

Univerza  
v Ljubljani

Fakulteta  
za gradbeništvo  
in geodezijo



Jamova cesta 2  
1000 Ljubljana, Slovenija  
<http://www3.fgg.uni-lj.si/>

**DRUGG** – Digitalni repozitorij UL FGG  
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

To je izvirna različica zaključnega dela.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujete na bibliografske podatke, kot je navedeno:

Pogarčič, M., 2014. Analiza različnih modelov geoida na območju Slovenije. Diplomaska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. (mentor Kuhar, M.): 50 str.

Datum arhiviranja: 09-06-2014

University  
of Ljubljana

Faculty of  
Civil and Geodetic  
Engineering



Jamova cesta 2  
SI – 1000 Ljubljana, Slovenia  
<http://www3.fgg.uni-lj.si/en/>

**DRUGG** – The Digital Repository  
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

This is original version of final thesis.

When citing, please refer to the publisher's bibliographic information as follows:

Pogarčič, M., 2014. Analiza različnih modelov geoida na območju Slovenije. B.Sc. Thesis. Ljubljana, University of Ljubljani, Faculty of civil and geodetic engineering. (supervisor Kuhar, M.): 50 pp.

Archiving Date: 09-06-2014

Univerza  
v Ljubljani

Fakulteta za  
*gradbeništvo in  
geodezijo*



Jamova 2  
1000 Ljubljana, Slovenija  
telefon (01) 47 68 500  
faks (01) 42 50 681  
fgg@fgg.uni-lj.si

UNIVERZITETNI ŠTUDIJSKI  
PROGRAM GEODEZIJA  
SMER GEODEZIJA

Kandidat:

**MATEJ POGARČIĆ**

**ANALIZA RAZLIČNIH MODELOV GEOIDA NA  
OBMOČJU SLOVENIJE**

Diplomska naloga št.: 955/G

**ANALYSIS OF DIFERENT GEOID MODELS AT THE  
TERRITORY OF SLOVENIA**

Graduation thesis No.: 955/G

**Mentor:**

doc. dr. Miran Kuhar

**Predsednik komisije:**

prof. dr. Bojan Stopar

**Član komisije:**

izr. prof. dr. Tomaž Ambrožič

Ljubljana, 30. 05. 2014

## **STRAN ZA POPRAVKE, ERRATA**

Stran z napako

Vrstica z napako

Namesto

Naj bo

**IZJAVA O AVTORSTVU**

Podpisani Matej Pogarčič izjavljam, da sem avtor diplomske naloge z naslovom:>>Analiza različnih modelov geoida na območju Slovenije<<.

Izjavljam, da je elektronska različica v vsem enaka tiskani različici.

Izjavljam, da dovoljujem objavo elektronske različice v digitalnem repozitoriju.

Ljubljana, maj 2014

Matej Pogarčič

## **BIBLIOGRAFSKO – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK**

**UDK:** 528.242(497.4)(043.2)  
**Avtor:** Matej Pogarčič  
**Mentor:** doc. dr. Miran Kuhar  
**Naslov:** Analiza različnih modelov geoida na območju Slovenije  
**Tip dokumenta:** Dipl. nal.-UNI  
**Obseg in oprema:** 50 str., 10 pregl., 27 sl., 42 en., 2 pril.  
**Ključne besede:** geoid, natančnost, višine

### **Izvleček:**

Naloga obravnava dva modela geoida za območje Slovenje (uradna rešitev iz leta 2000 in testna rešitev iz leta 2010) ter evropski geoid EGG08 in globalni model EGM08. Analiza natančnosti in skladnosti na območju Slovenije smo izvedli na osnovi 597 GNSS/nivelman točk, na katerih so določene nadmorske in elipsoidne višine.

---

**BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION**

**UDC:** 528.242(497.4)(043.2)  
**Author:** Matej Pogarčič  
**Supervisor:** Assist. Prof. Miran Kuhar, Ph.D.  
**Title:** Analysis of diferent geoid models at the territory of Slovenia  
**Document type:** Graduation Thesis – University studies  
**Scope and tools:** 50 p., 10 tab., 27 fig., 42 eq., 2 ann.  
**Key words:** geoid, accuracy, heights

**Abstract:**

Graduation thesis deals with two geoid model for the area of Slovenia (official solution in 2000 and the test solution in 2010) and the European geoid EGG08 and a global model EGM08. Analysis of the accuracy and consistency of the territory of Slovenia was carried out on the basis of 597 GNSS / leveling points, which have defined altitude and ellipsoidal height.

## **ZAHVALA**

Za usmerjanje in pomaganje pri ustvarjanju diplomske naloge bi se zahvalil mentorju doc. dr. Miranu Kuharju. Zahvala tudi Geodetski upravi Republike Slovenije, za priskrbljene podatke. Zahvalil bi se tudi staršema, ki sta me podpirala skozi ves čas študija.

>>Ta stran je namenoma prazna<<



## **KAZALO VSEBINE**

<b>IZJAVA O AVTORSTVU</b>	<b>II</b>
<b>BIBLIOGRAFSKO – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK</b>	<b>III</b>
<b>BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION</b>	<b>IV</b>
<b>ZAHVALA</b>	<b>V</b>
<b>1 UVOD</b>	<b>1</b>
<b>2 TEŽNOSTNO POLJE ZEMLJE</b>	<b>2</b>
2.1 Geometrija težnostnega polja	2
<b>3 OBLIKA ZEMLJE IN VIŠINSKI SISTEMI</b>	<b>5</b>
3.1 Splošno	5
3.2 Kvazigeoid in teluroid	7
3.3 Višinski sistemi	8
3.3.1 Geopotencialne kote	9
3.3.2 Ortometrične višine	10
3.3.3 Normalne višine po Molodenskem	10
3.3.4 Normalne ortometrične višine	11
<b>4 POMEN DOLOČITVE GEOIDA</b>	<b>12</b>
<b>5 DOLOČITEV GEOIDA</b>	<b>14</b>
5.1 Metode izračuna geoida	14
5.1.1 Gravimetrična metoda	14
5.1.2 Astrogeodetska metoda	15
5.1.3 Satelitsko podprte metode	15
5.1.4 Astrogravimetrični nivelman	16
5.1.5 Kolokacija po metodi najmanjših kvadratov	17
5.1.6 Metoda izračuna geoida "remove-restore"	17
5.2 Lokalni geoid	18
5.2.1 Izračun lokalnega geoida	18
<b>6 UPODOBITEV IZRAČUNANEGA GEOIDA</b>	<b>20</b>
6.1.1 Interpolacija geoidne višine iz "grid-a"	21
<b>7 ZGODOVINA GEOIDA V SLOVENIJI</b>	<b>24</b>
7.1.1 Geoid v Sloveniji	24
<b>8 GLOBALNI GEOPOTENCIALNI MODEL EGM2008</b>	<b>26</b>
8.1 WGS84 elipsoid	26
8.2 Podatki in izračun	27
<b>9 EVROPSKI GRAVIMETRIČNI KVAZIGEOID EGG2008</b>	<b>28</b>
9.1 Model kvazigeoida EGG08	28

---

9.2	Podatki in izračun	28
<b>10</b>	<b>TESTNI MODEL GEOIDA SLOAMG2010</b>	<b>30</b>
10.1	Podatki in izračun	30
<b>11</b>	<b>PODATKI ZA ANALIZO MODELOV IN PROGRAMSKA OPREMA</b>	<b>32</b>
11.1	Baza točk	32
11.2	Programska oprema	33
<b>12</b>	<b>OVREDNOTENJE MODELOV GEOIDA</b>	<b>34</b>
12.1	Zanesljivost podanih geoidnih višin	34
12.2	Analiza geoidov na območju Slovenije	35
12.2.1	Primerjava starega Slovenskega geoida SLOAMG2000 s testnim geoidom SLOAMG201036	
12.2.2	Koorelacija med odstopanjih in nadmorsko višino	37
12.2.3	Analiza geoidov EGM08 in EGG08	38
12.3	Test normalnosti	42
<b>13</b>	<b>PRIMERJAVA SLOVENSKEGA IN HRVAŠKEGA GEOIDA NA MEJI</b>	<b>45</b>
<b>14</b>	<b>ZAKLJUČEK</b>	<b>47</b>
<b>VIRI</b>		<b>49</b>

## KAZALO SLIK

Slika 2.1: Gravitacijska sila, centrifugalna sila in sila teže (Kuhar, 2011, str. 24)	2
Slika 2.2: Težnost na ekvipotencialnih ploskvah (Kuhar, 2011, str. 29)	3
Slika 2.3: Nepravilnosti težnostnega polja Zemlje (Kuhar, 2011, str. 46)	4
Slika 3.1: Zemlja kot elipsoid in geoid(vir: <a href="http://www.icsm.gov.au">www.icsm.gov.au</a> )	6
Slika 3.2: Geoid(Vir: <a href="http://www.eskisohtbet.com">www.eskisohtbet.com</a> )	6
Slika 3.3: Višinski sistemi (Kuhar, 2011, str. 65)	9
Slika 5.1: Princip astrogeodetske določitve geoida	15
Slika 5.2: Satelitska altimetrija (vir: <a href="http://www.ppi.noaa.gov">www.ppi.noaa.gov</a> )	16
Slika 6.1: Globalni geoid iz modela EGM08 (Kuhar, 2011, str. 94)	21
Slika 6.2: Bilinearna interpolacija (Kuhar, 2011, str. 95)	22
Slika 6.3: Spline metoda pridobivanja ploskev (Childs, 2012)	23
Slika 7.1: Definitivna rešitev ploskve geoida za območje Slovenije iz leta 2000.	25
Slika 10.1: Trirasežni prikaz testnega modela geoida SLOAMG2010(Oven idr., 2010, str. 14)	31
Slika 11.1: GPS/nivelman točke(Oven idr., 2010, str. 7)	32
Slika 12.1: Izris razlik med odstopanji pri SLOAMG2010 in EGG08	35
Slika 12.2: Razlike med SLOAMG00 in SLOAMG2010	36
Slika 12.3: Histogram odstopanj SLOAMG2010	37
Slika 12.4: Graf razpršenosti odstopanj pri SLOAMG2010	37
Slika 12.5: Koorelacija med odstopanji pri SLOAMG2000 in nadmorskih višin	38
Slika 12.6: Koorelacija med odstopanji pri SLOAMG10 in nadmorskih višin	38
Slika 12.7: Histogram odstopanj EGM08	39
Slika 12.8: Graf razpršenosti odstopanj pri EGM08	40
Slika 12.9: Histogram odstopanj EGG08	40
Slika 12.10: Graf razpršenosti odstopanj pri EGG08	40
Slika 12.11: Histogram odstopanj EGG08 – brez 8 točk	41
Slika 12.12: Graf razpršenosti odstopanj pri EGG08 – brez 8 točk	42
Slika 13.1: Koorelacija med odstopanjih SLO-HR geoidov in nadmorske višine	45

## KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 8.1: Parametri elipsoida WGS84 (Prešeren, 1999, str. 41)	26
Preglednica 9.1: Fizikalni parametri definicije elipsoida GRS80(Prešeren, 1999, str. 51)	28
Preglednica 12.1: Minimalna in maksimalna razlika med geoidnimi višinami iz modelov in merjenimi geoidnimi višinami, ter srednje odstopanje in standardni odklon	35
Preglednica 12.2: Analiza odstopanja interpoliranih in danih geoidnih višin ter transformacijski parametri geoidnih ploskev	39
Preglednica 12.3: Primerjava transformacijskih parametrov evropskega geoida z vsemi točkami in s izbranim točkami	41
Preglednica 12.4: Test normalnosti za odstopanja pri SLOAMG2010	43
Preglednica 12.5: Test normalnosti za odstopanja pri EGG08	43
Preglednica 12.6: Test normalnosti za odstopanja pri EGG08 – brez 8 točk	44
Preglednica 12.7: Test normalnosti za odstopanja pri EGM08	44
Preglednica 13.1: Minimalna in maksimalna razlika ter srednje odstopanje in standardni odklon med geoidnimi višinami, pridobljeni iz hrvaškega modela in ostalimi modeli	45

## 1 UVOD

V današnjem času se pojavlja vse večja potreba po določitvi oblike Zemlje za različnih raziskav v številnih vedah. Eden od načinov določitve oblike Zemlje je s pomočjo geoida, ki predstavlja nivojsko ploskev Zemljinega težnostnega potenciala in nam omogoča interpretacijo gravimetričnih meritev.

Geoid je bil v geodezijo uveden tudi zaradi pojave GNSS metode meritev, ki določa horizontalni in vertikalni položaj točk na Zemlji. GNSS metoda se je uvedla zaradi hitrejšega in enostavnejšega postopka pridobivanja geocentričnih koordinat na referenčnem elipsoidu. Ker se geocentrične koordinate ne uporabljajo v državnem koordinatnem sistemu, je bilo potrebno določiti transformacijo iz referenčnega elipsoida v projekcijo, ki jo uporablja posamezna država. Problem je predstavljala vertikalna komponenta GNSS meritev  $h$ , ki se imenuje elipsoidna višina. Elipsoidna višina predstavlja vertikalno oddaljenost točke na površju Zemlje od referenčnega elipsoida. Glede na to, da se elipsoidna višina ne uporablja v državnem koordinatnem sistemu, je bilo potrebno pridobiti povezavo med elipsoidnimi in ortometričnimi višinami, ki predstavljajo višinsko komponento koordinatnega sistema za območje Slovenije in jo označujemo s črko  $H$ . Glede na to, da imamo razliko med dvema ploskvami, tukaj obstaja še geoidna višina  $N$ , ki predstavlja razliko med geoidom in referenčnim elipsoidom. Enačba za povezavo med elipsoidno in ortometrično višino je naslednja:

$$H = h - N, \tag{1}$$

Z znano povezavo lahko izkoristimo prednosti GNSS metode pred klasičnimi metodami za določitev ortometrične višine. Problem predstavlja nezadostno poznavanje ploskve geoida.

Razvoj računalništva je omogočil obdelavo velikih količin podatkov. Poleg tega se v današnjem času hitro razvija stroka in s tem prihaja do nastajanja najrazličnejših metod merjenja prostorskih podatkov ter njihovega vključevanja in izkoriščanja pri izračunu modela geoida. Posledica tega so še boljši modeli geoida v primerjavi s predhodnimi in izračuni modelov geoida za določena območja: lokalni geoidi za določeni za območje določene države, regionalni za zajemanje območja določenih regij ter globalni za zajemanje celotne Zemlje.

Primer regionalnega modela geoida je Evropski gravimetrični geoid EGG08 (European Gravimetric Geoid 2008), primer globalnega pa je globalni geopotencialni model EGM08 (Earth Gravitational Model 2008). Globalne geopotencialne modele se tudi uporaljajo pri izračunu lokanih in regionalnih modelov geoida.

V diplomski nalogi je obravnavana problematika določitve geoida. Podrobneje sta predstavljena omenjena modela, način določitve, predstavitve in uporabe, ter ugotovitve, kako se modelni ploskvi ujemata z merjenimi geoidnimi višinami na območju Slovenije in na mejnem območju Slovenije s Hrvaško ter z lokalnim modelom geoida.

## 2 TEŽNOSTNO POLJE ZEMLJE

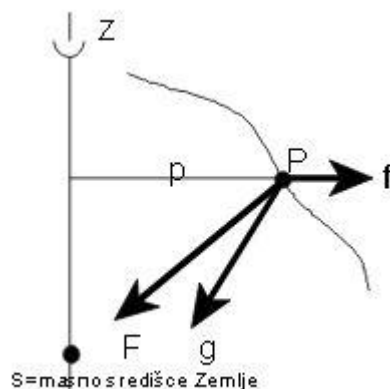
S proučevanjem težnostnega polja Zemlje se bavi gravimetrija. Rezultati gravimetričnih meritev imajo velik vpliv na geodetske meritve, glede na to, da se vse meritve opravljajo v težnostnem polju. Neupoštevanje vpliva težnosti povzroči nehorizontalnost inštrumenta in s tem napake opravljenih meritev. Podatki pridobljeni iz gravimetričnih meritev so zelo pomembni tudi za ostale veje geodezije, predvsem fizikalno in satelitsko geodezijo. Z poznanim težnostnim poljem Zemlje lahko določimo geoid, v kombinaciji z drugimi geodetskimi meritvami. V satelitski geodeziji opazujemo umetne Zemljine satelite, ki krožijo okoli Zemlje zaradi težnostnega polja Zemlje. Brez poznavanja težnostnega polja GNSS metoda ne bi bila uporabna, ker ne bi bilo možno določiti tirnice gibanja umetnih satelitov Zemlje.

### 2.1 Geometrija težnostnega polja

Za privlačnost med teles je zaslužna gravitacijska sila. Vsa telesa se medsebojno privlačijo na daljavo. Definicijo za privlačno silo je podal I. Newton, ki je domneval da je privlačnost med telesi odvisna od mase obeh teles, ter njihove oddaljenosti od centra mas. Izračun privlačne sile je podal z enačbo:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{l^2}, \quad (2)$$

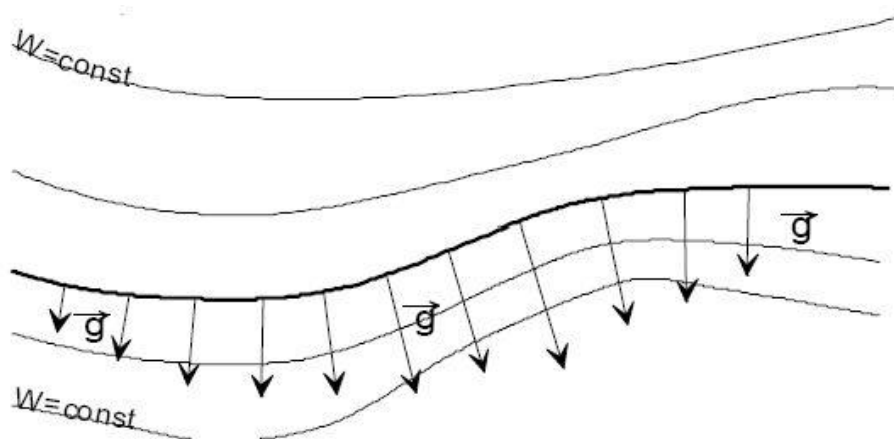
Torej, privlačna sila je odvisna od mase prvega telesa  $m_1$  in mase drugega telesa  $m_2$ , ter od oddaljenosti  $l$  med telesi. Konstanta  $G$  predstavlja gravitacijsko konstanto in zanaša  $G = 6,67428 * 10^{-11} N \frac{m}{kg^2}$ . Iz te enakosti je razvidno da je privlačna sila med telesi zelo majhna, razen če je eno od teles astronomsko. Pri kroženju teles nastopata dve sili: centripetalna, ki sili telo, da se krožno giblje, in centrifugalna sila, ki oddaljuje telo od središča v smeri radija. Kombinacija privlačne sile in centrifugalne sile na točko na površju sile se imenuje *sila teže*. Prikazali bomo rezultat delovanja teh dveh sil s sliko (slika 2.1)(Kuhar, 2011.):



Slika 2.1: Gravitacijska sila, centrifugalna sila in sila teže (Kuhar, 2011, str. 24)

g	...	sila teže
F	...	gravitacijska sila
f	...	centrifugalna sila

Vektor  $g$  prikazuje smer in jakost sile teže, ter je vedno pravokoten na nivojsko ploskev. Težnostno polje je najlažje predstaviti s pomočjo ekvipotencialnih ploskev in njihovih silnic. Ekvipotencialne ploskve s konstantnim potencialom imenujemo *geope*. Potencial  $W$  vzdolž geopa je povsod enak, kar ni enako za težnostni pospešek vzdolž cele geope. Razlog za to je ta, da ekvipotencialne ploskve niso medsebojno paralelne in konvergirajo proti polu (slika 2.2)(Kuhar, 2011).



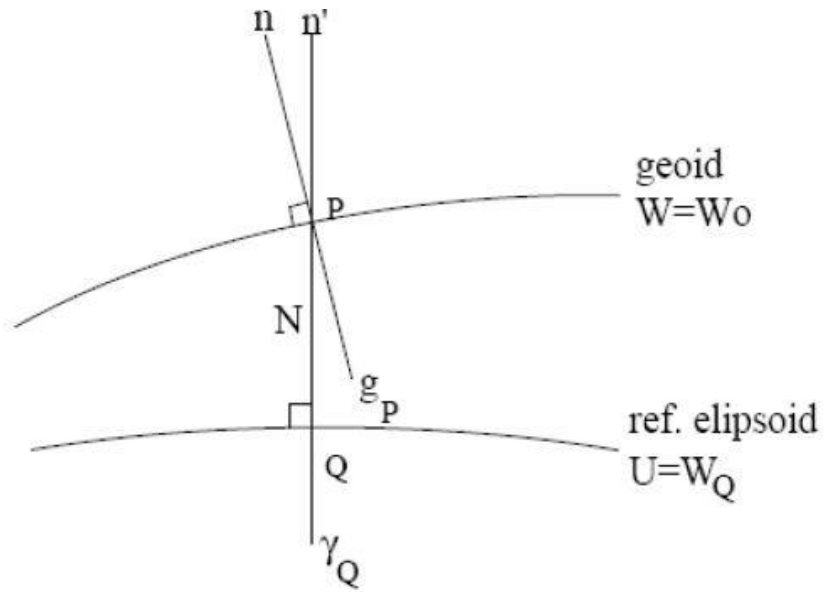
Slika 2.2: Težnost na ekvipotencialnih ploskvah (Kuhar, 2011, str. 29)

Glede na to, da je geoid definiran fizikalno, je zelo težko predstaviti težnostno polje geoida. Zato geoid nadomeščamo z dvoosnim rotacijskim elipsoidom. Normalno težnostno polje določimo na osnovi *normalnega modela Zemlje*, ki ga predstavlja rotacijski elipsoid, čigar ploskev je ekvipotencialna ploskev lastnega težnostnega polja. Parametri, ki predstavljajo težnostno polje, so velika polos elipsoida  $a$  in koeficient sploščenosti, ter masa  $M$  in kotna hitrost rotacije  $\omega$ .

Dejansko težnostno polje Zemlje odstopa od normalnega težnostnega polja nivojskega elipsoida. Omenjeno razliko imenujemo *anomalija potenciala*. Razlika vektorja težnostnega pospeška  $g$  v točki  $P$  in vektor normalnega težnostnega pospeška  $g$  v točki  $Q$  nam poda vektor anomalije težnostnega pospeška  $\Delta g$  (vektor anomalije težnosti). Vektor ima svojo smer in velikost.

$$\overrightarrow{\Delta g} = \overrightarrow{g_P} - \overrightarrow{g_Q}, \quad (3)$$

Razlika velikosti obeh vektorjev je anomalija težnostnega pospeška, razlika smeri pa je odklon navpčnice (vertikale)(slika 2.3, Kuhar, 2011).



Slika 2.3: Nepravilnosti težnostnega polja Zemlje (Kuhar, 2011, str. 46)



### 3 OBLIKA ZEMLJE IN VIŠINSKI SISTEMI

#### 3.1 Splošno

Oblika Zemlje je bila skozi zgodovino od antike dalje predmet mnogih razprav in znanstvenih preučevanj in je v določenem obsegu še vedno. Prve teorije o obliki Zemlje so podali starogrški misleci, ki so bili prepričani da je Zemlja ravna ploskev, ki je podprta s štirimi sloni na veliki želvi. Starogrški filozof Anaksimander je domneval, da je Zemlja valj, ki se nahaja znotraj kroglastega neba. Nasprotje njegovi teoriji o obliki Zemlje je podal Pitagora. Njegovo mnenje o obliki Zemlje je bilo, da je Zemlja krogla in je bil prepričan, da bogovi niso mogli ustvariti Zemlje v drugačni obliki. O krogli kot obliki Zemlje je prve dokaze prispeval Evdoks, ki je menil, da bi oddaljene zvezde bile vedno na istem mestu v primeru Zemlje kot ravne plošče. Aristotel je trdil, da je Zemlja krogla zaradi dejstva, da ob Luninem mrku nanjo pade takšna senca, kakršno lahko ustvarile krogla.

Po vprašanju o obliki Zemlje se tudi pojavilo vprašanje o velikosti Zemlje. Eratosten je določil polmer Zemlje kot krogle s pomočjo opazovanja Sonca. Določil je razdaljo med mestoma Asuan in Aleksandrijo in pripadajoči centralni kot. Glede na zelo preprosti način izračuna je bila velikost Zemlje kot krogle precej natančno določena.

V 17. stoletju je prišlo do ugotovitve, da Zemlja ni okrogla, temveč je elipsoidne oblike. Francoski astronom Jean Richer je v letih 1672 in 1673 pri potovanju iz Pariza v Cayenne opazil, da je njegova ura na nihalno dnevno zaostala za 2,5 min. Potem, ko se je vrnil nazaj v Pariz, je opazil, da ura prehiteva za 2,5 min. S tem dejstvom je Richer ugotovil, da na vseh mestih ni enaka sila gravitacije in da Zemlja verjetno ni okrogla, temveč elipsoidna. Tudi Francoz G. D. Cassini je ugotovil, da Zemlja ni okrogla. On je razdelil lok, ki ga je šel izmerit, na lok severno in južno od Pariza. Po izračunu je ugotovil, da je ločna razdalja na severnem delu krajša od ločne mere na južnem delu.

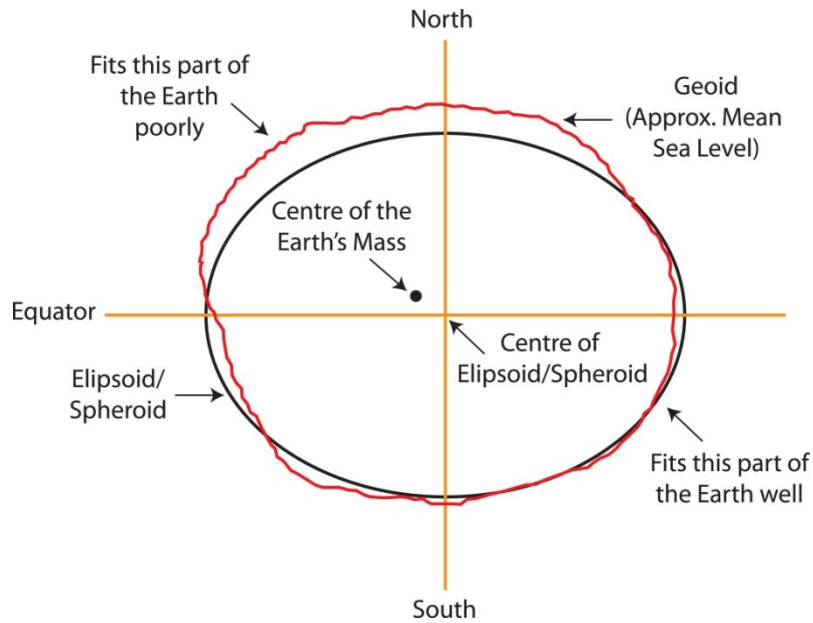
Danes se za GPS metodo izmere zemlje rotacijski elipsoid kot oblika Zemlje, ki predstavlja najboljši matematički približek oblike Zemlje. Oblika in velikost rotacijskega elipsoida je predstavljena z dvema količinama, najpogosteje z dvema neodvisnima količinama: velika polos in koeficient sploščenosti elipsoida. Razlika med kroglo in elipsoidom je zelo majhna:

$$\frac{a-b}{R} \cong 0,3\%, \quad (4)$$

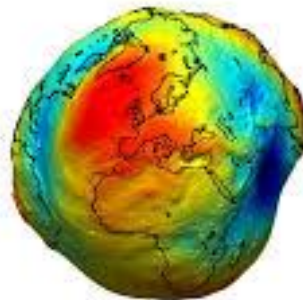
a... velika polos elipsoida

b... velika polos elipsoida

R... srednji radij Zemlje, odvisen on geografske širine

Slika 3.1: Zemlja kot elipsoid in geoid(vir: [www.icsm.gov.au](http://www.icsm.gov.au))

Oblika Zemlje nima pravilne oblike in je ni možno predstaviti z matematičnimi modeli. Fizično površino Zemlje je prvič predstavil C.F. Gauss leta 1828, ki jo je potem leta 1872 J.B. Listing poimenoval *geoid*. Po Gaussu je geoid ekvipotencialna ploskev zemeljskega telesa, ponazorjena s srednjo gladino svetovnih morij. Geoid je torej fizična oblika Zemljinega površja in ni matematično predstavljiva. Smer težiščnice je v vseh točkah geoida pravokotna nanj. Leta 1849 je Stokes odkril enačbo, s katero se lahko določi geoid, s tem da moramo imeti podane podatke o težnosti Zemlje. Ta enačba se še danes uporablja in predstavlja osnovo za izračun geoida.

Slika 3.2: Geoid(Vir: [www.eskisohtbet.com](http://www.eskisohtbet.com))

Glede na to, da geoid ni matematično definirana ploskev, ni primeren za geodetske izračune. Za te naloge kot referenčno ploskev uporabljamo rotacijski elipsoid, ki je lahko geocentričen ali pa lokalni; slednji se najbolje prilega geoidu na ustreznem področju (pri nas je Besselov elipsoid). Razlike med elipsoidom in geoidom se imenujejo *geoidne višine* ali *geoidne undulacije*. Geoidne višine, ki se nanašajo na geocentrični elipsoid so absolutne, vendar so relativne. Maksimalne absolutne višine zanašajo okoli 100 metrov, kar predstavlja 0,15% srednjega polmera Zemlje. Zaradi tega dejstva se

geoidna višina velikokrat obravnava kot zelo majhna količina v enačbah za popravke, če v teh enačbah nastopata  $N$  ali  $R$ .

Satelitske meritve lahko določijo ekvipotencialno ploskev, ki ustreza definiciji Gaussovega geoida, vendar tako določena ploskev ne sovпада pravemu geoidu (dobro je določena le na področju morske gladine). Zaradi gravitacijske sile, ki vsepovsod deluje pravokotno na geoid, bi bila vodna gladina vedno tudi ekvipotencialna ploskev, pa to seveda ne drži. Prosto gibanje vodne mase preprečuje kopno oziroma celine, pa tudi vpliv gravitacijskih sil Lune in Sonca ima svojo moč.

Opazovanja trenutne gladine morja so pokazala, da je srednja gladina morja zelo stabilna – odstopanja znašajo maksimalno en decimeter za obdobje od deset let. Zaradi takih podatkov je prišlo do potrebe določitve srednje morske gladine (Mean Sea Level - MSL), ki bi naj bila uporabna za celo Zemljo. Določa se tako, da se zbirajo podatki opazovanj mareografov, razporejenih po obalah vseh svetovnih morij, in se določi povprečje omenjenih meritev. Služba, ki opravlja takšno dejavnost se imenuje Permanent Service for Mean Sea Level (PSMSL), nahaja se v Veliki Britaniji v observatoriju Bidston.

Razvoj tehnologije ter nova odkritja novih metod za pridobitev ter izračun podatkov sopripeljali do novih spoznanj o stalnih deformacijah Zemlje zaradi privlačnega vpliva Lune in Sonca. Glede na omenjene deformacije lahko definiramo tri vrste geoidov:

- Tide-free: pri tem geoidu se ne upoštevajo vplivi Lune in Sonca,
- Mean-tide: pri tem geoidu upoštevamo vse vplive Lune in Sonca,
- Zero-tide: pri tem geoidu se upoštevajo le posredni vplivi Lune in Sonca. Posredni vplivi so posledica elastičnih deformacij Zemlje.

V preteklosti je prevladavalo mnenje, da v geodeziji ni potreben geoid. To mnenje se je izkazalo kot napačno, kar so dokazale mnoge raziskave na tem področju in je to mnenje zavrnjeno z sprejemom resolucije leta 1975 v Grenoblu na skupščini mednarodnega združenja za geodezijo.

### 3.2 Kvazigeoid in teluroid

Težnostno polje na Zemlji in v prostoru okoli nje se določi brez večjih problemov. Pri geoidu je določitev težnostnega polja težavna zaradi dejstva, da geoid poteka po notranjosti Zemlje. To se lahko določi posredno, z redukcijo merjenih vrednosti in uvedbo predpostavk o gostoti zemejskih plasti v njeni notranjosti. Rešitev tega problema je določil Molodenski leta 1945 z uvedbo nove ploskve, ki jo je imenoval *kvazigeoid*, ki je referenčna ploskev za novo definirane normalne višine.

Normalne višine izračunamo z upoštevanjem normalnega težnostnega polja, ki se razlikuje od dejanskega težnostnega polja. Z nanašanjem normalnih višin na referenčni elipsoid dobimo ploskev, ki jo je Hirvonen poimenoval teluroid. Višinska razlika med teluroidom in fizično površino Zemlje je *anomalija višine*  $\zeta$ . Teluroid je definiran kot ploskev, katere normalni potencial  $U$  je v vsaki točki  $Q$  enak dejanskemu potencialu  $W$  ustrezne točke na površju Zemlje  $P$  (slika 2.1).

Kar je geoid za ortometrične višine, je kvazigeoid za normalne višine. To pomeni, da če bi normalne višine vseh točk na površini Zemlje nanegli navzdol v njeno notranjost, bi dobili ploskev kvazigeoida. Odstopanja kvazigeoida od geoida so zelo majhna, na morjih pa sovpadata. Razlike med anomalijami višine in geoidnimi višinami ( $\zeta$ - $N$ ) so vedno pozitivne količine in so premosorazmerne z nadmorsko višino območja.

Kvazigeoid ima velik pomen predvsem pri gravimetrični metodi določitve geoida. Za določitev geoidnih višin je potrebno uvesti popravke merjenih vrednosti, ker je natančnost tako določenih geoidnih višin odvisna od natančnosti popravkov.

### 3.3 Višinski sistemi

V tridimenzionalnem prostoru položaj točke določamo s številami, ki predstavljajo oddaljenosti glede na druge točke, ali pa položaj v koordinatnem sistemu. Čeprav so koordinate neodvisne, ločimo jih med položajnim in višinskim. Takšno razdelba je narejena zaradi dejstva, da je položaj definiran geometrično, višina pa fizikalno. Ne glede na to dejstvo, višino vseeno definiramo tudi geometrično zaradi lažje predstave. Tako imamo na primer tridimenzionalne kartezične koordinate  $X, Y, Z$  izražene v elipsoidnih (geodetskih) koordinatah kot  $\varphi, \lambda$ , in  $h$  (elipsoidna višina).

Koordinatni sistemi so lahko enodimenzionalni, dvodimenzionalni, tridimenzionalni ali večdimenzionalni (četrt komponenta je lahko čas). V današnjem času je koordinatni sistem večinoma dvodimenzionalen s podatkom višine kot atributom. Višino definiramo kot vertikalno oddaljenost od neke ravnine, to sta večinoma geoid (ortometrične) in kvazigeoid (normalne višine). Različna predstavitev višin se uporablja zaradi že omenjenega dejstva, da je položaj ponavadi definiran geometrično (glede na referenčni elipsoid), višina pa je definirana fizikalno, kjer je referenčna ploskev geoid, čeprav se v zadnjem času zaradi GPS metode vse bolj uporablja geometrično definirana višina.

Višinski sistemi so definirani s tremi komponentami:

- referenčna ploskev,
- linija, pravokotna na to ploskev in
- opazovanje dolžine od referenčne ploskve do točke, ter ustrezno merilo oziroma enota

Pri izboru višinskega sistema morajo biti izpolnjeni različni pogoji glede na zahteve uporabnikov. Najvažnejši pogoji za pridobitev teoretično neoporečnega višinskega sistema so (Kuhar, 2011):

- višine točk morajo biti nedvoumno definirane in določljive neodvisno od poti niveliranja. Ker nivojske ploskve težnostnega polja niso med seboj vzporedne in ker sta vrhunjenje libele in lega kompenzatorja nivelirja tesno povezana s težnostnim poljem, ta pogoj ni izpolnjen za višine točk, določenih na osnovi rezultatov geometričnega nivelmana;
- višine točk naj bi bile določene na osnovi merjenj na površini Zemlje in pri tem naj bi upoštevali čim manj različnih hipotez (na primer o gostoti in porazdelitvi mas v notranjosti Zemlje);
- popravki merjenih višinskih razlik, zaradi privzetega višinskega sistema, morajo biti tako majhni, da jih ne upoštevamo pri nivelmanskih mrežah nižjih redov, ker so navezane na nivelmanske mreže višjih redov;
- višine točk naj bi bile podane v metrih in za njih mora obstajati geometrična razlaga;
- v zadnjem času se pojavlja zahteva, da naj bi višinski sistem omogočal enostavno povezavo z elipsoidnimi višinami, pridobljenimi na osnovi GPS meritev;
- poleg tega je dobro če za primerjalno ploskev (izhodiščno ploskev računanja višin) obstaja fizikalna razlaga.

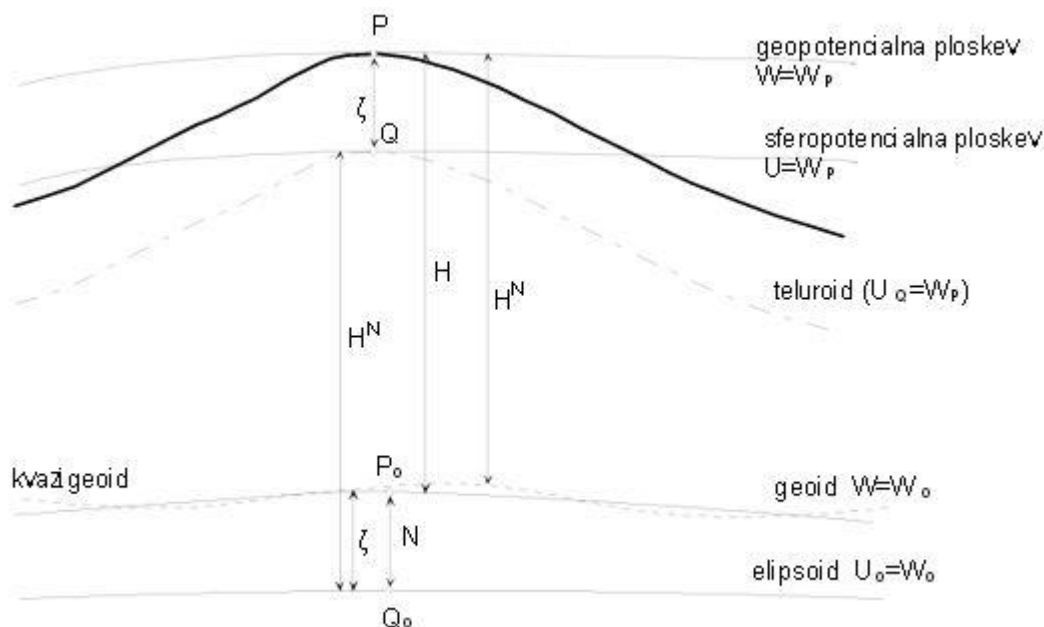
Povezavo med višino in potencialnom težnostnega polja podaja enačba:

$$dW = -gdH, \quad (5)$$

kjer je  $g$  težnostni pospešek,  $dW$  je razlika potencialov med dvema ploskvama,  $dH$  je pa razdalja med ploskvama.

V Sloveniji so višinski sistemi razdeljeni na štiri vrste (slika 3.3, Kuhar, 2011):

- geopotencialne kote,
- prave ortometrične višine,
- normalne ortometrične višine,
- normalne višine Molodenskega.



Slika 3.3: Višinski sistemi (Kuhar, 2011, str. 65)

### 3.3.1 Geopotencialne kote

Francoz Tardi je prvi odkril geopotencialno koto. Definiral jo je kot razliko potencialov med dvema točkama glede na ničelno nivojsko ploskev (geoid). Enačba za geopotencialno koto se glasi:

$$C_{p_i} = W_{P_i^0} - W_{P_i} = \int_{P_i^0}^{P_i} g dh_{P_i^0}^{P_i}, \quad (6)$$

Kjer so:

- $C_{p_i}$  ... geopotencialna kota
- $W_{P_i^0}$  ... potencial ničelne nivojske ploskve
- $W_{P_i}$  ... potencial nivojske ploskve skozi točko  $P_i$ ,
- $P_i^0$  ... točki  $P_i$  prirejena točka na nivojski ploskvi
- $g$  ... težni pospešek

Pri geopotencialni koti je višina določena neodvisno od poti niveliranja, kar pomeni da na eni ekvipotencialni ploskvi določimo le eno višino. Slaba stran geopotencialnih kot je v tem da so višine določene povsem fizikalno in jih je nemogoče geometrično interpretirati in predstaviti. Geopotencialne kote niso izražene v metrih, pač pa je enota t.i. geopotencialno število. Geopotencialna kota predstavlja izhodišče za izračun višin v ostalih višinskih sistemih zaradi nedvoumnosti svojega podatka. Veliki pomen ima tudi pri izravnavi državnih nivelmaskih mrež.

### 3.3.2 Ortometrične višine

Zaradi geometrične nedefiniranosti geopotencialnih kot jih v praksi zamenjujemo z ortometričnimi višinami. Ortometrična višina je oddaljenost točke na površju Zemlje od geoida, merjena po ukrivljeni težiščnici. Dobimo jo z naslednjim postopkom:

$$H = \frac{c}{\bar{g}}, \quad (7)$$

kjer je  $\bar{g}$  srednja vrednost težnostnega pospeška vzdolž težiščnice od geoida do točke na površini Zemlje. Torej, pri določitvi ortometrične višine merimo geopotencialni nivleman med geoidom in točko na površini Zemlje vzdolž težiščnice. Pri tem smo morali predpostaviti razporeditev zemeljskih mas znotraj Zemlje, ker nimamo možnosti izmeriti težnostni pospešek vzdolž cele težiščnice. Eden od načinov določitve  $\bar{g}$  je t.i. Poincaré-Preyeva redukcija, ki podaja numerično vrednost gradienta težnega pospeška:

$$\frac{\partial g}{\partial H} = -0,0848 \frac{gal}{km} = -0,0848 \frac{m s^{-2}}{km}, \quad (8)$$

Tako lahko izračunamo približno vrednost povprečnega težnega pospeška znotraj Zemeljskih mas po enačbi (Pribičević, 1999):

$$\bar{g} = g - \frac{1}{2} \frac{\partial g}{\partial H} H, \quad (9)$$

Če zgornji enačbi uporabimo v enačbi za izračun ortometrične višine, dobimo:

$$H = \frac{c}{g[gal] + 0,0424H[km]}, \quad (10)$$

Zaradi nevzporednosti nivojskih ploskev, točke z enako ortometrično višino niso na enaki nivojski ploskvi. V praksi ortometrične višine dobimo tako da ortometrični popravek prištejemo merjeni višinski razliki.

### 3.3.3 Normalne višine po Molodenskem

Ta višinski sistem je v Sloveniji privzet od leta 1990 (Kotar - Rajnar, 1998). Pri izračunu teh višin uporabljamo terenske meritve z upoštevanjem ortometričnih popravkov, ki upoštevajo normalno polje zemeljske težnosti, ter popravkov anomalij višin zaradi spremembe zemeljske težnosti.

Normalno višino izračunamo z naslednjo enačbo:

$$H^N = \frac{c}{\bar{\gamma}}, \quad (12)$$

kjer je  $\bar{\gamma}$  srednja vrednost normalnega težnostnega pospeška na odseku od točke  $Q_0$  na nivojskem elipsoidu do ustrezne točke  $Q$  na teluroidu. Normalne in elipsoidne višine povezuje enačba

$$h = H^N + \zeta \quad (11)$$

### 3.3.4 Normalne ortometrične višine

Normalne ortometrične višine dobimo po enačbi:

$$H^{NO} = \frac{C'}{\gamma}, \quad (12)$$

Razlika med normalnimi višinami po Molodenskem in normalnimi ortometričnimi višinami je v vrednosti vertikalnega težnostnega pospeška in v tem, da uporabljamo normalni geopotencial  $C'$  za izračun. V praksi normalne ortometrične višine pridobimo tako, da niveliranim višinskim razlikam prištejemo normalni ortometrični popravek NOC (Pribečević, 1999):

$$\text{NOC} = -0,00002569 H_s \Delta\varphi'' [\text{mm}], \quad (13)$$

kjer je  $H_s$  srednja višinska razlika nivelmaske linije,  $\Delta\varphi''$  pa razlika geodetskih širin skrajnjih štiri točk nivelmaske linije.

#### 4 POMEN DOLOČITVE GEOIDA

V geodeziji Zemljo ločimo na fizično in teoretično površino. Prvo določa relief, oz. prostor v katerem živimo, drugo pa določa umirjena površina morske gladine ter navpična smer težišnice, ki se definira kot geoid. Geoid je definiran kot ekvipotencialna ploskev ponazorjena s srednjo gladino svetovnih morij in v mislih podaljšana pod celinami. Ta ploskev ni analitična, kar pomeni, da jo ne moremo izraziti z matematičnimi enačbami zaradi spremembe ukrivljenosti zaradi reliefa in gostote notranjosti Zemlje. Zato se geoid izraža z razvojem privlačnega potenciala Zemlje po sfernih funkcijah. Primer je globalni geopotencialni model EGM08.

Določanje geoida pomeni določanje oblike Zemlje oz. določitev ene nivojske ploskve Zemljinega težnostnega polja. Geoid, kot ekvipotencialna ploskev, poteka deloma zunaj, deloma znotraj Zemlje, zato je njegova določitev brez poznavanja razporeda gostote v notranjosti Zemlje, izjemno težka naloga. Določitev geoida je možna samo posredno, z redukcijo merjenih vrednosti težnosti na geoid in uvedbo predpostavk o gostoti zemeljskih plasti v njeni notranjosti (Kuhar, 2011.). Zaradi omenjenih problemov se je Molodenski v petdesetih letih prejšnjega stoletja odpovedal geoidu in določil novo ploskev *kvazigeoid*, ki je referenčna ploskev za določanje novih višin, ki so imenovane *normalne višine*.

Z razvojem tehnologije, merskih tehnik in tehnik obdelave, se je spobudila nova vloga geoida, ki jo geoid ima v nalogah sodobne geodezije. Relativna natančnost je pred nekaj leti dosegala stopnjo  $10^{-6}$ , sedaj pa dosega stopnjo  $10^{-8}$  zaradi razvoja tehnologije in uporabe novih merskih tehnik. Takšna natančnost v globalnem smislu pomeni natančnost nekaj decimetrov.

S prehodom iz lokalne na globalno raven in z uvedbo novih merskih tehnik so dokazana večja odstopanja v višinah mareografov. Zaradi dejstva, da so srednje morske gladine odstopale za posamezna in ista morja, je prišlo do zaključka da geoid ni možno ponazoriti z srednjo morsk gladino. Definicija geoida mora torej izražati odnos med srednjimi morskimi gladinami ter nivojskimi ploskvami zemeljskega težnostnega polja. Zbrati je potrebno veliko število podatkov v določenem času in določiti geoid za *epoho*, na katero se zbrani podatki nanašajo.

Z večanjem relativne natančnosti je prišlo do potrebe določitve visoko natančnega geoida. V sodobnem času se geoid ne uporablja le v znanstvenih raziskavah, vendar tudi v vsakdanji praksi. Področja, za katera je geoid pomemben, so:

- **Višinski datum za geodetsko izmero.** Geoid predstavlja referenčno ploskev za določanje višin in višinskih razlik, to pa je nivojska ploskev težnostnega polja Zemlje. Natančno poznavanje geoida kot izhodišča za računanje nadmorskih višin točk olajšuje reševanje številnih praktičnih nalog v hidrografiji, oceanografiji in na raznih gospodarskih področjih.
- **Redukcija terestričnih geodetskih meritev na elipsoid.** Terestrične meritve katere opravljamo se nanašajo na lokalni astronomski koordinatni sistem in na lokalno težnostno polje. Računanja v državnih mrežah pa se nanašajo na referenčni elipsoid, ki se najbolj prilaga ploskvi geoida na tem področju. Reduciramo astronomske azimute, zenitne razdalje, horizontalne smeri in kote ter razdalje. Popravek je še posebej znoten pri redukcijah večjih dolžin (Kuhar, 2011.).

Raziskave so pokazale da neupoštevanje geoidnih višin pri redukciji na elipsoid lahko provzroči precejšnja popačenja mreže v merilu in rotaciji. Velikost popačenja je odvisna od sprememb



težnostnega polja na območju mreže. Če privzamemo geocentrični datum za izračun koordinat točk v državni mreži, so popačenja še izrazitejša (Kuhar, 2011.).

- **Določanje geometrije površine Zemlje.** V primeru znanega razporeda vrednosti težnostnega polja na površini Zemlje lahko v kombinaciji z drugimi geodetskimi meritvami določimo obliko zemeljske površine.
- **Povezava med terestrično izmero in meritvami satelitske geodezije.** Za izračun transformacijskih parametrov potrebnih za prehod iz datuma državne mreže (podan je z lokalnim referenčnim elipsoidom) na satelitske geocentrične datume in obratno, je potrebno poznavanje geoida oz. geoidnih višin na področju države. Prav tako je poznavanje geoida potrebno pri povezavi državnih mrež in ustvarjanju novih mrež za širša območja. V bodočnosti bo potrebno izračunati "lokalne" transformacijske parametre z najvišjo možno natančnostjo, in za take naloge bo nujna uporaba natančnega modela geoida.
- **GPS-višinomerstvo.** GNSS tehnologija podaja elipsoidne višine, ki niso uporabne v geodetski praksi in v vsakdanjem življenju (niso višine v težnostnem polju Zemlje). Elipsoidne ( $h$ ) in nadmorske višine - ortometrične ( $H$ ) ali normalne višine ( $H^N$ ) povezuje znana enačba:

$$h = H + N \quad (14)$$

$$h = H^N + \zeta \quad (15)$$

pri čemer je  $N$  geoidna višina, oz.  $\zeta$  kvazigeoidna višina. Iz zgornjih enačb lahko zaključimo da s poznavanjem modela geoida oz. kvazigeoida lahko pridemo do ortometričnih oz. normalnih višin v točkah, kjer so opravljene GNSS meritve. Za učinkovito GPS-višinomerstvo mora model geoida oz. kvazigeoida biti skladno zanesljiv z natančnostjo določitve elipsoidnih višin.

- **Raziskave v geologiji in geofiziki.** Podatki, pridobljeni iz raziskav zunanega težnostnega polja nam podajajo tudi informacije o strukturi in lastnosti Zemljine notranjosti.
- **Oceanografske raziskave.** Za potrebe določanja podatkov morske topografije je potrebno imeti poznan geoid, saj je ta v neposredni zvezi s srednjo gladino morja. Prav tako tudi oceanografske raziskave prispevajo k spoznanjem o zakonitostih časovno spremenljivega geoida. Tu gre predvsem za izmenjavo mas med oceani in ledeniki ter reakcijami deformabilne Zemlje na te sile.

## 5 DOLOČITEV GEOIDA

Obliko in velikost geoida določamo relativno glede na izbrano referenčno ploskev. Navadno za referenčno ploskev izberemo rotacijski elipsoid, ki je z geoidom povezan z geoidnimi višinami. V primeru da obravnavamo absolutni geocentrični geoid, govorimo o *absolutnih geoidnih višinah*, če pa obravnavamo lokalni geoid govorimo o *relativnih geoidnih višinah*. Geoid lahko določimo za celotno območje Zemlje – t.i. globalni geoid, in za določeno območje z točnodoločenim namenom na lokalni ravni. Metoda izračuna geoida je odvisna od raspoložljivih podatkov, ki jih dobimo iz različnih meritev, te pa so:

- meritve težnosti (težnega pospeška),
- astronomska opazovanja,
- koordinate točk določene z metodami satelitske geodezije (Doppler, GPS),
- opazovanja do umetnih satelitov in med njimi,
- meritve satelitske altimetrije

Vse od navedenih količin se v neposrednem izračunu geoida uporabljajo v obliki t.i. *anomalijskih komponent*.

### 5.1 Metode izračuna geoida

Metode izračuna geoida so poimenovane glede na uporabljene podatke. V prejšnjem poglavju smo omenili vse vrste podakov s katerimi lahko določimo model geoida za obravnavano področje. Obstajajo tri metode, ki uporabljajo le eno vrsto podatkov in to so:

- gravimetrična metoda,
- astrogeodetska metoda,
- satelitsko podprte metode

Obstajajo tudi metode, ki združujejo dve vrsti podatkov in integrirani pristop k določitvi geoida. *Kolokacija po metodi najmanjših kvadratov* je metoda, ki uporablja vse raspoložljive podatke pri določanju geoida.

Podatke za določitev geoida se da razdeliti na tiste, ki imajo dolgovaloven vpliv in so rezultat geopotencialnega modela, srednjevalovni vpliv, ki so rezultat terestričnih gravimetričnih meritev, in na tiste, ki imajo kratkovalovni vpliv in jih predstavljajo podatki digitalnih modelov reliefa.

#### 5.1.1 Gravimetrična metoda

Določanje geoida s pomočjo gravimetričnih podatkov predstavlja matematično reševanje geodetskega robnega pogoja oz. izračun integrala, ki podaja zvezo med geoidno višino  $N$  in anomalijo težnosti  $\Delta g$ . Pri izračunu geoida s pomočjo tega integrala velja predpostavka, da izven geoida ni motečih mas. Molodenski je razvil drugačen pristop, da bi se izognili omenjenim predpostavkam. Namesto geoida je uvedel *kvazigeoid* in *anomalijo višine*  $\zeta$  namesto geoidnih višin.

Gravimetrične metode imajo veliki pomen pri raziskavah težnostnega polja Zemlje. Problem gravimetrične metode je nehomogenost gravimetričnih točk. Točke z izmerjenimi vrednostimi

težnostnega pospeška so povezane v gravimetrične mreže. Kontrolne točke gravimetričnih mrež lahko razdelimo na globalne, regionalne in lokalne.

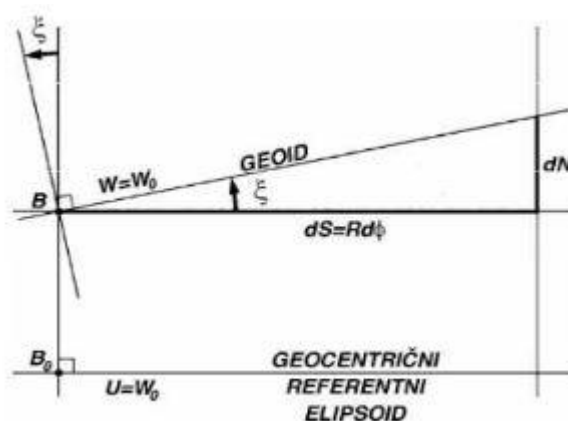
### 5.1.2 Astrogeodetska metoda

Pri astrogeodetski metodi uporabljamo opazovanja proti zvezdam in Soncu, da določimo astronomske koordinate točke na Zemlji ( $\Phi, \Lambda$ ) ter astronomske azimute  $A$  in jih primerjamo z geodetskimi (elipsoidnimi) koordinatami in azimuti, ter tako dobimo odklone navpičnic ( $\xi, \eta, \epsilon$ ).

Odnos med prirastkom geoidne višine  $dN$  in vrednostjo odklona navpičnice  $\epsilon_0$  na razliko horizontalne dolžine  $dS$  (slika 5.1) prikažemo z enačbo:

$$dN = -\epsilon_0 dS, \quad (16)$$

Predznak pri odklonu navpičnice je prevzet po dogovoru.



Slika 5.1: Princip astrogeodetske določitve geoida

Z zgornjo enačbo določamo geoid po astronomskem nivelmanu. Ta metoda lahko določa geoid s profili ali ploskovno, vendar so odkloni navpičnic v praksi določeni le na nekaterih točkah, ki jih spojimo v profile. Profile združimo kot pri nivelmanu v mrežo in jih na ustrezen način izravnamo. Po astrogeodetski metodi določamo samo razlike geoidnih višin, same geoidne višine pa dobimo z izbiro točke, ki bo imela referenčno geoidno višino  $N_0$ .

Astrogeodetsko metodo uporabljamo predvsem na manjših območjih. Čeprav ta metoda omogoča določitev zelo natančnega geoida, so njena slabost draga, dolgotrajna in od časovnih pogojev občutljiva opazovanja.

### 5.1.3 Satelitsko podprte metode

Pri satelitsko podprtih metodah določamo geoidne višine iz podatkov, ki smo ih pridobili z meritvami satelitske geodezije:

- satelitske meritve za določanje položaja na Zemlji (Doppler, GPS)

- opazovanja do satelitov in med njimi,
- satelitska altimetrija

Podatki, pridobljeni iz meritev satelitske geodezije, omogočajo določitev na več načinov:

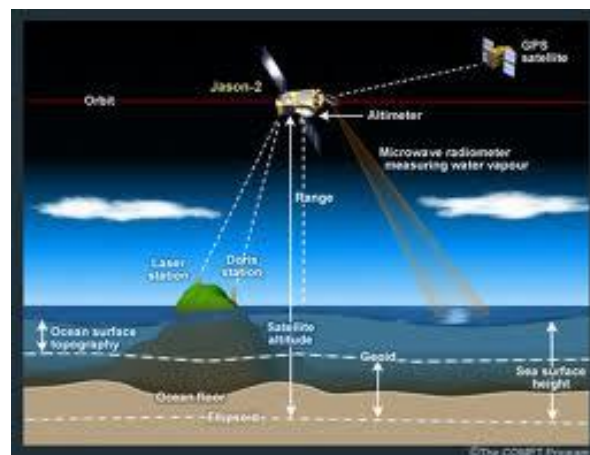
- **Globalni geopotencialni model.** Zemeljski težnostni potencialni model določimo s sledenjem pravilnosti tirov satelitov. Model je predstavljen s končno vrsto sfernih funkcij, v katerih določamo neznane koeficiente razvoja. Globalni geopotencialni modeli so uporabni na celotnem območju Zemlje, vendar je ločljivost premajhna za obravnave na manjših območjih
- **Primerjava ortometrične in satelitsko določene elipsoidne višine.** Satelitski sistemi navigacije omogočajo določanje visoko natančnega položaja točk v trikarteznem sistemu na površju Zemlje. Tako pridobljene koordinate lahko transformiramo v elipsoidne koordinate ( $\Phi$ ,  $\Lambda$ ,  $h$ ). Geoidno višino dobimo s primerjanjem elipsoidnih višin  $h$  z ortometričnimi višinami pridobljenimi s klasičnimi metodami z povezavo:

$$N = h - H, \quad (17)$$

- **Satelitska altimetrija.** Na morskih območjih je možno neposredno določiti morsk gladino. Sateliti, ki krožijo okoli Zemlje, oddajajo radarske impulze, ki se odbijajo od morske gladine in se vrnejo nazaj v sprejemnik satelita, in tako izmerijo dolžino med satelitom in morsk gladino. Geoidno višino določimo z enačbo:

$$N = h_s - a - H_i, \quad (18)$$

kjer je  $h_s$  višina altimetra na elipsoidu,  $a$  razdalja med morsk gladino in satelitom in  $H_i$  topografija morske gladine.



Slika 5.2: Satelitska altimetrija (vir: [www.ppi.noaa.gov](http://www.ppi.noaa.gov))

#### 5.1.4 Astrogravimetrični nivelman

Pri astrogravimetričnem nivelmanu kombiniramo astrogeodetske in gravimetrične meritve. Gre za kompromis med obema metodama. Merjeni težnostni pospešek uporabljamo kot osnovo za izračun težnostne anomalije  $\Delta g$ , ki jo lahko izrazimo z odkloni navpičnice. Iz gravimetričnih podatkov lahko pridobimo astronomske in s temi podatki izpeljemo astronomski nivelman.

### 5.1.5 Kolokacija po metodi najmanjših kvadratov

Ta metoda upošteva vse vrste podatkov. Razvil jo je Krarup, popolnil pa ga je Moritz. Pri kolokaciji z uporabo vseh razpoložljivih podatkov meritev določamo optimalno težnostno polje.

Kolokacija predstavlja posplošitev izravnave po metodi najmanjših kvadratov in temelji na dveh načelih:

- Vsako geodetsko opazovanje je odvisno od položaja ene ali več točk v prostoru in od zemeljskega težnostnega polja,
- Vsako geodetsko opazovanje vsebuje komponente:
  - o sistematični del
  - o signal (vpliv motečega težnostnega polja na opazovanja),
  - o šum (nesistematični pogreški merjenja)

Splošni model kolokacije predstavimo z enačbo:

$$l = Ax + s' + n, \quad (19)$$

kjer je:

$l$  ... merjena vrednost

$Ax$  ... trend oziroma pravilni sistematični del, ki opisuje določen proces zajet z opazovanji

$s'$  ... signal, ki zajema položajne in časovne anomalije

$n$  ... šum

Pri kolokaciji lahko določimo moteče vplive in šume v točkah, kjer nismo opravili opazovanja. Prednosti kolokacije so uporaba kombiniranih različnih geodetskih količin in s tem odstanjevanje vpliva slučajnih merskih pogreškov na opazovanja v največji možni meri.

### 5.1.6 Metoda izračuna geoida "remove-restore"

Metoda "remove-restore" tudi upošteva več merskih količin pri določanju geoida, predvsem za območja regij. Podatke težnostnega polja obravnavanega območja pri tej metodi razdelimo na tri skpuine:

- podatki o dolgih valovih (do 200 km – globalni geopotencialni model)
- podatki o srednjih valovih (200 do 5km – anomalije težnosti in komponente odklona navpičnice)
- podatki o kratkih valovih (visoko ločljivi digitalni modeli reliefa)

Na začetku izračuna modela odstranimo kratko in dolgovalovna opazovanja kako bi pridobili reducirano težnostno polje. Iz tega težnostnega polja potem izračunamo reducirane geoidne višine in reducirane anomalije višin. Pridobljenom rezultatu nato povrnemo informacije o kratkih in dolgih valovih.

"Remove-restore" metoda omogoča določitev modela težnostnega polja z vrednostmi, ki so numerično manjše in je koreliranost med vrednostmi na večjih razdaljah manjša, kar omogoča hitrejše in enostavnejše določanje modela geoida.

## 5.2 Lokalni geoid

Za manjša območja določamo model lokalnega geoida. Razlog za ta postopek je boljše prileganje modela geoida za obravnavano območje in s tem posledično boljša natančnost geoida.

Pri lokalnem geoidu ima poseben pomen *GPS višinomerstvo*. To je postopek določanja ortometričnih višin iz podatkov pridobljenih iz GPS meritev. Iz GPS meritev pridobimo tridimenzionalne kartezične koordinate v sistemu WGS 84, ki jih potem transformiramo v elipsoidne koordinate  $(\varphi, \lambda, h)$  zaradi lažje predstave. Elipsoidna višina  $h$  ima le geometrični pomen in nima fizikalnega, zato jo moramo transformirati v ortometrično višino.

Glede na to, da ortometrično višino dobimo iz enačbe:

$$H = h - N, \quad (20)$$

oziroma, računamo višinske razlike:

$$\Delta H = \Delta h - \Delta N, \quad (21)$$

je razvidno da je natančnost ortometričnih višin odvisna od natančnosti določenih elipsoidnih in geoidnih višinskih razlik.

### 5.2.1 Izračun lokalnega geoida

Ploskev geoida lahko prikažemo z regresijsko oziroma intepolacijsko funkcijo:

$$N = N(y, x) \quad (22)$$

Iz zgornje funkcije je razvidno, da je geoid določen iz točk ( $y$  in  $x$  sta ravninske koordinate točk), ki imajo znane geoidne višine. Funkcijo razvijemo v polinom določene stopnje:

$$N(y, x) = K + (Ay + Bx) + (Cy^2 + Dxy + Ex^2) + \dots \quad (23)$$

V primeru da geoid obravnavamo kot ravnino, prevzamemo le prva dva člena. Če prevzamemo tudi tretji člen, geoid obravnavamo kot ploskev definirana z bikvadratni polinomom.

V primeru, da se koordinati  $y$  in  $x$  nanašata na težišče mreže, koeficienti dobivajo geometrijski pomen:

K	....	vzporedni odmik od elipsoida,
A	....	kot med geoidno ploskev in tangentno ravnino na elipsoid v smeri vzhod-zahod
B	....	kot med geoidno ploskev in tangentno ravnino na elipsoid v smeri sever-jug
C, D, E	....	razlika ukrivljenosti ploskve geoida in elipsoida

Zgornje enačbe se uporabljajo v primeru absolutnih koordinat. Zaradi večje natančnosti se pri GPS izmeri uporablja relativno določanje položaja glede na referenčno točko. Zaradi tega se zgornja enačba preuredi v novo enačbo:

$$\Delta N = A(y_k - y_m) + B(x_k - x_m) + C(y_k^2 - y_m^2) + D(y_k y_m - x_k x_m) + E(x_k^2 - x_m^2) + \dots \quad (24)$$

Odklon navpičnice in njegove komponente v smeri azimuta izračunamo iz parcialnih odvodov:

$$-\xi = \frac{\partial(\Delta N)}{\partial x} = B + Dy + 2Ex, \quad (25)$$

$$-\eta = \frac{\partial(\Delta N)}{\partial y} = A + Dx + 2Ey, \quad (26)$$

$$-\theta = \frac{\partial(\Delta N)}{\partial x} \frac{dx}{ds} + \frac{\partial(\Delta N)}{\partial y} \frac{dy}{ds} = -(\xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha) \quad (27)$$

## 6 UPODOBITEV IZRAČUNANEGA GEOIDA

Izračunane (kvazi)geoidne višine podajajo končno ploskev (kvazi)geoida. Ploskev geoida lahko upodobimo z množico diskretnih točk ali z matematično funkcijo. Eden od primerov je razvoj gravitacijskega potenciala v vrsto po sfernih funkcijah, kjer koeficienti razvoja predstavljajo geoidne višine, anomalije težnosti in komponente odklona navpičnic. Drugi način upodobitve geoida je z množico razporejenih točk, ki jih pridobimo z interpolacijo med znanimi točkami. Pri določitvi geoida iz diskretnih točk je možno ploskev geoida prikazati v obliki karte ali pa z množico interpoliranih točk v pravilni strukturi celic oz. v *grid* obliki.

Grid je pravilna mreža vertikalnih in horizontalnih koordinatnih linij, ki je lahko podana v horizontalnih( $y,x$ ) ali geografskih koordinatah( $\varphi, \lambda$ ). Pri predstavitvi ploskve je potrebno podati tudi višinsko koordinato  $Z$ , oz.  $H$ . Postopek pridobitve pravilno razporejenih točk iz diskretno razporejenih točk se imenuje *gridding*. Grid predstavitev ploskve ima dobro lastnost v računalniškem pomenu: zaradi enakih razdalj med točkami, horizontalni položaj točk lahko prikažemo v matričnem sistemu in je zaradi tega lažja obdelava podatkov. Pri višinski komponenti to ni možno in moramo spominsko hraniti  $Z$  koordinato posamezne točke.

Površina, ki jo predstavljajo dimenzije posamezne celice, se imenuje ločljivost grida. Današnji geoidni modeli imajo manjšo ločljivost kot ustrezni digitalni modeli višin oz. reliefa. Razlog za to je manjše zasedanje računalniškega spomina in s tem boljša prenosljivost ter hitrejša obdelava podatkov.

Ločljivost grida("resolution") pomeni korak s katerim je definirana mreža (lahko je enak v obeh smereh, lahko pa tudi ne, odvisno od velikosti in oblike območja izračuna). Ločljivosti celične mreže današnjih geoidnih modelov so manjše kot ustrezni digitalni modeli višin (DMV) oz. reliefa (DMR), predvsem zaradi omejitve računalniškega spomina in lažje prenosljivosti.

Obstaja več standardov za podajanje oblike grid datotek. Večinoma so te datoteke podobno oblikovane. V datotekah so podane točke s koordinatami in ostalimi spremenljivkami, ki so potrebne za pravilno delovanje programa. Pri nekaterih standardih je potrebno podati vrstice v katerih so podane informacije o zaglavju, kot kaj uporablja programski paket Surfer. V grid datoteki Surferja so v prvih petih vrsticah podani podatki o zaglavju (format datoteke, število vrstic in stolpcev, minimalna in maksimalna vrednost za koordinate) in potem so podani podatki o višinah v gridu. Primer ASCII grid datoteke(Golden Software Inc. Colorado, 2009):

DSAA

10 10

0.0 9.0

0.0 7.0

25.00 97.19

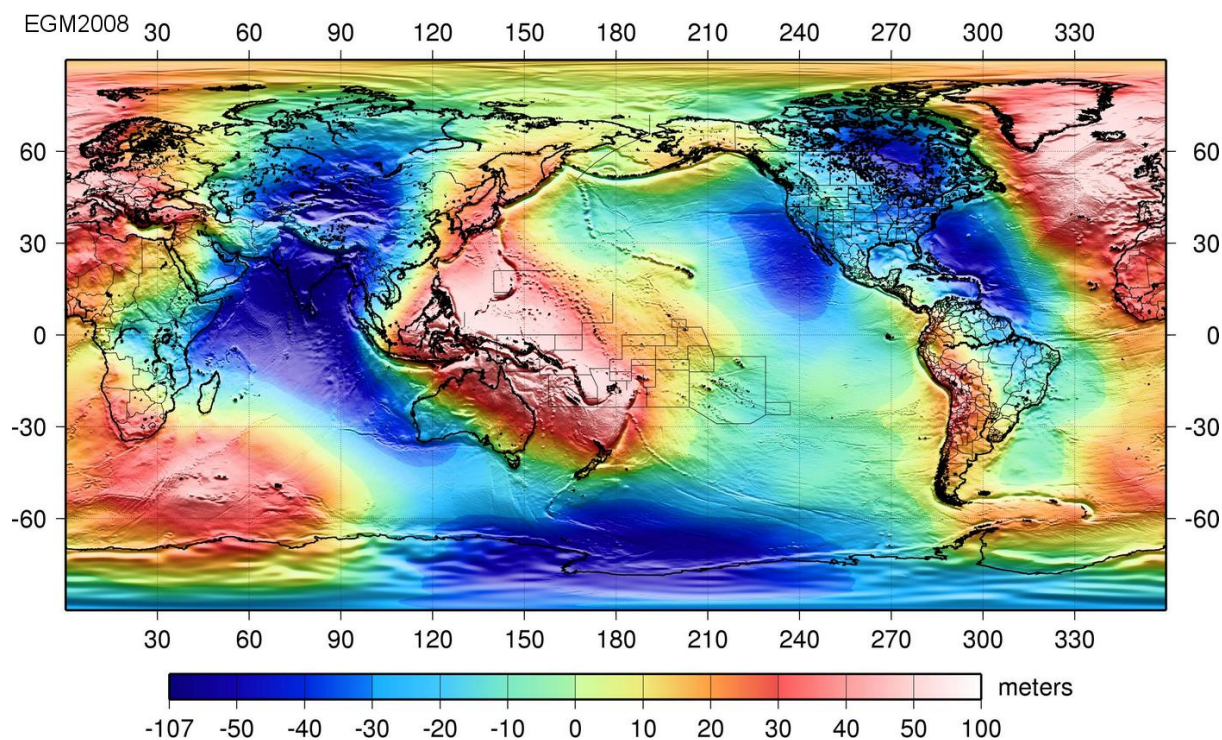
91.03 77.21 60.55 46.67 52.73

...

Razlike med standardih so večinoma v zaporedju obravnavanja podatkov v gridu. Podatki iz grida se začnu obravnavati od poljubnega vogala grida, odvisno od formata(večinoma so to severno ali južno zahodni vogal), pri čem je položaj določen z geografskimi ali horizontalnimi koordinatami.



Trenutno najnatančnejši globalni geoidni model izračunan na osnovi globalnega geopotencialnega modela EGM96, je podan v geografski celični mreži 15'×15' (ASCII datoteka velikosti 9,30 MB). Regionalni in lokalni geoidni modeli so podani z desetkrat večjo ločljivostjo. Na primer Evropski gravimetrični kvazigeoid (EGG97) je podan v mreži 1'×1,5' (binarna datoteka velikosti 32,3 MB). Grafični prikaz globalnega geoida iz modela EGM2008 je podan na sliki (slika 6.1).

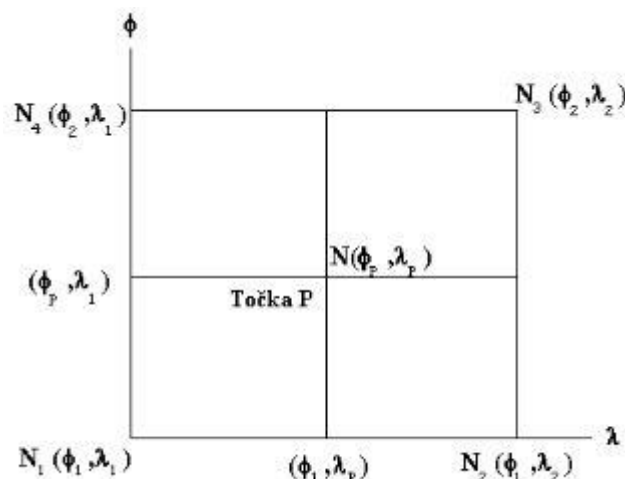


Slika 6.1: Globalni geoid iz modela EGM08 (Kuhar, 2011, str. 94)

### 6.1.1 Interpolacija geoidne višine iz "grid-a"

V primeru grid mreže je potrebno velikokrat določiti geoidno višino znotraj posamezne celice v točki, ki smo jo izbrali za izračun. Geoidno višino poljubne točke izračunamo z interpolacijo. Pri geoidu se največ uporabljata metodi bilinearne korelacije in enodimenzionalna spline funkcija.

Izračun geoidnih višin z bilinearno interpolacijo najbolje prikažemo s sliko (Kuhar, 2011) (slika 6.2):



Slika 6.2: Bilinearna interpolacija (Kuhar, 2011, str. 95)

Bilinearna interpolacija interpolira geoidno višino po enačbi:

$$N(\varphi, \lambda) = a_0 + a_1X + a_2Y + a_3XY, \quad (28)$$

$$a_0 = N_1, \quad (29)$$

$$a_1 = N_2 - N_1, \quad (30)$$

$$a_2 = N_4 - N_1, \quad (31)$$

$$a_3 = N_1 + N_3 - N_2 - N_4, \quad (32)$$

$$X = (\lambda - \lambda_1) / (\lambda_2 - \lambda_1), \quad (33)$$

$$Y = (\varphi - \varphi_1) / (\varphi_2 - \varphi_1), \quad (34)$$

kjer so:

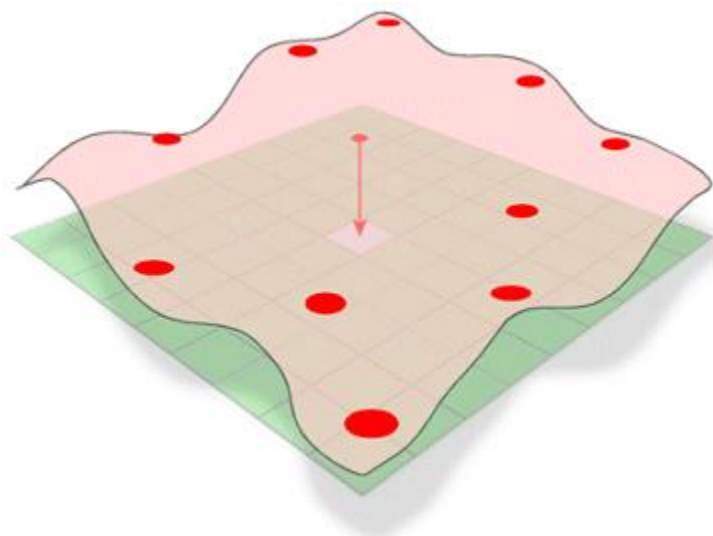
$\varphi, \lambda$  .... geografske koordinate točke P

$N(\varphi, \lambda)$  .... geoidna višina interpolirane točke

$N_1, N_2, N_3, N_4$  .... geoidne višine na vogalih celice

Interpolacija s pomočjo bilinearne interpolacije je v prostorskem smislu enaka postavitvi (določitvi) hiperboličnega paraboloida skozi štiri višinske točke mreže (grida) (Kuhar, 2011.)

Pri spline metodi se ploskev računa iz poljubne, večkrat zvezno odvedljive funkcije, sestavljene iz poligonov, navadno na odsekih med posameznimi točkami. Največkrat se uporablja kubične zlepke. Cilj te interpolacije je pridobiti gladko funkcijo prvega odvoda ter zvezno funkcijo drugega odvoda. Metode interpolacij z zlepki torej producirajo krivulje najmanjših ukrivljenosti skozi dane točke (točne metode interpolacij). Lahko jih ponazorimo z zvijanjem gumijastega lista okoli danih oslonilnih točk. Prednost spline metode je da po interpolaciji ploskev na določenih mestih dobi "hribe" in "doline" (Podobnikar, 2001). (Slika 6.3)



Slika 6.3: Spline metoda pridobivanja ploskev (Childs, 2012)

## 7 ZGODOVINA GEOIDA V SLOVENIJI

### 7.1.1 Geoid v Sloveniji

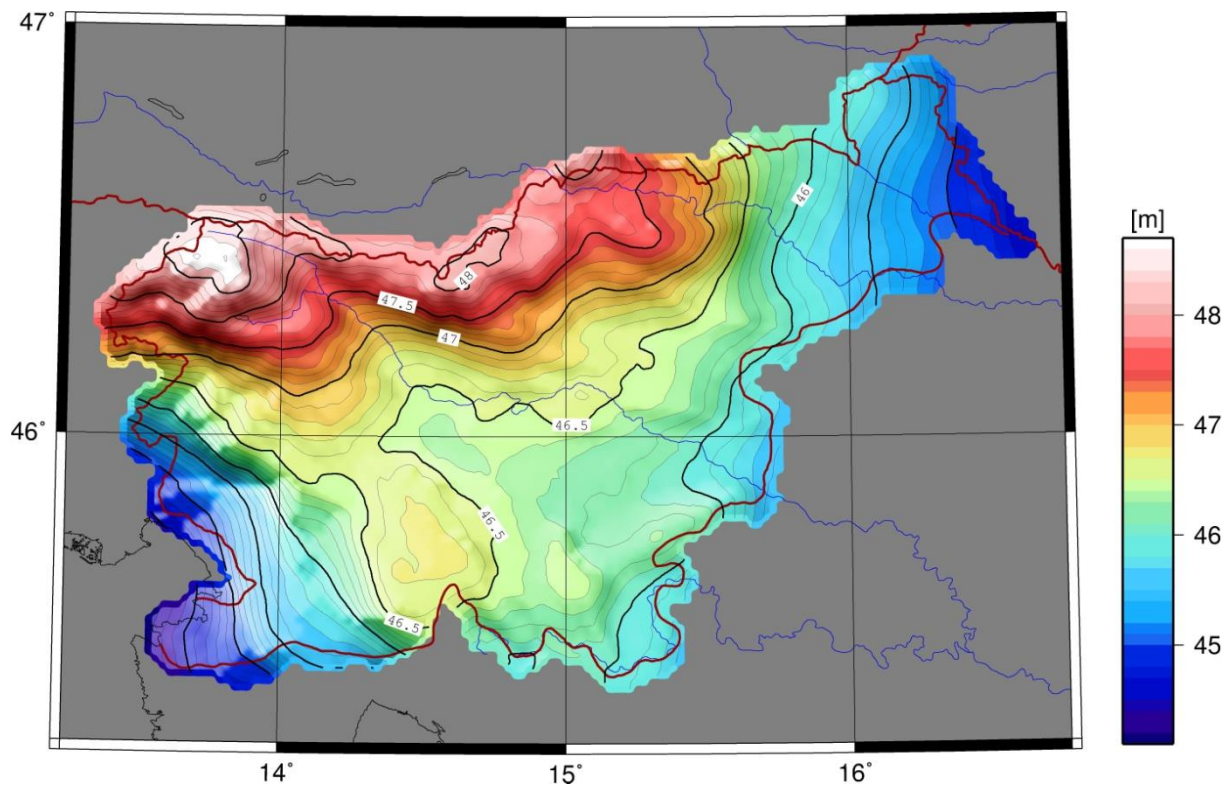
Prve meritve za potrebe raziskave geoida so bile opravljene pred prvo svetovno vojno na meridianu Ljubljane. Naslednje meritve so bile opravljene po drugi svetovni vojni. Te meritve so bile v pristojnosti Vojno geografskega instituta (VGI) iz Beograda in niso bile javno dostopne vse do objave doktorske disertacije profesorja A. Muminagića z Gradbene fakultete v Sarajevu, ki je izračunal relativni geoid za področje Jugoslavije. Za to nalogo je uporabil astronomske meritve na 170 točkah.

Leta 1985 je bila izdelana raziskovalna naloga o proučevanju geoida na področju Republike Slovenije, ki jo je naredila skupina geodetskih strokovnjakov s Fakultete za gradbeništvo in geodezijo. V tej nalogi sem tudi obravnaval izračun topoizostatskih odklonov navpičnice s pomočjo digitalnega modela reliefa Slovenije.

Naslednji digitalni model geoida je bil izračunan leta 1993. na podlagi 117 geoidnih točk v Sloveniji in delu Hrvaške z decimetersko natančnostjo. Poleg digitalnega modela geoida je tudi izdelan tudi digitalni model gostote (DMG). Za izračun se bili uporabljeni podatki Instituta za geologijo, geofiziko in geomehaniko v Ljubljani. Pridobljeni geoid je pomemben za določitev parametrov transformacije med državnim GPS koordinatnim sistemom in državnim koordinatnim sistemom.

M. Kuhar je v svoji doktorski disertaciji "Raziskave ploskve geoida v Sloveniji" obravnaval vlogo in pomen geoida v sodobni geodeziji ter teoretične osnove težnostnega polja Zemlje. Podrobneje je obravnavana metoda določitve geoida s kolokacijo po metodi najmanjših kvadratov ter določanje geoida na lokalnem nivoju.

Geoid iz leta 1993 je izboljšal Boško Pribičević v svoji doktorski dizertaciji "Nov preračun geoida Republike Slovenije" iz leta 2000. Uporabil je astrogeodetske meritve z upoštevanjem spremenljivosti gostote zemljine skorje na osnovi izdelanega digitalnega modela gostote. Avtor je navel povprečno natančnost izračunanega modela okoli  $\pm 5$ cm. Na izboljšano natančnost je vplivala uporaba neposredno merjenih geodetskih višin s pomočjo GPS tehnike v povezavi s nivelmanom visoke natančnosti. V nalogi je uporabljen globalni geopotencialni model EGM96 za redukcijo merejnih količin. Rešitev geoidne ploskve za področje Slovenije iz leta 2000. je prikazana na sliki (slika 7.1)



Slika 7.1: Definitivna rešitev ploskve geoida za območje Slovenije iz leta 2000.

## 8 GLOBALNI GEOPOTENCIALNI MODEL EGM2008

Za projekt globalnega geopotencialnega modela EGM2008 je zaslužna organizacija National Geospatial-intelligence Agency (NGA). EGM2008 je predstavljen v obliki sfernih funkcij gravitacijskega potenciala, razvit do stopnje in reda  $n=m=2159$ .

Geoid je podan z višinami točk glede na neko referenčno ploskev oz. referenčni elipsoid. Te višine imenujemo geoidne višine oz. geoidne ondulacije. V primeru EGM2008 je referenčni elipsoid WGS84.

EGM2008 in programi za njegovo uporabo so dostopni preko spleta na naslovu: [http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/egm08\\_wgs84.html](http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/egm08_wgs84.html).

### 8.1 WGS84 elipsoid

WGS84 je geocentrični, ekvipotencialni nivojski elipsoid in geodetski datum. Določen je z nizom konstant in parametrov modela, ki opisujejo geometrijske in fizikalne lastnosti zemeljskega telesa (preglednica 8.1).

Preglednica 8.1: Parametri elipsoida WGS84 (Prešeren, 1999, str. 41)

Parameter	Oznaka	Velikost
Velika polos	A	6378137,0m
Recipročna vrednost sploščenosti	1/f	298,257223563
Kotna hitrost Zemlje	$\Omega$	$7292115,0 \times 10^{-11}$ rad/sek
Gravitacijska konstanta Zemlje	GM	$3,986004418 \times 10^{14}$ m <sup>3</sup> /s <sup>2</sup>
Normalni težnostni potencial elipsoida	$U_0$	$62636860,8497$ m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>
Masa Zemlje (vključno z atmosfero)	M	$5,9733328 \times 10^{24}$ kg

Konstante, ki so tudi pomembne za definicijo WGS84 elipsoida, so hitrost svetlobe  $c=299792458$  m/s in gravitacijska konstanta  $G=6,673 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup>/kgs<sup>2</sup>.

Težnostno polje na površini WGS84 elipsoidu je definirano z izrazom Somigliane:

$$\gamma = \gamma_e \frac{1+k \sin^2 \varphi}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 \varphi}} \quad (35)$$

Pri čemer je:

$$k = \frac{b\gamma_p}{a\gamma_e} - 1, \quad (36)$$

- a, b .... velika in mala polos elipsoida
- $\gamma_p, \gamma_e$  .... normalni težnostni pospešek na polu in ekvatorju
- e .... prva elipsoidna ekscentriceta
- $\varphi$  .... geodetska (elipsoidna) širina

Normalni težnostni pospešek na višini  $h$  nad elipsoidom računamo z enačbo:

$$\gamma_h = \gamma \left[ 1 - \frac{2h}{a} \left( 1 + f + \frac{\omega^2 a^2 b}{GM} - 2f \sin^2 \varphi \right) + \frac{3h^2}{a^2} \right], \quad (37)$$

$a$	....	velika polos
$f$	....	sploščenost geoida
$\varphi$	....	geodetska (elipsoidna) širina
$\gamma$	....	normalni težnostni pospešek na geoidni širini $\varphi$

Zgornja enačba je približna in zadošča za vse praktične vrednosti elipsoidnih višin (tudi nad 10000m).

## 8.2 Podatki in izračun

Za izračun globalnega geopotencialnega modela EGM08 je vključenih več vrst podatkov. Leta 2007. so v National Geospatial-Intelligence Agency pridobili podatke za izračun EGM08 modela. Podan im je bil gravitacijski model ITG-GRACE03S, s celotno kovariančno matriko napak. Leta 2008 so pridobili ostale potrebne podatke za izračun, kot kaj so gravitacijske anomalije pridobljene iz teretstičnih meritev in satelitske altimetrije, ter digitalni topografski model DTM2006. Podane podatke so združili v eno datoteko kako bi uporabili čim več podatkov in dosegli čim boljši geoidni model.

Metoda, uporabljena za izračun, je "remove-compute-restore", z uporabo kolokacije po metodi najmanjših kvadratov, z referenčnimi podatki, ki so težnostne anomalije predstavljene z gridom ločljivostjo 1'x1', ki vsebujejo popravke elipsoida in popravke povezane z uporabo ortometričnih namesto normalnih višin.

Geoidne višine so izračunane s pomočjo Stokesovog integrala(Pavlis et al.):

$$\vec{N} = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma, \quad (38)$$

Kjer so:

$R$	....	srednji polmer elipsoida
$\gamma$	....	normalni težnostni pospešek
$\Delta g$	....	anomalija težnosti
$S(\psi)$	....	Stokseova funkcija

## 9 EVROPSKI GRAVIMETRIČNI KVAZIGEOID EGG2008

Leta 1990. so na inštitutu Hannoverske univerze (Institut für Erdmessung (IfE)) začeli z izdelavo projekta Evropskega gravimetričnega geoida (European gravimetric (quasi)geoid). Projekt je potekal pod pokroviteljstvom Komisije za geoid pri Mednarodnem združenju za geodezijo (IAG).

Zadnji rezultat raziskav gravitacijskega polja v Evropi je EGG08, ki je izboljšana verzija kvazigeoida EGG97. EGG97 je temeljil na globalnem geopotencialnem modelu EGM96 in visoko-ločljivimi gravitacijskimi in prostorskimi podatki. Čeprav so rezultati EGG97 bili zelo zanesljivi (napaka valovne razdalje 0.1-1ppm, sovpadanje z GPS podatki v intervalu med 0.01-0.02m na razdaljo od 100km v večjem področju in dobra pokritost z vhodnimi podatki), so bili pridobljeni novi in izboljšani podatki in tehnike določanja gravitacijskega polja. Po generalni skupščini IUGG v Sapporu leta 2003 je bilo odločeno da se izpelje projekt novega geoida "CP2.1 – European Gravity and Geoid Project(EGGP)". Projekt je bil končan leta 2007. ter je imenovan EGG07. Razlike med EGG07 in EGG08 niso velike.

### 9.1 Model kvazigeoida EGG08

Podatki uporabljeni za izračun kvazigeoida EGG08 so anomalije težnosti, ki se nanašajo na površje Zemlje. Za področje Slovenije so bili uporabljeni modeli iz starega modela EGG97 in so transformirani v novi sistem. Anomalije višin so podane v gridu ločljivosti 1'x1', referenčna ploskev anomalij višin je GRS80, za izračun so uporabljene njegove fizikalne konstante(preglednica 9.1). V izračun so vključena gravimetrična opazovanja na površju Zemlje, kar prinaša zanesljive rezultate, ker smo se izognili predpostavkami o gostoti mas v notranjosti Zemlje.

Preglednica 9.1: Fizikalni parametri definicije elipsoida GRS80(Prešeren, 1999, str. 51)

Konstanta	Oznaka	Velikost
Velika polos	A	6378137,0 m
Fizikalni koeficient oblike	$J_2$	$108263 \times 10^{-8}$
Gravitacijska konstanta Zemlje	GM	$3986005 \times 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$
Kotna hitrost rotacije Zemlje	$\Omega$	$7292115 \times 10^{-11} \text{ rads}^{-1}$
Sploščenost	F	1:298.257222101

### 9.2 Podatki in izračun

V izračun EGG08 so vključeni gravimetrični podatki, globalni geopotencialni model EGM96 in digitalni modeli reliefa. Glede na EGG97 so podatki bolj ažurni in izboljšani. Velik napredek je dosežen pri zbiranju in predelavi podatkov o težnosti morskih področij, pridobljenih v glavnem s pomočjo aerosnemanja in satelitske altimetrije.

Reliefni podatki so zbrani v obliki digitalnega modela v enotni gridni mreži, ločljivosti 1"x1", ki se nanašajo na geocentrični referenčni koordinatni sistem WGS84. Vsi podatki so transformirani v WGS84 referenčni sistem pred obdelavo, normalno težnostno polje se nanaša na elipsoid GRS80.

Izračun EGG08 je izveden z tehniko "remove-restore", izveden z enorazsežno hitro Furierovo transformacijo. Pri tej metodi so uporabljeni terestrični gravimetrični podatki in globalni geopotencialni model z upoštevanjem spektralnih uteži. Glede na valovne razdalje je dolgovalovni vpliv upoštevan z



visokonatančnim geopotencialnim modelom, medtem ko je kratkovalovni vpliv upoštevan z DMR-jem.

Geoidne višine  $N$  izračunamo s enačbo:

$$N = \zeta + \frac{\bar{g} - \bar{\gamma}}{\bar{\gamma}} H, \quad (39)$$

kjer so:

$\zeta$  .... anomalija višine

$\bar{g}$  .... srednja vrednost težnostnega pospeška

$\bar{\gamma}$  .... srednja vrednost normalnega težnostnega pospeška

$H$  .... ortometrična višina

## 10 TESTNI MODEL GEOIDA SLOAMG2010

### 10.1 Podatki in izračun

V podatke, ki se uporabljajo za izračun testnega geoida Slovenije, spadajo:

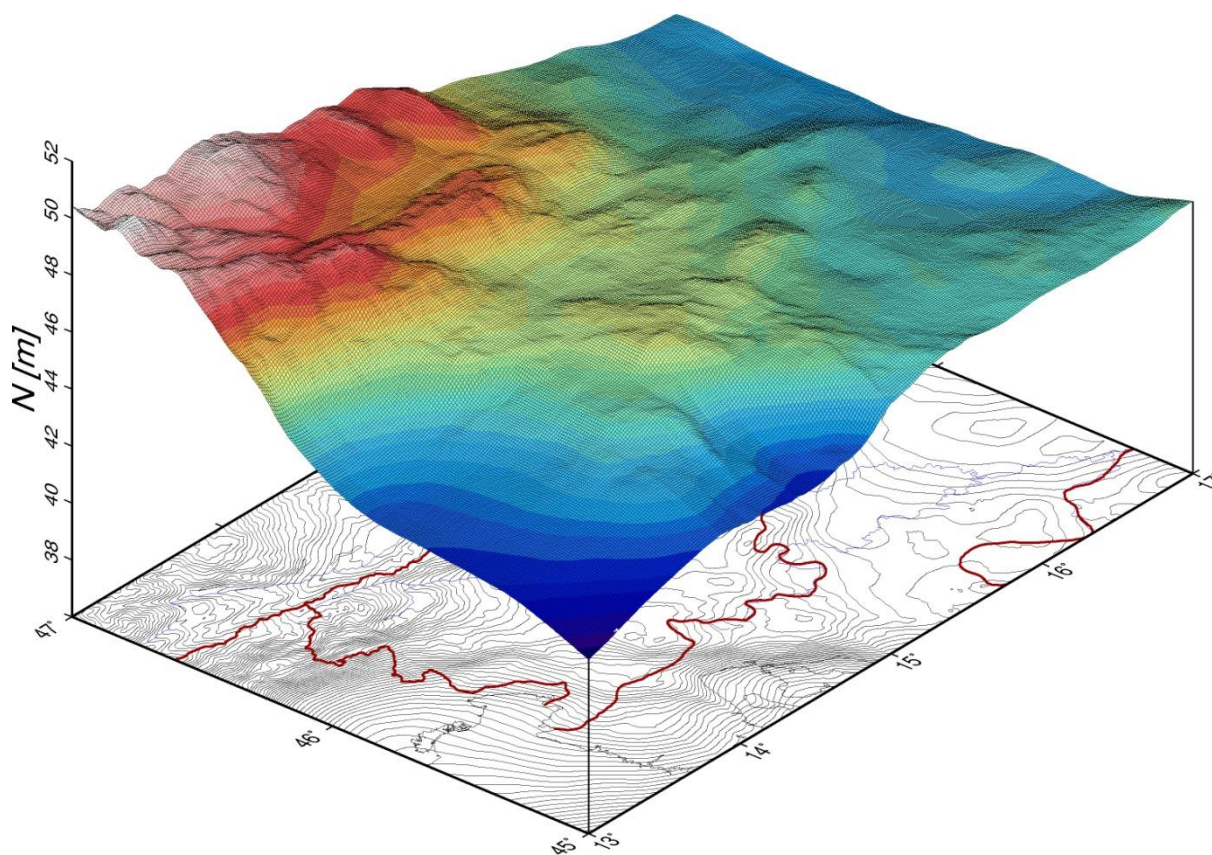
- Gravimetrični podatki – dostopni so podatki za področje Slovenije, Hrvaške, Avstrije, Madžarske in Italije. Podatki so pridobljeni iz regionalne in detajlne gravimetrične izmere, narejene v petdesetih in šestdesetih letih prejšnjega stoletja, namenjene izdelavi gravimetrične karte Jugoslavije. Tekom vsakoletnega vzdrževanja je bilo nekaj gravimetričnih podatkov izločenih zaradi grobih napak. Novejši podatki so kakovostnejši, vendar je slabost novih podatkov v dejstvu, da potekajo po nivelmanskimi linijah (večina je v nižinah).
- Astrogeodetski podatki – na razpolago je 98 točk z znanimi astronomskimi geografskimi podatki (komponenti odklona navpičnice). Meritve so bile opravljene po metodi "enakih višin" v devedesetih letih z modificiranim in razširjenim kompletom Zeiss Ni 2 – astrolab za področje Hrvaške in Slovenije. Podatki o geoidnih točkah v Avstriji in na Madžarskem so prevzeti iz disertacije Pribičević 2000. Septembra leta 2010 je prof. G. Porettij (Univerza v Trstu) podal trinajst vrednosti komponent odklona navpičnice na območju Furlanije Julijske krajine za potrebe izračuna testnega geoida.
- GPS/nivelman točke – to so točke, na katerih so znane elipsoidne (GNSS) in ortometrične oz. normalne višine (nivelman). GPS/nivelirane točke se pri izračunu ploskve geoida uporabljajo predvsem za vklop izračunane ploskve v višinski sistem območja. Danes obstaja 352 GPS/nivelmanskimi točk za potrebe določanja geoida na ozemlju Slovenije.
- Digitalni modeli višin - Geodetski inštitut Slovenije je izdelal dva nova digitalna modela višin za območje izračuna, kjer se položaji točk nanašajo na koordinatni sistem ETRS89 v:
  - o fini ločljivosti 3" × 4,5" (1.200 × 800 = 960.000 celic; a ≈ 93 m),
  - o grobi ločljivosti 30" × 45" (120 × 80 = 9.600 celic; a ≈ 926 m).
- Digitalni modeli gostote - Geodetski inštitut Slovenije je hkrati preračunal dva digitalna modela gostote za območje izračuna z enako ločljivostjo kot sta modela DMV. Problem preračuna modela gostote je v tem, da je izvorni model gostote (disertacija Pribičević) odrezan na mejni črti Slovenije s sosednjimi državami, torej ne pokriva celotnega območja izračuna geoida iz leta 2000.

Osnova za izračun geoidnih višin pri testnem geoidu je Stokesov integral, enako kot pri EGM08,  $S$  je Stokesova funkcija, ki je odvisna od sferne razdalje  $\psi$  med plosčinskim elementom  $d\sigma$  in točko izračuna  $P$ . Enačba za izračun funkcije:

$$S(\psi) = \sin^{-1}(\psi/2) - 6\sin(\psi/2) + 1 - 5\cos\psi - 3\cos\psi \ln[\sin(\psi/2) + \sin 2(\psi/2)] \quad (40)$$

Celoten postopek priprave in obdelave podatkov se izvaja z metodo "remove-restore", s pomočjo hitre Fourierove transformacije. Naloga se lahko tudi reši s pomočjo kolokacije po metodi najmanjših kvadratov. Postopek se izvaja v treh korakih:

- v prvem koraku Remove odstranimo vpliv topografskih mas, kot tudi vpliv geopotencialnega modela iz vhodnih podatkov opazovanj (v obliki anomalij težnosti oz. odklonov navpičnice).
- V drugem koraku sledi numerični postopek reševanja Stokesove enačbe, kjer opravimo predikcijo zglajenih, reduciranih geoidnih višin.
- V tretjem koraku povrnemo odstranjene vplive iz prvega koraka (Restore), oz. doda se ponoven vpliv topografskih mas ter vpliv geopotencialnega modela.



Slika 10.1: Trirasežni prikaz testnega modela geoida SLOAMG2010(Oven idr., 2010, str. 14)

## 11 PODATKI ZA ANALIZO MODELOV IN PROGRAMSKA OPREMA

### 11.1 Baza točk

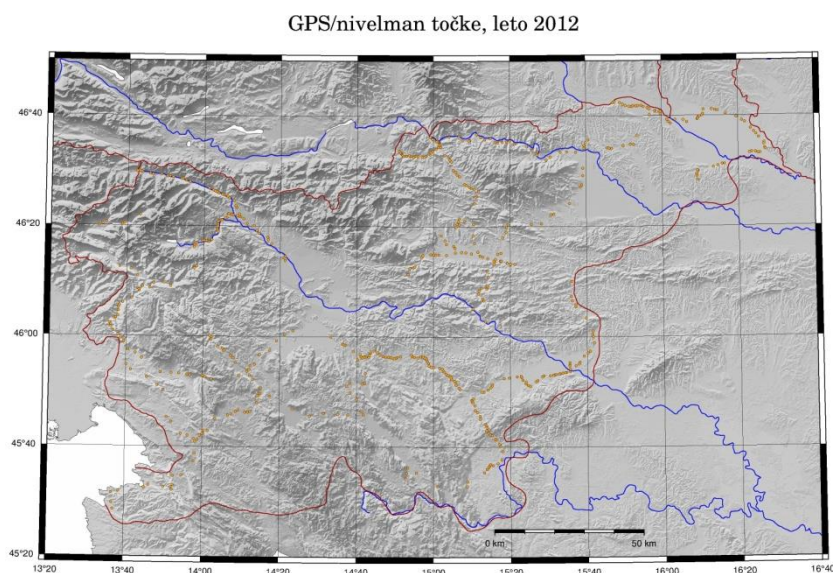
Vsi modeli so ovrednoteni s primerjavo danih geoidnih višin z interpoliranimi iz posameznih modelov. Podane geoidne višine so izračunane kot razlike med elipsoidnimi in ortometričnimi (normalnimi) višinami posameznih točk. Za izračun geoidnih višin v diplomski nalogi smo uporabili GNSS/nivelmanske točke iz baze podatkov GURS-a.

GURS razpolaga z obsežno bazo točk, ki so določene v različnih izmerah GPS, vse od leta 1991. Problem je v nadmorskih višinah točk, saj je le manjši del točk niveliran. Z začetkom uporabe permanentne mreže postaj GPS, se opušta praksa višinske navezave izmeritvenih mrež GPS na obstoječo nivelmansko mrežo z niveliranjem. (Oven idr., 2010)

GNSS/nivelmanske točke uporabljamo za vklop izračunane ploskve geoida v višinski sistem določenega območja (v našem primeru ozemlje Slovenije). Za izračun geoidne ploskve so najbolj uporabne točke na slovenskem ozemlju, ker so v enotnem vertikalnem datumu. Točke sosednjih dežel so v drugem vertikalnem datumu in je vprašljivo, ali bi bile uporabne za izračun geoidne ploskve.

V diplomski nalogi imamo podane 597 GNSS/nivelmanskih točk. Glede na to, da imata Hrvaška in Slovenija enaki višinski sistem, vendar imata različen vertikalni datum, smo izbrali še 14 točk na hrvaškem ozemlju vzdolž Hrvaško-Slovenske meje. Omenjene točke smo interpolirali z modeli EGM08, EGG08, in SLOAMG2010, ter pridobili interpolirane geoidne višine v HDKS sistemu od Državne geodetske uprave (DGU) v Zagrebu.

Seznam točk je podan v prilogi.



Slika 11.1: GPS/nivelman točke (Oven idr., 2010, str. 7)

## 11.2 Programska oprema

Za analizo so bili uporabljeni programi, ki omogočajo primerjavo interpoliranih geoidnih višin iz modela z geoidnimi višinami pridobljenimi na GNSS/nivelmanskimi točkami. Poleg teh programov sta uporabljena še Microsoft Excel za izris histogramov odstopanj in različne statistične analize ter programski paket Surfer, ki nam je služil za različne grafične prikaze.

Program zahteva vhodno datoteko, v kateri podamo imena točk, geodetske koordinate točk ter elipsoidne, ortometrične in geoidne višine točk, ter oznako, s katero označujemo točke ki so bile izključene iz izračuna transformacijskih parametrov. Elipsoidne višine se nanšajo na sistem GRS80 in so podane v decimalnih stopinjah.

Uporabljeni programi interpolirajo geoidne višine na obravnavanem območju, potem se izvede primerjava dveh nizov geoidnih višin (interpoliranih in pridobljenih iz razlik elipsoidnih in ortometričnih višin) ter se na koncu računa statistična analiza za enostavne razlike in za razlike po opravljeni transformaciji geoidnega modela v ploskev, ki je določena z danimi geoidnimi višinami.

Transformacijo predstavljata vertikalni premik (bias) in nagib geoidne ploskve (tilt) po enačbi:

$$N_{GPS} = N_{GRV} + \cos\phi \cos\lambda X_0 + \cos\phi \sin\lambda Y_0 + \sin\phi Z_0, \quad (41)$$

kjer je:

$N_{GPS}$	....	Geoidna višina izračunana iz razlike elipsoidne in ortometrične višine
$N_{GRV}$	....	Geoidna višina interpolirana iz modela
$X_0, Y_0, Z_0$	....	Parametri premikov v smeri koordinatnih osi

Parametri premikov so izračunani glede na težišče mreže. Parametre premika in nagiba uporabimo za transformacijo interpoliranih gravimetričnih geoidnih višin v lokalni višinski sistem. Rezultati izvedbe programa so podani v izhodni datoteki, skupaj z pojasnili. Primer izhodne datoteke je podan v prilogi.

Surfer je programski paket namenjen grafičnemu prikazu ploskev. Program omogoča interpolacijo nepravilno razporejenih točk v grid. Program omogoča tudi operacije z gridnimi podatki, izračun plastnic in prikaz ploskev v tridimenzionalni obliki.

## 12 OVREDNOTENJE MODELOV GEOIDA

V prejšnjih poglavjih so opisani modeli geoidov, karere bomo uporabili za določanje geoida na območju Slovenije. EGM08 je globalni geopotencialni model in je predstavljen v obliki sfernih funkcij gravitacijskega potenciala. Nanaša se na IERS 2003 višinski sistem.

Model EGG08 je model geoida oz. kvazigeoida. Predstavljen je z mrežo geoidnih višin v gridu ločljivosti 1"x1" za geografske širine 60<sup>0</sup>N in 54<sup>0</sup>S, za ostale je predstavljen v gridu z ločljivostjo 30"x30". EVRS je realiziran z geopotencialnimi kotami vozliščnih reperjev evropske nivelmanske mreže UELN (United European Levelling Network), katere izhodišče je reper v Amsterdamu (Urbanč, 2008, str. 24).

Ker se EGG08 in EGM08 ne nanašata na uradni višinski sistem Slovenije, smo morali interpolirane geoidne višine transformirati. Transformacijo smo izvedli tako da smo geoidno ploskev premaknili vertikalno, ter spremenili horizontalni nagib geoidne ploskve.

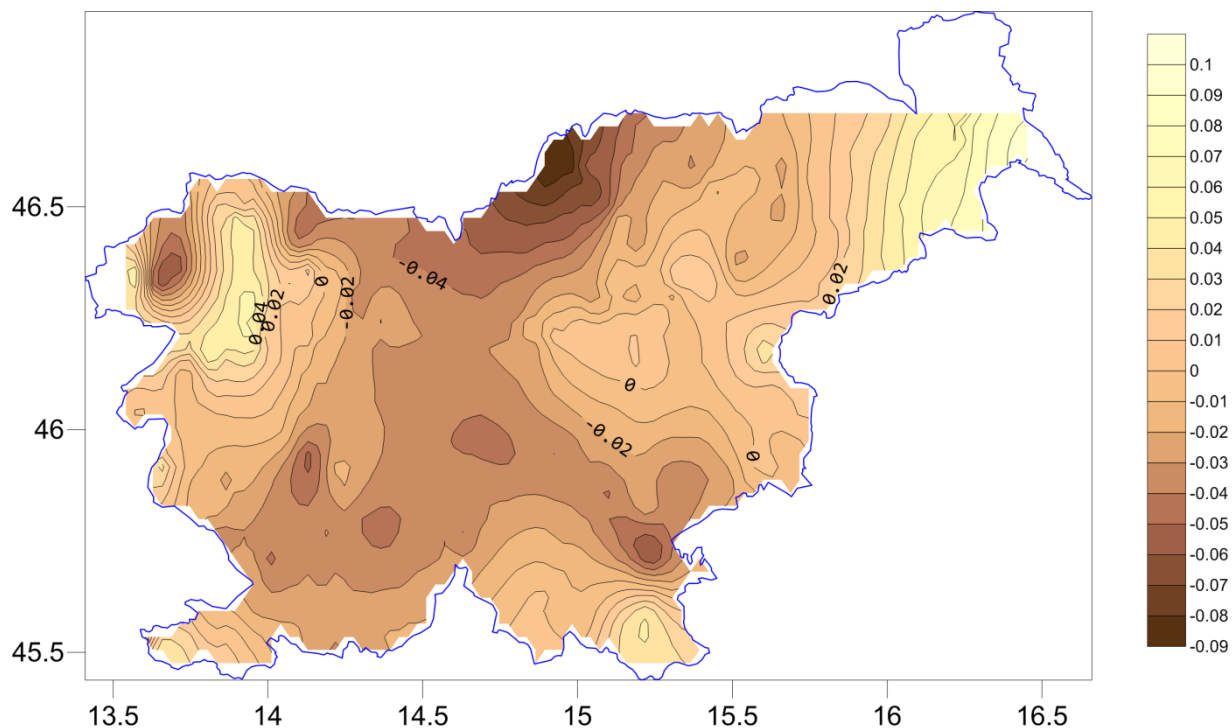
SLOAMG2010 je model geoida oz. kvazigeoida. Podano ima mrežo geoidnih višin v gridu ločljivosti 30"x45" za celotno ozemlje Slovenije, ter za zahodno ozemlje Hrvaške. Položaji točk se nanašajo na koordinatni sistem ETRS89 in zanje ni potrebo izvesti transformacijo.

V diplomski nalogi bomo izračunali geoid tudi s pomočjo lokalnega modela geoida SLOAMG2010 in starega geoida SLOAMG2000, ter naredili primerjavo med staro in novo(testno) verzijo geoidov.

### 12.1 Zanesljivost podanih geoidnih višin

Zanesljivost podanih podatkov smo preverili tako, da smo obstoječe modele geoidov primerjali s "merjenimi" geoidnimi višinami. Podane geoidne višine smo pridobili kot razliko med merjenimi elipsoidnimi in ortometričnimi (normalnimi) višinami. Geoidne višine modelov smo interpolirali z ustrežno programsko opremo, ter smo jih določili za posamezno točko za vsak model.

Pred izračunom geoidne ploskve smo se odločili katere točke bomo izključili iz postopka izračuna neznanih parametrov geoidne ploskve. Točke, ki smo jih izključili iz postopka izračuna geoidne ploskve, so izključene zaradi prevelikih razlik in morebitnih prisotnosti grobega pogreška. Za interpolacijo razlik geoidnih višin v gridno mrežo in izris plastnic smo uporabili programski paket Surfer (slika 12.1). Program pri interpolaciji uporablja metodo kriging, ki je priporočena za interpolacijo nepravilno razporejenih podatkov v gridno mrežo.



Slika 12.1: Izris razlik med odstopanji pri SLOAMG2010 in EGG08

## 12.2 Analiza geoidov na območju Slovenije

Ovednotenje globalnega geopotencialnega modela smo izvedli s primerjavo med interpoliranimi geoidnimi višinami in geoidnimi višinami pridobljenimi na GNSS/nivelman točkah. Za analizo smo uporabili vse točke razen točke GL487, za katero smo ugotovili, da je grobo pogrešena. Ker se EGM08 in EGG08 ne nanašata na vertikalni datum Slovenije, smo interpolirane geoidne višine transformirali. Model geoida se transformira za določitev vertikalnega premika in spremembe nagiba geoidne ploskve. V preglednici 12.1 so prikazani rezultati:

Preglednica 12.1: Minimalna in maksimalna razlika med geoidnimi višinami iz modelov in merjenimi geoidnimi višinami, ter srednje odstopanje in standardni odklon

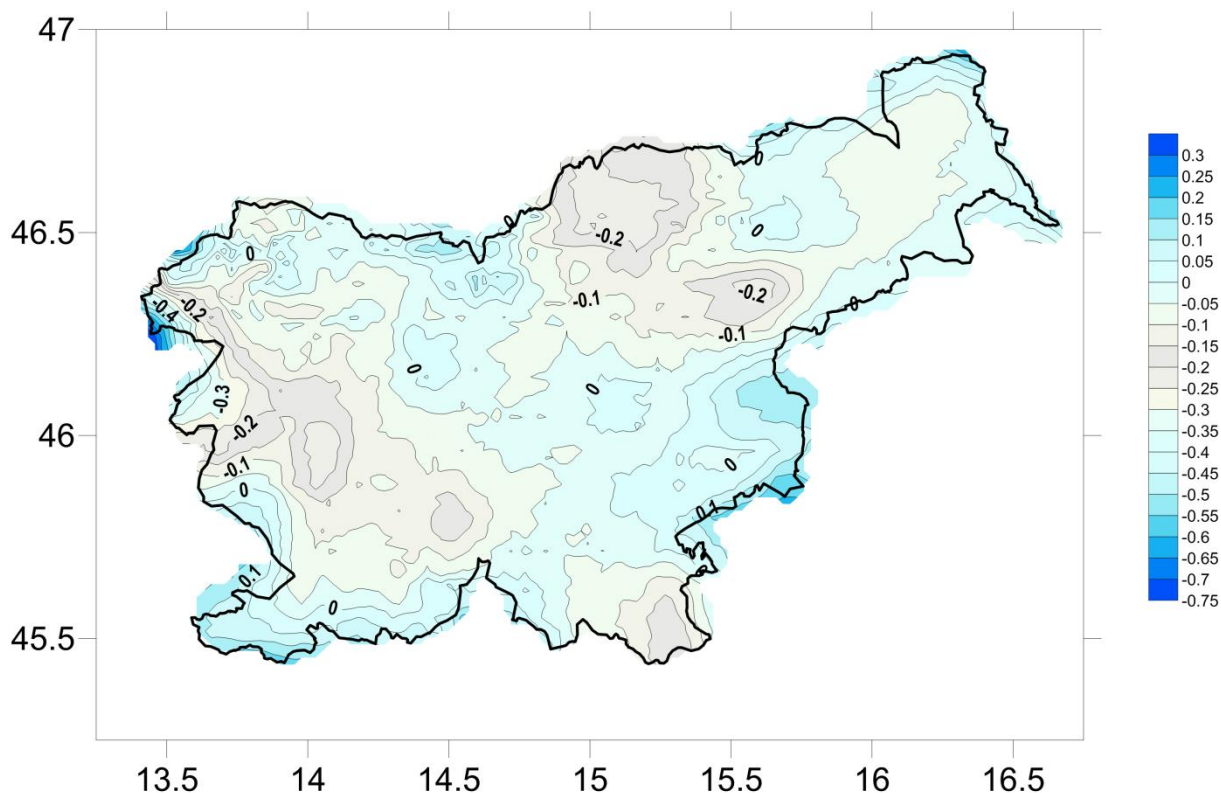
Statistika\Model	AMG00	AMG10	EGG08	EGG08 (transformirani)	EGM08	EGM08 (transformirani)
Min.	0.098	0,094	-0,228	0,097	-0,410	0,148
Max.	-0.368	-0,104	-0,668	-0,214	-0,929	-0,152
Srednje odstopanje	-0.104	-0,010	-0,345	0,000	-0,561	0,000
Standardni odklon	0.09	0,03	0,04	0,03	0,05	0,04

Iz pridobljenih rezultatov je razvidno, da se ozemlju Republike Slovenije najbolj prilega testni model Slovenskega geoida SLOAMG2010, zaradi najmanjšega intervala med razlikami in, ker so razlike

pravilno rasporejene. Pri EGG-ju in EGM-ju pa imamo le negativne razlike, kar je bilo pričakovano zaradi dejstva, da so merjene točke uporabljene za analizo večinoma razporejene po nivelmanskih linijah, ki potekajo po nižinah na ozemlju Slovenije. Standardni odklon pri razlikah iz netransformiranih geoidnih modelov pri EGM-ju zanašal 5 cm, pri EGG-ju pa 4 cm, kar dokazuje, da so meritve na GPS/nivelmanskimi točkami dobro opravljene, čeprav imamo pri obeh le negativne razlike. Zaradi tega dejstva smo sklenili, da se modela pridobljena iz EGG-ja in EGM-ja morata transformirati v lokalni višinski sistem.

### 12.2.1 Primerjava starega Slovenskega geoida SLOAMG2000 s testnim geoidom SLOAMG2010

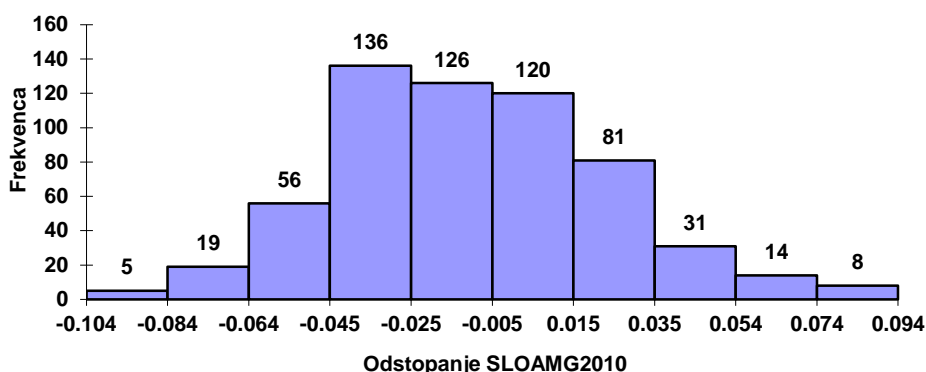
Ugotoviti smo želeli, kako se ujemata stara verzija Slovenskega geoida SLOAMG2000 in nova, testna verzija Slovenskega geoida SLOAMG2010. Iz preglednice 12.1 lahko vidimo, da so pri starejši verziji geoida večje napake in standardni odklon. Razlog za takšne rezultate je uporaba novejših meritev, ki ne ustrezajo starejšemu modelu geoida Slovenije in zaradi tega pride do velikih razlik med merjenimi in geoidnimi višinami, ki so pridobljene iz modela.



Slika 12.2: Razlike med SLOAMG00 in SLOAMG2010

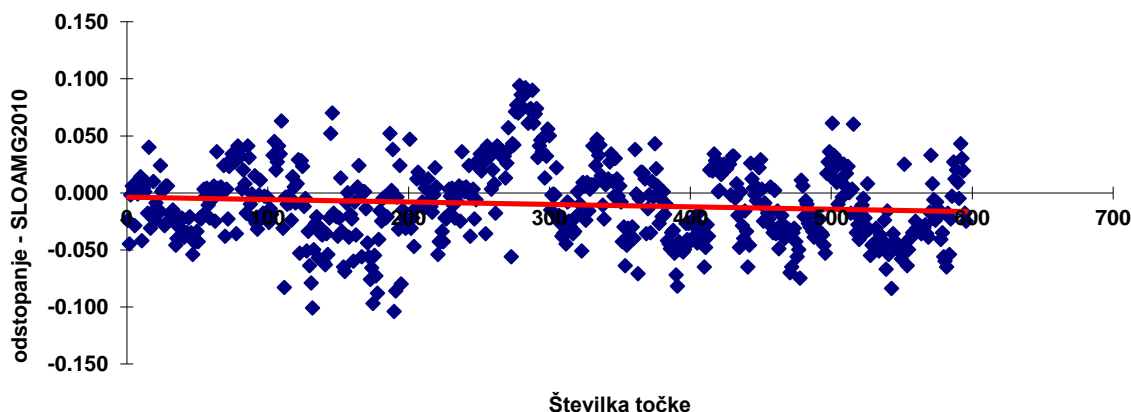
Največja napaka pri starem geoidu zanaša -0.368 in to na grobo pogrešeni točki GL487. Srednje odstopanje zanaša nekaj več od enega decimetra, standardni odklon pa 9 cm, kar je slab rezultat. Najbolj pogrešene točke so na nivelmanskimi linijami v Koroški regiji ob reki Dravi, v Slovenj Gradcu in ob meji s Avstrijo, ter v Goriški regiji ob reki Soči in v Zgornji Idrijci. Rezultati testnega geoida Slovenije SLOAMG2010 so zelo dobri: največja napaka zanaša malo več od enega decimetra, srednje odstopanje je 1 cm, standardni odklon pa je 3 cm.





Slika 12.3: Histogram odstopanj SLOAMG2010

Iz grafa razpršenosti odstopanj (slika 12.4) vidimo, da so napake pri SLOAMG2010 dobro razporejene. Regresijska premica ni ravna, ampak rahlo pada, kar pomeni, da je v vzorcu več negativnih odstopanj. Padeč trendne črte ni velik, zato lahko sklepamo, da v vzorcu ni prisotna sistematična napaka. Iz intervala vrednosti odstopanj (-0,104 – 0,094) lahko sklepamo, da v vzorcu niso prisotne grobe napake(slika 12.3).

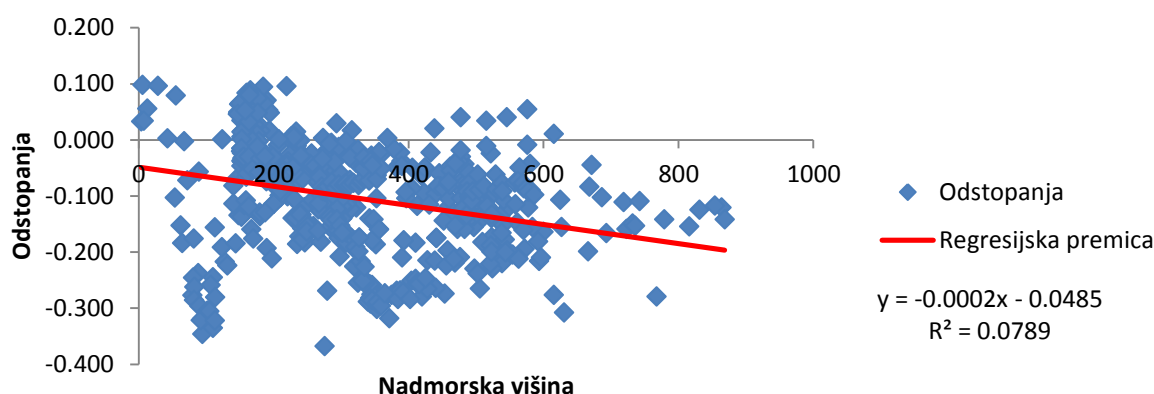


Slika 12.4: Graf razpršenosti odstopanj pri SLOAMG2010

### 12.2.2 Koorelacija med odstopanjih in nadmorsko višino

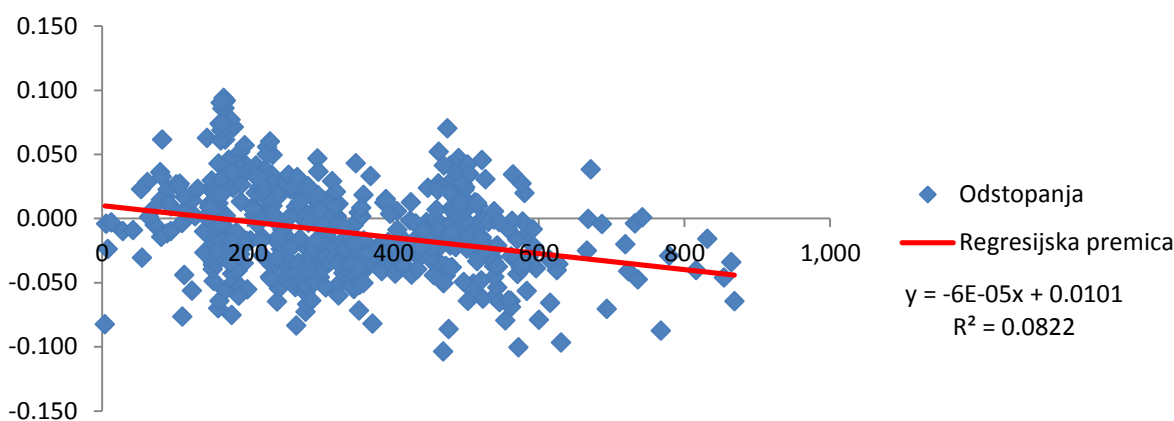
Pri stari in novi verziji geoidov smo testirali, kako se odstopanja od merjenih vrednosti obnašajo glede na spremembo nadmorske višine in kako je močna zveza med temi dvema spremenljivkama. Izračunana odstopanja merjenih vrednosti od vrednosti, pridobljenih iz modela, smo prikazali kot funkcijo nadmorske višine. Pridobili smo razpršeni vzorec točk, za katerega smo določili regresijsko premico, ki določa obnašanje odstopanj z višanjem nadmorske višine. Premicam smo določili parametra  $a$  in  $b$  in koeficient koorelacije  $R^2$ . Rezultata sta prikazana v grafa(slika 12.5, 12.6):

### Koorelacija med odstopanjih pri SLOAMG2000 in nadmorskih višin



Slika 12.5: Koorelacija med odstopanji pri SLOAMG2000 in nadmorskih višin

### Koorelacija med odstopanjih pri SLOAMG10 in nadmorskih višin



Slika 12.6: Koorelacija med odstopanji pri SLOAMG10 in nadmorskih višin

Pri geoidni ploskvi, določeni iz starega modela geoida Slovenije, odstopanja naraščajo z višanjem nadmorske višine, pri geoidni ploskvi, določeni iz testnega modela geoida Slovenije, pa odstopanja padajo do nadmorske višine okoli 200 m in potem spet naraščajo. Pri obeh modelih odstopanja naraščajo v negativnem predznaku. Koeficient koorelacije med odstopanjih in nadmorsko višino pri obeh zanaša približno 0,08, kar pomeni da obstaja zveza med odstopanjih in nadmorsko višino, vendar je ta zelo slaba.

#### 12.2.3 Analiza geoidov EGM08 in EGG08

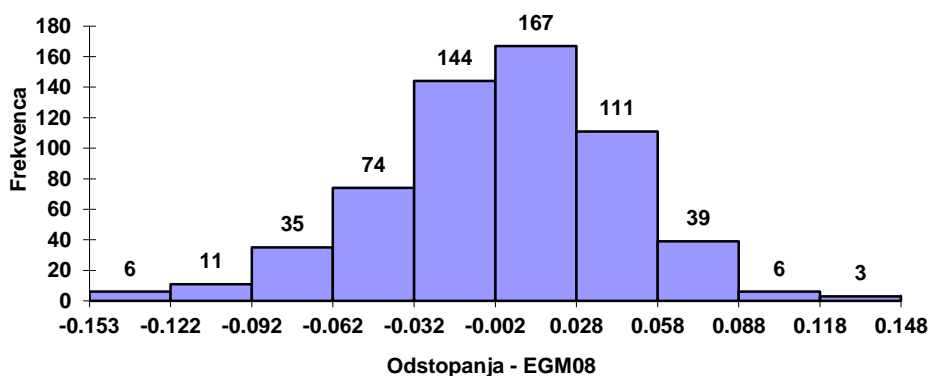
Zaradi neenake razporeditve odstopanj pri geoidnih ploskvah pridobljenih iz globalnega in evropskega geoida smo omenjene ploskve morali transformirati. Transformacijo geoidne ploskve se izvaja tako da se geoidna ploskev premakne v težiščni točki po vertikali in se tako premaknjeni ploskvi spreminja nagib, da se interpolirana ploskev čim bolj prilegala merjenim vrednostim. Za izračun

transformacijskih parametrov smo uporabili vse točke razen GL487, za katero smo ugotovili, da je grobo pogrešena. Rezultati so prikazani v preglednici 12.2:

Preglednica 12.2: Analiza odstopanja interpoliranih in danih geoidnih višin ter transformacijski parametri geoidnih ploskev

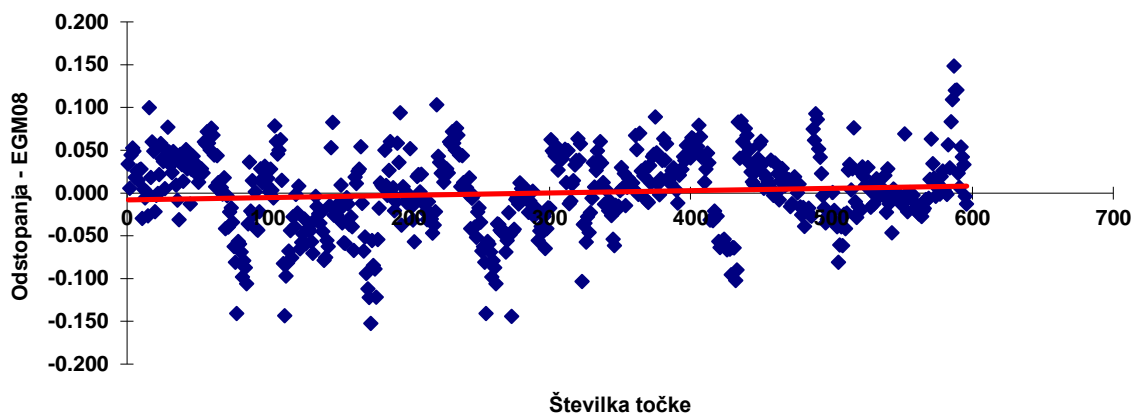
Parameter\model	EGM08	EKG08
srednje odstopanje	0,000m	0,000m
standardni odklon	0.045m	0.031m
min. odstopanje	-0.152m	-0.213m
max. odstopanje	0.148m	0.097m
Parametri vertikalnega premika		
Vertikalni premik	-0.561m	-0.345m
$X_0$	0.775m	1,093m
$Y_0$	-1.631m	-0,062m
$Z_0$	-1.092m	-0,249m
Sprememba nagiba geoidne ploskve(m/1000km)		
smer sever - jug	0.156	0.405
smer vzhod - zahod	0.278	-0.292

Pri globalnem geoidu so rezultati dobri glede na to, da zajema celotno Zemljo. Tudi je to razvidno po intervalu vrednosti odstopanj, ki ima meje -0.152m – 0.148 m (slika 12.7).



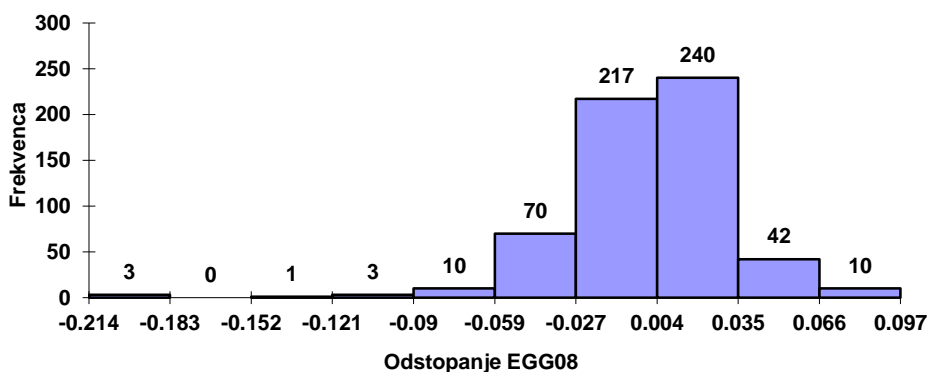
Slika 12.7: Histogram odstopanj EGM08

Pri grafu razpršenosti vidimo, da so odstopanja geoidnih višin, pridobljenih iz transformirane geoidne ploskve, pridobljene iz EGM08, enako razporejene, kar tudi dokazuje regresijska premica, ki je približno enaka abscisi grafa (slika 12.8). Z izvedeno transformacijo smo odklonili sistematični pogrešek, ki je nastal zaradi vertikalnega zamika od izvirnega višinskega izhodišča in višinskega izhodišča v Sloveniji.



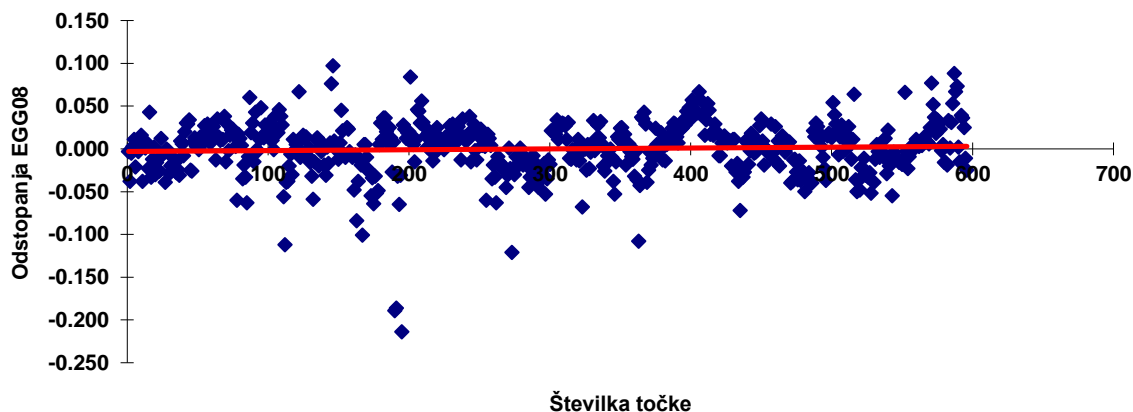
Slika 12.8: Graf razpršenosti odstopanj pri EGM08

Pri evropskem geoidu odstopanja niso dobro razporejena, ker je interval vrednosti odstopanj na negativni strani dvakrat večji od pozitivne strani (-0,213 m – 0,097 m) (slika 12.9).



Slika 12.9: Histogram odstopanj EGM08

Iz grafa razpršenosti (slika 12.10) je razvidno da smo odklonili sistematični pogrešek z izvedeno transformacijo (regresijska premica je približno enaka abscisi grafa), vendar nekaj točk precej odstopa od abscise, kar lahko nakazuje na prisotnost grobega pogreška.



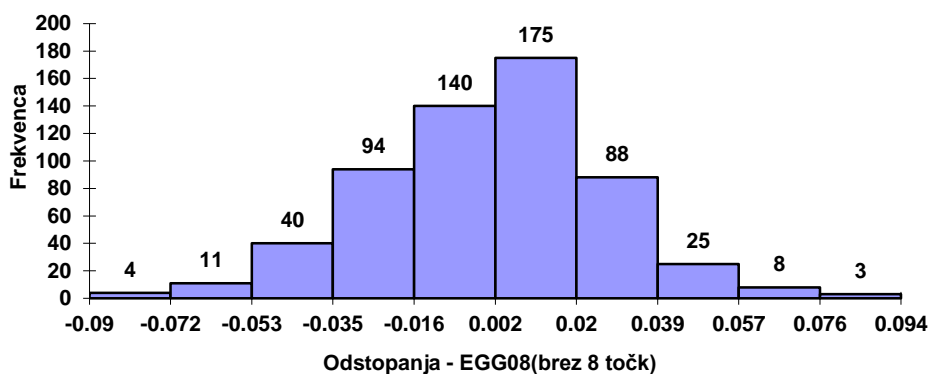
Slika 12.10: Graf razpršenosti odstopanj pri EGG08

Zaradi tega dejstva smo nekaj točk izločili iz postopka izračuna transformacijskih parametrov da bi izboljšali rezultat in preverili ali bi dobili boljšo geoidno ploskev. Izločili smo iz postopka vse točke interpolirane iz EGG08, ki imajo večje odstopanje od 1 dm od merjenih geoidnih višin. Dobili smo naslednje rezultate (preglednica 12.3):

Preglednica 12.3: Primerjava transformacijskih parametrov evropskega geoida z vsemi točkami in s izbranim točkami

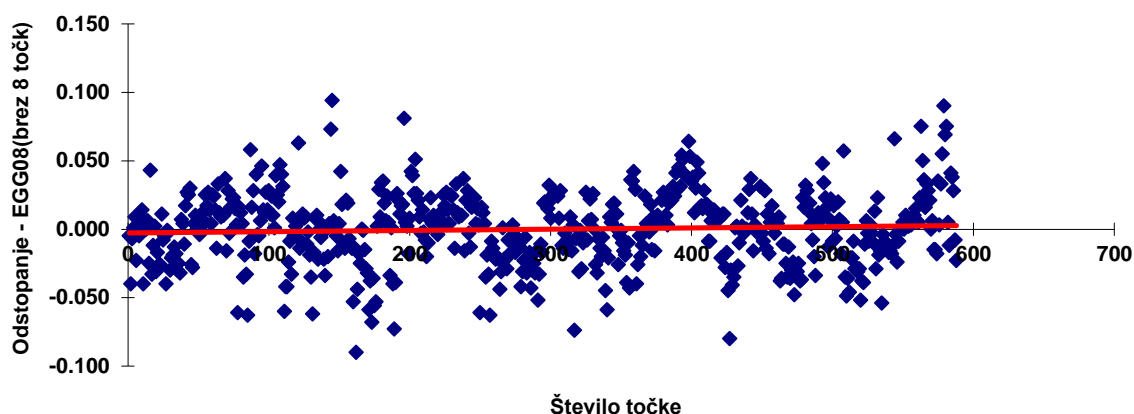
Parameter\model	EGG08	EGG08 - izbor
srednje odstopanje	0	0,000m
standardni odklon	0,031m	0,026m
min. odstopanje	-0,213m	-0,090m
max. odstopanje	0,097m	0,094m
Parametri vertikalnega premika		
Vertikalni premik	-0,345m	-0,343m
X <sub>0</sub>	1,093m	0,971m
Y <sub>0</sub>	-0,062m	1,842m
Z <sub>0</sub>	-0,249m	-1,831m
Sprememba nagiba geoidne ploskve(m/1000km)		
smer sever - jug	0,405	0,359
smer vzhod - zahod	-0,292	-0,240

Pri modelu, določenem po EGG08 brez kritičnih točk smo izboljšali standardni odklon za 5 mm, kar ni velika razlika. Odstopanja so zdaj bolj razporejena, ker je interval vrednosti odstopanj v mejah med - 0.090 m – 0.094 m (slika 12.11). Vertikalni premik geoidne ploskve se je spremenil le za 2 mm.



Slika 12.11: Histogram odstopanj EGG08 – brez 8 točk

Pri grafu razpršenosti se rezultat ni veliko spremenil. Regresijska premica je ostala skoraj enaka in odstopanja so dobro rasporejena. Edina razlika je v tem, da nimamo prisotnih odstopanj večji od 1 dm na obeh straneh (slika 12.12)



Slika 12.12: Graf razpršenosti odstopanj pri EGG08 – brez 8 točk

### 12.3 Test normalnosti

Za razlike geoidnih višin, pridobljenih iz vsakega modela, smo opravili test normalnosti. V tem statističnem testu testiramo, ali se frekvenca podatkov pridobljenih iz meritev ujema z pričakovano frekvenco za omenjene podatke. Torej, za test podamo dve domnevi:

$H_0$ : Vzorec je porazdeljen po normalni porazdelitvi

$H_1$ : Vzorec ni porazdeljen po normalni porazdelitvi

Pred testom se odločamo kolikšno stopnjo zaupanja  $1-\alpha$  bomo vzeli za test. Za začetek testa je pomembno da določimo število razredov v katere bomo razdelili podatke in kako bi določili pričakovane vrednosti. Za to moramo izračunati povprečje  $\mu$  in standardni odklon  $\sigma$  vzorca, in s tem določimo tudi meje razredov. Za posamezen razred določimo pričakovano vrednost po normalni porazdelitvi, in določimo vrednost iz vzorca. Izračunamo testno statistiko  $Z$ , ki je porazdeljena po  $\chi^2$  porazdelitvi. Statistika  $Z$  se računa po enačbi:

$$Z = \sum_{i=1}^k \frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}, \quad (42)$$

kjer so:

$f_0$  ... frekvenca merjenih podatkov

$f_e$  ... pričakovana frekvenca

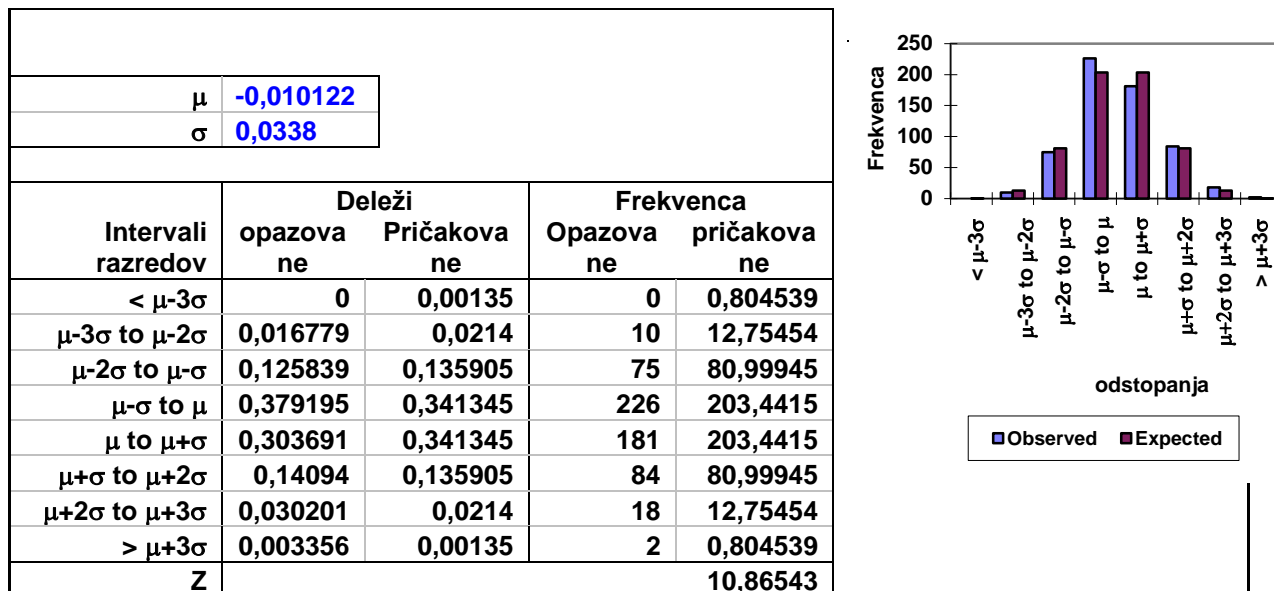
$k$  ... število razredov

Izračunano testno statistiko primerjamo s statistiko iz preglednice  $\chi^2$  porazdelitvi, ki jo določimo glede na stopnjo zaupanja  $1-\alpha$  in prostotno stopnjo  $k-1$ . V primeru da velja neenakost  $Z \leq \chi^2_{1-\alpha}$ , ničelno domnevo sprejemo, v obratnem primeru pa ničelno domnevo zavrnemo.

V diplomski nalogi so obravnavani 4 primera, v katerih testiramo, ali so razlike med merjenimi geoidnimi višinami in geoidnimi višinami, pridobljenimi iz modelov, normalno porazdeljena. V vseh 4 primerih so odstopanja porazdeljena v 8 razredov, kar pomeni, da je v vseh primerih prostotna stopnja

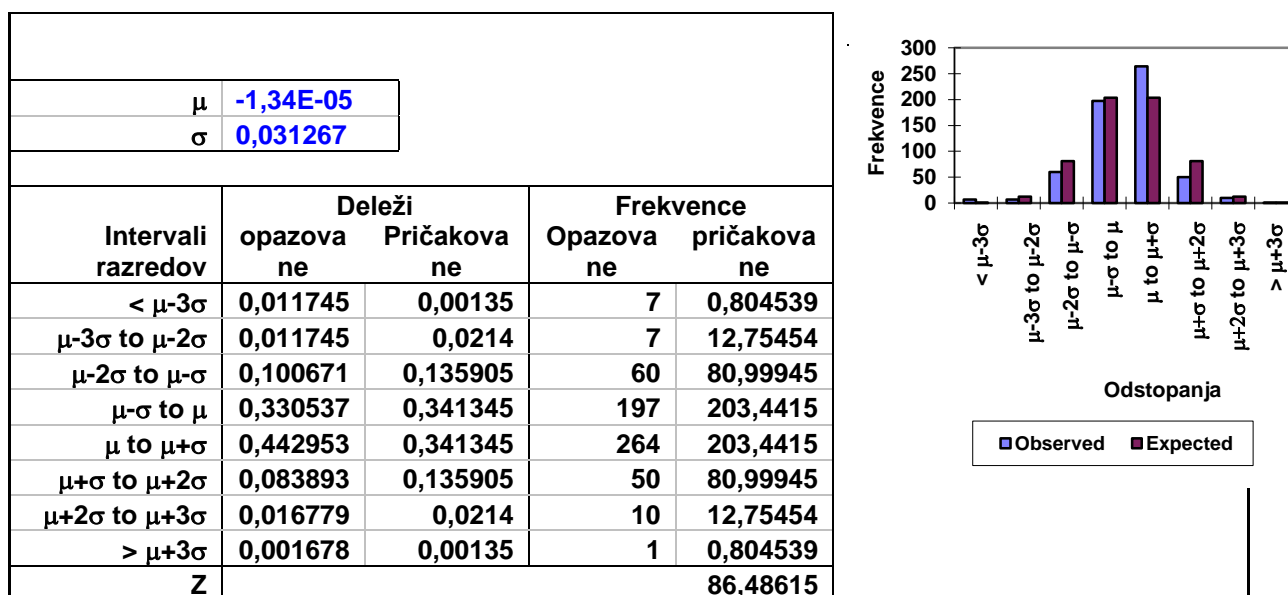
7. Za stopnjo zaupanja smo vzeli vrednost 0,95. Glede na ta dva parametra smo iz preglednice dobili vrednost primerjalne statistike  $\chi^2_{1-\alpha}=14.07$ . Rezultati iz Excela za posamezne modele so prikazani v slednjih preglednicah (preglednice 12.4, 12.5, 12.6, 12.7):

Preglednica 12.4: Test normalnosti za odstopanja pri SLOAMG2010

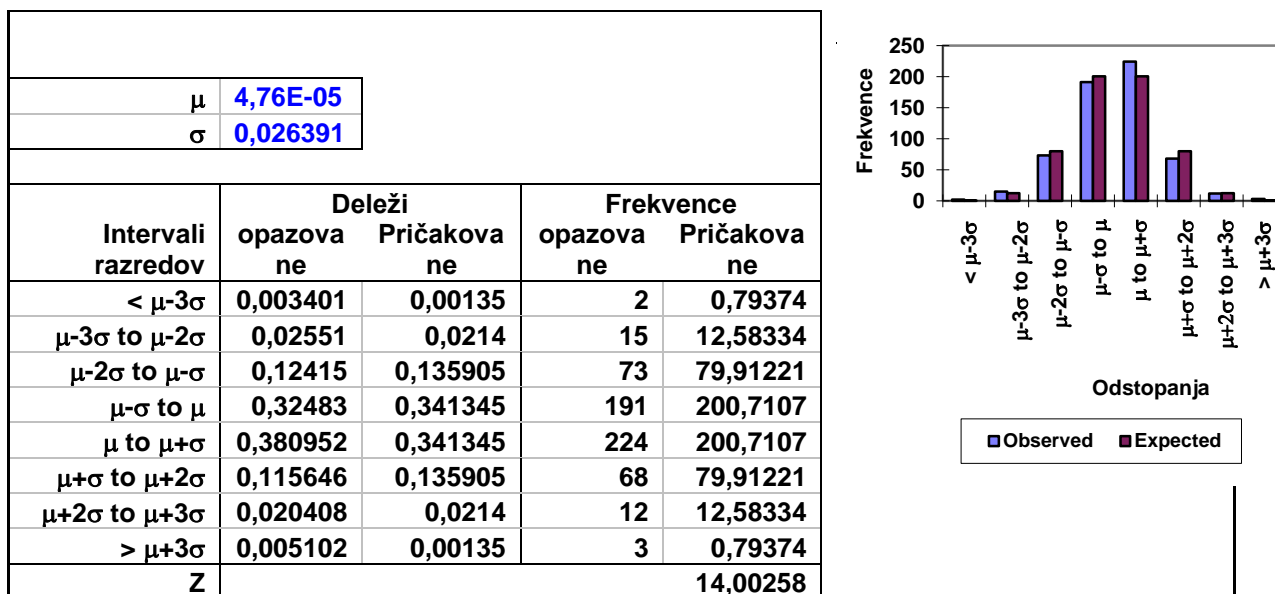


Pri odstopanjih, ki so določena iz modela SLOAMG2010, smo pridobili vrednost testne statistike  $Z=10,87$ . Testna statistika  $Z$  je manjša od statistike  $\chi^2_{1-\alpha}=14.07$ , določene iz  $\chi^2$  preglednice, zato lahko sklepamo, da so odstopanja v tem primeru porazdeljena normalno.

Preglednica 12.5: Test normalnosti za odstopanja pri EGG08

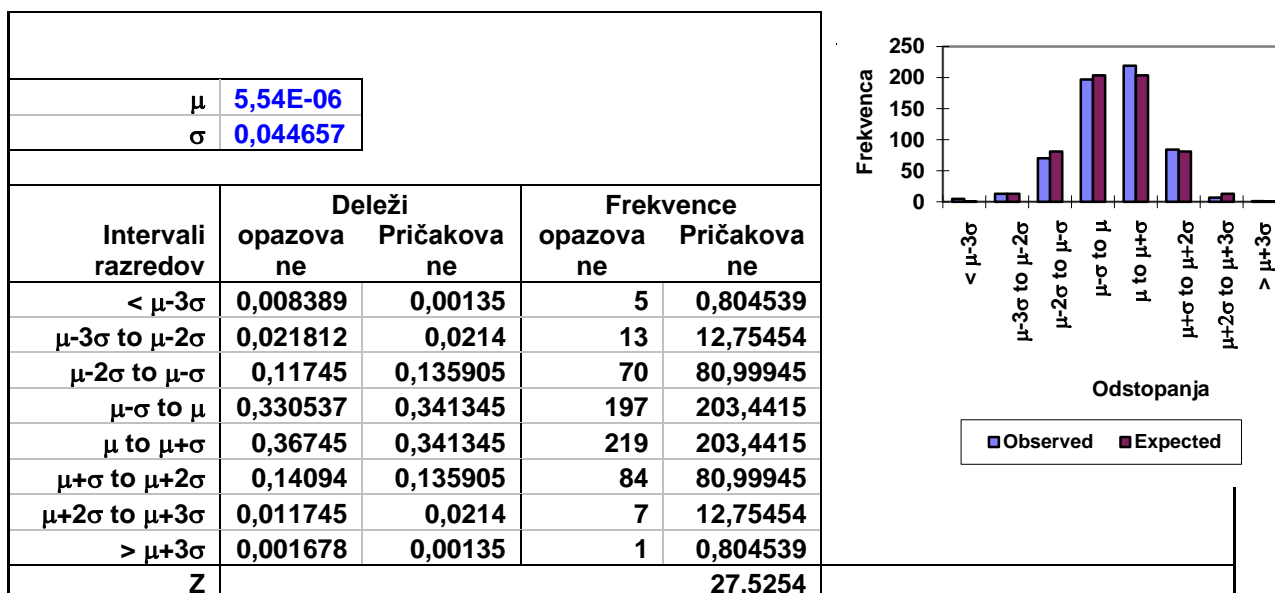


Preglednica 12.6: Test normalnosti za odstopanja pri EGG08 – brez 8 točk



V primeru odstopanj, ki so določena iz EGG08, izračunana testna statistika zanaša  $Z = 86,48615$ , in je večja od statistike  $\chi^2_{1-\alpha}=14,07$  določene iz  $\chi^2$  preglednice. Za odstopanja pri EGG08 sklepamo, da niso porazdeljena normalno. V izboljšani verziji geoidne ploskve pridobljene iz EGG08(brez 8 točk) izračunana statistika zanaša  $Z = 14,00258$ . Z izključitvijo 8 kritičnih točk smo uspeli odstopanja normalno porazdeliti.

Preglednica 12.7: Test normalnosti za odstopanja pri EGM08



Za odstopanja geoidne ploskve, ki je določena iz modela EGM08, vrednost izračunane testne statistike zanaša  $Z = 27,5254$ . Izračunana testna statistika je večja od statistike  $\chi^2_{1-\alpha}=14,07$ , določene iz  $\chi^2$  preglednice, zato lahko sklepamo, da odstopanja niso normalno porazdeljena.



### 13 PRIMERJAVA SLOVENSKEGA IN HRVAŠKEGA GEOIDA NA MEJI

Previriti smo hoteli, kako se ujemata slovenski in hrvaški geoid. Za to nalogo smo obravnavali točke, ki se nahajajo na slovensko-hrvaški meji. Pridobili smo 14 točk, za katere smo določili geoidne višine iz hrvaškega in slovenskega modela geoida, ter iz EGG08 in EGM08. Računali smo razlike med geoidnimi višinami, pridobljenimi iz hrvaškega geoida z vsemi ostali. Pridobili smo naslednje rezultate (preglednica 13.1):

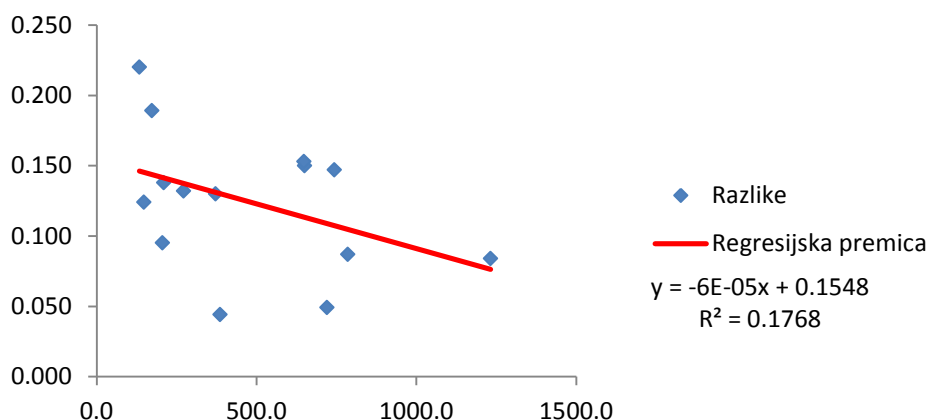
Preglednica 13.1: Minimalna in maksimalna razlika ter srednje odstopanje in standardni odklon med geodnimi višinami, pridobljeni iz hrvaškega modela in ostalimi modeli

Statistika\Model	SLOAMG2010	EGG08	EGM08
Min.	0,220m	-0,195m	-0,303m
Max.	0,044m	-0,308m	-0,514m
Srednje odstopanje	0,125m	-0,234m	-0,426m
Standardni odklon	0,049m	0,033m	0,056m

Iz rezultata je razvidno, da so razlike najmanjše za model EGG08. Standardni odklon pri modelu EGG08 zanaša 0,033m, pri testnem modelu Slovenije 0,049m, pri EGM08 pa 0,056m. V primeru testnega modela SLOAMG2010 imamo samo pozitivne razlike, pri ostalih pa negativne. Razlog za to je v razlikah v višinskem izhodišču posameznega sistema. V vseh primerih so odstopanja dokaj enakomerno razporejena, glede na to, da imamo zelo majhen vzorec podatkov (le 14 točk).

Naredili smo še test koorelacije med nadmorsko višino in odstopanji med geoidnima ploskvama, določenima iz hrvaškega in slovenskega modela geoida. Test smo naredili na enak način kot v prejšnjem poglavju. Rezultati so naslednji(slika 13.1):

#### Koorelacija med odstopanjih SLO-HR geoidov in nadmorske višine



Slika 13.1: Koorelacija med odstopanjih SLO-HR geoidov in nadmorske višine

Iz grafa je razvidno, da odstopanja med modeloma, ki sta določena iz hrvaškega in slovenskega modela geoida, z višanjem nadmorske višine padajo. Koeficient koorelacije zanaša  $R^2=0,1768$ , kar dokazuje, da obstaja medsebojna odvisnost med odstopanji in nadmorsko višino, vendar je slaba.

## 14 ZAKLJUČEK

Leta 1975. je na skupščini Mednarodnega združenja za geodezijo(IAG) bila sprejeta resolucija, ki priporoča izračun in izdelavo kart geoida na lokalni, regionalni in globalni ravni. Za izpolnitev te naloge normalne meritve niso zadoščale, ker so morale biti znane tudi vrednosti odklona navpičnice ali geoidne višine. Poznavanje ploskve geoida se je dokazalo uporabno tudi pri ostalih nalogah, kot kaj je satelitska geodezija.

Za manjša območja je potrebno določiti model lokalnega geoida, zaradi boljšega prilaganja ploskve geoida in višje natančnosti določitve geoidne ploskve. Veliki pomen pi določanju lokalnega geoida ima GNSS višinomerstvo, ki je postopek določanja ortometričnih višin iz GNSS meritev. Za ta postopek je potrebno imeti znane geoidne in elipsoidne višine na merjenih točkah.

Geoid se da prikazati na več načinov, vendar je v praksi določitev geoida v gridu največkrat uporabljen. Upodobitev geoida z gridom je prikaz geoidne ploskve z množico pravilno rasporejenih točk. Ločljivost gridov za geoid je manjša od ustreznih DMV-je in DMR-jev zaradi omejitve računalniškega spomina in lažje prenosljivosti. Za podajanje oblike datotek gridov obstaja več standardov, ki so največkrat odvisni od programskega paketa, ki ga uporabljamo za določitev modela geoida.

Uradno verzijo geoidne ploskve je naredil Boško Pribičević leta 2000 v svoji doktorski disertaciji. Natančnost izračunane ploskve geoida je zanašala okoli  $\pm 5\text{cm}$ . Ta geoid je predstavljal izboljšano verzijo geoida iz leta 1993, določenega a Geodetski Fakulteti iz Zagreba.

Organizacija National Geospatial-intelligence Agency(NGA) je zaslužna za nastanek globalnega geopotencialnega modela EGM08. Predstavljen je v obliki sfernih funkcij gravitacijskega potenciala. Za njegovo določitev so uporabili več vrst podatkov iz različnih virov.

EGG08 je zadnja verzija evropskega gravimetričnega kvazigeoida. Predstavlja izboljšano verzijo geoida EGG97. Predstavljen je v obliki anomalij višin, ki so podane v gridu ločljivosti  $1'' \times 1''$ . V njegovem izračunu so uporabljeni EGM96, digitalni modeli reliefa in podatki o težnosti pridobljenih s pomočjo satelitske altimetrije in aerosnemanja. Podatki, ki so uporabljeni v izračunu EGG08 so izboljšani in bolj ažurni glede na podatke uporabljene za izračun EGG97.

Absolutni model geoida SLOAMG2010 predstavlja izboljšano verzijo geoida, izračunanega leta 2000. Pri njegovem izračunu so uporabljeni podatki iz različnih virov, kot so gravimetrični podatki, astrogeodetski podatki, GNSS/nivelmanske točke, ter digitalni modeli višin in gostote. Podatki so pridobljeni iz meritev, ki se nahajajo na ozemlju Slovenije in sosednjih držav.

Iz analiz različnih modelv smo zaključili, da se odstopanja na kontrolnih GNSS/nivelman točkah najmanjša za testni model SLOAMG2010. Pri ostalih ploskvah je standardni odklon slabši in je prisoten sistematični pogrešek. Razlog za sistematični pogrešek je razlika med višinskima sistemoma, ki ga uporabljata EGM08 in EGG08, in zaradi tega pride do vertikalnega zamika, ki ga popravimo s transformacijo geoidne ploskve v višinski referenčni sistem. Med postopkom izračuna smo naleteli na grobe pogreške v danih podatkih, kar nakazuje, da je podatke potrebno prenavljati podatke in nadaljevati z raziskavo določitve geoida. Rezultat testa normalnosti razkriva tudi, da uporabljeni podatki niso popolni. Odstopanja med "merjenimi" geoidnimi višinami in geoidnimi višinami, pridobljenimi iz modelov so normalno porazdeljena v primeru ploskve, pridobljene iz novega absolutnega modela geoida Slovenije, pri ostalih dveh pa niso, čeprav sta ploskvi transformirani. Pri

---

EGG08 smo izločili nekaj točk, pri katerih so odstopanja bila večja in so odstopanja pri takšni ploskvi bila normalno porazdeljena.

Analiza ujemanja slovenskega in hrvaškega modela geoida je pokazala da obstaja razlika v višinskem datumu med Slovenijo in Hrvaško. Iz tega se da zaključiti, da je potrebno mednarodno sodelovanje, predvsem s sosednjimi državami da bi se čim natančneje določil potek geoida.

## VIRI

Denker, H. , Barriot, J.-P., Barzaghi, R., Fairhead, D. , Forsberg, R., Ihde, J., Kenyeres, A., Marti, U., Sarrailh, M., Tziavos, I.N. 2009. The Development of the European Gravimetric Geoid Model EGG07. V: Sideris, M.(ur.), Volume 133. Observing our Changing Earth: International Association of Geodesy Symposia, Springer: str. 177-185.

Koler, B., Urbančič, T., Medved, K., Vardjan, N., Berk, S., Omang, O. C. D., Solheim, D., Kuhar, M. 2012. Novi višinski sistem Slovenije in testni izračun geoida. V: Kuhar, M.(ur.) 17. strokovno srečanje Slovenskega združenja za geodezijo in geofiziko, Ljubljana, 26. januar 2012. Ljubljana: Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: str. 90.-101.

[http://www.fgg.uni-lj.si/sugg/referati/2012/SZGG\\_2012\\_Koler\\_in\\_drugi.pdf](http://www.fgg.uni-lj.si/sugg/referati/2012/SZGG_2012_Koler_in_drugi.pdf) (Pridobljeno 21. 01. 2014.)

Koler-Povh, T. 2011. Navodila za oblikovanje visokošolskih del na fakulteti za gradbeništvo in geodezijo in navajanje virov. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 39. str

Kotar - Rajnar, A. 1998. Analiza in preračun mestne nivelmanske mreže Ljubljane in Ljubljanskega barja. Diplomaska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo (samozaložba A. Kotar - Rajnar) : 39 str.

Kuhar, M. 2011, Geofizika. študijski pripomoček, Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: str. 124.

[http://www.fgg.uni-lj.si/~mkuhar/Zalozba/FG\\_skripta.pdf](http://www.fgg.uni-lj.si/~mkuhar/Zalozba/FG_skripta.pdf) (Pridobljeno 10. 11. 2013.)

National Oceanic and Atmospheric Administration. 2014. Business Operations Manual.

[http://www.ppi.noaa.gov/bom\\_chapter3\\_fig\\_3-7/](http://www.ppi.noaa.gov/bom_chapter3_fig_3-7/) (Pridobljeno 02. 12. 2013.)

Oven K. in dr. 2010. Razvoj DGS 2010, prehod na nov koordinatni sistem, končno poročilo. Ljubljana, Ministrstvo za okolje, prostor, Geodetska uprava Republike Slovenije: str. 103.

Pavlis, N.K., Holmes, S.A., Kenyon, S.C., Factor, J.K. 2009. The Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). The OSU School of Earth Sciences Seminars Columbus, OH: str. 52

[http://www.geology.ohio-state.edu/~jekeli.1/GS8871.2013/NPavlis\\_al\\_OSU\\_2009mac.ppt.pdf](http://www.geology.ohio-state.edu/~jekeli.1/GS8871.2013/NPavlis_al_OSU_2009mac.ppt.pdf) (Pridobljeno 05. 02. 2014.)

Pavlis, N.K., Holmes, S.A., Kenyon, S.C., Factor, J.K. 2012. The Development and Evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). Journal of Geophysical Research, Solid Earth, 117, B4, 1-38.  
doi: 10.1029/2011JB008916

Prešeren, P.1999. Različni modeli geoida na območju Slovenije. Diplomaska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo (samozaložba P. Prešeren): 92 f.

Pribičević, B. 1999. Nov preračun geoida Republike Slovenije. Magistarska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo (samozaložba B. Pribičević): 102 f.

Podobnikar, T. 2011. Digitalni model reliefa iz geodetskih podatkov različne kakovosti. Doktorska disertacija. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo (samozaložba T. Podobnikar): 343 f.

Golden Software Inc. Surfer 9 (2009). Colorado, ZD. P. 640.

Rožić, N., Feil, L. 2003. Izvješća o -stručnim projektima iz 2001. godine. Zagreb, Državna geodetska uprava Republike Hrvatske: str. 1-20.

Solheim, D. 2000. New height reference surfaces for Norway. Zbornik simpozija EUREF. Trømse. [http://www.euref.eu/symposia/symposia\\_2000\\_Tromso.html](http://www.euref.eu/symposia/symposia_2000_Tromso.html) (Pridobljeno 15. 03. 2014)

Turk, G. 2011. Verjetnostni račun in statistika. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 232 str.

Childs, C. 2012. Interpolating Surfaces in ArcGIS Spatial Analyst. ESRI Education Services: p. 4. <http://www.esri.com/library/brochures/pdfs/spatialanalystbro.pdf> (Pridobljeno: 21. 02. 2014)

Oblika Zemlje. 2013.

[http://sl.wikipedia.org/wiki/Oblika\\_Zemlje](http://sl.wikipedia.org/wiki/Oblika_Zemlje) (Pridobljeno 25. 11. 2013)

## **SEZNAM PRILOG**

PRILOGA A: BAZA TOČK

PRILOGA B: IZHODNA DATOTEKA PROGRAMA ZA TRANSFORMACIJO  
GEOIDNIH VIŠIN

>>Ta stran je namenoma prazna<<



## PRILOGA A: BAZA TOČK

Ime točke	$\varphi$ [°]	lambda [°]	N merjeno
GL001	46,189487	14,888640	46,7636
GL002	46,207373	14,896680	46,7762
GL003	46,209184	14,912010	46,7953
GL004	46,212485	14,918890	46,8006
GL005	46,240422	14,948218	46,7886
GL006	46,245844	14,952977	46,7559
GL007	46,248897	14,988622	46,6994
GL008	46,248158	15,000766	46,6665
GL009	46,247483	15,008948	46,6649
GL010	46,248411	15,022793	46,6448
GL011	46,246910	15,056279	46,5402
GL012	46,254029	15,094572	46,5370
GL013	46,255531	15,122049	46,5002
GL014	46,254423	15,140463	46,4859
GL015	46,251412	15,164740	46,4290
GL016	46,046384	15,225904	46,3565
GL017	46,109437	15,218755	46,3851
GL018	46,085060	15,171007	46,4317
GL019	46,115620	15,212908	46,4256
GL020	46,244639	15,202272	46,3840
GL021	46,241835	15,214417	46,3879
GL022	46,237145	15,235732	46,3632
GL023	46,130183	15,196074	46,4193
GL024	46,138975	15,198449	46,4567
GL025	46,146501	15,206712	46,4331
GL026	46,146033	15,231334	46,4137
GL027	46,150071	15,235159	46,3800
GL028	46,154586	15,232525	46,4242
GL029	46,180413	15,238556	46,4357
GL030	46,199062	15,234429	46,4019
GL031	46,218699	15,263504	46,3647
GL032	46,225619	15,266153	46,3558
GL033	46,349948	15,135147	46,7605
GL034	46,341145	15,174761	46,7165
GL035	46,305647	15,173094	46,5691
GL036	46,283267	15,177777	46,4903
GL037	46,256309	15,193198	46,4006
GL038	46,424590	15,187581	47,0788
GL039	46,440491	15,195990	47,1319
GL040	46,458316	15,143670	47,1166
GL041	46,504009	15,086031	47,2456
GL042	46,534663	15,071975	47,3346
GL043	46,572985	15,030972	47,4430
GL044	46,586988	15,026869	47,4969
GL045	46,252892	15,293278	46,3268
GL046	46,356926	15,112497	46,7713
GL054	46,604138	15,068009	47,5247

GL055	46,605304	15,110646	47,4695
GL056	46,593857	15,126224	47,4050
GL057	46,593696	15,158601	47,3686
GL058	46,611773	15,188187	47,3524
GL059	46,602599	15,206887	47,3320
GL060	46,595901	15,223315	47,3091
GL061	46,599822	15,248569	47,2801
GL062	46,587615	15,268849	47,2937
GL063	46,586519	15,280183	47,2789
GL064	46,587815	15,300284	47,2704
GL065	46,589094	15,319308	47,2329
GL066	46,591926	15,334067	47,2052
GL067	46,582072	15,352678	47,2095
GL068	46,574815	15,406608	47,1254
GL069	46,562932	15,431309	47,0691
GL070	46,559313	15,454355	46,9931
GL071	46,549564	15,453016	47,0405
GL072	46,534232	15,492547	46,9332
GL073	46,543300	15,510294	46,8738
GL074	46,557641	15,553985	46,7471
GL075	46,558847	15,582949	46,6466
GL076	46,557553	15,621229	46,5316
GL077	46,569326	15,658205	46,3610
GL078	46,586453	15,664680	46,4018
GL079	46,595094	15,676623	46,3399
GL080	46,568405	15,768480	46,0796
GL081	46,567999	15,779591	46,0616
GL082	46,576147	15,830137	45,9698
GL083	46,579029	15,876634	45,8760
GL084	46,607138	15,891166	45,8618
GL085	46,669880	15,947059	45,7280
GL086	46,681220	15,971005	45,7670
GL087	46,679839	15,988267	45,7260
GL088	46,671841	15,994642	45,6997
GL089	46,653975	16,022458	45,6047
GL090	46,648573	16,029200	45,6067
GL091	46,642599	16,037910	45,5763
GL092	46,654029	16,058495	45,5138
GL093	46,653480	16,094194	45,5028
GL094	45,645358	13,967476	45,5330
GL095	45,680579	13,970391	45,5109
GL096	45,621777	13,963001	45,4881
GL097	45,577455	13,875414	45,1155
GL100	45,704562	13,907256	45,3780
GL101	45,699875	13,936346	45,4156
GL102	45,690082	13,963608	45,4801
GL104	45,837600	13,829025	45,2669
GL109	45,929987	14,671744	46,3642
GL111	45,889510	14,704227	46,3591
GL112	45,859651	14,702939	46,3808
GL113	45,858326	14,692179	46,4010
GL114	45,858892	14,638922	46,4144

GL115	45,851108	14,624204	46,4429
GL117	45,830528	14,639203	46,4371
GL118	45,810775	14,667719	46,4597
GL119	45,773443	14,687681	46,4549
GL120	45,547598	15,144799	45,9772
GL121	45,570926	14,878109	46,2524
GL122	45,587543	14,884078	46,2708
GL123	45,604917	14,888432	46,2912
GL124	45,589368	14,926488	46,2700
GL125	45,547036	15,018255	46,1993
GL126	45,562374	15,147537	46,0175
GL127	45,530372	13,641662	44,4652
GL128	45,525040	13,610368	44,3485
GL130	45,475693	13,618281	44,4427
GL131	45,496058	13,612549	44,4360
GL132	45,541435	13,751227	44,7028
GL133	45,543475	13,834720	44,9507
GL134	45,548989	13,770483	44,7351
GL135	45,542747	13,867266	45,0730
GL136	45,535271	13,871753	45,0745
GL137	45,579097	13,912117	45,2771
GL138	45,550029	13,875327	45,1065
GL139	45,741061	13,864949	45,2940
GL141	45,755165	13,844810	45,1744
GL143	45,912995	13,667960	45,0361
GL144	45,897714	13,688311	45,0617
GL145	45,851113	13,803984	45,2442
GL146	45,875902	13,757999	45,1947
GL150	45,700263	13,990252	45,5642
GL151	45,687491	13,978630	45,5200
GL152	45,705774	14,000780	45,5975
GL153	45,713915	14,005002	45,6058
GL154	45,713932	14,023279	45,6374
GL155	45,821304	14,243075	46,2575
GL156	45,820792	14,236390	46,2761
GL157	45,773010	14,206670	46,1428
GL158	45,799791	14,236743	46,2213
GL159	45,771483	14,196489	46,1046
GL160	45,750700	14,055332	45,8293
GL164	45,764712	14,124641	45,9696
GL165	45,773250	14,143791	45,9849
GL166	45,770487	14,184489	46,0433
GL167	45,776930	14,155216	46,0323
GL168	45,762189	14,110676	45,9241
GL169	45,827621	14,249957	46,2930
GL170	45,844341	14,251037	46,3868
GL171	45,869849	14,216628	46,4242
GL172	45,900839	14,200795	46,3517
GL173	45,911490	14,205417	46,3644
GL175	45,916264	14,223980	46,3697
GL178	45,944891	14,246738	46,4109
GL180	45,882987	14,203888	46,3356

GL181	45,894380	14,191073	46,3772
GL182	45,921213	14,141186	46,3659
GL183	45,934575	14,131087	46,3616
GL184	45,942088	14,121317	46,3699
GL186	45,963659	14,084956	46,4334
GL187	45,969621	14,063230	46,4128
GL188	45,957873	14,091955	46,3980
GL189	45,998969	14,034217	46,4219
GL190	45,990360	14,035686	46,3934
GL191	46,001887	14,028439	46,3828
GL192	46,145343	13,766742	46,5955
GL193	46,205821	13,959631	47,2889
GL194	46,161434	13,826872	46,8312
GL195	46,159614	13,783394	46,7386
GL196	46,151465	13,857410	46,8531
GL197	46,211526	13,968878	47,3046
GL198	45,948150	13,707258	45,3529
GL199	45,957009	13,675590	45,2865
GL200	45,933128	13,734860	45,3596
GL201	45,890172	13,816541	45,3849
GL202	45,888252	13,863398	45,4995
GL203	45,887306	13,897231	45,5655
GL204	45,880912	13,998914	45,9761
GL205	45,876345	14,010257	45,9691
GL206	45,882145	13,945471	45,7580
GL207	45,883766	13,932440	45,6881
GL208	45,870500	14,037136	46,0673
GL209	45,881290	14,158051	46,3199
GL211	45,781005	14,388837	46,4785
GL212	45,760163	14,463844	46,5297
GL227	45,820068	14,289884	46,3624
GL228	45,768087	14,523765	46,5969
GL242	45,764286	14,630023	46,5288
GL243	45,764285	14,696930	46,4482
GL245	45,765443	14,586063	46,5714
GL252	46,209331	13,635016	46,8880
GL253	46,202191	13,684551	46,8859
GL260	46,183295	13,712881	46,7772
GL261	46,337018	13,643641	47,8871
GL262	46,340772	13,653928	47,9486
GL263	46,333031	13,541314	47,7761
GL264	46,337914	13,558667	47,8016
GL265	46,343531	13,574252	47,9158
GL266	46,366421	13,721004	48,2083
GL277	45,974988	14,617714	46,3263
GL278	45,956630	14,651753	46,3267
GL279	45,947155	14,682088	46,3251
GL281	45,977864	14,605408	46,3131
GL282	45,975948	14,612067	46,3162
GL283	45,999033	14,554883	46,3596
GL285	46,018276	14,390195	46,4025
GL286	46,005929	14,354399	46,4124

GL287	45,987116	14,318685	46,3917
GL288	45,958790	14,289431	46,4232
GL289	46,230384	14,354200	46,8112
GL290	46,239017	14,348697	46,8463
GL291	46,243233	14,354899	46,8352
GL296	46,280372	14,294226	47,0636
GL297	46,293317	14,280306	47,0995
GL298	46,299831	14,278007	47,1204
GL300	46,312624	14,239495	47,2096
GL302	46,320224	14,229912	47,2375
GL304	46,335648	14,218496	47,3217
GL305	46,340901	14,187268	47,3676
GL307	46,355411	14,172307	47,4244
GL309	46,361137	14,159215	47,4449
GL310	46,363585	14,152560	47,4704
GL311	46,364308	14,144777	47,5000
GL313	46,403270	15,179107	47,0441
GL321	46,604138	15,068009	47,5247
GL322	46,605304	15,110646	47,4695
GL323	46,593857	15,126224	47,4050
GL324	46,593696	15,158601	47,3686
GL325	46,611773	15,188187	47,3524
GL326	46,602599	15,206887	47,3320
GL327	46,595901	15,223315	47,3091
GL328	46,599822	15,248569	47,2801
GL329	46,587615	15,268849	47,2937
GL330	46,586519	15,280183	47,2789
GL331	46,587815	15,300284	47,2704
GL332	46,589094	15,319308	47,2329
GL333	46,591926	15,334067	47,2052
GL334	46,582072	15,352678	47,2095
GL335	46,574815	15,406608	47,1254
GL336	46,562932	15,431309	47,0691
GL337	46,559313	15,454355	46,9931
GL338	46,549564	15,453016	47,0405
GL339	46,534232	15,492547	46,9332
GL340	46,543300	15,510294	46,8738
GL341	46,557641	15,553985	46,7471
GL342	46,558847	15,582949	46,6466
GL343	46,557553	15,621229	46,5316
GL344	46,569326	15,658205	46,3610
GL345	46,576996	15,657602	46,4086
GL346	46,586453	15,664680	46,4018
GL347	46,595094	15,676623	46,3399
GL348	46,570313	15,759469	46,0730
GL349	46,568405	15,768480	46,0796
GL350	46,567999	15,779591	46,0616
GL351	46,576147	15,830137	45,9698
GL352	46,580194	15,861701	45,8939
GL353	46,579029	15,876634	45,8760
GL354	46,607138	15,891166	45,8618
GL355	46,669880	15,947059	45,7280

GL356	46,681220	15,971005	45,7670
GL357	46,679839	15,988267	45,7260
GL358	46,671841	15,994642	45,6997
GL359	46,653975	16,022458	45,6047
GL360	46,648573	16,029200	45,6067
GL361	46,642599	16,037910	45,5763
GL362	46,654029	16,058495	45,5138
GL363	46,653480	16,094194	45,5028
GL364	46,647034	16,109545	45,4630
GL365	46,655916	16,155749	45,3701
GL366	46,656889	16,157491	45,3660
GL367	46,662664	16,160984	45,3676
GL368	46,663633	16,164985	45,3594
GL369	46,666892	16,176414	45,3199
GL370	46,671232	16,180053	45,3323
GL371	46,684697	16,182420	45,3770
GL372	46,685334	16,218280	45,2922
GL373	46,683333	16,233334	45,1674
GL374	46,681226	16,244447	45,2440
GL375	46,672017	16,279699	45,1684
GL376	46,661516	16,325792	45,1042
GL377	46,651226	16,350385	45,0539
GL378	46,646335	16,363870	45,0201
GL379	46,626880	16,388641	44,9997
GL380	46,616793	16,402585	44,9749
GL381	46,609090	16,412907	44,9522
GL382	46,599704	16,423983	44,9505
GL383	46,583743	16,447298	44,9397
GL384	46,578359	16,446218	44,9435
GL385	46,567417	16,450689	44,9194
GL386	46,563523	16,452928	44,9323
GL387	46,552423	16,428824	44,9619
GL388	46,552080	16,420759	44,9860
GL389	46,555469	16,409487	44,9667
GL390	46,555791	16,392602	44,9906
GL391	46,553855	16,383068	45,0079
GL392	46,520027	16,273452	45,1424
GL393	46,520025	16,262833	45,1655
GL394	46,514880	16,244185	45,1986
GL395	46,510610	16,224161	45,2201
GL396	46,498490	16,157674	45,3343
GL397	46,500906	16,155280	45,2980
GL398	46,489980	16,151001	45,3362
GL399	46,484196	16,151698	45,3646
GL400	46,472748	16,155460	45,3699
GL401	46,422769	15,182723	47,0840
GL402	46,446271	15,178117	47,1471
GL403	46,449027	15,164807	47,1400
GL404	46,452555	15,155978	47,1390
GL405	46,461660	15,134805	47,1611
GL406	46,484258	15,113588	47,1846
GL407	46,490110	15,104200	47,2120

GL408	46,498151	15,095403	47,2363
GL409	46,548515	15,049572	47,3757
GL410	46,541792	15,065208	47,3544
GL411	46,529153	15,077689	47,3181
GL412	46,580738	15,024413	47,4530
GL413	46,592547	15,154610	47,3965
GL414	46,268120	15,093325	46,5362
GL415	46,274481	15,087639	46,5542
GL416	46,280033	15,056030	46,6182
GL417	46,290783	15,050043	46,6461
GL418	46,306316	15,032453	46,7217
GL419	46,330908	15,097243	46,7077
GL420	46,340953	15,103612	46,7594
GL421	46,338848	15,112153	46,7223
GL422	46,348530	15,108602	46,7742
GL423	46,366668	14,126181	47,4554
GL424	46,368509	14,118729	47,5411
GL426	46,369489	14,112338	47,5576
GL427	46,370301	14,104497	47,5534
GL428	46,369733	14,107111	47,5761
GL429	46,359680	14,099000	47,5485
GL430	46,357274	14,092529	47,5818
GL432	46,351490	14,078170	47,6197
GL433	46,349830	14,070287	47,6782
GL434	46,348442	14,064278	47,6637
GL435	46,346139	14,061558	47,6861
GL436	46,338296	14,060459	47,6979
GL437	46,331874	14,060022	47,6782
GL438	46,324179	14,057765	47,6940
GL439	46,320409	14,059522	47,6589
GL440	46,315856	14,062443	47,6221
GL442	46,291672	14,033931	47,6105
GL443	46,285072	14,021878	47,6277
GL444	46,288468	14,011114	47,6381
GL445	46,289020	14,002395	47,6421
GL446	46,288450	13,992967	47,6629
GL448	46,281718	13,968511	47,6484
GL449	46,279283	13,960549	47,6166
GL450	46,274102	13,958936	47,5844
GL451	46,268888	13,958665	47,6054
GL452	46,368709	14,153352	47,5054
GL454	46,388933	14,141438	47,6023
GL455	46,395172	14,137537	47,6495
GL457	46,409817	14,130193	47,7407
GL459	46,417727	14,109157	47,7666
GL460	46,423243	14,101731	47,8084
GL461	46,426724	14,088762	47,7980
GL462	46,428705	14,078763	47,8404
GL464	46,432885	14,061969	47,8888
GL465	46,436563	14,055655	47,9028
GL466	46,438895	14,047164	47,9199
GL467	46,441650	14,038519	47,9418

GL469	46,447590	14,020958	47,9776
GL477	46,466105	13,937312	48,2301
GL479	46,470258	13,920161	48,2444
GL480	46,475874	13,907630	48,2083
GL481	46,475351	13,899534	48,2955
GL484	46,458489	15,647859	46,2835
GL485	46,452560	15,641514	46,2899
GL486	46,486258	15,651954	46,3280
GL487	46,509144	15,653020	45,9950
GL488	46,402362	15,593200	46,2764
GL489	46,234031	15,268916	46,3251
GL490	46,250288	15,279957	46,3329
GL491	46,229080	15,263111	46,3678
GL492	46,299044	15,301490	46,4544
GL493	46,331015	15,317728	46,5935
GL495	46,316689	15,316394	46,5371
GL496	46,338795	15,325074	46,6659
GL497	46,340153	15,426769	46,4728
GL498	46,341908	15,470753	46,3590
GL499	46,369022	15,512272	46,3408
GL500	46,370907	15,524392	46,3367
GL501	46,330908	15,097243	46,7077
GL502	46,340953	15,103612	46,7594
GL503	46,338848	15,112153	46,7223
GL504	46,348530	15,108602	46,7742
GL505	46,587098	15,024884	47,4773
GL506	46,589443	15,023383	47,4843
GL507	46,589442	15,021570	47,4806
GL508	46,589992	15,019309	47,4990
GL509	46,591038	15,014262	47,5084
GL510	46,596254	15,001904	47,5214
GL511	46,598135	14,995779	47,5092
GL512	46,603515	14,986276	47,5119
GL513	46,573566	15,020994	47,4448
GL514	46,567819	15,010829	47,4429
GL515	46,567819	15,010829	47,4433
GL516	46,561562	14,997099	47,4562
GL517	46,557529	14,988950	47,4507
GL518	46,550495	14,987129	47,4574
GL519	46,547151	14,966032	47,4589
GL520	46,543676	14,960337	47,4750
GL521	46,543268	14,950497	47,4707
GL522	46,544696	14,932119	47,5133
GL523	46,546318	14,922313	47,5211
GL524	46,544755	14,914440	47,5190
GL525	46,542593	14,911836	47,5220
GL526	46,546669	14,898463	47,5350
GL527	46,548535	14,894068	47,5641
GL528	46,546763	14,882452	47,5634
GL529	46,546162	14,869435	47,5547
GL530	46,550568	14,863897	47,5574
GL531	46,554147	14,859692	47,5305



GL532	46,556027	14,858264	47,5467
GL533	46,557122	14,855860	47,5674
GL534	46,561544	14,849777	47,5594
GL535	46,706412	15,785448	46,1512
GL536	46,706412	15,785448	46,1517
GL537	46,706412	15,785448	46,1503
GL538	46,709875	15,792512	46,1517
GL539	46,705964	15,816470	46,1071
GL540	46,705964	15,816470	46,1067
GL541	46,701728	15,829144	46,0543
GL542	46,697149	15,841657	46,0231
GL543	46,695439	15,856567	46,0021
GL544	46,694462	15,866875	45,9843
GL545	46,696707	15,873894	45,9748
GL546	46,696139	15,886135	45,9433
GL547	46,696762	15,895943	45,9213
GL548	46,697590	15,909835	45,8968
GL549	46,697590	15,909835	45,8962
GL550	46,694228	15,919609	45,8441
GL551	46,690705	15,937685	45,8362
GL552	46,690705	15,937685	45,8357
GL553	46,686921	15,945598	45,7784
GL554	46,680839	15,969312	45,7367
GL555	46,479985	13,862428	48,3638
GL557	46,482833	13,849080	48,3365
GL558	46,482246	13,837757	48,3968
GL560	46,487435	13,810769	48,3948
GL564	46,488134	13,774236	48,4116
GL565	46,490101	13,762066	48,4491
GL567	46,495966	13,725418	48,4509
GL568	46,498057	13,716452	48,4203
GL569	46,497239	13,706374	48,4397
GL571	45,921858	15,591170	45,8354
GL572	45,914363	15,590398	45,8246
GL573	45,911776	15,590476	45,8237
GL574	45,901982	15,593012	45,8412
GL575	45,893817	15,591643	45,8618
GL576	45,891851	15,576700	45,8892
GL577	45,891449	15,571061	45,9115
GL578	45,890272	15,559991	45,9284
GL579	45,888120	15,548010	45,9152
GL580	45,887564	15,544145	45,8912
GL581	45,885714	15,530483	45,9196
GL582	45,884643	15,523326	45,9230
GL583	45,884321	15,519813	45,9206
GL584	45,882207	15,505336	45,9307
GL585	45,882159	15,477405	45,9703
GL586	45,879439	15,472273	45,9429
GL587	45,868032	15,451468	45,9711
GL588	45,864407	15,444877	46,0198
GL589	45,850399	15,419758	46,0286
GL590	45,853110	15,409947	46,0446

GL591	45,858607	15,400000	46,0000
GL592	45,863731	15,400539	46,0088
GL593	45,869165	15,386881	46,0145
GL594	45,877558	15,381372	45,9903
GL595	45,881303	15,379024	45,9804
GL596	45,879447	15,362074	46,0012
GL597	45,876164	15,327685	46,0177
GL598	45,874676	15,305594	46,0375
GL599	45,856530	15,254810	46,0399
GL600	45,851803	15,253538	46,0455
GL601	45,846322	15,247411	46,0783
GL602	45,839645	15,236427	46,0888
GL603	45,833401	15,217976	46,0828
GL604	45,833626	15,209601	46,0769
GL605	45,812981	15,173805	46,0983
GL606	45,808563	15,164629	46,0737
GL607	45,589443	15,219503	45,8752
GL608	45,599527	15,230774	45,8860
GL609	45,605049	15,238695	45,8656
GL610	45,610814	15,243368	45,8900
GL611	45,614164	15,246149	45,8928
GL613	45,628094	15,295391	45,8982
GL614	45,616963	15,277512	45,8720
GL615	45,610898	15,256598	45,8726
GL616	45,708292	15,237751	46,2335
GL617	45,704576	15,245127	46,2163
GL618	45,724441	15,234091	46,2676
GL619	45,716408	15,230115	46,2529
GL620	45,701753	15,252555	46,2033
GL621	45,690696	15,265843	46,1645
GL622	45,689230	15,273593	46,1404
GL623	45,675439	15,284958	46,0678
GL624	45,668615	15,290120	46,0274
GL625	45,653567	15,298948	45,9547
GL630	45,979632	13,655119	45,3681
GL631	45,992296	13,643163	45,4101
GL633	46,003171	13,631217	45,4359
GL635	45,983702	13,656292	45,3994
GL636	46,015604	13,609722	45,4685
GL637	46,028139	13,597890	45,4865
GL638	46,033629	13,598940	45,5113
GL639	46,038988	13,593101	45,5193
GL641	46,053041	13,613296	45,6319
GL642	46,054022	13,620434	45,6811
GL643	46,059819	13,629609	45,7654
GL644	46,075743	13,631292	45,8364
GL646	46,086431	13,632056	45,9320
GL647	46,091909	13,635751	45,9540
GL649	46,100834	13,649498	46,0535
GL651	46,113944	13,688667	46,2588
GL652	46,136252	13,720422	46,4554
GL653	46,142398	13,716222	46,4575

GL654	46,140178	13,719585	46,4743
GL655	46,150000	13,734877	46,6180
GL656	46,121403	15,598872	46,0186
GL657	46,108396	15,603329	45,9951
GL658	46,096802	15,618175	45,9841
GL659	46,090581	15,618088	45,9764
GL660	46,056150	15,662757	45,9235
GL661	46,018010	15,691737	45,8373
GL662	46,000122	15,693086	45,7980
GL663	46,007239	15,690259	45,8018
GL664	46,219259	15,335168	46,3066
GL665	46,167307	15,603351	46,0525
GL706	46,229768	15,290705	46,3264
GL707	46,229473	15,295683	46,3003
GL708	46,222341	15,321108	46,3046
GL709	46,219035	15,353480	46,2775
GL715	45,841821	15,115603	46,1302
GL716	45,845156	15,109745	46,1506
GL717	45,854972	15,097037	46,1506
GL718	45,862084	15,097500	46,1510
GL719	45,866669	15,091113	46,1693
GL720	45,871051	15,078314	46,1711
GL721	45,877545	15,076034	46,1720
GL722	45,882876	15,071068	46,2001
GL723	45,883939	15,062603	46,1592
GL724	45,887050	15,054474	46,2130
GL725	45,894120	15,045973	46,1774
GL726	45,898170	15,041895	46,1835
GL727	45,903015	15,037195	46,1494
GL728	45,905774	15,026727	46,2024
GL729	45,908009	15,001224	46,2030
GL730	45,908136	14,991299	46,2007
GL731	45,912796	14,980311	46,2046
GL732	45,920202	14,978796	46,2056
GL733	45,925996	14,973424	46,2128
GL734	45,930678	14,969175	46,2171
GL735	45,935250	14,967991	46,2292
GL736	45,937065	14,962261	46,3120
GL737	45,940410	14,954921	46,2502
GL738	45,940330	14,944396	46,2329
GL739	45,936525	14,931821	46,2474
GL740	45,938268	14,916984	46,2625
GL741	45,940846	14,907391	46,2673
GL742	45,945760	14,904271	46,2783
GL743	45,940459	14,856432	46,2827
GL744	45,938235	14,843391	46,2953
GL745	45,936032	14,837195	46,2892
GL746	45,935054	14,829476	46,2882
GL747	45,937025	14,820242	46,2979
GL748	45,937979	14,811788	46,2992
GL749	45,939459	14,804728	46,3112
GL750	45,938582	14,792814	46,3176

---

GL751	45,941166	14,780314	46,3343
GL752	45,947157	14,767470	46,3400
GL753	45,952274	14,756247	46,3457
GL754	45,958074	14,742332	46,3698
GL755	45,952622	14,728580	46,4120
GL756	45,945059	14,723349	46,3791
GL757	45,938194	14,719060	46,3593
GL758	45,939621	14,707472	46,3368
GL759	45,938682	14,701223	46,3515
GL760	45,936934	14,692550	46,3426
GL761	45,940354	14,685086	46,3347
GL762	45,804491	15,167521	46,1091
GL763	45,801044	15,171084	46,1164
GL764	45,792023	15,179228	46,1015
GL765	45,777801	15,180546	46,1107
GL766	45,772322	15,190411	46,1180
GL767	45,760325	15,201316	46,1953
GL768	45,751111	15,202053	46,1782
GL769	45,735489	15,223703	46,2551
GL770	45,732229	15,228517	46,2849
GL771	45,716718	15,229848	46,3162
GL772	45,708292	15,237750	46,2790
GL773	45,704576	15,245127	46,2753
GL774	45,912257	15,616825	45,8058
GL775	45,917586	15,630577	45,7703
GL776	45,923121	15,634735	45,8146
GL778	45,941433	15,652952	45,7921
GL780	45,950739	15,669718	45,7708
GL781	45,955820	15,679824	45,7280
GL785	45,981150	15,697680	45,7309

## PRILOGA B: IZHODNA DATOTEKA PROGRAMA ZA TRANSFORMACIJO GEOIDNIH VIŠIN

```
#####  
# #  
# Program CMPGPS: #  
# ===== #  
# #  
# No, of stations read: 597 #  
# No, of stations skipped (undefined undulations): 0 #  
# No, of stations accepted: 597 #  
# No, of stations accepted having no flag: 589 #  
# No, of stations accepted having a flag: 8 #  
# #  
#####  
*****  
Undulations for stations without error flag:  
=====
```

Note: Stations without flag are used for the computation  
of the fit parameters,

N[GPS],,, GPS undulation  
N[GRV],,, gravimetric undulation  
N[GR\_B],,, gravimetric undulation after bias correction  
N[GR\_BT],,, gravimetric undulation after bias+tilt correction

```
-----  
No, Station Latitude Longitude N[GPS] N[GRV] N[GR_B] N[GR_BT]  
-----  
1 GL001 46,189487 14,888640 46,764 47,113 46,770 46,769  
2 GL002 46,207373 14,896680 46,776 47,161 46,817 46,816  
3 GL003 46,209184 14,912010 46,795 47,146 46,802 46,802  
4 GL004 46,212485 14,918890 46,801 47,144 46,801 46,800  
5 GL005 46,240422 14,948218 46,789 47,124 46,781 46,780  
6 GL006 46,245844 14,952977 46,756 47,123 46,780 46,779  
7 GL007 46,248897 14,988622 46,699 47,042 46,699 46,698
```

8	GL008	46,248158	15,000766	46,666	47,015	46,672	46,671
9	GL009	46,247483	15,008948	46,665	46,998	46,655	46,655
10	GL010	46,248411	15,022793	46,645	46,974	46,631	46,631
...							
579	GL770	45,732229	15,228517	46,285	46,549	46,206	46,230
580	GL771	45,716718	15,229848	46,316	46,544	46,201	46,226
581	GL772	45,708292	15,237750	46,279	46,528	46,184	46,210
582	GL773	45,704576	15,245127	46,275	46,517	46,174	46,200
583	GL774	45,912257	15,616825	45,806	46,120	45,777	45,801
584	GL775	45,917586	15,630577	45,770	46,102	45,758	45,782
585	GL776	45,923121	15,634735	45,815	46,093	45,750	45,774
586	GL778	45,941433	15,652952	45,792	46,073	45,730	45,754
587	GL780	45,950739	15,669718	45,771	46,063	45,720	45,743
588	GL781	45,955820	15,679824	45,728	46,056	45,713	45,736
589	GL785	45,981150	15,697680	45,731	46,074	45,731	45,754

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

Undulations for stations with error flag:

=====

Note: Stations with flag are used only for the comparisons

but not for the computation of the fit parameters,

N[GPS],,, GPS undulation

N[GRV],,, gravimetric undulation

N[GR\_B],,, gravimetric undulation after bias correction

N[GR\_BT],,, gravimetric undulation after bias+tilt correction

-----  
No, Station Latitude Longitude N[GPS] N[GRV] N[GR\_B] N[GR\_BT]  
-----

1	GL128	45,525040	13,610368	44,349	44,805	44,462	44,464
2	GL197	46,211526	13,968878	47,305	47,773	47,430	47,412
3	GL261	46,337018	13,643641	47,887	48,456	48,113	48,083
4	GL262	46,340772	13,653928	47,949	48,515	48,172	48,143
5	GL266	46,366421	13,721004	48,208	48,802	48,458	48,429
6	GL373	46,683333	16,233334	45,167	45,626	45,283	45,287

```
7 GL480      46,475874  13,907630  48,208  48,697  48,353  48,323
8 GL487      46,509144  15,653020  45,995  46,663  46,319  46,320
```

```
*****
*****
```

Discrepancies/residuals for stations without flag:

```
=====
```

Note: Stations without flag are used for the computation  
of the fit parameters,

dn0,, discrepancies before fit (N[GPS]-N[GRV])

dn1,, residuals after bias fit (N[GPS]-N[GR\_B])

dn2,, residuals after bias+tilt fit (N[GPS]-N[GR\_BT])

```
-----
```

No,	Station	Latitude	Longitude	dn0	dn1	dn2
-----	---------	----------	-----------	-----	-----	-----

```
-----
```

1	GL001	46,189487	14,888640	-0,349	-0,006	-0,006
2	GL002	46,207373	14,896680	-0,384	-0,041	-0,040
3	GL003	46,209184	14,912010	-0,350	-0,007	-0,006
4	GL004	46,212485	14,918890	-0,343	-0,000	0,001
5	GL005	46,240422	14,948218	-0,335	0,008	0,009
6	GL006	46,245844	14,952977	-0,367	-0,024	-0,023
7	GL007	46,248897	14,988622	-0,343	0,001	0,002
8	GL008	46,248158	15,000766	-0,348	-0,005	-0,004
9	GL009	46,247483	15,008948	-0,333	0,010	0,010
10	GL010	46,248411	15,022793	-0,330	0,014	0,014
...						
579	GL770	45,732229	15,228517	-0,264	0,079	0,055
580	GL771	45,716718	15,229848	-0,228	0,115	0,091
581	GL772	45,708292	15,237750	-0,249	0,095	0,069
582	GL773	45,704576	15,245127	-0,242	0,101	0,076
583	GL774	45,912257	15,616825	-0,315	0,029	0,004
584	GL775	45,917586	15,630577	-0,331	0,012	-0,012
585	GL776	45,923121	15,634735	-0,278	0,065	0,041
586	GL778	45,941433	15,652952	-0,281	0,062	0,038
587	GL780	45,950739	15,669718	-0,292	0,051	0,028

588	GL781	45,955820	15,679824	-0,328	0,015	-0,008
589	GL785	45,981150	15,697680	-0,343	0,000	-0,023

-----

Statistics of differences (stations without flag):

=====

No, of differences:	589	589	589
Mean difference:	-0,343	-0,000	-0,000
RMS difference:	0,345	0,030	0,026
Std, dev, of differences:	0,030	0,030	0,026
Min, difference:	-0,454	-0,110	-0,090
Max, difference:	-0,228	0,115	0,094

-----

Adjusted fit parameter (bias fit):

=====

-----

Adjusted bias (m):	-0,343+-	0,001
--------------------	----------	-------

-----

Corresp, approx, to shift par, X0 (m):	-0,229+-	0,001
----------------------------------------	----------	-------

Corresp, approx, to shift par, Y0 (m):	-0,061+-	0,000
----------------------------------------	----------	-------

Corresp, approx, to shift par, Z0 (m):	-0,248+-	0,001
----------------------------------------	----------	-------

-----

Adjusted fit parameters (bias+tilt fit):

=====

-----

Standard deviation of weight unit:	0,027
------------------------------------	-------

-----

Adjusted shift parameter X0 (m):	0,971+-	0,131
----------------------------------	---------	-------

Adjusted shift parameter Y0 (m):	1,842+-	0,151
----------------------------------	---------	-------

Adjusted shift parameter Z0 (m):	-1,831+-	0,141
----------------------------------	----------	-------

-----

NS tilt resp, deflect, chg, in P0 ("):	0,07397+-	0,0066
----------------------------------------	-----------	--------

EW tilt resp, deflect, chg, in P0 ("):	-0,04945+-	0,0044
----------------------------------------	------------	--------

Bias resp, undulation chg, in P0 (m):	-0,343+-	0,001
---------------------------------------	----------	-------

-----



NS tilt (ppm resp, m/1000 km):                    0,359+-    0,032

EW tilt (ppm resp, m/1000 km):                    -0,240+-    0,021

-----  
 Coord, of center of gravity point P0:        46,20477  14,95053

\*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\*

Discrepancies/residuals for stations with flag:

=====

Note:    Stations with flag are used only for the comparisons

but not for the computation of the fit parameters,

dn0,,    discrepancies before fit (N[GPS]-N[GRV])

dn1,,    residuals after bias fit (N[GPS]-N[GR\_B])

dn2,,    residuals after bias+tilt fit (N[GPS]-N[GR\_BT])

-----

No,	Station	Latitude	Longitude	dn0	dn1	dn2
1	GL128	45,525040	13,610368	-0,457	-0,114	-0,116
2	GL197	46,211526	13,968878	-0,469	-0,125	-0,107
3	GL261	46,337018	13,643641	-0,569	-0,226	-0,196
4	GL262	46,340772	13,653928	-0,567	-0,223	-0,194
5	GL266	46,366421	13,721004	-0,593	-0,250	-0,221
6	GL373	46,683333	16,233334	-0,458	-0,115	-0,119
7	GL480	46,475874	13,907630	-0,488	-0,145	-0,115
8	GL487	46,509144	15,653020	-0,668	-0,324	-0,325

-----

Statistics of differences (stations with flag):

=====

No, of differences:	8	8	8
Mean difference:	-0,534	-0,190	-0,174
RMS difference:	0,538	0,204	0,188
Std, dev, of differences:	0,077	0,077	0,076
Min, difference:	-0,668	-0,324	-0,325
Max, difference:	-0,457	-0,114	-0,107

-----

## Statistics of differences (all stations):

```
=====
No, of differences:           597      597      597
Mean difference:              -0,346  -0,003  -0,002
RMS difference:               0,348   0,038   0,034
Std, dev, of differences:     0,038   0,038   0,034
Min, difference:              -0,668  -0,324  -0,325
Max, difference:              -0,228   0,115   0,094
```

```
*****
```