

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta
za gradbeništvo
in geodezijo



Jamova cesta 2
1000 Ljubljana, Slovenija
<http://www3.fgg.uni-lj.si/>

DRUGG – Digitalni repozitorij UL FGG
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

To je izvirna različica zaključnega dela.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujete na bibliografske podatke, kot je navedeno:

Bradan, T., 2016. Izračun in kartografski prikaz geometričnega središča Slovenije. Diplomaska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. (mentor Petrovič, D., somentor Kozmus Trajkovski, K.): 59 str.

Datum arhiviranja: 18-07-2016

University
of Ljubljana

Faculty of
Civil and Geodetic
Engineering



Jamova cesta 2
SI – 1000 Ljubljana, Slovenia
<http://www3.fgg.uni-lj.si/en/>

DRUGG – The Digital Repository
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

This is original version of final thesis.

When citing, please refer to the publisher's bibliographic information as follows:

Bradan, T., 2016. Izračun in kartografski prikaz geometričnega središča Slovenije. B.Sc. Thesis. Ljubljana, University of Ljubljana, Faculty of civil and geodetic engineering. (supervisor Petrovič, D., co-supervisor Kozmus Trajkovski, K.): 59 pp.

Archiving Date: 18-07-2016

Univerza
v Ljubljani
Fakulteta za
*gradbeništvo
in geodezijo*



Jamova 2
1000 Ljubljana, Slovenija
telefon (01) 47 68 500
faks (01) 42 50 681
fgg@fgg.uni-lj.si

UNIVERZITETNI ŠTUDIJSKI
PROGRAM GEODEZIJA
SMER PROSTORSKA
INFORMATIKA

Kandidatka:

TINA BRADAN

**IZRAČUN IN KARTOGRAFSKI PRIKAZ
GEOMETRIČNEGA SREDIŠČA SLOVENIJE**

Diplomska naloga št.: 986/PI

**CALCULATION AND CARTOGRAPHIC PRESENTATION OF
GEOMETRIC CENTER OF SLOVENIA**

Graduation thesis No.: 986/PI

Mentor:

doc. dr. Dušan Petrovič

Somentor:

asist. dr. Klemen Kozmus Trajkovski

Ljubljana, 04. 07 2016

STRAN ZA POPRAVKE

Stran z napako

Vrstica z napako

Namesto

Naj bo

Spodaj podpisani/-a študent/-ka _____, vpisna številka _____, avtor/-ica
pisnega zaključnega dela študija z naslovom: _____

IZJAVLJAM

1. *Obkrožite eno od variant a) ali b)*

- a) da je pisno zaključno delo študija rezultat mojega samostojnega dela;
 - b) da je pisno zaključno delo študija rezultat lastnega dela več kandidatov in izpolnjuje pogoje, ki jih Statut UL določa za skupna zaključna dela študija ter je v zahtevanem deležu rezultat mojega samostojnega dela;
2. da je tiskana oblika pisnega zaključnega dela študija istovetna elektronski obliki pisnega zaključnega dela študija;
3. da sem pridobil/-a vsa potrebna dovoljenja za uporabo podatkov in avtorskih del v pisnem zaključnem delu študija in jih v pisnem zaključnem delu študija jasno označil/-a;
4. da sem pri pripravi pisnega zaključnega dela študija ravnal/-a v skladu z etičnimi načeli in, kjer je to potrebno, za raziskavo pridobil/-a soglasje etične komisije;
5. soglašam, da se elektronska oblika pisnega zaključnega dela študija uporabi za preverjanje podobnosti vsebine z drugimi deli s programsko opremo za preverjanje podobnosti vsebine, ki je povezana s študijskim informacijskim sistemom članice;
6. da na UL neodplačno, neizključno, prostorsko in časovno neomejeno prenašam pravico shranitve avtorskega dela v elektronski obliki, pravico reproduciranja ter pravico dajanja pisnega zaključnega dela študija na voljo javnosti na svetovnem spletu preko Repozitorija UL;
7. da dovoljujem objavo svojih osebnih podatkov, ki so navedeni v pisnem zaključnem delu študija in tej izjavi, skupaj z objavo pisnega zaključnega dela študija.

V/Na: _____

Datum: _____

Podpis študenta/-ke:

BIBLIOGRAFSKO – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

UDK:	528.9:623.64(497.4)(043.2)
Avtor:	Tina Bradan
Mentor:	doc. dr. Dušan Petrovič
Somentor:	asist. dr. Klemen Kozmus Trajkovski
Naslov:	Izračun in kartografski prikaz geometričnega središča Slovenije
Tip dokumenta:	Diplomsko naloga – univerzitetni študij
Obseg in oprema:	59 str., 21 pregl., 30 sl., 26 en., 5 pril.
Ključne besede:	geometrično središče, metoda, izračun, težišče, kartografski prikaz

Izvelek

Diplomska naloga obravnava izračun geometričnega središča izbranega območja s primeri iz tujine in Slovenije. Predstavljenih in primerjanih je več metod izračuna oz. pridobitve središča s pripadajočimi pogoji izbire območja in podatkov. Vmesni rezultati naloge so izračunane, primerjane in kartografsko prikazane koordinate geometričnega središča Slovenije pridobljene z uporabo nekaterih opisanih metod pri vključitvi različnih območij in podatkov. Kot končni rezultat so podane koordinate geometričnega središča Slovenije izračunane po analitični metodi, kjer je meja območja podana s poligonalno črto.

BIBLIOGRAPHIC – DOCUMETALISTIC INFORMATION AND ABSTRACT

UDC: 528.9:623.64(497.4)(043.2)
Author: Tina Bradan
Supervisor: assist. prof. Dušan Petrovič, Ph.D.
Cosupervisor: assist. Klemen Kozmus Trajkovski, Ph.D.
Title: Calculation and Cartographic presentation of geometric center of Slovenia
Document type: Graduation Thesis – University studies
Scope and tools: 59 p., 21 tab., 30 fig., 26 eq., 5 ann.
Keywords: geometric center, method, calculation, center of gravity, cartographic presentation

Abstract

Graduation thesis discusses calculation of geometric center for a chosen area with examples from abroad and Slovenia. Presented and compared are several methods for calculating or determining the geometric center with associated conditions for area and data selection. The preliminary results are calculated, compared and cartographically displayed coordinates of the geometric center of Slovenia obtained by using some of the described methods with the integration of different areas and data. The final results of the thesis are coordinates of the geometric center of Slovenia calculated with the use of the analytical method where the border of an area consist of a polygonal line.

ZAHVALA

Iskreno se zahvaljujem mentorju doc. dr. Dušanu Petroviču in somentorju asist. dr. Klemnu Kozmusu Trajkovskemu za vodenje in pomoč pri izdelavi diplomske naloge.

Posebna zahvala velja moji družini, ki me je moralno in finančno podpirala v času študija.

KAZALO VSEBINE

1 UVOD	1
2 ZGODOVINA IN PREGLED	2
2.2 Središče Evrope.....	2
2.2.1 Središča Evrope nekoč	2
2.2.2 Središča Evrope v novejšem času.....	3
2.2.3 Središča Evropske unije.....	4
2.3 Središča nekaterih evropskih držav	5
2.3.1 Središča Nemčija	5
2.3.2 Središča Srbije	7
2.3.3 Jugoslavija.....	9
2.3.4 Nizozemski projekt določitve središč držav	10
2.3.5 Park, ki povezuje središča Evrope v Litvi.....	11
2.3.6 Seznam središč držav v Evropi.....	12
2.4 Slovenija.....	13
2.4.1 GEOSS.....	13
2.4.2 Geometrijsko središče občine Škocjan	15
3 METODE.....	17
3.1 Grafično-analitična metoda izračuna težišča	18
3.1.1 Izračun težišča poljubno oblikovanega lika	18
3.1.2 Izračun površine in težišča trapeza.....	19
3.2 Metoda skrajnih točk - središče očrtanega pravokotnika (grafična metoda).....	22
3.3 Metoda skrajnih točk - središče očrtanega pravokotnika (analitična metoda).....	23
3.4 Določitev težišča z uravnoteženjem enakomernega ravninskega lika na buciki.....	24
3.5 Določitev težišča enakomernemu ravninskemu liku s pomočjo grezila	25
3.6 Določitev geometričnega središča z analitično metodo na podlagi meje, podane s poligonalno črto.....	26
3.7 Metoda izočrt.....	31
3.8 Metoda translacije	31
3.9 Kombinirana metoda.....	32
3.10 Primerjava metod	33
4 NOV IZRAČUN SREDIŠČA SLOVENIJE	37
4.1 Območje.....	37

4.1.1 Kratak opis območja Slovenije	38
4.2 Podatki, uporabljeni pri izračunu središča	39
4.2.1 Uporabljeni viri	40
4.2.2 Opis podatkov	40
4.2.2.1 Karta Slovenije v merilu 1 : 250 000	40
4.2.2.2 Evidenca državne meje	40
4.2.2.3 Zemljiški kataster – parcele ob državni meji	41
4.2.2.4 Meja katastrskih občin ob državni meji	42
4.2.2.5 Prikaz nekaterih razlik, ki se pojavijo med podatki	42
4.3 Obdelava nekaterih podatkov	43
4.3.1 Obdelava poligona slovenske meje – evidenca državne meje	44
4.3.2 Obdelava sloja katastrskih občin	44
4.3.3 Obdelava sloja zemljiškega katastra	44
4.4 Izračun, primer izračuna, rezultati	45
4.4.1 Središče očrtanega pravokotnika (analitična metoda)	45
4.4.2 Središče očrtanega pravokotnik (grafična metoda)	46
4.4.3 Določitev geometričnega središča z analitično metodo na podlagi meje Slovenije podane s poligonalno črto (zaključeno lomljeno črto)	46
4.5 Pretvorba koordinat središča Slovenije, ki ga je izračunal urad nizozemskega katastra pred izvedbo projekta At Home Anywhere	47
5 PRIMERJAVA REZULTATOV	48
5.1 Rezultati in primerjava	48
5.1.1 Sprememba območja	49
5.1.2 Različni podatki	50
5.1.3 Različni metodi	51
5.1.4 Ostali primeri	51
5.2 Izbira meje območja, metode in podatkov	52
5.2.1 Izbira metode	52
5.2.2 Izbira območja	53
5.2.3 Izbira podatkov	53
5.3 Položaj središča Slovenije ponovnega izračuna	54
6 ZAKLJUČEK	55
VIRI	57
PRILOGA	

KAZALO SLIK

Slika 1: Prikaz nekaterih središč kontinenta Evrope	3
Slika 2: Obeležje središča Evrope v bližini mesta Purnušškės, Litva	4
Slika 3: Sprememba položaja središča Evropske unije zaradi pridruževanja novih članic	5
Slika 4: Informativna deska, na kateri je opisano, katere so bile možne metode za izračun ali določitev središča dežele Brandenburg ter opis metode določitve	7
Slika 5: Metoda skrajnih točk prikazana na primeru Republike Srbije.....	7
Slika 6: Prikaz določitve središč s pomočjo izočrt na primeru Republike Srbije.....	8
Slika 7: Grafični prikaz uporabe integralne metode.....	8
Slika 8: Grafični prikaz lokacije središč različnih območij v Srbiji.....	9
Slika 9: Središče Slovenije v naravi, iz publikacije Monuments for a Moment	11
Slika 10: Tematski park v Litvi »Gravity of Centers«.	11
Slika 11: Pomnik GEOSS	15
Slika 12: Grafični prikaz geometrijskega središča občine Škocjan.....	16
Slika 13: Lik L razdeljen na manjše like L_i , s težišči $T_i(x_i, y_i)$, $i=1, \dots, n$	19
Slika 14: Razdelitev območja Slovenije na trapeze	19
Slika 15: Skica trikotnika	20
Slika 16: Središče očrtanega pravokotnika, vzporednega koordinatnim osem in pravokotnika pod kotom 45° glede na koordinatno os (grafična metoda)	23
Slika 17: Poizkus uravnoveženja »Slovenije« na igli	25
Slika 18: Prikaz del postopka pridobitve središča s pomočjo grezila	25
Slika 19: Primer določitev središča lika v obliki Slovenije z grezilom.....	26
Slika 20: Skica obravnavanega ravninskega območja D , podanega s poligonalno črto.....	29
Slika 21: Skica obravnavanega ravninskega območja D z »luknjo«, podanega s poligonalno črto....	30
Slika 22: Skica obravnavanega ravninskega območja D z »otočkom«, podan s poligonalno črto	30
Slika 23: Primer metode izočrt.....	31
Slika 24: Primer translacije	32
Slika 25: Primer kombinirane metode.....	32
Slika 26: Enklava blizu Brezovice pri Metliki	39
Slika 27: Eksklava blizu Lendave	39
Slika 28: Primerjava podatkov poligona parcel ob meji (zemljiški kataster) in poligona slovenske meje (evidenca državne meje).....	42
Slika 29: Primerjava podatkov poligona katastrskih občin in poligona parcel zem. kat. - ob obali.....	43
Slika 30: Primerjava podatkov poligona državne meje, poligona katastrskih občin in poligona parcel zemljiškega katastra - Prekmurje	43

KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 1: Središča Evropske unije	4
Preglednica 2: Središča Nemčije izračunana po različnih metodah in različno zajetih območjih	6
Preglednica 3: Geografske koordinate središč štirih območij	9
Preglednica 4: Seznam središč držav v Evropi ter uporabljene metode.....	12
Preglednica 5: Rezultati izračuna središča občine Škocjan.....	16
Preglednica 6: Primerjava metod	34
Preglednica 7: Gauss-Krügerjeve koordinate skrajnih točk Slovenije).....	45
Preglednica 8: Pridobljene koordinate središča štirikotnika	46
Preglednica 9: Primer preglednice v programu Excel.....	46
Preglednica 10: Rezultati izračuna geometričnega središča z analitično metodo na podlagi meje Slovenije, podane s poligonalno črto pri uporabi različnih podatkov in območji	47
Preglednica 11: Koordinate središč Slovenije (obstoječe, izračunane).....	48
Preglednica 12: Razlika v položaju središča - z morjem in brez morja	49
Preglednica 13: Razlika v položaju središča - brez/z eksklavo in enklavo	49
Preglednica 14: Sprememba položaja središča glede na dodano mejo med morjem in kopnem	49
Preglednica 15: Razlika v položaju središča pri uporabi podatkov zemljiškega katastra pri različnih območjih - brez in z nespornimi zemljišči	50
Preglednica 16: Razlika v položaju središča pri različni virih podatkov	50
Preglednica 17: Razlika v položaju središča pri različnih metodah – skrajne točke (središče očrtanega štirikotnika) in analitično metodo na podlagi meje, podane s poligonalno črto.....	51
Preglednica 18: Razlika v položaju središča postavljenega pomnika GEOSS in izračunanega središča GEOSS-a	51
Preglednica 19: Primerjava med grafično in analitično metodo skrajnih točk Slovenije (središče očrtanega pravokotnika).....	51
Preglednica 20: Razlika v položaju središča Slovenije glede na GEOSS po različnih metodah	52
Preglednica 21: Položajna natančnost uporabljenih podatkov	53

SEZNAM PRILOG:

PRILOGA A: Kartografski prikaz lege izračunanih središč

Priloga A.1: Položaji središč na pregledni karti Slovenije

Priloga A.2: Položaji središč glede na GEOSS

Priloga A.3: Položaji središč pri spremembi podatkov

Priloga A.4: Položaj središča izračunanega po območju z upoštevanjem meje na morju

Priloga A.5: Položaja središč izračunana z uporabo metode skrajnih točk - središče očrtanega pravokotnika (grafična, analitična metoda)

1 UVOD

Geodezija je veda, ki se ukvarja z merjenjem in s prikazovanjem površine Zemlje. Znanje in tehnologija, razvita na področju geodezije, se uporabljata tudi na mnogih drugih znanstvenih in tehničnih področjih (pri matematiki, v medicini, v vojski, v fotografiji, pri gradnji, idr.). Eno izmed področij delovanja geodezije je tudi poljudno znanstveno področje, kamor v nekaterih državah uvrščajo izračun geometričnega središča (območja) države, občine, kontinenta, itd. Na poljudno znanstvenem področju metode vedno niso najbolj dosledne in rezultati lahko tudi odstopajo od izračunov ter so predmet dogovora in tudi politike. Pomembno je, da ljudje razumejo koncept središča države in da se lahko z njim poistovetijo. Geodeti se trudimo, da bi tudi to področje na podlagi znanosti čim bolj natančno ovrednotili.

Središče Slovenije je bilo izračunano že leta 1981, razlog za ponoven izračun pa je razvoj novih tehnologij in s tem povezanim razvoj novih GIS orodij (geografski informacijski sistemi), razvoj novih metod za izračun površin in težišč, natančnejši in obsežnejši zajem podatkov o prostoru v digitalno obliko ter razvoj zmogljivejših računalnikov - zmogljivejši procesorji in grafične kartice, večje kapacitete trdih diskov za shranjevanje velikih količin podatkov, hitrejši izračun in podrobnejši način prikazovanja površja ter razmestitev naravnih, družbenih in ekonomskih pojavov.

V diplomski nalogi bomo na kratko predstavili pomen geometričnega središča nekega območja (države). Na kratko bomo opisali začetke določevanja središč kontinenta Evrope, Evropske unije in nekaterih evropskih držav. Predstavili bomo več metod, kako določiti in izračunati središče območja države. Na novo bomo določili središče Slovenije z več različnimi podatki in metodami. Rezultate bomo ovrednotili (analizirali) in prikazali na kartah ter v preglednicah.

2 ZGODOVINA IN PREGLED

Preden se posvetimo sedanosti, se moramo poglobiti v zgodovino za razumevanje, kaj ljudi motivira k izračunu središča države ali nekega drugega območja in izdelavi pomnika središča za prihodnje generacije. V tem poglavju predstavljamo kakšni in kje so začetki izračuna geometričnega središča, katere metode in podatke so uporabili za izračun, kako in katero območje je bilo izbrano v ostalih evropski državah. Na katere težave so naleteli in kakšen pomen imajo središča za ljudi. Iz geodetskega vidika so nas zanimale predvsem metode, izbira območja in podatkov. V tem poglavju bomo naštelil nekaj metod, ki so jih uporabili za izračun in pridobitev središča nekega območja.

2.2 Središče Evrope

Središče Evrope je bilo izračunano še pred izračuni središč posameznih držav. Možna razlaga za to leži v tem, da so naravne geografske meje Evrope (približna meja) znane že od nekdaj. Posamezne državne meje pa so se zaradi dinamike političnih odnosov neprestano spreminjale, kar je onemogočalo določitev mejnih točk.

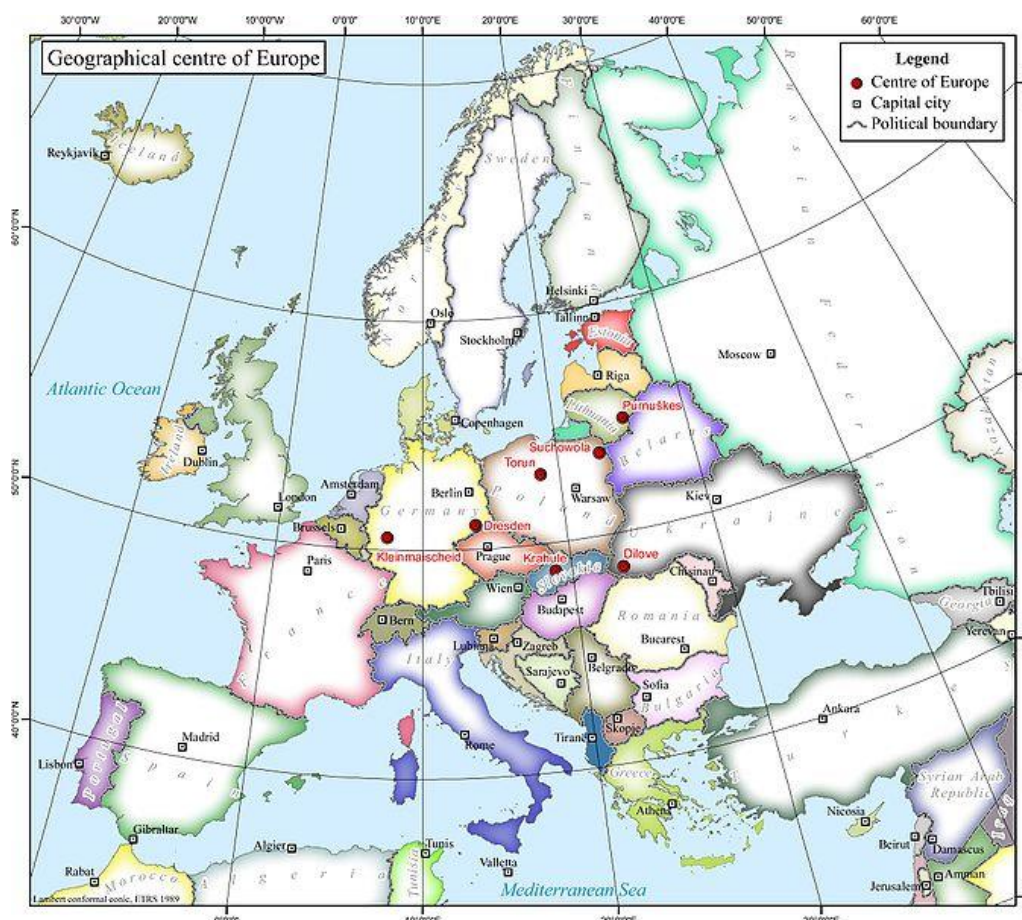
2.2.1 Središča Evrope nekoč

Prvo znano središče Evrope leži v mestecu Suchwola (na severovzhodu Poljske) in je bilo določeno leta 1775. Izračunal ga je poljski kartograf in astronom Szymon Antoni Sobiekrajski po metodi skrajnih točk. Uporabljene skrajne točke Evrope so Rt Porsanger (Norveška), Rt Matapan (Grčija), Cabo de São Vicente (Portugalska) in najvzhodnejša točka Urala (Rusija). Središče so dobili na sečišču daljic, ki povezujeta naštetje skrajne točke (sever – jug in vzhod - zahod). (Ivakhiv, 2006)

Sledili so izračuni avstrijskih geografov, ki so središče Evrope postavili na hribček Dylen (Tillenbergl) v današnji Češki. Središče so označili z bakreno ploščo in tako ta točka še danes privablja turiste v vasi in mesta, ki se nahajajo v okolici središča.

Obstajalo je še veliko krajev, za katere so trdili, da so središče Evrope. Leta 1887 je bilo v bližini mesta Rachiw (Ukrajina) pri gradnji železnice s pomočjo meritev geodetov postavljeno obeležje, ki je označevalo središče Evrope, ki so ga nato izračunali in potrdili dunajski znanstveniki. Možni ostali kraji za središče so bili tudi Krahule (Slovaška; izračunali Slovaki), Dresden (Nemčija; izračunali in izmerili Nemci) ter ponovno Rachiw (Ukrajina; izračunali v Sovjetski zvezi), Sovjetska zveza je po drugi svetovni vojni celo promovirala kraj Rachiw kot edino pravo središče Evrope. (Središče Evrope, 2015)

Razlog za obstoj več središč je subjektiven, saj je bil odvisen od izbranih posameznikov (posamezne države in ljudi, ki so bili odgovorni za določitev) in njihove izbire metode izračuna ter mejnih točk območja. Hkrati je bil velik problem natančna določitev območja Evrope.



Slika 1: Prikaz nekaterih središč kontinenta Evrope: Dilove (Rakhiw, Ukrajina), Krahuľa (Slovaška), Dresden in Kleinmaischeid (Nemčija), Toruń in Suchowola (Poljska), Purnuškes (Litva) (vir: http://en.wikipedia.org/wiki/File:Centre_of_Europe.jpg).

2.2.2 Središča Evrope v novejšem času

Novejši izračuni so pokazali, da se središče Evrope nahaja severno od Vilne (Litva) v vasi Purnuškes. Izračunal ga je Francoski geografski inštitut (French Institut Geographique National - IGN) leta 1989 po metodi izračuna težišča geometrične oblike (lika) Evrope. Koordinate središča so 54°54'N, 25°19'E. (Središče Evrope, 2015)



Slika 2: Obležje središča Evrope v bližini mesta Purnuškės, Litva (vir: Juliux, 2008,
http://en.wikipedia.org/wiki/Geographical_midpoint_of_Europe)

2.2.3 Središča Evropske unije

Središče Evropske unije je bilo prvič izračunano leta 1987. Izračunal ga je Francoski geografski inštitut (IGU). Središče je ležalo blizu kraja Saint Andre le Coq v Franciji. Za območje izračuna so uporabili samo evropski del Evropske unije (brez Francoske Gvajane in drugih prekomorskih ozemelj držav). Takrat je unija štela samo 12 članic. (Središče Evrope, 2015)

Leta 1990 se je Evropski uniji pridružila Vzhodna Nemčija (z združitvijo z Zahodno Nemčijo v skupno državo Nemčijo), zato se je središče unije zamaknilo za 25km proti severovzhodu v vas Saint Clement (Francija).

Lokacija središča se je od takrat spremenila še štirikrat, vsakokrat, ko so se Evropski uniji pridružile nove članice. Kot opazimo, se je središče najprej premaknilo na sever in nato proti vzhodu in pred kratkim (1. julija 2013 s sprejetjem Hrvaške v unijo) se je premaknilo proti jugu, kot je prikazano na sliki 3. Tako lahko grobo prikažemo, kako se je širila Evropska unija.

Preglednica 1: Središča Evropske unije

Leto	Št. članic	Koordinate središča EU	Kraj	Država
1987	12	45°57'49" N, 3°18'38" E	Saint Andre le Coq	Francija
1990	12	46°03'44" N, 3°42'17" E	Saint Clement	Francija
1994	15	50°00'33" N, 4°39'59" E	Vironval	Belgija
2004	25	50°31'31" N, 7°35'50" E	Kleinmaischeid	Nemčija
2007	27	50°10'21" N, 9°09'00" E	Gelnhausen	Nemčija
2013	28	50°07'02,23" N, 9°14'51,97" E	Westerngrund	Nemčija



Slika 3: Sprememba položaja središča Evropske unije zaradi pridruženja novih članic
(Vir kartografske podlage: GoogleEarth)

2.3 Središča nekaterih evropskih držav

2.3.1 Središča Nemčija

Izračun središča Nemčije

Za izračun središča so uporabili več različnih metod in različnih območij, zato tudi obstaja več središč. (Središče Nemčije, 2015)

Najbolj priznано središče je blizu kraja Niederdorla. Središča so določili tudi v krajih Besse, Landtreit, Dingelstädt-Silberhausen, Krebeck in v še več drugih. Problemi, ki so se pojavili pri izračunih so se predvsem nanašali na določitev meje območja Nemčije. Problem se pojavi na severu, kjer Nemčija meji na morje, in postavi se vprašanje ali naj upoštevajo otoke ter 12 morskih milj (22 km) teritorialnega morja kot območje države ali ne. (Städtler in Heinemann, 2015)

Preglednica 2: Središča Nemčije izračunana po različnih metodah in različno zajetih območjih

Kraj	Koordinate	Metoda in območje
Niederdorla	51° 9' 48" N, 10° 26' 52" E	metoda skrajnih točk - središče pravokotnika omejenega s stranicami, ki potekajo skozi skrajne točke Nemčije in so vzporedne poldnevnikom ali vzporednikom (analitična metoda)
Besse	51° 13' 16" N, 9° 23' 13" E	metoda skrajnih točk - središče očrtanega pravokotnika (grafična metoda)
Landstreit	51° 00' N, 10° 20' E	težišče območja Nemčije brez morja in otokov, s pomočjo karte Nemčije digitalizirane z 90000 mejnim točkami (območje, kateremu so računali težišče)
Dingelstädt-Silberhausen	51° 18' 34" N, 10° 20' 21" E	težišče območja Nemčije z morjem (12 morskih milj), metoda z grezilom, izrez kartona po karti Zvezne republike Nemčije v merilu 1:800000
Krebeck	51° 35' 26" N, 10° 06' 22" E	izračun težišča 3D modela Nemčije so izračunali na geodetskem inštitutu München.

Izračun središča zvezne dežele Brandenburg

Za zvezno deželo Brandenburg so posebej raziskali, katere metode bi bile primerne za določitev središča in kje bi se lahko pojavili problemi. (Bishoff in Wagenknecht, 2009)

Metode, ki so jih raziskali:

- metoda skrajnih točk - središče očrtanega pravokotnika (pod kotom 0° in pod kotom 45° glede na koordinatno os),
- središče očrtanega in včrtanega kroga,
- izračun težišča (zapolnitev območja z različno ali enako velikimi kvadrati),
- ugotovitev težišča lika:
 - metoda uravnoveženja kartona na buciki,
 - določitev središča s pomočjo grezila,
- določitev težišča lika po Arhimedu (zapolnitev območja trikotniki).

Nekatere od naštetih metod bomo na kratko opisali v 3. poglavju. Problem se pojavi pri določitvi območja dežele Brandenburg, ker se v središču dežele nahaja območje mesta Berlin, ki pa ni del te zvezne države. Teoretično bi ga bilo potrebno izključiti iz obravnavanega območja, kar pa ni možno pri nekaterih metodah. Drugi problem nastane na vzhodni meji, kjer tečeta reki Odra in Nissa, ki

spreminjata potek struge. Iz geodetskega stališča ni problema, saj so meje stabilno določene. Središče zvezne dežele Brandenburg je izračunal prof. Werner Maltry s pomočjo štirih skrajnih točk dežele po metodi skrajnih točk (središče očrtanega pravokotnika), kot je prikazano na sliki 4. Koordinate središča so $52^{\circ} 27' 32,5''$ N, $13^{\circ} 00' 57''$ E. (Der Mittelpunkt Brandenburger, 2015)

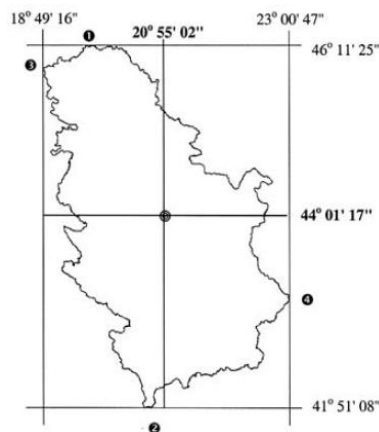


Slika 4: Informativna deska, na kateri je opisano, katere so bile možne metode za izračun ali določitev središča dežele Brandenburg ter opis metode določitve (Vir: <http://www.politische-bildung-brandenburg.de/node/9214>)

2.3.2 Središča Srbije

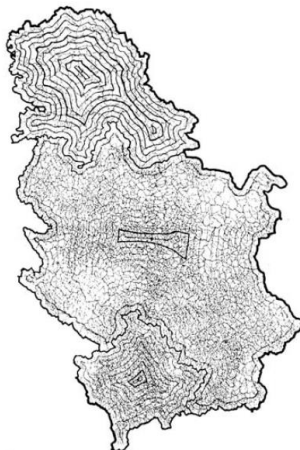
Jovan Ilić in Sava Stanković sta leta 2007 določala središče Srbije in še treh drugih pokrajin. Za izračun središča sta predstavila sedem različnih metod:

- metoda mejnih skrajnih točk - metoda očrtanega pravokotnika (graf. in analitična metoda) (slika 5),



Slika 5: Metoda skrajnih točk prikazana na primeru Republike Srbije
(Vir: Ilić in Stanković, 2007)

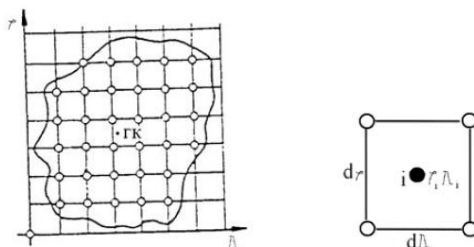
- metoda težišča (določitev težišča z uravnoteženjem enakomernega ravninskega lika na buciki)
- metoda izočrt oz. izolinij (slika 6),



Slika 6: Prikaz določitve središč s pomočjo izočrt na primeru Republike Srbije

(Vir: Ilić in Stanković, 2007)

- metoda translacije
 - kombinirana metoda sestavljena iz metode izočrt in translacije
 - metoda mreže točk
 - integralna metoda določanja težišča (kombinacija metode mreže točki in metode težišča)
- (slika 7)



Slika 7: Grafični prikaz uporabe integralne metode (Vir: Ilić in Stanković, 2007)

Kratek opis metode izočrt, translacije in kombinirane metode sledi v 3. poglavju.

Za izračun središč sta uporabila integralno metodo določanja težišča s pomočjo programa ArcView 3.3. Središča prikazana na sliki 8, sta določila in izračunala za:

- Središče Republike Srbije leži v vasi Drača blizu Kragujevca
- Središče ožje Srbije (brez pokrajin) leži v vasi Kaludra blizu Rekovca
- Središče avtonomne pokrajine Vojvodina leži v vasi Žabalj v bližini Novega Sada
- Središče nekdanje avtonomne pokrajine Kosovo in Metohija pa leži v vasi Komorane v bližini mesta Glogovca

Preglednica 3: Geografske koordinate središč štirih območij

Območje	Mesto	Občina	Geografske koordinate (φ, λ)
Republika Srbija	Drača	Kragujevac	44°01'13" , 20°49'27"
Osrednja Srbija	Kaludra	Rekovac	43°45'59" , 21°05'18"
Avtonomna pokrajina Vojvodina	Žabalj	Žabalj	45°24'05" , 20°04'53"
Nekdanja Avtonomna pokrajina Kosovo in Metohija	Komorane	Glogovac	42°34'50" , 20°53'49"



Slika 8: Grafični prikaz lokacije središč različnih območij v Srbiji (Vir: Ilić in Stanković, 2007)

Po vzoru izračuna geografskega središča Srbije (integralna metoda) je bilo leta 2014 izračunano tudi središče Bosni in Hercegovini. Izračunane koordinate: $\varphi = 44^{\circ}09'55,41''$ N, $\lambda = 17^{\circ}47'30,40''$ E H = 413 m. (Jahić, Spahić in Mezetović, 2014)

2.3.3 Jugoslavija

Kot zanimivost navajata Ilić in Stanković (2007) tudi, da je bilo središče Jugoslavije določeno že leta 1955. Določil ga je Nikola E. Radošević s pomočjo metode težišča (določitev težišča z uravnoveženjem enakomernega ravninskega lika na buciki). Središče naj bi ležalo 1 km severno od vasi Žeravica, to je 42 km severovzhodno od Sarajeva ali 10 km jugovzhodno od Kladnja. Koordinate so bile: $\varphi = 44^{\circ}09,4'$ N, $\lambda = 18^{\circ}46,7'$ E.

Središče Jugoslavije je bilo določeno tudi leta 1957. Določil ga je dr. Ljubinko Sretenović in središče naj bi takrat ležalo 8 km severozahodno od Ilidže v vasi Rakovica v zaselku Košelj. Za določitev središča je uporabil metodo mejnih skrajnih točk (metodo očrtanega pravokotnika). Razlika med središči Jugoslavije, določenih po dveh različnih metodah, je približno 55 km zračne linije.

2.3.4 Nizozemski projekt določitve središč držav

Kot zanimivost bomo omenili projekt Esther Kokmeijer, saj so kot del projekta izračunali tudi središče Slovenije. Na Nizozemskem je bil izveden projekt At Home Anywhere, v katerem sta sodelovala nizozemska umetnica Esther Kokmeijer in arhitekt Henrik Jan Haarink. Ta projekt sestavljal izračun 27 središč držav Evropske unije, potovanja do vseh središč, raziskave, kako in v kakšnih domovih živijo ljudje blizu središča države, katere so njihove kulturne posebnosti. Potovanje je trajalo 223 dni, prepotovanih je bilo 42.755 km skozi 28 držav. Izdelana je bila tudi knjižica razglednic središč držav Evropske unije (Monuments for a moment - Spomeniki za trenutek; fotografije središč), kot je prikazano na sliki 9. (Kokmeijer, 2008 -)

Henrik Jan Haarink, nizozemski geograf in arhitekt, opisuje te točke (središča držav) kot najdlje oddaljene točke od meje države, kjer so vplivi drugih kultur najmanjši. Te točke so za ljudi zanimive, ne glede na to, kako so bile izračunane in so vredne ogleda tudi, če niso ob prometnih poteh. (Kokmeijer, 2008 -)

Izračun središč je izvedel nizozemski zemljiški kataster (The Netherlands' Cadastre, Land Registry and Mapping Agency, na kratko Het Kadaster). Po njihovem bi se naj središče nahajalo tam, kjer je povprečje koordinat x in y, niso pa opisali metode, katero so uporabili, čeprav navajajo natančnost, ki naj bi bila 11 cm. Pri izračunu so pri večini držav uporabili vektorske podatke (poligon) državne meje v merilu 1 : 100 000 privzete po administrativnih mejah po NUTS (Nomenclature of Territorial Units for Statistics). Podatki so bil pridobljeni iz baze podatkov EuroBoundaryMap preko spletne strani Eurogeographics, ki se ukvarja z zbiranjem prostorskih podatkov za vso Evropo. Pri izračunu središč niso upoštevali vodnih površin upoštevali pa so nekatere večje otoke držav. (Kokmeijer, 2008 -)

Središče Nizozemske se nahaja blizu kraja Putten, ki leži približno 40 km severovzhodno od mesta Utrecht. Koordinate središča po izračunu nizozemskega katastra so 52° 16,047' N, 5° 35,235' E.

Za Slovenijo so izračunali središče z geografskimi koordinatami 46° 07,174' N, 14° 49,308' E.

Po pretvorbi koordinat (geografske v Gauss-Krugerjeve) se središče nahaja 74,13 m južneje in 483,47 m vzhodnje od GEOSS-a. Izračunane koordinate bomo kasneje zgolj kot zanimivost grafično predstavili ter primerjali z ostalimi središči.



Slika 9: Središče Slovenije v naravi, iz publikacije *Monuments for a Moment*, kjer so bila vsa središča označena z razgradljivim materialom (vir: <http://www.estherkokmeijer.nl/project/monuments-moment-24>)

2.3.5 Park, ki povezuje središča Evrope v Litvi

Leta 1991 je nastal park Europos Parkas na temo središča Evrope, ki se nahaja v bližini središča Evrope. Park se smatra kot muzej in njegov cilj je podati umetniško noto središču Evrope. V njem so razstavljeni razni kipi in inštalacije, med njimi je razstavljeno tudi delo Esther Kokmeijer, *Gravity of Centers* (slika 10), ki povezuje središča 27 Evropskih držav. (Europos parkas, 2015)



Slika 10: Tematski park v Litvi »Gravity of Centers«, kjer je na vsaki kocki je napisana država in geografske koordinate središča države (delo Esther Kokmeijer) (vir:

<http://www.estherkokmeijer.nl/?page=7>).

2.3.6 Seznam središč držav v Evropi

Preglednica 4: Seznam središč držav v Evropi ter uporabljene metode (Seznam geomet. središč, 2015)

OBMOČJE	KRAJ	KOORDINATE	METODA	OSTALO
Evropa	Litva, Purnuškes	54° 54' 0" N, 25° 19' 0" E	težišče	francoski IGU - izvedel izračun
Evropska unija	Gelenhausen	50° 10' 21" N, 9° 9' 0" E	težišče	IGU - izvedel izračun, 27 članic
Nemčija	Niederdorla	51° 9' 54" N, 10° 27' 19" E	metoda skrajnih točk - središče očrtanega pravokotnika	
Nemčija	Silberhausen		določitev težišča z uravnoveženjem enakomernega 2D lika na buciki/igli	Dodano območje 12 morskih milj
Nemčija	Krebeck	51° 35' 26" N, 10° 6' 22" E	težišče (3D-Model)	
Švica	Älggi-Alp	46° 48' 4,36" N, 8° 13' 36,09" E	težišče	poligon, navor lika glede na x in y os
Bolgarija	Uzana	42° 45' 56" N, 25° 14' 19" E	neznano	
Danska	Grenaa	56° 24' 57" N, 10° 52' 41" E	neznano	središče na obali
Estonija	Adavere	58° 42' 31" N, 25° 53' 52" E	neznano	
Finska	Piippola	64° 11' 0" N, 25° 58' 0" E	neznano	
Češka	Číhošť	49° 44' 37,5" N, 15° 20' 19,1" E	neznano	
Poljska	Piątek	52° 4' 9" N, 19° 28' 50" E	neznano	
Velika Britanija	Dunsop Bridge	54° 0' 13" N, 2° 32' 52" W	težišče ravninskega lika	Ordnance Survey, karta v merilu 1:625000, upoštevali 401 otokov
Madžarska	Pusztavacs	47°10'51" N, 19°30'11" E	neznano	pomnik zgrajen leta 1978, zgorel 2001 in kasneje obnovljen
Portugalska	Serra da Melriça	39° 41' 40,2 N; 8°07' 50,1 W	geodetska točka, trigonometrična točka	kopenski del Portugalske, brez otokov in morja
Italija	Narni		neznano	
Švedska	Ange	62°23'15" N, 16°19'32" E	težišče, uravnoveženje na igli	kopno in otoki povezani - karton v enem kosu, Nils Friberg and Tor Andeldorf, leta 1947

OBMOČJE	KRAJ	KOORDINATE	METODA	OSTALO
Švedska	Ytterhogdal	62°11' N, 14°57'E	očrtan štirikotnik	
Norveška	Ogndalsfjella	63°59'26" N, 12°18'28" E	težišče, uravnoveženje na igli	kopno brez otokov izrezano iz kartona
Norveška	Harran		polovica med najsevernejšo točko in naj južnejšo točko Norveške	
Norveška	Vilhelmina		neznano	
Avstrija	Bad Aussee	47° 41' 48" N, 13° 20' 44" O	neznano	
Avstrija	Gstatterboden	47° 35' 30" N, 14° 38' 0" O	točka najdlje oddaljena od meje	

Večina držav je pri izračunu središča uporabila metodo, s katero ravninskemu liku poiščemo težišče. Problemi, s katerimi so se spopadali, so bili, kaj sploh izbrati za območje države in ali se upoštevajo otoki in morje ali ne.

Veliko mest želi imeti središče v svojem kraju, da bi privabili turiste. Iskanje središč držav in kontinentov daje tudi navdih za mnoga umetniška dela, raziskav kulture in ideje, kako povezati Evropo in Evropejce v eno zaokroženo celoto.

Slovenija je bila ena izmed prvih držav, ki je imela izračunano središče, to središče tudi uveljavilo in ima simbolni pomen za Slovenijo.

2.4 Slovenija

V Sloveniji bomo opisali določitev središča države in določitev središča občine Škocjan.

2.4.1 GEOSS

Geometrično središče Slovenije ali na kratko GEOSS je obeleženo središče Slovenije. Središče je bilo določeno kot težišče ravninske ploskve v obliki Slovenije (Društvo GEOSS 1, 2006 -). Najlažje si metodo plastično predstavljamo, če iz kartona izrežemo ploskev v obliki Slovenije in ta karton poskušamo uravnovežiti na konici svinčnika. GEOSS leži na območju vasi Slivna v bližini Vač pri Litiji in je od Ljubljane oddaljen približno 35 km (vzhodno).

Obstaja več vidikov, zakaj je pomnik pomemben za Slovenijo in Slovence. Imamo zgodovinski vidik, državotvorni vidik, strokovno-znanstveni vidik, kulturni vidik in naravno-rekreacijski vidik. Lahko bi našli še več vidikov.

Širše gledano je bil GEOSS zasnovan kot vseslovenski projekt, simbol slovenstva, večstoletnega prizadevanja za obstoj in razvoj ter zakoreninjenost Slovencev na tem prostoru v srcu Slovenije. GEOSS je zakonsko zavarovan pomnik in edino pravno priznana središče neke države v Evropi. (Društvo GEOSS 2, 2006 -)

Idejo za izračun središča Slovenije je podal župan (predsednik občinske skupščine) takratne občine Litije Jože Drnovšek takratnemu direktorju Geodetskega zavoda SR Slovenije Teobaldu Belcu. Izdelave in izpeljave projekta (Vače 81) se je lotil Peter Svetik že leta 1981. Pred izvedbo projekta je Marjan Jenko z grafično-analitično metodo že v začetku julija 1981 izračunal geografske in Gauss-Krügerjeve koordinate središča Slovenije. Že takrat se je Svetik zavedal, da bo pomnik GEOSS premalo, da bo potrebno vključiti tudi širšo okolico z vsem svojim znamenitostmi. Projekt je vključeval razvoj rekreacijske dejavnosti (peš poti, evropske poti, planinske poti, koč, smučarski teki, skoki, idr.), kulturne dejavnosti (spomeniki, rojstne hiše pomembnih Slovencev, idr.), zgodovino (NOB, najdišča pod Krono, situla iz Vač, razstava starega kmečkega orodja, idr.), geodezijo in geografijo (središče Slovenije, trigonometrična točka, smeri neba, pravokotne in geografske koordinate, idr.), spremljajoče dejavnosti (spominki, obeski, razglednice, vodniki, prospekti, kažipoti, idr.), razvoj kmečkega turizma in turizma v najširšem smislu in tako povezal GEOSS s ponudbo okolice. (Svetik, 1981)

Izgled pomnika je zasnoval arhitekt Marjan Božič. Obležje je bilo postavljeno 4. 7. 1982. Pomnik GEOSS, ki je prikazan na sliki 11, je sestavljen iz globokih temeljev, štirih podstavkov, na katerih so označene strani neba in izklesana oznaka središča, na katero se nanaša nadmorska višina 644,842 m. Na podstavke je postavljen štirioglati granitni steber. Na vzhodni strani stebra je pritrjen grb Slovenije, izklesan obris naše države in nižje plošča z datumom snovanja projekta GEOSS. Na južni strani so vklesani verzi Prešernove Zdravljice, na zahodni strani so vklesani sponzorji, na severni strani pa so vklesane geografske in pravokotne koordinate središča. Na pomniku je zapisano tudi »gospodarji na svoji zemlji« saj zemljo moramo varovati, ker brez nje ne moremo biti (»obstajati«). V bližini pomnika se nahajajo še drugi spomeniki in simboli Slovenije in Slovencev.



Slika 11: Pomnik GEOSS (vir: Bradan J., 2014)

Na ime GEOSS je vezan radio, dom, pohod, reli dirka, kolesarska dirka, pevski zbor in gledališče, dan, točka, pot, društvo, izobraževalni center, pustolovski park in mnogo več, predlagan je bil celo nastanek občine GEOSS leta 1998 s strani svetnikov občine Litije (ta delitev občine Litija ni bila nikoli izvedena) (Ciglar, 1998). Tako se kaže velik vpliv in pomen GEOSS-a na ljudi, ki živijo v okolici, na njihove aktivnosti, ponos, turizem, idr.

Geografske (Besselov elipsoid) in Gauss-Krügerjeve koordinate GEOSS-a:

$$\lambda = 14^{\circ}48'55,2''$$

$$\varphi = 46^{\circ}07'11,8''$$

$$x_{GK} = 548611421m$$

$$y_{GK} = 510846891m$$

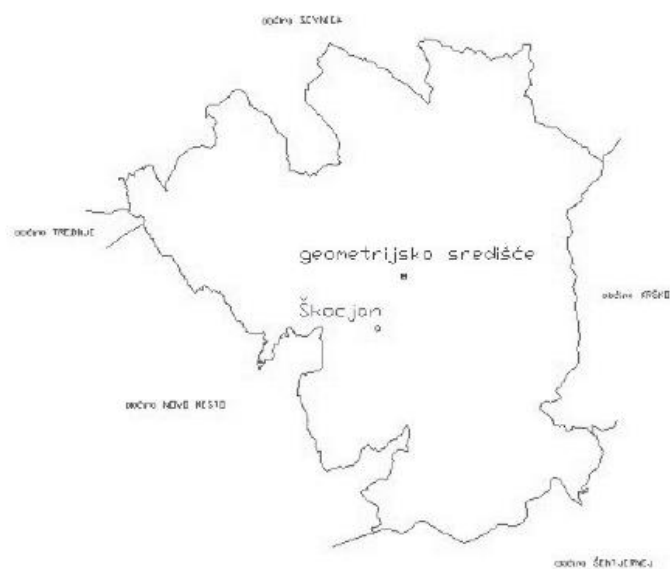
Nadmorska višina: 644,842m

2.4.2 Geometrijsko središče občine Škocjan

Občina Škocjan je leta 2004 praznovala 10. obletnico obstoja, takrat so si prebivalci zaželeli, da bi po vzoru geometričnega središča Slovenije dobili trajno obeležje v središču občine. Središče (slika 12) je bilo izračunano popolnoma analitično na podlagi meje, ki je podano s poligonalno črto (zaključena lomljena črta). Izračun sta izvedla Aleš Marjetič in Goran Turk. Enako metodo smo uporabili za ponoven izračun središča Slovenije.

Preglednica 5: Rezultati izračuna središča občine Škocjan (Marjetič in Turk, 2004)

IZRAČUNANI PODATKI		
Gauß-Krügerjeve koordinate	$y = 523512.73 \text{ m}$	$x = 5085878.34 \text{ m}$
geografske koordinate	$\ddot{o} = \text{N } 45^\circ 55' 01.145''$	$\ddot{e} = \text{E } 15^\circ 18' 11.333''$
obseg občine	56 518 m	
površina občine	60 445 404 m ²	



Slika 12: Grafični prikaz geometrijskega središča občine Škocjan (Vir: Marjetič in Turk, 2004)

3 METODE

Po pregledu situacije v tujini je najprej potrebno definirati katero središče želimo izračunati, saj obstaja več definicij. Nato izberemo metodo po kateri bomo računali središče, za tem moramo določiti območje kateremu bomo izračunali središče in se glede na te tri faktorje odločiti katere podatke bomo uporabili pri izračunu.

Obstaja več definicij središča države ali drugega geografskega območja.

Objektivni vidiki določitve središča:

- točka, najdlje oddaljena od meje območja,
- lokacijska točka, ki je teoretično gledano najbližja drugim točkam te teritorialne enote. (Ilić in Stanković, 2007) ali
- geometrično središče (težišče lika nepravilne oblike).
- idr.

Subjektivno dožemanja središča:

- simbol države in ljudi, ki živijo v neki državi,
- točka, kjer imajo kulture sosednjih držav najmanj vpliva na lastno kulturo, ki leži v bližini središča (Kokmeijer, 2008 -),
- turistična točka, kjer se ljudje ustavijo in si ogledajo okolico ter raziščejo navade in običaje države.
- idr.

Po pregledu načinov določanja geometričnih središč smo evidentirali nabor raznih metod, ki so v nadaljevanju opisane. Predvsem grafične in nekatere računske metode so preprostejše, večina računskih metod pa je bolj kompleksnih. V preteklosti so uporabljali večinoma grafične in enostavnejše računske metode, na novo pridobljeno znanje in napredek v tehnologiji pa sta pripomogla k razvoju novih, kompleksnejših metod. S pomočjo satelitov pridobivamo bolj raznolike in natančnejše podatke, za obdelavo in prikazovanje podatkov imamo na voljo zmogljivejše računalnike in posebne programe za preračunavanje velikih količin podatkov v zelo kratkem času (Matlab, Excel, idr.). Razviti so bili tudi novi načini, kako pridobiti ali izračunati površino in težišče območja nepravilne oblike z različnimi GIS programi, ki imajo dodane posebne algoritme za izračun površine in centroidov poligonov.

Sledi opis devetih metod za pridobitev ali izračun središča:

- Grafično - analitična metoda izračuna težišča,
- metoda skrajnih točk - središče očrtanega pravokotnika (grafična metoda),
- metoda skrajnih točk - središče očrtanega pravokotnika (analitična metoda),
- določitev težišča z uravnoteženjem enakomernega ravninskega lika na buciki,
- določitev težišča enakomernega ravninskega lika s pomočjo grezila,
- določitev geometričnega središča z analitično metodo na podlagi meje Slovenije, podane s poligonalno črto,
- metoda izočrt,
- metoda translacije,
- kombinirana metoda (izočrt in translacije),

3.1 Grafično-analitična metoda izračuna težišča

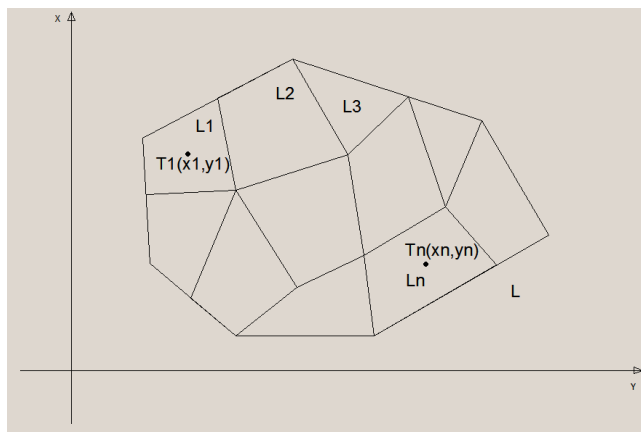
Grafično - analitična metoda izračuna težišča je splošno znana iz statike. Pri tej metodi je možnih več načinov izračuna težišča.

3.1.1 Izračun težišča poljubno oblikovanega lika

Če želimo izračunati površino (S) in težišče ($T(x_T, y_T)$) lika (L) poljubne oblike, ga moramo najprej razdeliti na več manjših ploskev (L_i) s površinami (S_i) in težišči (T_i), kot je prikazano na sliki 13. Enačba za izračun celotne površine ploskve se glasi:

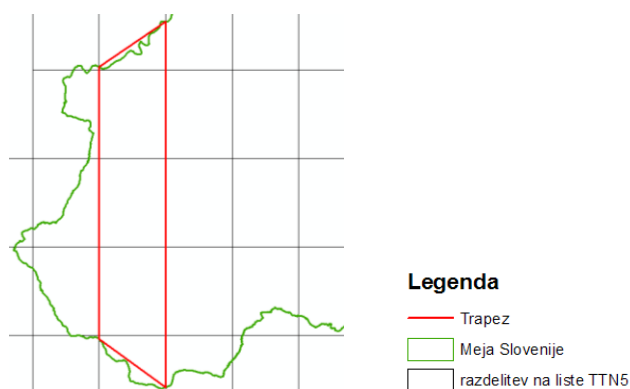
$$S = \sum_{i=1}^n S_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (1)$$

Površino razdelimo na ploskve (trikotnike ali kvadrate ali trapeze ali idr.), katerim znamo izračunati površino (S_i) in njihova težišča ($T_i(x_i, y_i)$), ter se s tem poskušamo približati obliki celotne površine. Ta dva podatka potrebujemo za končni izračun težišča lika (L) poljubne oblike.



Slika 13: Lik L razdeljen na manjše like L_i , s težišči $T_i(x_i, y_i)$, $i=1, \dots, n$

Metodo je pri izračunu Geometričnega središča Slovenije leta 1981 uporabil Marjan Jenko, ko je površino Slovenije izračunal po ozkih vzporednih pasovih - trapezih, ki jih je prevzel po razdelitvi na liste TTN5, kot je prikazano na sliki 14. Dobil je 110 navpičnih trapezov, širokih 2,25 km in 54 vodoravnih, širokih 3 km. (Svetik, 1981)



Slika 14: Razdelitev območja Slovenije na trapeze s pomočjo mreže razdelitve na liste TTN5 in meje Slovenije

3.1.2 Izračun površine in težišča trapeza

Trapez, sestavljen iz dveh trikotnikov

Težišče in površino trapeza najlažje izračunamo tako, da trapez razdelimo na dva trikotnika. Tako najprej izračunamo težišči trikotnikov ($(x_{T\Delta}, y_{T\Delta})$), nato pa izračunamo njuno skupno težišče - težišča trapeza ($T_{trapeza}(x_i, y_i)$).

Dva načina izračuna ploščine trikotnika:

1. Način: Enačba za izračun ploščine trikotnika (S_{Δ}), podane z determinanto:

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} \quad (2)$$

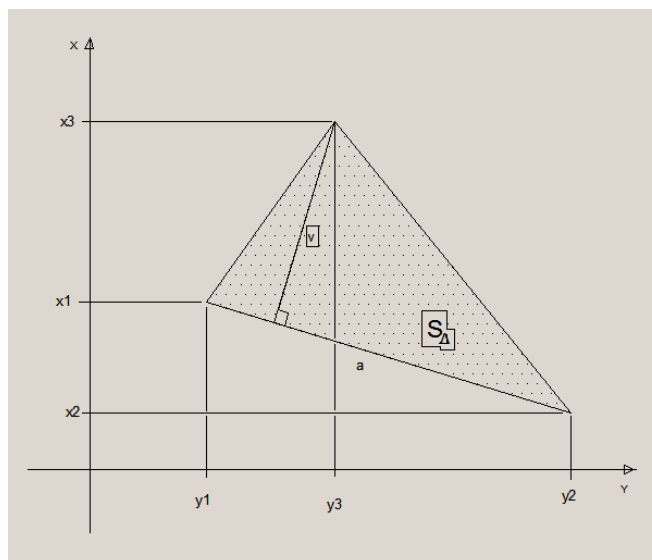
2. Način: Ploščina trikotnika, izračunana s pomočjo višine ali s pomočjo koordinat oglišč trikotnika (slika 15):

$$S_{\Delta} = \frac{a \cdot v}{2} = \frac{y_3 - y_1 + x_2 - x_1}{2} \quad (3)$$

Kjer sta:

v : višina trikotnika,

a : stranica trikotnika.



Slika 15: Skica trikotnika

Izračun težišča trikotnika

Enačba za izračun koordinat težišča trikotnika z znanimi koordinatami oglišč:

$$x_{T\Delta} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \quad y_{T\Delta} = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \quad (4)$$

Izračun težišča trapeza, podanega z dvema trikotnikoma

Enačba za izračun težišča trapeza (težišče trapeza i $t_i(x_i, y_i), i = 1, \dots, n$), podanega z dvema trikotnikoma:

$$x_{t_i} = \frac{S_1 \cdot (x_1 + x_2 + x_3) + S_2 \cdot (x_1 + x_3 + x_4)}{3 \cdot (S_1 + S_2)} = \frac{S_1 \cdot (x_1 + 2x_2) + S_2 \cdot (2x_1 + x_2)}{3 \cdot (S_1 + S_2)} \quad (5)$$

$$y_{t_i} = \frac{S_1 \cdot (y_1 + y_2 + y_3) + S_2 \cdot (y_1 + y_3 + y_4)}{3 \cdot (S_1 + S_2)} \quad (6)$$

Kjer so:

x_{t_i} : x koordinata težišča t_i ,

y_{t_i} : y koordinata težišča t_i ,

S_1 : ploščina trikotnika L_1 ,

S_2 : ploščina trikotnika L_2 ,

x_1, x_2, x_3, x_4 : x koordinate oglišč trikotnikov,

y_1, y_2, y_3, y_4 : y koordinate oglišč trikotnikov.

Izračun težišča Slovenije

Ko izračunamo ploščine in težišča vseh manjših ploskev (L_i), določimo skupno težišče S (v primeru izračuna GEOSS vseh težišč trapezov) s pomočjo enačbe:

$$x_t = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot S_i}{\sum_{i=1}^n S_i} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot S_i}{S} = \frac{x_1 \cdot S_1 + x_2 \cdot S_2 + \dots + x_n \cdot S_n}{S_1 + S_2 + \dots + S_n}, \quad (7)$$

$$y_t = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cdot S_i}{\sum_{i=1}^n S_i} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cdot S_i}{S} = \frac{y_1 \cdot S_1 + y_2 \cdot S_2 + \dots + y_n \cdot S_n}{S_1 + S_2 + \dots + S_n} \quad (8)$$

Kje so:

S_i : ploščina trapeza i,

x_i : x koordinata težišča trapeza i,

y_i : y koordinata težišča trapeza i.

Na osnovi sedmih trigonometričnih točk je bil odpravljen sistematski pogrešek (pogrešek opazovalca, vrednost konstantna) in po znanih enačbah izračunane koordinate težišča Slovenije v koordinatnem sistemu D48 (Gauss-Krügerjeva projekcija):

$$x_{GK} = 486090m \quad y_{GK} = 108460m$$

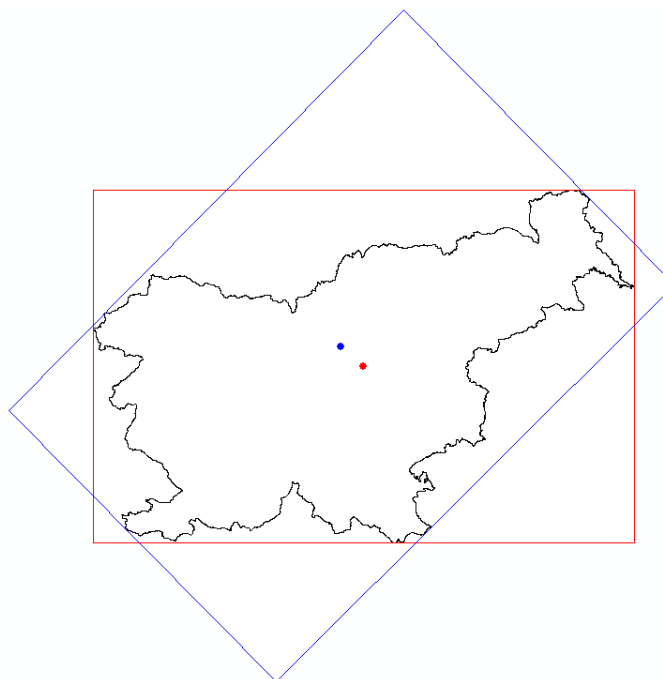
Srednji pogrešek pri tem izračunu je znašal 0,05 km. S transformacijo so izračunali geografske koordinate s približnim popravkom vrednosti, dobljenih na Astronomsko - geofizikalnem observatoriju v Ljubljani (Svetik, 1981):

$$\lambda = 14^{\circ} 50' 14'' \quad \varphi = 46^{\circ} 07' 09''$$

Izračunane koordinate se razlikujejo od koordinat pomnika postavljenega v naravi. Pomnik leži 24,21 m vzhodneje ter 8,91 m severneje od izračunanih koordinat. Glede na natančnost podatkov in uporabljene metode izračuna je razlika sprejemljiva.

3.2 Metoda skrajnih točk - središče očrtanega pravokotnika (grafična metoda)

Pravokotnik določimo s pomočjo karte tako, da izberemo štiri skrajne točke območja (severno, južno, vzhodno, zahodno). Skozi te točke začrtamo pravokotnik, kot je prikazano na sliki 16 tako, da so stranice vzporedne koordinatnima osema in poiščemo sečišče diagonal ter odčitamo koordinate. Tako dobimo središče pravokotnika. Če pa skozi štiri skrajne točke določimo pravokotnik tako, da stranice niso vzporedne koordinatnim osem, pa se položaj središča lahko spreminja odvisno od tega, za kateri naklon (stranice pravokotnika glede na koordinatno os) se odločimo. Kot rezultat dobimo težišče pravokotnika, kar pa po obliki (površini) ne predstavlja dejanskega geografskega območja. Iz geoinformatike je ta metoda znana pod imenom „Bounding Box“, pri kateri za neko območje poiščemo najmanjši očrtan pravokotnik. (Bishoff in Wagenknecht, 2009)



Slika 16: Središče očrtanega pravokotnika, vzporednega koordinatnim osem in pravokotnika pod kotom 45° glede na koordinatno os (grafična metoda)

V primeru Slovenije bi lahko uporabili karto v merilu 1 : 250 000, očrtali pravokotnik in narisali diagonale in odčitali koordinate. Natančnost določitve koordinat središča se spreminja glede na merilo karte. Pri načrtanju pravokotnika in diagonal (npr. s pomočjo programa ArcGis) na digitalno karto nismo omejeni z grafično natančnostjo, le z natančnostjo podatkov. Z uporabo računalnika povečamo končno položajno natančnost določitve središča.

Kot zanimivost, obstaja tudi metoda očrtanega in včrtanega kroga. Za to metodo nujno potrebujemo ustrezen GIS-program, saj je težko lastnoročno poiskati najmanjši možen očrtan krog in največji možen včrtan krog za lik nepravilne oblike (obliko države ali drugega območja). Tudi pri tej metodi dobimo različni središči pri uporabi očrtanega in včrtanega kroga. (Bishoff in Wagenknecht, 2009)

3.3 Metoda skrajnih točk - središče očrtanega pravokotnika (analitična metoda)

Pri tej metodi potrebujemo koordinate skrajnih točk našega območja. Ta metoda je podobna grafični metodi. Izračunati je potrebno sredine stranic vzporedne poldnevniku in vzporedniku.

Enačbe za izračun središča:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_E - \lambda_W}{2} \quad \Delta\varphi = \frac{\varphi_N - \varphi_S}{2} \quad (9)$$

$$\lambda_{SR} = \lambda_E + \Delta\lambda \quad \varphi_{SR} = \varphi_S + \Delta\varphi \quad (10)$$

Kjer so:

λ_W : geografska dolžina skrajne vzhodne točke države,

λ_E : geografska dolžina skrajne zahodne točke države,

$\Delta\lambda$: razlika geografskih dolžin,

λ_{SR} : geografska dolžina središča,

φ_N : geografska dolžina skrajne severne točke države,

φ_S : geografska dolžina skrajne južne točke države,

$\Delta\varphi$: razlika geografskih širin,

φ_{SR} : geografska širina središča.

Pri tej metodi bi lahko uporabili tudi Gauss-Krugerjeve (ali UTM) koordinate in po istem postopku izračunali središče. Lahko rečemo, da je ta metoda natančnejša od grafične metode skrajnih točk, saj ne pride do napak pri odčitavanju koordinat središča in pri risanju pravokotnika in njegovih diagonal. Metoda je preglednejša od metode s poligonalno črto, ker je v izračun vključeno veliko manj podatkov, tako imamo manj možnosti za napake, pri odčitavanju in računanju in ni odvisno od grafične natančnosti in naših risarskih spretnosti.

3.4 Določitev težišča z uravnoteženjem enakomernega ravninskega lika na buciki

Težišče lika z enakomerno razporejeno maso po vsej površini lahko poiščemo tako, da iz kartona izrežemo lik in poiščemo točko, v kateri je lik v ravnovesju (slika 17).

Postopek dela:

1. Natisnemo karto v želenem merilu pogojeno z natančnostjo, ki jo želimo doseči, ali pa vzamemo že natisnjeno karto.
2. Karto nalepimo na karton debeline npr. 2 mm (enakomerne mase po vsej površine), dovolj debel, da drži obliko in dovolj tanek, da je možen izrez kartona (z olfa nožem, s škarjami).
3. Karton obrežemo po meji.

4. Poskušamo najti točko v kateri je naš lik (v obliki države ali drugega območja) v ravnovesju, tako da karton uravnotežimo na igli.

5. Odčitamo koordinate središča (pozicija igle).

(Glöckner, 1998)

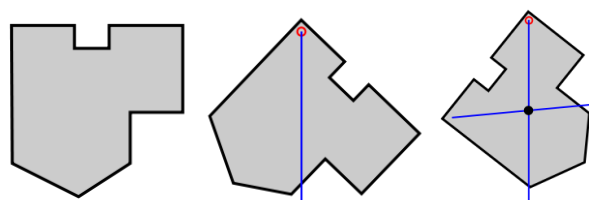


Slika 17: Poizkus uravnoteženja »Slovenije« na igli (Vir: Bradán T.)

Karta mora nujno vsebovati še koordinatno mrežo, saj drugače ne moremo odčitati položaja našega središča. Natančnost določitve koordinat težišča je odvisna od merila karte. Na primer, če vzamemo merilo karte 1 : 1 000 000, predstavlja en mm na karti 1 km v naravi. Metoda ni najbolj znanstvena in glede na vloženi čas in natančnost pridobljenih koordinat središča ni primerna za določitev središča. Je pa zelo nazorna in preprosta za razumevanje.

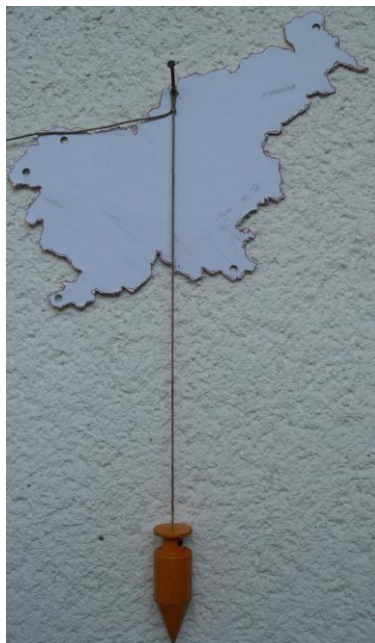
3.5 Določitev težišča enakomernemu ravninskemu liku s pomočjo grezila

Najprej izrežemo iz kartona območje kot je opisano v zgornji metodi. Iz kartona izrežemo dovolj velike luknjice, da se lik lahko obesi na žebelj in se bo karton lahko vrtel na žeblju. Luknjice se morejo nahajati na robu lika v neki smiselni razdalji. Lik se obesi na žebelj in počakamo, da se postavi v ravnovesje (slika 19). Na žebelj se poleg lika obesi grezilo in počakamo, da se prav tako vzpostavi ravnovesje. Na obeh robovih lika označimo, kjer vrstica grezila seka rob. Isti postopek ponovimo še na drugi luknjici. Dobljena sečišča povežemo (zarišemo črto), kot je prikazano na sliki 18. V sečišču črt dobimo težišče lika. Ta metoda je najlažja za določitev težišča likov nepravilnih oblik.



Slika 18: Prikaz del postopka pridobitve središča s pomočjo grezila (Vir:

http://en.wikipedia.org/wiki/Center_of_mass)



Slika 19: Primer določitve središča lika v obliki Slovenije z grezilom (Vir: Bradan T.)

3.6 Določitev geometričnega središča z analitično metodo na podlagi meje, podane s poligonalno črto

Določitev masnega težišča definiramo fizikalno z naslednjo enačbo:

$$\text{težišče} = \frac{\text{staticni moment}}{\text{masatelesa}} \quad (11)$$

Enačbe osnovnih lastnosti ploskovnih in krivuljnih integralov pri izračunu težišča:

$$m = \iint_D \rho \, dx dy \quad , \quad y_T = \frac{\iint_D \rho y \, dx dy}{\iint_D \rho \, dx dy} = \frac{S_x}{m}, \quad x_T = \frac{\iint_D \rho x \, dx dy}{\iint_D \rho \, dx dy} = \frac{S_y}{m} \quad (12)$$

Kjer so:

- x_T, y_T : koordinati težišča, ρ : gostota lika na enoto površine,
 D : obravnavan ravninski lik ali območje, S_x : statični moment glede na os x,
 m : masa obravnavanega območja, S_y : statični moment glede na os y.

V našem primeru je gostota lika ($\rho=1$) konstantna, saj privzamemo, da je obravnavano območje homogeno (ima maso porazdeljeno homogeno), tako lahko zapišemo:

$$S = \iint_D dx dy, \quad y_T = \frac{\iint_D y dx dy}{\iint_D dx dy} = \frac{S'_x}{S}, \quad x_T = \frac{\iint_D x dx dy}{\iint_D dx dy} = \frac{S'_y}{S} \quad (13)$$

Kjer so:

S : ploščina obravnavanega območja,

S'_x : statični moment glede na os x za $\rho=1$,

S'_y : statični moment glede na os y za $\rho=1$.

Z uporabo Greenove formule lahko poljubni ploskovni integral $\iint_D f(y,x) dx dy$ izrazimo s krivuljnim integralom:

$$\iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy = \oint_{+\partial D} P(x,y) dx + Q(x,y) dy \quad (14)$$

Kjer so:

∂D : orientiran rob D (pozitivno orientiran rob pomeni, da če hodimo po robu, mora biti območje D na levi strani)

$\oint_{+\partial D}$: zaključen krivuljni integral po orientiranem robu ploskve D

Iz enačbe (13) moramo v našem primeru izračunati tri ploskovne integrale. Glavno pri tem je, da za vsak posamezni ploskovni integral poiščemo dve taki zvezni in zvezno odvedljivi funkciji $P(x,y)$ in $Q(x,y)$, da bo prehod na krivuljni integral po robu območja D preprost (rešljiv integral) :

a.) Ploščina ravninskega območja $D \rightarrow S = \iint_D dx dy$

$$P = y, \quad Q = 0;$$

$$S = \iint_D dx dy = \oint_{\partial D} (y dx + 0 dy) = - \oint_{\partial D} y dx; \quad (15)$$

b.) statični moment glede na os $x \rightarrow S_x' = \iint_D y dx dy$

$$P = \frac{y^2}{2}, \quad Q = 0;$$

$$S_x' = \iint_D y dx dy = - \oint_{\partial D} \left(\frac{y^2}{2} dx + 0 dy \right) = - \frac{1}{2} \oint_{\partial D} y^2 dx \quad (16)$$

c.) statični moment glede na os $y \rightarrow S_y' = \iint_D x dx dy$

$$P = 0, \quad Q = \frac{x^2}{2};$$

$$S_y' = \iint_D x dx dy = \oint_{\partial D} \left(0 dx + \frac{x^2}{2} dy \right) = \frac{1}{2} \oint_{\partial D} x^2 dy \quad (17)$$

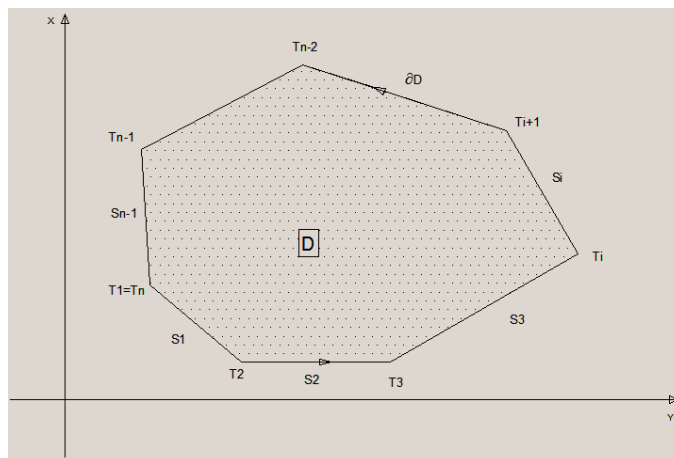
Območje države obravnavamo kot homogen ravninski lik, meja območja je podana z Gauss-Krugerjevimi koordinatami (x, y) . Lik leži v ravnini kartografske projekcije (cilindrična projekcija elipsoida, konformna projekcija).

Območje države je podan z odsekoma zveznim robom. Posamezen odsek i na tem robu predstavlja del premice od točke T_i do točke T_{i+1} ($i = 1, \dots, n$). Če poznamo koordinate vseh obodnih lomnih točk, lahko izračunamo iskane količine iz enačb (15,16,17). Enačba premice (od točke T_i do točke T_{i+1}) je podana z enačbo:

$$y = \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} (x - x_i) + y_i, \quad (18)$$

oziroma:

$$x = \frac{x_{i+1} - x_i}{y_{i+1} - y_i} (y - y_i) + x_i. \quad (19)$$



Slika 20: Skica obravnavanega ravninskega območja D , podanega s poligonalno črto

Naj bo $D \subset \mathbb{R}^2$ enostavno območje, katerega rob ∂D tvori končno mnogo odsekoma gladkih, enostavnih in sklenjenih krivulj K_1, \dots, K_n (na sliki 20 označeno s S_1 in S_{n-1}). Upoštevamo, da gre za odsekoma zvezen in zvezno odvedljiv rob ploskve oz. območja D enačbe (15 do 19), izpeljemo izraz za ploščino lika D :

$$S = - \oint_{\partial D} y dx = - \sum_{i=1}^n \int_{x_i}^{x_{i+1}} y dx = - \sum_{i=1}^{n-1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} \left[\frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} (x - x_i) + y_i \right] dx = \dots \quad (20)$$

V enačbo (20) uvedemo novo spremenljivko

$$t = x - x_i$$

in dobimo

$$S = - \oint_{\partial D} y dx = - \sum_{i=1}^n \int_0^{x_{i+1} - x_i} \left[\frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} t + y_i \right] dt = - \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} \cdot \frac{t^2}{2} + y_i t \right) \Big|_0^{x_{i+1} - x_i} \quad (21)$$

Izraz za ploščino lika D :

$$S = - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} (x_{i+1} - x_i) \cdot (y_{i+1} - y_i) \quad (22)$$

Statična momenta:

$$S'_y = + \frac{1}{6} \sum_{i=1}^{n-1} (x_{i+1}^2 + x_i \cdot x_{i+1} + x_i^2) \cdot (y_{i+1} - y_i) \quad (23)$$

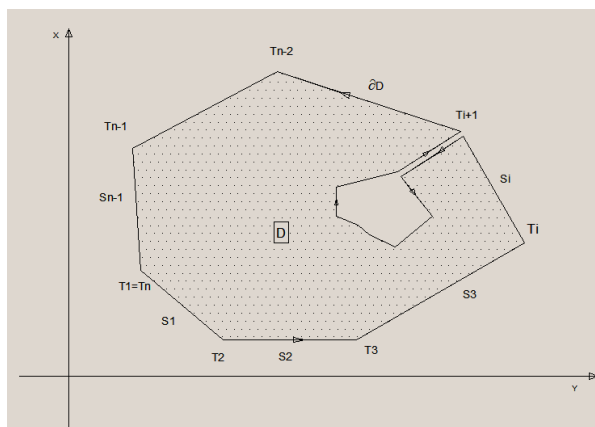
$$S'_x = - \frac{1}{6} \sum_{i=1}^{n-1} (y_{i+1}^2 + y_i \cdot y_{i+1} + y_i^2) \cdot (x_{i+1} - x_i) \quad (24)$$

Koordinati geometrijskega središča sta podani z izrazoma:

$$y_T = \frac{S'_x}{S}, \quad (25)$$

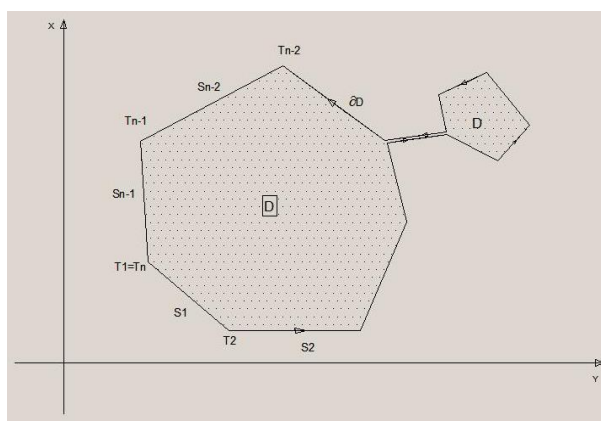
$$x_T = \frac{S'_y}{S}. \quad (26)$$

Če imamo na našem območju »luknje« (enklave), kot je prikazano na sliki 21, in so podane s poligonalno črto, jih upoštevamo tako, da najprej prištejemo povezavo (daljico) med točko na robu ploskve in točko na robu luknje in jo nato odštejemo. Tako ponovno dobimo ploskev, ki ima odsekoma zvezen in zvezno odvedljiv rob. Tukaj moramo paziti, da je smer, v katero se »premikamo«, pravilna, rob mora biti pozitivno orientiran.



Slika 21: Skica obravnavanega ravninskega območja D z »luknjo«, podanega s poligonalno črto

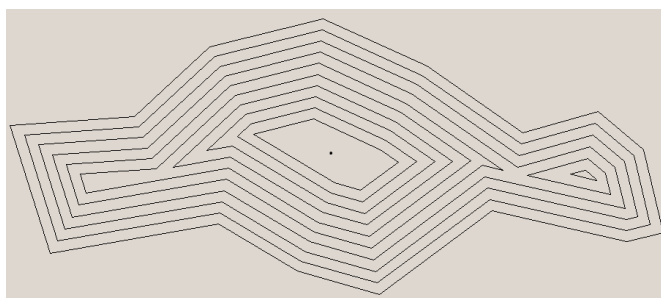
Kadar ima naša ploskev »otočke«, kot je prikazano na sliki 22, jih upoštevamo pri našem izračunu tako, da dodamo ozko povezavo med otočkom (ozek pasek). Povezavo ali pas dodamo zaradi matematične pravilnosti izračuna. Ta pas mora biti tako ozek (npr. širine 0,00001mm), da ne vpliva na natančnost končnega rezultata. Pri tem moramo tudi upoštevati orientacijo roba.



Slika 22: Skica obravnavanega ravninskega območja D z »otočkom«, podan s poligonalno črto

3.7 Metoda izočrt

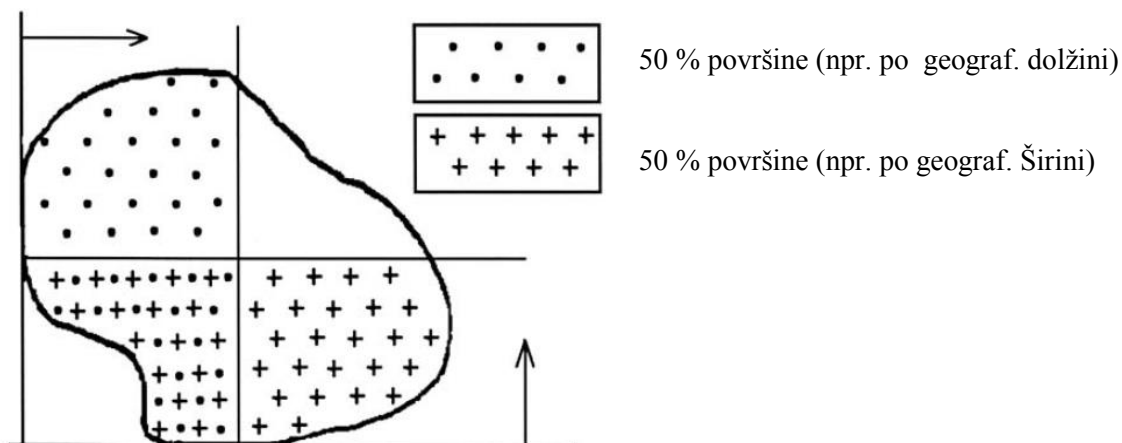
Izočrta je črta, ki veže točke enakih vrednosti na zemljevidih in diagramih. (Leksikon, 1994) V našem primeru izočrta povezuje točke enako oddaljene od meje. Izočrte so med seboj vzporedne in enako razmaknjene. Narišemo jih na karto na primer na vsakih 5 mm, kot je prikazano na sliki 23, in s tem postopoma zmanjšujemo površino območja tako dolgo, da dobimo najkrajšo izočrto in s tem najmanjšo površino. Središče se nahaja nekje na tej majhni površini. Da pridobimo središče izbranega območja, moramo planimetrirati (s planimetrom) preostalo površino (območje). Če bi smatrali izočrte kot izohipse, dobimo »izočrtni relief«, kjer se vrh nahaja v središču. Relief nam prikaže, koliko dolžin smo oddaljeni od meje in koliko od središča. Metoda ni primerna za države, ki so sestavljene iz kontinentalnega dela in otokov, saj je potrebno izločiti otoke iz območja ali pa jih zaobjeti s teritorialnim morjem (Ilić in Stanković, 2007).



Slika 23: Primer metode izočrt

3.8 Metoda translacije

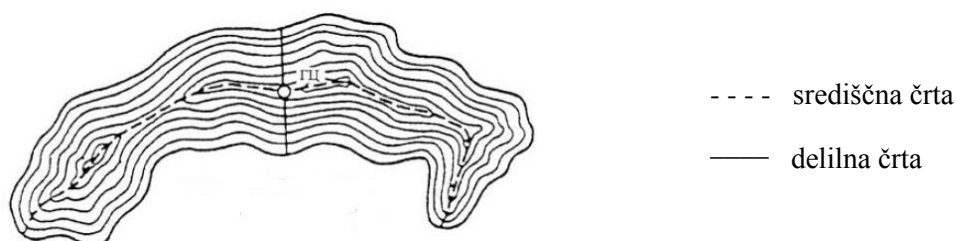
Za to metodo potrebujemo karto s koordinatno mrežo, ki zajema naše območje. Območje poskušamo razdeliti na dva po površini enaka dela kot je prikazano na sliki 24, s pomočjo planimetra. Delilna črta površin mora biti vzporedna koordinatni mreži (npr. sever - jug). Črto prestavljamo tako dolgo, da postaneta površini enaki. Postopek ponovimo še v smeri vzhod - zahod. Na sečišču vzporednic dobimo koordinate središča območja (Ilić in Stanković, 2007).



Slika 24: Primer translacije (Vir: Ilić in Stanković, 2007)

3.9 Kombinirana metoda

Je kombinacija metode izočrt in metode translacije. S to metodo dobimo središče (geografsko) območju s konveksno - konkavno obliko kateremu težiščno središče pade izven območja (npr. Hrvaška, Somalija, idr.). Pri metodi najprej zarišemo izočrte in skozi središčne izočrte potegnemo črto (središčna črta) po daljši dolžini vse do meje območja tako, da se naše območje razdeli na dva dela, kot je prikazano na sliki 25. Nato celotno območje razdelimo s pomočjo planimetra na dva po površini enaka dela z delilno črto vzporedno koordinatni mreži približno pravokotno na središčno črto. Na sečišču se nahaja geografsko središče. (Ilić in Stanković, 2007)



Slika 25: Primer kombinirane metode (Vir: Ilić in Stanković, 2007)

3.10 Primerjava metod

Izbira metode je predvsem stvar dogovora. Ne obstaja pravilna ali napačna metoda. Obstajajo omejitve pri izbiri, kadar imamo območje konveksno - konkavne oblike in pri območjih z velikim številom otokov. Preden izberemo metodo, moramo postaviti pogoje, po katerih se želimo ravnati.

Pogoji, ki jih lahko postavimo:

- najvišja možna položajna natančnost (uporaba analognih ali digitalnih podatkov),
- zajame celotno območje (možnost vključitve otokov v območje),
- površina kateri računamo težišče, se čim bolj približa površini našemu območju,
- metode ne zmanjša položajno natančnost rezultata (prišteje grafična natančnost, metoda zapolnitvijo s kvadrati, idr.),
- malo število ostalih možnih napak (odčitavanje koordinat, napačna izbira skrajnih točk, idr.),
- središče leži v območju (središče Hrvaške pri večini metod leži izven območja)
- idr..

V preglednici 6 v stolpcu podatki je navedeno, katero podlago lahko uporabimo in katere digitalne podatke za izvedbo metode. V stolpcu območje je navedeno, kateremu (liku) območju pridobimo ali izračunamo težišče. Stolpec natančnost glede na podatke označuje, od česa je odvisna položajna natančnost končnih koordinat središča. V stolpcu natančnost glede na metodo pa je označeno, s čim je dodatno obremenjena položajna natančnost končnih koordinat središča. V stolpcu ostale možne napake navajamo, s čim je lahko dodatno obremenjen končni rezultat.

Preglednica 6: Primerjava metod

METODA	PODATKI		OBMOČJE	NATANČNOST GLEDE NA PODATKE		NATANČNOST GLEDE NA METODO		OSTALE MOZNE NAPAKE
	analogni	digitalni		(analogni podatki ali raster) - odvisna od:	(digitalni podatki) - odvisna od:	Analogno (ročno) - odvisna od:	Digitalno (računalnik) - odvisna od:	
1								
povezava med točkami skrajnimi točkami	karta	poligon meje, raster						odčitavanje koordinat središča in skrajnih točk, napačna izbira skrajnih točk, pri zarisu
2								
središče očitane pravokotnika (pod kotom 0° in pod kotom 45°) – grafična metoda	karta	poligon meje, raster	štrikotnik	merila	pol. nat.	grafična natančnost - zaris diagonal	minimalen vpliv glede na položajno natančnost	odčitavanje koordinat središča in skrajnih točk, napačna izbira skrajnih točk, pri zarisu
3								
središče očitane pravokotnika - analitična	karta	poligon meje, raster	štrikotnik	merila	pol. nat.	grafična natančnost - zaris pravokotnika in sečišč	minimalen vpliv glede na položajno natančnost	odčitavanje koordinat središča in skrajnih točk, napačna izbira skrajnih točk, pri izračunu
4								
središče očitane in včrtane kroga metoda		poligon meje						
določitev težišča z uravnoteženjem enakomernega ravninskega lika na buciki	karta	poligon meje	krog	merila	pol. nat.		minimalen vpliv glede na položajno natančnost	
5								
določitev težišča z uravnoteženjem enakomernega ravninskega lika na buciki	karta		celotno	merila		obdelava kartona, grafična natančnost - debelina igle		odčitavanje koordinat, izrez kartona
6								
določitev težišča enakomernega ravninskega lika s pomočjo grezila	karta		celotno	merila		obdelava kartona, grafična natančnost - zaris daljic		odčitavanje koordinat, izrez kartona, izrez lukenej za žebliček
7								
metoda izočrt (izolinij)	karta		celotno	merila		grafična natančnost - zaris vzporednic, natančnost planimetra pri obrisu in izračunu površine		odčitavanje koordinat
8								
metoda translacije	karta		celotno	merila		grafična natančnost - zaris vzporednic, natančnost planimetra pri obrisu in izračunu površine		odčitavanje koordinat

Se nadaljuje

nadaljevanje

METODA	PODATKI		OBMOČJE	NATANČNOST GLEDE NA PODATKE		NATANČNOST GLEDE NA METODO		OSTALE MOŽNE NAPAKE
	analogni	digitalni		(analogni podatki ali raster) - odvisni od:	(digitalni podatki) - odvisni od:	analogno (ročno) - odvisno od:	digitalno (računalnik) - odvisno od:	
9								
kombinirana metoda sestavljena iz metode izočrt in translacije	karta	✓	celotno	merila	✓	grafična natančnost - zaris vzporednic, natančnost planimetra pri obrisu in izračunu površine	✓	odčitavanje koordinat
10								
grafično - analitična metoda izračuna težišča (zapolnitev s kvadrati, trikotniki)	karta	poligon meje	približek	merila	pol. nat.	velikosti kvadratkov, trikotnikov	velikosti kvadratkov, trikotnikov	odčitavanje koordinat, napačna izbira skrajnih točk, pri izračunu
11								
grafično - analitična metoda izračuna težišča (zapolnitev območja s trapezi)	karta	poligon meje, raster	približek	merila	pol. nat.	velikosti trapezov	velikosti trapezov	odčitavanje koordinat, napačna izbira skrajnih točk, pri izračunu
12								
metoda mreže točk	✓	poligon meje, raster	približek	merila	pol. nat.	gostote mreže točk, grafična natančnost - zaris mreže	gostote mreže	pri izračunu
13								
integralna metoda določanja težišča (kombinacija metode mreže točk in metoda težišč)	✓	poligon meje, raster	približek	merila	pol. nat.	gostote mreže točk, grafična natančnost - zaris mreže	gostote mreže	pri izračunu
14								
analitična metoda določitve geometričnega središča na podlagi meje, podane s poligonalno črto	✓	poligon meje	celotno	✓	pol. nat.	✓	✓	pri izračunu

Pri večini metod je možno pridobiti ali izračunati središče brez pomoči računalnika, a smo omejeni s količino podatkov, ki jih lahko preračunamo in s tem tudi z natančnostjo. Z nastopom nove tehnologije je možno nekaterim metodam povečati položajno natančnost in izničiti nekatere napake (omenjene v preglednic 6 - ostale napake). Natančnost rezultata je bila omejena z merilom karte in grafično natančnostjo zarisa na karto.

Pri večini metod želimo pridobiti ali izračunati težišče homogenega ravninskega lika nepravilne oblike (oblika nekega območja). Metode:

- ki ne upoštevajo oblike, so metode skrajnih točk (preglednica 6: metoda št. 1,2,3,4),
- ki se približajo obliki lika (meji območja) so metode zapolnitev s kvadratki, trapezi, trikotniki, mreže točk (preglednica 6: metoda št. 10,11,12,13),
- ki se popolnoma približajo meji območja (preglednica 6: metoda št. 5,6,7,8,9,14).

Nekatere metode so izvedljive samo s pomočjo analogne karte in so s tem omejene z merilom karte ter z odgovarjajočo položajno natančnostjo. Te metode so metoda izočrt, kombinirana metoda, uravnoteženja kartona na igli, z grezilom.

Metoda z uporabo poligonalne črte je edina metoda, pri kateri lahko upoštevamo površino otoka in eksklave ter izločimo površino enklave iz območja, kateremu bomo izračunali težišče.

Za pridobitev središča, ki bo ležalo v območju konveksno - konkavne oblike, sta primerni metoda izočrt in kombinirana metoda, slaba plat metode pa je, da ne moremo upoštevati otokov razen, če jih zaobjamemo s teritorialnim morjem.

4 NOV IZRAČUN SREDIŠČA SLOVENIJE

4.1 Območje

V diplomski nalogi se bomo osredotočili na izračun geometričnega središča. Definicija geometrijskega središča:

- » je točka, ki predstavlja masno težišče poljubne homogene ravninske ali prostorske ploskve ali poljubnega homogenega prostorskega telesa.« (Marjetič in Turk, 2004, str. 332)

Po izbire metode je potrebno skrbno določiti območje, kateremu bomo določili središče.

Pri izbiri območja moramo upoštevati:

- pripadnost območju (teritoriju, dejansko spada pod to območje)
- meja nesporno določena (pravni vidik, meja ni dokončno določena),
- otoki (katere upoštevamo; pri nekaterih območjih težko upoštevati vse),
- enklave in eksklave (»luknje« in »otoki« v območju),
- kolonije (predaleč od matične države; središče nahaja v oceanu ali na drugih kontinentih ter državah),
- morje (teritorialno morje - 12 morskih milj),
- oblika (sprememba metode konveksno konkavna; težiščno središče pade izven območja; npr.: Hrvaška).

Pri izbiri območja je pomembno, da se najbolj približamo uradnim mejam izbranega območja. Otoke na morju je smiselno šteti v območje, saj spadajo pod teritorij države (območja). Kadar državi pripada veliko število otokov, je potrebno definirati, katere in zakaj bodo vključeni ali izključeni iz območja. Izbiramo glede na velikost, pomen, oddaljenost od matičnega teritorija in idr..V nekaterih primerih, kjer je razdalja med otokom (ali več otokov) in matičnim teritorijem prevelika, ni smiselno otok vključiti v območje, saj bi se položaj središča preveč zamaknil in ne bi primerno predstavljal središča ostalega območja. Nekaterne države (Nemčija) se zaradi velikega števila otokov odločile, da bodo v območje štele tudi teritorialno morje (12 milj od obale). Enak primer se pojavi pri nekaterih enklavah oz. eksklavah. Pri večini držav ni smiselno upoštevati območje kolonij k območju matične države, saj se bo središče po vsej verjetnosti nahajalo v sredini katerega od oceanov (pomen središča izničen, razen, če bi ta točka predstavljala sredino večjega območja, kje je ta država v preteklosti kljubovala oceanom).

Če je območje konveksno konkavne oblike, obstaja možnost, da središče pade izven območja, v tem primeru je potrebno izbrati pravilno metodo, v kolikor ni bila izbrana že pred začetkom izbire območja.

Izbira območja je predvsem stvar dogovora.

V Sloveniji in tudi pri drugih državah se pojavi problem iz pravnega vidika, da meje med državami še niso dokončno določene. Tako se pojavi problem, da ne vemo, kje točno poteka naše območje. Zato nam tudi, metoda, ki dovoljuje izračun težišča (središče) celotnega območja brez približkov ne koristi, če ne poznamo točne meje.

4.1.1 Kratek opis območja Slovenije

Slovenija leži na južnem delu Srednje Evrope, na severu mejimo na Avstrijo (dolžina skupne meje s Slovenijo znaša 330 km), na jugu na Hrvaško (670 km), na vzhodu na Madžarsko (102 km) in na zahodu na Italijo (232 km) ter na jugozahodu na morje 46,6 km. Meja je nesporno določena z Italijo, Avstrijo in Madžarsko. S vsemi tremi državami imamo podpisane mednarodne pogodbe, ki določajo potek državne meje, z Italijo tudi na morju. Meje so bile določene s Temeljno ustavno listino o samostojnosti in neodvisnosti Republike Slovenije 25.6.1991. (Enciklopedija Slovenije, 1997)

S Hrvaško kopenska in morska meja še nista nesporno določeni in naj bi bili določeni s pomočjo arbitražnega sporazuma na arbitražnem sodišču. Po osamosvojitvi sta Slovenija in Hrvaška podpisale dokument o spoštovanju meje, ki je bila določena v okviru SFRJ (Socialistična federativna republika Jugoslavija).

Območje Slovenije ima hrvaško enklavo (blizu Brezovice pri Metliki) in slovensko eksklavo (blizu Lendave) nima pa otokov na morju.



Slika 26: Enklava blizu Brezovice pri Metliki (belo območje spada k Hrvaški)(vir: PISO, <http://www.geoprostor.net/PisoPortal/Default.aspx?>)



Slika 27: Eksklava blizu Lendave (Vir: <http://www.geopedia.si>)

V poglavju 5 bomo opisali, kako sprememba območja vpliva na lokacijo središča in katero območje smo izbrali za končni izračun središča.

4.2 Podatki, uporabljeni pri izračunu središča

Po izbiri metode in definiranju območja je potrebno izbrati primerne podatke. V Sloveniji imamo na voljo veliko različnih podatkov v analognih in digitalni obliki.

Na kaj moramo biti pozorni pri izbiri podatkov:

- obsega celotno območje,
- popolnost podatkov,
- natančnost in
- oblika podatkov (analogna, digitalna, vektor, raster, idr.).

Območje Slovenije bo v našem primeru predstavljala aproksimacija območja na površini Zemlje s homogenim likom, katerega meje so znane. Za izračun po analitični metodi določitve geometričnega središča na podlagi meje, podane s poligonalno črto, smo potrebovali podatke o meji Slovenije, ki so vsebovali poligon meje in koordinate oglišč (mejnih točk) poligona. Samo za primerjavo položajev središč smo uporabili tudi metodo skrajnih točk - središče očrtanega pravokotnika (grafično) in pri tem uporabili karto v merilu 1 : 250 000. Če bi uporabili katero drugo metodo, bi bilo potrebno uporabiti drugi vir podatkov.

4.2.1 Uporabljeni viri

Analogna oblika virov:

- natisnjena Pregledna karta Republike Slovenije 1 : 250 000 s koordinatno mrežo

Digitalni oblika virov (podatki v vektorski obliki):

- evidenca državne meje (poligon meje Slovenije)
- zemljiški kataster (poligon parcel ob meji)
- zemljiški kataster (poligon katastrskih občin)

4.2.2 Opis podatkov

4.2.2.1 Karta Slovenije v merilu 1 : 250 000

Osnovni podatki karte:

Državna pregledna karta Republike Slovenije 1 : 250 000. V UTM projekciji. 1. izdaja 2008, Ljubljana: Ministrstvo za okolje in prostor: Geodetska uprava Republike Slovenije, Vir: Topografska karta 1 : 200 000 (Vojnogeografski inštitut Beograd, 1969-70)

4.2.2.2 Evidenca državne meje

Evidenca državne meje je temeljna evidenca o mejnih točkah in je bila vzpostavljena na podlagi Zakona o evidentiranju nepremičnin - ZEN (Uradni list RS, št. 47/2006 in 65/2007 - Odločba US), X. poglavje, čl. 104. Točke označujejo državno mejo Republike Slovenije. Evidenca vsebuje podatke o šifri države, sektorju, tipu in legi mejnega znaka, oznako, koordinate v GK koordinatnem sistemu in sistemu sosednje države, morebitni oddaljenosti od mejne črte in razdalji do naslednjega mejnika.

Podatki služijo za grafični prikaz poteka državne meje, za uskladitev podatkov zemljiškega katastra in registra prostorskih enot z državno mejo. (E-Prostor, 2015)

Vsebino evidence vodi Geodetska uprava Republike Slovenije. Meja se evidentira s točkami v državnem koordinatnem sistemu in na podlagi ratificiranih mednarodnih pogodb.

Podatkovni niz vsebuje atributne podatke o mejnih točkah. Te so označene (fizično na terenu - mejniki) in neoznačene (lomne točke). Koordinate so določene v koordinatnem sistemu D48, Gauß-Krügerjeva projekcija. Meja Slovenije je sestavljena iz 19885 mejnih točk (+ lomne točke in mejniki). Koordinate mejnih točk so zapisane z natančnostjo 0,01 m. Položaj mejnega znaka lahko odstopa $\pm 0,2$ m od uradno veljavnih koordinat.

Digitalni podatki o državni meji so podani s poligonom. Poligon je določen z 45470 lomnimi točkami. Podana je tudi meja na morju, ni pa podana meja med kopnim in morjem. (E-prostor, 2015). Zato smo mejo na obali določili s pomočjo sloja katastrskih občin (KO) in zemljiškega katastra (ZKP).

4.2.2.3 Zemljiški kataster – parcele ob državni meji

Za izračun središča potrebujemo le podatke o meji parcele (daljice oziroma koordinate lomnih točk poligona) ob Slovenski meji in njihove parcelne številke, ki jih potrebujemo za določitev pripadnosti državi, saj so v digitalnem zemljiškem katastru prikazane tudi parcele, ki niso označene z enolično parcelno številko (oznaka HRV, HRVA, HRV0, ITA, idr.). Te parcele so označene s številko 9999 in poddelilkami 9999, 9998, 9996.

Zemljiškokatastrski podatki se vodijo tako, da je osnovna enota katastrska občina. Tako je vsaka parcela v državi določena z edinstveno številko sestavljena iz šifre katastrske občine in parcelne številke. Meje parcele so sestavljene iz daljic, ki tvorijo zaključen poligon in razmejijo parcele od sosednjih parcel ter se evidentira s koordinatami zemljiškokatastrskih točk. Koordinate ima v državnem koordinatnem sistemu (po novi zakonodaji se vodijo v novem koordinatnem sistemu ETRS89). Podatki za grafični prikaz parcel so podani v državnem koordinatnem sistemu (Državni koordinatni sistem D48, Gauß-Krügerjeva projekcija). Natančnost je odvisna od vrste katastra (koordinatni, grafični, numerično-grafični), načina izmere (polarna, fotogrametrična, itn.) in merila katastrskega načrta (vir za izdelavo prikaza). Položajna natančnost prikaza parcel je med 2 m in 50 m. Najslabša natančnost je na območju Julijskih, Kamniških in Svinjskih Alp, delih Bele Krajne in Pohorja. Velik del državne meje odpade na ta območja, tako se digitalni katastrski načrt ob meji precej razlikuje od slovenske meje (E-prostor, 2015).

Pozicijska natančnost zemljiškega katastra je ponekod zelo slaba, manjkajo podatki ob meji (del k.o. Volče), številke nekaterih parcel manjkajo (posebna označba) ali niti ne spadajo pod območje Slovenije.

Položajna natančnost ob obali pa je zadovoljiva, kar pomeni, da je natančnost po večini površine boljša od 5 m (Ocena natančnosti podatkov zemljiškega katastra, 2003).

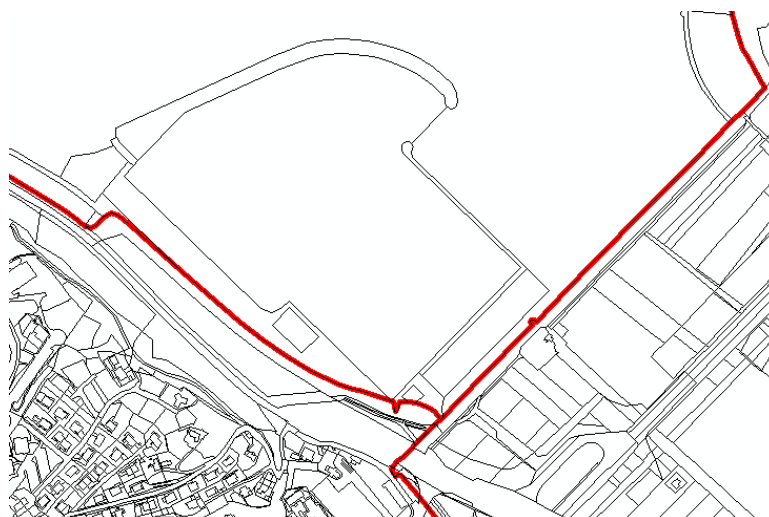
4.2.2.4 Meja katastrskih občin ob državni meji

Katastrska občina je temeljna teritorialna enota za vodenje zemljiškega katastra in sestavljena je iz enega ali več prostorskih okolišev. Podatki spadajo pod digitalni zemljiški kataster. Območje in ime katastrske občine določi Geodetska uprava Republike Slovenije s sklepom in šifre katastrskih občin določi država. (Državna geodezija Katalog digitalnih podatkov 2004) Trenutno imamo v Sloveniji 2698 katastrskih občin. Pri digitalnih podatkih lahko pričakujemo odstopanja od 10 m do 100 m, kar pomeni, da imamo zelo slabo položajno natančnost. Koordinate točk mej so podane v D48 v GK projekcija. (E-prostor, 2015)

4.2.2.5 Prikaz nekaterih razlik, ki se pojavijo med podatki



Slika 28: Primerjava podatkov poligona parcel ob meji (zemljiški kataster) in poligona slovenske meje (evidenca državne meje). Zelena črta predstavlja podatke iz evidence državne meje, sivo-rumene parcele pa predstavljajo podatke iz zemljiškega katastra.



Slika 29: Primerjava podatkov poligona katastrskih občin (rdeča črta) in poligona parcel zemljiškega katastra (črna črta) – ob obali



Slika 30: Primerjava podatkov poligona državne meje (zelena črta), poligona katastrskih občin (rdeča črta) in poligona parcel zemljiškega katastra (črna črta) - Prekmurje

4.3 Obdelava nekaterih podatkov

Pred začetkom izračuna je bilo potrebno pridobiti podatke iz zbirke prostorskih podatkov Geodetske uprave Republike Slovenije in pridobiti ustrezno programsko opremo, za obdelavo podatkov in za izračun središča (Excel, ArcGIS 9,...). Za izračun je potrebna točno določena oblika podatkov (koordinate lomnih točk poligona Slovenske meje, v pravilnem zaporedju), zato je potrebno predhodno preoblikovati podatke.

4.3.1 Obdelava poligona slovenske meje – evidenca državne meje

Podatki o državni meji, pridobljeni od Geodetske uprave, so bili združeni v en poligon (vektor državne meje). Najprej se s pomočjo programa ArcGis pretvorimo poligon v zaključeno linijo. Poligon se pretvori v 3 zaključene linije. Ena zaključena linija je večji del slovenske meje, drugi dve pa sta slovenska eksklava (eksklava - v ozemlju tuje države vključeno ozemlje druge države) na Hrvaškem in sicer na skrajnem vzhodu (blizu Lendave, blizu madžarskega kraja Muraszemenye) in hrvaška enklava na Slovenskem ozemlju (v bližini naselja Brezovica pri Metliki). Eksklavo in enklavo je potrebno izvoziti v posebno datoteko in ju iz prvotne datoteke izbrisati, da lahko nadaljujemo s pretvorbo podatkov. To je bilo potrebno narediti zaradi načina generiranja točk v programu ArcGIS in s tem povezanim zaporedjem točk, ki smo ga potrebovali za izračun središča v programu Excel. Nato razdelimo linijo na več krajših linij, linije se prelomijo na vozliščih linije. Lomne točke spremenimo v točke in jim dodelimo še koordinate. Te točke so služile za določitev roba našega območja z daljicami. Tako pridobimo tabelo GK-koordinat vseh lomnih točk poligona meje v pravilnem zaporedju za izračun središča po metodi s poligonalno črto.

4.3.2 Obdelava sloja katastrskih občin

Preden smo lahko pridobili samo točke na Slovenski meji po zgornjem postopku, smo morali pripraviti podatke o katastrskih občinah, ki so vsebovali več poligonov. Poligone moramo najprej združiti v en poligon.

4.3.3 Obdelava sloja zemljiškega katastra

Podatke zemljiškega katastra je bilo tudi potrebno združiti v en poligon, saj je tudi ta sloj (zemljiški kataster - parcele ob meji po katastrskih občinah) vseboval veliko število manjših poligonov (vsaka parcela predstavlja poligon) in smo potrebovali samo koordinate točk, ki so predstavljale slovensko mejo. Po združitvi podatkov smo ugotovili, da naše območje vsebuje veliko neskladij/napak :

- meje parcel med katastrskimi občinami se ne ujemajo (luknje; topologija ni povsod urejena)
- manjkajo podatki v katastrski občini Volče
- več »otočkov« ob meji
- vrisane parcele, ki ne spadajo pod ozemlje Slovenije (imajo svojo oznako)
- parcele niso enolične označene (manjka šifra k.o. ter parcelna številka, oznake: hrv 1 idr.)

4.4 Izračun, primer izračuna, rezultati

4.4.1 Središče očrtanega pravokotnika (analitična metoda)

Gauss-Krügerjeve koordinate štiri skrajnih točk, odčitane iz podatkov evidence državne meje (poligon slovenske meje; brez morja).

Preglednica 7: Gauss-Krügerjeve koordinate skrajnih točk Slovenije (privzete iz evidence državne meje)

Točka	X (m)	Y (m)
zahodna	375219,56	129457,43
vzhodna	624125,38	148451,69
južna	514200,80	30807,44
severna	594384,62	193272,84

$$\Delta x = \left| \frac{x_Z - x_V}{2} \right| = \left| \frac{624125,38m - 375219,56m}{2} \right| = 124452,91 \text{ m},$$

$$\Delta y = \left| \frac{y_J - y_S}{2} \right| = \left| \frac{193272,84m - 30807,44m}{2} \right| = 81232,70 \text{ m}$$

$$x_{SR} = x_Z + \Delta x = 375219,56m + 124452,91m = 499672,47m$$

$$y_{SR} = y_J + \Delta y = 30807,44m + 81232,70m = 112040,14m$$

Koordinate središča izračunanega po metodi skrajnih točk - središče očrtanega pravokotnika (analitična metoda):

$$x_{SR} = 499672,47m$$

$$y_{SR} = 112040,14m$$

Izračunano središče leži v bližini vasi Kotredež (3 km oddaljene od Zagorja ob Savi). Položaj središča bo prikazan na karti.

Preglednica 10: Rezultati izračuna geometričnega središča z analitično metodo na podlagi meje Slovenije, podane s poligonalno črto pri uporabi različnih podatkov in območji

	Y_{GK} (m)	X_{GK} (m)	PODATKI	OBMOČJE
1	484246,4877	107178,7280	SLO MEJA	morje, z eks. in enk.
2	484244,3150	107178,0243	SLO MEJA	morje, brez eks. in enk.
3	486296,8951	108426,4768	SLO MEJA, KO	brez morja, z eks. in enk., obrez KO
4	486232,3508	108413,0883	SLO MEJA, KO	brez morja, brez eks. in enk., obrez KO
5	486294,7037	108425,7734	SLO MEJA, ZKP	brez morja, brez eks. in enk., obrez ZKP
6	486296,8884	108426,4721	SLO MEJA, ZKP	brez morja, z eks. in enk., obrez ZKP
7	484246,2734	107178,6654	KO	morje, z eks. in enk.
8	486296,6805	108426,4154	KO	brez morja, z eks. in enk.
9	486301,6130	108416,1300	ZKP	brez morja, z eks., brez enk., sporna zem.
10	486289,3545	108425,9981	ZKP	brez morja, z eks. in enk., brez spornih zem.

Pomen nekaterih okrajšav:

SLO MEJA - poligona slovenske meje (evidenca državne meje)

ZKP - poligon parcel ob meji (zemljiško katastrski prikaz)

KO - poligon katastrskih občin

zem. - zemljišče/a

eks. - eksklava/e

enk. - enklava/e

obrez - dodana meja na kopno - morje

Za končno predstavitev smo uporabili samo nekatere od zgornjih podatkov.

4.5 Pretvorba koordinat središča Slovenije, ki ga je izračunal urad nizozemskega katastra pred izvedbo projekta At Home Anywhere

Za Slovenijo je bilo izračunano središče z geografskimi koordinatami:

N 46° 07.174' , E 14° 49.308'

Če pretvorimo koordinate središča v Gauss-Krugerjeve koordinate, dobimo:

$x = 108394,78$ m , $y = 486597,67$ m

Koordinate, ki so bile podane v geografskih koordinatah, smo pretvorili s pomočjo spletne aplikacije Sitranet v Gauss-Krugerjeve koordinate. GK- koordinate potrebujemo za numeričen in grafični prikaz razlike med lokacijami središč.

5 PRIMERJAVA REZULTATOV

5.1 Rezultati in primerjava

Preglednica 11: Koordinate središč Slovenije (obstoječe, izračunane)

	Y_{GK} (m)	X_{GK} (m)	PODATKI	OBMOČJE
1	486114,21	108468,91	GEOSS	
2	486090,00	108460,00	GEOSS, Jenko M.	
3	484246,49	107178,73	SLO MEJA	morje, eks. in enk.
4	484244,32	107178,02	SLO MEJA	morje, brez eks. in enk.
5	486296,90	108426,48	SLO MEJA, KO	brez morja, z eks. in enk., obrez po KO
6	486232,35	108413,09	SLO MEJA, KO	brez morja, brez eks. in enk., obrez po KO
7	486294,70	108425,78	SLO MEJA, ZKP	brez morja, brez eks. in enk., obrez po ZKP
8	486296,89	108426,47	SLO MEJA, ZKP	brez morja, z eks. in enk., obrez po ZKP
9	484246,27	107178,67	KO	morje, eks. in enk.
10	486296,68	108426,42	KO	brez morja, eks. in enk.
11	486301,61	108416,13	ZKP	brez morja, z eks., brez enklav, sporna zemljišča
12	486289,35	108426,00	ZKP	brez morja, eks. in enk., brez spornih zemljišč
13	499299,82	112250,00	DPK 250	brez morja, skrajne točke Slovenije, očrtan pravokotnik
14	499672,47	112040,14	SLO MEJA	brez morja, eks. in enk., skrajne točke Slovenije
15	486597,67	108394,78	EUROBOUNDRYMAP 1: 100 000	brez morja, Slovenija

Osnovno območje je kopenski del Slovenije. Meja na morju podana v digitalnih podatkih evidence državne meje. Velja za vsa območja tudi spodaj podanih razpredelnic.

5.1.1 Sprememba območja

V naslednjih 4 primerih bomo prikazali spremembe položaja središča, če spremenimo območje. Uporabljena analitična metoda meje podane s poligonalno črto se pri tem ne spremni.

Primer 1

Preglednica 12: Razlika v položaju središča - z morjem in brez morja

	Y_{GK} (m)	X_{GK} (m)	PODATKI	OBMOČJE	ΔY (m)	ΔX (m)
1	484246,49	107178,73	SLO MEJA	morje, z eks. in enk.		
2	486296,89	108426,47	SLO MEJA, ZKP	brez morja, z eks. in enk., obrezano po ZKP.	2050,40	1247,74

Položaj središča, če upoštevamo še del območja na morju, ki spada pod Slovenijo, se spremeni v smeri proti jugu (x-os) za 1247,74 m in v smeri proti zahodu (y-os) za 2050,40 m. Razlika je precejšnja, saj imamo tudi veliko razliko med uporabljenimi površinami območji.

Primer 2

Preglednica 13: Razlika v položaju središča - brez/z eksklavo in enklavo

	Y_{GK} (m)	X_{GK} (m)	PODATKI	OBMOČJE	ΔY (m)	ΔX (m)
1	486296,89	108426,47	SLO MEJA, ZKP	brez morja, z eks. in enk., obrez po ZKP		
2	486294,70	108425,78	SLO MEJA, ZKP	brez morja, brez eks. in enk., obrez po ZKP	2,1847	0,6987

Razlika v položaju središča je samo 2 m v smeri y-osi in 0,7 m v smeri x-osi. Razlika je skoraj zanemarljiva je pa s stališča teritorialne pripadnosti Sloveniji potrebno upoštevati. Kakor tudi z geodetskega stališča, saj želimo znanstveno ovrednotiti rezultat.

Primer 3

Preglednica 14: Sprememba položaja središča glede na dodano mejo med morjem in kopnem

	Y_{GK} (m)	X (m)	PODATKI	OBMOČJE	ΔY (m)	ΔX (m)
1	486296,895 1	108426,476 8	SLO MEJA, KO	brez morja, z eks. in enk., obrez po KO		
2	486296,888 4	108426,472 1	SLO MEJA, ZKP	brez morja, z eks. in enk., obrez po ZKP	0,0067	0,0047

Poligon evidence državne meje na vsebuje mejo med kopnim in morjem. Meji je potrebno dodati mejo katastrskih občin ob obali ali mejo parcel zemljiškega katastra ob obali. Razlika v lokaciji središča je samo 0,0067 m v smeri y-osi in 0,0047 m v smeri x-osi. Razlika je minimalna.

Primer 4

Preglednica 15: Razlika v položaju središča pri uporabi podatkov zemljiškega katastra pri različnih območjih - brez in z nespornimi zemljišči

	Y_{GK} (m)	X_{GK} (m)	PODATKI	OBMOČJE	ΔY (m)	ΔX (m)
1	486289,35	108426,00	ZKP	brez morja, z eks. in enk, brez spornih zemljišč		
2	486301,61	108416,13	ZKP	brez morja, z eks. in enk, z spornimi zemljišči	12,26	9,87

Sporna zemljišča niso enolično označena s parcelno številko in ležijo ob meji. Razlika v položaju je v smeri y-osi 12,26 m in v smeri x-osi 9,87 m.

5.1.2 Različni podatki

V petem primeru bomo prikazali spremembe položaja središča ob spremembi podatkov. Uporabljen metoda (analitična metoda meje podane s poligonalno črto) se pri tem ne spremni.

Primer 5

Preglednica 16: Razlika v položaju središča pri različni virih podatkov

	Y_{GK} (m)	X_{GK} (m)	PODATKI	OBMOČJE	ΔY (m)	ΔX (m)
1	486296,89	108426,47	SLO MEJA	brez morja, z eks. in enk., obrez po ZKP		
2	486296,68	108426,42	KO	brez morja, z eks. in enk.	0,21	0,05
3	486289,35	108426,00	ZKP	brez morja, z eks. in enk., brez spornih zemljišč	7,54	0,47

Razlika pri uporabi poligona slovenske meje in poligona katastrskih občin iz zemljiškega katastra za izračun središča je minimalna in znaša v smeri y 0,21 m in 0,05 m v smeri x. Če pa primerjamo razliko med poligonom slovenske meje in poligona parcel iz zemljiškega katastra, je razlika malenkost večja in znaša v smeri osi y 7,54 m in v smeri osi x 0,47 m. Razlika relativna majhna glede na natančnost podatkov zemljiškega katastra.

5.1.3 Različni metodi

Primer 6

Preglednica 17: Razlika v položaju središča pri različnih metodah – skrajne točke (središče očrtanega štirikotnika) in analitično metodo na podlagi meje, podane s poligonalno črto

	Y_{GK} (m)	X_{GK} (m)	PODATKI	METODA	ΔY (m)	ΔX (m)
1	486296,89	108426,47	SLO MEJA, ZKP	določitev geometričnega središča z analitično metodo na podlagi meje Slovenije, podane s poligonalno črto		
2	499672,47	112040,14	SLO MEJA	skrajne točke Slovenije - središča očrtanega pravokotnika	13375,58	3613,67

Območje brez morja, eksklavi, obrez meje (kopno - morje) po KO. Razlika v položaju je velika, saj v primeru metode skrajnih točk Slovenije računamo središče očrtanega pravokotnika, v primeru analitične metode pa območje lika v obliki Slovenije.

5.1.4 Ostali primeri

Primer 7

Preglednica 18: Razlika v položaju središča postavljenega pomnika GEOSS in izračunanega središča GEOSS-a

	Y_{GK} (m)	X_{GK} (m)		ΔY (m)	ΔX (m)
1	486114,21	108468,91	GEOSS - pomnik		
2	486090,00	108460,00	GEOSS - izračunan	24,21	8,91

Primer 8

Preglednica 19: Primerjava med grafično in analitično metodo skrajnih točk Slovenije (središče očrtanega pravokotnika)

	Y_{GK} (m)	X_{GK} (m)	PODATKI	METODA	ΔY (m)	ΔX (m)
1	499299,82	112250,00	DPK250	skrajne točke Slovenije (grafična metoda)		
2	499672,47	112040,14	SLO MEJA	skrajne točke Slovenije (analitična metoda)	372,65	209,86

Primer 9

Preglednica 20: Razlika v položaju središča Slovenije glede na GEOSS po različnih metodah

	Y_{GK} (m)	X_{GK} (m)	OZNAKA	METODA in OBMOČJE	ΔY (m)	ΔX (m)
1	486114,21	108468,91	GEOSS			
2	486296,89	108426,47	SLO MEJA, ZKP	brez morja, z eks. in enk., obrez po ZKP	182,69	42,44
3	499672,47	112040,14	SLO MEJA, KO - ŠTIRIKOTNIK	očrtan pravokotnik; skrajne točke Slovenije (analitična metoda), brez morja	13558,26	3571,23
4	486597,67	108394,78	NIZOZEMCI	Slovenija Euroboundrymap 1 : 100 000, brez morja	483,46	74,13

Pri uporabi metode določitev geometričnega središča z analitično metodo na podlagi meje Slovenije podane s poligonalno črto se središče nahaja južneje za 42,44 m in vzhodneje za 182,69 m glede na GEOSS. Največja razlika (proti severu 3,571 km in proti vzhodu 13,558 km) glede na GEOSS se pojavi pri metodi, kjer smo poiskali središče očrtanem pravokotniku (s pomočjo metode skrajnih točk). Središče, ki ga je izračunal nizozemski kataster, se nahaja južneje za 74,13 m in vzhodneje za 483,47 m od GEOSS-a.

5.2 Izbira meje območja, metode in podatkov

Ključno vprašanje je bilo, katero območje, metodo in podatke bomo uporabili pri ponovnem izračunu središča Slovenije.

5.2.1 Izbira metode

Metode, ki so bile uporabljene:

- Grafično - analitična metoda, uporabljena pri izračunu GEOSS-a
- Metoda skrajnih točk - središče očrtanega pravokotnika (grafična metoda)
- Metoda skrajnih točk - središče očrtanega pravokotnika (analitična metoda)
- Določitev geometričnega središča z analitično metodo na podlagi meje Slovenije, podane s poligonalno črto

Za ponovni izračun središča smo uporabili metodo za izračun težišča poljubne homogene ravninske ploskve (območje Slovenije), to je analitična metoda določitve geometričnega središča na podlagi meje, podane s poligonalno črto. Pri metodi se popolnoma analitično določi geometrično središče na

podlagi meje območja. Prednost metode je, da nismo omejeni s količino točk, s katerimi opišemo naše območje, ni potrebna generalizacija območja in je možna vključitev otokov in eksklav ter izključitev enklav iz območja, po katerem bomo računali težišče. Pri metodi lahko tako uporabimo podatke z najvišjo položajno natančnostjo.

5.2.2 Izbira območja

Izbira območja Slovenije za končni izračun središča je dokaj preprosta, saj območje nima otokov, nima kolonij, središče pade v območje Slovenije in območje je relativno majhno. Za Slovenijo je za območje, kateremu bomo računali središče, smiselno izbrati samo kopenski del brez območja na morju (nihče ne živi na morju stalno in Slovenija nima otokov) in upoštevati slovensko eksklavo pri Lendavi ter hrvaško enklavo pri Metliki (ker je uradno del slovenskega ozemlja in del spada uradno pod Hrvaško ozemlje), čeprav nastane le majhna razlika v položaju središča, če upoštevamo eksklavo in enklavo ali ne. Razlika znaša le okoli 2 m. Problemi političnega - pravnega predmeta se lahko pojavijo pri meji s Hrvaško, ker meja še ni s pogodbo dokončno določena, kar pa s stališča geodezije ne predstavlja problem, saj za geodeta so meje dokončno določene.

5.2.3 Izbira podatkov

Preglednica 21: Položajna natančnost uporabljenih podatkov

	Podatki	Položajna natančnost (m)	
1	SLO MEJA	0,01	položaj mejnega znaka lahko odstopa $\pm 0,2$ m
2	ZKP	2 – 50	
3	ZKP ob obali	5	
4	KO	10 - 100	
5	DKP 250	120	

Katere podatke bomo uporabili, je naprej odvisno od uporabljene metode in območja. Po izbiri metode se posvetimo položajne natančnosti podatkov, popolnosti podatkov ter obliki podatkov (analogni, digitalni). Položajna natančnost podatkov ZKP in KO je slabša od evidence državne meje, je pa nujna za določitev meje med morjem in kopnem.

Najprimernejši podatki za izračun središča Slovenije z metodo, pri kateri potrebujemo poligonalno črto, so digitalni podatki o slovenski meji (evidenca državne meje - poligon). Podatki so natančnejši od ostalih dveh (od poligona parcel ob meji zemljiškega katastra in poligona katastrskih občin).

Problem nastane, ker vektorski podatki o slovenski meji ne vsebujejo mejo med morjem in kopnim in je potrebno uporabiti vektorske podatke zemljiškega katastra ali katastrskih občin za obrez. Sprememba v lokaciji središča po izračunu po različnih podatkih obreza je minimalna in znaša samo približno 0,0067 m v smeri y-osi in 0,0047 m v smeri x-osi. V tem primeru smo uporabili poligon parcel ob obali grafičnega prikaza zemljiškega katastra, saj je položajna natančnost višja kot pri poligonu katastrskih občin, kot navedeno v preglednici.

Digitalni podatki zemljiškega katastra in katastrskih občin za celotno območje Slovenije niso primerni za izračun z metodo, pri kateri potrebujemo poligonalno črto, ker je položajna natančnost, kot je navedena v preglednici št. 21, slaba, ter meja ni enolično določena (pojavljajo se parcele, ki ne spadajo pod ozemlje Slovenije in manjka del podatkov za katastrsko občino Volče).

Položaj središč izračunana po enakem območju pri različnih podatkih kljub slabši natančnosti se minimalno razlikujejo. Največja razlika je 7 m. Tako gledano bi lahko uporabili vse tri podatke z mirno vestjo.

5.3 Položaj središča Slovenije ponovnega izračuna

$$x_{GK} = 5486296,8884 \text{ m}$$

$$y_{GK} = 5108426,4721 \text{ m}$$

Uporabljeno:

Območje - kopenski del Slovenije z upoštevanjem eksklave in enklave.

Metoda - določitev geometričnega središča z analitično metodo na podlagi meje Slovenije podane s poligonalno črto.

Podatki - meja privzeta iz evidence državne meje (poligon slovenske meje) in meja slovenske obale iz zemljiškega katastra (poligon parcel ob obali).

Lege položajev izračunanih središč so prikazane v prilogah.

6 ZAKLJUČEK

V diplomski nalogi smo raziskali, kaj se dogaja na področju izračuna geometričnega središča (države, kontinenta, zvezne države, občine) v Evropi, in predstavili nekaj držav, katere metode in podatke so pri tem uporabili in na katere problem so pri tem naleteli. Večina držav nima enolično določenega središča in si več krajev lasti naziv središča države, saj je izbira metode in območja bila predvsem odvisna od posameznikov, ki so bili zadolženi za izračun središča. Središča služijo predvsem za razvoj turizma v kraju. V Sloveniji imamo samo eno središče, ki je zakonsko uveljavljena točka, državnega in narodnega vidika posebnega pomena in simbolizira zakoreninjenost Slovencev na območju Slovenije, splošno znana točka, ki jo letno obiše veliko število ljudi in vsako leto pridobi na prepoznavnosti.

Ugotovili smo, da je za izračun središča nekega območja najprej potrebno definirati vrsto središča, ki ga želimo izračunati, v našem primeru geometrično središče, torej težišče homogenega ravninskega lika. Nato iz nabora metod izberemo metodo, ki ustreza v-naprej postavljenim pogojem. Skrbno je potrebno definirati meje območja, po katerih bomo pridobili ali izračunali središče, in izbrati podatke, s katerimi bomo pridobili ali izračunali središče.

Pred končno izbiro metode, območja in podatkov za izračun središča, smo za primerjavo izračunali središča z uporabo različnih metod, pri različnih območjih in podatkih. Ugotovili smo, da se največja razlika v položaju središča pojavi pri uporabi različnih metod (metode skrajnih točk - središče očrtanega pravokotnika in metodo s poligonalno črto) in znaša nekaj manj kot 14 km. Relativno majhna razlika (približno 7 m) v položaju središča pa se pojavi pri uporabi različnih podatkov pri uporabi iste metode. Pri spremembi območja (območje z morjem in brez morja) se položaj središča spremeni za približno 2400 m v SZ smeri glede na položaj središča (območje brez morja). Izračunana središča smo prikazali tudi na karti.

Ugotovili smo, da je najprimernejša metoda za izračun središča analitična metoda na podlagi meje Slovenije, podane s poligonalno črto, saj s to metodo popolnoma analitično določimo geometrično središče na podlagi meje območja. S to metodo lahko vključimo v območje eksklavo in izključimo enklavo iz območja. Pri izbiri podatkov nismo bili omejeni s količino podatkov, ki jih lahko uporabimo pri izračunu, tako smo lahko uporabili podatke z najvišjo položajno natančnostjo, ki so na voljo v zbirki prostorskih podatkov.

Končni položaj središča Slovenije je bil izračunan z analitično metodo na podlagi meje Slovenije, podane s poligonalno črto. Za poligonalno črto smo uporabili podatke iz evidence državne meje Slovenije (poligon meje) in podatke iz zemljiškega katastra (poligon parcel ob obali) za mejo med kopnim in morjem. V območje smo vključili slovensko eksklavo in izključili hrvaško enklavo.

Končne koordinate središča:

$$x_{GK} = 5486296,89 \text{ m}$$

$$y_{GK} = 5108426,47 \text{ m}$$

Na novo izračunano središče leži 187,55 m JV od GEOSS-a.

VIRI

Uporabljeni viri

Bishoff, C., Wagenknecht S. 2009. Mittel und Wege zur Mitte. In: Ministerium des Inneren des Landes Brandenburg (Hrsg.): Vermessung Brandenburg, Jahrgang 14, Heft 1/2009: 106-110. http://www.geobasis-bb.de/GeoPortal1/produkte/verm_bb/pdf/1_09_Mitteilungen_75-128.pdf (Pridobljeno 20. 4. 2015)

Ciglar, R. 1998. Vroče razprave litijskih svetnikov. Glasilo Občanov, letnik 25, številka 2: 4. <http://www.dlib.si> (Pridobljeno 6. 7. 2015)

Der Mittelpunkt Brandenburgs.

<http://www.politische-bildung-brandenburg.de/node/9214> (Pridobljeno 14. 7. 2015)

Društvo GEOSS 1. 2006 -, Geometrično središče Slovenije. Predstavitev.

<http://www.drustvo-geoss.si/page/sl/geoss/predstavitev> (Pridobljeno 22. 3. 2016)

Društvo GEOSS 2. 2006 -, Geometrično središče Slovenije. Predstavitev.

http://www.drustvo-geoss.si/page/sl/geoss/vloga_in_pomen (Pridobljeno 22. 3. 2016)

E-Prostor. <http://e-prostor.gov.si/> (Pridobljeno 5. 2. 2016)

Enciklopedija Slovenije. 1997. Ljubljana, Založba Mladinska knjiga, zvezek 11: 296.

Europos parkas. 2015. http://www.europosparkas.lt/English/mus_nature.html (Pridobljeno 5. 12. 2015)

Glöckner N. 1998. Silberhausen. <http://www.mittelpunkt-deutschlands.de/pdf/silber.pdf> (Pridobljeno 5. 6. 2015)

Ilić, J., Stanković, S. 2007. Geografski centar – Geografski centar Republike Srbije, centralne Srbije, Avtonomne Pokrajine Vojvodine i Avtonomne pokrajine Kosova i Metohije. Novi sad, Zbornik Matice srpske za društvene nauke 123: 109-122. <http://www.doiserbia.nb.rs/img/doi/0352-5732/2007/0352-57320723109I.pdf> (Pridobljeno 3. 12. 2014)

Ivakhiv, A. Stoking the Heart of (a Certain) Europe: Crafting Hybrid Identities in the Ukraine - EU Borderlands. Sustaining Studies of Central European Cultural Diversity (online) 2006, vol 6, no. 1. <http://pi.library.yorku.ca/ojs/index.php/soi/article/view/7993/7135> (Pridobljeno 4. 3. 2016)

Jahić H., Spahić M., Mezetović A. 2014. Geographical Center of Bosnia and Herzegovina. Acta geografica Bosniae et Herzegovinae 2014, 1: 61-68.
<http://www.geoubih.ba/Izdanja/acta1/Clanak-%20H.%20Jahic,%20M.%20Spahic,%20A.%20Mezetovic%20-%20Geo.centar%20BiH.pdf> (Pridobljeno 11. 4. 2016)

Kokmeijer, E. 2008 - . Monthly archive. <http://www.estherkokmeijer.nl/> (Pridobljeno 5. 7. 2015)

Marjetič, A., Turk, G. 2004. Določitev geometrijskega središča občine Škocjan. Geodetski vestnik 48, 3: 332-339.

Ocena natančnosti podatkov zemljiškega katastra, Poročilo o izvajanju projekt. 2003 Geodetski vestnik 47, 3: 340 str.

Seznam geometričnih središč. 2015. https://de.wikipedia.org/wiki/Liste_geographischer_Mittelpunkte (Pridobljeno 12. 8. 2015)

Središče Evrope. 2015. http://en.wikipedia.org/wiki/Geographical_midpoint_of_Europe (Pridobljeno 20. 11. 2015)

Središče Nemčije. 2015. https://de.wikipedia.org/wiki/Mittelpunkt_Deutschlands (Pridobljeno 25. 9. 2015)

Städtler T., Heinemann S., Mittelpunkt Deutschlands. <http://www.mittelpunkt-deutschlands.de/b4/index.htm> (Pridobljeno 12. 6. 2015)

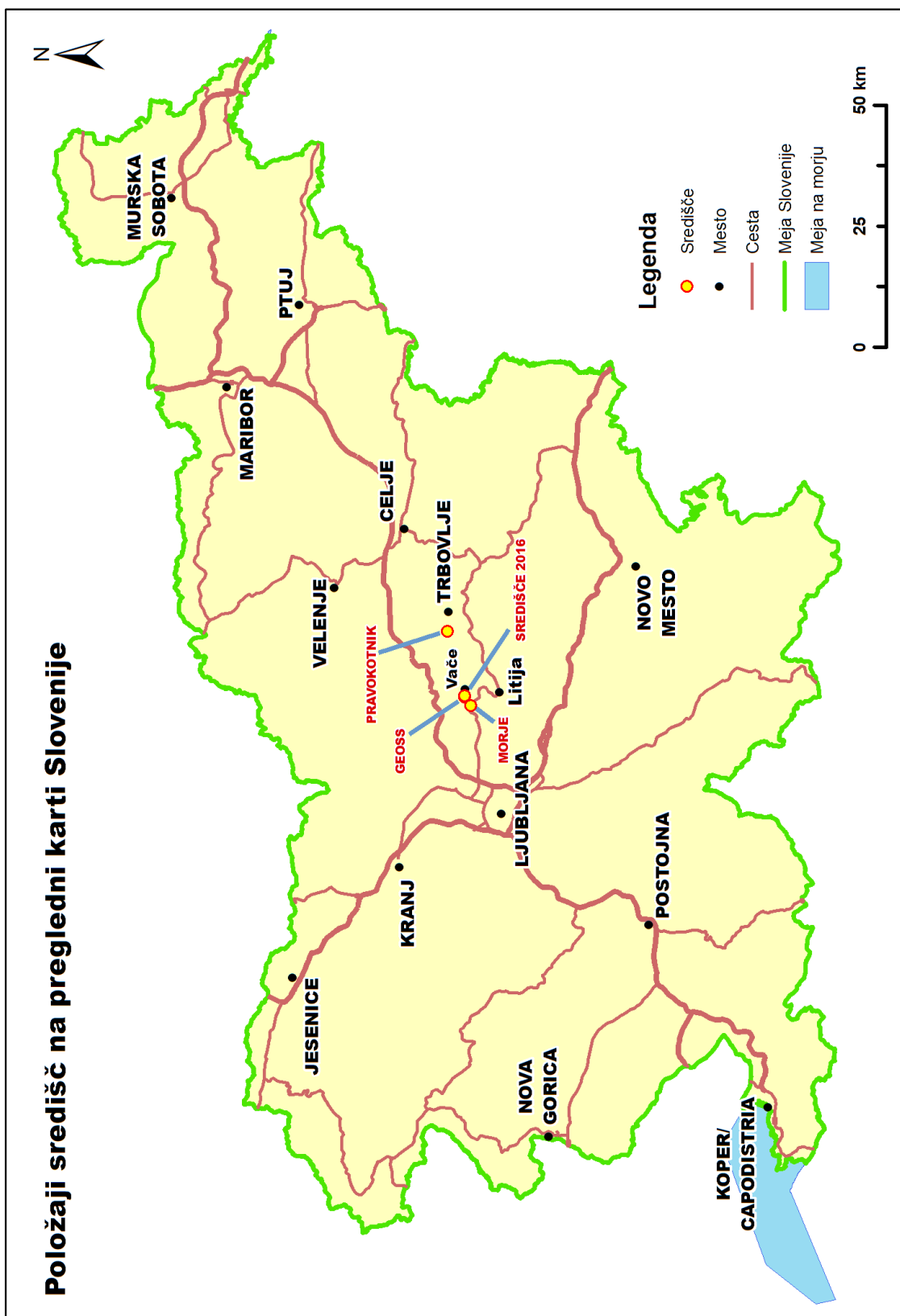
Svetik, P. 1981. Geometrično središče Slovenije. Geodetski vestnik 25, 3: 178 – 181.

Ostali viri

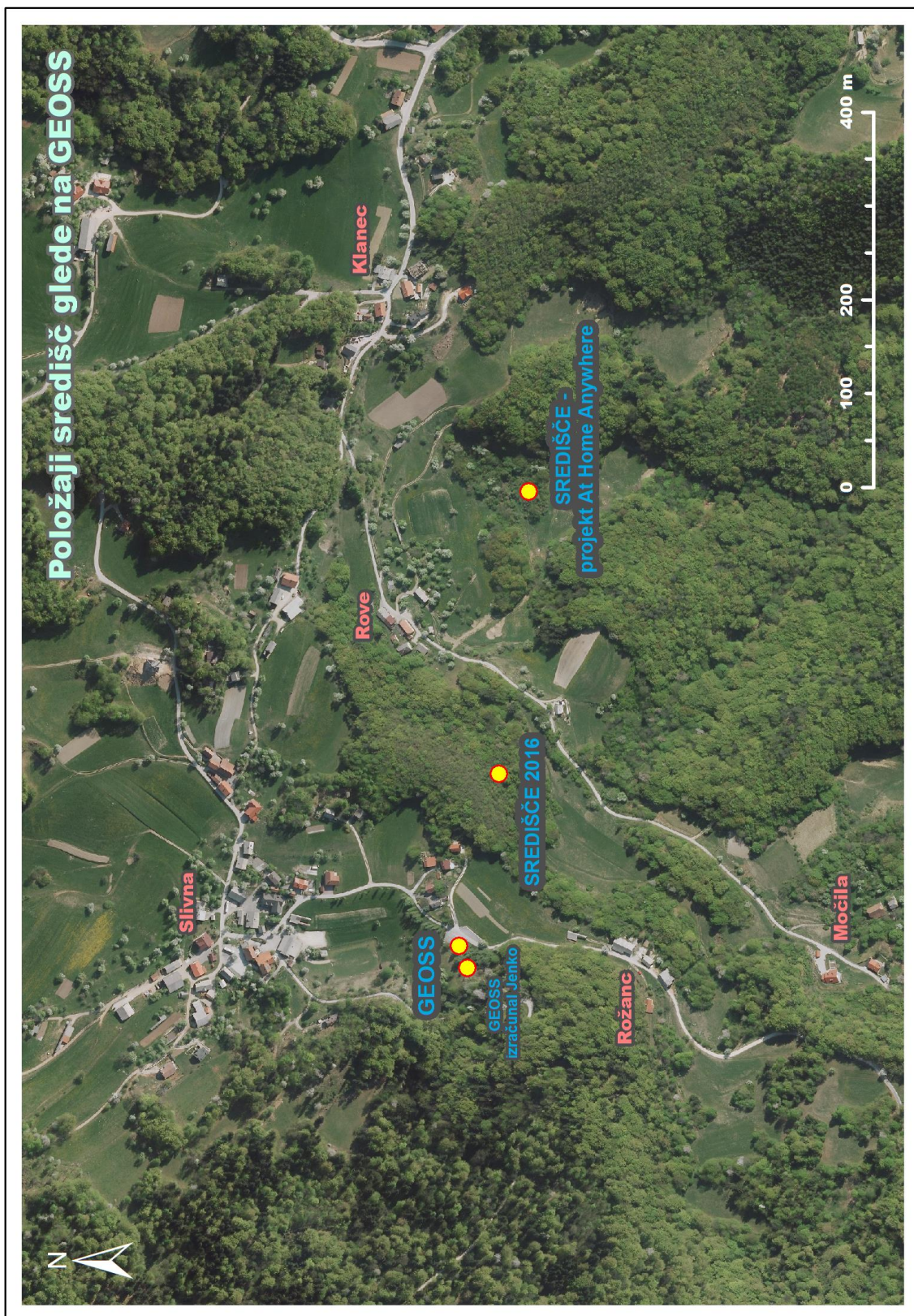
- Berk, S., Duhovnik, M. 2007. Transformacija podatkov geodetske uprave republike Slovenije v novi koordinatni sistem, Geodetski vestnik 51, 4: 803 – 825.
- Bronštejn, I.N. et al. 2009. Matematični priročnik. Ljubljana, Tehniška založba Slovenije.
- Cerar, S. 1981. Osnove gradbene mehanike. Ljubljana, Založila Univerza Edvarda Kardelja: 104-146.
- Državna meja. 2015. http://sl.wikipedia.org/wiki/Dr%C5%BEavna_meja (Pridobljeno 10. 11. 2015)
- E-Prostor. <http://e-prostor.gov.si/> (Pridobljeno 5. 2. 2016)
- GU RS – Geodetska uprava Republike Slovenije, podatki. <http://www.gu.gov.si/> (Pridobljeno 21. 4. 2016)
- Kozmus Trajkovski, K., Stopar, B., 2008, Spletna aplikacija SiTraNet. www.sitranet.si (Pridobljeno 7. 4. 2016)
- Leksikon: tretja izdaja, Ur. Dolinar K., Knop S., Ljubljana: Cankarjeva založba, 1994: 413 str.
- Središče Norveške. 2015. http://en.wikipedia.org/wiki/Centre_of_Norway (Pridobljeno 5. 10. 2015)
- Stückmann, G. Schwerpunkt unregelmäßiger ebener Flächengebilde, 2006, NÖV Nachrichten aus dem öffentlichen Vermessungswesen Nordrhein-Westfalen: str. 34-38. http://www.bezreg-koeln.nrw.de/brk_internet/presse/druckschriften/noev_archiv/noev_2006_1.pdf (Pridobljeno 23. 3. 2015)
- Svetik, P. 1996/1997. Prešernov koledar 1997. Ljubljana, Prešernova družba: 75 str.
- Verbinc, F. 1974. Slovar tujk. Ljubljana, Cankarjeva založba: 169 str.
- Zakon o evidentiranju nepremičnin/ZEN/. UL RS, št. 47/2006, člen 104 (Pravilnik o evidenci državne meje. UL RS, št. 118/2006: 12485).
- Zakona o geometričnem središču Slovenije (ZGSS). UL RS, št. 101/2003: 14064.

PRILOGA B: Kartografski prikaz lege izračunanih središč

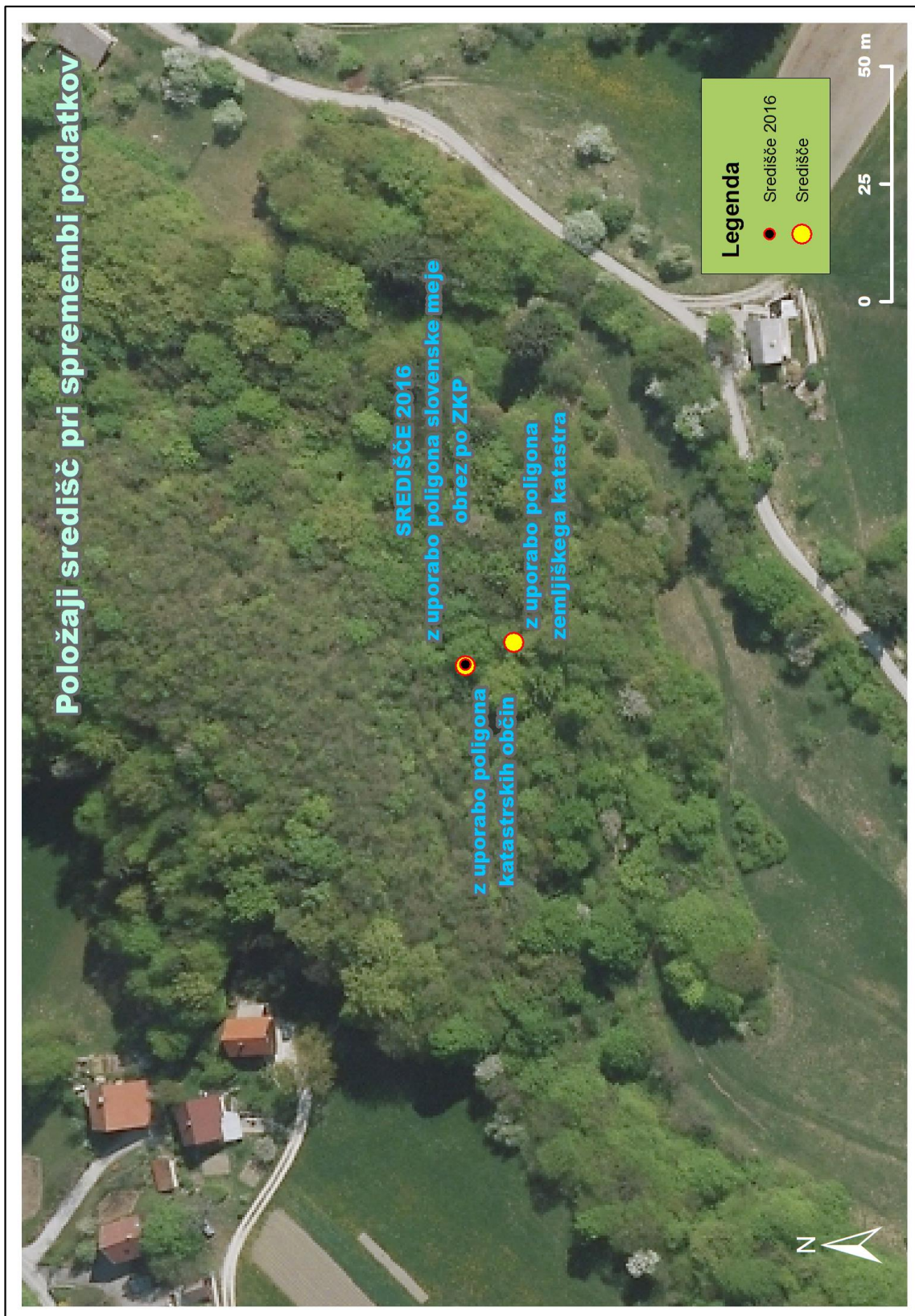
Priloga A.1: Položaji središč na pregledni karti Slovenije



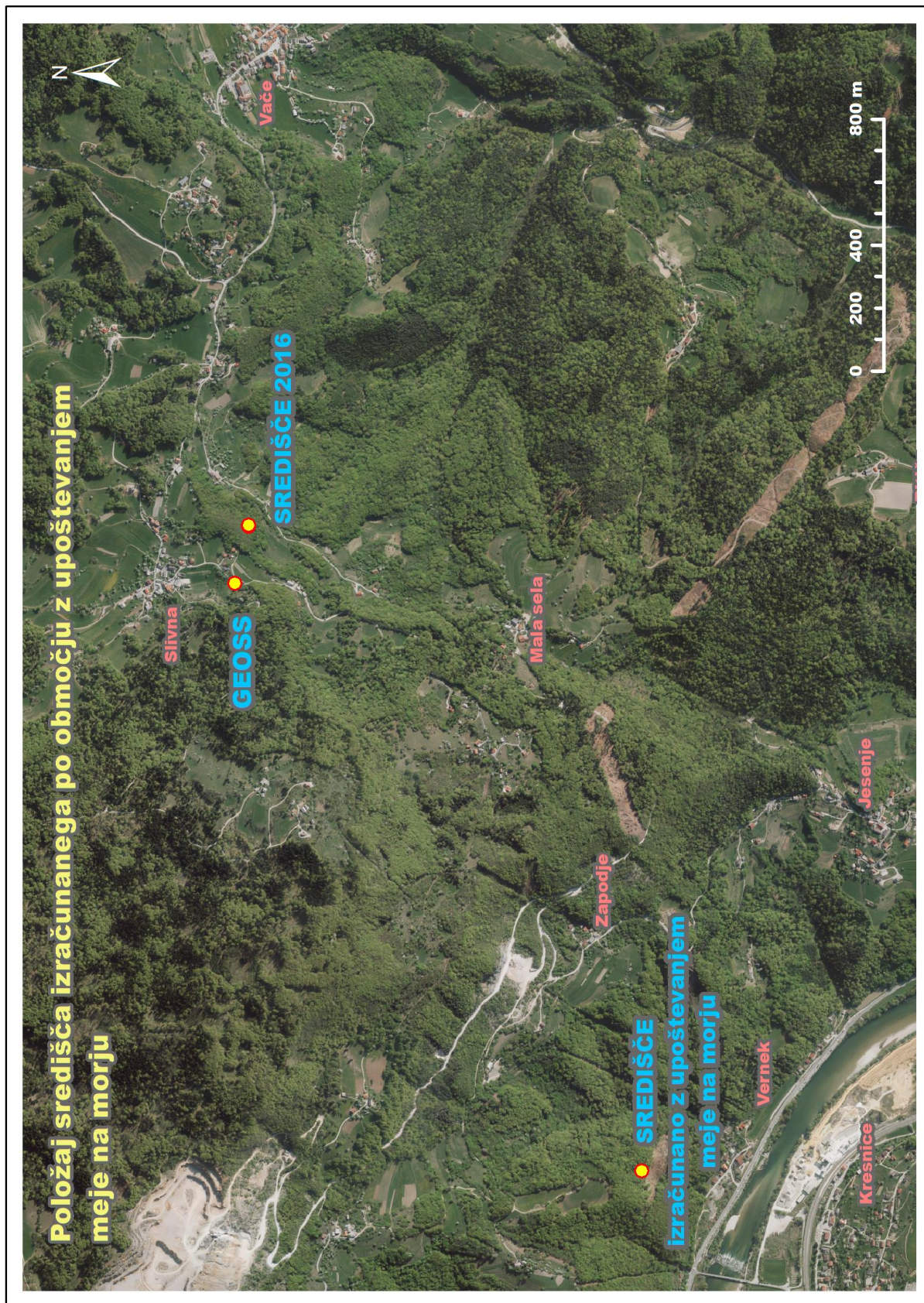
Priloga A.2: Položaji središč glede na GEOSS



Priloga A.3: Položaji središč pri spremembi podatkov



Priloga A.4: Položaj središča izračunanega po območju z upoštevanjem meje na morju



Priloga A.5: Položaja središč izračunana z uporabo metode skrajnih točk - središče očrtanega pravokotnika (grafična, analitična metoda)

