Univerza v Ljubljani Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

Jamova 2 1000 Ljubljana, Slovenija http://www3.fgg.uni-lj.si/

DRUGG – Digitalni repozitorij UL FGG http://drugg.fgg.uni-lj.si/

Ta članek je avtorjeva zadnja recenzirana različica, kot je bila sprejeta po opravljeni recenziji.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujte na bibliografske podatke, kot je navedeno:

University of Ljubljana Faculty of *Civil and Geodetic Engineering* 

Jamova 2 SI – 1000 Ljubljana, Slovenia http://www3.fgg.uni-lj.si/

DRUGG – The Digital Repository http://drugg.fgg.uni-lj.si/

This version of the article is author's manuscript as accepted for publishing after the review process.

When citing, please refer to the publisher's bibliographic information as follows:

Batistič, D., Brank, B. 2006. Nosilnost armiranobetonskega nosilca, ojačenega z armiranopolimernim trakom = Analysis of reinforced concrete beam strengthened by a fibre-reinforced polimer composite. *Gradbeni vestnik* 55, 4: 96-100.

http://www.zveza-dgits.si/arhiv-gradbenega-vestnika

### NOSILNOST ARMIRANOBETONSKEGA NOSILCA, OJAČANEGA Z ARMIRANOPOLIMERNIM TRAKOM

D. Batistič<sup>1</sup> in B. Brank<sup>2</sup>

### Povzetek

Prikazujemo postopek dimenzioniranja armiranobetonskega nosilca, ki je ojačan z armiranopolimernim trakom, ter rezultate izračuna mejne nosilnosti takšnega nosilca z nelinearno metodo končnih elementov.

### Abstract

Design procedure for a reinforced concrete beam, strengthened by a fibre-reinforced polymer composite is presented, as well as results of an ultimate load analysis of such a beam by nonlinear finite element method.

## 1. UVOD

Vzroki za ojačanje armiranobetonskih (AB) objektov so npr. njihova dotrajanost, sprememba konstrukcijskega sistema ali sprememba namembnosti objekta. Ojačanje posameznih konstrukcijskih elementov v takšnih primerih zagotovi potrebno nosilnost konstrukcije. Učinkoviti način ojačanja je leplenje armiranopolimernih (AP) trakov, glej npr. [Žarnić, 2002], [Bergant in Gerbec, 2004], na AB konstrukcijske elemente. Najbolj pogosto je leplenje AP trakov na spodnji del AB nosilcev, kar poveča upogibno nosilnost nosilcev. V nadaljevanju tega dela obravnavamo le takšne primere ojačanja.

Eksperimentalne študije upogibno obremenjenih, z AP trakovi ojačanih, prostoležečih AB nosilcev, npr. [Žarnić in ost.,1998], [Jarc, 1998], [Teng in ost., 2002], kažejo, da se takšen nosilec lahko poruši na različne načine. Lahko pride:

(a) do upogibne porušitve (na sredini razpona nosilca se pretrga AP trak ali odkruši beton);

(b) do strižne porušitve (ob koncu traku nastane razpoka po celotni višini nosilca);

(c) na robnem območju nosilca (tam, kjer se konča trak) pride do odluščenja zaščitnega sloja betona ali do odluščenja samega traku;

(č) v srednjem delu nosilca pride do odluščenja traku.

Porušitve pod (b)-(č) se zgodijo prej kot porušitev pod (a), zato je koristno, če se pri dimenzioniranju ojačanih nosilcev preveri tudi strižna nosilnost nosilca in možnost odluščenja. V [Teng in ost, 2002] se zato predlaga, da se pri dimenzioniranju ojačanih nosilcev preveri dva kritična prereza:

(i) prerez z največjim računskim momentom;

(ii) prerez na mestu, kjer se konča AP trak.

V nadaljevanju v 2. točki opišemo omenjeni postopek dimenzioniranja, v 3. točki pa prikažemo primer izračuna mejne nosilnosti ojačanega nosilca z nelinearno metodo končnih elementov.

# 2. DIMENZIONIRANJE OJAČANEGA NOSILCA

Zanima nas določitev potrebnega prereza ojačitvenega AP traku. Prav tako nas zanima mejna nosilnost prostoležečega ojačanega nosilca s pravokotnim prerezom. Poznamo geometrijo nosilca, karakteristike betona in jeklene armature ter lego in količino vzdolžne (in stremenske) jeklene armature. Poznamo tudi računski moment  $M_{sd}$ , ki naj ga ojačani nosilec prevzame, in moment  $M_0$ , ki ga prevzema nosilec v času lepljenja traku.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Gradis

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> UL, FGG, IKPIR, Jamova 2, Ljubljana, bbrank@ikpir.fgg.uni-lj.si

Kot omenjeno, preverjamo dva kritična prereza: na sredini nosilca, kjer je mesto največjega računskega momenta, in ob koncu traku. Uporabljene oznake so pojasnjene v tekstu, na sliki 1 in v tabeli 1. Deformacije in napetosti pišemo kot pozitivne, ne glede, če so tlačne ali natezne, pazimo pa na predznake pri silah. S  $\sigma_s$  označimo napetost v natezni jekleni armaturi, s  $\sigma_{s1}$  pa napetost v tlačni jekleni armaturi; velja ( $\bar{s}$  predstavlja ali s ali  $s_1$ ):  $\sigma_{\bar{s}} = E_s \varepsilon_{\bar{s}}$ , če je  $\varepsilon_{\bar{s}} < f_y / (\gamma_s E_s)$ , in  $\sigma_{\bar{s}} = f_y / \gamma_s$ , če je  $\varepsilon_{\bar{s}} \ge f_y / (\gamma_s E_s)$ .

Mejno stanje nosilnosti prereza na sredini razpona je doseženo, ko je  $M_{sd}$  enak momentu  $M_{rd}$ , ki ga ojačani prerez lahko prevzame. Slednjega izračunamo ob predpostavljeni deformacijski ravnini prereza. Lahko si izberemo takšno, da bo hkrati prišlo do porušitve betona v tlaku in AP traku v nategu; po EC2 je porušna deformacija betona v tlaku  $\varepsilon_c = 0.0035$ , porušna deformacija traku v nategu pa je  $\varepsilon_p = f_p / (\gamma_p E_p)$ . Višina tlačne cone je v tem primeru enaka (slika 1)  $x = h\varepsilon_c / (\varepsilon_c + \varepsilon_p)$ . Iz ravnotežja sil v prerezu,  $N_p + N_s = N_c + N_{s1}$ , kjer je  $N_p = A_p f_p / \gamma_p$ ,  $N_s = A_s \sigma_s$ ,  $N_c = 0.8 \times 0.85 f_{cd} b$  (uporabimo nadomestni pravokotnik, slika 1) in  $N_{s1} = A_{s1}\sigma_1$ , lahko dobimo pripadajoči prerez traku

$$A_{p} = \frac{N_{c} + N_{s1} - N_{s}}{f_{p} / \gamma_{p}} = A_{p,kr}$$
(1)

Prerez traku, ki ga dobimo z enačbo (1), označimo kot kritični prerez. Če je površina traku večja od  $A_{p,kr}$ , bo v prerezu prišlo do porušitve po betonu, če pa je površina traku manjša od  $A_{p,kr}$ , se bo pretrgal trak. Odpornostni moment prereza lahko potem izračunamo kot

$$M_{rd} = N_{s1} \left(\frac{h}{2} - a_1\right) + N_c \left(\frac{h}{2} - 0.4x\right) + N_s \left(\frac{h}{2} - a\right) + N_p \frac{h}{2} = N_{s1} (d - a_1) + N_c (d - 0.4x) + N_p a$$
(2)



Slika 1: Deformacije in sile (privzet je nadomestni pravokotnik v tlaku) v prečnem prerezu ojačanega nosilca

Tabela 1. Nekatere uporabljene oznake
$f_p$ , $f_{cd}\ldots$ natezna trdnost armiranega polimera, računska trdnost betona
$f_y$ meja elastičnosti jekla
${\gamma}_p$ , ${\gamma}_s$ parcialni varnostni faktor za armirani polimer oziroma za jeklo
${E_p}$ , ${E_s}\ \dots$ elastični modul armiranega polimera oziroma jekla

Poglejmo še, kakšen mora biti prerez traku, če naj v prerezu z maksimalnim računskim momentom hkrati pride do porušitve betona in plastifikacije armature. Višina tlačne cone je v tem primeru enaka

 $x = d\varepsilon_c / (\varepsilon_c + f_y / (\gamma_s E_s))$ . Iz ravnotežja sil v prerezu  $N_p + N_s = N_c + N_{s1}$ , kjer je  $N_p = A_p E_p \varepsilon_p$ ,  $N_s = A_s f_y / \gamma_s$ ,  $N_c = 0.8 x 0.85 f_{cd} b$  in  $N_{s1} = A_{s1} \sigma_1$ , lahko dobimo pripadajoči prerez traku

$$A_p = \frac{N_c + N_{s1} - N_s}{E_p \varepsilon_p} = A_{p,maks}$$
(3)

ki ga označimo, kot maksimalnega. Če je površina traku večja od  $A_{p,maks}$ , bo v prerezu prišlo do porušitve po betonu, še preden se bo plastificirala armatura.

Enačbi (1) in (3) veljata, če nosilec ni predobremenjen. Praktično pa je nosilec vedno predobremenjen (vsaj z lastno težo) v času leplenja AP traku. Na spodnji strani nosilca je tako v prerezu z maksimalnim računskim momentom pred leplenjem AP traku natezna deformacija  $\varepsilon_{p0}$  (ta je seveda povezana z momentom  $M_0$ , ki ga ta prerez prevzema v času leplenja). Gornje enačbe v primeru predobremenitve še vedno lahko uporabljamo, če v njih (na primernih mestih) namesto  $\varepsilon_p$  upoštevamo  $\bar{\varepsilon}_p = \varepsilon_p + \varepsilon_{p0}$ . Lahko si predstavljamo, da s tem spremenimo konstitutivni zakon za AP trak tako, da je sila v AP traku enaka nič, dokler ne pride do deformacije  $\varepsilon_{p0}$ .



Slika 2: Območje ojačevanja.

Eksperimenti kažejo, npr. [Žarnić in ost.,1998], [Jarc, 1998], [Teng in ost., 2002], da je v večini primerov mejno stanje nosilnosti ojačanega nosilca doseženo pred mejnim stanjem nosilnosti prereza z največjim računskim momentom. Nosilec se namreč pogosto poruši ob enem od koncev traku. Zato [Teng in ost., 2002] priporočajo (slika 2):

- (a) kontrolo prečne sile,  $V_{db,end}$ , in upogibnega momenta,  $M_{db,end}$ , na koncu AP traku;
- (b) kontrolo napetosti v AP traku;
- (c) zagotovitev ustrezne sidrne dolžine  $L_s$ .

V ta namen predlagajo naslednje empirične enačbe:

- za kontrolo prečne sile na koncu traku:  $V_{db,end} = 1.4 \cdot V_{rd1}$ , kjer je  $V_{rd1}$  strižna nosilnost betonskega prereza po EC2;
- za kontrolo upogibnega momenta na koncu traku:  $M_{db,end} / M_{rd} \le 0.67$ , kjer je  $M_{rd}$  podan v enačbi (2);

- za sidrno dolžino:  $L_s = 2\sqrt{E_p t_p} / \sqrt{f_{cd}}$ , kjer je  $E_p t_p$  je podan v MPa mm,  $f_{cu}$  pa v MPa,  $t_p$  pa je debelina AP traku;
- za kontrolo napetosti v traku:  $f_{pd} = min\{f_p, \sigma_{db}\}$ , kjer je  $\sigma_{db} = 0.4 \cdot \beta_p \cdot \beta_L \cdot \sqrt{E_p \sqrt{f_{cd}} / t_p}$ ,  $\beta_p = \sqrt{(2 b_p / b)/(1 + b_p / b)}$ ,  $\beta_L = 1$ , če je  $L \ge L_s / 2$  in  $\beta_L = sin(\pi L / L_s)$ , če je  $L < L_s / 2$ , kjer je L dolžina AP traku.

V gornjih enačbah, kjer se preverja prerez na sredini razpona nosilca, naj bi  $f_p$  nadomestili z  $f_{pd}$ .

### 3. ANALIZA OJAČANEGA NOSILCA PO NELINEARNI METODI KONČNIH ELEMENTOV

Z nelinearno metodo končnih elementov smo analizirali nosilec [Batistič, 2005], katerega nosilnost je bila že ugotovljena v laboratoriju, glej [Žarnić in ost., 1998], [Jarc, 1998]. Podatki o nosilcu so na sliki 3. Pri numeričnem ugotavljanju nosilnosti smo uporabili komercialni računalniški program [ABAQUS, 2003].



Slika 3. Dimenzije nosilca in armature ter lega sil. Enote so cm

Nosilec smo modelirali kot ploskovno konstrukcijo v ravninskem napetostnem stanju. Betonski del nosilca smo opisali z 8-vozliščnimi ploskovnimi končnimi elementi (mreža je razvidna iz slike 7), armaturo (slika 3) pa z linijskimi končnimi elementi, ki smo jih položili preko mreže ploskovnih končnih elementov. Na ta način se lahko obnašanje betona in armature modelirata ločeno.

Za model betona v tlaku smo uporabili asociativni elastoplastični materialni model z izotropnim utrjevanjem (slika 4). Za model betona v nategu pa smo uporabili t.i. koncept poškodovane elastičnosti, ki upošteva tudi nosilnost razpokanega betona. Ko je v integracijski točki v eni od glavnih smeri presežena natezna trdnost betona, model zazna razpoko. Smer razpoke v tej točki je tako določena in se z nadaljnjim obremenjevanjem ne spreminja. Sledi mehčanje materiala (v smislu zmanjševanja vrednosti elastičnih parametrov) v smeri pravokotno na razpoko. Ko je dosežena predpisana enoosna

natezna deformacija  $\varepsilon_0$ , beton v tej smeri v nategu ne nudi več odpora. Velikost deformacije  $\varepsilon_0$  je ključni parameter, ki vpliva na obnašanje obravnavanega modela betona. V vsaki integracijski točki sta možni dve ortogonalni razpoki. Takšen model betona se v literaturi pogosto imenuje model s fiksnimi razmazanimi razpokami. Podatki, ki smo jih uporabili za modeliranje betona, so zbrani v tabeli 2.



Slika 4: Meja tečenja v tlaku in krivulja zaznave razpok v mategu.



Elastični modul 3000 kN/cm<sup>2</sup> Poissonov količnik 0.2 Napetost na meji tečenja pri enoosnem tlaku 1.0 kN/cm<sup>2</sup> Napetost pri porušitvi pri enoosnem tlaku 2.5 kN/cm<sup>2</sup> Plastična deformacija pri enoosni porušitvi 2.9\*10<sup>-3</sup> Izotropno utrjevanje: skladno z diagramom po EC2 Razmerje med enoosno porušno napetostjo v nategu in tlaku 0.05, 0.06, 0.07 ali 0.09 Specifična teža 25 kN/m<sup>3</sup> Napetost, pri kateri beton razpoka Linearno padanje natezne napetosti na nič, ko je  $\varepsilon_0$  enak 0.01 ali 0.02 Razmerje med tlačno trdnostjo pri dvoosnem in enoosnem tlaku 1.16



Jeklo smo modelirali kot idealni elastoplastični material. Za elastični modul smo privzeli  $E_s = 20000$  kN/cm<sup>2</sup>, za napetost na meji tečenja pa  $f_y = 40$  kN/cm<sup>2</sup>. Ojačitveni trak iz epoksija, ojačanega z ogljikovimi vlakni, ki je imel debelino  $t_p = 1.2$  mm in višino  $b_p = 50$  mm (v računu smo trak »razmazali« po debelini nosilca), smo opisali z linijskimi končnimi elementi in z linearno elastičnim materialom (z modulom elastičnosti  $E_p = 15000$  kN/cm<sup>2</sup> in s porušno napetostjo  $f_p = 240$  kN/cm<sup>2</sup>).



Slika 6: Sila v odvisnosti od pomika spodnje točke na sredini ojačanega nosilca.

Rezultati numerične analize so prikazani na slikah 5 in 6, kjer je narisan pomik na sredini razpona nosilca (spodnja stran nosilca) v odvisnosti od celotne nanešene sile. Na sliki 5 je ta odvisnost prikazana za neojačani AB nosilec, na sliki 6 pa za AB nosilec, ojačan z AP trakom. Opazno je, da se numerični modeli nosilca obnašajo bolj togo od eksperimentalno preizkušenega nosilca. To je še posebej vidno v območju, ko se pojavijo razpoke v betonu, armatura pa se še ni plastificirala. Izkaže se, da imajo največji vpliv na numerične rezultate parametri, ki vplivajo na modeliranje razpokanega betona. Spreminjanje vrednosti natezne enoosne napetosti, ki povzroči razpoko (od 0.05 do 0.09 \* 25 kN/m<sup>2</sup>) ter natezne enoosne deformacije  $\varepsilon_0$ , pri kateri beton v nategu ne nosi več (od 0.01 do 0.02), nam da različne krivulje. Nekatere od njih so na slikah 5 in 6 označene z Abaqus 1 do Abaqus 3.

Iz slike 5 je vidno, da dobimo zadovoljivo ujemanje med izračunano (od 83 do 88 kN) in izmerjeno limitno obtežbo (82 kN). Na sliki 6 se lepo vidi območje, kjer je obnašanje nosilca linearno elastično, območje, kjer beton v nategu razpoka in območje, kjer se začne plastifikacija armature. Numerično izračunani nivoji obtežbe pri prehodu med posameznimi območji se lepo ujemajo z eksperimentalnimi vrednostmi. Med eksperimentom se je ojačani nosilec lokalno porušil zaradi delaminacije konca traku pri obtežbi 117,0 kN [Žarnić 1998]. Tega tipa porušitve z našim numeričnim modelom nismo zaznali. Numerična analiza se je ustavila pri nekoliko večji obtežbi (122 kN), ko se je tlačna cona nosilca zelo zmanjšala in so se pojavile velike tlačne napetosti v betonu, nelinearni postopek pa je divergiral.

Na slikah 7 in 8 so prikazane vzdolžne deformacije pri mejni nosilnosti neojačanega in ojačanega nosilca. Iz vzdolžnih deformacij lahko dobimo predstavo o razporedu vertikalnih razpok po nosilcu. Lepo se vidi, da AP trak doseže, da je betonski nosilec razpokan po večjem območju, posledica česar je povečana mejna nosilnost nosilca (s približno 88 kN na približno120 kN).



Slika 7: Deformacije v vzdolžni smeri pri neojačanem nosilcu pri sili 88 kN



Slika 8: Deformacije v vzdolžni smeri pri ojačanem nosilcu pri sili 122 kN

### 4. SKLEP

Eksperimentalni podatki iz literature kažejo, da v večini primerov mejni moment prereza na sredini ojačanega prostoležečega nosilca ne bo dosežen, ker se bo prej formiral eden od lokalnih porušnih mehanizmov v bližini konca ojačitvenega traku. To dejstvo je zato potrebno upoštevati pri dimenzioniranju prereza traku in pri določitvi dolžine traku oziroma oddaljenosti koncev traku od podpor. Enostaven računski postopek za kontrolo lokalnih porušitev temelji na strižni odpornosti betonskega prereza [Teng in ost., 2002]. Ker pa ne vključuje parametrov, ki vplivajo na velikost strižnih luščilnih napetosti, je grob in konzervativen.

Nelinearna metoda končnih elementov je močno orodje za analizo obnašanja z AP trakovi ojačanih AB nosilcev (in tudi drugih konstrukcijskih elementov). V našem primeru smo uporabili relativno enostaven model za AB in z njim dokaj dobro ocenili mejno nosilnost tako neojačanega AB nosilca, kot tudi z AP trakom ojačanega AB nosilca. Za oceno mejne nosilnosti smo uporabili diagrame sila-pomik. Zavedati pa se je treba, da je mejno nosilnost ojačanega nosilca težko oceniti, ker je njegova porušitev neduktilna.

#### 5. LITERATURA

Žarnić, R., Utrditev konstrukcij z armiranimi plastičnimi masami, Gradbeni vestnik, 51, 279-289, 2002.

Žarnić R., Bokan-Bosijkov V., Bosijkov V., Jarc M., *Zvišanje upogibne nosilnosti z naleplanjem lamel*, Zbornik referatov 4. Slovenskega kongresa o cestah in prometu, 398-406, 1998.

Jarc M., *Eksperimentalna študija ojačitve armiranobetonskih nosilcev in plošč z doleplanjem jeklenih lamel in karbonskih lamel*, diplomska naloga, UL, FGG, 1998.

Teng J. G., Chen J. F., Smith S. T., Lam L., FRP-strengthened RC Structures, Wiley, 2002.

Batistič D., *Obnašanje armiranobetonskih nosilcev ojačanih z ogljikovimi trakovi*, diplomska naloga, UL, FGG, 2005.

ABAQUS/CAE User's Manual, version 6.4, Hibbit, Karsson 6 Scrensen, Inc., 2003

M. Bergant, B. Gerbec, *Metoda statične utrditve nosilnih gradbenih konstrukcij z leplenjem dodatne armature*, Sanacije gradbenih objektov (B. Grum, urednik), 201-218, I2 založba, 2005.