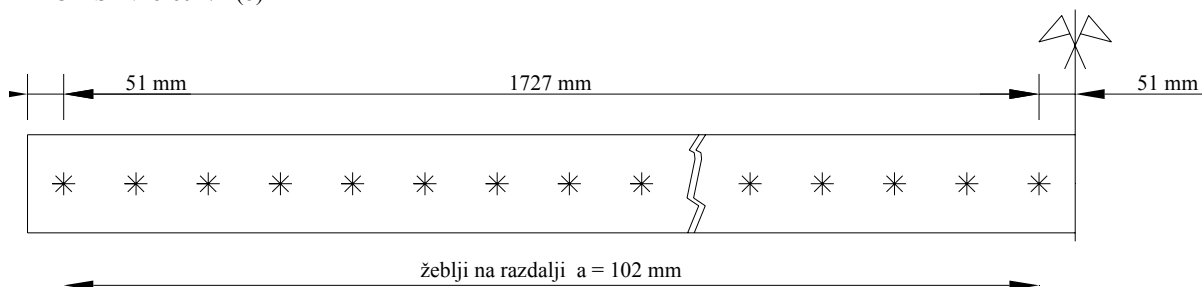


Slika 3.23: Geometrija, podpiranje in obremenitev trislojnih I nosilcev

TLORIS - vzorec 2/4 (a)



TLORIS - vzorec 4/4 (b)

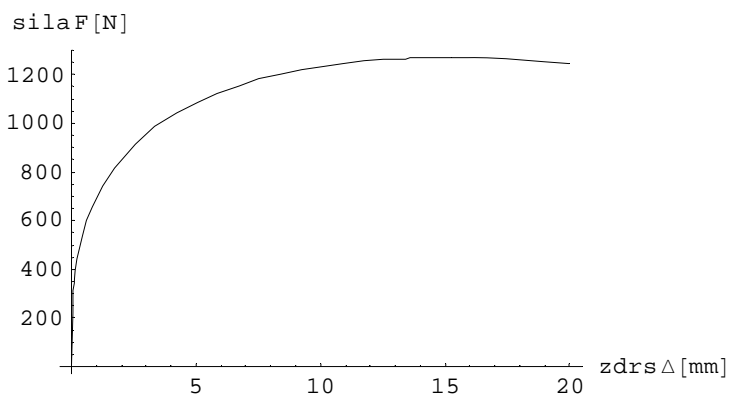


Slika 3.24: Vzorca žebljanja I nosilcev: (a) vzorec 2/4; (b) vzorec 4/4

Dvajset takih nosilcev je bilo tudi eksperimentalno preizkušenih do upogibne porušitve (Bohnhoff, 1992). Pri tem so merili upogibek na sredini in relativni zdrs med spodnjo pasnico in stojino na obeh koncih vsakega nosilca. Za modeliranje žebljanih stikov moramo poznati zvezo med strižno silo, ki se preko enega žeblja prenese iz pasnice v stojino (oziroma obratno), ter zdrsom na mestu žeblja. V ta namen je bilo izdelanih trideset primerkov žebljanih stikov, ki so jih eksperimentalno preizkusili do porušitve. Tako so prišli do enačbe, ki ima naslednjo obliko:

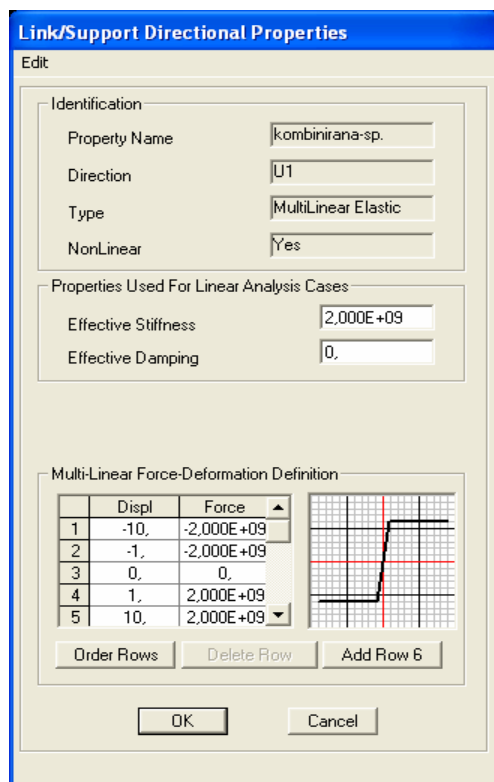
$$F = SG \left[(1787.1 - 28.24\Delta) \Delta^{0.31376} \right], \quad (3.3)$$

kjer je F pozitivna strižna sila v N, Δ pozitivni zdrs v mm, SG pa konstanta, odvisna od specifične teže lesa ($SG = \gamma/10$). Grafična upodobitev te enačbe za $SG = 0.398$ je prikazana na sliki 3.25. V literaturi so v grafični obliki podani eksperimentalni rezultati in rezultati računalniškega modela v programu »MLBeam« (Bohnhoff, 1988).



Slika 3.25: Strižna sila v odvisnosti od zdrsa na mestu žebljanega stika za $SG = 0.398$

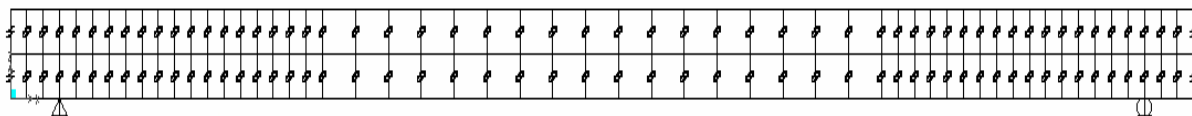
Problem poskušamo modelirati v programu SAP2000 in sicer na dva načina: z modelom iz linijskih in z modelom iz ploskovnih končnih elementov, tako za vzorec žebljanja 2/4 kot tudi za vzorec 4/4. Za material (les) vzamemo povprečne karakteristike, podane v (Bohnhoff, Siegel, 1991): specifična teža $\gamma = 3.98 \text{ kN/m}^3$, elastični modul $E = 9971 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2$ in Poissonov količnik $\nu = 0.3$. Obtežbo predstavlja le sila P , ki narašča od vrednosti 0 do 20 kN. Tako znaša največja vrednost ene koncentrirane sile na nosilec $P/2 = 10 \text{ kN}$. Problem analiziramo ravninsko – omogočene so tri prostostne stopnje: U_x , U_y , R_z . Analiza je nelinearna z upoštevanom geometrijsko nelinearnostjo (P-Delta plus veliki pomiki). Povezave med pasnicama in stojino modeliramo z nelinearnimi vzmetmi, ki so hkrati dveh tipov: strižne (lokalna smer U_2) in osne (lokalna smer U_1 , ki gleda v smeri globalne Z osi). Locirane so na mestih žebeljev (krajne vzmeti so le osne, saj tam ni žebeljev). Strižno togost posamezne vzmeti podamo na osnovi enačbe (3.3), ki jo aproksimiramo s kratkimi linearnimi odseki. V programu moramo podati zvezo tudi za obtežbo v nasprotni smeri. Privzamemo, da velja enaka zveza tudi v tem primeru in zato podamo krivuljo sila – zdrs simetrično na koordinatno izhodišče. Osno togost posamezne vzmeti pa izberemo tako, da ne presega 1000-kratne togosti pripadajočega končnega elementa (enačba (3.2)), ki ga povezuje. Osno togost podamo kot bilinearno zvezo med silo in pomikom (slika 3.26), pri čemer se togost spremeni pri zelo velikih pomikih, tako da do spremembe togosti med analizo sploh ne more priti. Program zahteva, da podamo tudi togost za linearno analizo, ki mora biti različna od 0. Zato podamo za strižno togost kar začetno togost $k_{začetna} = 3448 \text{ kN/m}$, za osno pa kar enako kot za nelinearno analizo.



Slika 3.26: Bilinearna odvisnost sila – pomik za osno togost vzmeti (lokalna smer U1), ki jo podamo v program – enote so [m, kN]

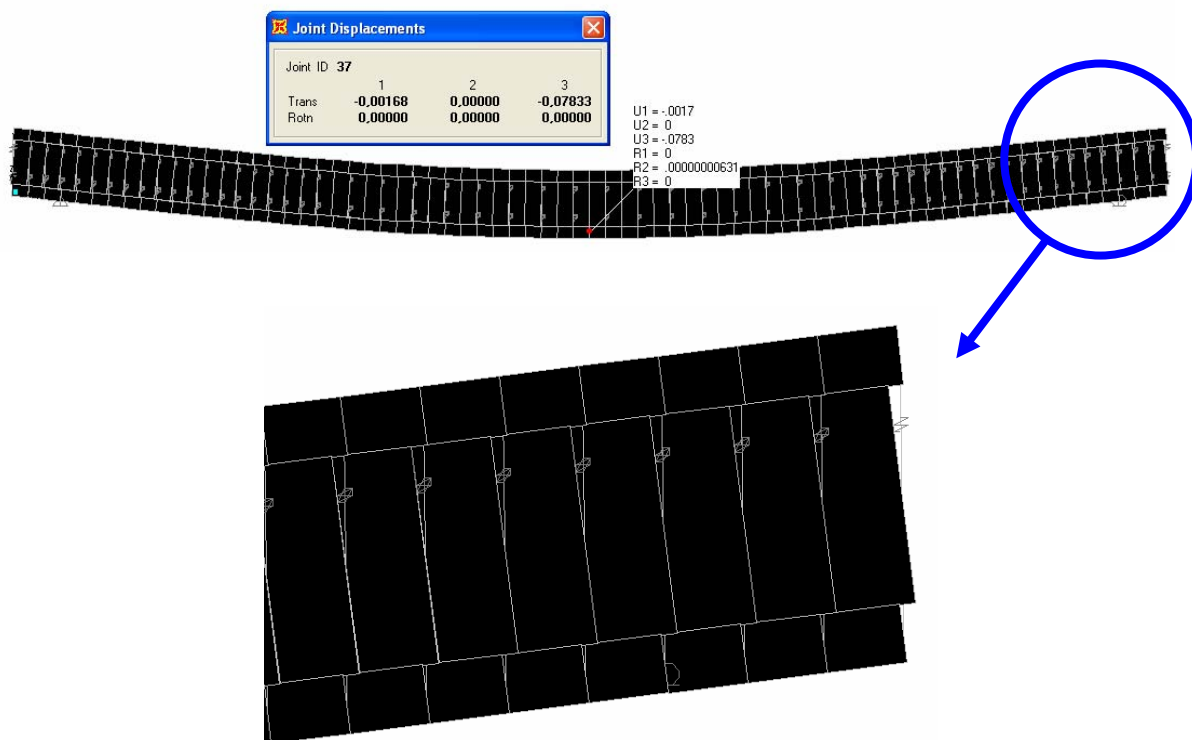
3.6.1 Model iz linijskih končnih elementov

Nosilec modeliramo z linijskimi končnimi elementi v težiščnih linijah pasnic in stojine (po dolžini nosilca je 72 končnih elementov, tako da je dolžina enega $l_l \cong 0.051$ m). Povezavo med njimi zagotavljamo z nelinearnimi vzmetmi s strižno togostjo definirano po sliki 3.25 (krivulja je simetrična na koordinatno izhodišče), osno togost posamezne vzmeti pa izberemo na osnovi enačbe (3.2): $k_{sredina}^{osno} = 2 \cdot 10^9$ kN/m, $k_{kraj}^{osno} = 10^9$ kN/m. Za strižne vzmeti je potrebno podati tudi strižno razdaljo od končnega vozlišča vzmeti. Ker so vse vzmeti enako orientirane (lokalna vzdolžna os vzmeti gleda v smeri globalne +Z osi), se strižna razdalja med vzmetmi na stiku spodnje pasnice in stojine in vzmetmi na stiku zgornje pasnice in stojine razlikuje. Za vzmeti na stiku spodnje pasnice in stojine le-ta znaša 7.0 cm, za vzmeti na stiku zgornje pasnice in stojine pa 1.9 cm. Na sliki 3.27 je prikazan model iz linijskih končnih elementov za vzorec žebljanja 2/4.

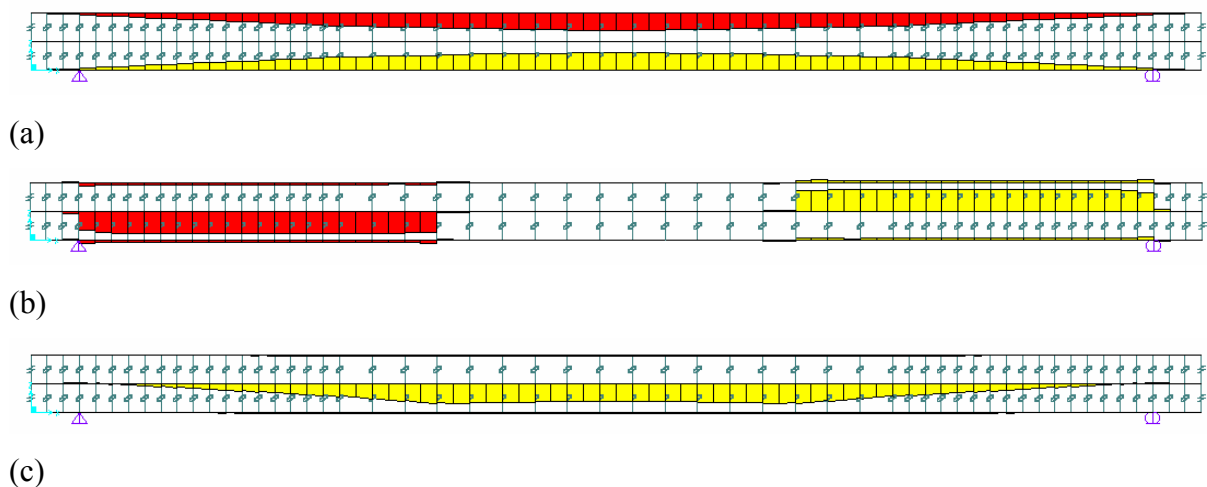


Slika 3.27: Model iz linijskih končnih elementov za vzorec žebljanja 2/4

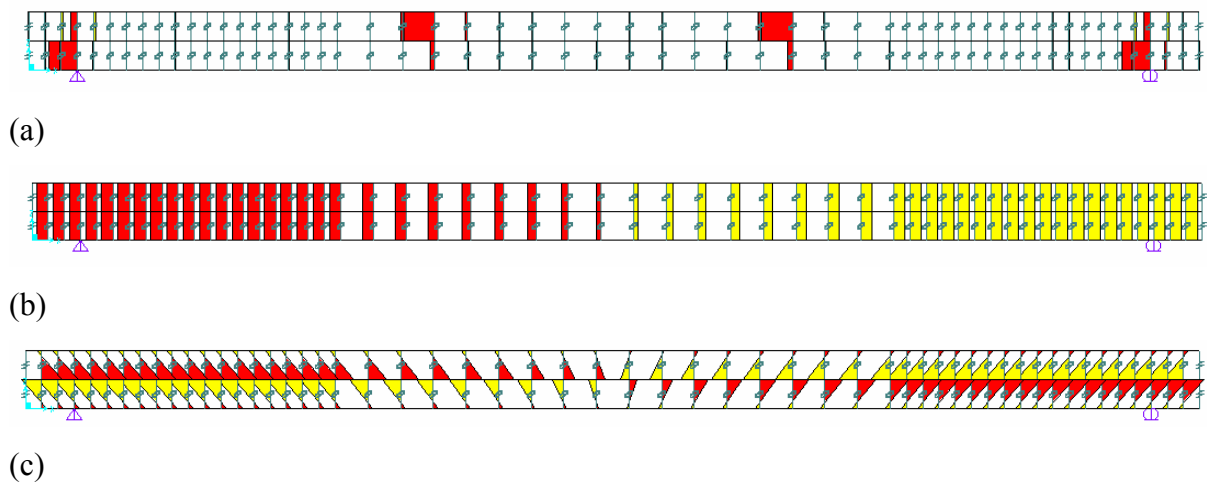
Rezultati modela iz linijskih končnih elementov za vzorec žebljanja 2/4 so prikazani na slikah 3.28 do 3.30. Model iz linijskih končnih elementov za vzorec žebljanja 4/4 je enak, le da vzmetem, kjer ni žeblice, pripišemo le osno togost. Rezultatov tega modela ne prikazujemo eksplicitno, temveč le v primerjavi na koncu (preglednica 3.7).



Slika 3.28: Deformirana lega modela iz linijskih končnih elementov za vzorec žebljanja 2/4 pri obtežbi $P = 20$ kN z lepo vidnim zdrsom med pasnico in stojino; enote so [m, rad]



Slika 3.29: Notranje sile v pasnicah in stojini za vzorec žebljanja 2/4; model iz linijskih končnih elementov: (a) osne sile; (b) prečne sile; (c) upogibni momenti



Slika 3.30: Notranje sile v žeblih za vzorec žebljanja 2/4; model iz linijskih končnih elementov (a) osne sile; (b) prečne sile; (c) upogibni momenti

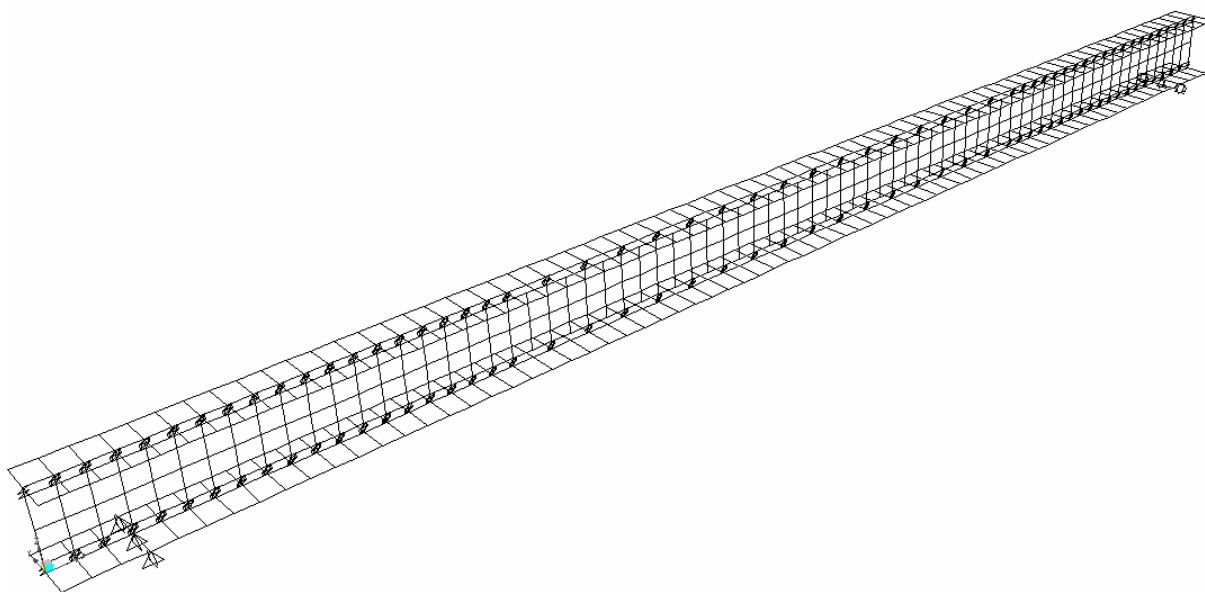
Preglednica 3.7: Primerjava rešitev med modeloma iz linijskih končnih elementov za različne vzorce žebljanja pri obtežbi $P = 20$ kN

	Vzorec žebljanja 2/4	Vzorec žebljanja 4/4
maks. upogibek [mm] ($x = L/2$)	78.33	99.24
maks. zdrs [mm]; spodnji stik ($x = L$)	5.69	7.82
maks. M_y [kNm]; zg. pasnica ($x = 1.27$ m)	0.49	0.59
prip. V_z [kN]; zg. pasnica ($x = 1.27$ m)	-1.00	-1.02
prip. N_x [kN]; zg. pasnica ($x = 1.27$ m)	-22.93	-13.82
maks. M_y [kNm]; stojina ($x = 1.27$ m)	6.09	7.49
prip. V_z [kN]; stojina ($x = 1.27$ m)	-7.91	-7.89
prip. N_x [kN]; stojina ($x = 1.27$ m)	0.25	0.35
maks. M_y [kNm]; sp. pasnica ($x = 1.27$ m)	0.49	0.59
prip. V_z [kN]; sp. pasnica ($x = 1.27$ m)	-1.08	-1.08
prip. N_x [kN]; sp. pasnica ($x = 1.27$ m)	23.07	13.96

Iz zgornje preglednice lahko vidimo, da je za prevzem dane obtežbe boljši nosilec, ki je žebljan po vzorcu 2/4, kar smo tudi pričakovali. Lepo je razvidna še ena lastnost I nosilcev; glavnino upogibnega momenta in prečne sile prevzame stojina, medtem ko osne sile zaradi upogiba prevzameta pasnici. Največje vrednosti upogibnega momenta M_y se v vseh treh slojih pojavijo pri $x = 1.27$ m oziroma simetrično glede na os, ki razpolavlja nosilec po dolžini, pri $x = 2.39$ m, torej na mestih delovanja koncentriranih sil $P/2$. Natančnejše primerjave dobljenih rezultatov z rezultati iz literature bomo prikazali skupaj z rezultati modela iz ploskovnih končnih elementov na koncu tega poglavja.

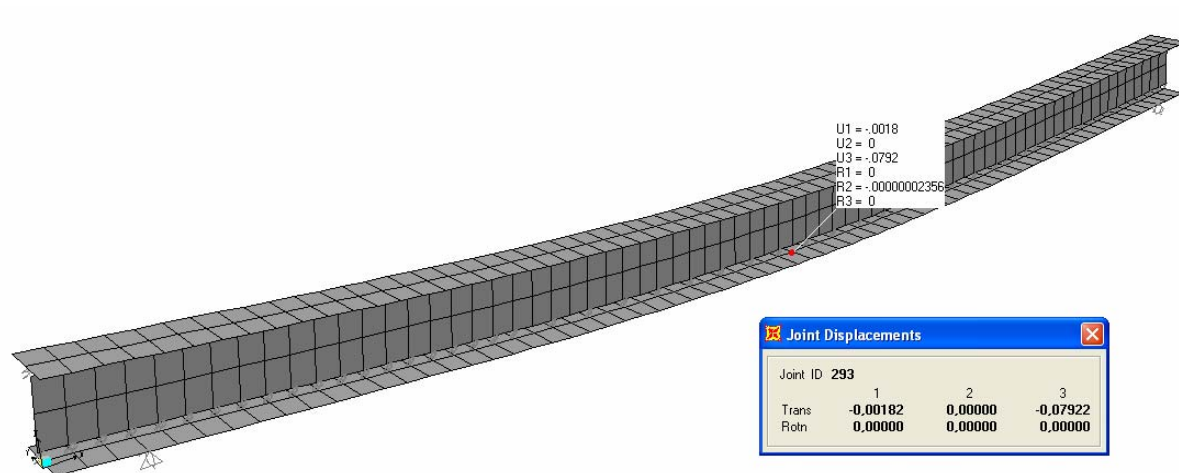
3.6.2 Model iz ploskovnih končnih elementov

Nosilec modeliramo s ploskovnimi končnimi elementi v središčnih ravninah pasnic in stojine (po dolžini nosilca je 72 končnih elementov, tako da je dolžina enega $l_l \cong 0.051$ m). Na mestih podpiranja postavimo podpore v vozlišča po celotni širini spodnje pasnice. Ploskovni končni elementi so lupinasti, po višini stojine oziroma po širini pasnic sta po dva končna elementa (slika 3.31). Povezavo med pasnicama in stojino zagotavljamo z nelinearnimi vzmetmi na enak način kot v modelu iz linijskih končnih elementov, le da je strižna razdalja od končnega vozlišča vzmeti sedaj drugačna: za vzmeti na stiku spodnje pasnice in stojine je le-ta 0 cm, za vzmeti na stiku zgornje pasnice in stojine pa 1.9 cm (vse vzmeti so enako orientirane – lokalna vzdolžna os vzmeti gleda v smeri globalne +Z osi).



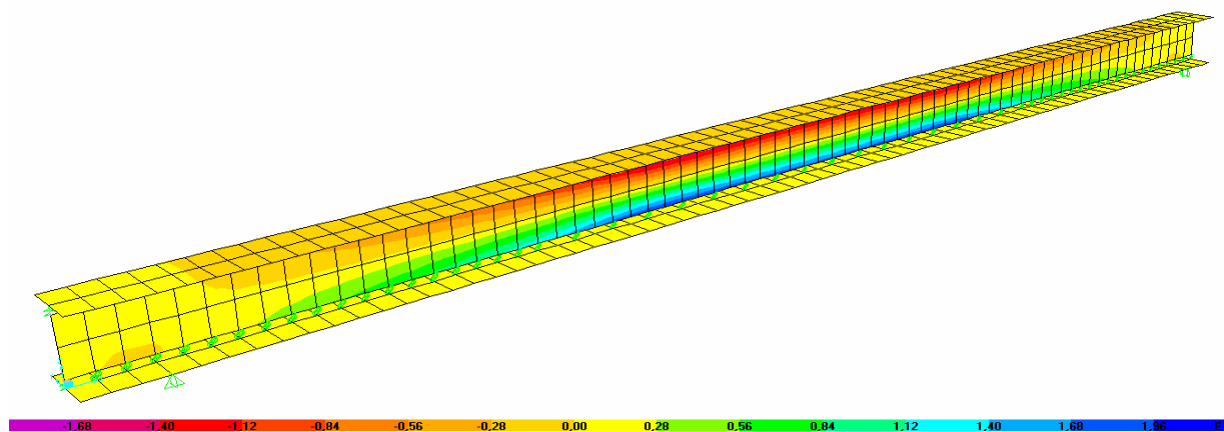
Slika 3.31: Model iz ploskovnih končnih elementov za vzorec žebljanja 2/4

Rezultati modela ploskovnih končnih elementov za vzorec žebljanja 2/4 so prikazani na slikah 3.32 do 3.33 in veljajo za obtežbo $P = 20$ kN. Model iz ploskovnih končnih elementov za vzorec žebljanja 4/4 je enak, le da vzmetem, kjer ni žeblicev, pripišemo le osno togost. Rezultatov tega modela ne prikazujemo eksplicitno, temveč le v primerjavi na koncu.

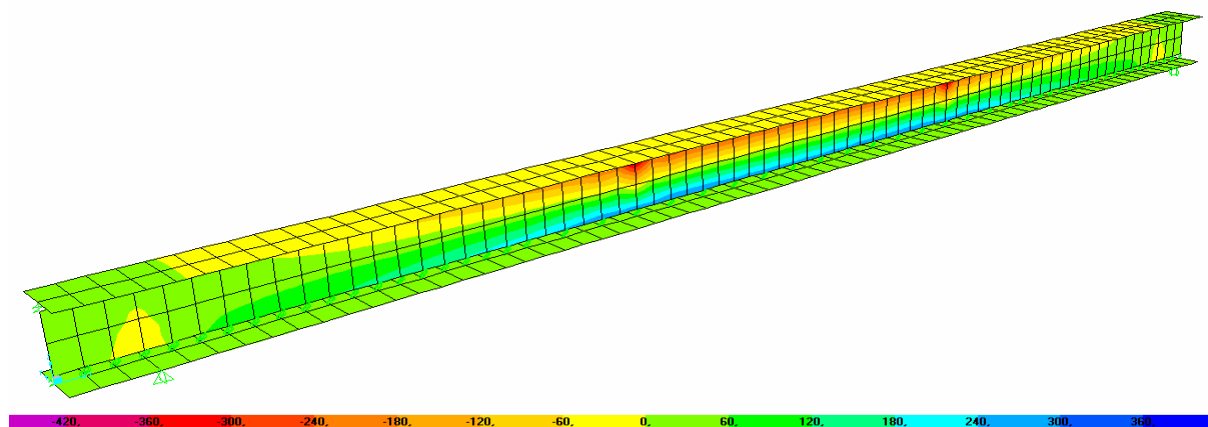


Slika 3.32: Deformirana lega modela iz ploskovnih končnih elementov za vzorec žebljanja 2/4 pri obtežbi $P = 20$ kN; enote so [m, rad]

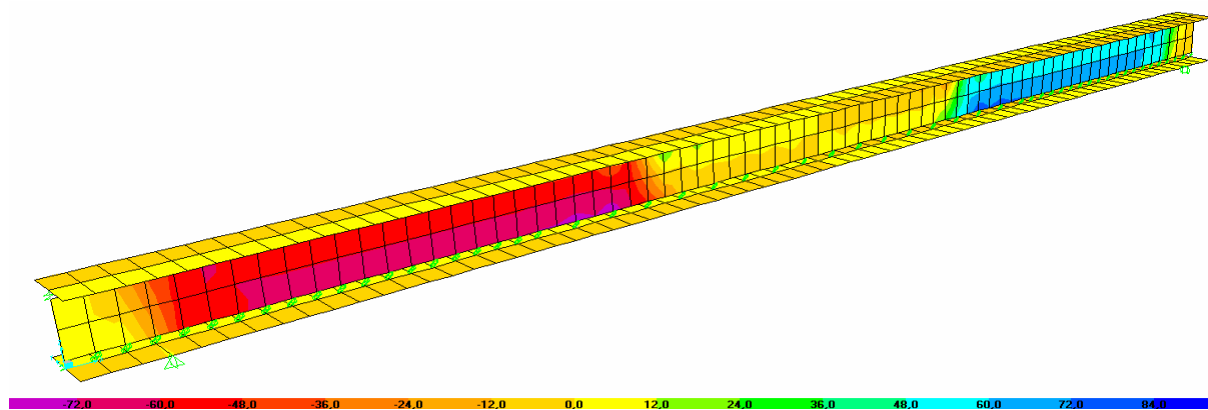
Na sliki 3.33 gleda lokalna koordinatna os x oziroma os 1 ploskovnih končnih elementov v smeri globalne X osi, lokalna koordinatna os y oziroma os 2 pa gleda za končne elemente stojine v smeri globalne $+Z$ osi, za končne elemente pasnice pa v smeri globalne $+Y$ osi.



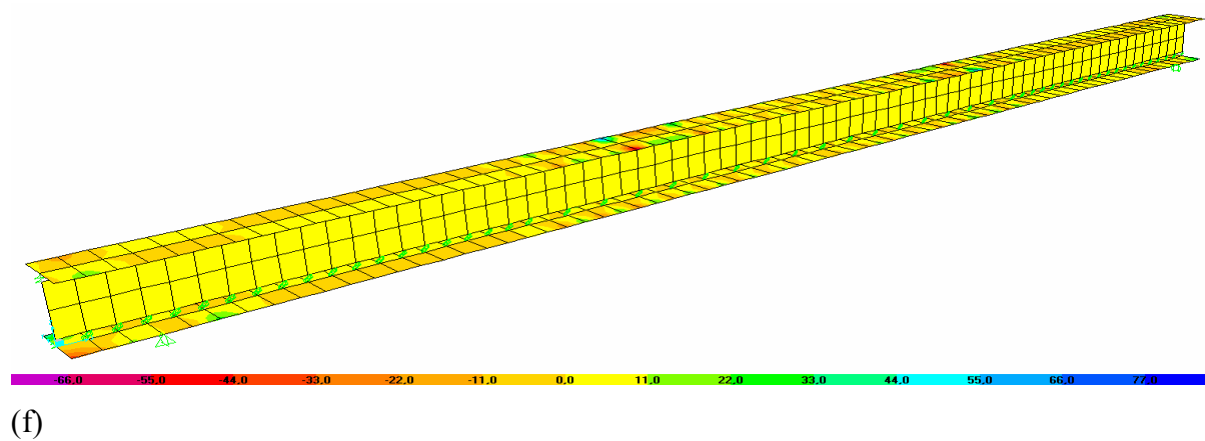
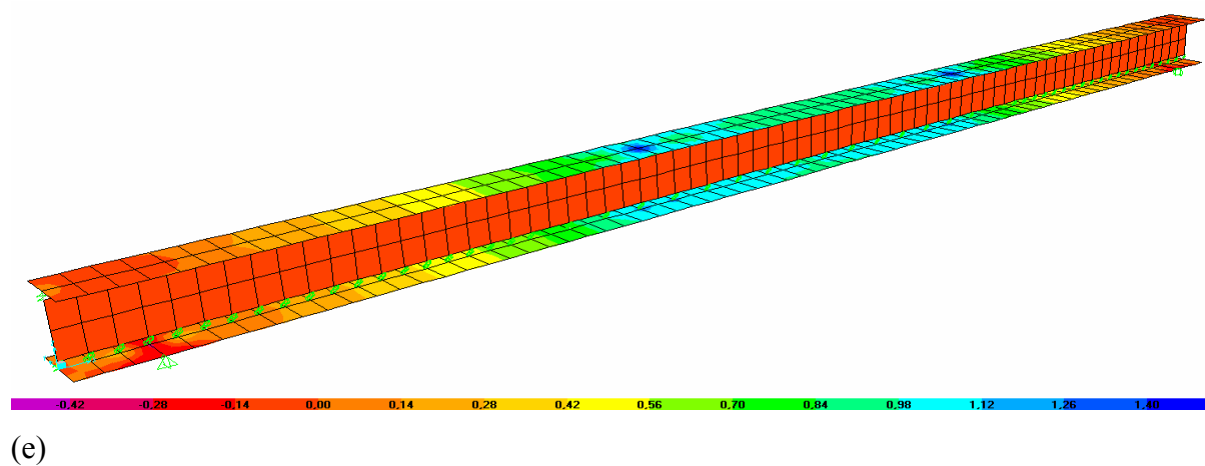
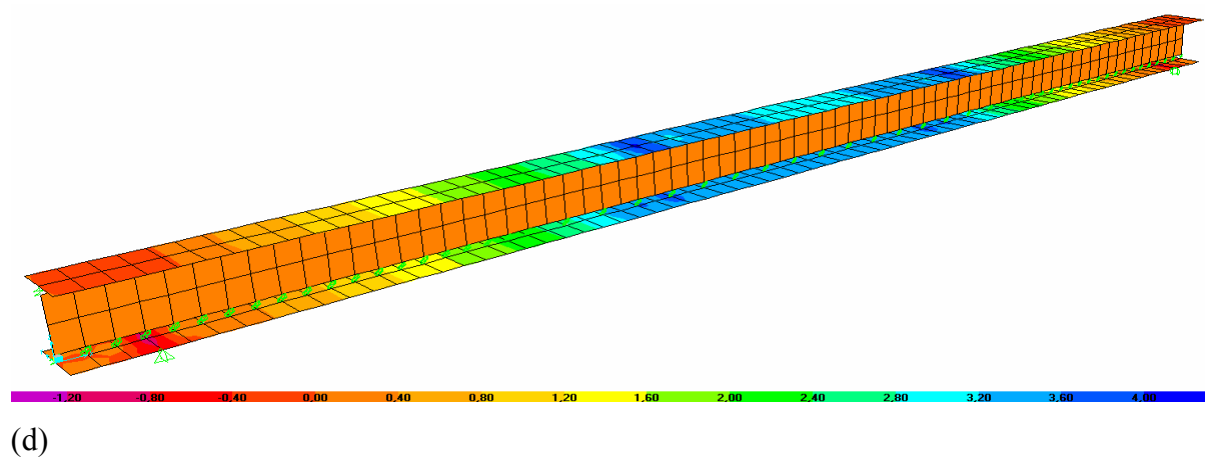
(a)



(b)



(c)



Slika 3.33: Notranje sile v modelu iz ploskovnih končnih elementov pri obtežbi $P = 20$ kN za vzorec žebljanja 2/4: (a) F_{11} [10^3 kN/m]; (b) F_{22} [kN/m]; (c) F_{12} [kN/m]; (d) M_{11} [kNm/m]; (e) M_{22} [kNm/m]; (f) M_{12} [10^{-3} kNm/m] glede na lokalne osi

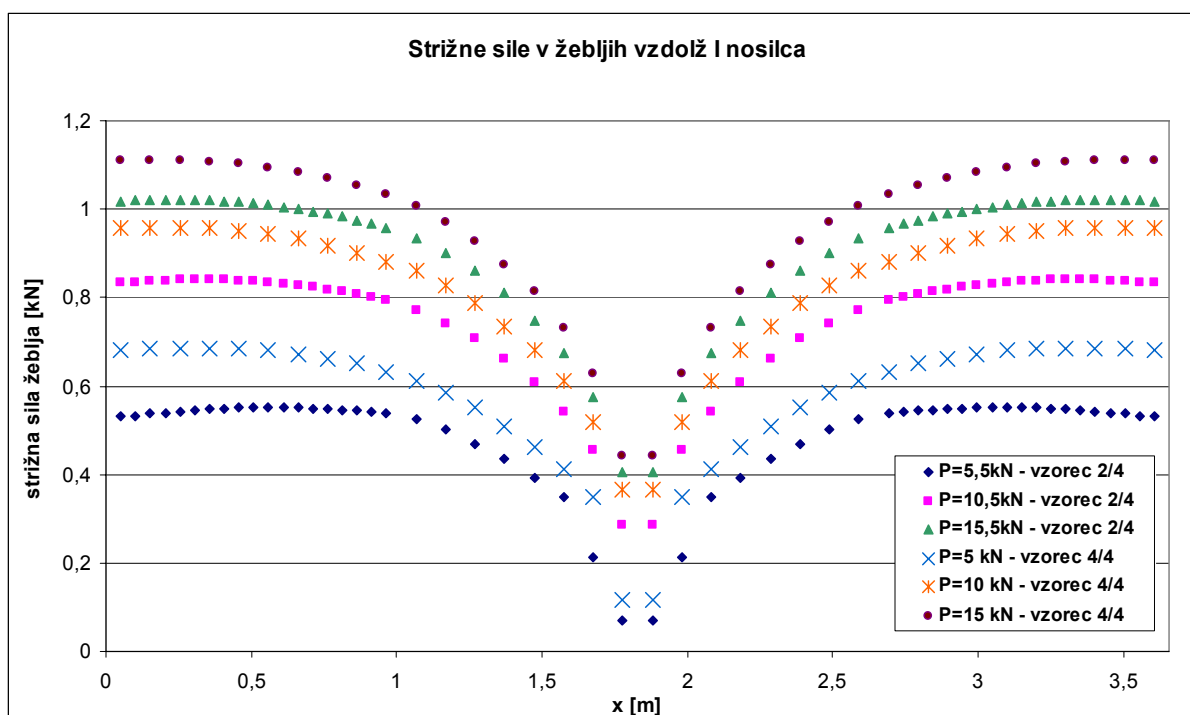
Preglednica 3.8: Primerjava rešitev med modeloma iz ploskovnih končnih elementov za različne vzorce žebljanja pri obtežbi $P = 20$ kN

	Vzorec žebljanja 2/4	Vzorec žebljanja 4/4
maks. upogibek [mm] ($x = L/2$)	79.22	101.89
maks. zdrs [mm]; spodnji stik ($x = L$)	5.99	8.41
maks. M_{11} [kNm/m]; težišče zg. pasnice ($x = 1.27$m)	3.71	4.51
prip. F_{12} [kN/m]; težišče zg. pasnice ($x = 1.27$m)	2.06	2.19
prip. N_x [kN]; težišče zg. pasnice ($x = 1.27$m)	-22.42	-12.70
maks. M_{11} [kNm/m]; težišče stojine ($x = 1.27$m)	0.00	0.00
prip. F_{12} [kN/m]; težišče stojine ($x = 1.27$m)	34.85	36.68
prip. N_x [kN]; težišče stojine ($x = 1.27$m)	0.90	1.36
maks. M_{11} [kNm/m]; težišče sp. pasnice ($x = 1.27$m)	3.51	4.40
prip. F_{12} [kN/m]; težišče sp. pasnice ($x = 1.27$m)	3.21	3.41
prip. N_x [kN]; težišče sp. pasnice ($x = 1.27$m)	23.35	13.84

Iz podanih primerjav med izbranimi tipoma žebljanja lahko potrdimo pričakovano dejstvo, da je vzorec žebljanja 2/4 boljši za prevzem dane obtežbe; nosilec se manj upogne, zdrs na stiku pasnice in stojine je manjši, manjše so tudi notranje sile v nosilcu (razen v primeru osne sile v modelu iz linijskih končnih elementov, kjer je osna sila v pasnici večja v primeru žebljanja 2/4). Pomik sredine nosilca žebljanega po vzorcu 2/4 predstavlja približno 75% pomika sredine nosilca žebljanega po vzorcu 4/4. Iz diagramov notranjih sil lahko sklepamo tudi na lokacijo kritičnih mest I nosilcev. Kot najbolj kritično se kaže območje stojine tik pod mestom delovanja koncentriranih sil $P/2$ in ne sami žebli, kot bi mogoče kdo pričakoval.

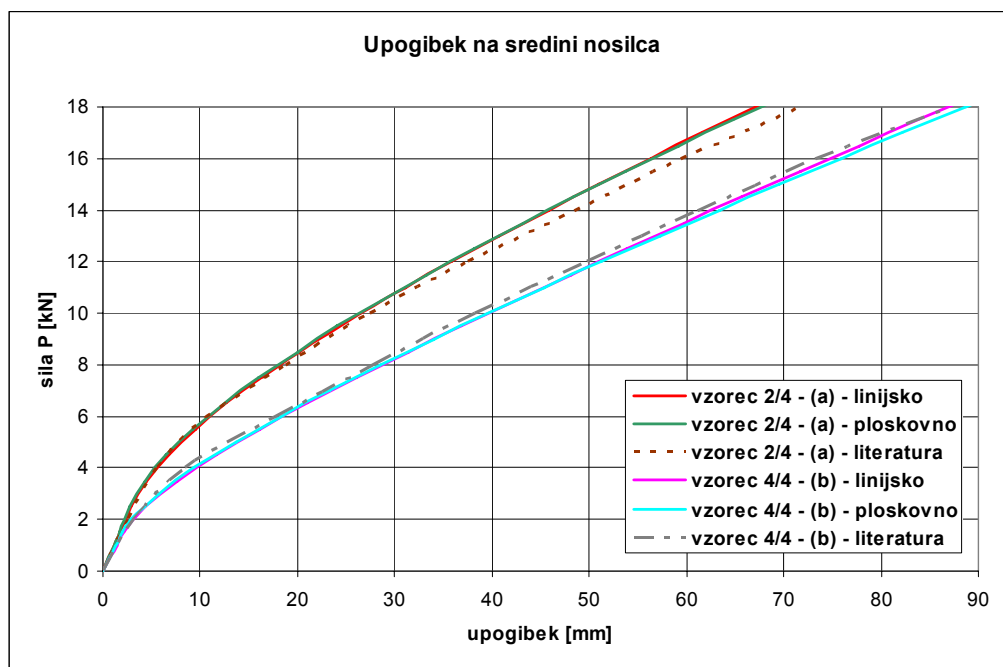
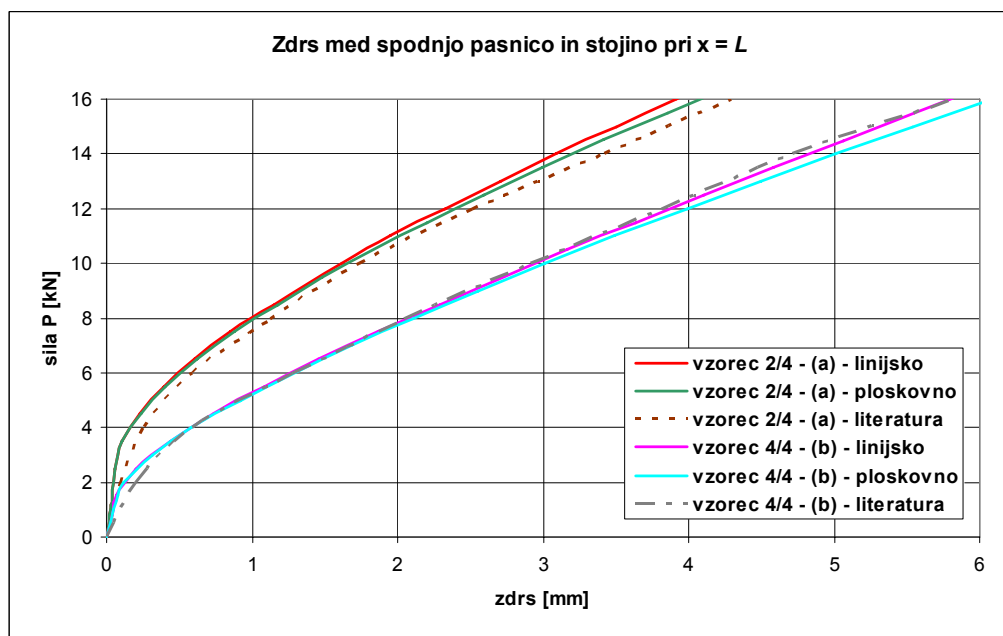
Strižne sile v posameznih žeblih vzdolž nosilca so prikazane na sliki 3.34, kjer vsaka podatkovna točka predstavlja en žebelj. Na isti sliki je prikazana tudi primerjava med različnima vzorcema žebljanja, ki pa je le približna, saj ne podaja strižnih sil v žeblju pri popolnoma enakih obtežnih nivojih. Program namreč samodejno določi dolžino posameznega

koraka v nelinearni analizi, tako da je na sledeči primerjavi pri vzorcu žebljanja 2/4 obtežba P za 0.5 kN večja kot v primeru žebljanja po vzorcu 4/4. Razlika pa ni tako velika, da bi pokvarila sam namen primerjave. Vrednost sile P v določenem koraku nelinearne analize dobimo iz reakcij na mestih podpor. Ugotovimo lahko, da je potek strižnih sil simetričen na os, ki razpolavlja nosilec po dolžini, in da se največje strižne sile pojavijo v žeblih na robovih nosilca, medtem ko so na sredini najmanjše. Če primerjamo strižne sile v žeblih za vzorec žebljanja 2/4 in 4/4, opazimo, da so sile večje v primeru žebljanja po vzorcu 4/4. Če bi bila primerjava čisto točna, bi bila razlika med vrednostmi strižnih sil v primeru žebljanja po vzorcu 2/4 in 4/4 še malenkost večja.



Slika 3.34: Strižna sila v žeblih vzdolž I nosilca v odvisnosti od obtežbe in vzorca žebljanja

V nadaljevanju so prikazane primerjave dobljenih rezultatov z rezultati iz literature (slika 3.35 in 3.36).

Slika 3.35: Primerjava rezultatov za upogibek I nosilca pri $x = L/2$ v odvisnosti od obtežbeSlika 3.36: Primerjava rezultatov za zdrs med spodnjo pasnico in stojino I nosilca pri $x = L$ v odvisnosti od obtežbe

Iz prikazanih odvisnosti se lepo vidi, da je obnašanje žebeljanih nosilcev močno nelinearno že pri majhnih nivojih obtežbe. Na velikost nelinearnosti vpliva togost strižnega stika med posameznimi sloji, t.j. število žebeljev. Če primerjamo rezultate modela iz linijskih končnih elementov z rezultati modela iz ploskovnih končnih elementov, lahko ugotovimo, da so praktično enaki, kar kaže na to, da sta oba predstavljeni modela dobra. Tudi v primerjavi dobljenih rezultatov z rezultati iz literature (prikazani so samo rezultati programa »MLBeam«, ne pa tudi rezultati eksperimenta, ki imajo predvsem pri večjih silah precej veliko razpršenost), lahko opazimo zelo dobro ujemanje. Majhna odstopanja pa so si različna glede na to, ali opazujemo upogibek ali zdrs. V primeru upogibka nosilca v odvisnosti od obtežbe se majhna odstopanja od rezultatov iz literature pojavijo šele pri večjih silah, kar je vidno predvsem v primeru žebljanja 2/4. Če pa opazujemo zdrs v odvisnosti od obtežbe, ugotovimo, da so odstopanja od rezultatov iz literature opazna predvsem pri manjših silah, saj dobimo z našim modelom večjo začetno togost kot v primeru iz literature. Pri večjih silah se manjša odstopanja pojavijo le v primeru žebljanja 2/4. Kot že omenjeno, pa je območje eksperimentalnih rezultatov iz literature pri večjih silah dokaj široko, tako da lahko še enkrat rečemo, da daje model zelo dobro primerljive rezultate. Možen vzrok odstopanj je tudi uporaba geometrijsko nelinearne analize, saj pri rezultatih iz literature ni navedeno, za katero vrsto analize (geometrijsko linearno ali nelinearno) veljajo.

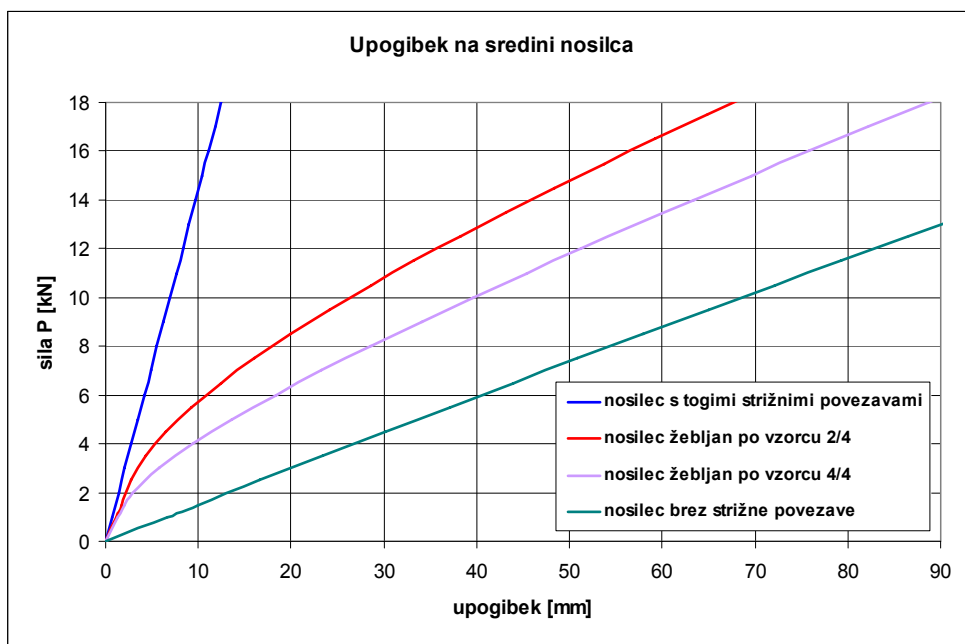
3.6.3 Vpliv strižne povezave med pasnico in stojino na obnašanje sestavljenih I nosilcev

Ugotovili smo, da žebljani nosilci kažejo izrazito nelinearno odvisnost obtežba – upogibek, kar pomeni občutno večji pomik nosilcev z žebljanimi stiki od nosilcev z idealnimi (strižno togimi) stiki pri isti sili. Potrdimo to ugotovitev na primeru našega sestavljenega I nosilca. Izberemo model nosilca iz ploskovnih končnih elementov, ki ga preoblikujemo na dva načina:

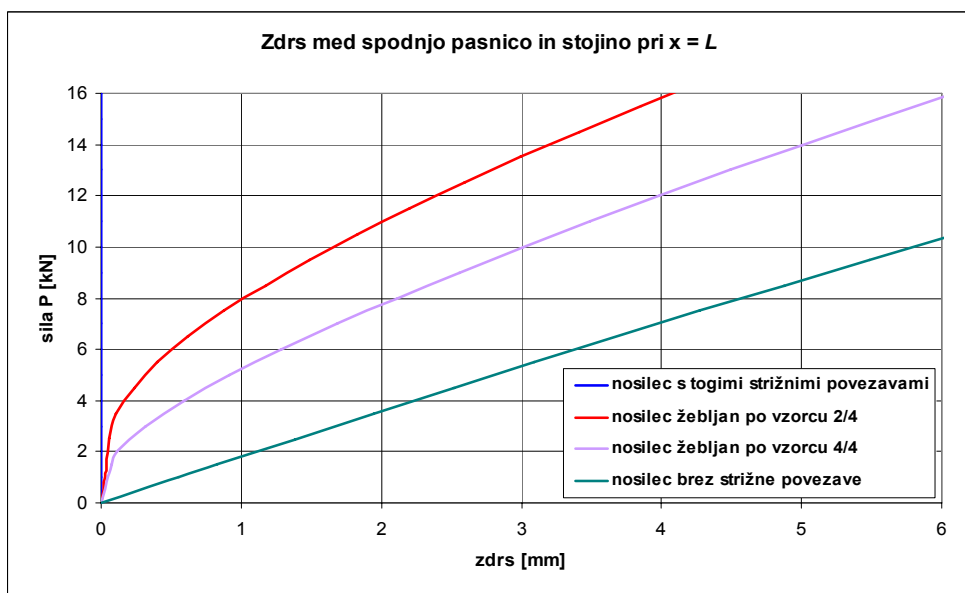
- (i) privzamemo, da je stik med pasnico in stojino strižno popolnoma tog (zdrs je preprečen) – vzmetem pripišemo zelo veliko strižno togost ($k = 10^5$ kN/m)
- (ii) privzamemo, da pasnica in stojina sploh nista povezani in je tako omogočeno medsebojno neodvisno delovanje posameznih slojev (zdrs) – vzmetem ne pripišemo nobene strižne togosti

Primerjava rezultatov zgornjih dveh modelov z rezultati za žebljane I nosilce je prikazana na slikah 3.37 in 3.38. Jasno je razviden vpliv različnega zagotavljanja strižne povezave med pasnico in stojino na obnašanje samega nosilca. Upogibna nosilnost sestavljenih nosilcev je v veliki meri odvisna prav od strižnih povezav med posameznimi sloji. Začetna togost žebljanih nosilcev je praktično enaka kot pri monolitnem nosilcu (idealni stik), a se ta zelo hitro zmanjša pri nekoliko večji obtežbi.

Iz prakse vemo, da se kot vezna sredstva med lesenimi sloji uspešno uporabljajo tudi razna elastomerna lepila, ki lahko zagotavljajo bolj tog stik kot žebli. Čeprav tega primera ne analiziramo, lahko sklepamo, da bi se krivulja sila – pomik za lepljene lesene nosilce bolj približala krivulji monolitnega nosilca kot krivulje, ki smo jih dobili pri analizi žebljanih nosilcev. V primeru takih stikov pa so problemi drugje: starost lepljenega stika ob nanosu obtežbe, lezenje, vplivi na zdravje,...



Slika 3.37: Primerjava rezultatov za upogibek na sredini I nosilca v odvisnosti od obtežbe in strižne togosti stikov med pasnicama in stojino; model iz ploskovnih končnih elementov

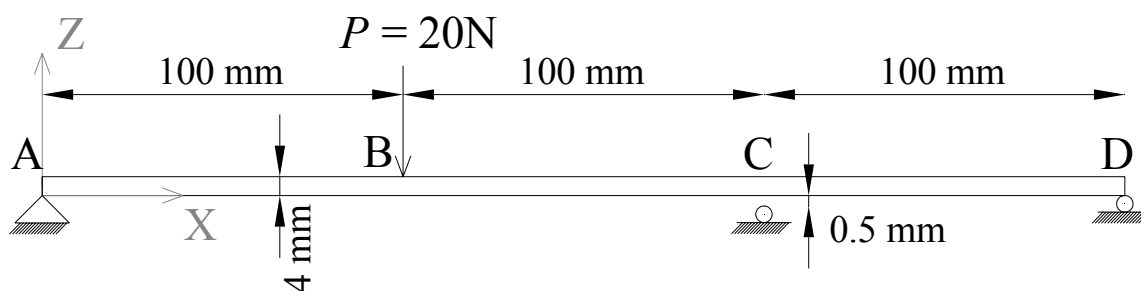


Slika 3.38: Primerjava rezultatov za zdrs med spodnjo pasnico in stojino I nosilca pri $x = L$ v odvisnosti od obtežbe in strižne togosti stikov med pasnicama in stojino; model iz ploskovnih končnih elementov

4 NELINEARNI KONTAKTI V PODPORAH

4.1 Nosilec s kontaktnimi nelinearnostmi na mestih podpor

Obravnavamo primer nosilca (slika 4.1) s kvadratnim prečnim prerezom $b = h = 4$ mm. Material je linearno elastičen z elastičnim modulom $E = 2 \cdot 10^8$ kN/m² in Poissonovim količnikom $\nu = 0.3$. Podpore na mestih C in D lahko prenašajo le tlačne obremenitve. Na začetku se nosilec in podlaga v točki D stikujeta, na mestu C pa v začetku ni kontakta, temveč je 0.5 mm široka špranja. Sila P deluje v točki B in narašča od vrednosti 0 do 20 N.



Slika 4.1: Nosilec brez začetnega kontakta na mestu C in možno izgubo kontakta na mestu podpore D

Celoten problem lahko rešimo analitično po linearni teoriji nosilcev. Za končno stanje pri sili $P = 20$ N se izkaže, da sta aktivni podpore na mestih A in C, medtem ko se na mestu podpore D izgubi kontakt med nosilcem in podporo – nosilec se dvigne. Upogibek nosilca dolžine $L = 200$ mm, podprtega na mestih A in C, na mestu B izračunamo po enačbi $v_B = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} = 0.78$ mm. Temu pomiku pa moramo prišteti še dodatnih 0.25 mm zaradi vertikalnega pomika 0.5 mm na mestu C. Tako znaša celotni končni pomik na mestu B $v_B = 1.03$ mm.

Računalniški model za nosilec (slika 4.2) je po dolžini sestavljen iz 15-ih linijskih končnih elementov, tako da je dolžina enega $l_l = 20$ mm. Ker pričakujemo možne nelinearnosti tako na mestu C kot tudi D, moramo to v modelu upoštevati. Očitno je, da bo nosilec, dokler ne bo

kontakta na mestu C, enostavno podprt na mestih A in D. Ko se bo kontakt na mestu C pojavil, bo nosilec statično nedoločen, saj bo hkrati podprt na mestih A, C in D. Pri večji obtežbi pa se kontakt na mestu D izgubi in nosilec je ponovno statično določen (slika 4.3). Takšno obnašanje v modelu iz končnih elementov opišemo z »Gap« elementi med nosilcem in podlago na mestih C in D. To so nelinearne vzmeti, ki delujejo samo v tlaku in imajo osno togost $k = 5000 \text{ kN/m}$. Začetna velikost špranje na mestu C je 0.5 mm, kar pomeni, da bo vzmet popolnoma neobremenjena dokler se ne bo stisnila za 0.5 mm. Začetna velikost špranje na mestu D pa je 0. Problem analiziramo ravninsko – omogočene so tri prostostne stopnje: U_x , U_z , R_y . Obtežbo (silo P) nanašamo postopoma (v 21-ih korakih) do polne vrednosti $P = 20 \text{ N}$. Geometrijskih nelinearnosti ne upoštevamo.

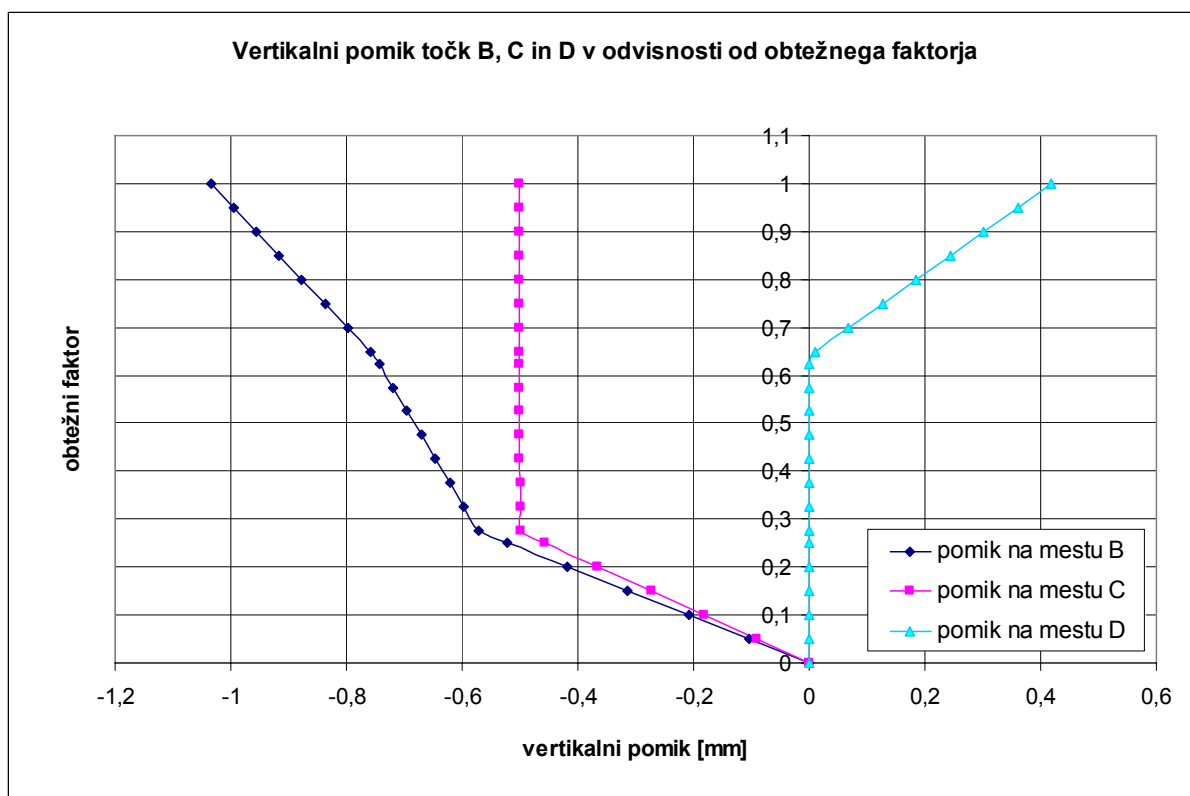


Slika 4.2: Model nosilca v programu SAP2000



Slika 4.3: Deformirana lega nosilca pri polni obtežbi $P = 20 \text{ N}$

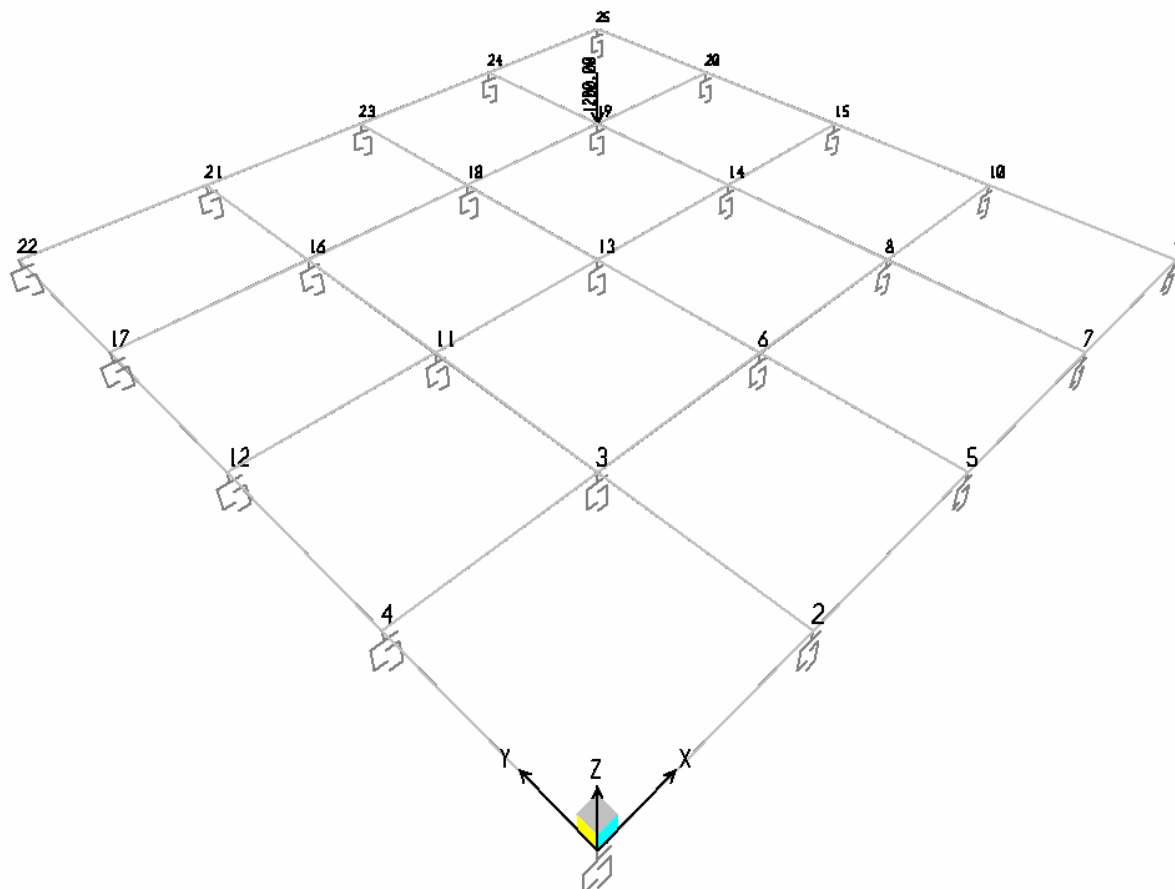
Slika 4.4 prikazuje odvisnost relativna sila – upogibek na mestih B, C in D (dejansko silo P dobimo tako, da pomnožimo silo $P = 20 \text{ N}$ z obtežnim faktorjem). Lepo se vidi, da se togost konstrukcije, ko se kontakt na mestu D izgubi, zelo malo spremeni (zmanjša). Kot smo pričakovali, se točka C pomakne za 0.5 mm navzdol, čeprav rezultati modela kažejo pri polni sili $P = 20 \text{ N}$ (obtežni faktor = 1.0) dejanski pomik $v_C = 0.502 \text{ mm}$. Razlika 0.002 mm je posledica skrčka »Gap« elementa na mestu C, potem ko se je kontakt že vzpostavil.



Slika 4.4: Vertikalni pomiki nosilca na mestih B, C in D v odvisnosti od obtežnega faktorja

4.2 Temeljna plošča na elastični podlagi

V tem poglavju obravnavamo primer temeljne plošče dimenzij 4×4 m. Plošča je iz betona s karakteristikami: $E = 2 \cdot 10^7$ kN/m², $\nu = 0.15$ in debeline $d = 0.20$ m. Temeljna tla modeliramo kot sistem elastičnih vzmeti, ki pa delujejo samo v tlaku in se v nategu izključijo. Za modul reakcije tal izberemo vrednost $K = 5000$ kN/m³. Ploščo modeliramo s šestnajstimi lupinastimi ploskovnimi končnimi elementi dimenzij 1×1 m v ravnini X - Y (slika 4.5). Ploskovni končni elementi so tipa »Plate«. Plošča je najprej obtežena z enakomerno zvezno obtežbo $q = 50$ kN/m², pozneje pa naneseemo še vertikalno koncentrirano silo $P = 1200$ kN, ki deluje v vozlišču 19 (to je ekscentrično glede na ploščo) in povzroči, da del plošče izgubi stik s podlago.

Slika 4.5: Model plošče z oznakami vozlišč oziroma vzmeti in silo P

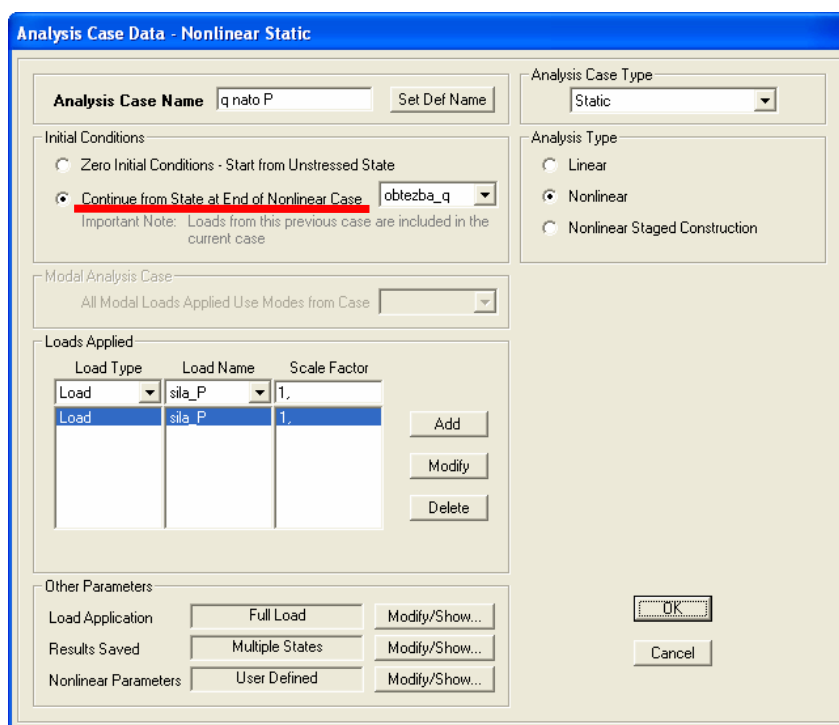
Vzmeti so nelinearne tipa »Gap« in so aktivne le v osni smeri (globalna smer Z), medtem ko so vsi ostali pomiki in zasuki podprtih vozlišč sproščeni. Začetna odprtina vseh vzmeti je 0, tako da se že ob najmanjši tlačni sili vzmeti takoj aktivirajo. Togosti posameznih vzmeti se razlikujejo glede na njihovo lokacijo. Posamezno togost (k) določimo iz modula reakcije tal K in iz pripadajoče površine plošče (A), ki jo posamezna vzmet podpira (enačba (4.1)).

$$k = K \cdot A \quad (4.1)$$

Vogalne vzmeti 1, 9, 22, 25 ($A = 0.25 \text{ m}^2$) imajo togost $k = 1250 \text{ kN/m}$, ostale vzmeti na robovih plošče 2, 5, 7, 10, 15, 20, 24, 23, 21, 17, 12, 4 ($A = 0.50 \text{ m}^2$) imajo togost $k = 2500 \text{ kN/m}$, vse preostale notranje vzmeti 3, 6, 8, 11, 13, 14, 16, 18, 19 ($A = 1.0 \text{ m}^2$) pa imajo togost $k = 5000 \text{ kN/m}$. Analiza je nelinearna z upoštevanjem geometrijske nelinearnosti (P-

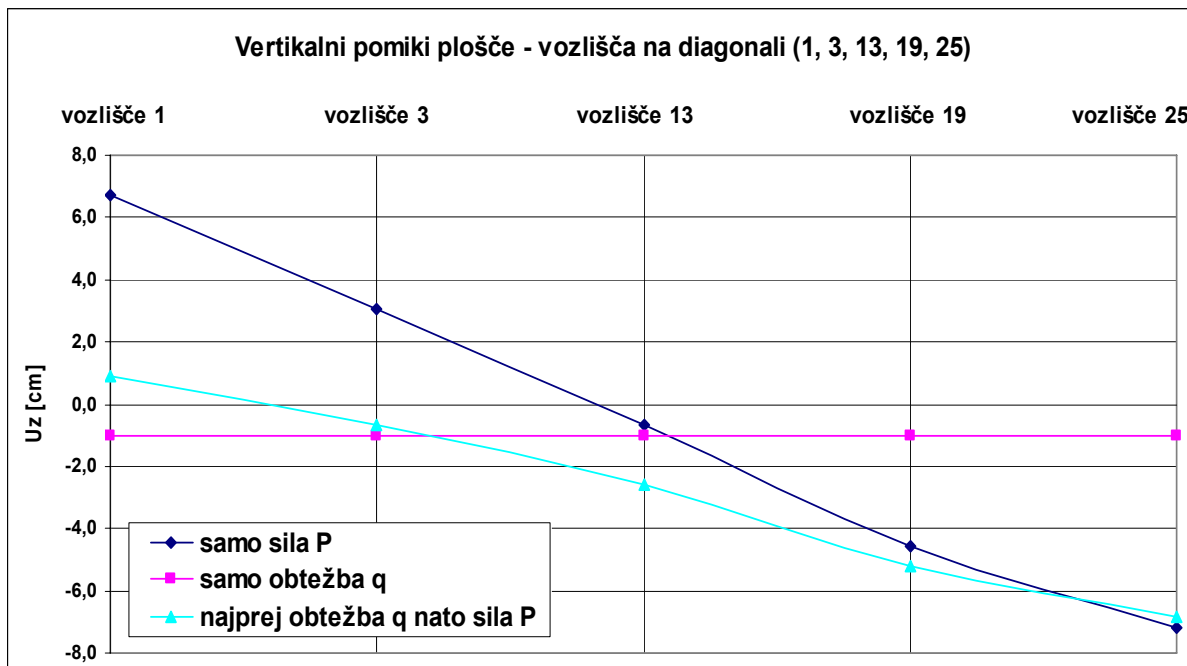
Delta plus veliki pomiki), aktivne prostostne stopnje so tri: U_z , R_x in R_y . Zaženemo tri različne nelinearne analize, kjer vsako od obtežb naneseemo v desetih korakih:

- primer, ko ploščo obremenimo le z enakomerno zvezno obtežbo q
- primer, ko ploščo obremenimo le s koncentrirano silo P
- primer, ko ploščo najprej obremenimo z enakomerno obtežbo q , nato pa še s silo P – začetno stanje analize »sila_P« je končno stanje analize »obtežba_q« (slika 4.6).

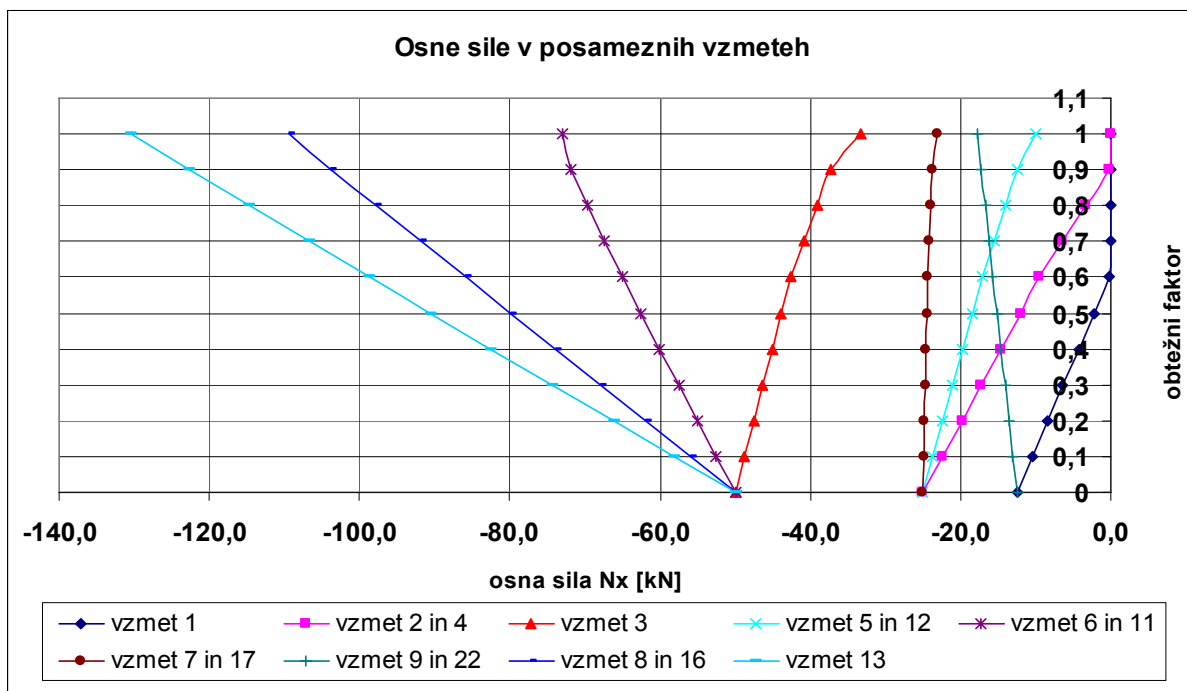


Slika 4.6: Pogovorno okno v programu SAP2000, kjer podamo tip analize

Na sliki 4.7 so prikazani največji vertikalni pomiki plošče in sicer za vozlišča na diagonali 1-25 za vse tri različne analize. Če je plošča obtežena z enakomerno zvezno obtežbo q , se vsa vozlišča plošče posedejo za enak pomik (1.0 cm) – vse vzmeti so tlačene. Sila P pa povzroči, da se del plošče posede (vzmeti so tlačene), del pa jo izgubi stik s podlago (vzmeti se izklopijo). V tretjem primeru pa imajo na začetku vsa vozlišča enak posedek, nakar začne delovati ekscentrična sila P , ki delu plošče še dodatno poveča posedek (tlačene vzmeti), manjši del plošče pa se začne dvigovat (vzmeti se razbremenijo, nekatere se celo izklopijo – slika 4.8 in 4.9).

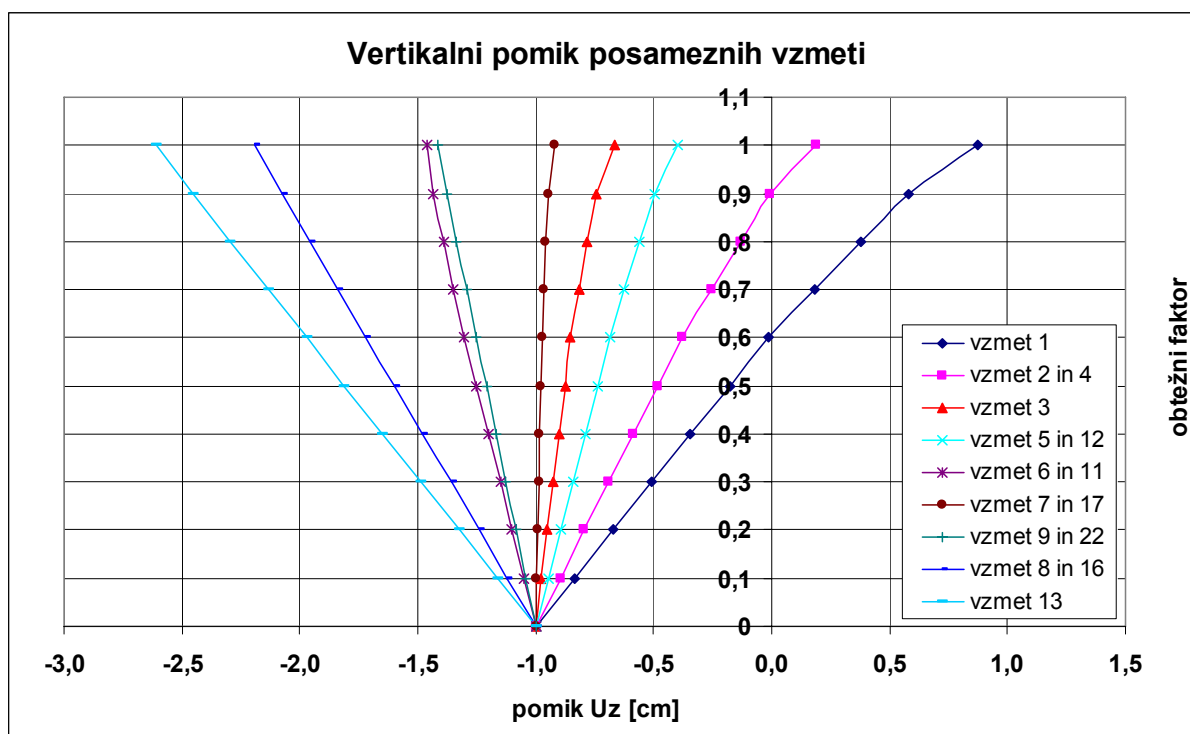


Slika 4.7: Največji vertikalni pomiki vozlišč plošče na diagonali 1-25 za tri različne analize



Slika 4.8: Osne sile v nekaterih vzmeteh v odvisnosti od velikost sile P potem ko je bila obtežba q že v celoti naložena

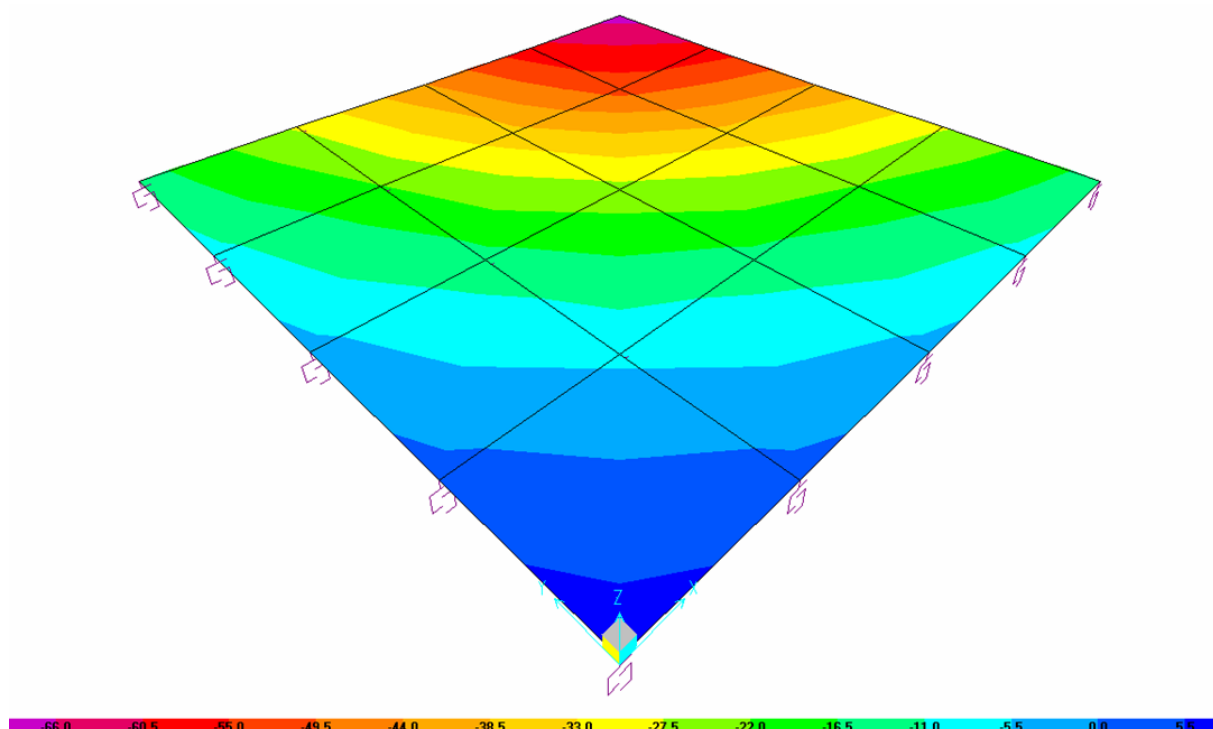
Na sliki 4.7 se lepo vidi tudi vpliv nelinearne analize, kjer vemo, da zakon superpozicije ne velja. V linearni analizi bi bil skupen vertikalni pomik posameznega vozlišča plošče zaradi obtežbe q in sile P kar seštevek obeh pomikov posameznega vozlišča. V nelinearni analizi pa temu ni tako.



Slika 4.9: Vertikalni pomiki nekaterih vzmeti v odvisnosti od velikost sile P potem ko je obtežba q že v celoti naložena

Iz slike 4.9 vidimo, da je odvisnost sila P – pomik za vzmeti, katerim se skrček po nanosu sile P le še povečuje, linearna (ravne črte), medtem ko je pri vzmeteh, ki se zaradi nanosa sile P začno razbremenjevati, ta zveza nelinearna. Nelinearnost pa se ne kaže takoj od samega začetka obremenjevanja s silo P , temveč šele po nanosu določenega deleža le-te (približno 60%) oziroma ko prva vzmet (vzmet številka 1) izgubi stik s podlago in se izključi. Pri nanosu približno 90% sile P , ko stik s podlago izgubijo še dve novi vzmeti (vzmeti številka 2 in 4), se nelinearno obnašanje ostalih vzmeti le še poveča. Nelinearnost je najbolj izrazita v vzmeteh, ki izgubijo stik s podlago in v njim bližnjih vzmeteh.

Na sliki 4.10 je prikazana končna deformirana lega (konture pomikov) primera, ko je bila plošča obtežena najprej z enakomerno zvezno obtežbo q , nato pa še s koncentrirano silo P . Lepo se da razbrati, da del plošče izgubi stik s podlago, kar povzroči, da se vzmeti na tem delu (vozlišče 1, 2 in 4) izklopijo.



Slika 4.10: Največji vertikalni pomiki U_z [mm] plošče potem ko je bila obtežba q že v celoti naložena

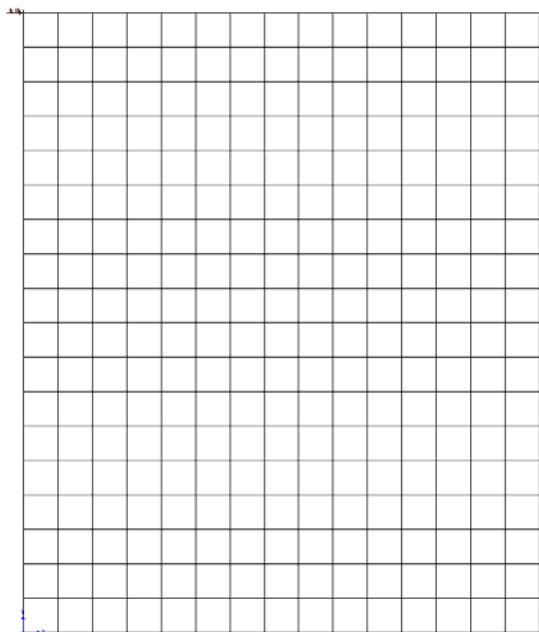
Primer kaže uporabnost vzmeti tipa »Gap« za modeliranje stika med temeljnimi tlemi in konstrukcijo ter upoštevanje postopnega nanosa obtežbe na konstrukcijo. Vzmeti delujejo samo v tlaku in se v primeru nategov izklopijo iz računa, kar pomeni natančnejši model in s tem realnejše rezultate.

5 ANALIZA KAMNITE STENE Z RAZPOKAMI

Velikokrat nas v praksi zanima odziv oziroma nosilnost razpokanih konstrukcijskih elementov. Vemo, da razpokan element nosi veliko manj od nerazpokanega. V tem poglavju obravnavamo primer razpokane kamnite stene, ki jo modeliramo z »Nlink« elementi. Prikazan je koncept uporabe teh elementov pri modeliranju razpok v konstrukcijskih elementih in vpliva razpok. Ideja in materialni podatki so vzeti iz literature (Sorace, Terenzi, 2002).

5.1 Opis problema

Namen naloge je prikazati uporabo nelinearnih kontaktnih končnih elementov (»Nlink« elementi) v primeru modeliranja razpok.



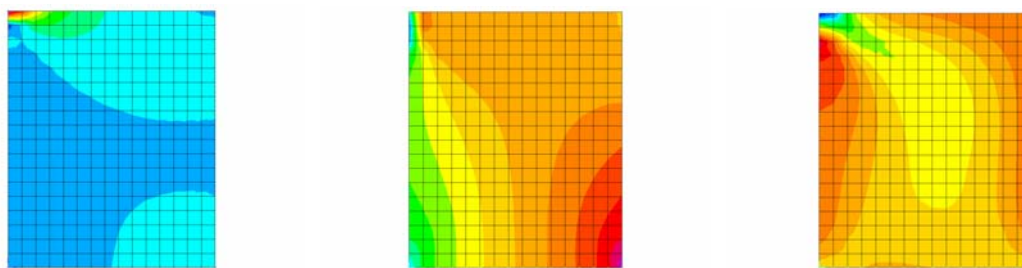
Slika 5.1: Model stene

Obravnavamo preprosto kamnito steno dimenzij $500 \times 600 \times 25$ cm, ki ji v zgornjem levem kotu vsiljujemo pomik v smeri globalne X osi (slika 5.1). Uporabljene materialne karakteristike za kamen so: elastični modul $E = 1.5 \cdot 10^6$ kN/m², Poissonov količnik $\nu = 0.25$ in natezna trdnost $f_t = 140$ kN/m². Radi bi pokazali vpliv razpok na obnašanje oziroma nosilnost

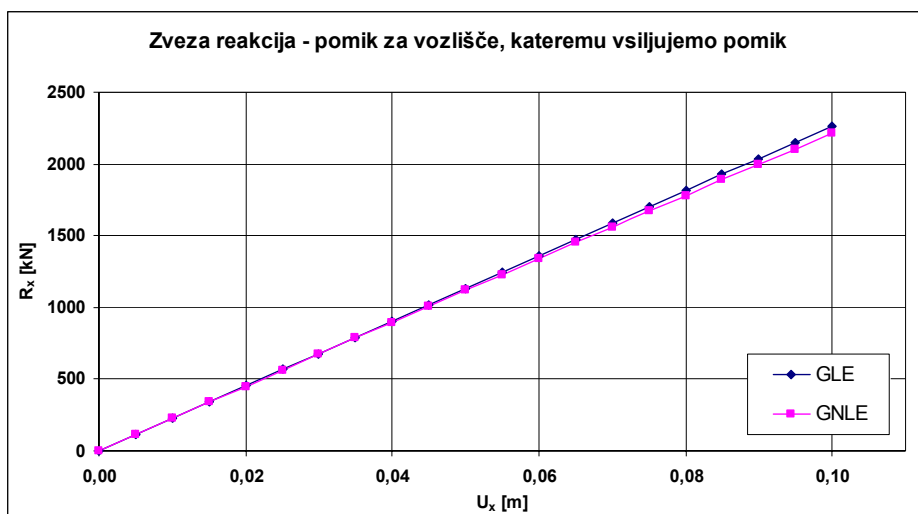
stene. V ta namen naredimo tri modele: model stene brez razpok, model stene z znanimi razpokami ter model stene z znanimi razpokami in drobnimi špranjami z nelinearnimi vzmetmi na mestih potencialnih novih razpok. Steno modeliramo s ploskovnimi končnimi elementi za ravninsko napetostno stanje (Plane Stress) in vključenimi inkompatibilnimi oblikami. Problem obravnavamo v ravnini X - Y , analiza je geometrijsko linearna, aktivni prostostni stopnji sta U_x in U_y . Po dolžini stene (smer X) je 15 končnih elementov, po višini (smer Y) pa 18. Lokalni koordinatni sistem ploskovnih končnih elementov je orientiran enako kot globalni: lokalna os 1 sovpada z globalno X osjo, lokalna os 2 pa z globalno Y osjo. Stena je na spodnjem robu podprta z vrtljivimi nepomičnimi podporami, vozlišče v zgornjem levem kotu pa je podprto v smeri X osi. Temu vozlišču predpišemo pomik $U_x = 10$ cm, ki ga vsiljujemo postopno (v 20 korakih analize). Lastne teže kamnite stene v analizi ne upoštevamo.

5.2 Stena brez razpok

Steno brez razpok modeliramo na običajen način brez nobenih špranj oziroma kontaktnih končnih elementov. Vsi ploskovni končni elementi so enakih dimenzij in sicer kvadrati 33.3×33.3 cm. Ta primer računamo na dva načina; prvič elastično brez geometrijske nelinearnosti – GLE, drugič pa jo upoštevamo (P-Delta plus tenzor velikih deformacij) – GNLE. Slika 5.3 prikazuje primerjavo med rezultati GLE in GNLE; razlike so minimalne. R_x predstavlja reakcijo v vozlišču, ki mu vsiljujemo pomik.



Slika 5.2: Napetosti (po vrsti od leve proti desni) S_{11} , S_{22} in S_{12} [10^3 kN/m²] pri $U_x^{zg.levovozlisce} = 10$ cm; stena brez razpok



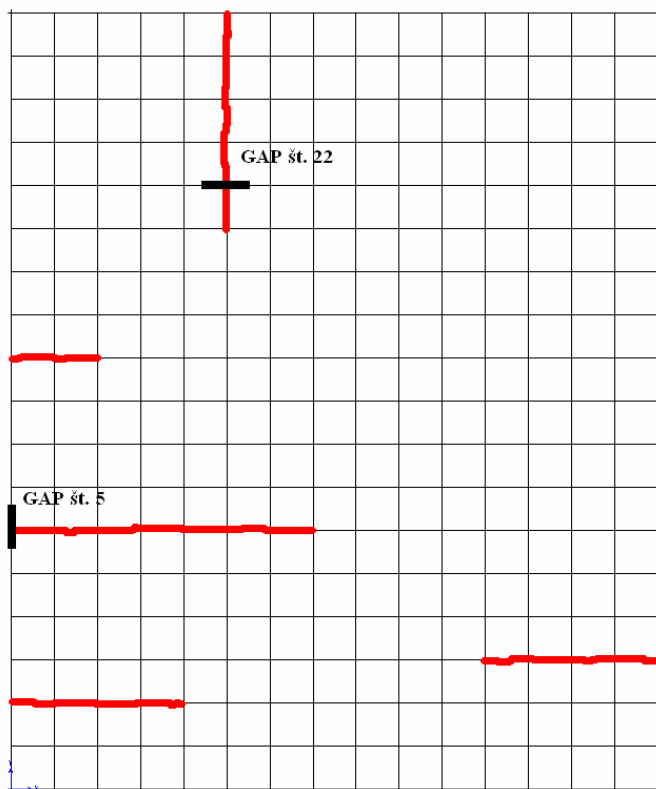
Slika 5.3: Zveza reakcija – pomik za vozlišče, kateremu vsiljujemo pomik za steno brez razpok

Iz slike 5.2 lahko vidimo, da natezne napetosti v steni presežejo natezno trdnost kamna, kar ima za posledico nastanek razpok in zmanjšanje nosilnosti stene.

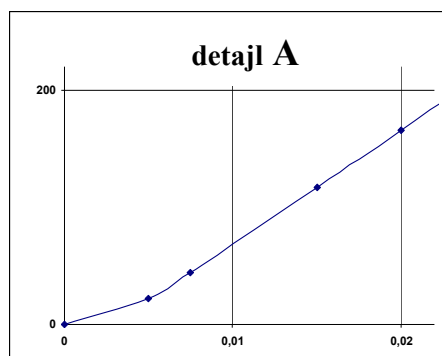
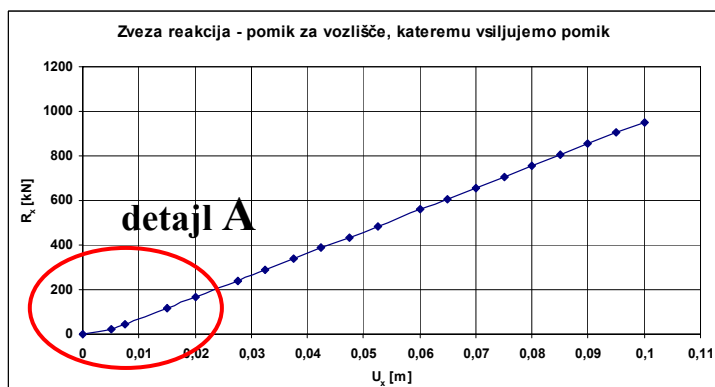
5.3 Stena z znanimi razpokami

Sedaj nas zanima odziv iste stene, le da jo oslabimo z nekaj razpokami. Potek razpok smo si izbrali sami in je razviden iz slike 5.4. Razpoke potekajo po celotni debelini stene, za širino razpok privzamemo 1.0 mm. V modelu moramo zato na mestu razpok napraviti 1.0 mm široko režo in rahlo korigirati geometrijo ploskovnih končnih elementov – sedaj niso več vsi enaki, saj so eni za širino reže ožji, končni elementi na konicah razpok pa niso več pravokotni. Vemo, da lahko razpoka nosi le v tlaku in to šele potem, ko se zapre. To je seveda v modelu potrebno upoštevati. V ta namen uporabimo že znane »Gap« elemente, ki imajo začetno odprtino 1.0 mm, osno togost pa izberemo na osnovi enačbe (3.2). Rezultat te enačbe je togost pripadajočega končnega elementa. Ker pa želimo imeti povezave bolj toge od končnih elementov, moramo togost povečati (faktor 1000). Tako v modelu uporabimo dva »Gap« elementa z dvema različnima tlačnima osnoma togostima: $k_{sredina} = 3.0 \cdot 10^9$ kN/m in $k_{kraj} = 1.5 \cdot 10^9$ kN/m, natezna osna togost pa je seveda nič. V tem primeru geometrijske nelinearnosti ne upoštevamo, edina upoštevana nelinearnost je v vzmeteh. Analiza je torej geometrijsko linearna (GL) in materialno nelinearna. Odziv je razviden iz slike 5.5, kjer lahko vidimo, da se

nelinearnosti pojavijo le pri majhnih vsiljenih pomikih, ko se razpoke zapirajo, pri večjih vsiljenih pomikih pa je odziv linearen.

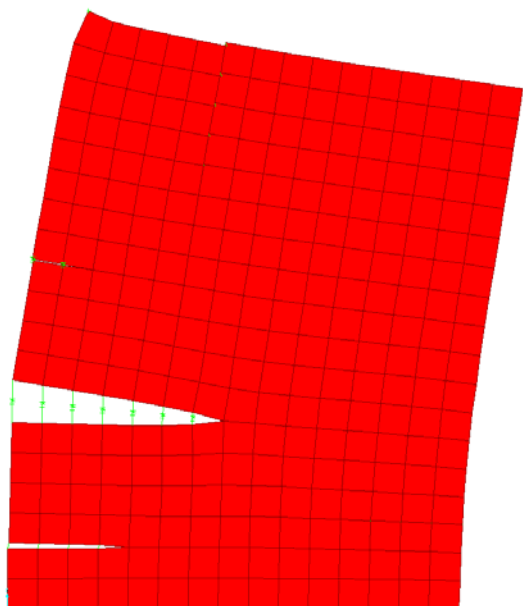


Slika 5.4: Izbran potek razpok po steni in oznake dveh različnih »Gap« vzmeti

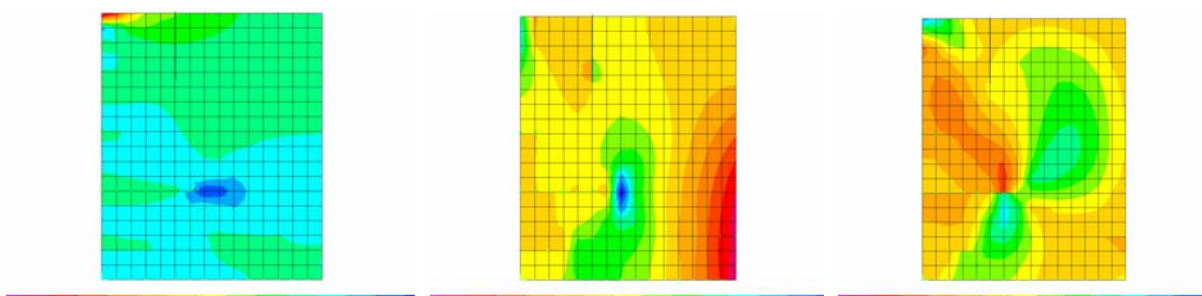


Slika 5.5: Zveza reakcija – pomik za vozlišče, kateremu vsiljujemo pomik za steno z razpokami

Iz slike 5.6 se lepo vidi, kako sta dve razpoki zaprti (desna horizontalna in zgornja vertikalna). Tlačene vzmeti se torej ne deformirajo, saj smo jim pripisali veliko togost. Iz poteka napetosti (slika 5.7) lahko sklepamo na potencialna mesta nastanka novih razpok. Model, ki zajame tudi to, je prikazan v naslednjem podpoglavju.



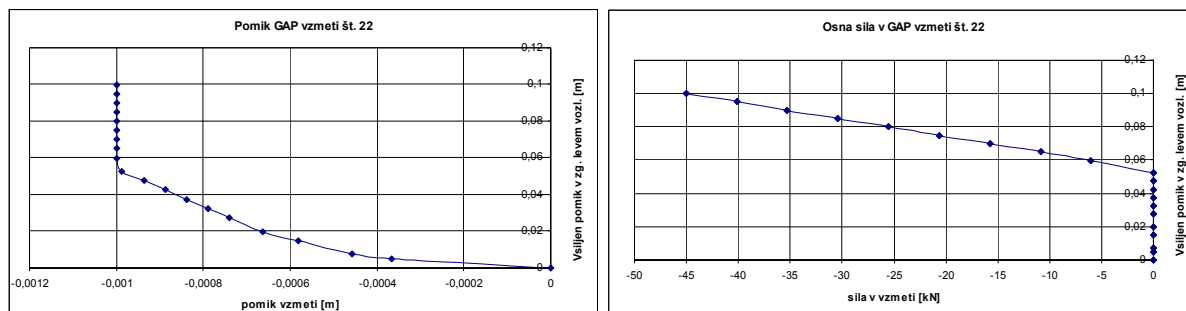
Slika 5.6: Deformirana lega stene z razpokami pri $U_x^{zg.levovozlisce} = 10$ cm (velika povečava)



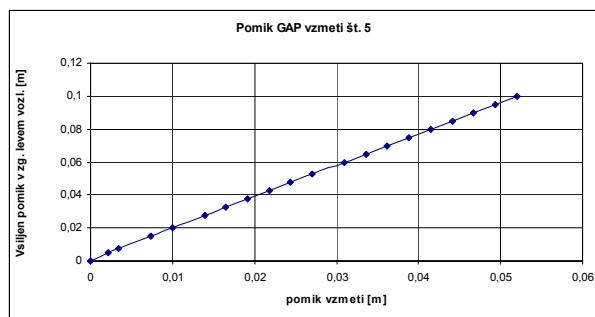
Slika 5.7: Napetosti (po vrsti od leve proti desni) S11, S22 in S12 [10^3 kN/m²] pri $U_x^{zg.levovozlisce} = 10$ cm; stena z razpokami

Na sliki 5.8 je prikazano obnašanje dveh različnih »Gap« vzmeti. Lepo so vidne značilne posebnosti »Gap« vzmeti: osna sila v tlačeni vzmeti se aktivira šele potem, ko se vzmet stisne

za predpisano vrednost (v našem primeru je to širina razpoke 1.0 mm), natezna vzmet pa se aktivira takoj, a nič ne nosi, saj je osna sila v njej nič (iz tega razloga na sliki 5.8b ni diagrama za osno silo).



(a)



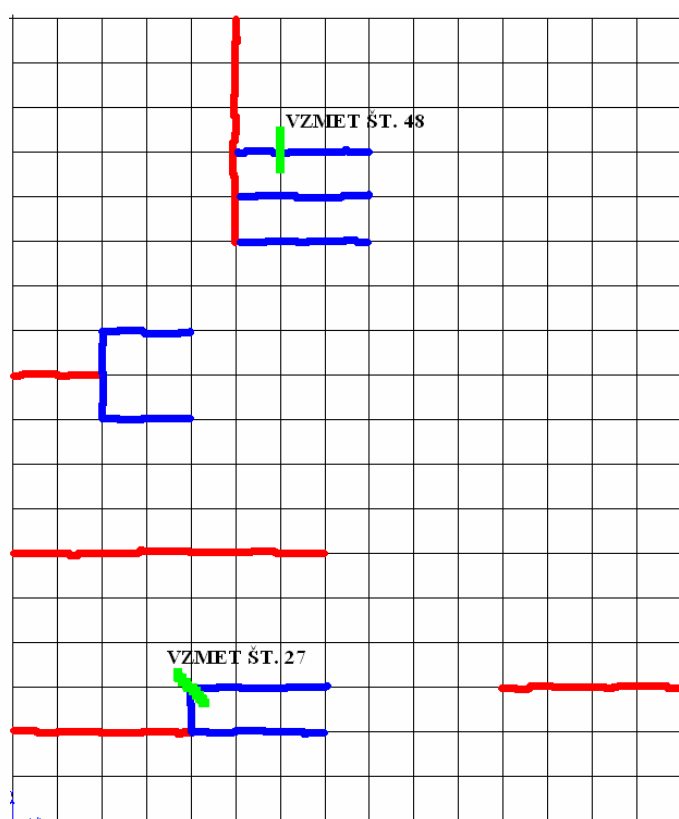
(b)

Slika 5.8: Obnašanje dveh značilnih »Gap« vzmeti: (a) tlačena vzmet št. 22; (b) tegnjena vzmet št. 5

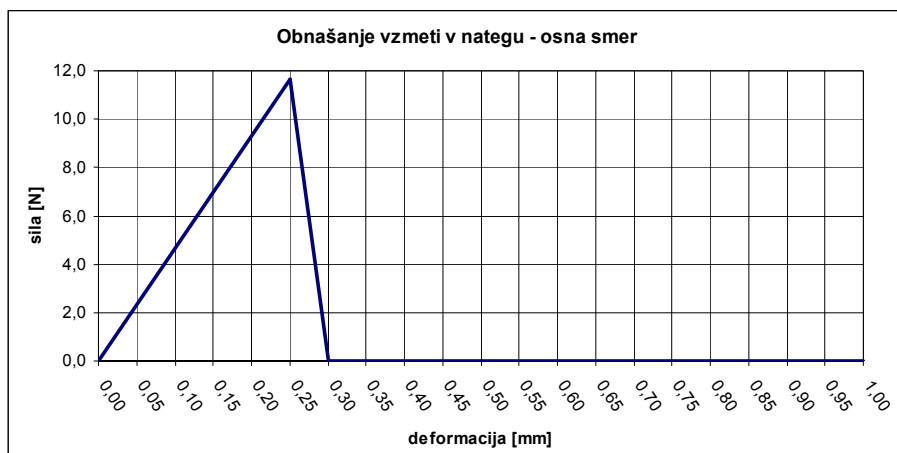
5.4 Stena z znanimi razpokami ter dodatnimi režami in vzmetmi na mestih, kjer bi se lahko aktivirale nove razpoke

V tem primeru analiziramo steno z razpokami iz prejšnjega podpoglavja, le da sedaj predvidevamo nastanek novih razpok oziroma širjenje obstoječih. Mesta nastanka novih razpok lahko predvidimo iz poteka napetosti na sliki 5.7. V modelu upoštevane razpoke oziroma reže so prikazane na sliki 5.9. Na potencialnih mestih nastanka novih razpok vstavimo v modelu drobne reže (1.0 mm). Vozlišča ploskovnih končnih elementov pa povežemo z nelinearnimi vzmetmi, ki so aktivne v dveh smereh – osni in strižni. Privzamemo, da so vzmeti za strig zelo toge, njihovo togost izberemo na osnovi enačbe (3.2)

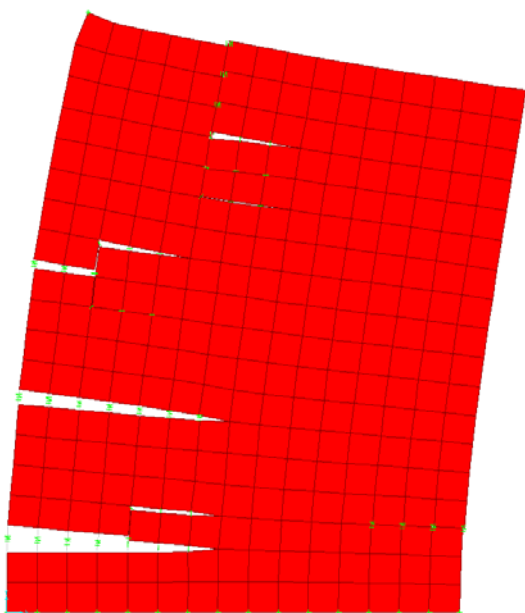
in znaša: $k_{sredina} = 3.0 \cdot 10^9$ kN/m in $k_{kraj} = 1.5 \cdot 10^9$ kN/m. Enake vrednosti privzamemo za tlačno osno togost, osno obnašanje vzmeti v nategu pa določimo iz natezne strižne trdnosti kamna. Natezno osno togost [kN/m] izračunamo tako, da natezno osno trdnost kamna f_t [kN/m²] pomnožimo s pripadajočo dolžino l_l [m], ki jo vzmet pokriva. Deformacijo materiala, ob kateri nastane razpoka, ocenimo na $\delta = 0.25$ mm. Ob znani togosti k in deformaciji δ , lahko silo posamezne vzmeti F ob nastanku razpoke izračunamo po znani enačbi $F = k \cdot \delta$. Že pri malce večji natezni sili pa material nič več ne nosi (slika 5.10).



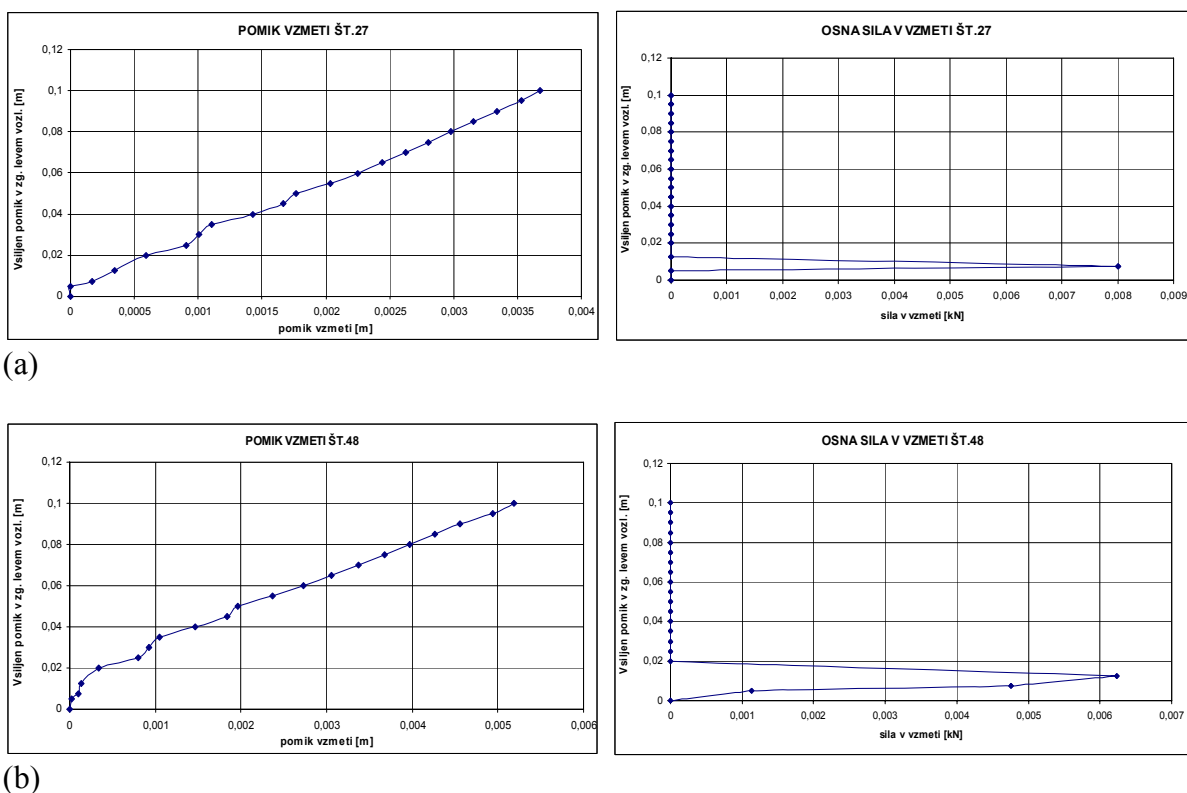
Slika 5.9: Upoštevan potek znanih razpok in potencialna mesta novih razpok po steni z oznakami nekaterih vzmeti



Slika 5.10: Privzeto obnašanje osnovne ($l_l = 33.3$ cm) osne vzmeti v nategu

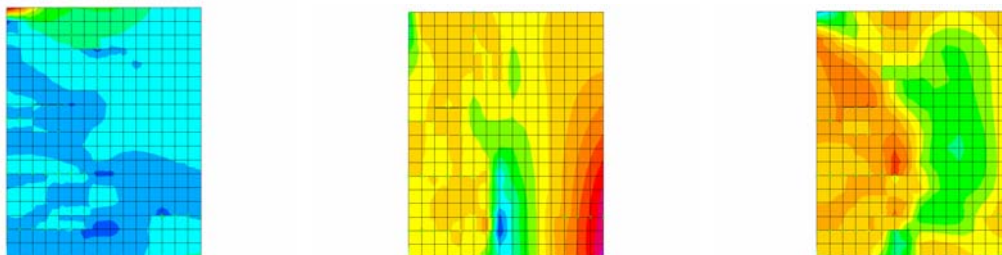


Slika 5.11: Deformirana lega stene z znanimi in potencialnimi razpokami pri $U_x^{zg.levo\ vozlisce} = 10$ cm (velika povečava)



Slika 5.12: Obnašanje nekaterih vzmeti v novih razpokah: (a) vzmet št. 27; (b) vzmet št. 48

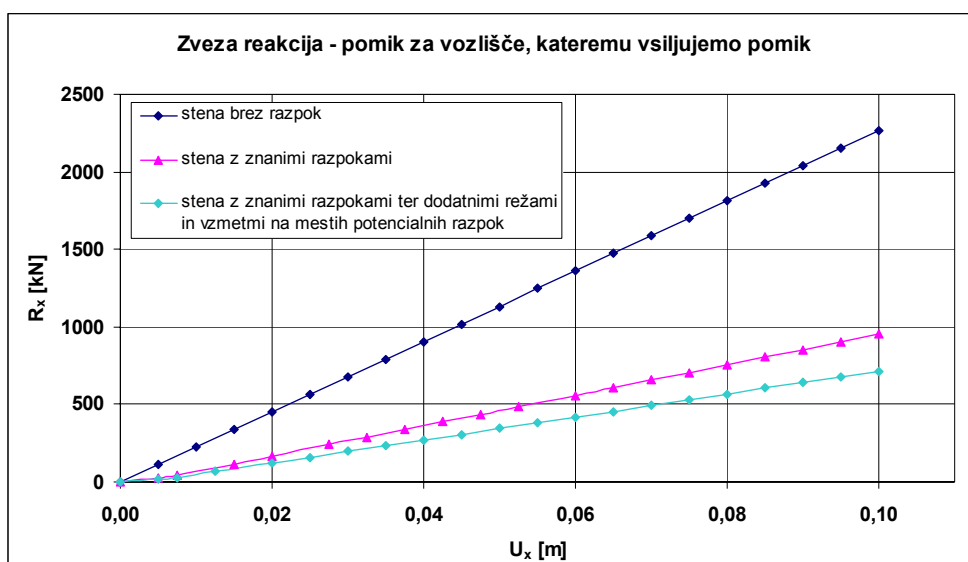
Iz slik 5.11 in 5.12 vidimo, da se nekatere predpostavljene razpoke dejansko aktivirajo, saj je natezna trdnost kamna premajhna, da bi prenesla napetosti zaradi vsiljenega pomika. Opazimo, da se razpoke hitro aktivirajo in da se prej aktivira razpoka na mestu vzmeti št. 27 (razpoka se aktivira pri $U_x^{zg.levo.vozlisce} = 0.75$ cm) kot pa na mestu vzmeti št. 48 (razpoka se aktivira pri $U_x^{zg.levo.vozlisce} = 1.25$ cm). Iz slike 5.12 je vidna še ena značilnost obnašanja razpokane stene in sicer nelinearnost odziva. Obnašanja vzmeti namreč ne opisuje premica, temveč nelinearna krivulja. To je posledica nastajanja novih razpok oziroma izgube nosilnosti v vzmeteh, v katerih pride do prekoračenih nateznih obremenitev. Ker se vzmet št. 48 aktivira, ko je vzmet št. 27 že aktivna, je nelinearnost odziva v primeru vzmeti št. 48 večja. V trenutku nastanka razpoke na mestu vzmeti št. 48 je namreč aktivnih več razpok kot pa v trenutku nastanka razpoke na mestu vzmeti št. 27. Seveda se med obremenjevanjem stene aktivira tudi strižna togost vzmeti, ki pa je velika in tako strig ni problematičen. Zaradi tega se v vzmeteh poleg osnih sil pojavijo tudi strižne sile in majhni upogibni momenti.



Slika 5.13: Napetosti (po vrsti od leve proti desni) S11, S22 in S12 [10^3 kN/m²] pri $U_x^{zg. levo\ vozlišče} = 10$ cm; stena z znanimi in potencialnimi razpokami

5.5 Primerjava dobljenih rezultatov

V primerjavi rezultatov vseh treh modelov pokažemo, kako velik vpliv imajo razpoke na obnašanje in nosilnost stene (slika 5.14). Odziv se v našem primeru v primerjavi s steno brez razpok zmanjša za več kot polovico, saj je pri enaki reakciji R_x (oziroma pri enakem vsiljenem pomiku) zgornjega levega vozlišča pomik U_x stene z razpokami veliko večji. Razlika med modelom z znanimi razpokami in modelom z razpokami ter dodatnimi režami in vzmetmi na mestih potencialnih razpok niti ni tako velika.



Slika 5.14: Primerjava zveze reakcija – pomik za vozlišče, kateremu vsiljujemo pomik

Če primerjamo napetosti v posameznih modelih (slike 5.2, 5.7 in 5.13), ugotovimo, da se zaradi razpok tudi potek napetosti občutno spremeni, razpoke pa povzročijo, da se globalno gledano vrednosti napetosti zmanjšajo, lokalno pa pride do večjih koncentracij napetosti. Največ razpok je posledica nateznih napetosti S_{22} (smer globalne Y osi).

6 ZAKLJUČEK

V nalogi prikažemo takšen način modeliranja stikov med konstrukcijskimi elementi, ki upošteva neidealnosti samih stikov, kot so materialne nelinearnosti, zdrsi, različno obnašanje stika v tlaku in nategu, problem modeliranja razpok in drugih nepopolnosti. Pri tem uporabimo standardne linijske oziroma ploskovne končne elemente in nelinearne vzmeti, ki so na voljo v mnogih komercialnih računalniških programih za analizo po metodi končnih elementov. V nalogi uporabljamo program SAP2000, zato na začetku najprej opišemo vzmeti oziroma vezne elemente, ki jih program ponuja. Vsak »Nlink« element ima šest prostostnih stopenj oziroma vzmeti (za tri pomike in tri zasuke), katera je aktivna, pa določimo sami, s tem ko jim pripišemo določene lastnosti. Le-te podamo v obliki zveze sila – deformacija, ki je lahko tako linearna kot nelinearna.

Uporaba takih vzmeti je prikazana na preprostih primerih, kjer spoznamo podajanje, uporabnost in obnašanje posameznih tipov vzmeti: linearne in nelinearne osne vzmeti, osne vzmeti tipa »Gap«, »Hook« in »Plastic« ter linearne in nelinearne strižne in zasučne vzmeti.

Dobljeni rezultati modeliranja konstrukcijskih elementov z neidealnimi stiki (slojeviti nosilci in nelinearni kontakti v podporah) so primerjani z analitičnimi rešitvami in rešitvami iz literature, kjer so stiki modelirani s specialnimi končnimi elementi. Na splošno dosežemo zelo dobro ujemanje.

Ugotovitve:

- Pomen upoštevanja vzmeti na rezultate (pomiki, notranje sile) je velik. Razlike v obnašanju in posledično v sami nosilnosti med konstrukcijskimi elementi z idealnimi oziroma neidealnimi stiki so precejšnje, kar je posebej prikazano na primeru slojevitih konstrukcijskih elementov (žebljani I nosilci).

-
- Že pri relativno majhnih deformacijah je vpliv geometrijske nelinearnosti velik. Razlike med rezultati (pomiki in notranje sile) geometrijsko linearne in geometrijsko nelinearne analize so očitno prevelike, da bi jih v vsakdanji inženirski praksi lahko zanemarili.
 - V komercialnem računalniškem programu za analizo konstrukcij po metodi končnih elementov SAP2000 je modeliranje neidealnih stikov ugodno, saj omogoča pregledno in enostavno rabo kontaktnih končnih elementov, ki jim lahko pripišemo vrsto lastnosti. Iz primerjave dobljenih rezultatov z rezultati iz literature, kjer so stiki modelirani s specialnimi končnimi elementi, je razvidno, da so razlike majhne, kar kaže na uporabnost standardnih linijskih oziroma ploskovnih končnih elementov in predvsem nelinearnih vzmeti, ki so na voljo v programu SAP2000.
 - Realnejši rezultati; izkaže se namreč, da se z opisanim principom modeliranja mnogo bolj približamo dejanskemu obnašanju konstrukcijskih elementov, kar kaže na smotnost takšnega modeliranja.
 - Seveda pa je pri takšnem modeliranju za doseg realnih rezultatov potrebno poznati lastnosti stikov med posameznimi sloji, kar pomeni poznati konstitutivno zvezo sila – deformacija za posamezen stik. Do le-te pa lahko pridemo le na podlagi dobrih eksperimentov ali pa z natančno nelinearno analizo po metodi končnih elementov.

VIRI

- [1] Bohnhoff, D.R. 1992. Modeling Horizontally Laminated Beams. Madison, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 118, No. 5: pp. 1393-1406 .
- [2] Bohnhoff, D.R., Siegel, C.E. 1991. Bending Strength and Stiffness of Wood I-Beams with Nail and Elastomeric Adhesive Bonding. Madison, Trans. ASAE, Vol. 34, No. 1: pp. 259-268.
- [3] Cook, R.D. 1995. Finite Element Modeling for Stress Analysis. New York, John Wiley & Sons, Inc.
- [4] Čas, B., Saje, M., Planinc, I. 2004. Non-linear finite element analysis of Composite planar frames with an interlayer slip. Computers and Structures, Vol. 82: pp. 1901-1912.
- [5] Girhammar, U.A., Gopu, V.K.A. 1993. Composite Beam-Columns with Interlayer Slip – Exact Analysis. Journal of Structural Engineering ASCE, Vol. 119: pp. 1265-1282.
- [6] Kamiya, F. 1987. Buckling of Sheated Walls: Linear Analysis. Journal of Structural Engineering, Vol. 113: pp. 2009-2022.
- [7] Krawczyk, P., Frey, F., Zieliński, A.P. 2006. Large Deflections of Laminated Beams with Interlayer Slips. Part 1: Model Development. Engineering Computations (v tisku).
- [8] Krawczyk, P., Rebora, B. 2006. Large Deflections of Laminated Beams with Interlayer Slips. Part 2: Finite Element Development. Engineering Computations (v tisku).
- [9] Malvern, L.E. 1969. Introductione to the Mechanics of a Continuous Medium. Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall.

-
- [10] Nagarajaiah, S., Reinhorn, A.M., Constantinou, M.C. 1991. 3D-Basis: Nonlinear Dynamic Analysis of Three-Dimensional Base Isolated Structures: Part II, Technical Report NCEER-91-0005, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, N. Y.
- [11] Park, Y.J., Wen, Y.K., Ang, A.H-S. 1986. Random Vibration of Hysteretic Systems under Bi-Directional Ground Motions, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 14.
- [12] Sap2000 Analysis Reference, Volume I. Berkely, Computers and Structures Inc., 2000.
- [13] Sorace, S., Terenzi, G. 2002. Seismic Evaluation and Retrofit of Historical Churches. Structural Engineering International, Vol. 4/2002: pp. 283-288.
- [14] Srpčič, S. 2003. Mehanika trdnih teles. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 651 str.
- [15] Wen, Y.K. 1976. Method for Random Vibration of Hysteretic Systems, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 102, No. EM2.
- [16] Wilson, E.D. 1997. Three Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures. Berkely, Computers and Structures, Inc.