

Univerza  
v Ljubljani

Fakulteta  
za gradbeništvo  
in geodezijo



Jamova cesta 2  
1000 Ljubljana, Slovenija  
<http://www3.fgg.uni-lj.si/>

**DRUGG** – Digitalni repozitorij UL FGG  
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

To je izvirna različica zaključnega dela.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujete na bibliografske podatke, kot je navedeno:

Pergarec, S., 2014. Analiza večnadstropne stavbe pri potresnem vplivu. Diplomski naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. (mentor Fischinger, M., somentor Zoubek, B.): 28 str.

Datum arhiviranja: 13-10-2014

University  
of Ljubljana

Faculty of  
Civil and Geodetic  
Engineering



Jamova cesta 2  
SI – 1000 Ljubljana, Slovenia  
<http://www3.fgg.uni-lj.si/en/>

**DRUGG** – The Digital Repository  
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

This is original version of final thesis.

When citing, please refer to the publisher's bibliographic information as follows:

Pergarec, S., 2014. Analiza večnadstropne stavbe pri potresnem vplivu. B.Sc. Thesis. Ljubljana, University of Ljubljani, Faculty of civil and geodetic engineering. (supervisor Fischinger, M., co-supervisor Zoubek, B.): 28 pp.

Archiving Date: 13-10-2014

Univerza  
v Ljubljani

Fakulteta za  
*gradbeništvo in  
geodezijo*



Jamova 2  
1000 Ljubljana, Slovenija  
telefon (01) 47 68 500  
faks (01) 42 50 681  
fgg@fgg.uni-lj.si

UNIVERZITETNI ŠTUDIJSKI  
PROGRAM PRVE STOPNJE  
GRADBENIŠTVO

Kandidat:

**SAMO PERGAREC**

**ANALIZA VEČNADSTROPNE STAVBE PRI  
POTRESNEM VPLIVU**

Diplomska naloga št.: 141/B-GR

**SEISMIC ANALYSIS OF A MULTI-STOREY BUILDING**

Graduation thesis No.: 141/B-GR

**Mentor:**

prof. dr. Matej Fischinger

**Predsednica komisije:**

izr. prof. dr. Violeta Bokan-  
Bosiljkov

**Somentor:**

Blaž Zoubek

Ljubljana, 23. 09. 2014

## ERRATA

<b>Stran z napako</b>	<b>Vrstica z napako</b>	<b>Namesto</b>	<b>Naj bo</b>
-----------------------	-------------------------	----------------	---------------

## IZJAVA O AVTORSTVU

Podpisani **Samo Pergarec** izjavljam, da sem avtor diplomskega dela z naslovom: »Analiza večnadstropne stavbe pri potresnem vplivu«.

Izjavljam, da je elektronska različica v vsem enaka tiskani različici.

Izjavljam, da dovoljujem objavo elektronske različice v digitalnem repozitoriju.

Ljubljana, 12.9.2014

Podpis:

## **BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN**

<b>UDK:</b>	<b>624.042.7(043.2)</b>
<b>Avtor:</b>	<b>Samo Pergarec</b>
<b>Mentor:</b>	<b>prof. dr. Matej Fischinger</b>
<b>Somentor:</b>	<b>Blaž Zoubek, univ. dipl. inž. grad.</b>
<b>Naslov:</b>	<b>Analiza večnadstropne stavbe pri potresnem vplivu</b>
<b>Tip dokumenta:</b>	<b>diplomska naloga – univerzitetni študij</b>
<b>Obseg in oprema:</b>	<b>28 str., 5 preg., 8 sl., 48 en.</b>
<b>Ključne besede:</b>	<b>potresno inženirstvo, modalna analiza, SAP2000, nihajne oblike</b>

### **IZVLEČEK**

Diplomska naloga obravnava postopek modalne analize. Najprej opiše pojav lastnega nedušenega nihanja nato pa uvede pojma glavnih koordinat in ortogonalnosti lastnih nihajnih oblik, ki sta poglobitnega pomena v tem postopku. Prikaže različne načine definiranja obtežbe: vsiljeno časovno spremenljivo obtežbo, potresno obtežbo, definirano s pospeški tal ter potresno obtežbo, definirano s spektrom odziva. Nato prikaže načine za določanje statičnih količin in načine za kombiniranje le-teh. V naslednjem poglavju je izdelan numerični primer obravnave enoetažne konstrukcije s tremi prostostnimi stopnjami po postopku modalne analize s spektrom pospeškov. Rezultati so preverjeni v programskem orodju SAP2000. V zadnjem poglavju je računalniško analizirana osemetažna stenasta AB konstrukcija – rezultat so nihajni časi in notranje statične količine v najbolj obremenjenem elementu.

## **BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION**

**UDC:** 624.042.7(043.2)  
**Author:** Samo Pergarec  
**Supervisor:** prof. Matej Fischinger, Ph. D.  
**Co-Supervisor:** Blaž Zoubek, B. Sc.  
**Title:** Seismic analysis of a multi-storey building  
**Document type:** Graduation Thesis – University studies  
**Notes:** 28 pages, 5 tables, 8 figures, 48 equations  
**Key words:** earthquake engineering, modal analysis, SAP2000, mode shapes

## **ABSTRACT**

Modal analysis is the main topic of the thesis. First, the phenomenon of undamped oscillation is defined and concepts of modal coordinates and orthogonality of mode shapes which are crucial to the process of modal analysis are introduced. Various methods of applying load are presented: forced time-variable load, seismic load defined by ground accelerations and seismic load defined by response spectra. Methods for determining internal forces and displacements are shown along with ways of combining them. Next chapter contains a numerical example of a simple one-storey structure with three degrees of freedom analyzed with the method of modal analysis (using an acceleration response spectrum). Results are then verified in SAP2000. In the last chapter an eight-storey reinforced concrete building is analyzed with SAP2000. Vibration periods and internal forces in the element resisting the largest load are presented.

## **ZAHVALA**

Zahvaljujem se prof. dr. Mateju Fischingerju in somentorju Blažu Zoubku, univ. dipl. inž. grad., za pomoč, uporabne nasvete in usmerjanje pri nastanku tega dela. Hvala tudi družini, ki mi je tekom študija stala ob strani in me podpirala.

**KAZALO VSEBINE**

<b>1</b>	<b>UVOD .....</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>SPLOŠNO O MODALNI ANALIZI .....</b>	<b>2</b>
2.1	Lastno nedušeno nihanje .....	2
2.2	Postopek modalne analize pri časovno spremenljivi vsiljeni obtežbi .....	3
2.2.1	Uvedba glavnih koordinat .....	3
2.2.1	Ortogonalnost lastnih vektorjev.....	4
2.2.2	Končna enačba ter upoštevanje začetnih pogojev .....	5
2.2.3	Izračun notranjih sil.....	6
2.3	Postopek modalne analize pri potresni obtežbi.....	6
2.4	Postopek modalne analize s spektri odziva .....	8
2.4.1	Spektri odziva .....	8
2.4.1.1	Princip redukcije potresnih sil.....	9
2.4.2	Določanje premikov in notranjih sil.....	9
2.5	Določanje maksimalnih vrednosti premikov in notranjih sil.....	10
2.5.1	Upoštevanje le 1. nihajne oblike .....	10
2.5.2	Aritmetična vsota absolutnih vrednosti.....	10
2.5.3	Geometrijska vsota (SRSS) .....	11
2.5.4	Popolna kvadratna kombinacija (CQC) .....	11
<b>3</b>	<b>POTRESNA ANALIZA ENOJNO SIMETRIČNE ENOETAŽNE STAVBE S TREMI PROSTOSTNIMI STOPNJIAMI .....</b>	<b>12</b>
3.1	Uvod.....	12
3.2	Podatki .....	12
3.3	Nihajni časi ter nihajne oblike konstrukcije.....	14
3.3.1	1. nihajna oblika.....	15
3.3.2	2. nihajna oblika.....	15
3.3.3	3. nihajna oblika.....	16
3.4	Ortonormiranje lastnih vektorjev .....	16
3.5	Faktorji participacije.....	17
3.6	Projektni spekter pospeškov .....	18
3.7	Potresne sile.....	18
3.8	Premiki težišča konstrukcije.....	19
3.8.1	Kombiniranje statičnih količin .....	19
3.9	Premiki posameznih makroelementov $u$ .....	21
3.10	Notranje sile $f_E$ v posameznih makroelementih.....	21



<b>4</b>	<b>POTRESNA ANALIZA AB OSEMETAŽNE STENASTE STAVBE .....</b>	<b>24</b>
4.1	Podatki .....	24
4.2	Analiza .....	25
4.2.1	Nihajni časi ter notranje sile v steni Y4.....	26
<b>5</b>	<b>ZAKLJUČEK .....</b>	<b>28</b>
	<b>VIRI.....</b>	<b>29</b>

**KAZALO SLIK**

Slika 1: Elastični spekter in projektni spektri za elastično analizo po EC8 (tla tipa A, 5% dušenja) (Beg (ur.), Pogačnik (ur.), 2009) .....	8
Slika 2: Tloris konstrukcije .....	12
Slika 3: Model konstrukcije v programu SAP2000 .....	13
Slika 4: Rezultati iz programa SAP2000 .....	20
Slika 5: Ovojnica upogibnih momentov v okvirju X1 iz programa SAP2000 .....	23
Slika 6: Tloris konstrukcije (enote so m) .....	24
Slika 7: 3D model konstrukcije v programskem orodju SAP2000 .....	25
Slika 8: Ovojnica momentov 2-2 .....	27
Slika 9: Ovojnica prečnih sil 3-3 .....	27

## KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 1: Primerjava nihajnih časov med "peš" računom in rezultatom iz programa SAP2000 .....	15
Preglednica 2: Vrednosti parametrov, ki opisujejo priporočen elastičen spekter odziva tipa 1 (EN 1998-1:2004 – preglednica 3.2) .....	18
Preglednica 3: Primerjava kombiniranih pomikov med »peš« računom in rezultati iz programa SAP2000 .....	20
Preglednica 4: Nihajni časi osemetažne stavbe, izračunani v programu SAP2000 .....	26
Preglednica 5: Notranje sile v steni Y4 (pozicija $x = 8,5$ m, $y = 0$ m) .....	26

**KAZALO OKRAJŠAV**

SDOF sistem – sistem z eno prostostno stopnjo (Single Degree-of-Freedom System)

MDOF sistem – sistem z več prostostnimi stopnjami (Multiple Degree-of-Freedom System)

CQC – Complete Quadratic Combination – popolna kvadratna kombinacija

SRSS – Square Root of Sum of Squares – geometrijska vsota

AB – armirani beton

## 1 UVOD

Verjetnost, da bo konstrukcija v življenjski dobi izpostavljena močnemu potresu je znatna (okoli 10% v 50 letih) (Beg (ur.), Pogačnik (ur.), 2009). Ker kot projektanti želimo preprečiti porušitev oz. prekomerno poškodovanje konstrukcije, jo moramo pravilno zasnovati, analizirati ter dimenzionirati. Obravnavanja odziva konstrukcije pri potresnem vplivu se lahko lotimo na precej različnih načinov – od bolj preprostih, ki nam dajo približne rezultate (npr. metoda vodoravnih sil), do bolj zapletenih, ki so precej bližje realnosti (npr. nelinearna analiza odziva konstrukcije). Ena od najbolj splošno uporabnih in razširjenih metod pa je modalna analiza.

Besedna zveza modalna analiza izhaja iz angleške besede »mode«, ki v tem kontekstu pomeni nihajno obliko. Vsa realna telesa imajo praktično neskončno prostostnih stopenj in posledično tudi nihajnih oblik. Če telesu vsilimo poljubni začetni pomik oz. začetno hitrost, bo telo zanihalo v vsaj eni nihajni obliki. V analizi nihanj nam za zadovoljive rezultate včasih zadošča obravnava le prve nihajne oblike, pogosto pa realnega stanja ne opiše dovolj dobro. Eden od načinov, da upoštevamo sočasni vpliv več nihajnih oblik je modalna analiza.

Diplomsko delo je sestavljeno iz treh delov: v prvem je splošno opisan postopek modalne analize, v drugem je postopek uporabljen na konstrukciji s tremi prostostnimi stopnjami in preverjen v programu SAP2000, nazadnje pa je v tretjem delu obravnavana osem-etažna stavba, prav tako v programu SAP2000.

Diplomska naloga se posveča temeljitemu pregledu postopka modalne analize in obeh računskih primerov.

## 2 SPLOŠNO O MODALNI ANALIZI

Modalna analiza je postopek v potresnem inženirstvu, s katerim lahko konstrukcijo z več prostostnimi stopnjami in posledično več nihajnimi oblikami obravnavamo kot niz neodvisnih konstrukcij z eno prostostno stopnjo. To dosežemo z uvedbo t.i. glavnih koordinat, ki jih določimo na podlagi lastnih nihajnih oblik osnovne konstrukcije.

### 2.1 Lastno nedušeno nihanje

Lastno nihanje je definirano kot nihanje konstrukcije brez dinamičnih zunanjih vplivov – zunanjih sil oz. premikov podpor. Lastno nihanje nastopi, ko konstrukcijo premaknemo iz ravnovesne lege. Kot vemo, je enačba lastnega nedušenega nihanja MDOF sistema sledeča (Fajfar, 1984):

$$\mathbf{M}\{\ddot{U}\} + \mathbf{K}\{U\} = \{0\} \quad (2.1)$$

kjer sta:

- M**      masna matrika
- K**      togostna matrika

Enačba (2.1) predstavlja  $n$  diferencialnih enačb lastnega nihanja z  $n$  prostostnimi stopnjami. Zanima nas rešitev  $\{U(t)\}$ , ki bi zadostila začetnim pogojem  $\{U\} = \{U(0)\}$  ter  $\{\dot{U}\} = \{\dot{U}(0)\}$ . Izkaže se, da je rešitev diferencialnih enačb MDOF lastnega nihanja analogna rešitvi SDOF sistema, le da namesto skalarjev v enačbi nastopajo vektorji in matrike (Fajfar, 1984).

$$\{U(t)\} = \{\Phi\} \sin(\omega t - \theta) \quad (2.2)$$

kjer so:

- $\{\Phi\}$       vektor amplitud nihanja posameznih prostostnih stopenj
- $\omega$       krožna frekvenca nihanja
- $\theta$       fazni zamik nihanja

Če enačbo (2.2) dvakrat odvajamo po času in upoštevamo, da je sinus v splošnem različen od 0, dobimo sledeči sistem diferencialnih enačb, znan tudi kot problem lastnih vrednosti:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\{\Phi\} = \{0\} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{K}\{\Phi\} = \omega^2 \mathbf{M}\{\Phi\} \quad (2.3a)$$

Netrivialna rešitev obstaja v primeru, da je determinanta izraza v oklepaju enaka 0:

$$\det(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) = 0 \quad (2.4)$$

Ko determinanto razvijemo, dobimo karakteristični polinom  $n$ -te stopnje s spremenljivko  $\omega^2$ . Iz tega sistema lahko izračunamo  $n$  ničel polinoma. Fizikalno te ničle ustrezajo lastnim frekvencam sistema. Vsaki lastni frekvenci  $\omega_i$  pripada lastni vektor  $\{\Phi_i\}$ , ki nam pove deformacijsko obliko  $i$ -tega načina nihanja. Zavedati se moramo, da lastni vektorji ne določajo absolutnih amplitud nihanja, temveč le njihova razmerja. To je posledica dejstva, da je determinanta enaka 0, kar pomeni, da so enačbe večkratniki ena druge. Vektorje nihajnih oblik lahko torej poljubno normiramo (jih množimo s skalarji).

Lastne frekvence ter nihajne oblike lahko kompaktno zapišemo v matrični obliki:

$$\mathbf{\Omega}^2 = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \dots & \Phi_{1n} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \dots & \Phi_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_{n1} & \Phi_{n2} & \dots & \Phi_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

## 2.2 Postopek modalne analize pri časovno spremenljivi vsiljeni obtežbi

### 2.2.1 Uvedba glavnih koordinat

$$\mathbf{M}\{\ddot{U}\} + \mathbf{C}\{\dot{U}\} + \mathbf{K}\{U\} = \{F(t)\} \quad (2.7)$$

Enačba (2.2.1) je znana enačba vsiljenega dušenega nihanja za MDOF sistem. V splošnem masna matrika, matrika dušenja ter matrika togosti niso diagonalne, kar pomeni, da so diferencialne enačbe medsebojno odvisne. Osnovna ideja modalne analize je uvedba novih glavnih koordinat, ki nam zagotovijo nevezanost sicer odvisnih diferencialnih enačb. Zatem lahko vsako enačbo rešujemo kot enačbo SDOF sistema.

Zveza med osnovnimi in glavnimi koordinatami je sledeča (Fajfar, 1984):

$$\{U\} = \Phi \cdot \{Y\} \quad (2.8)$$

Zapisana na drugačen način:

$$\{U\} = \sum_{i=1}^n \{\Phi_i\} \cdot Y_i \quad (2.9)$$

oz.

$$\{U\} = \sum_{i=1}^m \{\Phi_i\} \cdot Y_i \quad (2.10)$$

Pogosto nam ni treba upoštevati vseh  $n$  nihajnih oblik, saj običajno za zadovoljive rezultate zadošča že  $m$  oblik. Število  $m$  je odvisno od željene natančnosti, zasnove konstrukcije ter v veliki meri od obtežbe. Če obtežba namreč deluje s frekvenco, podobno kateri od lastnih frekvenc, se bo konstrukcija primarno odzvala v nihajni obliki, pripadajoči omenjeni lastni frekvenci (Fajfar, 1984).

$$1 \leq m < n \quad (2.11)$$

Če v enačbo (2.7) vstavimo enačbo (2.8) ter jo z leve pomnožimo s  $\Phi^T$ , dobimo izraz (2.12):

$$\mathbf{M}^G \{\ddot{Y}\} + \mathbf{C}^G \{\dot{Y}\} + \mathbf{K}^G \{Y\} = \{F(t)\}^G, \quad (2.12)$$

pri čemer velja:

$$\mathbf{M}^G = \Phi^T \mathbf{M} \Phi$$

$$\mathbf{C}^G = \Phi^T \mathbf{C} \Phi$$

$$\mathbf{K}^G = \Phi^T \mathbf{K} \Phi$$

$$\{F(t)\}^G = \Phi^T \{F(t)\}$$

### 2.2.1 Ortogonalnost lastnih vektorjev

Z indeksom  $G$  sem označil, da gre za matrike (oz. vektor) v glavnih koordinatah. Tu pa nastopita pogoja ortogonalnosti, ki sta za postopek modalne analize ključnega pomena,



zagotavljata namreč diagonalnost masne ter togostne matrike v glavnih koordinatah. Tako sistem vezanih enačb (2.7) preide v  $n(m)$  neodvisnih diferencialnih enačb. Pogoja ortogonalnosti:

$$\{\Phi_i\}^T \mathbf{M} \{\Phi_j\} = 0, \quad i \neq j \quad (2.13)$$

$$\{\Phi_i\}^T \mathbf{K} \{\Phi_j\} = 0, \quad i \neq j \quad (2.14)$$

Ker vektorje nihajnih oblik lahko množimo s poljubnimi skalarji, jih je možno ortonormirati z ozirom na masno matriko tako, da dobimo:

$$\Phi_0^T \mathbf{M} \Phi_0 = \mathbf{I} \quad (2.15)$$

$$\Phi_0^T \mathbf{K} \Phi_0 = \Omega^2 \quad (2.16)$$

kjer je:

$\Omega^2$  diagonalna matrika kvadratov lastnih frekvenc

$\Phi_0$  lastni vektor, ortonormiran z ozirom na masno matriko

## 2.2.2 Končna enačba ter upoštevanje začetnih pogojev

Ker je izraz (2.12) sistem neodvisnih diferencialnih enačb, jih lahko rešujemo vsako posebej (analitično ali numerično – npr. z Duhamelovim integralom) (Fajfar, 1984).

$$M_i \ddot{Y}_i + C_i \dot{Y}_i + K_i Y_i = F_i(t) \quad (2.17)$$

Če to enačbo delimo z  $M_i$ , uporabimo zvezo  $\frac{K_i}{M_i} = \omega_i^2$  ter dušenje upoštevamo z enačbo

$$C_i = 2\xi_i \omega_i M_i \quad (2.18)$$

kjer je:

$\xi_i$  delež kritičnega dušenja v  $i$ -ti nihajni obliki,

lahko enačbo (2.17) znova zapišemo kot:

$$\ddot{Y}_i + 2\xi_i\omega_i\dot{Y}_i + \omega_i^2 Y_i = \frac{F_i(t)}{M_i} \quad (2.19)$$

Začetne pogoje določimo s transformacijo enačbe (2.8), tako da dobimo enačbi:

$$\{Y\} = \mathbf{M}^{\mathbf{G}^{-1}} \mathbf{\Phi}^{\mathbf{T}} \mathbf{M}\{U\} \text{ oz. } \{Y\} = \mathbf{\Phi}^{\mathbf{T}} \mathbf{M}\{U\} \quad (\text{ortonormirani l. vektorji}) \quad (2.20)$$

$$\{\dot{Y}\} = \mathbf{M}^{\mathbf{G}^{-1}} \mathbf{\Phi}^{\mathbf{T}} \mathbf{M}\{\dot{U}\} \text{ oz. } \{\dot{Y}\} = \mathbf{\Phi}^{\mathbf{T}} \mathbf{M}\{\dot{U}\} \quad (\text{ortonormirani l. vektorji}) \quad (2.21)$$

Po izračunu odziva  $Y_i(t)$  lahko z izrazom (2.8) ali (2.10) izračunamo še premike v osnovnih koordinatah  $\{U(t)\}$ .

### 2.2.3 Izračun notranjih sil

Če upoštevamo Hooke-ov zakon  $F = k \cdot u$  ter zvezi (2.8) in (2.3a) dobimo:

$$\{F_E(t)\} = \mathbf{K}\{U(t)\} = \mathbf{K}\mathbf{\Phi}\{Y(t)\} = \mathbf{K} \sum_{i=1}^m \{\phi_i\} Y_i \quad (2.22)$$

$$\{F_E(t)\} = \mathbf{M} \sum_{i=1}^m \{\phi_i\} \omega_i^2 Y_i = \mathbf{M}\mathbf{\Phi}\mathbf{\Omega}^2\{Y(t)\} \quad (2.23)$$

Izkaže se, da je vpliv višjih nihajnih oblik veliko bolj izrazit pri določitvi notranjih sil kot pri določitvi premikov. To je posledica dejstva, da v enačbi za notranje sile nastopa člen  $\omega^2$ , ki je vedno večji pri vsaki naslednji nihajni obliki.

## 2.3 Postopek modalne analize pri potresni obtežbi

Običajno je potresni vpliv določen s časovnim potekom pospeškov temeljnih tal (akcelerogramom). Absolutni pomiki so sestavljeni iz relativnih in pomikov tal ( $u = u_r + u_t$ ). Ker vemo, da so inercialne sile odvisne od absolutnega pospeška, elastične pa od relativnega pomika, moramo sistem diferencialnih enačb nihanja preoblikovati (Fajfar, 1984).

$$\mathbf{M}\{\ddot{U}\} + \mathbf{C}\{\dot{U}\} + \mathbf{K}\{U\} = -\ddot{u}_t \mathbf{M}\{s\} \quad (2.24)$$

kjer je:

$\ddot{u}_t$  pospešek temeljnih tal  
 $\{s\}$  smerni vektor obtežbe

Poleg tega smo na levi strani enačbe pri relativnih premikih, hitrostih in pospeških izpustili indeks  $r$  ter predpostavili, da je dušenje proporcionalno relativni hitrosti. Ko sistem transformiramo v glavni koordinatni sistem, dobimo za vsako nihajno obliko že znano enačbo:

$$\ddot{Y}_i + 2\xi_i\omega_i\dot{Y}_i + \omega_i^2 Y_i = \frac{F_i(t)}{M_i} \quad (2.25)$$

Pri tem je funkcija  $F_i(t)$  odvisna od gibanja tal.

$$F_i(t) = -\ddot{u}_t(t)\{\phi_i\}^T \mathbf{M}\{s\} \quad (2.26)$$

Sistem lahko rešujemo z Duhamelovim integralom (Fajfar, 1984):

$$Y_i(t) = \frac{\{\phi_i\}^T \mathbf{M}\{s\}}{\omega_i M_i} \int_0^t \ddot{u}_t(\tau) e^{-\xi_i\omega_i(t-\tau)} \sin(\omega_i(t-\tau)) d\tau = \Gamma_i \frac{D_i(t)}{\omega_i} \quad (2.27)$$

$$\Gamma_i = \frac{L_i}{M_i} = \frac{\{\phi_i\}^T \mathbf{M}\{s\}}{\{\phi_i\}^T \mathbf{M}\{\phi_i\}} \quad (2.28)$$

kjer je:

$D_i(t)$  celoten integral  
 $\Gamma_i$  faktor participacije  
 $t$  čas, pri katerem opazujemo odziv konstrukcije  
 $\tau$  čas, ko deluje sunek  
 $L_i$  faktor odziva pri potresni obtežbi

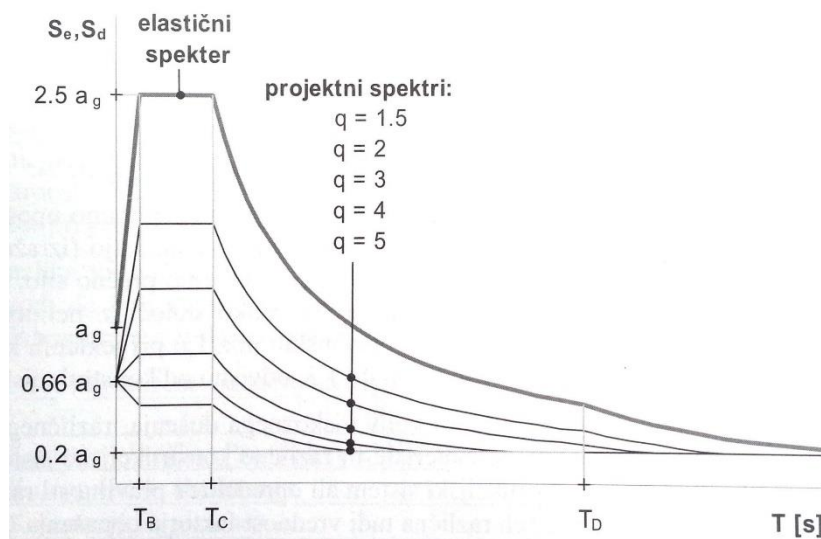
Faktor participacije nam pove vpliv določene nihajne oblike na premike konstrukcije pri potresnem vplivu.

Premike ter sile v osnovnem koordinatnem sistemu pa določimo z že znanimi zvezami (2.8) ter (2.22) oz. (2.23).

## 2.4 Postopek modalne analize s spektri odziva

### 2.4.1 Spektri odziva

Spekter odziva je graf maksimalnih vrednosti odzivov (premikov, hitrosti, pospeškov, notranjih sil, itd.) niza SDOF konzol v odvisnosti od njihovih lastnih frekvenc in količnikov dušenja. Vsem nihalom je vsiljeno isto nihanje tal. V splošnem vsakemu potresnemu vplivu pripada unikaten spekter odziva. Potresi so že po svoji naravi zelo nepredvidljivi, zato se v praksi uporablja t.i. zglajene spektre, izdelane na podlagi statistične analize velikega števila akceleroگرامov, značilnih za določeno lokacijo in temeljna tla. Te spektre podaja standard EC8.



Slika 1: Elastični spekter in projektni spektri za elastično analizo po EC8 (tla tipa A, 5% dušenja) (Beg (ur.), Pogačnik (ur.), 2009)

Spektri odziva so za dimenzioniranje zelo uporabni, saj nas običajno bolj zanimajo maksimalne vrednosti odzivov, kot pa njihov časovni potek. Ker so potresne sile inercialne, so za nas še posebej priročni spektri pospeškov, poleg tega pa spektri vsebujejo več informacij o obtežbi, kot pa posamezen akceleroگرام (Žitnik, Žitnik, Berdajs, et al. 2012). Ti spektri nam podajo pospeške mase konstrukcije in ne pospeške tal. Naj navedem še zvezo med vrednostmi v spektru pomikov ter vrednostmi v spektru pospeškov:

$$S_D = \frac{S_a}{\omega^2} = \frac{T^2}{4\pi^2} S_A \quad (2.29)$$

### 2.4.1.1 Princip redukcije potresnih sil

Po standardu EC8 ima projektni potresni vpliv povratno dobo 475 let, torej je verjetnost, da se bo zgodil tekom predvidene 50 letne življenjske dobe objekta, približno 10%. Ker je ta vrednost sorazmerno majhna, so ob primeru projektne potresa na običajnih objektih dovoljene poškodbe (razlogi so ekonomski – projektiranje običajnih objektov na absolutno nepoškodovanost ob projektnem potresu bi bilo nesmotrno). Analiziranje nelinearnega odziva konstrukcije pa je precej zahtevno, zato je v standardu naveden alternativni način analize – elastična analiza z reduciranimi potresnimi silami (Beg (ur.), Pogačnik (ur.), 2009).

$$F_{rač} = \frac{F_{el}}{q} \quad (2.30)$$

kjer je:

$F_{rač}$	računska oz. projektna potresna sila
$F_{el}$	potresna sila pri elastični konstrukciji
$q$	faktor obnašanja

S tem postopkom se lahko izognemo nelinearni analizi konstrukcije. To storimo tako, da upoštevamo sposobnost neelastičnega deformiranja (oz. duktilnost) konstrukcije in na podlagi tega zmanjšamo spekter odziva s faktorjem  $q$ . Zavedati se moramo tudi, da so dejanski pomiki zaradi neelastičnih deformacij  $q$ -krat večji od izračunanih.

### 2.4.2 Določanje premikov in notranjih sil

Analiziranje odziva konstrukcije s spektrom pospeškov je občutno preprostejše kot analiziranje z akcelerogramom. Postopek je od začetka enak kot prejšnja dva. Najprej določimo frekvence in oblike nihanja ter izračunamo faktorje participacije po enačbi (2.28). Zatem lahko na podlagi spektra že določimo statične količine. Do pomikov lahko pridemo direktno z enačbo (2.31) ali pa preko notranjih sil in podajnostne matrike – enačbi (2.32) in (2.33) (Fajfar, 1984).

$$\{U_i\}_{\max} = \{\phi_i\} \cdot \Gamma_i \cdot S_D(\omega_i, \xi_i) \quad (2.31)$$

$$\{F_{EI}\}_{\max} = \mathbf{M} \cdot \{\phi_i\} \cdot \Gamma_i \cdot S_A(\omega_i, \xi_i) \quad (2.32)$$

$$\{U_i\}_{\max} = \mathbf{D} \cdot \{F_{EI}\}_{\max} \quad (2.33)$$

kjer je:

$S_D(\omega_i, \xi_i)$  vrednost v spektru pomikov (v odvisnosti od lastne frekvence in dušenja)

$S_A(\omega_i, \xi_i)$  vrednost v spektru pospeškov (v odvisnosti od lastne frekvence in dušenja)

## 2.5 Določanje maksimalnih vrednosti premikov in notranjih sil

S postopkom modalne analize dobimo časovni potek premikov in notranjih sil v posamezni nihajni obliki oz. samo največje vrednosti v primeru analize s spektri odziva. Ker pa se konstrukcija v splošnem odzove v kombinaciji različnih nihajnih oblik, moramo na ustrezen način določiti realne premike in notranje sile, primerne za dimenzioniranje.

### 2.5.1 Upoštevanje le 1. nihajne oblike

Najpreprostejši način določanja premikov in notranjih sil – za primere, ko je vpliv višjih nihajnih oblik zanemarljiv. To je najenostavnejši postopek, a najmanj natančen. Običajno namreč poda premajhne vrednosti premikov in notranjih sil (Fajfar, 1984). Superpozicija tu ni potrebna, saj končne rezultate predstavljajo kar premiki in notranje sile 1. nihajne oblike:

$$\{U\}_{\max} = \{U_1\}_{\max} \quad (2.34)$$

$$\{F_E\}_{\max} = \{F_{E1}\}_{\max} \quad (2.34a)$$

### 2.5.2 Aritmetična vsota absolutnih vrednosti

Ta postopek pa gre v drugo skrajnost – sešteje namreč vse absolutne vrednosti premikov in notranjih sil. Posledično je zelo na varni strani (razen v redkih primerih, ko se največji premiki pojavijo v vseh nihajnih oblikah ob istem času in z istim predznakom) (Fajfar, 1984).

$$\{U\}_{\max} \leq \sum_{i=1}^m |\{U_i\}_{\max}| \quad (2.35)$$

$$\{F_E\}_{\max} \leq \sum_{i=1}^m |\{F_{Ei}\}_{\max}| \quad (2.35a)$$

### 2.5.3 Geometrijska vsota (SRSS)

Postopek z geometrijsko vsoto je primeren ob izpolnjenih treh predpostavkah: trajanje obtežbe ne sme biti kratkotrajno (biti mora veliko večje od nihajnih časov konstrukcije), v obtežbi mora biti zastopan širok spekter frekvenc ter lastne frekvence konstrukcije ne smejo biti približno enake (predpostavka o statistični neodvisnosti nihanj) (Fajfar, 1984). Ta postopek je v praksi najpogostejši.

$$\{U\}_{\max} \leq \sqrt{\sum_{i=1}^m \{U_i\}_{\max}^2} \quad (2.36)$$

$$\{F_E\}_{\max} \leq \sqrt{\sum_{i=1}^m \{F_{Ei}\}_{\max}^2} \quad (2.36a)$$

### 2.5.4 Popolna kvadratna kombinacija (CQC)

Če predpostavka o statistični neodvisnosti nihanj ni izpolnjena, torej sta dve frekvenci (ali več) enaki oz. podobni moramo uporabiti postopek CQC. Pri tem postopku moramo ohraniti predznake, ki smo jih dobili iz predhodnih računov. Kombinirana vrednost  $E_E$  predstavlja katerokoli statično količino (npr. notranja sila, premik). Ker nihanja niso statistično neodvisna, so medsebojno sklopljena. Po EC8-1 nihajni obliki nista sklopljeni, če velja  $T_j \leq 0,9 T_i$ . Sklopljenost nihajnih oblik  $i$  in  $j$  določa faktor  $\rho_{ij}$  ( $0 \leq \rho_{ij} \leq 1$ ) (Beg (ur.), Pogačnik (ur.) 2009).

$$E_E = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \rho_{ij} \cdot E_{Ei} \cdot E_{Ej}} \quad (2.37)$$

$$\rho_{ij} = \frac{8\sqrt{\xi_i \xi_j} (\xi_i + r \xi_j) r^{\frac{3}{2}}}{(1 - r^2)^2 + 4\xi_i \xi_j r(1 + r^2) + 4(\xi_i^2 + \xi_j^2) r^2}; \quad r = \frac{\omega_j}{\omega_i} = \frac{T_i}{T_j} \quad (2.37a)$$

$$\rho_{ij}(\xi_i = \xi_j = \xi) = \frac{8\xi^2 (1 + r) r^{\frac{3}{2}}}{(1 - r^2)^2 + 4\xi^2 r(1 + r)^2}; \quad r = \frac{\omega_j}{\omega_i} = \frac{T_i}{T_j} \quad (2.37b)$$

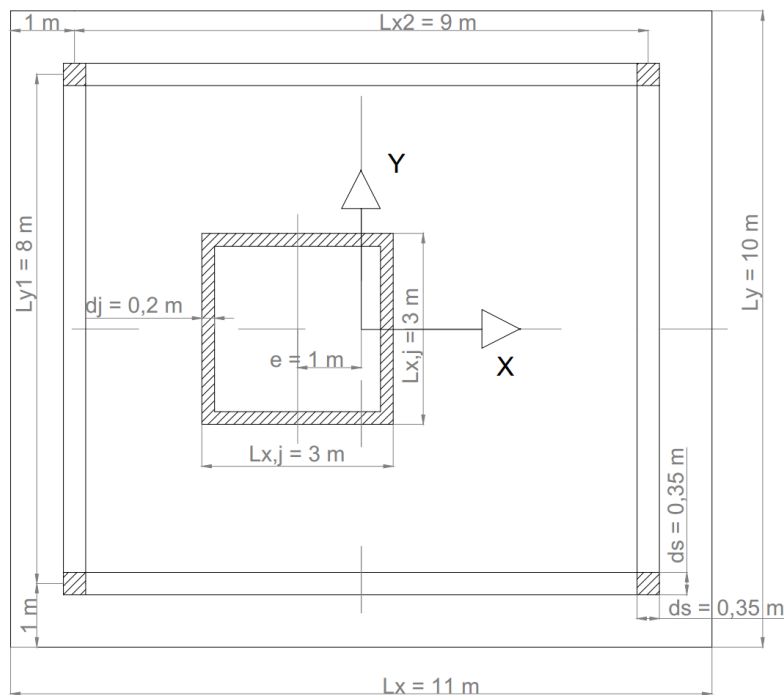
### 3 POTRESNA ANALIZA ENOJNO SIMETRIČNE ENOETAŽNE STAVBE S TREMI PROSTOSTNIMI STOPNJAMI

#### 3.1 Uvod

V tem poglavju bomo po postopku modalne analize s spektrom odziva »pešč« analizirali preprosto enojno simetrično enoetažno konstrukcijo. Sestavljena je iz škatlastega jedra in okvira/okvirov. V programu SAP smo upoštevali prostorski okvir. Pri »pešč« računu smo upoštevali štiri ravninske okvire. V obeh primerih smo torzijsko odpornost stebrov zanemarili. Za prečke smo predpostavili, da so upogibno in strižno zelo (neskončno) toge. Stebri in jedro so vpeti v temeljna tla. Ker v ploščo tako togega jedra ne moremo vpeti, ga bomo modelirali kot konzolo. Ploščo bomo modelirali kot togo v svoji ravnini in povsem gibko pravokotno na to ravnino.

Namen tega poglavja ni prikaz analiziranja konstrukcije po standardu Evrokod 8 in upoštevanje vseh pripadajočih smernic, temveč le demonstracija samega postopka modalne analize.

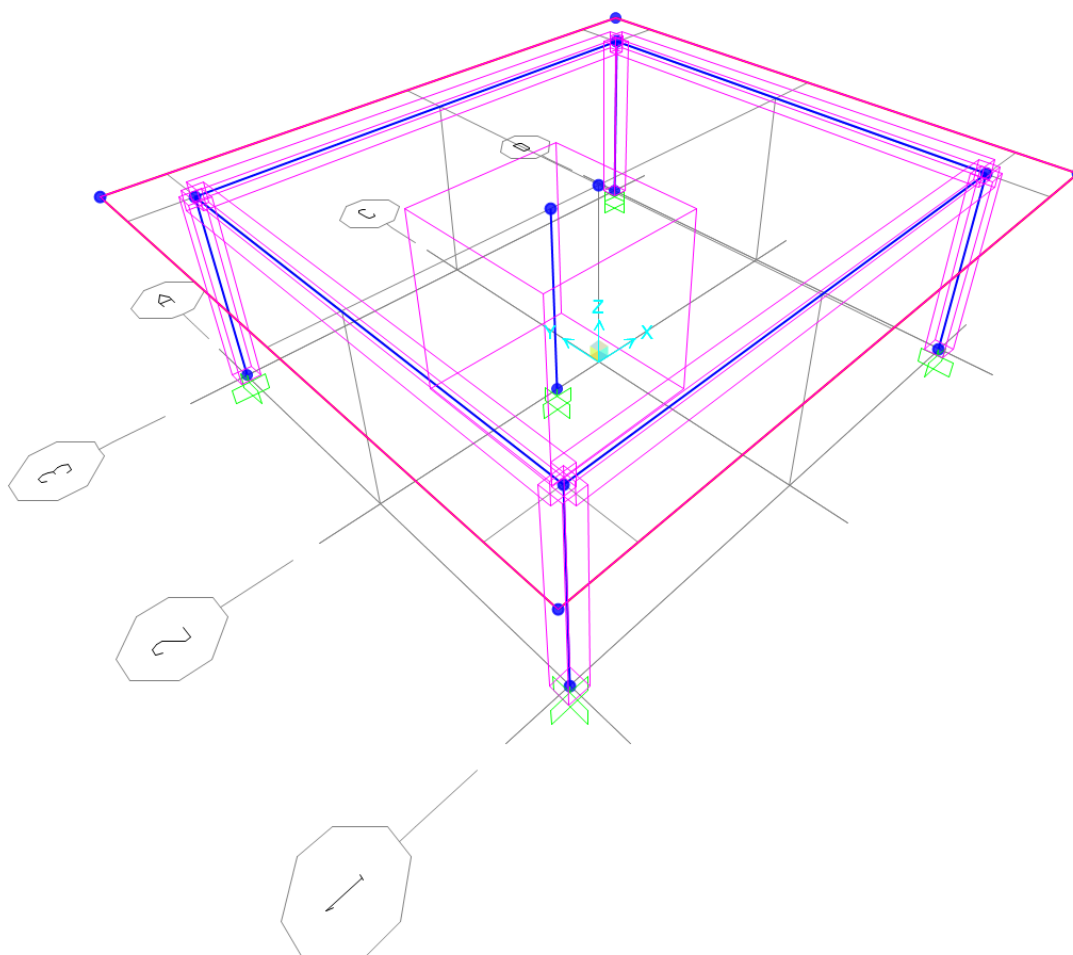
#### 3.2 Podatki



Slika 2: Tloris konstrukcije



- Dimenzije etaže:  $L_x = 11 \text{ m}$ ,  $L_y = 10 \text{ m}$
- Dolžine okvirjev:  $L_{y1} = L_{y2} = 8 \text{ m}$ ,  $L_{x1} = L_{x2} = 9 \text{ m}$
- Etažna višina:  $h_e = 3,5 \text{ m}$
- Jedro:  $L_{x,j} = L_{y,j} = 3,0 \text{ m}$ ,  $d_j = 0,2 \text{ m}$
- Ekscentričnost jedra:  $e_x = -1 \text{ m}$ ,  $e_y = 0$
- Stebri:  $\frac{b}{h} = 0,35/0,35 \text{ m}$
- Teža etaže:  $p = 10 \text{ kN/m}^2$
- Material: C30/37,  $E = 3300 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$ ,  $G = 1375 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$
- Lokacija: Ljubljana, tip tal B,  $a_{g,\max} = 0,25 \text{ g}$ ;  $q = 3,6$



Slika 3: Model konstrukcije v programu SAP2000

### 3.3 Nihajni časi ter nihajne oblike konstrukcije

Ko imamo izračunano togostno in masno matriko (glej Prilogo A), lahko začnemo z določanjem nihajnih časov ter nihajnih oblik. Lastno nedušeno nihanje našega sistema opišemo s sistemom (2.1):

$$\begin{bmatrix} 112,13 & 0 & 0 \\ 0 & 112,13 & 0 \\ 0 & 0 & 2065,4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U}_1 \\ \ddot{U}_2 \\ \ddot{\Phi}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 1\,358\,279 & 0 & 0 \\ 0 & 1\,358\,279 & -1\,335\,188 \\ 0 & -1\,335\,188 & 10\,795\,437 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \Phi_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Sistem ima tri prostostne stopnje: pomik  $U_1$  v x-smeri, pomik  $U_2$  v y-smeri ter zasuk  $\Phi_3$  okoli osi z. Naslednji korak je reševanje problema lastnih vrednosti, kjer izhajamo iz enačbe (2.4):

$$\begin{vmatrix} 1\,358\,279 - \omega^2 \cdot 112,13 & 0 & 0 \\ 0 & 1\,358\,279 - \omega^2 \cdot 112,13 & -1\,335\,188 \\ 0 & -1\,335\,188 & 10\,795\,437 - \omega^2 \cdot 2065,4 \end{vmatrix} = 0$$

Ta sistem ima 6 rešitev, 3 negativne in 3 pozitivne. Zanimajo nas samo pozitivne, saj negativne frekvence nimajo fizikalnega smisla. Z zvezo (3.1) izračunamo nihajne čase. Rešitve so sledeče:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 65,178 \text{ s}^{-1} \rightarrow T_1 = 0,0964 \text{ s} \\ \omega_2 &= 110,061 \text{ s}^{-1} \rightarrow T_2 = 0,0571 \text{ s} \\ \omega_3 &= 114,421 \text{ s}^{-1} \rightarrow T_3 = 0,0549 \text{ s} \end{aligned}$$

$$T_i = \frac{2\pi}{\omega_i} \tag{3.1}$$

Če si sistem podrobneje ogledamo, vidimo, da je sestavljen iz dveh neodvisnih delov: prve enačbe (nihanje v x-smeri) in drugih dveh (nihanje v y-smeri in nihanje okoli z-osi). To nam pove, da je ena nihajna oblika neodvisna od ostalih dveh, kar je posledica enojne simetričnosti. Če je konstrukcija podvržena potresnemu vplivu v x-smeri, zaniha translacijsko v x-smeri, saj je glede na to os simetrična (tako težišče togosti kot tudi težišče mas sta na isti osi). Če pa deluje potresni vpliv v y-smeri, konstrukcija poleg translacije v y-smeri zaradi nesimetričnosti zaniha še torzijsko okoli z-osi (težišče togosti in težišče mas ne sovpadeta na isto os).

Preglednica 1: Primerjava nihajnih časov med "peš" računom in rezultatom iz programa SAP2000

nihajna oblika	nihajni časi	
	račun "peš" [s]	SAP2000 [s]
1	0,09640	0,09640
2	0,05709	0,05709
3	0,05491	0,05491

### 3.3.1 1. nihajna oblika

Prvi nihajni obliki pripada najmanjša frekvenca oz. največji nihajni čas. Če  $\omega_1 = 65,178 \text{ s}^{-1}$  vstavimo v naš sistem in izračunamo pripadajoča lastna vektorja ter ju normiramo na vrednost 1,0, dobimo že vektor prve nihajne oblike. Pri izračunu smo upoštevali, da je sistem 2x2 neodvisen od prve enačbe.

$$\text{eigenVector} \left( \begin{pmatrix} 1\,358\,279 - 65,178^2 \cdot 112,13 & -1\,335\,188 \\ -1\,335\,188 & 10\,795\,437 - 65,178^2 \cdot 2065,4 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= \begin{bmatrix} -0,8344 & 0,5512 \\ -0,5512 & -0,8344 \end{bmatrix}$$

$$\{\phi_1\} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1,0 \\ 0,6606 \end{pmatrix}$$

Iz vektorja prve in tretje nihajne oblike lahko sklepamo, da je prva oblika torzijska. Nihanje v y smeri in torzijsko nihanje sta sicer povezani, vendar je pri prvi obliki torzijski del mnogo bolj izrazit.

### 3.3.2 2. nihajna oblika

Pri tej nihajni obliki nimamo veliko dela, saj to nihanje aktivira le prvo prostostno stopnjo, torej je izključno translacijsko.

$$\{\phi_2\} = \begin{pmatrix} 1,0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

### 3.3.3 3. nihajna oblika

V sistem vstavimo  $\omega_3 = 114,421 \text{ s}^{-1}$  ter izračunamo lastna vektorja:

$$\text{eigenVector} \left( \begin{vmatrix} 1 \ 358 \ 279 - 114,421^2 \cdot 112,13 & & -1 \ 335 \ 188 \\ & -1 \ 335 \ 188 & \\ & & 10 \ 795 \ 437 - 114,421^2 \cdot 2065,4 \end{vmatrix} \right) =$$

$$= \begin{bmatrix} 0,9966 & 0,0819 \\ -0,0819 & 0,9966 \end{bmatrix}$$

$$\{\phi_3\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1,0 \\ -0,08219 \end{Bmatrix}$$

Tretja nihajna oblika je pretežno translacijska v y-smeri. Kot je bilo omenjeno, sta nihanje v y smeri in torzijsko nihanje povezani, vendar je pri tej obliki translacijski del mnogo bolj poudarjen.

Vse tri nihajne oblike lahko kompaktno zapišemo v matrični obliki:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 & 1,0 & 0 \\ 1,0 & 0 & 1,0 \\ 0,6606 & 0 & -0,08219 \end{bmatrix}$$

### 3.4 Ortonormiranje lastnih vektorjev

Čeprav ortonormiranih lastnih vektorjev pri modalni analizi s spektrom odziva ne potrebujemo, bom postopek zavoljo kontrole pogojev ortogonalnosti vseeno prikazal. Ker je masna matrika že v osnovnem koordinatnem sistemu diagonalna, lahko modalne mase izračunam po poenostavljenem postopku (Fajfar, 1984):

$$M_1 = \phi_{11}^2 \cdot m_1 + \phi_{12}^2 \cdot m_2 + \phi_{13}^2 \cdot m_3 = 1013,34$$

$$M_2 = \phi_{21}^2 \cdot m_1 + \phi_{22}^2 \cdot m_2 + \phi_{23}^2 \cdot m_3 = 112,13$$

$$M_3 = \phi_{31}^2 \cdot m_1 + \phi_{32}^2 \cdot m_2 + \phi_{33}^2 \cdot m_3 = 126,08$$

Lahko bi jih izračunal tudi z matričnim računom:

$$\Phi^T \cdot \mathbf{M} \cdot \Phi = \begin{bmatrix} 1298,83 & 0 & 0,0350 \\ 0 & 112,13 & 0 \\ 0,0350 & 0 & 126,08 \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} 1013,34 & 0 & 0 \\ 0 & 112,13 & 0 \\ 0 & 0 & 126,08 \end{bmatrix} \text{ t oz. kNms}^2$$

Če hočemo lastne vektorje ortonormirati z ozirom na masno matriko, jih moramo množiti s korenom obratne vrednosti pripadajoče modalne mase. Indeks »o« pomeni ortonormiran.

$$\sqrt{\frac{1}{M_1}} = 0,03141 \rightarrow \{\phi_{0,1}\} = 0,03141 \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 1,0 \\ 0,6606 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0,03141 \\ 0,02075 \end{Bmatrix}$$

$$\sqrt{\frac{1}{M_2}} = 0,0944 \rightarrow \{\phi_{0,2}\} = 0,0944 \cdot \begin{Bmatrix} 1,0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,0944 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\sqrt{\frac{1}{M_3}} = 0,08906 \rightarrow \{\phi_{0,3}\} = 0,08906 \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 1,0 \\ -0,08219 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0,08906 \\ -0,00732 \end{Bmatrix}$$

$$\Phi_o = \begin{bmatrix} 0 & 0,0944 & 0 \\ 0,03141 & 0 & 0,08906 \\ 0,02075 & 0 & -0,00732 \end{bmatrix}$$

Za kontrolo uporabim zvezi (2.15) in (2.16):

$$\Phi_o^T \cdot \mathbf{M} \cdot \Phi_o = \begin{bmatrix} 0,9991 & 0 & -0,00004 \\ 0 & 0,99923 & 0 \\ -0,00004 & 0 & 1,00005 \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{I}$$

$$\Phi_o^T \cdot \mathbf{K} \cdot \Phi_o = \begin{bmatrix} 4247,7 & 0 & -0,54 \\ 0 & 12104,1 & 0 \\ -0,54 & 0 & 13092,8 \end{bmatrix} \cong \omega^2 = \begin{bmatrix} 4248,2 & 0 & 0 \\ 0 & 12113,4 & 0 \\ 0 & 0 & 13092,2 \end{bmatrix}$$

### 3.5 Faktorji participacije

Faktorje participacije izračunamo z enačbo (2.28) in pri tem upoštevamo ustrezen vektor  $\{s\} = \{1; 1; 0\}^T$ . Vektor smeri obtežb ima na tretjem mestu ničlo, ker vzbujanje poteka le v x in y smereh, ne pa okoli osi z. Ker je prva nihajna oblika pretežno torzijska, je njen participacijski faktor relativno majhen:

$$\Gamma_1 = \frac{s_1 \phi_{11} m_1 + s_2 \phi_{12} m_2 + s_3 \phi_{13} m_3}{M_1} = \frac{1 \cdot 0 \cdot 112,13 + 1 \cdot 1 \cdot 112,13 + 0 \cdot 0,6606 \cdot 2065,4}{1013,34} = 0,1107$$

$$\Gamma_2 = \frac{s_1 \phi_{21} m_1 + s_2 \phi_{22} m_2 + s_3 \phi_{23} m_3}{M_2} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 112,13 + 1 \cdot 0 \cdot 112,13 + 0 \cdot 0 \cdot 2065,4}{112,13} = 1,0$$

$$\Gamma_3 = \frac{s_1 \phi_{31} m_1 + s_2 \phi_{32} m_2 + s_3 \phi_{33} m_3}{M_3} =$$

$$= \frac{1 \cdot 0 \cdot 112,13 + 1 \cdot 1 \cdot 112,13 + 0 \cdot (-0,0822) \cdot 2065,4}{126,08} = 0,8894$$

### 3.6 Projektni spekter pospeškov

Stavba se nahaja v Ljubljani na tipu tal B. Projektni pospešek tal znaša 0,25 g, faktor obnašanja pa 3,6. Faktor tal S ter nihajni časi  $T_B$ ,  $T_C$  in  $T_D$  so definirani v EC8 in znašajo:

Preglednica 2: Vrednosti parametrov, ki opisujejo priporočen elastičen spekter odziva tipa 1 (EN 1998-1:2004 – preglednica 3.2)

Tip tal	S	$T_B$ [s]	$T_C$ [s]	$T_D$ [s]
A	1,0	0,15	0,4	2,0
B	1,2	0,15	0,5	2,0
C	1,15	0,20	0,6	2,0
D	1,35	0,20	0,8	2,0
E	1,4	0,15	0,5	2,0

Ker vsi trije nihajni časi naše konstrukcije padejo pod  $T_B$ , vrednost iz projektne spektra pospeškov izračunamo s sledečo enačbo (EN 1998-1:2004 (3.2.2.5)):

$$0 \leq T \leq T_B \rightarrow S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \left[ \frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \left( \frac{2,5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right] \quad (3.2)$$

$$S_D(T_1) = 0,25 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,2 \cdot \left[ \frac{2}{3} + \frac{0,0960}{0,15} \left( \frac{2,5}{3,6} - \frac{2}{3} \right) \right] = 2,01 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$S_D(T_2) = 0,25 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,2 \cdot \left[ \frac{2}{3} + \frac{0,0481}{0,15} \left( \frac{2,5}{3,6} - \frac{2}{3} \right) \right] = 1,99 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$S_D(T_3) = 0,25 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,2 \cdot \left[ \frac{2}{3} + \frac{0,0464}{0,15} \left( \frac{2,5}{3,6} - \frac{2}{3} \right) \right] = 1,99 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

### 3.7 Potresne sile

Ko imamo določene projektne pospeške mas konstrukcije, lahko izračunamo potresne sile (enačba (2.32)):

### 1. nih. oblika

$$F_{e,11} = m_1 \cdot \phi_{11} \cdot \Gamma_1 \cdot S_A(T_1) = 112,13 \cdot 0 \cdot 0,1107 \cdot 2,01 = 0$$

$$F_{e,12} = m_2 \cdot \phi_{12} \cdot \Gamma_1 \cdot S_A(T_1) = 112,13 \cdot 1,0 \cdot 0,1107 \cdot 2,01 = 24,95 \text{ kN}$$

$$M_{e,13} = m_3 \cdot \phi_{13} \cdot \Gamma_1 \cdot S_A(T_1) = 2065,4 \cdot 0,6606 \cdot 0,1107 \cdot 2,01 = 303,59 \text{ kNm}$$

### 2. nih. oblika

$$F_{e,21} = m_1 \cdot \phi_{21} \cdot \Gamma_2 \cdot S_A(T_2) = 112,13 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,99 = 223,1 \text{ kN}$$

$$F_{e,22} = m_2 \cdot \phi_{22} \cdot \Gamma_2 \cdot S_A(T_2) = 0$$

$$M_{e,23} = m_3 \cdot \phi_{23} \cdot \Gamma_2 \cdot S_A(T_2) = 0$$

### 3. nih. oblika

$$F_{e,31} = m_1 \cdot \phi_{31} \cdot \Gamma_3 \cdot S_A(T_3) = 112,13 \cdot 0 \cdot 0,8894 \cdot 1,99 = 0$$

$$F_{e,32} = m_2 \cdot \phi_{32} \cdot \Gamma_3 \cdot S_A(T_3) = 112,13 \cdot 1,0 \cdot 0,8894 \cdot 1,99 = 198,46 \text{ kN}$$

$$M_{e,33} = m_3 \cdot \phi_{33} \cdot \Gamma_3 \cdot S_A(T_3) = 2065,4 \cdot (-0,08219) \cdot 0,8894 \cdot 1,99 = -300,45 \text{ kNm}$$

Potresne sile v vseh treh nihajnih oblikah zapisane v matrični obliki:

$$\mathbf{F}_e = \begin{bmatrix} 0 & 223,1 & 0 \\ 24,95 & 0 & 198,46 \\ 303,59 & 0 & -300,45 \end{bmatrix} \text{ kN oz. kNm}$$

## 3.8 Premiki težišča konstrukcije

Premike v posameznih nihajnih oblikah dobimo z zmnožkom podajnostne matrike ter matrike potresnih sil (enačba (2.33)):

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= \mathbf{D} \cdot \mathbf{F}_e = \begin{bmatrix} 7,362 & 0 & 0 \\ 0 & 8,381 & 1,037 \\ 0 & 1,037 & 1,055 \end{bmatrix} \cdot 10^{-7} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 223,1 & 0 \\ 24,95 & 0 & 198,46 \\ 303,59 & 0 & -300,45 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0,1643 & 0 \\ 0,05238 & 0 & 0,1352 \\ 0,03460 & 0 & -0,01111 \end{bmatrix} \text{ mm oz. mrad} \end{aligned}$$

### 3.8.1 Kombiniranje statičnih količin

Premike dobimo s kombiniranjem ustreznih količin po metodi CQC. To metodo smo izbrali, ker sta si frekvenci  $\omega_2$  in  $\omega_3$  zelo podobni. Za dušenje smo izbrali vrednost 0,05. Faktorje  $\rho_{ij}$  smo

izračunali z enačbo (2.37b), statične količine pa z enačbo (2.37). Primer izračuna kombiniranih premikov težišča etaže je podan spodaj (statična količina v smeri  $j$  in nihajni obliki  $k$  je označena kot  $E_{j,k}$ ), priložena pa je tudi primerjava rezultatov iz programskega orodja SAP:

$$\begin{aligned}\rho_{12,\xi=0,05} &= 0,03324 & \Gamma_{12} &= \omega_2/\omega_1 = 110,061/65,178 = 1,6886 \\ \rho_{13,\xi=0,05} &= 0,02869 & \Gamma_{13} &= \omega_3/\omega_1 = 114,421/65,178 = 1,7555 \\ \rho_{23,\xi=0,05} &= 0,8687 & \Gamma_{23} &= \omega_3/\omega_2 = 114,421/110,061 = 1,0396\end{aligned}$$

$$U_{1,CQC} = \sqrt{U_{1,2}^2} = 0,1643 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned}U_{2,CQC} &= \sqrt{U_{2,1}^2 + U_{2,3}^2 + 2\rho_{13}U_{2,1}U_{2,3}} = \\ &= \sqrt{0,05238^2 + 0,1352^2 + 2 \cdot 0,02869 \cdot 0,05238 \cdot 0,1352} = 0,1464 \text{ mm}\end{aligned}$$

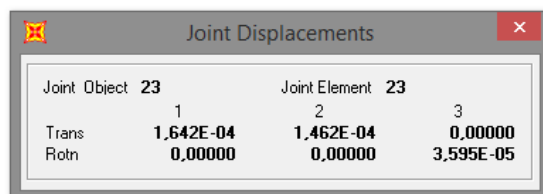
$$\begin{aligned}\Phi_{3,CQC} &= \sqrt{\Phi_{3,1}^2 + \Phi_{3,3}^2 + 2\rho_{13}\Phi_{3,1}\Phi_{3,3}} = \\ &= \sqrt{0,03460^2 + (-0,01111)^2 + 2 \cdot 0,02869 \cdot 0,03460 \cdot (-0,01111)} = \\ &= 0,03604 \text{ mrad}\end{aligned}$$

$$\{U_{CQC,\xi=0,05}\} = \begin{Bmatrix} 16,43 \\ 14,64 \\ 3,604 \end{Bmatrix} \cdot 10^{-5} \text{ m} = \begin{Bmatrix} 0,1643 \\ 0,1464 \\ 0,03604 \end{Bmatrix} \text{ mm oz. mrad}$$

$$\{U_{SAP,CQC,\xi=0,05}\} = \begin{Bmatrix} 16,42 \\ 14,62 \\ 3,595 \end{Bmatrix} \cdot 10^{-5} \text{ m} = \begin{Bmatrix} 0,1642 \\ 0,1462 \\ 0,03595 \end{Bmatrix} \text{ mm oz. mrad}$$

Preglednica 3: Primerjava kombiniranih pomikov med »peš« računom in rezultati iz programa SAP2000

	račun "peš"	SAP2000
pomik $U_1$	0,1643 mm	0,1642 mm
pomik $U_2$	0,1464 mm	0,1462 mm
zasuk $\Phi_3$	0,03604 mrad	0,03595 mm



Joint Object 23		Joint Element 23		3
	1	2		
Trans	1,642E-04	1,462E-04		0,00000
Rotn	0,00000	0,00000		3,595E-05

Slika 4: Rezultati iz programa SAP2000



### 3.9 Premiki posameznih makroelementov u

Premike makroelementov dobimo z množenjem transformacijske matrike in matrike premikov v globalnem koordinatnem sistemu. Transformacijska matrika nam služi za pretvorbo globalnih v lokalne premike (Fajfar, 1984). Določitev kombiniranih premikov bi potekala enako kot v prejšnjem podpoglavju.

$$\mathbf{u} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{U} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -y_i \\ 0 & 1 & x_i \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$\mathbf{T}_{X1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{T}_{Y1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4,5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{T}_J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{X2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{T}_{Y2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4,5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u}_{X1} = \mathbf{T}_{X1} \mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0,1643 & 0 \\ 0,05238 & 0 & 0,1352 \\ 0,03460 & 0 & -0,01111 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0,1384 & 0,1643 & -0,04444 \\ 0,05238 & 0 & 0,1352 \\ 0,03460 & 0 & -0,01111 \end{bmatrix} \text{ mm oz. mrad}$$

$$\mathbf{u}_{X2} = \begin{bmatrix} -0,1384 & 0,1643 & 0,04444 \\ 0,05238 & 0 & 0,1352 \\ 0,03460 & 0 & -0,01111 \end{bmatrix} \text{ mm oz. mrad}$$

$$\mathbf{u}_{Y1} = \begin{bmatrix} 0 & 0,1643 & 0 \\ -0,1033 & 0 & 0,1852 \\ 0,03460 & 0 & -0,01111 \end{bmatrix} \text{ mm oz. mrad}$$

$$\mathbf{u}_{Y2} = \begin{bmatrix} 0 & 0,1643 & 0 \\ 0,2081 & 0 & 0,08519 \\ 0,03460 & 0 & -0,01111 \end{bmatrix} \text{ mm oz. mrad}$$

$$\mathbf{u}_J = \begin{bmatrix} 0 & 0,1643 & 0 \\ 0,01778 & 0 & 0,1463 \\ 0,03460 & 0 & -0,01111 \end{bmatrix} \text{ mm oz. mrad}$$

### 3.10 Notranje sile $f_E$ v posameznih makroelementih

Notranje sile izračunamo po Hooke-ovem zakonu.

$$\mathbf{f}_E = \mathbf{K}_{LKS} \cdot \mathbf{u} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{E,J} &= \begin{bmatrix} 1,335 & 0 & 0 \\ 0 & 1,335 & 0 \\ 0 & 0 & 8,623 \end{bmatrix} \cdot 10^6 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0,1643 & 0 \\ 0,05238 & 0 & 0,1352 \\ 0,03460 & 0 & -0,01111 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} = \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 219,35 & 0 \\ 23,74 & 0 & 195,34 \\ 298,37 & 0 & -95,81 \end{bmatrix} \text{ kN oz. kNm} \end{aligned}$$

$$\{f_{E,J,CQC}\} = \begin{pmatrix} 219,35 \\ 197,45 \\ 310,75 \end{pmatrix} \text{ kN oz. kNm}$$

$$\{f_{E,J,CQC,SAP}\} = \begin{pmatrix} 219,30 \\ 197,30 \\ 310,00 \end{pmatrix} \text{ kN oz. kNm}$$

Ko rezultate primerjamo z izračuni v programu SAP2000, vidimo, da so odstopanja zanemarljiva. Sledi še izračun notranjih sil v okvirih. Kombiniranje po CQC poteka po že znanih postopkih.

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{E,X1} &= \begin{bmatrix} 11545,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,1227 & 0,1164 & -0,0285 \\ 0,0405 & 0 & 0,0994 \\ 0,0307 & 0 & -0,007 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} = \\ &= \begin{bmatrix} 1,60 & 1,90 & -0,51 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ kN oz. kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{E,X2} &= \begin{bmatrix} 11545,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0,1227 & 0,1164 & 0,0285 \\ 0,0405 & 0 & 0,0994 \\ 0,0307 & 0 & -0,007 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} = \\ &= \begin{bmatrix} -1,60 & 1,90 & 0,51 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ kN oz. kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{E,Y1} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 11545,3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0,1164 & 0 \\ -0,0976 & 0 & 0,131 \\ 0,0307 & 0 & -0,007 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} = \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1,19 & 0 & 2,14 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ kN oz. kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{E,Y2} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 11545,3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0,1164 & 0 \\ 0,1785 & 0 & 0,0673 \\ 0,0307 & 0 & -0,007 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} = \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2,40 & 0 & 0,98 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ kN oz. kNm} \end{aligned}$$

$$f_{E,X1,CQC} = 2,53 \text{ kN}$$

$$f_{E,X2,CQC} = 2,53 \text{ kN}$$

$$f_{E,Y1,CQC} = 2,42 \text{ kN}$$

$$f_{E,Y2,CQC} = 2,62 \text{ kN}$$

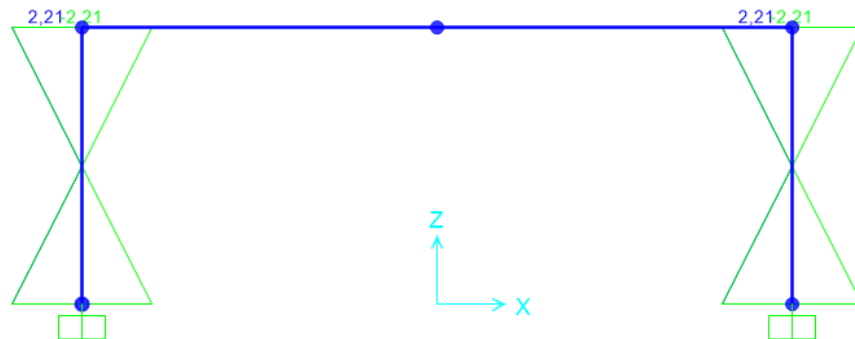
Ker so prečke toge, so ničelne točke momentov na polovici stebrov. Poleg tega lahko momente računamo s kombiniranimi silami, saj je konstrukcija enoetažna.

$$M_{E,X1} = \frac{f_{E,X1,CQC}}{2} \cdot \frac{h_e}{2} = \frac{2,53}{2} \cdot \frac{3,5}{2} = 2,21 \text{ kNm}$$

$$M_{E,X2} = \frac{f_{E,X2,CQC}}{2} \cdot \frac{h_e}{2} = \frac{2,53}{2} \cdot \frac{3,5}{2} = 2,21 \text{ kNm}$$

$$M_{E,Y1} = \frac{f_{E,Y1,CQC}}{2} \cdot \frac{h_e}{2} = \frac{2,42}{2} \cdot \frac{3,5}{2} = 2,12 \text{ kNm}$$

$$M_{E,Y2} = \frac{f_{E,Y2,CQC}}{2} \cdot \frac{h_e}{2} = \frac{2,62}{2} \cdot \frac{3,5}{2} = 2,29 \text{ kNm}$$



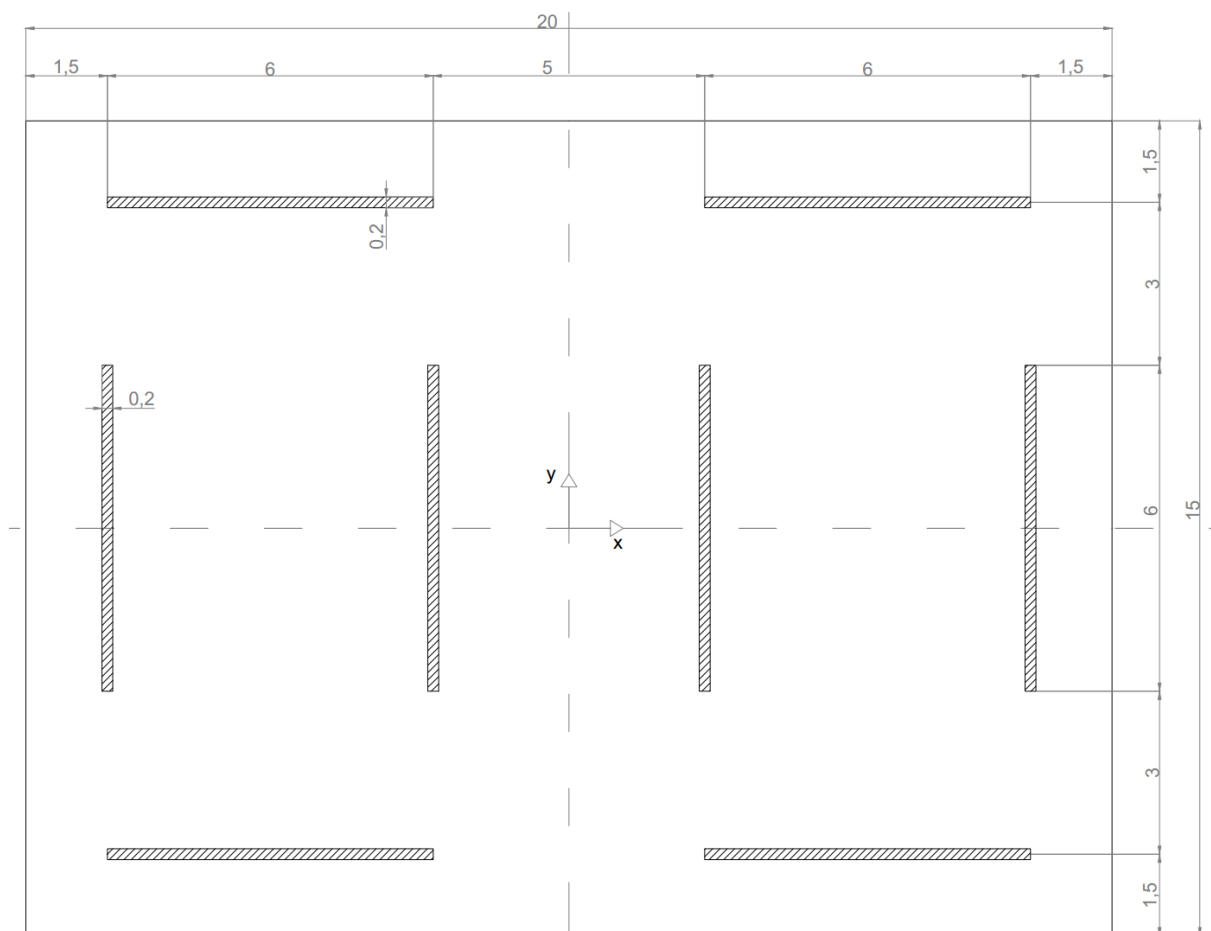
Slika 5: Ovojnica upogibnih momentov v okvirju X1 iz programa SAP2000

Primerjava rezultatov med »peš« računom in računom v programu SAP2000 pokaže, da so rezultati natančni v okvirju zaokroževalne napake, kar je logično, saj račun »peš« in SAP2000 temeljita na istem pristopu.

## 4 POTRESNA ANALIZA AB OSEMETAŽNE STENASTE STAVBE

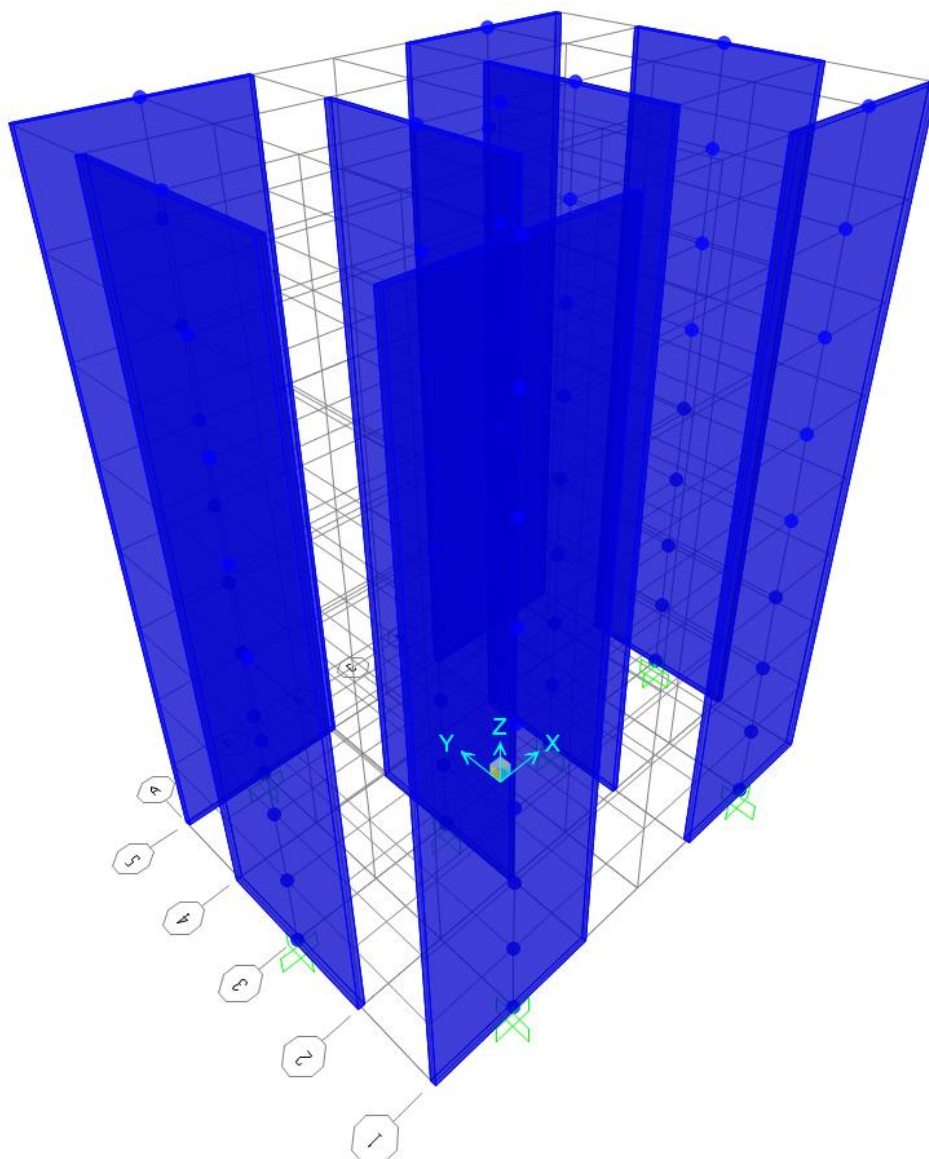
### 4.1 Podatki

Analizirali bomo armiranobetonsko osemetažno stenasto poslovno stavbo, prikazano na sliki 3. Vse stene so dolge 6 m ter debele 0,2 m. V vsaki etaži so medsebojno povezane s togimi diafragmami. Etažna višina znaša 2,8 m. Zasnova konstrukcije je bila vzeta iz Priročnika za projektiranje po Evrokod standardih, računski primer R2 (8-161) (Beg (ur.), Pogačnik (ur.), 2009).



Slika 6: Tloris konstrukcije (enote so m)

Vsaki etaži pripada masa 289 t v x in y smereh ter masni vztrajnostni moment  $15052 \text{ t m}^2$ . Projektni pospešek tal znaša 0,25 g, tla pa so razreda C. Razred duktilnosti je DCM, pripadajoči faktor  $q$  pa znaša 3,0.



Slika 7: 3D model konstrukcije v programskem orodju SAP2000

## 4.2 Analiza

Pri izvedbi analize smo morali upoštevati slučajno ekscentričnost mas, kar smo zagotovili tako, da smo težišče mas izmaknili v x-smeri za  $e_x = 1,0$  m in v y-smeri za  $e_y = 0,75$  m, kar ustreza 5% vrednostma etažnih dimenzij. Priložena je še primerjava nihajnih časov konstrukcije brez izmaknjenih mas. Predpostavljena vrednost dušenja je znašala  $\xi = 0,05$ , kombinacija rezultatov pa je bila izvedena po metodi CQC. Potresni vpliv je bil vsiljen tako v x kot tudi v y-smeri. Pri obravnavi rezultatov smo se osredotočili na prečno steno Y4 na desnem robu konstrukcije (pozicija stene  $x = 8,5$  m,  $y = 0$  m), saj so bile tam statične količine največje.

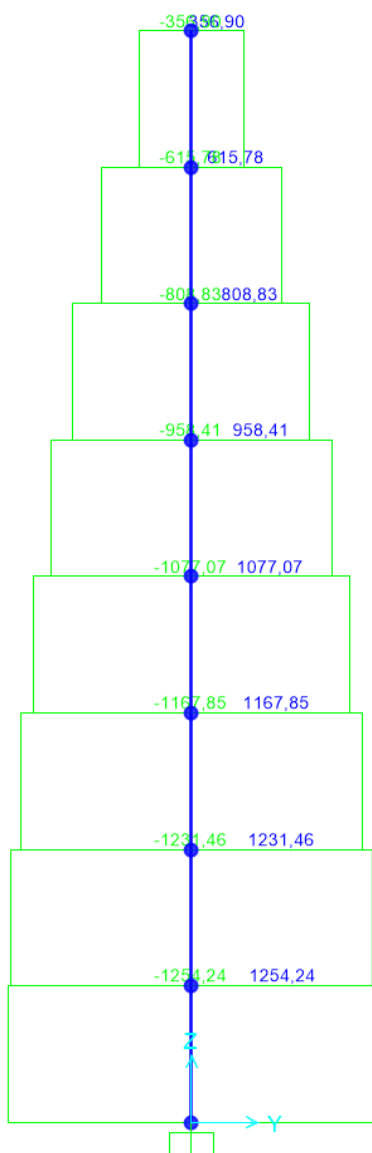
#### 4.2.1 Nihajni časi ter notranje sile v steni Y4

Preglednica 4: Nihajni časi osemetažne stavbe, izračunani v programu SAP2000

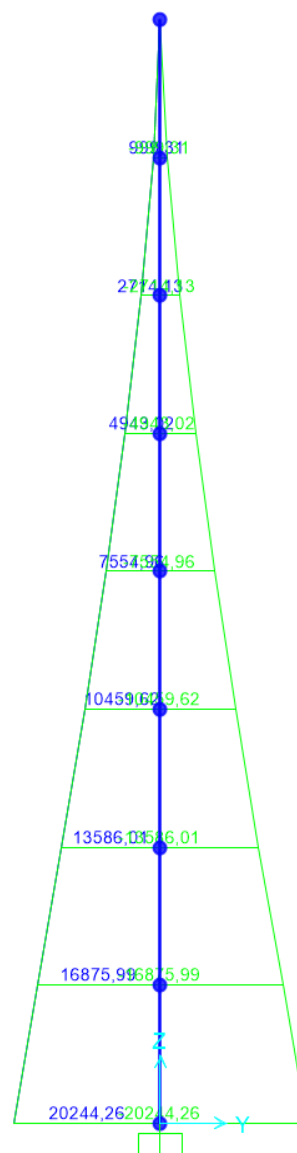
nihajna oblika	nihajni čas [s]	nihajni čas brez ekscentričnosti mas [s]
1	0,708	0,688
2	0,688	0,688
3	0,554	0,129
4	0,133	0,129
5	0,129	0,0560
6	0,105	0,0560
7	0,0577	0,0352
8	0,0560	0,0352
9	0,0453	0,0263
10	0,0363	0,0263

Preglednica 5: Notranje sile v steni Y4 (pozicija  $x = 8,5$  m,  $y = 0$  m)

etaža	prečna sila 3-3 [kN]	moment 2-2 [kNm]
1.	1254,2	20244,3
2.	1231,5	16876,0
3.	1167,9	13586,0
4.	1077,1	10459,6
5.	958,4	7555,0
6.	808,8	4943,0
7.	615,8	2714,1
8.	356,9	999,3



Slika 9: Ovojnica prečnih sil 3-3



Slika 8: Ovojnica momentov 2-2

## 5 ZAKLJUČEK

V diplomski nalogi je bil temeljito obravnavan postopek modalne analize, vključno z numeričnim primerom konstrukcije s tremi prostostnimi stopnjami (preverjenim v programu SAP2000) in osemetažne AB stavbe. Kot že rečeno, predstavljena diplomska naloga ni raziskovalnega značaja, temveč bolj študijsko-izobraževalnega. Pri izdelavi sem se namreč veliko naučil o metodah potresnega inženirstva, katerih se na prvi stopnji študija gradbeništva še ni obravnavalo.

Najprej je bil prikazan koncept nedušenega lastnega nihanja, ki je bistvenega pomena za razumevanje procesa modalne analize. Iz lastnega nihanja je sledila definicija nihajnih oblik in problema lastnih vrednosti, zatem pa je bil uveden pojem glavnih koordinat. S tem smo sistem odvisnih diferencialnih enačb pretvorili v niz neodvisnih enačb, ki jih lahko rešujemo vsako zase. Prikazali smo tudi različne načine definiranja obtežbe, od poljubne do potresne (časovni potek pospeškov tal) in pa seveda obtežbe, določene s spektrom odziva. Nazadnje so bile obravnavane še različne metode kombiniranja rezultatov.

V naslednjem poglavju smo definirali konstrukcijo in jo analizirali po metodi modalne analize s spektrom odziva. Pri primerjavi rezultatov, pridobljenih na dva različna načina (račun »peš« ter račun v programu SAP2000), smo ugotovili, da se pristopa ne razlikujeta bistveno. Napako smo pripisali zaokroževanju. Nato je sledila še potresna analiza osemetažne AB stavbe, rezultat katere so bili nihajni časi konstrukcije in notranje sile v najbolj obremenjenem elementu.



## **VIRI**

Beg, D. (ur.), Pogačnik, A. (ur.) 2009. Priročnik za projektiranje gradbenih konstrukcij po evrokod standardih. Ljubljana, Inženirska zbornica Slovenije: 1077 str.

Chopra, A. K. 2007. Dynamics of Structures. New Jersey, Pearson Prentice Hall: 876 str.

Fajfar, P. 1984. Dinamika gradbenih konstrukcij. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, FAGG: 550 str.

SIST EN 1998-1:2005. Evrokod 8: Projektiranje potresnoodpornih konstrukcij-1.del: Splošna pravila, potresni vplivi in pravila za stavbe

Žitnik, D., Žitnik, J., Berdajs, A., et al. 2012. Gradbeniški priročnik. Ljubljana Tehniška založba Slovenije: 843 str.

Ta stran je namenoma prazna.

## PRILOGA A: IZRAČUN TOGOSTNE TER MASNE MATRIKE PODANE KONSTRUKCIJE

### A.1 Geometrijske karakteristike jedra

$$I_{j,1} = \frac{1}{2} \left( \frac{b_j \cdot h_j^3}{12} - \frac{(b_j - 2d_j)(h_j - 2d_j)^3}{12} \right) =$$
$$= \frac{1}{2} \left( \frac{3 \text{ m} \cdot (3 \text{ m})^3}{12} - \frac{(3 \text{ m} - 2 \cdot 0,2 \text{ m})(3 \text{ m} - 2 \cdot 0,2 \text{ m})^3}{12} \right) = 1,471 \text{ m}^4$$

$$I_{j,2} = I_{j,1}$$

$$I_{j,3} = \frac{1}{2} \frac{4 A^2 t}{o} = \frac{1}{2} \frac{4 (2,8^2 \text{ m}^2)^2 0,2 \text{ m}}{4 \cdot 2,8 \text{ m}} = 2,195 \text{ m}^4$$

$$A_s = \frac{1}{2} \frac{A}{\kappa} = \frac{1}{2} \frac{(3 \text{ m})^2 - (2,6 \text{ m})^2}{2,0} = 0,56 \text{ m}^2$$

### A.2 Geometrijske karakteristike stebra

$$I_{s,1} = \frac{1}{2} \frac{b_s h_s^3}{12} = \frac{1}{2} \frac{0,35^4}{12} = 0,000625 \text{ m}^4$$

$$I_{s,2} = I_{s,1}$$

$$I_{s,3} = 0$$

Torzijsko odpornost posameznih stebrov smo zanemarili.

### A.3 Račun etažnih mas

Obe masi ter masni vztrajnostni moment so zbrani v težišču plošče.

$$A_t = L_x \cdot L_y = 11 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} = 110 \text{ m}^2$$

$$m = A_t \cdot q \cdot \frac{1}{g} = 110 \text{ m}^2 \cdot 10 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot \frac{1 \text{ s}^2}{9,81 \text{ m}} = 112,13 \frac{\text{kNs}^2}{\text{m}} = 112,13 \text{ t}$$

$$m_\phi = m \cdot r^2 = 112,13 \frac{\text{kNs}^2}{\text{m}} \cdot 18,42 \text{ m}^2 = 2065,4 \text{ kNms}^2$$

$$r^2 = \frac{I_x + I_y}{A_t} = \frac{916,7 \text{ m}^4 + 1109,2 \text{ m}^4}{110 \text{ m}^2} = 18,42 \text{ m}^2$$

$$I_x = \frac{L_x \cdot L_y^3}{12} = \frac{11 \text{ m} \cdot (10 \text{ m})^3}{12} = 916,7 \text{ m}^4$$

$$I_y = \frac{L_y \cdot L_x^3}{12} = \frac{10 \text{ m} \cdot (11 \text{ m})^3}{12} = 1109,2 \text{ m}^4$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 112,13 & 0 & 0 \\ 0 & 112,13 & 0 \\ 0 & 0 & 2065,4 \end{bmatrix} \text{ t oz. kNms}^2$$

#### A.4 Račun togostne matrike okvirja

Okvir smo razdelili na štiri ločene ravninske okvirje. Vsak ima togost le v svoji ravnini.

$$d_{okvir} = \frac{h^3}{12 \cdot E \cdot (2 \cdot I_{stebra})} = \frac{(3,5 \text{ m})^3}{12 \cdot 3,3 \cdot 10^7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot (2 \cdot 0,000625 \text{ m}^4)} = 8,662 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{kN}}$$

$$k_{okvir} = d_{okvir}^{-1} = \left(8,662 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{kN}}\right)^{-1} = 11545,3 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\mathbf{K}_{okvir,x1,x2} = \begin{bmatrix} 11545,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}} = \begin{bmatrix} 1,155 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^4 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\mathbf{K}_{okvir,y1,y2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 11545,3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,155 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^4 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

#### A.5 Račun togostne matrike jedra

Jedro je zamaknjeno za  $-1 \text{ m}$  v x-smeri. Ker je večina torzijske togosti zbrana blizu težišča tlorisa, predvidevamo, da bo konstrukcija relativno torzijsko podajna. V realnosti taka konstrukcija ne bi bila zaželeno, nam pa bo za računski primer dobro služila.

$$d_{11} = d_{22} = \frac{h^3}{3 \cdot E \cdot I_j} + \frac{h}{G \cdot A_s} = \frac{(3,5 \text{ m})^3}{3 \cdot 3,3 \cdot 10^7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 1,471 \text{ m}^4} + \frac{3,5 \text{ m}}{1,375 \cdot 10^7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 0,56 \text{ m}^2} =$$

$$= 7,490 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{kN}}$$

$$k_{11} = k_{22} = d_{11}^{-1} = \left(7,490 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{kN}}\right)^{-1} = 1,335 \cdot 10^6 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$d_{33} = d_{\phi\phi} = \frac{h}{G \cdot I_t} = \frac{3,5 \text{ m}}{1,375 \cdot 10^7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 2,195 \text{ m}^4} = 1,160 \cdot 10^{-7} \frac{\text{rad}}{\text{kNm}}$$

$$k_{\phi\phi} = d_{\phi\phi}^{-1} = \left(1,160 \cdot 10^{-7} \frac{\text{rad}}{\text{kNm}}\right)^{-1} = 8,623 \cdot 10^6 \frac{\text{kNm}}{\text{rad}}$$

$$\mathbf{K}_{jedro} = \begin{bmatrix} 1,335 & 0 & 0 \\ 0 & 1,335 & 0 \\ 0 & 0 & 8,623 \end{bmatrix} \cdot 10^6 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \text{ oz. } \frac{\text{kNm}}{\text{rad}}$$

## A.6 Transformacija v globalni koordinatni sistem

Transformacijska matrika togosti je sledeča (Fajfar, 1984):

$$\mathbf{K}_{\text{GKS}} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & x \cdot k_{xy} - y \cdot k_{xx} \\ k_{xy} & k_{yy} & x \cdot k_{yy} - y \cdot k_{xy} \\ x \cdot k_{xy} - y \cdot k_{xx} & x \cdot k_{yy} - y \cdot k_{xy} & k_{\phi\phi} + x^2 \cdot k_{yy} + y^2 \cdot k_{xx} - 2xy \cdot k_{xy} \end{bmatrix}$$

- Jedro

$$x = -1 \text{ m}$$

$$y = 0$$

$$\mathbf{K}_{\text{jedro,GKS}} = \begin{bmatrix} 1,335 & 0 & 0 \\ 0 & 1,335 & -1,335 \\ 0 & -1,335 & 9,958 \end{bmatrix} \cdot 10^6 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \text{ oz. } \frac{\text{kNm}}{\text{rad}}$$

- Okvirji X1, X2, Y1, Y2

$$x_{X1} = 0 \text{ m}$$

$$x_{X2} = 0 \text{ m}$$

$$y_{X1} = -4 \text{ m}$$

$$y_{X2} = 4 \text{ m}$$

$$\mathbf{K}_{X1,\text{GKS}} = \begin{bmatrix} 11545,3 & 0 & 46181 \\ 0 & 0 & 0 \\ 46181 & 0 & 184725 \end{bmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\mathbf{K}_{X2,\text{GKS}} = \begin{bmatrix} 11545,3 & 0 & -46181 \\ 0 & 0 & 0 \\ -46181 & 0 & 184725 \end{bmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$x_{Y1} = -4,5 \text{ m}$$

$$x_{Y2} = 4,5 \text{ m}$$

$$y_{Y1} = 0 \text{ m}$$

$$y_{Y2} = 0 \text{ m}$$

$$\mathbf{K}_{Y1,\text{GKS}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 11545,3 & -51954 \\ 0 & -51954 & 233792 \end{bmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\mathbf{K}_{Y2,\text{GKS}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 11545,3 & 51954 \\ 0 & 51954 & 233792 \end{bmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\mathbf{K}_{\text{okvir,GKS}} = \mathbf{K}_{X1,\text{GKS}} + \mathbf{K}_{Y1,\text{GKS}} + \mathbf{K}_{X2,\text{GKS}} + \mathbf{K}_{Y2,\text{GKS}} = \begin{bmatrix} 23090,6 & 0 & 0 \\ 0 & 23090,6 & 0 \\ 0 & 0 & 837034 \end{bmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

- Celotna konstrukcija

$$\mathbf{K}_{\text{konstrukcije}} = \mathbf{K}_{\text{jedro,GKS}} + \mathbf{K}_{\text{okvir,GKS}} = \begin{bmatrix} 1,358 & 0 & 0 \\ 0 & 1,358 & -1,335 \\ 0 & -1,335 & 10,795 \end{bmatrix} \cdot 10^6 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \text{ oz. } \frac{\text{kNm}}{\text{rad}}$$