

Univerza  
v Ljubljani

Fakulteta  
za gradbeništvo  
in geodezijo



Jamova cesta 2  
1000 Ljubljana, Slovenija  
<http://www3.fgg.uni-lj.si/>

**DRUGG** – Digitalni repozitorij UL FGG  
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

To je izvirna različica zaključnega dela.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujete na bibliografske podatke, kot je navedeno:

Stiplošek, M., 2014. Določitev parametrov in analiza kakovosti izdelave modelov stožcev. Diplomski naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. (mentor Stopar, B., somentor Urbančič, T.): 45 str.

Datum arhiviranja: 09-06-2014

University  
of Ljubljana

Faculty of  
Civil and Geodetic  
Engineering



Jamova cesta 2  
SI – 1000 Ljubljana, Slovenia  
<http://www3.fgg.uni-lj.si/en/>

**DRUGG** – The Digital Repository  
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

This is original version of final thesis.

When citing, please refer to the publisher's bibliographic information as follows:

Stiplošek, M., 2014. Določitev parametrov in analiza kakovosti izdelave modelov stožcev. B.Sc. Thesis. Ljubljana, University of Ljubljani, Faculty of civil and geodetic engineering. (supervisor Stopar, B., co-supervisor Urbančič, T.): 45 pp.

Archiving Date: 09-06-2014

Univerza  
v Ljubljani

Fakulteta za  
*gradbeništvo in  
geodezijo*



Jamova 2  
1000 Ljubljana, Slovenija  
telefon (01) 47 68 500  
faks (01) 42 50 681  
fgg@fgg.uni-lj.si

UNIVERZITETNI ŠTUDIJSKI  
PROGRAM GEODEZIJA  
SMER GEODEZIJA

Kandidat:

**MATEJ STIPLOŠEK**

**DOLOČITEV PARAMETROV IN ANALIZA  
KAKOVOSTI IZDELAVE MODELOV STOŽCEV**

Diplomska naloga št.: 956/G

**CONE MODELS GEOMETRY CALCULATION AND  
MANUFACTURING QUALITY ANALYSIS**

Graduation thesis No.: 956/G

**Mentor:**

prof. dr. Bojan Stopar

**Predsednik komisije:**

prof. dr. Bojan Stopar

**Somentor:**

asist. Tilen Urbančič

**Član komisije:**

doc. dr. Miran Kuhar

izr. prof. dr. Tomaž Ambrožič

Ljubljana, 30. 05. 2014

## **STRAN ZA POPRAVKE, ERRATA**

**Stran z napako**

**Vrstica z napako**

**Namesto**

**Naj bo**

»Ta stran je namenoma prazna.«

## **IZJAVA O AVTORSTVU**

Podpisani **MATEJ STIPLOŠEK** izjavljam, da sem avtor diplomske naloge z naslovom:  
**»DOLOČITEV PARAMETROV IN ANALIZA KAKOVOSTI IZDELAVE MODELOV  
STOŽCEV«**.

Izjavljam, da je elektronska različica v vsem enaka tiskani različici.

Izjavljam, da dovoljujem objavo elektronske različice v digitalnem repozitoriju.

Ljubljana, maj 2014

Matej Stiplošek

»Ta stran je namenoma prazna.«

## **BIBLIOGRAFSKO – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK**

<b>UDK:</b>	<b>528.3:528.8(043.2)</b>
<b>Avtor:</b>	<b>Matej Stiplošek</b>
<b>Mentor:</b>	<b>prof. dr. Bojan Stopar</b>
<b>Somentor:</b>	<b>asist. Tilen Urbančič</b>
<b>Naslov:</b>	<b>Določitev parametrov in analiza kakovosti izdelave modelov stožcev</b>
<b>Tip dokumenta:</b>	<b>Diplomska naloga – univerzitetni študij</b>
<b>Obseg in oprema:</b>	<b>45 str., 15 pregl., 2 graf., 18 sl., 46 en.</b>
<b>Ključne besede:</b>	<b>model stožca, kontrolne talne tarče, aerolasersko skeniranje, geodetska mikromreža, parametri modela stožca, adicijska konstanta, kontrola kakovosti</b>

### **Izvleček**

Za potrebe georeferenciranja in analizo kakovosti položaja oblaka točk pri aerolaserskem skeniranju lahko uporabimo oslonilne točke v obliki stožcev. Za ocenjevanje kakovosti geometrije in georeferenciranje oblakov točk aerolaserskega skeniranja na podlagi modelov stožcev, ki bodo služili kot kontrolne talne tarče, je potrebno natančno poznavanje parametrov modelov stožcev. V okviru diplomske naloge smo z elektronskim tahimetrom Leica TCRP1201+R1000 izmerili šest modelov stožcev, izračunali njihove parametre, razliko med vrhi in sredino reflektorja ter odstopanje od projektirane oblike. Vzpostavili smo tudi geodetsko mikromrežo, ki je služila kot testno polje pri opazovanju točk na površini plaščev stožcev. Točke na stožcih smo opazovali s polarno metodo, pri čemer smo uporabili možnost merjenja dolžin brez reflektorja. Za izračun koordinat oblakov točk plaščev stožcev, izračun parametrov stožcev, analizo prileganja oblaka točk izdelanim in projektiranim oblikam modelov stožcev, smo izdelali lastno programsko opremo. V nalogi so predstavljeni rezultati izravnave geodetskih mrež, izračuna parametrov stožcev, adicijskih konstant ter odstopanja oblakov točk od modelov stožcev. Ti rezultati bodo v prihodnje uporabljeni pri raziskovalnem področju analize kakovosti geometrije oblakov točk zračnega laserskega skeniranja z uporabo modelov stožcev.

»Ta stran je namenoma prazna.«



## **BIBLIOGRAPHIC – DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRACT**

**UDC:** 528.3:528.8(043.2)  
**Author:** Matej Stiplošek  
**Supervisor:** prof. dr. Bojan Stopar  
**Co-supervisor:** asist. Tilen Urbančič  
**Title:** Cone models geometry calculation and manufacturing quality analysis  
**Document type:** Graduation thesis – University studies  
**Scope and tools:** 45 p., 15 tab., 2 diag., 18 fig., 46 eq.  
**Keywords:** cone model, ground control targets, aerolaser scanning, geodetic microne트워크, cone model parameters, addition constant, quality analysis

### **Abstract**

For the purpose of georeferencing and quality analysis of the position of the point clouds obtained in aerolaser scanning, cones can be used as ground control targets. To evaluate the quality of geometry and point cloud georeferencing, based on cone models as ground control targets, knowing their shapes and parameters is necessary. As part of graduation thesis we measured six cone models with electronic total station Leica TCRP1201 + R1000, calculated their parameters, distances between cone tops and center of reflector and we determined differences between actual models and designed shapes. We have established a geodetic microne트워크, which was used as a test field for observation points on the surface of the cones. For points observation we used a polar method, distances were measured with reflectorless technique. We developed our own software, which was used for calculations. In graduation thesis we present the results of adjustment of geodetic networks, calculation of cone parameters, addition constant and deviation of point clouds. The results will be used for further analysis which includes quality of point cloud geometry in airborne laser scanning, using cone models.

»Ta stran je namenoma prazna.«

## **ZAHVALA**

Hvala somentorju asist. Tilnu Urbančiču, ki me je navdušil za izbiro teme diplomske naloge in z nasveti ter strokovno pomočjo pripomogel k uspešnemu zaključku diplomskega dela. Hvala za porabljen čas in prijateljski odnos.

Hvala mentorju prof. dr. Bojanu Stoparju, za popravke, koristne nasvete, pomoč in spodbudo pri nastajanju diplomske naloge.

Hvala sošolcem in prijateljem za lepa študijska leta, ki sem jih preživel z njimi.

Hvala moji celotni družini. Posebej bi se rad zahvalil staršem, ki so mi omogočili študij in me podpirali pri doseganju zastavljenih ciljev.

Ana, hvala ti za vsak trenutek, ki ga preživim s teboj. Hvala za spodbudne besede, razumevanje in hvala, ker verjameš vame. Rad te imam.

»Ta stran je namenoma prazna.«

## **KAZALO**

Izjava o avtorstvu	III
Bibliografsko – dokumentacijska stran in izvleček	V
Bibliographic – documentalistic information and abstract	VII
Zahvala	IX
<b>1 UVOD</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Motivacija in ideja za izbiro teme diplomske naloge</b>	<b>1</b>
<b>1.2 Opredelitev ciljev</b>	<b>2</b>
<b>1.3 Struktura naloge</b>	<b>2</b>
<b>2 OPIS PROBLEMA IN METODOLOGIJA DELA</b>	<b>3</b>
<b>2.1 Merska in programska oprema</b>	<b>9</b>
<b>3 MATEMATIČNE IN TEORETIČNE OSNOVE</b>	<b>11</b>
<b>3.1 Geodetska mikromreža</b>	<b>11</b>
3.1.1 Metoda izmere mikromreže	12
3.1.2 Izračun sredin merjenih količin	13
3.1.3 Redukcija dolžin	14
3.1.4 Natančnosti merjenih vrednosti	15
3.1.5 Izravnava geodetske mikromreže	17
<b>3.2 Model stožca</b>	<b>18</b>
3.2.1 Metoda izmere detajlnih točk na plašču stožca	19
3.2.2 Redukcija dolžin	20
3.2.3 Ročna izločitev grobo pogrešenih opazovanj	20
3.2.4 Izračun koordinat in natančnosti koordinat merjenih točk na stožcu	20
3.2.5 Izračun in ocena natančnosti parametrov stožca	21
3.2.6 Izračun konstante in ocena natančnosti	27
3.2.7 Odstopanje modelov stožcev od aproksimirane in projektirane oblike	28
3.2.8 Iskanje grobih pogreškov po Baardovi metodi (»data snooping«)	30

---

<b>4</b>	<b>REZULTATI IN NJIHOVA ANALIZA</b>	<b>31</b>
<b>4.1</b>	<b>Rezultati izravnave geodetske mikromreže</b>	<b>31</b>
4.1.1	Rezultati redukcije dolžin in natančnosti merjenih dolžin	31
4.1.2	Rezultati izračunanih natančnosti horizontalnih smeri in zenitnih razdalj	32
4.1.3	Rezultati izravnane geodetske mikromreže	33
<b>4.2</b>	<b>Parametri stožcev</b>	<b>35</b>
4.2.1	Rezultati redukcije dolžin	35
4.2.2	Rezultati natančnosti koordinat merjenih točk na stožcu	35
4.2.3	Izračunani parametri stožca in ocenjena natančnost parametrov	36
4.2.4	Izračun konstante stožca in ocena natančnosti	38
4.2.5	Rezultati po ponovni izravnavi po izločitvi grobih pogreškov po Baardovi metodi	38
4.2.6	Grafični prikaz odstopanj modelov stožca od aproksimirane in projektirane oblike	41
<b>5</b>	<b>ZAKLJUČEK</b>	<b>45</b>
<b>VIRI</b>		<b>46</b>

## KAZALO PREGLEDNIC

<b>Preglednica 1:</b>	Merjene dolžine, popravki, velikosti popravkov in natančnost dolžin v mikromreži vzpostavljeni za izmero stožca 1 .....	31
<b>Preglednica 2:</b>	Natančnosti horizontalnih smeri in natančnost zenitnih razdalj v geodetski mikromreži številka 1 .....	32
<b>Preglednica 3:</b>	Določena koordinata stebra številka 3 geodetske mikromreže .....	33
<b>Preglednica 4:</b>	Približne koordinate točk v geodetski mreži številka 1 .....	33
<b>Preglednica 5:</b>	Rezultati izravnane geodetske mikromreže številka 1 .....	34
<b>Preglednica 6:</b>	Pregled natančnosti koordinat merjenih koordinat točk na plašču stožca .....	36
<b>Preglednica 7:</b>	Približne vrednosti neznank, kot vhodni podatek v izravnavo .....	36
<b>Preglednica 8:</b>	Parametri stožca 1 .....	37
<b>Preglednica 9:</b>	Koordinate vrha stožca 1 .....	37
<b>Preglednica 10:</b>	Konstanta stožca 1 .....	38
<b>Preglednica 11:</b>	Parametri stožca 1 po izločitvi grobih pogreškov .....	40
<b>Preglednica 12:</b>	Koordinate vrha stožca 1 v prostoru po izločitvi grobih pogreškov.....	40
<b>Preglednica 13:</b>	Konstanta stožca 1 po izločitvi grobih pogreškov.....	41
<b>Preglednica 14:</b>	Prikaz karakterističnih odstopanj oblaka točk od aproksimiranega modela stožca 1 .....	43
<b>Preglednica 15:</b>	Prikaz karakterističnih odstopanj oblaka točk od projektiranega modela stožca ...	44

**KAZALO GRAFIKONOV**

<b>Grafikon 1:</b>	a) Porazdelitev odstopanj koordinat $x$ vseh detajlnih točk pred izločitvijo grobo pogrešenih točk po Baardovi metodi. b) Porazdelitev testne statistike $w_i$ (poglavje 3.2.8) za koordinatno komponento $x$ pred izločitvijo grobo pogrešenih točk po Baardovi metodi.....	39
<b>Grafikon 2:</b>	a) Porazdelitev odstopanj koordinat $x$ vseh detajlnih točk po izločitvi grobo pogrešenih točk po Baardovi metodi. b) Porazdelitev testne statistike $w_i$ (poglavje 3.2.8) za koordinatno komponento $x$ po izločitvi grobo pogrešenih točk po Baardovi metodi .....	39



## KAZALO SLIK

<b>Slika 1:</b>	Primer talnih tarč v oblaku točk (Csanyi in Toth, 2005) .....	3
<b>Slika 2:</b>	Predlagana kontrolna talna tarča okrogle oblike (Csanyi in Toth, 2005) .....	4
<b>Slika 3:</b>	Intenzite odbojev laserskega žarka (levo) in referenčni posnetek (desno) (Toth in sod., 2008) .....	5
<b>Slika 4:</b>	Primer prekrivanja oblakov točk dveh snemalnih pasov (Rentsch in Krzystek, 2012) .....	5
<b>Slika 5:</b>	Primer stožca, kot talne tarče za aerolasersko skeniranje .....	6
<b>Slika 6:</b>	Model stožca z manjkajočim delom plašča .....	7
<b>Slika 7:</b>	Poenostavljena shematična predstavitev poteka dela .....	8
<b>Slika 8:</b>	Instrument Leica TPS 1201+R1000 .....	9
<b>Slika 9:</b>	Tloris geodetske mikromreže in postavitve modela stožca .....	11
<b>Slika 10:</b>	Stožec (Urbančič, 2012) .....	18
<b>Slika 11:</b>	Prikaz preseka stožca z ravninama $z=0$ in $y=0$ .....	19
<b>Slika 12:</b>	Primer grobega pogreška .....	20
<b>Slika 13:</b>	Prikaz premika in zasuka oblaka točk v prostor pokončnega stožca .....	22
<b>Slika 14:</b>	Definicija telesnega koordinatnega sistema .....	24
<b>Slika 15:</b>	Parametri konstante stožca .....	28
<b>Slika 16:</b>	Prikaz pravokotne oddaljenosti $d$ točke od modela stožca .....	29
<b>Slika 17:</b>	Grafični prikaz pravokotnih odstopanj oblaka točk od aproksimiranega modela stožca 1 .....	42
<b>Slika 18:</b>	Grafični prikaz pravokotnih odstopanj oblaka točk od projektiranega modela stožca 1 ..	43

»Ta stran je namenoma prazna.«

## 1 UVOD

Z razvojem lidarske tehnologije se je natančnost položaja skeniranih točk pri aerolaserskem skeniranju občutno izboljšala. Za georeferenciranje skeniranih točk se običajno uporablja neposredna metoda, ki združuje GNSS, INS ter LiDAR merilni sistem (Bric, Berk in Triglav Čekada, 2013). V kolikor želimo opraviti kontrolo oz. analizo kakovosti georeferenciranja lidarskih posnetkov in izravnave snemalnih pasov ter izboljšanje absolutne orientacije oblaka točk, pa za oceno kakovosti uporabljamo naravne in umetne talne tarče, ki so izmerjene na terenu (Ressl in sod., 2008). Ena izmed možnih oblik umetne talne tarče je stožec, ki je uporaben predvsem zaradi dobre matematične opisljivosti ter možnosti določitve koordinat vrha v trirazsežnem prostoru. Zaradi enostavnega matematičnega opisa je mogoče stožce v oblaku točk preprosto identificirati (npr. uporaba metode RANSAC (angl. Random Sample And Consensus)) (Fischler in Bolles, 1981) in tako podatke aerolaserskega skeniranja uspešno obdelati tudi z avtomatiziranimi postopki in algoritmi.

Položaj tarče v prostoru običajno določimo z GNSS ali klasično terestrično izmero v obliki geodetske mreže, saj je poznavanje položaja talne tarče potrebno za analizo kakovosti georeferenciranja lidarskih posnetkov.

### 1.1 Motivacija in ideja za izbiro teme diplomske naloge

Na UL FGG so za potrebe ocenjevanja kakovosti geometrije oblakov točk aerolaserskega skeniranja naročili izdelavo šestih modelov stožcev. Modeli stožcev bodo v načrtovani raziskavi uporabljeni kot kontrolne talne tarče. Za zastavljeno nalogo je potrebno predhodno poznati dejansko obliko modelov stožcev. Ker geometrijski center antene GNSS sprejemnika oz. središče reflektorja ni točno v vrhu stožca, moramo poznati tudi konstanto (v nalogi jo imenujemo adicijska konstanta stožca), ki predstavlja razliko med vrhom modela stožca in geometrijskim centrom antene oz. središčem reflektorja. V diplomski nalogi želimo s praktičnimi meritvami z elektronskim tahimetrom Leica TCRP1201+R1000 določiti adicijsko konstanto vseh šestih stožcev ter analizirati odstopanja ploskev stožcev od aproksimiranih modelov ter od projektirane oblike modela.

## 1.2 Opredelitev ciljev

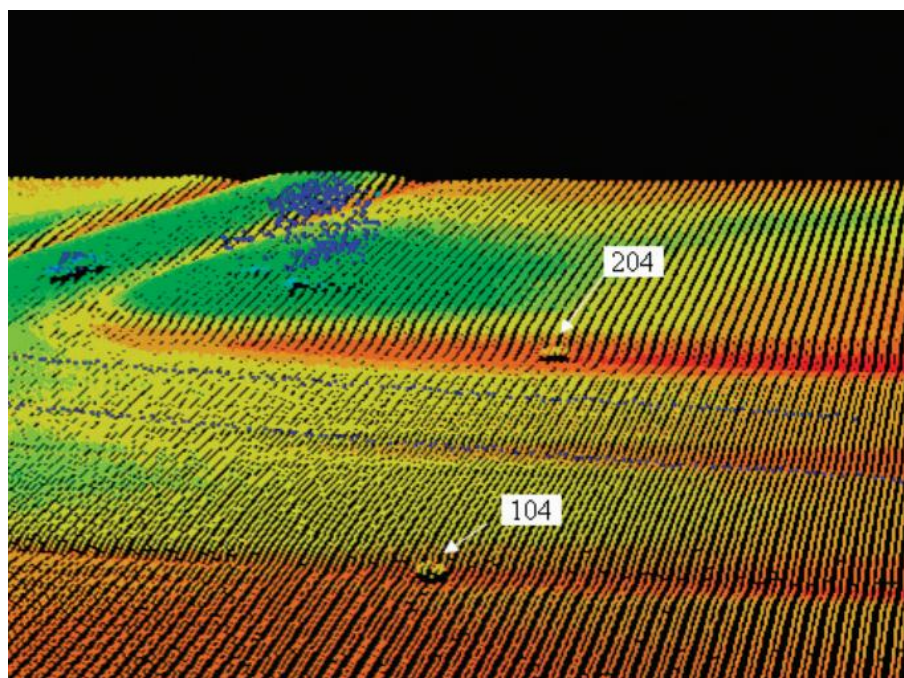
Glavni namen diplomske naloge je bila ocena kakovosti izdelave modelov stožcev. Naš cilj je bil določiti naklonske koeficiente stožcev, koordinate vrhov stožcev ter razlike (adicijske konstante) med vrhovi stožcev in sredino reflektorja oz. geometrijskega centra antene GNSS na posameznem stožcu. Odstopanja oblakov točk od aproksimiranih in projektiranih modelov želimo predstaviti tudi v grafični obliki.

## 1.3 Struktura naloge

Diplomska naloga je razdeljena na šest poglavij. V prvem poglavju je predstavljena ideja za izbiro teme, cilji in struktura naloge. V drugem poglavju so opisane druge možne oblike kontrolnih talnih tarč pri aerolaserskem skeniranju, opis modela stožca, kot možne talne tarče, potek dela in uporabljen instrumentarij. Tretje poglavje zajema matematične in teoretične osnove izmere in izračuna parametrov stožcev, v četrtem pa so predstavljeni rezultati za enega izmed stožcev, to je za stožec številka 1. Peto poglavje je zaključek, v katerem je podan komentar in možne izboljšave. Sledi še šesto poglavje z viri, uporabljenimi v diplomski nalogi. Priloge so na priloženi zgoščenci.

## 2 OPIS PROBLEMA IN METODOLOGIJA DELA

Kljub razvoju lidarskega snemanja, izvajalci še vedno ugotavljajo odstopanja med posameznimi prekrivajočimi se pasovi oblakov točk, ki so posledica neugotovljenih sistematskih pogreškov, kot so na primer nepopolna kalibracija merskega sistema in izravnava snemalnih pasov (Rentsch in Krzystek, 2012). Za analizo kakovosti georeferenciranja oblaka točk lidarskih posnetkov in izravnavo snemalnih pasov ter izboljšanje absolutne orientacije oblaka točk lahko uporabljamo različne oblike talnih tarč, ki morajo biti enostavno prepoznavne v oblaku točk (Slika 1), hkrati pa omogočajo natančno pozicioniranje tako v horizontalni, kot v vertikalni smeri.



Slika 1: Primer talnih tarč v oblaku točk (Csanyi in Toth, 2005)

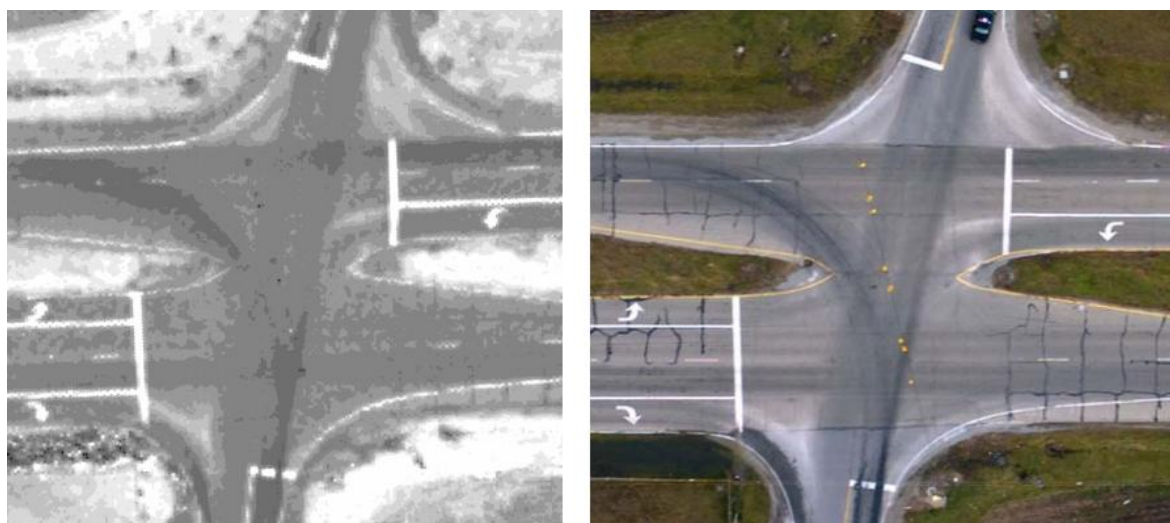
Ker gre v večini primerov za prenosljive tarče, morajo biti takšne tarče izdelane čim bolj ekonomično, njihova montaža pa karseda enostavna. Pri lidarskem snemanju se srečujemo z različnimi vpadnimi koti laserskega žarka in različno gostoto točk, zato je ena izmed predlaganih oblik okrogla kontrolna talna tarča v obliki plošče (Slika 2), ki mora biti med snemanjem nekoliko dvignjena od tal (Csanyi in Toth, 2005).



Slika 2: Predlagana kontrolna talna tarča okrogle oblike (Csanyi in Toth, 2005)

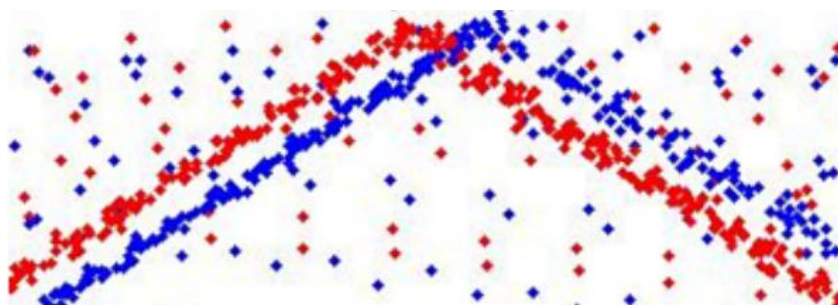
Csanyi in Toth (2005) sta v praksi preizkušala različno velike okrogle tarče (različna velikost in vzorec). Ugotovila sta, da se natančnost georeferenciranja oblaka točk sicer povečuje z večanjem tarče, vendar sta pokazala, da dobimo pri gostoti točk  $5 \text{ točk/m}^2$  in pri polmeru kroga 1 m zadovoljivo natančnost. V praksi se je najbolje izkazala tarča z dvema koncentričnima krogoma (polmer manjšega notranjega kroga znaša polovico polmera velikega zunanjšega kroga), pri čemer je notranji krog bele barve (visoka intenziteta odboja laserskega žarka), zunanji krog pa črne barve (nizka intenziteta odboja laserskega žarka).

Za talne tarče, ki jih uporabimo za geolociranje oblaka točk, so predlagane tudi nekatere že obstoječe karakteristične ploskve. Tako Toth, Paska in Brzezinska (2008) predlagajo uporabo talnih oznak na cestah (črte in ostale oznake) (Slika 3), s katerimi dobimo podobne rezultate, kot če bi uporabili okrogle talne tarče. Takšnih oznak ni potrebno vzpostavljati za namen izmere, saj so na terenu vedno na voljo, potrebno jim je zgolj določiti koordinate. Prepoznavanje talnih oznak temelji na intenziteti odboja laserskega žarka, saj je njihova tekstura drugačna od npr. teksture asfalta in ga je za razliko od okroglih tarč težje avtomatizirati, saj gre za linijske oznake. Pri iskanju cestnih oznak v oblaku točk si pomagamo s poznano lokacijo, kar zoži pas iskanja tarče na 1 m. Za prepoznavanje takšnih talnih oznak se uporabljajo algoritmi prepoznavanja in ujemanja linij.



Slika 3: Intenzite odbojev laserskega žarka (levo) in referenčni posnetek (desno) (Toth in sod., 2008)

Zelo pogosto se za georeferenciranje oblaka točk pri aerolaserskem skeniranju uporabljajo tudi strehe objektov. Takšno metodo sta predlagala in preizkusila Rentsch in Krzystek (2012). Metoda se uporablja za ugotavljanje presekov (Slika 4) in georeferenciranje oblakov točk in je dokaj obsežna in zapletena. Najprej je potrebno izbrati stavbe s primernimi strešnimi površinami, nato je potrebno izločiti točke na strehah iz oblaka posnetih točk (pri čemer lahko uporabimo znane obrise stavb). Ploskve izračunamo na podlagi vseh točk, ki pripadajo določeni ploskvi. Na podlagi izračunanih ploskev je mogoče izračunati parametre transformacije (premike in zasuke) oblaka točk in oblak točk georeferencirati.



Slika 4: Primer prekrivanja oblakov točk dveh snemalnih pasov (Rentsch in Krzystek, 2012)

Možna oblika kontrolne talne tarče pri aerolaserskem skeniranju je tudi stožec (Slika 5). Stožec je mogoče v oblaku točk preprosto najti z avtomatiziranimi metodami, kot je npr. metoda RANSAC (Fischler in Bolles, 1981). Zaradi enolične matematične določitve vrha stožca, pa bi takšna oblika talne tarče lahko omogočila še bolj natančno georeferenciranje oblaka točk, tako v ravninski, kot tudi v višinski smeri.



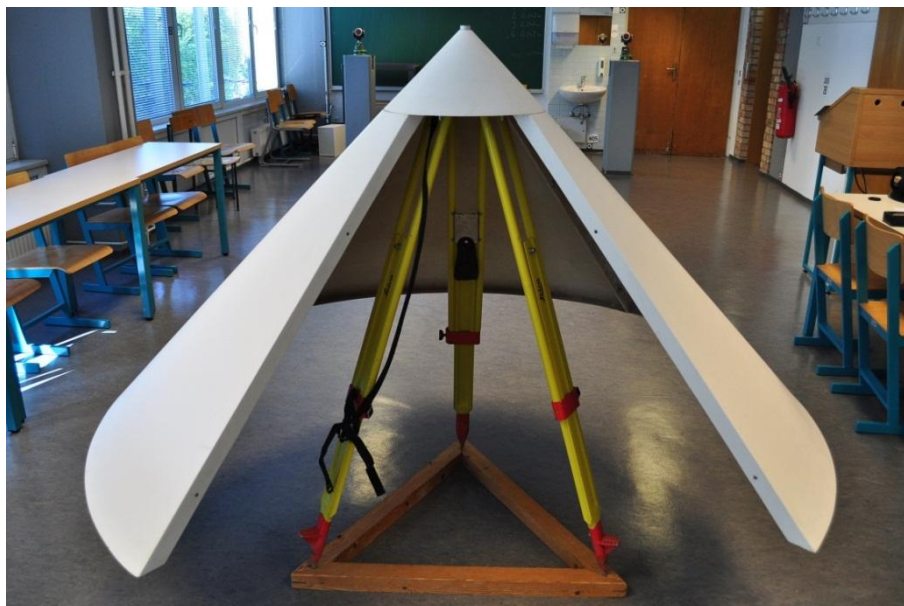
Slika 5: Primer stožca, kot talne tarče za aerolasersko skeniranje

Stožec je geometrijsko telo, ki ga dobimo, če vse točke na krožnici z danim polmerom  $r$  povežemo z vrhom. Za našo nalogo je najbolj uporaben opis stožca s polmerom kroga v ravnini s katero preseka mo stožec polmera  $r$  in naklonskim koeficientom linearne funkcije  $k$  (naklonski koeficient premice, ki jo dobimo, če stožec preseka mo z ravnino  $y=0$ ), iz katerega lahko izračunamo kot med plaščem stožca in ravnino s katero je stožec presekan.

V okviru diplomske naloge smo določali parametre in adicijsko konstanto šestim modelom stožcev. Projektiran model stožca ima naklon  $45^\circ$ , višino 1m, največji polmer pa znaša 1m. Model je izdelan iz modelarske epoxy smole. Sestavlja ga 5 delov – fiksni »vrh« in 4 montažni deli plašča stožca, ki jih pritrdimo na »vrh« in fiksiramo med seboj s pomočjo vijakov in matic. Na sliki 6 je z namenom lažje predstave prikazan postavljen stožec brez enega pritrjenega dela plašča.

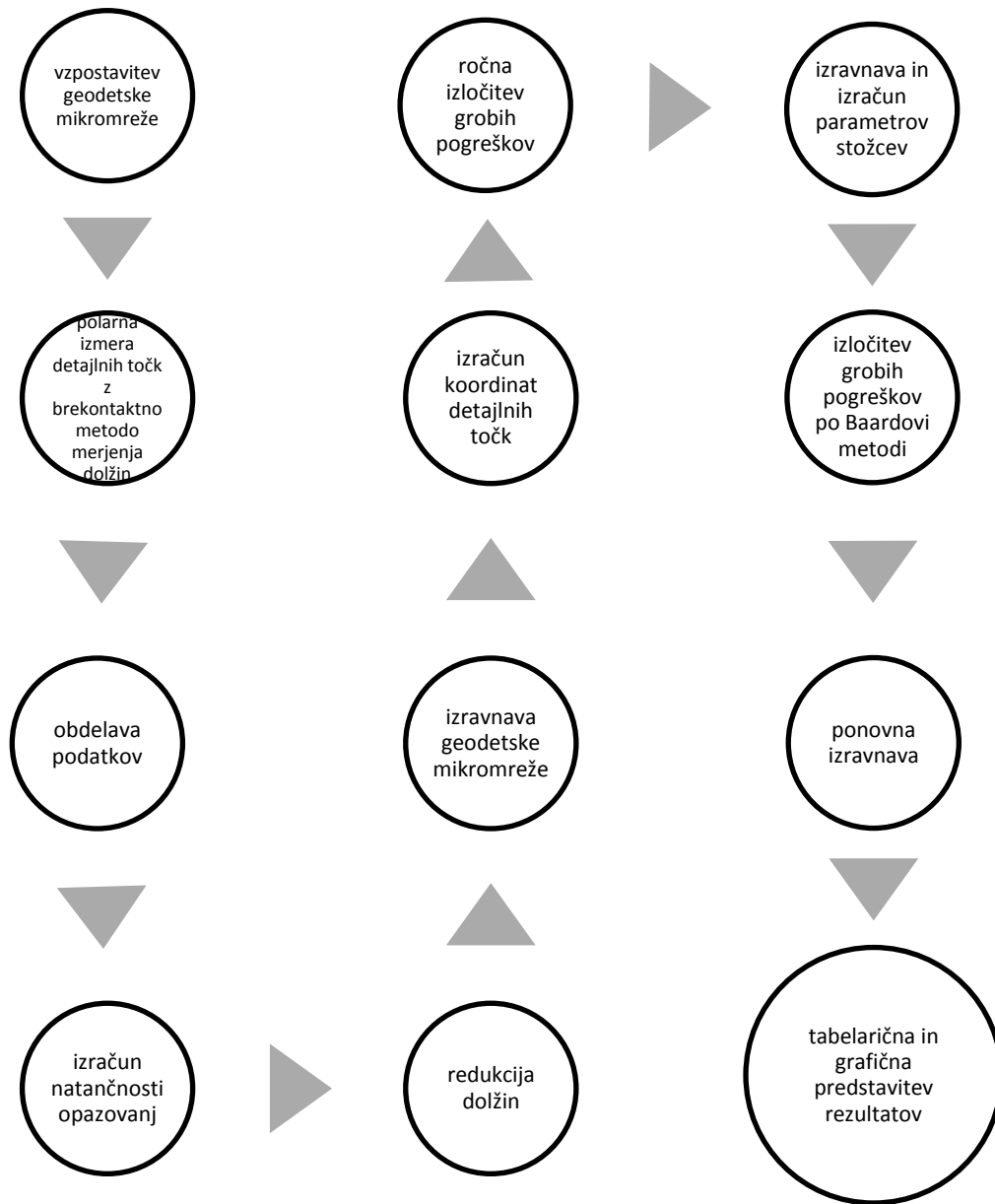
Predpostavili smo, da izdelani in sestavljeni stožci odstopajo od načrtovanih, tako po velikosti kot po obliki. Predpostavili smo tudi, da so modeli stožcev kljub prisilnemu centriranju na horizontirano podnožje nekoliko nagnjeni, glede na izračunane modele. Prav tako smo predvidevali, da se odstopanja oblakov točk od projektiranih modelov povečujejo z oddaljevanjem od vrha stožca.





Slika 6: Model stožca z manjkajočim delom plašča

Pri ugotavljanju geometrije stožcev smo delo razdelili na več faz, ki smo jih ponovili za vsak stožec. Najprej je bilo potrebno stožec sestaviti in pritrditi na stativ. Meritve geometrije smo nato izvedli z instrumentom Leica TCRP1201+R1000, s katerim smo merili detajlne točke na plaščih stožcev. Za določitev geometrije celotnega stožca smo opazovanja opravili z več stojišč, zato smo pred izmero stožcev vzpostavili kombinirano geodetsko mikromrežo. S točk mreže smo nato stožec opazovali s polarno metodo izmere, z merjenjem razdalj brez reflektorja. Praktičnemu delu je sledila še obdelava podatkov, izravnava geodetske mikromreže, izračun koordinat detajlnih točk in ročna odstranitev opazovanj grobo pogrešenih točk. V izravnavi stožca smo pridobili koeficient naklona stožca, koordinato vrha stožca v koordinatnem sistemu meritev in adicijsko konstanto. Naknadno smo se odločili še za vključitev postopka iskanja in izločitve grobo pogrešenih opazovanj z Baardovo metodo ter za ponovno izravnavo brez ugotovljenih grobih pogreškov opazovanj. Na koncu smo tabelarično predstavili rezultate in grafično prikazali pravokotna odstopanja izmerjenih točk stožca od aproksimiranega ter od projektiranega modela stožca. Potek dela je prikazan na sliki 7.



Slika 7: Poenostavljena shematična predstavitev poteka dela

## 2.1 Merska in programska oprema

Za izmero geodetske mreže in detajlnih točk smo uporabili instrument Leica TPS 1201+R1000 (Slika 8), ki omogoča merjenje kotov z visoko natančnostjo in merjenje razdalj z reflektorjem ali brez. Tehnologija merjenja razdalj brez reflektorja je bila za našo nalogo zelo uporabna, saj smo točke na plašču stožca merili ravno s to tehniko. Za nalogo bi lahko uporabili tudi laserski skener, vendar smo se odločili za ta instrument, ker je natančnost določitve koordinat izmerjenih točk boljša.



Slika 8: Instrument Leica TPS 1201+R1000

Podatki o instrumentu (Leica, 2014):

- natančnost merjenja horizontalnih in vertikalnih kotov:  $\pm 1''$  (0,3 mgon),
- natančnost merjenja razdalj pri standardnem načinu merjenja:  $\pm 1 \text{ mm} + 1,5 \text{ ppm}$ ,
- natančnost merjenja razdalj brez reflektorja pri razdaljah krajših od 500 m:  $\pm 2 \text{ mm} + 2 \text{ ppm}$ .

Poleg navedenega instrumenta, smo uporabili še druge merske pripomočke:

- 4 precizne merske prizme,
- 4 podnožja,
- stativ s srčnim vijakom,
- pripomočke za montažo stožca,

- pecelj,
- trikotni leseni podstavek za stabilizacijo stativa,
- žepni merski trak,
- termometer,
- barometer.

Pri računskem delu in predstavitvi rezultatov smo si pomagali s programi:

- MATLAB R2011b (obdelava podatkov, izračuni, izravnave ter izris histogramov),
- GEM 4.0 (izravnava geodetske mikromreže z namenom pridobitve približnih koordinat),
- GM3R (izravnava geodetske mikromreže),
- AutoCAD Map 3D 2013 (izris pravokotnih odstopanj oblaka točk od aproksimiranih in projektiranih modelov stožcev),
- Excel 2011 (tabelarična predstavitev rezultatov).

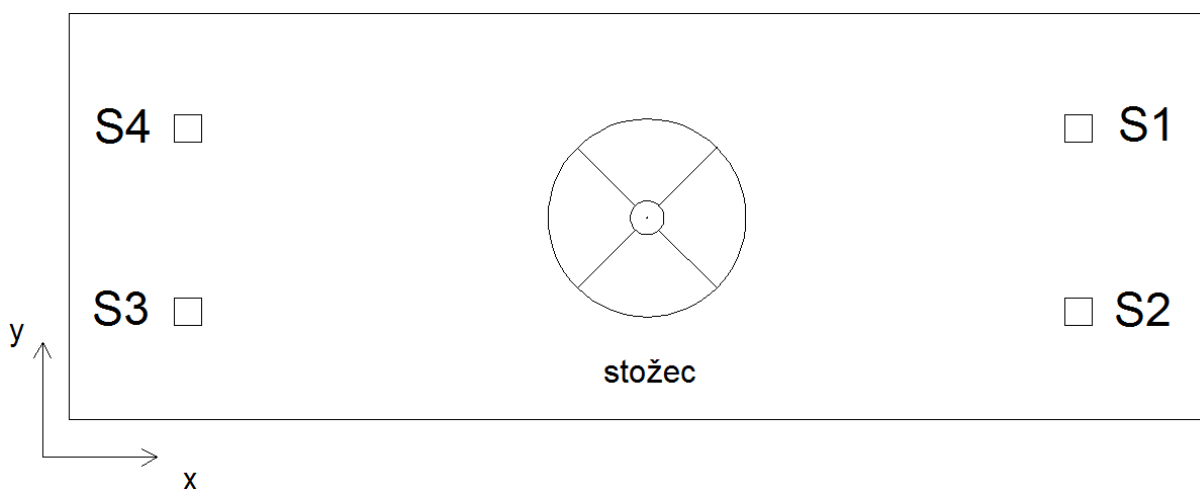
### 3 MATEMATIČNE IN TEORETIČNE OSNOVE

#### 3.1 Geodetska mikromreža

Za potrebe praktične izmere modelov stožcev je bilo najprej potrebno vzpostaviti geodetsko mikromrežo, s katero smo določili koordinatni sistem testnega polja. Vzpostavljena mikromreža predstavlja koordinatno osnovo za izmero stožcev in mora biti dobro definirana in tekom izmere dovolj stabilna. Glede na to, da smo preverjali obliko modelov stožcev, je bilo pomembno tudi to, da smo lahko izmerili točke na celotni ploskvi.

Najnatančnejše rezultate izmerjenih detajlnih točk na plašču stožca in posledično najnatančnejše parametre ter adicijsko konstanto stožca bi dobili v primeru, če bi imela mikromreža obliko kvadrata. V tem primeru bi stojišča bila v ogliščih, stožec pa bi postavili v presek diagonal kvadrata. S tem bi zagotovili, da bi bila smer odboja žarka pri merjenju dolžin brez reflektorja karseda pravokotna ter se tako izognili poslabšanju natančnosti koordinat detajlnih točk na plašču stožca (Kogoj, 2005). Za določitev parametrov modelov stožcev je bila po naših ocenah dovolj dober približek mreža v učilnici Zimske vaje v stavbi UL FGG .

Obstoječa geodetska mikromreža v Zimskih vajah ima štiri stojišča stabilizirana z betonskimi stebri, razporejenimi v obliki pravokotnika (Slika 9) . Na betonskih stebrih so dodatno stabilizirana trinožna podnožja, ki omogočajo prisilno centriranje in zagotavljajo stabilnost instrumenta in prizem tekom meritve.



Slika 9: Tloris geodetske mikromreže in postavitve modela stožca

Stožce smo postavljali približno v presečišča diagonal pravokotnika, instrument se je nahajal v ogliščih pravokotnika. Zaradi teže posameznega stožca in gladkih tal, smo si pri postavitvi stožcev pomagali s trikotnim lesenim podstavkom.

Mrežo smo izmerili po girusni metodi, pri čemer smo opazovali horizontalne kote, zenitne razdalje ter poševne dolžine.

### **3.1.1 Metoda izmere mikromreže**

Z namenom ugotavljanja geometrije šestih stožcev smo vzpostavili šest geodetskih mikromrež. Posamezno geodetsko mikromrežo smo opazovali tako, da smo na vsakem stojišču opazovali smeri na preostale tri točke geodetske mikromreže in na precizno prizmo, ki je bila nad vrhom stožcev. Opazovanja smo na vsakem stojišču izvedli v treh girusih.

Girusna metoda nam omogoča istočasno merjenje enega ali več horizontalnih kotov, ki imajo skupno teme glede na izhodiščno smer. Pri girusni metodi merimo v obeh krožnih legah, s čimer odstranimo večino instrumentalnih pogreškov in pogreškov operaterja, hkrati pa pridobimo nadštevilna opazovanja, kar omogoča oceno natančnosti merjenih količin ter izravnavo izmerjene mreže. Poleg horizontalnih kotov in zenitnih razdalj, smo merili tudi poševne dolžine.

### 3.1.2 Izračun sredin merjenih količin

Kotne meritve smo opravili v treh girusih, zato je bilo potrebno izračunati srednjo vrednost med prvo in drugo krožno lego. Meritve so bile enake natančnosti, zato smo izračunali aritmetično sredino med posameznimi girusi. Postopek izračuna je bil podoben za opazovane horizontalne kote in zenitne razdalje.

#### a) Izračun sredine girusov merjenih horizontalnih smeri

Srednjo vrednost med prvo in drugo krožno lego smo pri horizontalnih smereh izračunali po enačbi:

$$\alpha = \frac{\alpha_I + (\alpha_{II} + 180^\circ)}{2}, \quad (1)$$

kjer je:

$\alpha_I$  ... meritev v prvi krožni legi,

$\alpha_{II}$  ... meritev v drugi krožni legi.

Aritmetično sredino med posameznimi girusi smo izračunali po enačbi:

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3}{3}, \quad (2)$$

kjer so:

$\alpha_1, \alpha_2$  in  $\alpha_3$  ... srednje vrednosti horizontalnega kota v posameznem girusu,

$\bar{\alpha}$  ... vrednost aritmetične sredine horizontalne smeri proti točki.

#### b) Izračun sredine merjenih zenitnih razdalj

Srednjo vrednost med prvo in drugo krožno lego smo pri zenitnih razdaljah izračunali po enačbi:

$$z = \frac{v_I + (v_{II} + 180^\circ)}{2}, \quad (3)$$

kjer je:

$v_I$  ... meritev v prvi krožni legi,

$v_{II}$  ... meritev v drugi krožni legi.

Zenitne razdalje smo opazovali v treh serijah. Aritmetično sredino med posameznimi serijami smo izračunali po enačbi:

$$\bar{z} = \frac{z_1 + z_2 + z_3}{3}, \quad (4)$$

kjer so:

$z_1, z_2$  in  $z_3$  ... srednje vrednosti zenitne razdalje v posamezni seriji,

$\bar{z}$  ... vrednost aritmetične sredine zenitne razdalje.

### 3.1.3 Redukcija dolžin

Ker smo točke geodetske mreže opazovali v treh girusih, smo vsako poševno razdaljo opazovali šestkrat. Najprej smo izračunali aritmetično sredino merjenih dolžin, nato smo dolžine popravili še za prvi popravek hitrosti, ki spada med meteorološke popravke s katerim upoštevamo vpliv atmosfere. Drugega popravka hitrosti nismo upoštevali, saj doseže vrednost 1 ppm šele pri dolžinah, daljših od 65 km in ga zato ne upoštevamo v večini primerov uporabe v praksi (Kogoj, 2005).

Dolžina  $D_a$ , ki je rezultat neposredne meritve z instrumentom, se nanaša na referenčni lomni količnik  $n_0$ , ki je različen za različne tipe instrumentov. Med merjenjem v trenutni, dejanski atmosferi, je dejanski lomni količnik  $n_D$ , ki se razlikuje od referenčnega. Njegova vrednost se izračuna na osnovi izmerjenih meteoroloških parametrov po znanih, empirično določenih enačbah (Kogoj, 2005).

Ker smo opazovanja izvajali v zaprtem prostoru in so se meteorološki parametri le malo spreminjali, smo v izračun dejanskega lomnega količnika za vse meritve vzeli povprečno vrednost temperature in zračnega tlaka:

- temperatura:  $t = 25,3^\circ\text{C}$ ,
- zračni tlak:  $p = 979,8 \text{ hPa}$ .

Prvi popravek hitrosti smo izračunali po enačbi:

$$D_I = \frac{n_0}{n_D} D_a, \quad (5)$$



kjer so:

$n_0$  ... normalni lomni količnik (pri referenčnih pogojih),

$n_D$  ... dejanski lomni količnik (za dejanske pogoje v atmosferi),

$D_a$  ... merjena dolžina.

Ker je bila najdaljša izmerjena dolžina krajša od 14 m, nismo popravljali dolžin za geometrične in projekcijske popravke, saj to ne bi bistveno vplivalo na nadaljnjo obdelavo. Dolžine smo za meteorološke popravke reducirali s samostojno izdelanim programom znotraj programskega okolja MATLAB.

### 3.1.4 Natančnosti merjenih vrednosti

Natančnosti opazovanih horizontalnih kotov, zenitnih razdalj in opazovanih poševnih dolžin so vhodni podatek pri izravnavi mreže in dajo opazovanjem ustrezne uteži. Natančnosti smo ločeno izračunali za posamezne količine.

#### a) Natančnost horizontalnih smeri

Natančnost reduciranih horizontalnih smeri smo izračunali po enačbi:

$$\sigma_a = \sqrt{\sigma_a^2} \quad (6)$$

$$\sigma_a^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2, \quad (7)$$

kjer so:

$n$  ... število meritev,

$\sigma_a$  ... standardni odklon reducirane smeri proti točki,

$\sigma_a^2$  ... varianca reducirane smeri proti točki,

$a_i$  ... posamezna reducirana smer proti točki,

$\bar{a}$  ... aritmetična sredina reducirane smeri proti točki.

### b) Natančnost zenitnih razdalj

Natančnost zenitnih razdalj smo izračunali podobno kot za horizontalne smeri, in sicer po enačbi:

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_z^2} \quad (8)$$

$$\sigma_z^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2, \quad (9)$$

kjer so:

$n$  ... število meritev,

$\sigma_z$  ... standardni odklon zenitne razdalje točke,

$\sigma_z^2$  ... varianca zenitne razdalje točke,

$z_i$  ... posamezna zenitna razdalja,

$\bar{z}$  ... aritmetična sredina zenitne razdalje točke.

### c) Natančnost opazovanih dolžin

Natančnost opazovanih dolžin je igrala veliko vlogo predvsem pri nadaljnji obdelavi in izračunu koordinat oblaka točk. Natančnost merjenja dolžin uporabljenega instrumenta ima na natančnost koordinat točk geodetske mikromreže ter detajlnih točk večji vpliv, kot natančnost kotnih opazovanj, kar pride zaradi pravokotne oblike mreže še posebej do izraza.

Natančnost opazovanih dolžin smo izračunali po enačbi:

$$\sigma_D = \sqrt{\sigma_D^2} \quad (10)$$

$$\sigma_D^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (D_i - \bar{D})^2, \quad (11)$$

kjer so:

$n$  ... število meritev,

$\sigma_D$  ... standardni odklon dolžine,

$\sigma_D^2$  ... varianca dolžine,

$D_i$  ... posamezna dolžina,

$\bar{D}$  ... aritmetična sredina dolžine.

### 3.1.5 Izravnava geodetske mikromreže

Mrežo smo izravnavali kot lokalno prosto geodetsko mrežo, saj je bil glavni cilj naloge določiti geometrijo modelov stožcev, ne pa tudi njihovo geolokacijo.

Približne koordinate ostalih stebrov in točke nad vrhom stožca smo izračunali na podlagi meritev, pri čemer smo upoštevali horizontalni kot, zenitno razdaljo ter reducirano dolžino med posameznimi točkami.

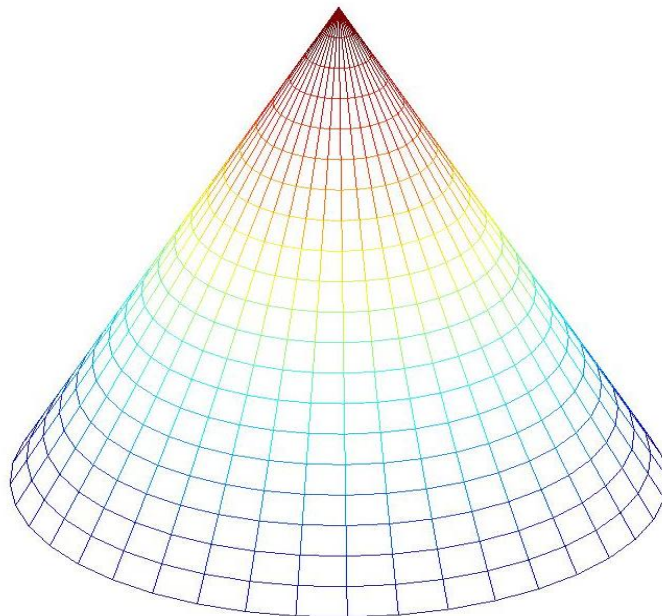
Testne mreže smo izravnavali kot geodetske mreže v trirazsežnem prostoru. To smo naredili s programom, katerega avtor je asist. mag. Oskar Sterle. Program, ki smo ga uporabili za izravnavo omogoča izravnavo trirazsežne (prostorske) geodetske mreže. Izravnavo program izvede z metodo najmanjših kvadratov po splošnem modelu izravnave. Vhodni podatki v izravnavo so bile približne koordinate točk mreže in reflektorja na stožcu, merjene smeri s standardnimi odkloni, merjene zenitne razdalje s standardnimi odkloni in merjene prostorske dolžine s standardnimi odkloni. Izravnavali smo kombinirane mreže, kar pomeni, da smo pri izravnavi uporabili kotna in dolžinska opazovanja. Vhodni podatki so v prilogi.

V mreži smo obravnavali 5 točk in sicer 4 dane in 1 novo točko. Določali smo 3 koordinatne neznanke (koordinate prizme nad vrhom stožca). V izravnavo je bilo vključenih 44 opazovanj, od tega 16 opazovanih poševnih dolžin, 16 horizontalnih smeri (iz katerih sestavimo 12 kotov med opazovanimi točkami z vrhi v stojščih) in 16 zenitnih razdalj. Skupno število nadštevilnih opazovanj je bilo 41.

Program je izvedel tudi globalni test modela in iskanje grobih pogreškov po Baardovi metodi (»data snooping«), kjer izračunamo vrednosti testnih statistik  $w$  opazovanj, ki nastopajo v izravnavi. Baardova metoda je teoretično opisana v poglavju 3.2.8, saj smo jo uporabili še pri iskanju grobo pogrešenih točk v oblakih točk plaščev stožca.

### 3.2 Model stožca

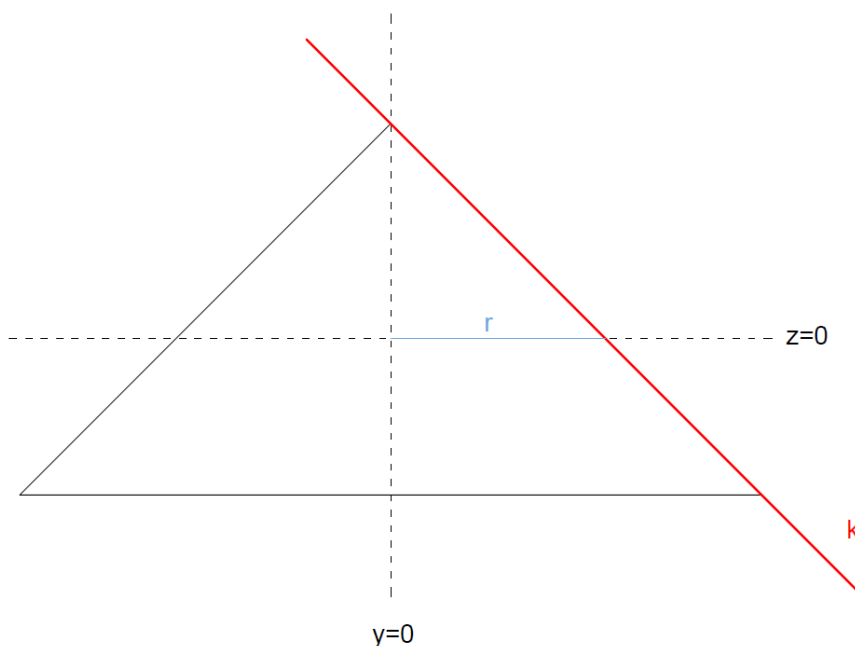
V primeru, da stožec (Slika 10) obravnavamo kot geometrijsko telo, ki ga dobimo, če vse točke na krožnici z danim polmerom  $r$  povežemo z vrhom, je krog osnovna ploskev, povezave z vrhom pa tvorijo plašč stožca. Stožce, katerim smo v sklopu diplomske naloge določali parametre, smo obravnavali kot pokončne stožce. Pokončni stožec lahko definiramo tudi kot geometrijsko telo, ki ga dobimo z rotacijo pravokotnega trikotnika okoli ene od katet. Lahko bi rekli tudi, da ima pokončni stožec vrh na pravokotnici na osnovno ploskev, ki osnovno ploskev prebada v središču.



Slika 10: Stožec (Urbančič, 2012)

Najlažje je stožec definirati s polmerom osnovne ploskve in razdaljo med središčem osnovne ploskve in vrhom stožca. Stožec lahko definiramo tudi s polmerom osnovne ploskve v kombinaciji s stranskim robom, ki je daljica, ki povezuje vrh stožca in poljubno točko na krožnici.

Pri diplomski nalogi smo za opis stožca uporabili polmer krožnice  $r$  v ravnini  $z=0$ , s katero presehamo stožec in smernim koeficientom  $k$  premice, ki predstavlja presek plašča stožca in ravnine  $y=0$  (Slika 11). S poznavanjem polmera krožnice in smernega koeficienta premice, lahko izračunamo še ostale elemente in parametre stožca.



Slika 11: Prikaz preseka stožca z ravninama  $z=0$  in  $y=0$

### 3.2.1 Metoda izmere detajlnih točk na plašču stožca

S stebrov smo opazovali točke na plaščih šestih stožcev. Pri izmeri smo se trudili, da bi bile izmerjene točke karseda enakomerno razporejene po plašču. Kljub težnji k enakomerni porazdelitvi, pa so bile točke naključno izbrane in odvisne od operaterja.

Za izmero točk plašča stožca smo izbrali polarno detajlno izmero. Metoda temelji na določitvi relativnih prostorskih koordinat detajlne točke z uporabo meritev horizontalnih kotov ter zenitnih razdalj in merjenjem poševnih dolžin. Prednost detajlne izmere je v tem, da določimo vse tri koordinate točke hkrati, saj je metoda kombinacija horizontalne izmere in trigonometričnega višinomerstva.

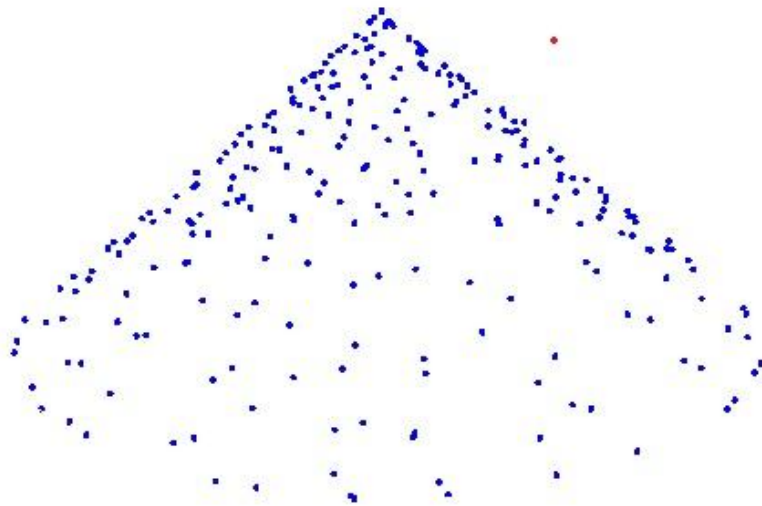
Poševne dolžine do točk na plašču stožca smo merili brez uporabe reflektorja, kar je občutno skrajšalo čas izmere. Z vsakega stojišča smo opazovali med 40 in 70 točk. Natančnost merjenja razdalj, podana od proizvajalca, je pri načinu merjenja brez reflektorja sicer nekoliko slabša v primerjavi z merjenjem z reflektorjem (glej poglavje 2.1), vendar je bila ocenjena natančnost kljub temu boljša od 1 mm.

### 3.2.2 Redukcija dolžin

Pred nadaljnjo obdelavo smo na enak način, kot pri izmerjenih dolžinah v mikromreži (glej poglavje 3.1.3) tudi pri točkah na plašču stožca upoštevali prvi popravek hitrosti. Dolžine so bile krajše od 8 m, zato dolžin nismo popravljali za geometrične in projekcijske popravke.

### 3.2.3 Ročna izločitev grobo pogrešenih opazovanj

V meritvah smo zaznali nekaj grobih pogreškov, ki so najverjetneje nastali zaradi operaterjevih napak. Takšni pogreški so nastali, če smo premaknili vizuro, ko je instrument še meril dolžino. Nekajkrat se je tudi zgodilo, da smo izmerili točko na tleh, saj smo merili na spodnjem robu stožca. Z namenom izločitve takšnih opazovanj smo si v programu MATLAB grafično izrisali oblak točk za vsak stožec posebej ter poiskali grobo pogrešene točke in jih ročno odstranili, da ne bi vplivali na izračun parametrov stožcev. Na sliki 12 je primer takšnega grobega pogreška, ki je označen z rdečo barvo.



Slika 12: Primer grobega pogreška

### 3.2.4 Izračun koordinat in natančnosti koordinat merjenih točk na stožcu

Za izračun koordinat in natančnosti koordinat točk stožcev smo koordinate stebrov obravnavali kot dane. Iz tega izhaja tudi, da so smerni koti dani, saj smo jih izračunali iz koordinat stebrov. Najprej smo orientacije izračunali na podlagi smernega kota do enega izmed stebrov (pri tem smo izbrali najbolj oddaljenega), vendar smo kasneje ugotovili, da bi bilo bolje orientacije izračunati, kot aritmetično sredino orientacijskih smeri do treh stebrov.

Smerne kote smo izračunali po enačbi:

$$v_{A_i}^B = \arctan \left( \frac{x_B - x_A}{y_B - y_A} \right). \quad (12)$$

Aritmetično sredino treh smernih kotov smo izračunali po enačbi:

$$\overline{v_A^B} = \frac{v_{A_1}^B + v_{A_2}^B + v_{A_3}^B}{3}. \quad (13)$$

Koordinate točk na plašču stožca smo izračunali po polarni metodi. Za izračun koordinat x in y smo uporabili horizontalne dolžine, ki smo jih izračunali iz reduciranih dolžin za meteorološke popravke in zenitnih razdalj točk, smerni kot ter koordinato x oziroma y stojišča s katerega smo opazovali točke.

Natančnosti izračunanih količin smo izračunali s pomočjo zakona o prenosu varianc in kovarianc, saj za izračun koordinat posamezne točke nismo imeli nadštevilnih opazovanj.

### 3.2.5 Izračun in ocena natančnosti parametrov stožca

Eden izmed najpomembnejših delov diplomske naloge je bil izračun parametrov stožcev. Za izračun parametrov smo izdelali samostojen program v programskem okolju MATLAB, ki nam na podlagi vhodnih koordinat oblakov točk in njihovih standardnih odklonov interpolira stožce.

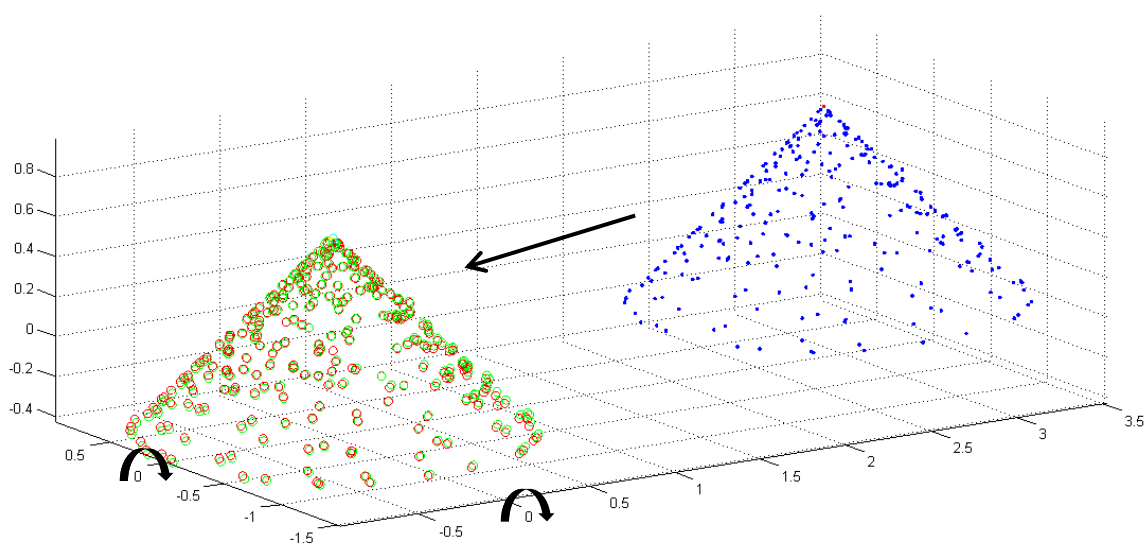
Uporaba modela stožca zahteva določitev koordinat točke stožca, ki je enolično določena. Za obravnavan primer je to vrh stožca. Koordinate vrha stožca so določene z izravnavo koordinat točk na plašču stožca po metodi najmanjših kvadratov. Pri tem smo uporabili koordinate točk, ki pripadajo posameznemu stožcu.

Točke plašča stožca najprej premaknemo z vektorjem premika  $(-\bar{x}, -\bar{y}, -\bar{z})$  v izhodišče koordinatnega sistema. Pri tem so  $\bar{x}, \bar{y}$  in  $\bar{z}$  povprečne vrednosti koordinat točk v oblaku, ki jih izračunamo po enačbah:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (14)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i, \quad (15)$$

$$\bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i. \quad (16)$$



Slika 13: Prikaz premika in zasuka oblaka točk v prostor pokončnega stožca

Na sliki 13 je prikazan premik izmerjenih točk (te niso na pravem položaju, premaknjene so z namenom nazornejšega prikaza) v izhodišče koordinatnega sistema in zasuk oblaka točk plašča poševnega stožca v pokončni stožec.

Pri izračunu parametrov in zasukov stožca smo uporabili delno prilagojeno metodo, ki so jo uporabili Marjetič, Ambrožič in Kogoj (2011) pri določitvi nevertikalnosti visokih dimnikov na primeru dimnikov plinskih turbin v Termoelektrarni Brestanica. Dimniško cev so geometrijsko obravnavali kot prisekan stožec.

Ker smo obravnavali modele stožcev, je bila ta metoda primerna tudi za našo nalogo. Predpostavili smo, da se polmer stožca spreminja linearno z višino stožca:

$$r = kz_v + p. \quad (17)$$



Enačba stožca v trirazsežnem koordinatnem sistemu ima naslednjo obliko:

$$(y_v - y_s)^2 + (x_v - x_s)^2 = (kz_v + p)^2, \quad (18)$$

kjer so:

$y_s, x_s$  – položaj osi stožca v ravnini  $yx$ ,

$y_v, x_v$  – položajni koordinati točke na stožcu v ravnini  $yx$ ,

$r$  – polmer kroga v ravnini, s katero preseka mo stožec,

$k$  – naklonski koeficient linearne funkcije  $r = f(z_v)$ ,

$p$  – polmer stožca na višini  $z_v = 0$  m.

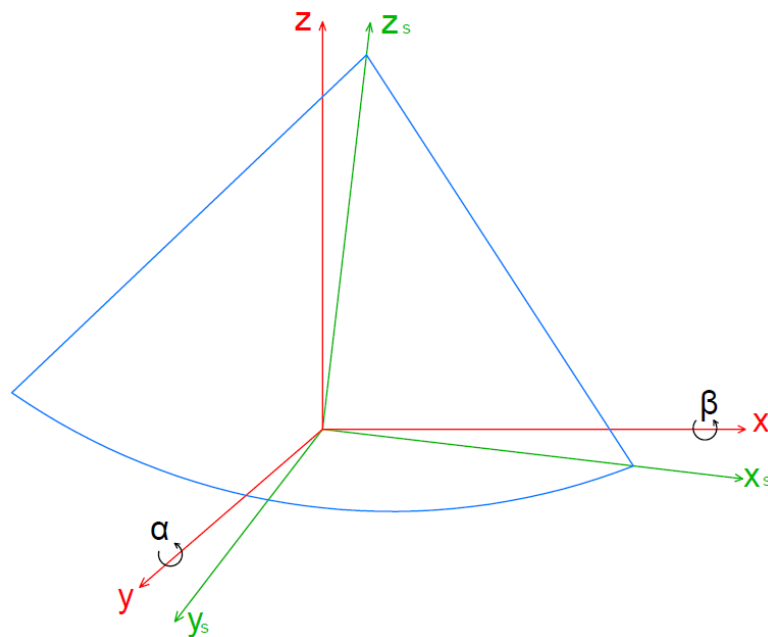
V splošnem ne obravnavamo stožca, ki ima smerni vektor normale enak  $\mathbf{e} = [0 \ 0 \ 1]^T$ , ampak je le ta zasukan glede na koordinatni sistem. Enačba (18) predstavlja enačbo stožca v telesnem koordinatnem sistemu stožca  $(y_s, x_s, z_s)$ , ki je glede na zunanji koordinatni sistem oz. koordinatni sistem v katerem so določene koordinate oblaka točk plašča stožca zasukane okoli vseh treh prostorskih osi (Slika 14). Če obravnavamo kartezični koordinatni sistem, imamo stožec zasukan okoli osi  $(y, x, z)$  za kote  $(\alpha, \beta, \gamma)$ . Kote zasukov okoli posamezne osi lahko zapišemo z rotacijskimi matrikami:

$$R_\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$R_\beta = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix}, \quad (20)$$

$$R_\gamma = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Pri naši diplomski nalogi smo izločili kot zasuka  $\gamma$  okoli  $z$  osi, torej so bile iskane količine  $\alpha, \beta, k, p, x_s$  in  $y_s$ . Obravnava zasuka okoli  $z$  osi za namen naloge namreč ni bila potrebna, saj smo stožec postavili v telesni koordinatni sistem stožca zgolj z zasukom okoli osi  $x$  in  $y$  (Slika 14).



Slika 14: Definicija telesnega koordinatnega sistema

Produkt Eulerjevih rotacijskih matrik  $R_\alpha$  in  $R_\beta$  predstavlja skupno rotacijsko matriko v prostoru:

$$R_{3D} = R_\alpha R_\beta = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$R_{3D} = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ \sin\alpha \sin\beta & \cos\alpha & \sin\alpha \cos\beta \\ \cos\alpha \sin\beta & -\sin\alpha & \cos\alpha \cos\beta \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Vrstni red rotacij pri nalogi določitve parametrov in zasukov stožcev ni pomemben. Drugačen vrstni red bi sicer dal drugačne vrednosti rotacijskih kotov, vendar bi bile izračunane vrednosti nagibov stožcev na koncu povsem enake.

Povezavo med telesnim koordinatnim sistemom  $(y_s, x_s, z_s)$  in zunanjim koordinatnim sistemom  $(y, x, z)$ , v katerem so določene točke na plašču stožca, lahko z upoštevanjem enačbe (23) zapišemo kot:

$$\begin{bmatrix} y_s \\ x_s \\ z_s \end{bmatrix} = R_{3D} \begin{bmatrix} y \\ x \\ z \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Z upoštevanjem izrazov (18) in (24) zapišemo enačbo F:

$$F: (r_{11}y + r_{12}x + r_{13}z - y_s)^2 + (r_{21}y + r_{22}x + r_{23}z - x_s)^2 - (k(r_{31}y + r_{32}x + r_{33}z) + p)^2 = 0. \quad (25)$$

Funkcijsko zvezo v enačbi (25) zapišemo za vsako koordinatno trojico oziroma vsako posamezno izmerjeno točko na plašču stožca. Ker gre za nelinearen sistem enačb, ga je potrebno v postopku izravnave linearizirati po metodi najmanjših kvadratov. Če bi želeli določiti zasuke okoli vseh treh osi, bi morali izraz (25) odvajati po vseh opazovanjih in neznankah in ga nato zapisati v matrični obliki splošnega modela izravnave po metodi najmanjših kvadratov (Stopar, 2009):

$$A\hat{l} = B\hat{x}, \quad (26)$$

kjer je:

$$\hat{l} = l + v \text{ - izravnane vrednosti opazovanj,} \quad (27)$$

$$\hat{x} = x^0 + \Delta \text{ - izravnane vrednosti neznank, } x^0 \text{ - približne vrednosti neznank.} \quad (28)$$

Rešitev dobimo z rešitvijo matričnega sistema, ki ga dobimo z upoštevanjem enačbe (26):

$$Av + B\Delta = f, \quad (29)$$

kjer so:

- $A_{n \times 3n}$  – matrika parcialnih odvodov enačbe (25) po posameznih opazovanjih

$$A_{n \times 3n} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial y_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial z_1} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial F_n}{\partial y_n} & \frac{\partial F_n}{\partial x_n} & \frac{\partial F_n}{\partial z_n} \end{bmatrix}, \quad (30)$$

- $v_{3n \times 1}$  – vektor popravkov opazovanj

$$v_{3n \times 1} = [v_{y_1} \quad v_{x_1} \quad v_{z_1} \quad \dots \quad v_{y_n} \quad v_{x_n} \quad v_{z_n}]^T, \quad (31)$$

- $B_{n \times 6}$  – matrika koeficientov parcialnih odvodov pri neznankah

$$B_{n \times 6} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \alpha} & \frac{\partial F_1}{\partial \beta} & \frac{\partial F_1}{\partial k} & \frac{\partial F_1}{\partial p} & \frac{\partial F_1}{\partial y_s} & \frac{\partial F_1}{\partial x_s} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial \alpha} & \frac{\partial F_n}{\partial \beta} & \frac{\partial F_n}{\partial k} & \frac{\partial F_n}{\partial p} & \frac{\partial F_n}{\partial y_s} & \frac{\partial F_n}{\partial x_s} \end{bmatrix}, \quad (32)$$

- $\Delta_{6 \times 1}$  – vektor neznank

$$\Delta_{6 \times 1} = [\delta\alpha \quad \delta\beta \quad \delta k \quad \delta p \quad \delta y_s \quad \delta x_s]^T, \quad (33)$$

- $f_{n \times 1}$  – vektor odstopanj,
- $n$  – število točk, ki pripadajo modelu stožca.

Iskane vrednosti neznank  $\alpha, \beta, k, p, x_s$  in  $y_s$  izračunamo z rešitvijo sistema  $n$  enačb (25) po metodi najmanjših kvadratov:

$$\Delta = [B^T(AQ_{ll}A^T)^{-1}B]^{-1} B^T(AQ_{ll}A^T)^{-1}f, \quad (34)$$

s pripadajočo matriko kofaktorjev neznank:

$$Q_{\Delta\Delta} = [B^T(AQ_{ll}A^T)^{-1}B]^{-1}, \quad (35)$$

kjer je:

$Q_{ll}$   $3n \times 3n$  – matrika kofaktorjev opazovanj.

Z dobljenih rezultatov v vektorju neznank  $\Delta$  izračunamo elemente rotacijske matrike  $R_{3D}$ , ki določa kote zasukov osi stožca. Enotski vektor v smeri osi stožca dobimo s produktom enotskega vektorja v smeri vertikale oziroma z-osi  $e = [0 \quad 0 \quad 1]^T$  in znane rotacijske matrike  $R_{3D}$ :

$$e_s = R_{3D}e. \quad (36)$$

Končni rezultat na osnovi rezultatov izravnave modela stožca je določitev koordinat vrha stožca. V vektorju neznank smo kot rezultat dobili tudi vrednosti  $x_0$  in  $y_0$ , ki predstavljata center stožca zarotiranega tako, da je smerni vektor osi stožca enak  $e_{s_0} = [0 \quad 0 \quad 1]^T$  in  $z_0 = 0$ . Z uporabo vrednosti za polmer stožca na višini  $z_s = 0$  in naklonskega koeficienta, ki podaja kot odprtosti stožca, lahko izračunamo višino stožca glede na center stožca  $(x_0 \quad y_0 \quad 0)$  kot:

$$h_0 = -p/k. \quad (37)$$

Koordinate vrha stožca  $V_0 = (x_0 \quad y_0 \quad h_0)$  so določene v koordinatnem sistemu, premaknjenem v centrorid oblaka točk, ki pripadajo modelu stožca. Če  $V_0$  zarotiramo z rotacijsko matriko, ki ima nasprotno predznačene kote zasukov  $R_{3D} = (-\alpha, -\beta)$  dobimo koordinate vrha stožca  $V = (x_v \quad y_v \quad z_v)$  v koordinatnem sistemu izvedenih meritev:

$$\begin{bmatrix} x_v \\ y_v \\ z_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ h_0 \end{bmatrix} R_{3D}(-\alpha, -\beta). \quad (38)$$

V kolikor poznamo natančnosti koordinat oblaka točk lahko določimo tudi natančnosti neznank. Natančnost izračunanih parametrov  $\alpha, \beta, k, p, x_s$  in  $y_s$  temelji na znani povezavi kovariančno-variančne matrike in matrike kofaktorjev:

$$\Sigma_{\Delta\Delta} = \sigma_0^2 Q_{\Delta\Delta}. \quad (39)$$

Izračun natančnosti koordinat vrha stožca je mogoč z uporabo zakona o prenosu varianc in kovarianc na osnovi znanih natančnosti kotov rotacij koordinatnega sistema in znanih funkcijskih povezav med merskimi in računanimi količinami.

### 3.2.6 Izračun konstante in ocena natančnosti

Namen diplomskega dela je bil tudi določitev razdalje med vrhovi stožcev in reflektorjem oz. GNSS anteno, ki jo pritrdimo nad vrhom stožca (Slika 15). Tej razdalji poenostavljeno rečemo konstanta stožca. Konstanta stožca je pomembna za določitev položaja in postavitve posameznega stožca v prostoru. Ker smo imeli dele stožca označene, je bilo konstanto najbolj smiselno prikazati z razliko koordinat med vrhom stožca in reflektorjem v pokončni postavitvi stožca. Izmerjeno točko nad vrhom stožca smo premaknili v izhodišče ter zasukali za  $R_{3D} = (\alpha, \beta)$  v sistem pokončnega stožca. Adicijska konstanta stožca je sestavljena iz treh koordinatnih razlik  $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ . Razliko med koordinatami smo izračunali po enačbah:

$$\Delta x = x_p - x_v, \quad (40)$$

$$\Delta y = y_p - y_v, \quad (41)$$

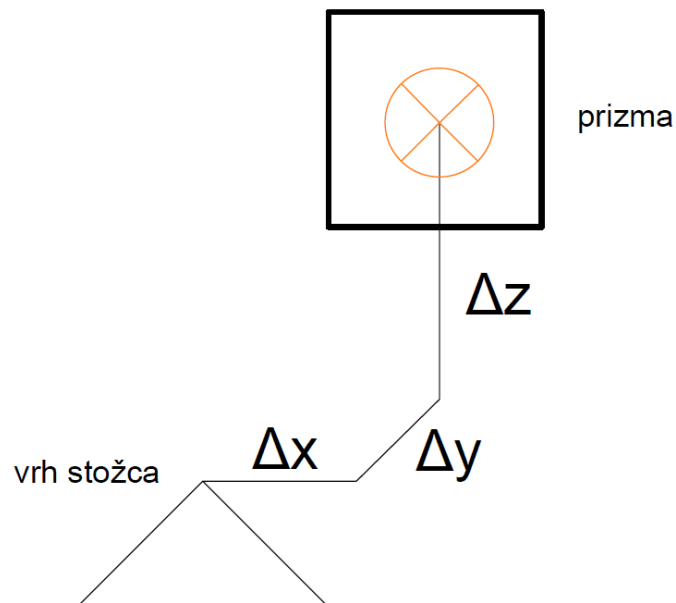
$$\Delta z = z_p - H, \quad (42)$$

kjer so:

$x_p, y_p, z_p$  – koordinate reflektorja v sistemu pokončnega stožca,

$x_v, y_v, H$  – koordinate vrha stožca v sistemu pokončnega stožca,

$\Delta x, \Delta y, \Delta z$  – razlike med koordinatami reflektorja in vrhom stožca, parametri konstante stožca.

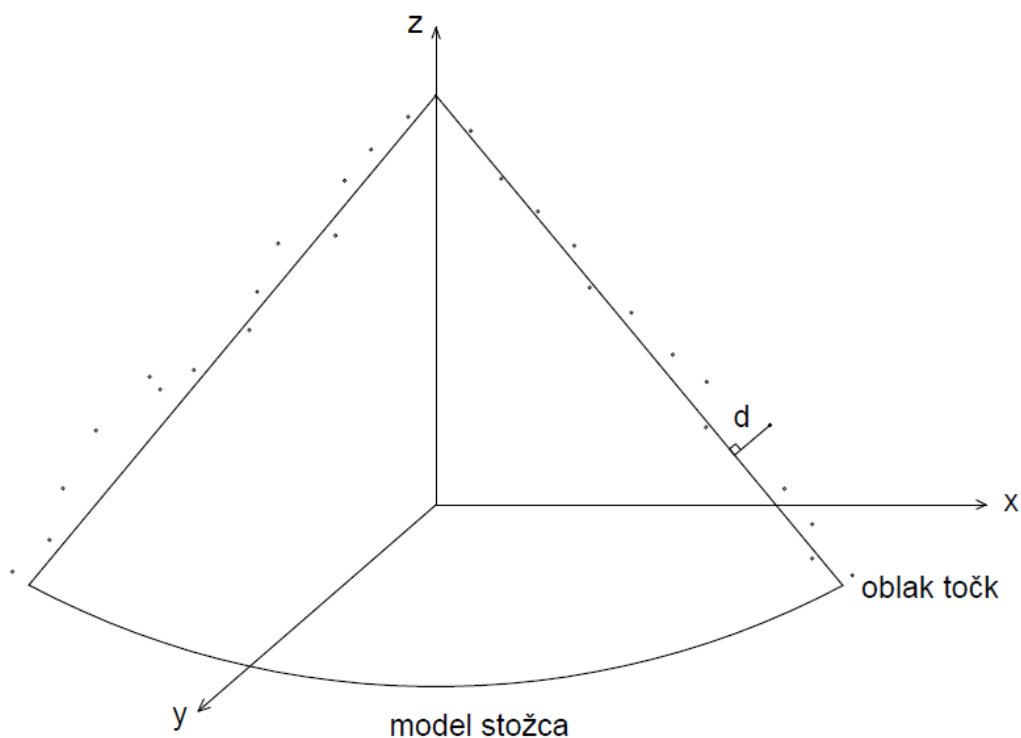


Slika 15: Parametri adicijske konstante stožca

Za izračunane parametre konstante smo izračunali še oceno natančnosti. Natančnosti smo tudi tukaj ocenili s pomočjo zakona o prenosu varianc in kovarianc.

### 3.2.7 Odstopanje modelov stožcev od aproksimirane in projektirane oblike

Odstopanje geometrije stožcev od projektirane ter od aproksimiranih modelov prikazujemo v smislu pravokotne oddaljenosti  $d$  (Slika 16) izmerjenih točk od projektirane oz. aproksimirane ploskve.



Slika 16: Prikaz pravokotne oddaljenosti  $d$  točke od modela stožca

Pravokotno oddaljenost od modela stožca smo za točko izračunali tako, da smo najprej izračunali oddaljenost  $\Delta t$  točke od vrha modela stožca. Nato smo izračunali kot med vzporednico osi  $z$ , ki poteka skozi vrh modela stožca in premico, ki poteka skozi vrh stožca in skozi točko, katere pravokotno oddaljenost računamo. S poznavanjem omenjenega kota in kota naklona stožca pri pokončni postavitvi, lahko izračunamo kot med modelom stožca in premico, ki poteka skozi vrh stožca in obravnavano točko.

$$\Delta\varphi = \varphi_T - \varphi_M, \quad (43)$$

kjer so:

$\varphi_T$  ... kot med vzporednico osi  $z$ , ki poteka skozi vrh stožca in premico, ki poteka skozi vrh stožca in točko,

$\varphi_M$  ... naklonski kot stožca,

$\Delta\varphi$  ... kot med modelom stožca in premico, ki poteka skozi točko in skozi vrh modela stožca.

Odstopanje  $d$  smo izračunali z enačbo:

$$d = \sin(\Delta\varphi) \Delta t. \quad (44)$$

Izračun pravokotnih odstopanj je omogočil nazoren prikaz položaja točk glede na model stožca, saj smo pravokotne oddaljenosti grafično prikazali kot polmere krogov.

### 3.2.8 Iskanje grobih pogreškov po Baardovi metodi («data snooping»)

Baardova metoda ali metoda «data snooping» je namenjena ugotavljanju prisotnosti grobih pogreškov v izravnavi. Metoda temelji na predpostavki, da so natančnosti opazovanj točno določene, kar pomeni, da je variančno-kovariančna matrika opazovanj zanesljivo znana.

Za vsako opazovanje (predpostavka, da imamo na voljo nekorelirana opazovanja) posebej izračunamo testno statistiko  $w_i$  po enačbi:

$$w_i = \frac{v_i}{\sigma_{vi}} = \frac{v_i}{\sigma_0 \sqrt{q_{vv_i}}}, \quad (45)$$

kjer velja:

$Q_{vv}$  – matrika kofaktorjev popravkov opazovanj,

$\Sigma_{vv} = \sigma_0^2 Q_{vv}$  – kovariančna matrika popravkov.

Testna statistika  $w_i$  se porazdeljuje po standardni normalni porazdelitvi. Ničelne hipoteze, ki pravi, da točka ni grobo pogrešena, ne moremo zavrniti, ko velja:

$$|w_i| < N_{\alpha/2}(0,1). \quad (46)$$

To lahko trdimo s stopnjo značilnosti  $\alpha$ . Za stopnjo značilnosti  $\alpha = 0,01$  je  $N = 2,575$ .

Zgodi se, da nam metoda nakaže več grobo pogrešenih opazovanj. Razlog je v porazdelitvi grobega pogreška na ostale popravke opazovanj. Popravek  $i$ -tega opazovanja je namreč linearna kombinacija vseh opazovanj (Stopar, 2012).

Ko poiščemo grobe pogreške, jih je smiselno izločiti iz matematičnega modela izravnave. To smo tudi storili in ponovno pognali izravnavo.



## 4 REZULTATI IN NJIHOVA ANALIZA

Zaradi obsega rezultatov, so v tem poglavju prikazani rezultati samo za stožec 1. Rezultati za ostale stožce so v prilogi na zgoščenki. Najprej so prikazani rezultati izravnave geodetske mikromreže, ki smo jo vzpostavili za ugotavljanje geometrije stožca številka 1, nato pa so prikazani še rezultati izravnave oblaka točk in izračun parametrov stožca. Rezultati so predstavljeni tabelarično in grafično.

### 4.1 Rezultati izravnave geodetske mikromreže

#### 4.1.1 Rezultati redukcije dolžin in natančnosti merjenih dolžin

Dolžine smo popravili za prvi popravek hitrosti in izračunali natančnost merjenih dolžin. Rezultati so prikazani v preglednici 1.

Preglednica 1: Merjene dolžine, popravki, velikosti popravkov in natančnost dolžin v mikromreži vzpostavljeni za izmero stožca 1

Steber	Merjena dolžina $D_a$ [m]	Popravljen $D_I$ [m]	Velikost popravka [mm]	Standardni odklon $\sigma_D$ [mm]
2 – 3	13,62450	13,62480	0,30	0,08
2 – Stožec 5	7,26400	7,26416	0,16	0,00
2 – 4	13,90407	13,90438	0,30	0,10
2 – 1	2,86775	2,86781	0,06	0,10
1 – 2	2,86768	2,86774	0,06	0,10
1 – 3	13,92010	13,92040	0,30	0,14
1 – Stožec 5	7,25423	7,25438	0,16	0,13
1 – 4	13,60415	13,60445	0,30	0,05
4 – 1	13,60403	13,60432	0,30	0,10
4 – 2	13,90417	13,90448	0,30	0,05

se nadaljuje ...

... nadaljevanje Preglednice 1

<b>4 – Stožec 5</b>	6,64155	6,64169	0,14	0,10
<b>4 – 3</b>	2,85935	2,85941	0,06	0,06
<b>3 – 4</b>	2,85940	2,85946	0,06	0,08
<b>3 – Stožec 5</b>	6,66797	6,66812	0,15	0,15
<b>3 – 1</b>	13,92005	13,92035	0,30	0,13
<b>3 – 2</b>	13,62453	13,62482	0,30	0,05

Povprečen izračunan standardni odklon dolžin v geodetski mikromreži vzpostavljeni za stožec številka 1 znaša 0,08 mm. Takšen standardni odklon je posledica velikega števila opazovanj iste dolžine, saj smo dolžino z enega stojišča do vsake točke v mreži opazovali šestkrat.

#### 4.1.2 Rezultati izračunanih natančnosti horizontalnih smeri in zenitnih razdalj

Opazovane smeri na posameznem stojišču smo reducirali na začetno smer in izračunali sredine girusov. Sledil je izračun natančnosti kotnih opazovanj. Z namenom boljše razumljivosti, smo prikazali največji, najmanjši in povprečen standardni odklon horizontalnih smeri in zenitnih razdalj v mreži stožca 1 (Preglednica 2).

Preglednica 2: Natančnosti horizontalnih smeri in natančnosti zenitnih razdalj v geodetski mikromreži številka 1

	$\sigma_a$	$\sigma_z$
<b>Največja <math>\sigma</math></b>	5,73"	5,06"
<b>Najmanjša <math>\sigma</math></b>	0,00"	0,04"
<b>Povprečna <math>\sigma</math></b>	1,63"	0,95"

Standardni odkloni so podani v sekundah. Kjer je najmanjši izračunan standardni odklon enak 0,00", pomeni, da je izračunana natančnost boljša od stotinke sekunde. Rezultati so bili pričakovani, saj smo kote opazovali s tahimetrom, ki omogoča merjenje kotov z natančnostjo 1".

### 4.1.3 Rezultati izravnane geodetske mikromreže

Stebru številka 3 smo določili približno koordinato v trirazsežnem prostoru (Preglednica 3).

Preglednica 3: Določena koordinata stebra številka 3 geodetske mikromreže

	<b>Koordinata x</b>	<b>Koordinata y</b>	<b>Koordinata z</b>
<b>Steber 3</b>	5,0000 m	5,0000 m	5,0000 m

Približne koordinate ostalih stebrov in točke smo izračunali na podlagi meritev, pri čemer smo upoštevali horizontalne kote, zenitne razdalje ter reducirane dolžine med posameznimi točkami. Nato smo opravili izravnavo s programom GEM 4.0 (Ambrožič, Turk, Jamšek) in v nadaljnji izravnavi kot približne koordinate upoštevali koordinate, ki smo jih pri tem dobili (Preglednica 4).

Preglednica 4: Približne koordinate točk v geodetski mreži številka 1

	<b>Koordinata x</b>	<b>Koordinata y</b>	<b>Koordinata z</b>
<b>Steber 1</b>	18,6242	7,8668	5,0027
<b>Steber 2</b>	18,6266	4,9993	5,0160
<b>Steber 3</b>	5,0021	5,0007	5,0000
<b>Steber 4</b>	5,0203	7,8601	4,9912
<b>Stožec 5</b>	11,5098	6,4521	5,1053

Ko smo prvič opravili izravnavo, je program izravnaval le testno mrežo stožca številka 2. Težava je bila v tem, da so bile nekatere natančnosti kotov ali dolžin enake 0. Ko smo popravili vhodne datoteke, smo še enkrat pognali program. Tokrat je izravnaval vseh 6 mrež, vendar pa smo pri pregledu izhodnih datotek opazili, da vse geodetske mikromreže ne ustrezajo globalnemu testu modela, saj so izračunane testne statistike zelo odstopale od dovoljenega intervala, ki je med 0,61 in 1,48. Z globalnim testom modela smo preverjali pravilnost stohastičnega in matematičnega modela in pravilno dodelitev uteži. Tudi testne statistike  $w$ , izračunane pri Baardovi metodi iskanja grobih pogreškov, so bile predvsem pri zenitnih razdaljah večje od 2,575. Ker so bile vrednosti statistike izven mej, smo preverili natančnosti merjenih količin. Izkazalo se je, da so izračunane natančnosti količin previsoke in da je to razlog za odstopanja.

Za natančnosti merjenih količin smo izbirali različne vrednosti, vendar se je na koncu izkazalo, da je najbolje, da dodelimo vsem opazovanjem približno enake natančnosti. Po tej ugotovitvi smo popravili natančnosti v vhodnih datotekah. Pri kotnih opazovanjih smo nastavili natančnost na približno 10", pri dolžinskih opazovanjih pa smo spremenili natančnosti na nekaj desetink milimetra. Nato smo pognali program za izravnavo.

Rezultati izravnane mreže številka 1 so prikazani v preglednici 5.

Preglednica 5: Rezultati izravnane geodetske mikromreže številka 1

Točka mreže	Koordinata	Pred izravnavo [m]	Popravek koordinat [m]	Izravnane koordinate [m]	Standardni odklon $\sigma$ [m]
<b>Steber 1</b>	<b>x</b>	18,6242	0,0000	18,6242	0,0000
	<b>y</b>	7,8668	0,0000	7,8668	0,0000
	<b>z</b>	5,0027	0,0000	5,0027	0,0000
<b>Steber 2</b>	<b>x</b>	18,6266	0,0000	18,6266	0,0000
	<b>y</b>	4,9993	0,0000	4,9993	0,0000
	<b>z</b>	5,0160	0,0000	5,0160	0,0000
<b>Steber 3</b>	<b>x</b>	5,0021	0,0000	5,0021	0,0000
	<b>y</b>	5,0007	0,0000	5,0007	0,0000
	<b>z</b>	5,0000	0,0000	5,0000	0,0000
<b>Steber 4</b>	<b>x</b>	5,0203	0,0000	5,0203	0,0000
	<b>y</b>	7,8601	0,0000	7,8601	0,0000
	<b>z</b>	4,9912	0,0000	4,9912	0,0000
<b>Stožec 5</b>	<b>x</b>	11,5098	0,0000	11,5098	0,0002
	<b>y</b>	6,4521	0,0000	6,4521	0,0002
	<b>z</b>	5,1053	0,0000	5,1053	0,0002

Iz rezultatov je razvidno, da se koordinate točk geodetske mikromreže po izravnavi niso spremenile. Razlog za to bi lahko bil, da so bile približne koordinate, ki so bile vhodni podatek izravnave, zelo

dobro določene. Izravnava dodeli koordinatam stebrov natančnost boljšo od desetinke milimetra, koordinatam središča prizme (točke nad vrhom stožca) pa dodeli natančnost  $\pm 0,2$  mm. Ker smo kote opazovali z visoko natančnostjo, hkrati pa smo imeli veliko število nadštevilnih opazovanj, je bil takšen rezultat pričakovan.

## **4.2 Parametri stožcev**

Izravnavi mikromreže je sledila obravnava (izračun parametrov) stožcev. Po izločitvi grobo pogrešenih opazovanj, redukciji dolžin za prvi popravek hitrosti, izračunu natančnosti merjenih vrednosti ter izračunu koordinat oblaka detajlnih točk plašča stožcev s pripadajočimi natančnostmi, smo izvedli izračun in oceno natančnosti parametrov stožcev. V nadaljevanju smo izračunali še adicijske konstante stožcev in ocenili njihove natančnosti ter odstopanje modelov stožcev od aproksimiranih in projektiranih oblik. Na koncu smo z metodo »data snooping« poiskali grobe pogoške, jih izločili in še enkrat pognali izračun parametrov stožcev.

### **4.2.1 Rezultati redukcije dolžin**

Ko smo izločili izrazito grobo pogrešena opazovanja, smo, enako kot pri geodetski mreži, popravili dolžine za prvi popravek hitrosti. Tudi tukaj redukcija za drugi popravek hitrosti ni bila potrebna, saj je vpliv na dolžino zanemarljiv. Ker stožec ni bil postavljen točno v presek diagonal testne geodetske mreže, so merjene dolžine zavzemale vrednosti med 5,5 m in 7,5 m. Meteorološki popravki so znašali v povprečju 0,000144 m, kar pomeni, da so se dolžine spremenile za približno desetinko milimetra.

### **4.2.2 Rezultati natančnosti koordinat merjenih točk na stožcu**

Natančnosti izračunanih količin smo izračunali s pomočjo zakona o prenosu varianc in kovarianc, saj za posamično točko nismo imeli nadštevilnih opazovanj. Izračunane natančnosti koordinat točk so si bile, zaradi pravokotne oblike mreže, zelo podobne. V preglednici 6 so prikazane največje in najmanjše vrednosti standardnega odklona posamezne koordinate za vse opazovane točke.

Preglednica 6: Pregled natančnosti koordinat merjenih koordinat točk na plašču stožca

	$\sigma_x$ [m]	$\sigma_y$ [m]	$\sigma_z$ [m]
<b>Največja <math>\sigma</math></b>	0,00200	0,00076	0,00035
<b>Najmanjša <math>\sigma</math></b>	0,00185	0,00007	0,00003
<b>Povprečna <math>\sigma</math></b>	0,00195	0,00040	0,00018

Kot lahko vidimo iz preglednice so standardni odkloni koordinat največji v smeri osi x, kjer znašajo med 1,85 in 2,00 mm oziroma v povprečju 1,95 mm. V smeri y in z osi je standardni odklon občutno manjši in znaša nekaj desetink milimetra. Takšen rezultat je bil pričakovan, saj je oblika mreže pravokotna. Pri standardnih odklonih v smeri x osi ima velik vpliv upoštevana natančnost instrumenta za merjenje dolžin brez reflektorja, ki znaša 2 mm + 2 ppm.

#### 4.2.3 Izračunani parametri stožca in ocenjena natančnost parametrov

Vhodni podatek v izravnavo so bile približne vrednosti neznank, ki so prikazane v preglednici 7. Te smo izbrali empirično, oziroma smo jih določili na podlagi idealnega primera stožca, ki ima naklonski kot 45° in ni zasukan okoli x ali y osi:

Preglednica 7: Približne vrednosti neznank, kot vhodni podatek v izravnavo

<b>Količina</b>	<b>Približna vrednost</b>
$\alpha$	0°
$\beta$	0°
$k$	1
$p$	1 m
$x_s$	$\bar{x}$
$y_s$	$\bar{y}$

Izračun parametrov smo izvedli s splošnim modelom izravnave.

Parametre stožca smo računali za pokončen stožec v izhodišču koordinatnega sistema. Da smo dobili koordinate vrha stožca glede na izmerjene točke, smo morali stožec še odrotirati za  $R_{3D} = (-\alpha, -\beta)$  ter ga premakniti za vektor premika iz izhodišča na prvotno mesto.

V preglednici 8 so prikazani parametri stožca označenega s številko 1 z izračunanim standardnim odklonom, ki opisuje natančnost izračunane količine.

Preglednica 8: Parametri stožca 1 pred izločitvijo grobih pogreškov

Parameter	Izračunana vrednost		Standardni odkloni ( $\sigma$ )
$\alpha$	$-0^{\circ}18'26,05''$	$-1106,05''$	$\pm 104,93''$
$\beta$	$-1^{\circ}11'17,73''$	$-4277,73''$	$\pm 92,21''$
$k$	1,009087		$\pm 0,000676$
$p$	0,5666 m		$\pm 0,20$ mm
$x_s$	0,0140 m		$\pm 0,36$ mm
$y_s$	-0,0044 m		$\pm 0,43$ mm

Naklonski koeficient  $k = 1,009087$  ustreza kotu naklona  $44^{\circ}44'27,10''$  pri pokončni postavitvi stožca. Razvidno je, da naklonski koeficient stožca 1 odstopa od projektiranega modela z naklonskim koeficientom  $k = 1$ .

Koordinate vrha stožca 1 v prostoru so prikazane v preglednici 9.

Preglednica 9: Koordinate vrha stožca 1 pred izločitvijo grobih pogreškov

Koordinata	Vrednost [m]	Standardni odkloni ( $\sigma$ ) [mm]
$x_v$	11,5132	$\pm 0,51$
$y_v$	6,4508	$\pm 0,61$
$z_v$	4,9899	$\pm 0,62$

#### 4.2.4 Izračun konstante stožca in ocena natančnosti

Pri izračunu adicijske konstante smo upoštevali koordinato reflektorja v sistemu v izhodišču premaknjene in v pokončen položaj zasukanega stožca in koordinato vrha stožca v istem sistemu. Izračunana konstanta stožca 1 je prikazana v preglednici 10.

Preglednica 10: Adicijska konstanta stožca 1 pred izločitvijo grobih pogreškov

Konstanta	Vrednost [m]	Standardni odkloni [mm]
$\Delta x$	-0,0010	$\pm 0,55$
$\Delta y$	0,0007	$\pm 0,64$
$\Delta z$	0,1155	$\pm 0,65$

Razlika med vrhom stožca in sredino reflektorja oz. faznega centra antene je največja v smeri osi z in znaša 0,1155 m. V smeri osi x je ta razlika 1 mm, v smeri osi y pa 0,7 mm pri pokončni postavitvi stožca.

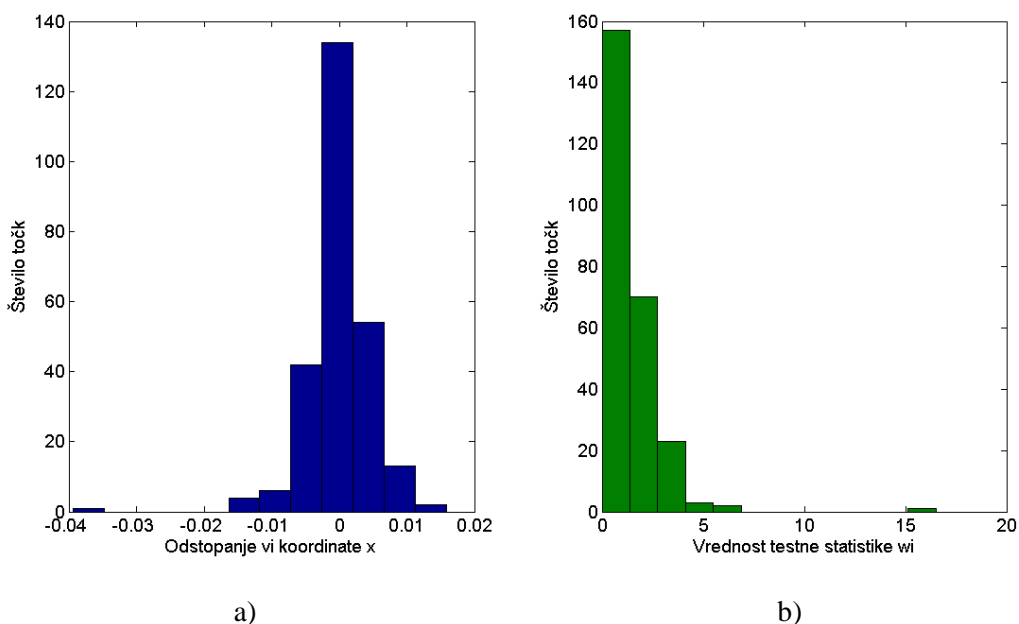
#### 4.2.5 Rezultati po ponovni izravnavi po izločitvi grobih pogreškov po Baardovi metodi

Grobe pogreške smo ugotavljali v sklopu globalnega testa modela z Baardovo metodo. Za vsako opazovanje smo izračunali testno statistiko  $w_i$ , ki se porazdeljuje po standardni normalni porazdelitvi. Če je testna statistika večja od 2,575, lahko sklepamo na grobi pogrešek. Pri oblaku točk stožca smo po postopku odkrili pravilne grobe pogreške. Zdi se, da smo po metodi odkrili več grobih pogreškov, saj se je grobi pogrešek pri izravnavi porazdelil tudi na ostala nepogrešena opazovanja.

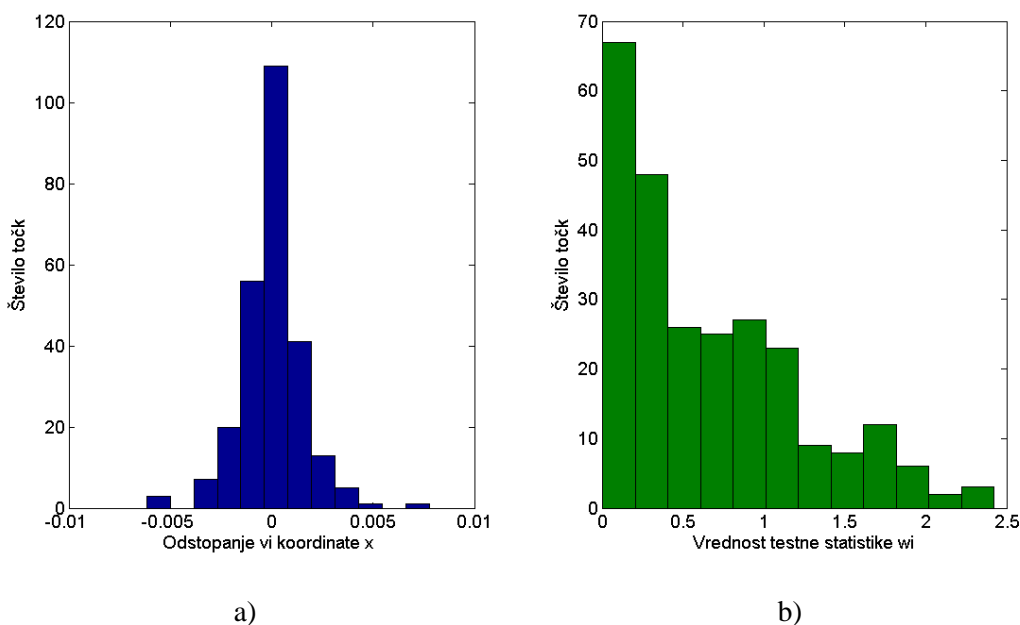
Pri stožcu 1 smo v iteracijskem postopku izločili 6 opazovanih točk. Po vrsti smo izločili točke z zaporedno številko 120, 72, 193, 121, 61 in 70.

Izrisali smo tudi histograme popravka koordinat  $v_i$  in vrednosti testne statistike  $w_i$  pred (Grafikon 1) in po (Grafikon 2) izločitvi grobih pogreškov. Popravke koordinat in vrednosti testnih statistik, smo zaradi preglednejšega prikaza razvrstili v 12 razredov.





Grafikon 1: a) Porazdelitev odstopanj koordinat x vseh detajlnih točk pred izločitvijo grobo pogrešenih točk po Baardovi metodi. b) Porazdelitev testne statistike  $w_i$  (poglavje 3.2.8) za koordinatno komponento x pred izločitvijo grobo pogrešenih točk po Baardovi metodi



Grafikon 2: Porazdelitev odstopanj koordinat x vseh detajlnih točk po izločitvi grobo pogrešenih točk po Baardovi metodi. b) Porazdelitev testne statistike  $w_i$  (poglavje 3.2.8) za koordinatno komponento x po izločitvi grobo pogrešenih točk po Baardovi metodi

Iz grafikona 1 vidimo, da se odstopanja ter vrednosti testnih statistik  $w$  ne porazdeljuje povsem po standardni normalni porazdelitvi. Vidimo, da imajo nekatere testne statistike večje vrednosti od 2,575. To kaže na prisotnost grobih pogreškov, ki smo jih izločili (grafikon 2).

Po izločitvi točk smo še enkrat izračunali parametre stožca, koordinato vrha in konstanto ter izračunali natančnosti izračunanih količin.

Preglednica 11: Parametri stožca 1 po izločitvi grobih pogreškov

Parameter	Izračunana vrednost		Standardni odklon ( $\sigma$ )
$\alpha$	-0°18'41,17"	- 1121,17"	± 24,12"
$\beta$	-1°11'16,75"	- 4276,75"	± 21,26"
$k$	1,008404		± 0,00015574
$p$	0,5617 m		± 0,00 mm
$x_s$	0,0212 m		± 0,08 mm
$y_s$	0,0076 m		± 0,10 mm

Naklonski koeficient  $k = 1,008404$  ustreza kotu naklona 44°45'39,91" pri pokončni postavitvi stožca.

Koordinate vrha stožca 1 v prostoru so prikazani v preglednici 12.

Preglednica 12: Koordinate vrha stožca 1 v prostoru po izločitvi grobih pogreškov

Koordinata	Vrednost [m]	Standardni odklon ( $\sigma$ ) [mm]
$x_v$	11,5127	± 0,13
$y_v$	6,4511	± 0,15
$z_v$	4,9898	± 0,16

Upoštevali smo koordinato reflektorja v sistemu v izhodišče premaknjene in v pokončen položaj zasukanega stožca in koordinato vrha stožca v istem sistemu ter izračunali konstanto stožca, ki znaša:

Preglednica 13: Adicijska konstanta stožca 1 po izločitvi grobih pogreškov

Konstanta	Vrednost [m]	Natančnost [mm]
$\Delta x$	0,0005	$\pm 0,24$
$\Delta y$	0,0003	$\pm 0,25$
$\Delta z$	0,1155	$\pm 0,25$

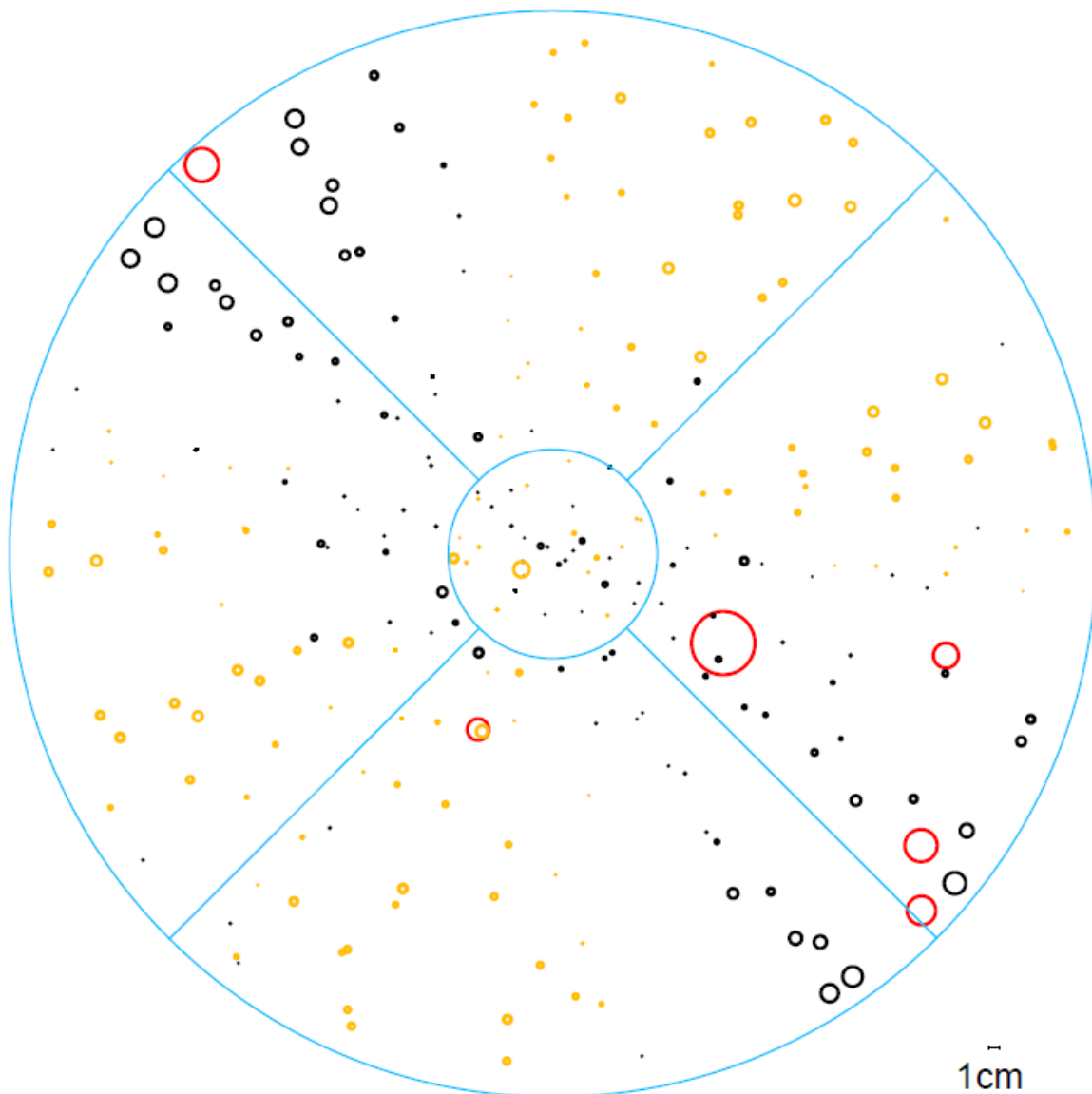
Vrednosti konstante se nekoliko razlikujejo glede na izračunano konstanto pred izločitvijo grobih pogreškov, vendar pa je ta razlika skoraj zanemarljivo majhna in je reda velikosti 0,5 mm. Četudi se kot naklona stožca spremeni za približno 1', je to relativno gledano zelo majhna sprememba.

#### 4.2.6 Grafični prikaz odstopanj modelov stožca od aproksimirane in projektirane oblike

Ko smo izračunali pravokotna odstopanja oblaka točk od modela stožca, smo rezultate prikazali v grafični obliki, v programu AutoCAD. Prikazali smo tloris stožca, pravokotna odstopanja točk od modela pa smo ponazorili s polmeri krogov.

Na sliki 17 je grafično prikazano pravokotno odstopanje oblaka točk stožca 1 od aproksimiranega modela stožca pri upoštevanju izračunanih parametrov naklonskega koeficienta in izračunanega vrha stožca.

Odstopanja v pozitivni smeri (točke so nad plaščem aproksimiranega stožca) so prikazana s črnimi krogi, oranžni krogi pa predstavljajo odstopanja v negativni smeri (točke so pod plaščem stožca). Grobo pogrešene točke, ugotovljene po Baardovi metodi, so ponazorjene z rdečimi krogi ne glede na to, v katero smer odstopajo.



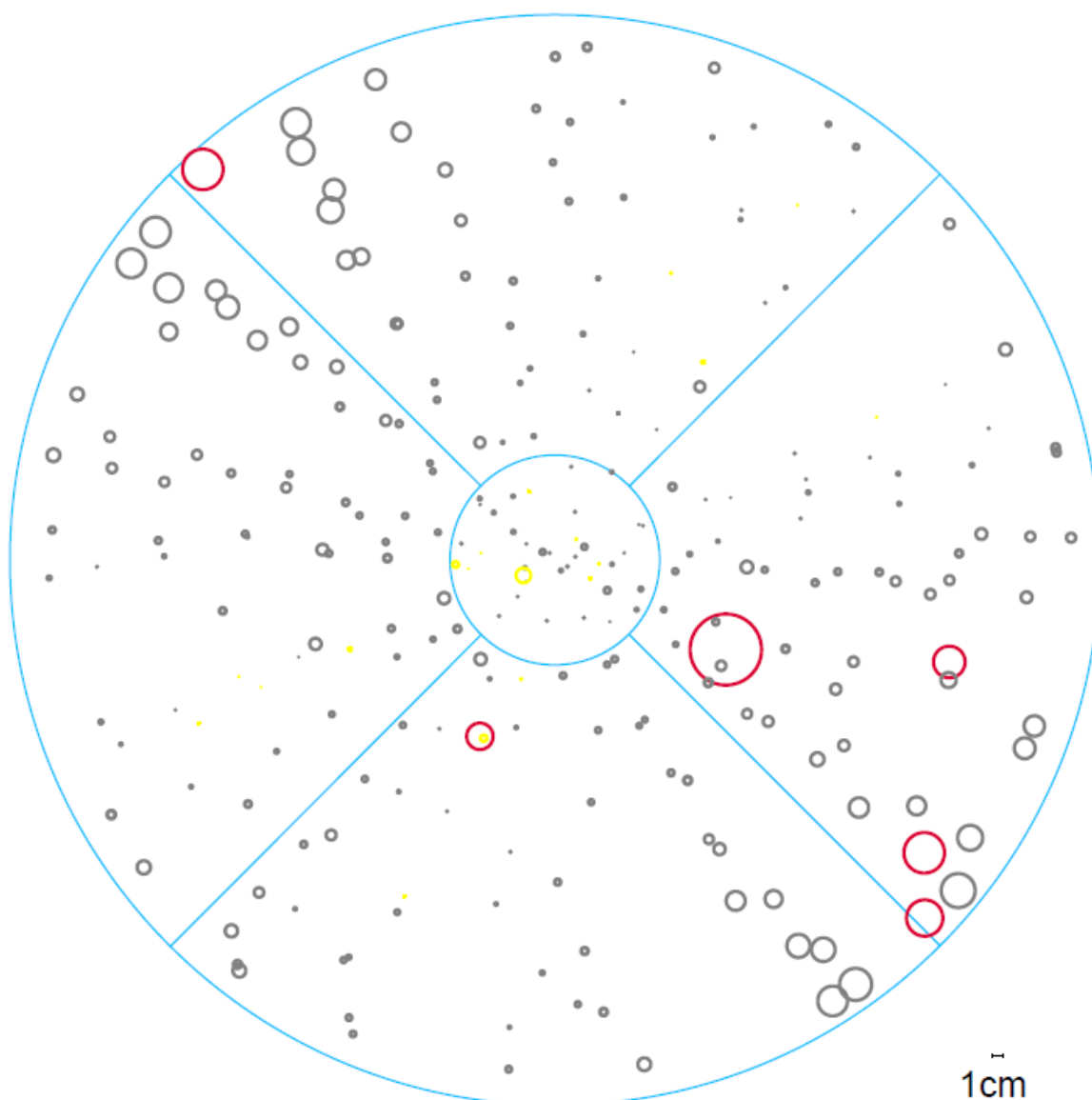
Slika 17: Grafični prikaz pravokotnih odstopanj oblaka točk od aproksimiranega modela stožca 1

Iz slike 17 je razvidno, da se stožcu najbolj prilegajo izmerjene točke bližje vrhu in da se pravokotna odstopanja povečujejo z oddaljevanjem od vrha stožca. Točke se na splošno dobro prilegajo modelu stožca, saj je povprečno odstopanje od aproksimiranega modela enako 0 mm, kar potrди pravilnost izračuna. Približno polovica točk odstopa v pozitivni smeri, druga polovica pa v negativni smeri. V negativni smeri odstopajo predvsem točke opazovane s stojišč 1 in 3, medtem ko v pozitivni smeri odstopajo točke opazovane s stojišč 2 in 4. Ker je, če izvajamo grobo pogrešene točke, največje odstopanje v absolutnem smislu 10,4 mm (Preglednica 14) lahko zaključimo, da se aproksimiran model stožca 1 dobro prilega oblaku izmerjenih točk.

Preglednica 14: Prikaz karakterističnih odstopanj oblaka točk od aproksimiranega modela stožca 1

	Največje pod [m]	Največje nad [m]	Povprečno[m]
<b>Pravokotno odstopanje</b>	- 0,0075	0,0104	0,0000

Oblak točk smo primerjali tudi s projektiranim stožcem. Pri tem smo upoštevali, da je projektiran naklonski koeficient stožca  $k_p = 1$ , kar ustreza naklonskemu kotu stožca  $45^\circ$ . Rezultati so prikazani grafično na sliki 18.



Slika 18: Grafični prikaz pravokotnih odstopanj oblaka točk od projektiranega modela stožca 1

Sivi krogi predstavljajo odstopanja v pozitivni smeri, rumeni krogi v negativni smeri, vijoličasti krogi pa absolutno odstopanje grobo pogrešenih točk od projektiranega modela stožca. Za razliko od aproksimiranega modela, glede na projektiran model oblak točk v povprečju odstopa v pozitivni smeri, sama odstopanja pa so večja od tistih pri aproksimiranemu modelu. Če izvzamemo grobo pogrešene točke, znaša največje odstopanje od projektiranega modela 16,2 mm. Da več točk odstopa v pozitivni smeri opozarja tudi povprečno odstopanje, ki znaša 3,3 mm (Preglednica 15).

Preglednica 15: Prikaz karakterističnih odstopanj oblaka točk od projektiranega modela stožca 1

	<b>Največje pod [m]</b>	<b>Največje nad [m]</b>	<b>Povprečno[m]</b>
<b>Pravokotno odstopanje</b>	- 0,0070	0,0162	0,0033

## 5 ZAKLJUČEK

Enako, kot za stožec številka 1, smo izračunali parametre ter adicijske konstante še za preostalih 5 stožcev. Rezultati in grafična predstavitev odstopanj od aproksimiranih modelov in projektirane oblike so v prilogi na zgoščenki.

Rezultati so potrdili naše predpostavke. Vsi stožci odstopajo od projektirane oblike, razlika v naklonskem kotu med aproksimiranim in projektiranim modelom pri nobenem modelu stožca ne presega  $1^\circ$ . Pokazalo se je, da so vsi stožci nekoliko položnejši od projektirane oblike, saj večina točk oblakov točk plaščev stožcev odstopa od projektirane oblike v pozitivni smeri (so nad plaščem stožca). Iz grafičnih prikazov je razvidno, da se projektiranim oblikam najbolj prilegajo točke bližje vrha. To so točke na fiksnem »vrhu« stožca. Predvidevamo, da prihaja do odstopanj zaradi načina izdelave in montaže modelov. Projektiranim oblikam bi se lahko bolj približali, če bi bili stožci izdelani iz enega dela in s kakšno drugo metodo ali materialom. Vendar menimo, da so s poznavanjem natančnih parametrov, obravnavani modeli stožcev ustrezni za izvedbo načrtovane raziskave kontrole kakovosti geolociranja oblaka točk pri aerolaserskem skeniranju. Potrdila se je tudi predpostavka, da stožci niso povsem pokončni.

Kar se tiče metode izmere, bi točke na plašču stožcev lahko opazovali tudi s terestričnim laserskim skenerjem. Natančnost izmerjenih detajlnih točk bi bila v tem primeru nekoliko slabša. Zaradi velikega števila skeniranih točk bi verjetno dosegli podobno natančnost določitve parametrov, vendar bi bil zaradi obdelave velikih količin podatkov izračun kompleksnejši in počasnejši.

Opravljen del ocenjujemo kot uspešno, saj smo izpolnili cilje in določili obliko modelov stožcev, koordinate vrhov in adicijske konstante.

Razviti postopek določitve oblik modelov stožcev bi lahko uporabili tudi za preverjanje kakovosti drugih objektov preprostih geometričnih oblik, z izboljšavami pa vidimo uporabnost metode tudi v preverjanju kakovosti izdelave kompleksnejših oblik, kar bi bilo uporabno npr. v strojništvu ali gradbeništvu.

## VIRI

Bric, V., Berk, S., Triglav Čekada, M. 2013. Zagotavljanje kakovosti georeferenciranja podatkov aerolaserskega skeniranja za upravljanje voda. Geodetski vestnik 57, 2: 271-285.

Csanyi, N., Toth, C. 2007. Improvement of lidar data accuracy using lidar-specific ground targets. Photogrammetric Engineering & Remote Sensing 73(4): 385–396.

[http://info.asprs.org/publications/pers/2007journal/april/2007\\_apr\\_385-396.pdf](http://info.asprs.org/publications/pers/2007journal/april/2007_apr_385-396.pdf) (Pridobljeno 27. 10. 2013.)

Fischler, M. A., Bolles, R. C. 1981. Random Sample Consensus: A Paradigm for Model Fitting with Application to Image Analysis and Automated Cartography. Communications of the ACM 24, 6: 381-395.

<http://www.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a460585.pdf> (Pridobljeno 11. 10. 2013)

Leica. 2014. Specifikacije instrumenta.

[http://www.leica-geosystems.com/downloads123/zz/tps/tps1200/brochures/Leica TPS1200+ brochure en.pdf](http://www.leica-geosystems.com/downloads123/zz/tps/tps1200/brochures/Leica_TPS1200+_brochure_en.pdf)

(Pridobljeno 12. 3. 2014.)

Kogoj, D. 2005. Merjenje dolžin z elektronskimi razdaljmeri. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 159 str.

Marjetič, A., Ambrožič, T., Kogoj, D. 2011. Določitev nevertikalnosti visokih dimnikov. Geodetski vestnik 55, 4: 701-712.

Rentsch, M., Krzystek, P. 2012. Lidar strip adjustment using automatically reconstructed roof shapes. The Photogrammetric Record, 27: 272-292.

[doi: 10.1111/j.1477-9730.2012.00690.x](https://doi.org/10.1111/j.1477-9730.2012.00690.x)

Ressl, C., Kager, H., Mandlbürger, G. 2008. Quality Checking of ALS Projects Using statistics of strip Differences. XXIST ISPRS Congress. Peking, 3.-11. julij 2008. International archives of the Photogrammetry, Remote sensing and spatial Information science, letn. 37(B3b): 253–260.

[http://www.isprs.org/proceedings/XXXVII/congress/3b\\_pdf/54.pdf](http://www.isprs.org/proceedings/XXXVII/congress/3b_pdf/54.pdf) (Pridobljeno 23. 3. 2013)

Stopar, B. 2009. Zapiski s predavanj Izravnalni račun 2. Neobjavljeno študijsko gradivo. Ljubljana, UL FGG: 63 str.



Stopar, B. 2012. Zapiski s predavanj Izravnalni račun 3. Neobjavljeno študijsko gradivo. Ljubljana, UL FGG: 55 str.

Toth, C., Paska, E., Brzezinska, D. 2008. Quality assessment of lidar data by using pavement markings. International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, Vol. XXXVII-B1: 189-196.

[http://www.isprs.org/proceedings/XXXVII/congress/1\\_pdf/32.pdf](http://www.isprs.org/proceedings/XXXVII/congress/1_pdf/32.pdf) (Pridobljeno 1. 4. 2014.)

Urbančič, T. 2012. Določitev koordinat kontrolne točke aerolaserskega skeniranja – krogla in stožec. Seminarska naloga. Ljubljana, UL FGG (samozaložba T. Urbančič): 21 str.