

Univerza  
v Ljubljani  
Fakulteta  
za gradbeništvo  
in geodezijo



Jamova 2  
1000 Ljubljana, Slovenija  
<http://www3.fgg.uni-lj.si/>

**DRUGG** – Digitalni repozitorij UL FGG  
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

Ta članek je avtorjeva zadnja recenzirana različica, kot je bila sprejeta po opravljeni recenziji.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujete na bibliografske podatke, kot je navedeno:

University  
of Ljubljana  
Faculty of  
Civil and Geodetic  
Engineering



Jamova 2  
SI – 1000 Ljubljana, Slovenia  
<http://www3.fgg.uni-lj.si/>

**DRUGG** – The Digital Repository  
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

This version of the article is author's manuscript as accepted for publishing after the review process.

When citing, please refer to the publisher's bibliographic information as follows:

Petrovčič, S., Guggenberger, W., Brank, B. 2009. Jekleni silosi za sipke materiale : 2. del - membranske sile pri polnjenju in praznjenju = Steel silos for particulate solid materials : part 2 - membrane forces at filling and discharge. Gradbeni vestnik 58,4: 83-91.

<http://www.zveza-dgits.si/jekleni-silos-za-sipke-materiale-2-del-membranske-sile-pri-polnjenju-in-praznjenju>

**JEKLENI SILOSI ZA SIPKE MATERIALE:  
2. DEL - MEMBRANSKE SILE PRI POLNJENJU IN PRAZNJENJU**

**STEEL SILOS FOR PARTICULATE SOLID MATERIALS:  
PART 2 - MEMBRANE FORCES AT FILLING AND DISCHARGE**

---

**Simon Petrovčič, univ. dipl. inž. grad.**

Univerza v Ljubljani, Fakulteta za arhitekturo, Zoisova 12, 1000 Ljubljana

[simon.petrovcic@fa.uni-lj.si](mailto:simon.petrovcic@fa.uni-lj.si)

**izr. prof. dr. Werner Guggenberger, Dipl.-Ing. Dr.techn.**

TU Graz, Institut für Stahlbau und Flächentragwerke,

Lessingstraße 25/III, 8010 Graz, Avstrija

[werner.guggenberger@tugraz.at](mailto:werner.guggenberger@tugraz.at)

**izr. prof. dr. Boštjan Brank, univ. dipl. inž. grad.**

Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Jamova 2, 1000 Ljubljana

[bbrank@ikpir.fgg.uni-lj.si](mailto:bbrank@ikpir.fgg.uni-lj.si)

---

## **Povzetek**

*V članku podajamo izraze za membranske sile v osno simetričnem jeklenem silosu med procesoma polnjenja in praznjenja s sipkim materialom. Izrazi so predstavljeni tudi grafično, kar omogoča hitro in enostavno oceno velikosti in razporeditve membranskih sil v posameznih delih silosa. Grafi veljajo za poljubno geometrijo silosa in za poljuben material, ki se hrani. Na podlagi teh grafov lahko preverimo kakšen je vpliv geometrije silosa in shranjenega materiala na razporeditev in velikost membranskih sil. Na koncu podajamo ilustrativen primer izračuna vplivov (pritiskov) in membranskih sil pri polnjenju in praznjenju silosa.*

## **Summary**

*In this paper we present expressions for membrane forces in an axisymmetric steel silo structure at filling and discharge with a particulate solid material. Graphical plots of these expressions are given. They can be used for a quick and easy estimate of membrane forces distribution in all parts of a silo structure. The plots are valid for any silo geometry and for any material stored. The influence of silo geometry and stored material properties on the size and distribution of membrane forces can be thus checked. The paper completes with an illustrative example where actions (pressure loads) at filling and discharge on the walls of a silo are computed and the corresponding membrane forces are evaluated.*

## **1. Uvod**

Standard EN 1993-1-6 [CEN, 2007], ki se nanaša na projektiranje jeklenih lupinastih konstrukcij, dovoljuje več načinov določitve projektnih notranjih sil v lupinah, npr. jeklenih silosih. Eden izmed njih je tudi membranska teorija lupin. V tem članku obravnavamo membranske sile v jeklenih osno simetričnih silosih, ki nastanejo zaradi pritiskov na stene silosa, ko se ta polni in prazni s sipkim materialom. Članek je nadaljevanje dela, v katerem smo pokazali, kako se določi te pritiske v skladu z Evrokodi [Petrovčič et al., 2009].

## 2. Membranske sile pri osno simetričnih cilindričnih silosih

Membranske sile v silosu, ki nastanejo zaradi delovanja osno simetrične obtežbe, zapišemo kot produkt dveh količin: referenčne konstantne vrednosti  $n_0$  (imenujmo jo amplituda) in funkcije  $f(\zeta)$  za cilindru oziroma  $f(\xi)$  za lijak. Funkciji  $f(\zeta)$  in  $f(\xi)$  določata obliko membranskih sil po cilindru in lijaku, zato ju imenujmo oblikovni funkciji. Koordinati  $\zeta$  in  $\xi$  sta brezdimenzijski in sta definirani na diagramih 1.1 in 2.1 [Petrovčič et al., 2009]. Indeksi  $z$ ,  $\phi$  in  $s$  določajo smeri sil (slika 1) v cilindru in lijaku. V cilindru imamo naslednje sile:

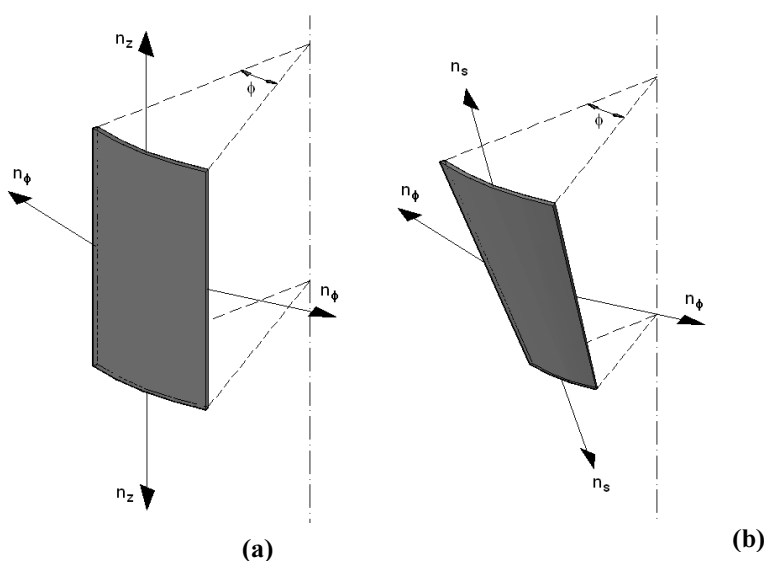
$$n_z(\zeta) = n_{z,0} \cdot f_z(\zeta) \quad (1)$$

$$n_\phi(\zeta) = n_{\phi,0} \cdot f_\phi(\zeta) \quad (2)$$

V lijaku imamo naslednje sile:

$$n_s(\xi) = n_{s,0} \cdot f_s(\xi) \quad (3)$$

$$n_\phi(\xi) = n_{\phi,0} \cdot f_\phi(\xi) \quad (4)$$



Slika 1: Membranske sile v cilindru (a) in lijaku (b)

## **Cilinder**

Vertikalna sila  $n_z(\zeta)$  iz (1) se izračuna z integracijo trenja  $p_w(\zeta)$  po višini cilindra (slika 2a). Dobimo:

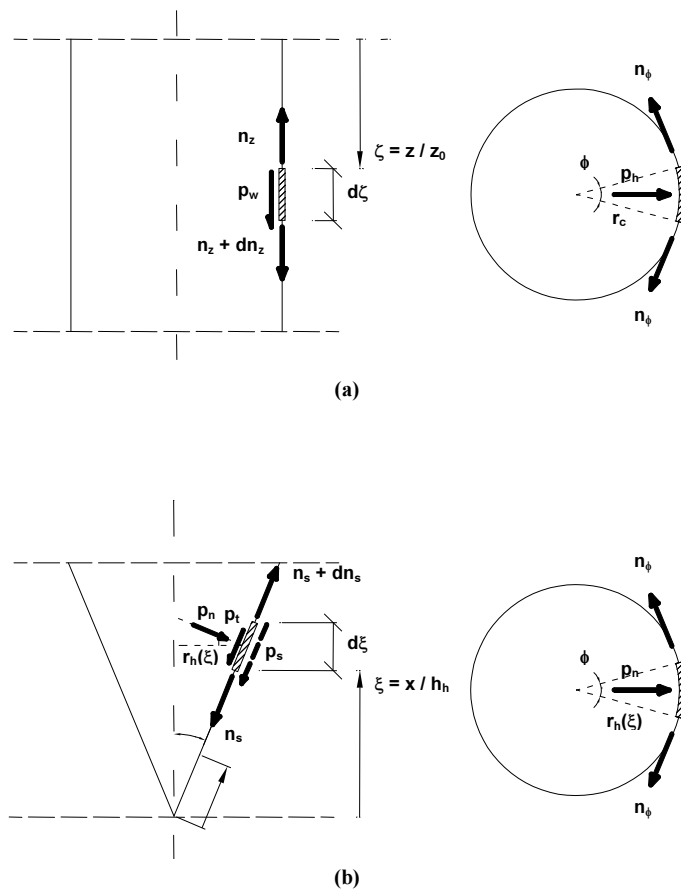
$$n_z(\zeta) = - \int_0^{\zeta} p_w(\hat{\zeta}) \cdot z_0 d\hat{\zeta} \quad (5)$$

Trenje  $p_w$  v enačbi (5) se nanaša tako na polnjenje (takrat je  $p_w = p_{wf}$ ), kot na praznjenje (takrat je  $p_w = p_{we}$ ). V obeh primerih je sila  $n_z$  tlačna (negativna). Obročna sila  $n_\phi(\zeta)$  iz (2) se izračuna kot produkt horizontalnega pritiska  $p_h(\zeta)$  in polmera cilindra  $r_c$

$$n_\phi(\zeta) = p_h(\zeta) \cdot r_c \quad (6)$$

Horizontalni pritisk  $p_h$  v enačbi (6) se nanaša tako na polnjenje (takrat je  $p_h = p_{hf}$ ), kot na praznjenje (takrat je  $p_h = p_{he}$ ). Sila  $n_\phi$  je vedno natezna (pozitivna).

V preglednici 1 so podani izrazi za amplitude in oblikovne funkcije za različne tipe silosov. Količine v enačbah in tipi silosov v preglednici 1 so pojasnjeni v [Petrovčič et. al., 2009] (preglednici 2 in 4, diagrama 1.1 in 1.2). Oblikovne funkcije za plitve in srednje vitke silose veljajo za  $z > h_0$ , kot je prikazano na sliki 3. Notranje sile v cilindru pri polnjenju in praznjenju lahko tako izračunamo s pomočjo enačb (1), (2), preglednice 1 in preglednice 7 iz [Petrovčič et. al., 2009].

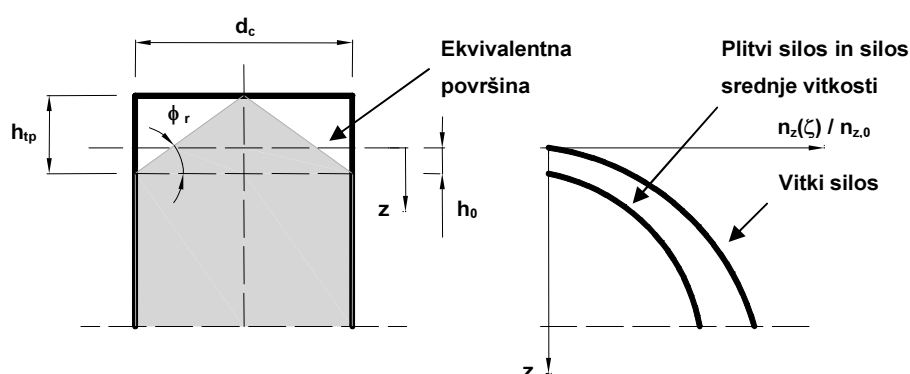


Slika 2: Določitev membranskih sil na steno cilindra (a) in steno lijaka (b).

Preglednica 1: Referenčne vrednosti notranjih sil in oblikovnih funkcij v cilindru, pri različnih tipih silosov. Ko sta izraza za polnjenje in praznjenje različna, je to navedeno.

	Vitki silos	Plitvi silos in silos srednje vitkosti	Zadrževalni silos
$n_{z,0}$	$pol.: -\frac{\gamma}{K \cdot \mu} \cdot \left(\frac{A}{U}\right)^2$ $praz.: -C_w \cdot \frac{\gamma}{K \cdot \mu} \cdot \left(\frac{A}{U}\right)^2$	$pol.: -\frac{\gamma}{K \cdot \mu} \cdot \left(\frac{A}{U}\right)^2$ $praz.: -C_w \cdot \frac{\gamma}{K \cdot \mu} \cdot \left(\frac{A}{U}\right)^2$	$\gamma \cdot \frac{\mu_{max} \cdot K}{2} \cdot (1 + \sin \phi_r) \cdot z_0^2$ Za $z_0$ glej diagram 1.3
$f_z(\zeta)$	$-1 + \zeta + e^{-\zeta}$	$\zeta - \frac{z_v(\zeta)}{z_0}$ Za $z_v$ in $z_0$ glej diagram 1.1	$\zeta^2$

$n_{\Phi,0}$	$\text{pol.: } \frac{\gamma \cdot A}{\mu \cdot U} \cdot r_c$ $\text{praz.: } C_h \cdot \frac{\gamma \cdot A}{\mu \cdot U} \cdot r_c$	$\text{pol.: } \frac{\gamma \cdot A}{\mu \cdot U} \cdot r_c$ $\text{praz.: } C_h \cdot \frac{\gamma \cdot A}{\mu \cdot U} \cdot r_c$	$\gamma \cdot K \cdot (1 + \sin \phi_r) \cdot z_0 \cdot r_c$ <p>Za <math>z_0</math> glej diagram 1.3</p>
$f_{\Phi}(\zeta)$	$1 - e^{-\zeta}$	$1 - \left( \frac{z_0 \cdot \zeta - h_0}{z_0 - h_0} + 1 \right)^n$ <p>Za <math>z_0</math> in <math>n</math> glej diagram 1.1</p>	$\zeta$



Slika 3: Razlika med potekom notranjih sil po steni cilindra pri vitkih silosih ter pri plitvih in silosih srednje vitkosti

V nadaljevanju prikazujemo grafe oblikovnih funkcij iz preglednice 1. Na slikah 4 do 9 tako podajamo potek oblikovnih funkcij glede na normirano koordinato  $\zeta$  za različne tipe silosov.

Območje veljavnosti  $\zeta$  določa mejna vrednosti  $\zeta_{lim}$ , ki jo definiramo kot:

$$\zeta_{lim} = \frac{h_c}{z_0} \quad (7)$$

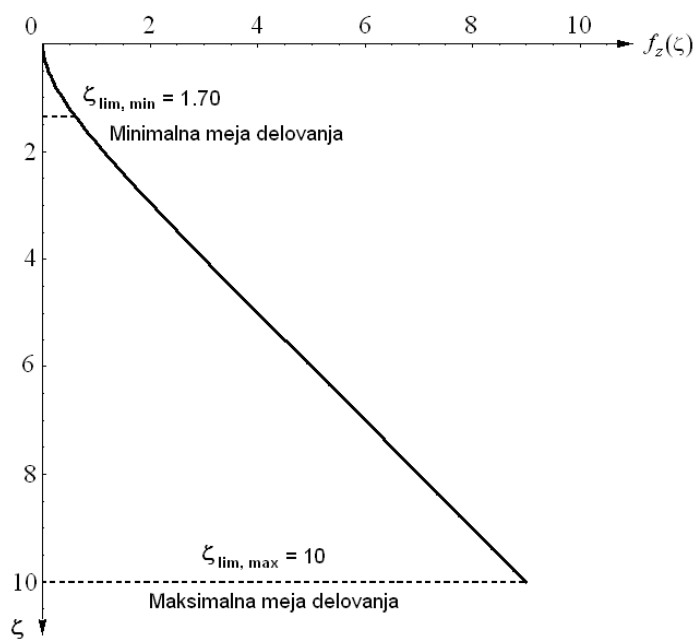
kjer sta nadomestna višina cilindra  $h_c$  in referenčna globina  $z_0$  pojasnjeni v [Petrovčič et. al., 2009] (slika 4 in preglednica 4 ter diagrama 1.1 in 1.3). Ker je  $z_0$  odvisen od geometrije silosa in shranjenega materiala, je tudi  $\zeta_{lim}$  vezan na geometrijo silosa in shranjen material.

Minimalno in maksimalno vrednost  $\zeta_{lim}$  določimo na podlagi geometrijskih omejitev (slika 5 in preglednica 4 v [Petrovčič et. al., 2009]) ter karakteristik pogosto hranjenih materialov (preglednica 2 v [Petrovčič et. al., 2009] in priloga E standarda EN 1991-4 [CEN, 2006]). Na slikah 4 do 9 ju označimo kot »minimalna in maksimalna meja delovanja« ( $\zeta_{lim,min}$  in  $\zeta_{lim,max}$ ). Iz slik 4, 5, 8 in 9 vidimo, da pri vitkem in zadrževalnem silosu dobimo eno samo oblikovno funkcijo. Pri plitvih in srednje vitkih silosih to ni mogoče, ker imamo v izrazih (preglednica 1) tudi konstante  $z_0$ ,  $h_0$ , in  $n$ . Lahko pa narišemo družino krivulj (po eno za vsako razmerje  $h_0/z_0$ ), kot je prikazano na slikah 6 in 7, pri čemer ima vsaka od teh krivulj svoje območje veljavnosti glede na koordinato  $\zeta$ . Sliki 6 in 7 prikazujeta družino krivulj za pet različnih razmerij  $h_0/z_0$  (izbranih razmerja zajemajo različne tipe materialov, ki se pogosto hranijo v silosih). Za vsako razmerje določimo še pripadajoče vrednosti za  $\zeta_{lim}$  in  $n$  (preglednica 2).

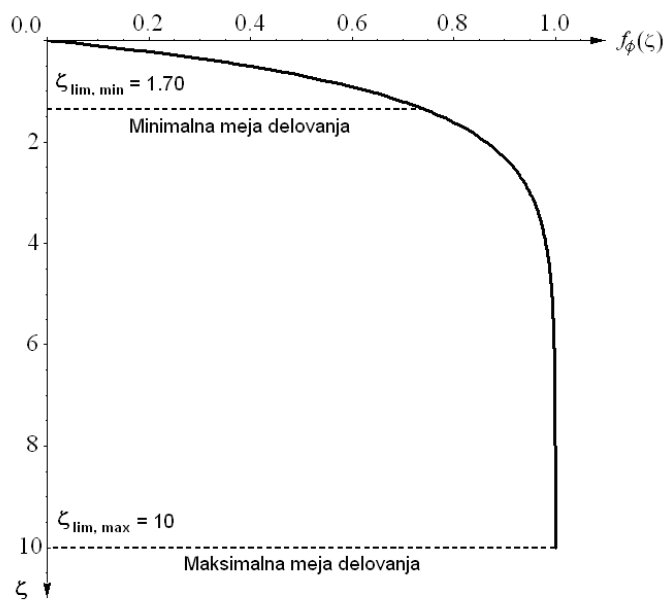
**Preglednica 2: Izbrana razmerja  $h_0/z_0$  ter pripadajoče vrednosti za  $\zeta_{lim}$  in  $n$**

$h_0/z_0$	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12
$\zeta_{lim}$	0.70	0.95	1.2	1.45	1.70
$n$	-1.52	-1.59	-1.64	-1.80	-1.88

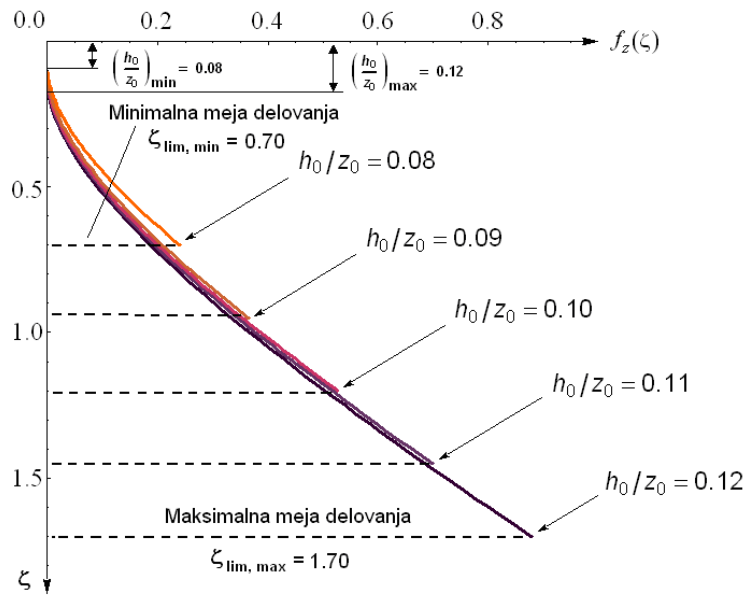




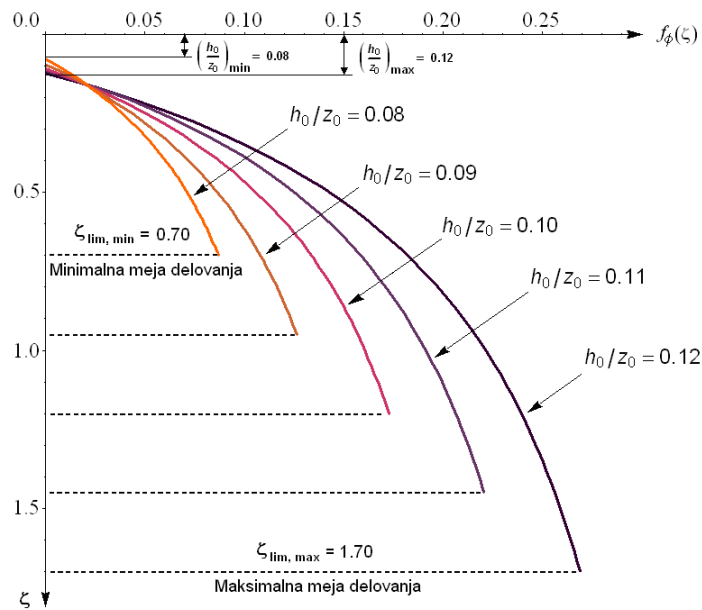
Slika 4: Potek oblikovne funkcije  $f_z(\zeta)$  pri vitkih silosih



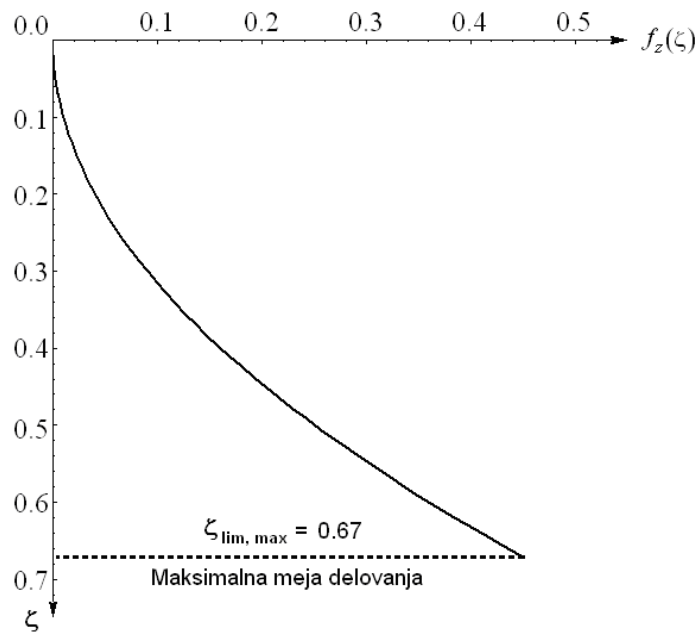
Slika 5: Potek oblikovne funkcije  $f_\phi(\zeta)$  pri vitkih silosih



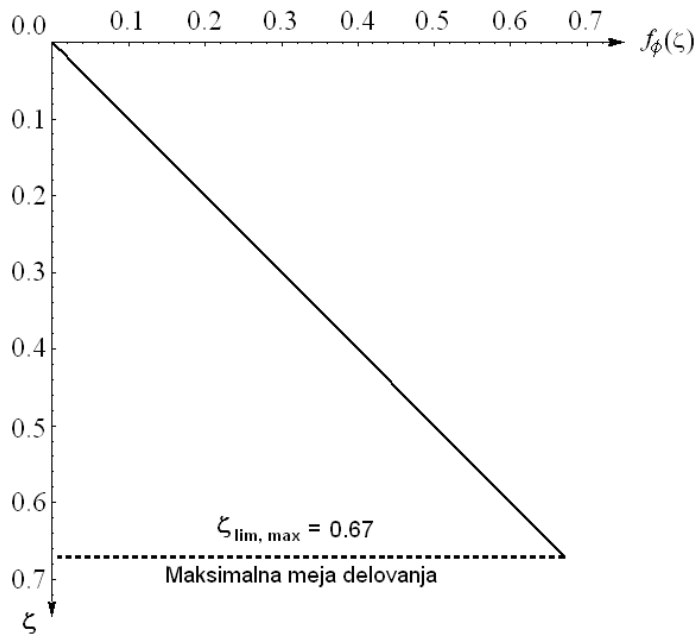
Slika 6: Potek oblikovne funkcije  $f_z(\zeta)$  pri plitvih in srednje vitkih silosih



Slika 7: Potek oblikovne funkcije  $f_\phi(\zeta)$  pri plitvih in srednje vitkih silosih



Slika 8: Potek oblikovne funkcije  $f_z(\zeta)$  pri zadrževalnih silosih



Slika 9: Potek oblikovne funkcije  $f_\phi(\zeta)$  pri zadrževalnih silosih

## Lijak

Sila  $n_s(\xi)$  iz (3) se izračuna z integracijo pritiska  $p_s$  vzdolž višine lijaka (slika 2b). Pritisk  $p_s$  je enak

$$p_s(\xi) = p_t(\xi) + \tan \beta \cdot p_n(\xi) \quad (8)$$

Dobimo:

$$n_s(\xi) = \frac{h_h}{\xi \cdot \cos \beta} \int_0^\xi p_s(\hat{\xi}) \cdot \hat{\xi} \, d\hat{\xi} \quad (9)$$

Kjer je  $h_h$  višina lijaka,  $\beta$  naklon stene lijaka (glej sliko 4 in preglednico 4 v [Petrovčič et. al., 2009]). Ta sila je ves čas natezna (pozitivna). Obročna sila  $n_\phi(\xi)$  iz (4) se izračuna kot:

$$n_\phi(\xi) = p_n(\xi) \cdot r_h(\xi), \quad (10)$$

kjer je

$$r_h(\xi) = h_h \cdot \frac{\tan \beta}{\cos \beta} \cdot \xi \quad (11)$$

radij lijaka na višini  $\xi$ .

V preglednici 3 so podani izrazi za amplitude in oblikovne funkcije v lijaku. Za razliko od cilindra (preglednica 1), so ti izrazi neodvisni od tipa lijaka in veljajo za strmi in položni lijak (za definicijo tipov lijakov glej 2. poglavje v [Petrovčič et. al., 2009]) ter neodvisni od dejstva, ali gre za polnjenje ali praznjenje. Za tip lijaka »z ravnim dnom« sta sili (9) in (10) enaki nič. Funkcija  $\alpha(n)$  iz preglednice 3 je definirana kot

$$\alpha(n) = \frac{\gamma_{max} \cdot h_h}{(n-1) \cdot p_{vft}} \quad (12)$$

Pritisk  $p_{vft}$  v preglednici 3 predstavlja maksimalno vrednost navpičnega pritiska v shranjenem materialu na prehodu iz cilindra v lijak (glej diagram 2 v [Petrovčič et. al., 2009]).

**Preglednica 3: Referenčne vrednosti notranjih sil in oblikovnih funkcij v lijaku**

Strmi in položni lijak	
$n_{s,0}$	$F \cdot \frac{(\mu_{heff} + \tan \beta)}{\cos \beta} h_h \cdot p_{vft}$
$f_s(\xi)$	$\frac{\xi}{3} \left( \alpha(n) \cdot \xi + \frac{3 \cdot (1 - \alpha(n)) \cdot \xi^n}{n + 2} \right)$
$n_{\Phi,0}$	$F \cdot \frac{\tan \beta}{\cos \beta} h_h \cdot p_{vft}$
$f_{\Phi}(\xi)$	$\alpha(n) \cdot \xi^2 + (1 - \alpha(n)) \cdot \xi^{n+1}$

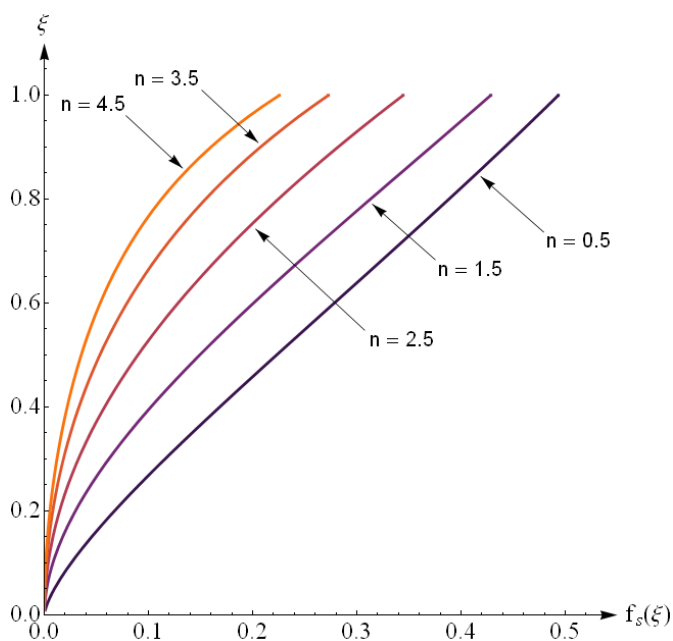
V primeru polnjenja je potrebno uporabiti  $F = F_f$  in  $n$  iz diagrama 2.1 v [Petrovčič et al., 2009], v primeru praznjenja pa  $F = F_e$  in  $n$  iz diagrama 2.2 v [Petrovčič et al., 2009].

Na slikah 10 in 11 so narisane družine krivulj za oblikovni funkciji iz preglednice 3, za različne vrednosti konstant  $n$  v odvisnosti od koordinate  $\xi$ . Izbranih je pet različnih vrednosti za  $n$ , skupaj s pripadajočimi vrednostmi za  $\alpha(n)$  (preglednica 4) (izbor je bil opravljen na podlagi parametričnih študij, pri čemer so bile upoštevane različne geometrije lijakov in različni tipi materialov, ki jih pogosto hranimo v silosih). Čeprav parameter  $n$  bistveno vpliva

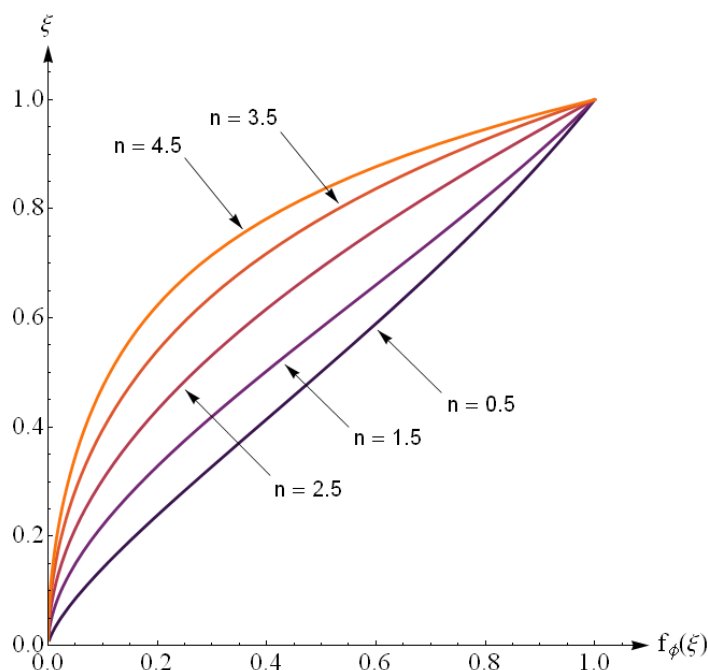
na obliko  $f_s(\xi)$  in  $f_\phi(\xi)$ , lahko vidimo iz izrazov v preglednici 3, da je njuna oblika odvisna tudi od višine lijaka ( $h_l$ ), ki nastopa v izrazu za  $\alpha(n)$ , v enačbi (12).

**Preglednica 4: Izbrane vrednosti za  $n$  ter pripadajoče vrednosti za  $\alpha(n)$**

$n$	0.5	1.5	2.5	3.5	4.5
$\alpha(n)$	-1.4	3.0	1.1	0.6	0.4



**Slika 10: Potek oblikovne funkcije  $f_s(\xi)$  po višini lijaka za različne vrednosti parametra  $n$**



Slika 11: Potek oblikovne funkcije  $f_{\phi}(\xi)$  po višini lijaka za različne vrednosti parametra  $n$

### 3. Primer

Kot primer izračuna obravnavamo osno simetrični jekleni silos za shranjevanje elektrofiltrskega pepela. Zahtevan volumen shranjenega materiala je med  $75 \text{ m}^3$  in  $80 \text{ m}^3$ . Izberemo cilinder notranjega polmera  $r_c = 1.6 \text{ m}$ , višine  $h_b = 9 \text{ m}$  in kot lijaka  $\beta = 20^\circ$  (glej sliko 4 v [Petrovčič et. al., 2009]).

#### 3.1. Osno simetrična obtežba zaradi polnjenja in praznjenja

Osno simetrične pritiske bomo določili v sedmih korakih v skladu z 2. poglavjem iz [Petrovčič et. al., 2009].

##### 1. korak: Shranjeni material

Materialne lastnosti elektrofiltrskega pepela vzamemo iz preglednice E.1 v EN 1991-4 [CEN, 2006]. Izberemo kategorijo stene D2. Skladno z izbiro imamo naslednje vrednosti materialnih parametrov (glej preglednico 2 v [Petrovčič et. al., 2009]):  $\gamma_{min} = 8.0 \text{ kN/m}^3$ ,  $\gamma_{max} = 15.0$

$\text{kN/m}^3$ ,  $\phi_r = 41.0^\circ$ ,  $\phi_{im} = 35.0^\circ$ ,  $a_\phi = 1.16$ ,  $K_m = 0.46$ ,  $a_K = 1.20$ ,  $\mu_m = 0.62$ ,  
 $a_\mu = 1.07$ ,  $C_{op} = 0.50$ .

## 2. korak: Geometrija silosa

Odvisne geometrijske parametre določimo z izrazi, ki so podani v preglednici 4 v [Petrovčič et. al., 2009]. Dobimo:  $r_h(x) = 0.36x$ ,  $h_h = 4.4\text{ m}$ ,  $h_{tp} = 1.39\text{ m}$ ,  $h_0 = 0.46\text{ m}$ ,  $h_c = 8.07\text{ m}$ ,  
 $h_s = 12.47\text{ m}$ ,  $d_c = 3.2\text{ m}$ ,  $U = 10.05\text{ m}$ ,  $A = 8.04\text{ m}^2$ ,  $V_m = 76.7\text{ m}^3$ ,  $G_m = 1150\text{ kN}$ .

## 3. korak: Tip cilindra in lijaka

Tip cilindra določimo na podlagi slike 5, tip lijaka pa na podlagi preglednice 5, oz. slike 6 iz [Petrovčič et. al., 2009]. Ker je  $\frac{h_c}{d_c} = 2.52 > 2.0$ , imamo vitki silos. Ker je  $\mu_{min} = \frac{\mu}{a_\mu} = 0.58$  in  $\tan \beta = 0.36$ , imamo strmi lijak.

## 4. korak: Razred obremenitve

Masa shranjenega materiala je  $m_{solid} = 115\text{ t}$ , iz česar sledi (preglednica 6 v [Petrovčič et. al., 2009]), da je silos v razredu obremenitve 2.

## 5. korak: Kombinacije materialnih parametrov

Upoštevamo kombinacije, ki jih podajata preglednica 7 za cilinder in preglednica 8 za lijak v [Petrovčič et. al., 2009]. Vrednosti materialnih parametrov za posamezne kombinacije so podane v preglednicah 5 in 6.

**Preglednica 5: Kombinacije materialnih parametrov za določitev maksimalnih obtežb na stene cilindra**

Kombinacija	Namen	$\mu$	K	$\phi_i$
2	maksimalni normalni pritisk ( $p_h$ )	0.58	0.55	30.17
3	maksimalno trenje ( $p_w$ )	0.66	0.55	30.17

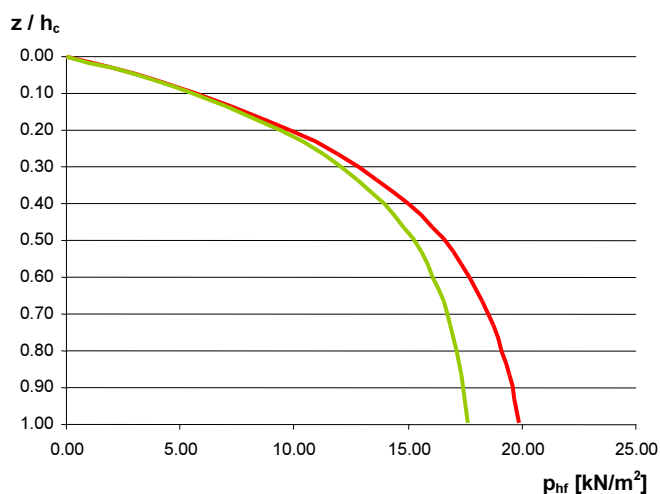
**Preglednica 6: Kombinacije materialnih parametrov za določitev maksimalnih obtežb na stene lijaka**



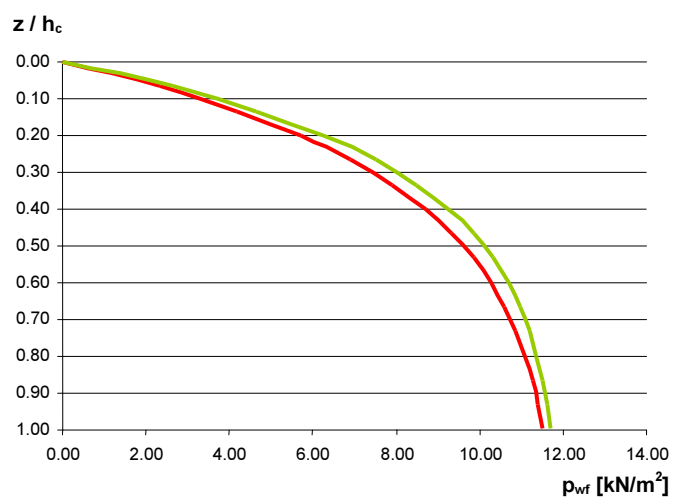
Kombinacija	Velja za	Namen	$\mu$	K	$\phi_i$
4	steno cilindra	maksimalni vertikalni pritisk ( $p_v$ )	0.58	0.38	40.60
	steno lijaka	maksimalni pritisk ob polnjenju	0.58	0.38	30.17
5	steno cilindra	maksimalni vertikalni pritisk ( $p_v$ )	0.58	0.38	40.60
	steno lijaka	maksimalni pritisk ob praznjenju	0.58	0.55	40.60

### 6. korak: Pritiski na cilindar

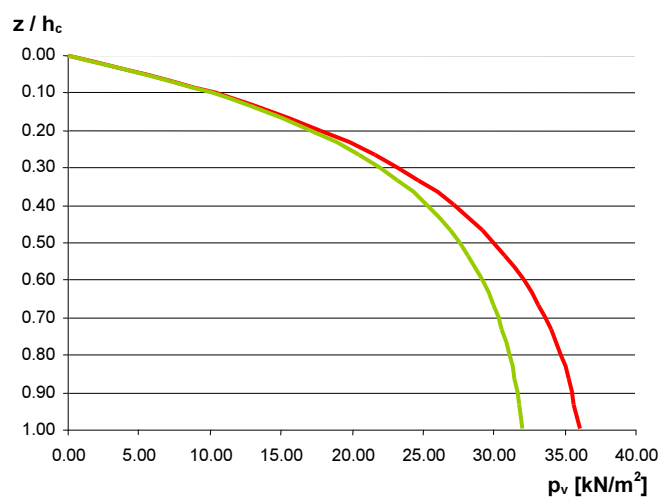
Ker spada obravnavani silos med vitke silose, za določitev poteka pritiskov v cilindru uporabimo diagram 1.1 iz [Petrovčič et. al., 2009]. Izračun izvedemo za kombinaciji 2 in 3 iz preglednice 5. Potek pritiskov po cilindru določimo za vsako kombinacijo posebej ločeno za stanje polnjenja in stanje praznjenja silosa. Vrednosti za polnjenje so prikazane na sliki 12. Pritiske pri praznjenju dobimo tako, da pomnožimo priske pri polnjenju s  $C_h = 1.15$  oziroma  $C_w = 1.10$  (glej diagram 1.2 v [Petrovčič et. al., 2009]). Referenčna globina  $z_0$  in referenčni pritisk  $p_{h0}$  sta podana v preglednici 7.



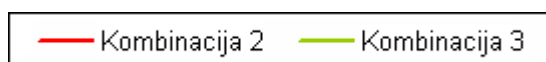
(a)



(b)



(c)



Slika 12: (a) Pritisk  $p_{hf}$  na steno cilindra, (b) trenje  $p_{wf}$  po steni cilindra, (c) navpični pritisk  $p_v$  v shranjenem materialu (vse pri polnjenju)

Preglednica 7: Referenčna globina in referenčni pritisk za izbrane kombinacije

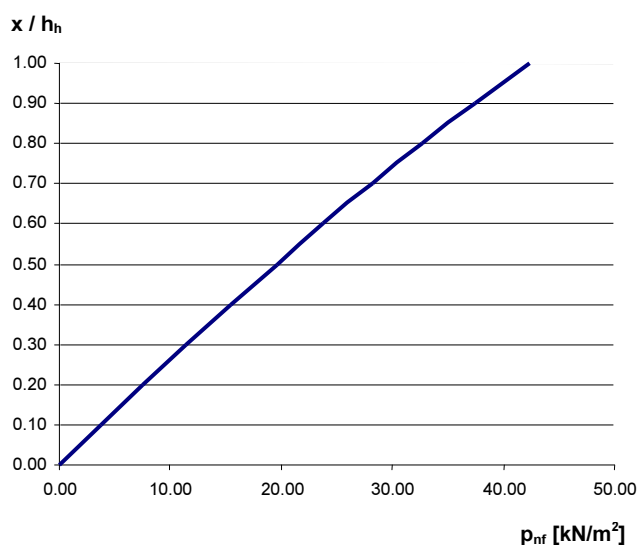
	Kombinacija 2	Kombinacija 3	Kombinaciji 4 & 5
$z_0$ [m]	2.50	2.18	3.60
$p_{h0}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	20.71	18.09	20.71

## 7. korak: Pritiski na lijak

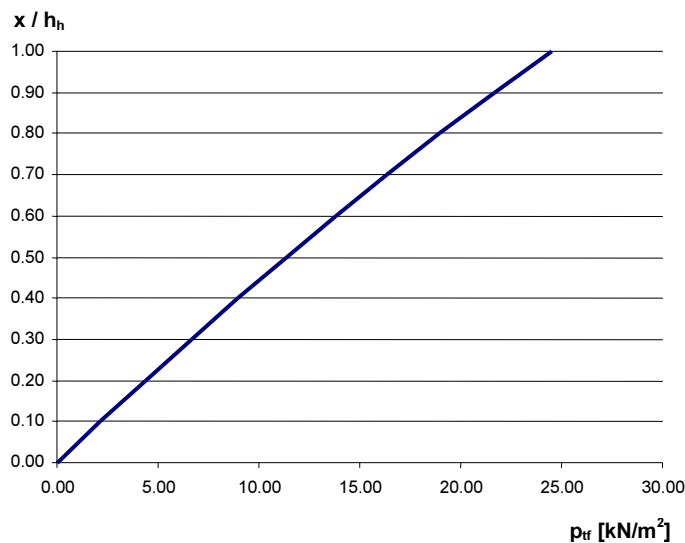
Za določitev pritiskov na steno lijaka upoštevamo diagram 2 iz [Petrovčič et. al., 2009]. Za maksimalni vertikalni pritisk v materialu pri polnjenju  $p_{vft}$  na mestu prehoda iz cilindra v lijak (t.j. na globini  $\zeta = h_c / z_0 = 2.24$ .) uporabimo diagram 1.1 iz [Petrovčič et. al., 2009]. Upoštevamo vrednosti materialnih parametrov za kombinaciji 4 in 5 iz preglednice 6, ki veljata za steno cilindra. Vrednosti za  $z_0$  in  $p_{h0}$  sta že izračunani v preglednici 7. Določimo faktor povečave pritiska  $C_b$ , ki ga vzamemo  $C_b = 1$  (preglednica 9 v [Petrovčič et. al., 2009]). Pritisk  $p_{vft}$  je tako  $p_{vft} = 48.25 \text{ kN/m}^2$ . Nadaljujemo po diagramih 2.1 in 2.2. iz [Petrovčič et. al., 2009]:  $\mu_{heff} = 0.58$ , parametri  $F_f, n_f$  ( $n$  iz diagrama 2.1 v [Petrovčič et. al., 2009]) ter  $F_e$  in  $n_e$  ( $n$  iz diagrama 2.2 v [Petrovčič et. al., 2009]) so podani v preglednici 8. Pritiski na steno lijaka pri polnjenju so prikazani na sliki 13. Pri računu pritiskov uporabimo kombinaciji materialnih parametrov, ki veljata za steno lijaka (preglednica 6). Pri polnjenju uporabimo kombinacijo 4, pri praznjenju pa kombinacijo 5.

**Preglednica 8: Parametri za določitev pritiskov v lijaku pri polnjenju in praznjenju**

<b>Polnjenje</b>	<b><math>F_f</math></b>	0.88
	<b><math>n_f</math></b>	2.55
<b>Praznjenje</b>	<b><math>F_e</math></b>	0.83
	<b><math>n_e</math></b>	2.32



(a)



(b)

Slika 13: Pritisk  $p_{nf}$  na steno lijaka (a) in trenje  $p_{ff}$  ob steni lijaka (b) pri polnjenju

### 3.2 Nesimetrična obtežba zaradi polnjenja in praznjenja

Uporabimo postopek opisan pod točko 3 iz [Petrovčič et. al., 2009]. Ker spada izbrani silos v razred obremenitve 2, se nesimetrična obtežba ponazori z enakomernim povečanjem pritiskov v cilindru, ki nastanejo zaradi osno simetrične obtežbe. Faktorja nesimetrične obtežbe za polnjenje  $C_{pf}$  in praznjenje  $C_{pe}$  znašata:  $C_{pf} = 0.094$  in  $C_{pe} = 0.189$ , tako da je povečanje pritiskov pri polnjenju  $p_{hf,u} = 1.047 p_{hf}$  in  $p_{wf,u} = 1.094 p_{wf}$  pri praznjenju pa  $p_{he,u} = 1.094 p_{he}$  in  $p_{we,u} = 1.189 p_{we}$ .

### 3.3 Membranske sile

Membranske osne sile zapišemo v obliki enačb (1) do (4). Vrednosti amplitud in maksimalnih vrednosti membranskih sil so podane v preglednicah 9 in 10. Pri računu so bili upoštevani povečani pritiski zaradi delovanja nesimetrične obtežbe v cilindru. Opazimo, da je maksimalna vrednost pritiska  $n_z(\zeta)$  večja pri kombinaciji 3 in manjša pri kombinaciji 2 (preglednica 9), kar je v skladu s pričakovanji, saj kombinacija 3 določa večje trenje  $p_w(\zeta)$ . Maksimalna vrednost amplitude  $n_{z,0}$  pa je manjša pri kombinaciji 3 in večja pri kombinaciji 2. Razlog za to je, da imamo pri različnih kombinacijah različno vrednost za mejno koordinato

$\zeta_{lim}$ , ki je definirana v enačbi (7). To pa ne velja za maksimalna vrednosti pritiska  $n_\phi(\zeta)$ , kjer sta tako amplituda, kot maksimalna vrednost membranske sile večji pri kombinaciji 2. Tudi to je v skladu s pričakovanji, saj kombinacija 2 določa večji pritisk  $p_h(\zeta)$ , kot kombinacija 3.

**Preglednica 9: Amplitude in maksimalne vrednosti membranskih sil v cilindru**

	Amplituda			Maksimalna vrednost		
		Komb. 2	Komb. 3		Komb. 2	Komb. 3
Polnjenje	$n_{z,0}$ [kN/m]	-32.82	-28.68	$n_z(\zeta)$ [kN/m]	-74.21	-77.77
	$n_{\phi,0}$ [kN/m]	34.69	30.3	$n_\phi(\zeta)$ [kN/m]	33.31	29.54
Praznjenje	$n_{z,0}$ [kN/m]	-39.69	-34.29	$n_z(\zeta)$ [kN/m]	-88.72	-92.98
	$n_{\phi,0}$ [kN/m]	41.69	36.41	$n_\phi(\zeta)$ [kN/m]	40.02	35.50

**Preglednica 10: Amplitude in maksimalne vrednosti membranskih sil v lijaku**

	Amplituda		Maksimalna vrednost	
Polnjenje	$n_{s,0}$ [kN/m]	186.91	$n_s(\xi)$ [kN/m]	59.82
	$n_{\phi,0}$ [kN/m]	72.11	$n_\phi(\xi)$ [kN/m]	72.11
Praznjenje	$n_{s,0}$ [kN/m]	177.45	$n_s(\xi)$ [kN/m]	58.97
	$n_{\phi,0}$ [kN/m]	68.46	$n_\phi(\xi)$ [kN/m]	68.46

V cilindru moramo izračunati amplitude za kombinaciji 2 in 3 (preglednica 5), v lijaku pa moramo uporabiti kombinacijo 4 za polnjenje in kombinacijo 5 za praznjenje (preglednica 6).

Potek membranskih sil v cilindru določata funkciji  $f_z(\zeta) = -1 + \zeta + e^{-\zeta}$  in  $f_\phi(\zeta) = 1 - e^{-\zeta}$  (preglednica 10 v [Petrovčič et. al., 2009]). Potek membranskih sil v lijaku določata funkciji

$$f_s(\xi) = \frac{\xi}{3} \left( \alpha(n) \cdot \xi + \frac{3 \cdot (1 - \alpha(n)) \cdot \xi^n}{n + 2} \right) \text{ in } f_\phi(\xi) = \alpha(n) \cdot \xi^2 + (1 - \alpha(n)) \cdot \xi^{n+1} \text{ (preglednica 12 v}$$

[Petrovčič et. al., 2009]). Če upoštevamo vrednosti  $\alpha(n)$  (preglednica 11) in  $n$  (preglednica 8) za polnjenje in praznjenje, dobimo  $f_s(\xi)$  in  $f_\phi(\xi)$  enostavne oblike, ki jih podajamo v preglednici 12. Funkcija  $f_s(\xi)$  je za polnjenje in praznjenje narisana na sliki 14, funkcija  $f_\phi(\xi)$  pa je za polnjenje in praznjenje narisana na sliki 15. Obema slikama sta za primerjavo dodani še krivulji za oblikovne funkcije pri  $n = 2.5$  in  $n = 3.5$  iz slike 10 oz. slike 11. Vidimo, da na obeh slikah ležita krivulji za polnjenje in praznjenje levo od krivulje, ki jo določa  $n = 2.5$ . Pri krivulji za polnjenje je to smiselno, saj je njen  $n$  enak  $n = 2.55$ . Krivulja za praznjenje pa ima  $n$  enak  $n = 2.32$  in bi zato morala ležati desno od krivulje za  $n = 2.5$ . Razlog za to

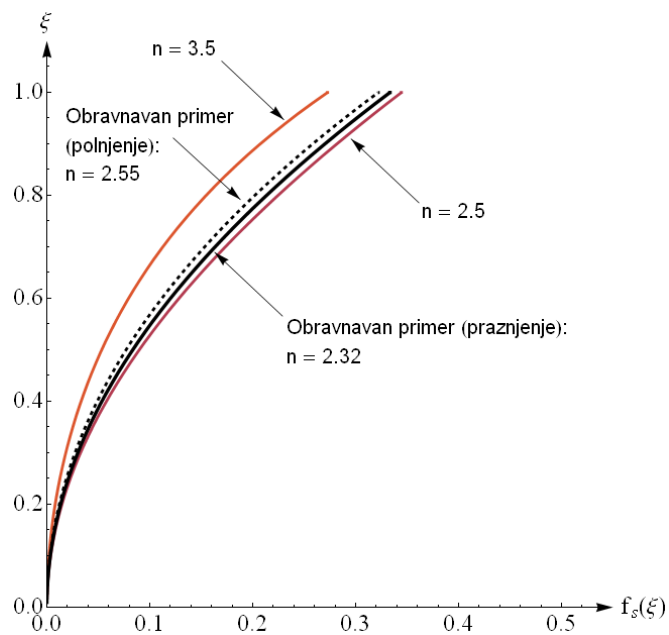
odstopanje je, da so krivulje za oblikovne funkcije na slikah 10 in 11 narisane na podlagi parametričnih študij, ki zajemajo različne materiale, ki jih hranimo v silosih in različne geometrije lijakov. Uporabimo jih lahko za hitro določitev poteka membranskih sil po lijaku. Določene so tako, da v večini primerov dajo rezultate, ki so na varni strani. Dajo torej nekoliko večje vrednosti, kot bi jih dejanske vrednosti za oblikovne funkcije za določen primer. To je razvidno tudi iz obravnavanega primera, kjer krivulja za  $n = 2.5$  leži desno od dejanskih oblikovnih funkcij za polnjenje in praznjenje.

**Preglednica 11: Vrednosti parametra  $\alpha(n)$**

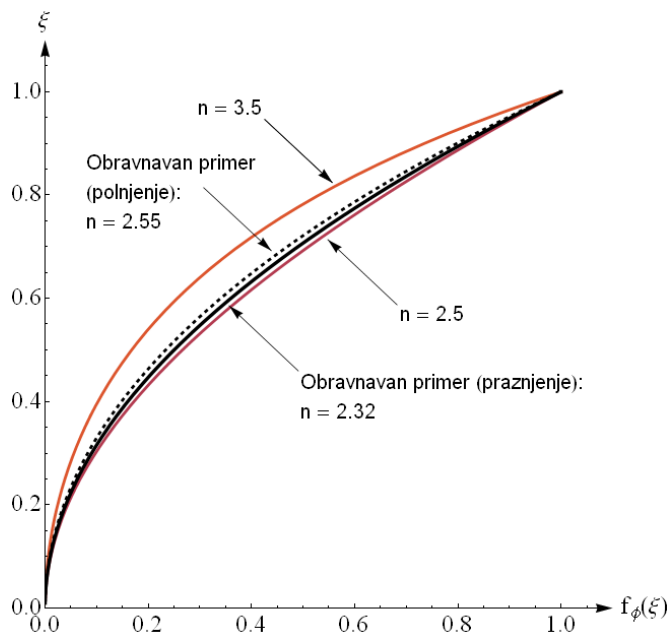
$\alpha(n_f)$	0.9
$\alpha(n_e)$	1.0

**Preglednica 12: Oblikovne funkcije za membranske sile v lijaku za polnjenje in praznjenje**

<b>Polnjenje</b>	$f_s(\xi)$	$0.3\xi^2 + 0.02\xi^{3.55}$
	$f_\phi(\xi)$	$0.9\xi^2 + 0.1\xi^{3.55}$
<b>Praznjenje</b>	$f_s(\xi)$	$\frac{\xi^2}{3}$
	$f_\phi(\xi)$	$\xi^2$



Slika 14: Oblikovna funkcija  $f_s(\xi)$  za obravnavan primer



Slika 15: Oblikovna funkcija  $f_\phi(\xi)$  za obravnavan primer

## 4 Sklep

Shranjeni material in geometrija silosa imata bistven vpliv predvsem na razporeditev membranskih sil po lijaku. Nekoliko manj to velja za razporeditev membranskih sil v cilindru, kjer, razen oblikovne funkcije pri plitvih in srednje vitkih silosih, shranjeni material in

geometrija cilindra ne vplivata bistveno na razporeditev sil pri določenem tipu cilindra, pač pa vplivata predvsem na velikost. Iz tega sledi, da je silose potrebno projektirati za shranjevanje točno določenih materialov. Sprememba tipa shranjenega materiala namreč lahko bistveno spremeni velikost in razporeditev membranskih sil. V primeru spremembe tipa shranjenega materiala v že zgrajenem silosu je torej potrebno ponovno preveriti nosilnost posameznih konstrukcijskih elementov. To velja tudi za primere, ko se kot novi material namerava uporabiti material z manjšo specifično težo.

## 5 Literatura

CEN, Eurocode 1: Actions on structures - Part 4: Actions on silos and tanks, EN 1991-4, European Committee for Standardization, 2006.

CEN, Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-6: Strength and stability of shell structures, EN 1993-1-6, European Committee for Standardization, 2007.

Petrovčič, S., Guggenberger, W., Brank, B., Jekleni silosi za sipke materiale: 1. del – Vplivi pri polnjenju in praznjenju, poslano v objavo, 2009.

Petrovčič, S., Analiza in projektiranje tankostenskih cilindričnih silosov v skladu z Evrokod standardi, Diplomaska naloga, Univerza v Ljubljani, FGG, 2008.