

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta
*za gradbeništvo
in geodezijo*



Jamova cesta 2
1000 Ljubljana, Slovenija
<http://www3.fgg.uni-lj.si/>

DRUGG – Digitalni repozitorij UL FGG
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

To je izvirna različica zaključnega dela.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujete na bibliografske podatke, kot je navedeno:

Ribnikar, M., 2013. Analiza karakterističnih vrednosti merjenih pretokov. Diplomaska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. (mentorica Šraj, M., somentor Brilly, M.): 47 str.

University
of Ljubljana

Faculty of
*Civil and Geodetic
Engineering*



Jamova cesta 2
SI – 1000 Ljubljana, Slovenia
<http://www3.fgg.uni-lj.si/en/>

DRUGG – The Digital Repository
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

This is original version of final thesis.

When citing, please refer to the publisher's bibliographic information as follows:

Ribnikar, M., 2013. Analiza karakterističnih vrednosti merjenih pretokov. B.Sc. Thesis. Ljubljana, University of Ljubljana, Faculty of civil and geodetic engineering. (supervisor Šraj, M., co-supervisor Brilly, M.): 47 pp.

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta za
*gradbeništvo in
geodezijo*



Jamova 2
1000 Ljubljana, Slovenija
telefon (01) 47 68 500
faks (01) 42 50 681
fgg@fgg.uni-lj.si

**PRVOSTOPENJSKI ŠTUDIJSKI
PROGRAM VODARSTVO IN
OKOLJSKO INŽENIRSTVO (UN)**

Kandidatka:

Diplomska naloga št.: 18/B-VOI

Graduation thesis No.: 18/B-VOI

Mentorica:

Predsednik komisije:

(. dr.)

Somentor:

Ljubljana, 24. 09. 2013

STRAN ZA POPRAVKE**Stran z napako****Vrstica z napako****Namesto****Naj bo**

IZJAVA O AVTORSTVU

Podpisana Mateja Ribnikar izjavljam, da sem avtorica diplomske naloge z naslovom »Analiza karakterističnih vrednosti merjenih pretokov«.

Izjavljam, da je elektronska različica v vsem enaka tiskani različici.

Izjavljam, da dovoljujem objavo elektronske različice v repozitoriju UL FGG.

Ljubljana, september 2013.

Mateja Ribnikar

BIBLIOGRAFSKO – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

UDK:	556.048:556.06(043.2)
Avtor:	Mateja Ribnikar
Mentor:	doc. dr. Mojca Šraj
Somentor:	prof. dr. Mitja Brilly
Naslov:	Analiza karakterističnih vrednosti merjenih pretokov
Tip dokumenta:	diplomsko delo
Obseg in oprema:	47 str., 17 pregl., 21 sl., 28 graf.
Ključne besede:	Analiza pretokov, krivulja trajanja, verjetnostna analiza, regresija, vsotna krivulja

Izvleček

V hidrologiji s pomočjo različnih hidroloških in statističnih metod analiziramo hidrološke podatke in tako določamo karakteristične vrednosti, ugotavljamo razmerja med njimi ter določamo lastnosti nizov podatkov oziroma vodomernih postaj.

V prvem delu naloge smo teoretično predstavili karakteristične vrednosti merjenih pretokov. Opisali smo statistično analizo vzorca, krivuljo trajanja, analizo visokovodnih konic, analizo časovnih vrst, regresijo ter dvojno vsotno krivuljo.

V drugem delu naloge smo te metode uporabili na vodomernih postajah Moste na Ljubljani za obdobje od leta 1924 do 2011 in Dvor na Gradaščici za obdobje od leta 1979 do 2011. Pri analizi smo ugotovili, da sta maksimalni vrednosti pretoka pri obeh postajah posledica istega dogodka, in sicer povodnji septembra leta 2010. Izdelali smo tudi analizo visokovodnih konic s pomočjo letnih maksimumov ter ugotavljali, katere porazdelitve prinašajo največje in najmanjše ocene pretokov. Pri analizi časovnih vrst smo opravili letne ter mesečne analize, ter jih med seboj primerjali. Na koncu pa je sledila še regresija, kjer smo ugotovili precej dobro povezanost med podatki obeh postaj s korelacijskim koeficientom 0,75.

BIBLIOGRAPHIC – DOCUMENTALISTIC INFORMATION

UDC:	556.048:556.06(043.2)
Author:	Mateja Ribnikar
Supervisor:	Assist. Prof. Mojca Šraj, PhD.
Cosupervisor:	Prof. Mitja Brilly, PhD.
Title:	Analysis of characteristic values of measured discharge data
Document type:	Graduation Thesis – University studies
Scope and tools:	47 p., 17 tab., 21 fig., 28 ch.
Keywords:	Discharge data analysis, flow duration curve, flood frequency analysis, regression, mass curve

Abstract

In hydrology data could be analyzed using hydrological and statistical methods to determine characteristic values, relations between those values and properties of data series or gauging stations.

In the theoretical part of the thesis characteristic values of measured river flows were presented. Basic statistical analysis of the sample, flow duration curve, flood frequency analysis, analysis of time series, regression line and double mass curve were described.

In the second part of this thesis these methods were applied on the data of the gauging station Moste on river Ljubljanica for the period 1924 to 2011 and for the gauging station Dvor on river Gradaščica for the period 1979 to 2011. Analyses showed that maximal values of discharges at both stations were part of same event. This flood event took place on September 2010. Furthermore flood frequency analysis was made to determine the return period of high flows. The results of different distributions were compared. Time series analyses were made with monthly and yearly data and compared with each other. At the end also regression analysis was done which showed strong connection between flows from both gauging stations with the correlation coefficient of 0.75..

ZAHVALA

Za pomoč pri nastajanju diplomske naloge se iskreno zahvaljujem mentorici doc. dr. Mojci Šraj. Prav tako bi se rada zahvalila svoji družini za izkazano podporo in spodbujanje v času študija.

KAZALO VSEBINE

KAZALO PREGLEDNIC	VIII
KAZALO SLIK	IX
KAZALO GRAFIKONOV	X
1 UVOD	1
1.1 Cilj diplomske naloge	1
2 KARAKTERISTIČNE VREDNOSTI MERJENIH PRETOKOV	2
2.1 Računanje osnovnih statistik vzorca.....	2
2.2 Empirična porazdelitev pogostosti (krivulja trajanja)	3
2.3 Verjetnostna analiza pretokov	4
2.3.1 Metoda letnih maksimumov	5
2.3.1.1 Normalna porazdelitev	5
2.3.1.2 Logaritemsko normalna porazdelitev.....	6
2.3.1.3 Gumbelova porazdelitev	6
2.3.1.4 Pearsonova porazdelitev tipa 3.....	7
2.3.1.5 Logaritemsko Pearsonova porazdelitev tipa 3	8
2.3.2 POT metoda	8
2.4 Analiza časovnih vrst	9
2.4.1 Drseča sredina.....	9
2.4.2 Vsotna krivulja in vsotna krivulja odstopanj	10
2.5 Regresija in regresijska krivulja	11
2.5.1 Linearna regresija	11
2.6 Analiza dvojne vsotne krivulje	14
3 IZRAČUN KARAKTERISTIČNIH VREDNOSTI PRETOKOV NA VODOMERNIH POSTAJAH LJUBLJANICA (MOSTE) IN GRADAŠČICA (DVOR).....	17
3.1 Vhodni podatki	17
3.2 Izračun osnovnih statistik vzorca.....	19
3.3 Empirična porazdelitev pogostosti (krivulja trajanja)	20
3.4 Verjetnostne analize visokovodnih konic	22
3.5 Analiza časovnih vrst	25

3.5.1	Letne analize	25
3.5.1.1	Povprečni letni pretok.....	25
3.5.1.2	Razvrščeni povprečni letni pretok	27
3.5.1.3	Spreminjanje povprečnega letnega pretoka okoli dolgoletnega povprečja za obdobje meritev	28
3.5.1.4	Drseča sredina	29
3.5.1.5	Letna vsotna krivulja.....	30
3.5.2	Mesečne analize	31
3.5.2.1	Povprečni mesečni pretok.....	31
3.5.2.2	Izračun osnovnih mesečnih statistik.....	33
3.5.2.3	Mesečna vsotna krivulja	35
3.6	Regresija.....	36
4	PRIMERJAVA IN ANALIZA REZULTATOV	38
4.1	Analiza osnovnih statistik vzorca.....	38
4.2	Analiza empirične porazdelitve pogostosti (krivulja trajanja)	40
4.3	Primerjava rezultatov verjetnostnih analiz visokovodnih konic	40
4.4	Analiza časovnih vrst	41
4.4.1	Letne analize	41
4.4.1.1	Primerjava povprečnega letnega pretoka	41
4.4.1.2	Analiza razvrščenih povprečnih letnih pretokov.....	42
4.4.1.3	Analiza spreminjanja povprečnega letnega pretoka okoli dolgoletnega povprečja	42
4.4.1.4	Analiza drseče sredine	43
4.4.2	Mesečne analize	43
4.4.2.1	Analiza povprečnega mesečnega pretoka.....	43
4.4.2.2	Analiza osnovnih mesečnih.....	43
4.4.2.3	Analiza mesečne vsotne krivulje	44
4.5	Analiza regresije.....	44
5	ZAKLJUČKI.....	45
	VIRI.....	46

KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 1: Osnovna statistična analiza pretokov za vodomerno postajo Moste (1924-2011)	19
Preglednica 2: Osnovna statistična analiza pretokov za vodomerno postajo Dvor (1979-2011)	19
Preglednica 3: Vrednosti letnih maksimumov za obdobje od leta 1924 do 2011 na vodomerni postaji Moste na reki Ljubljanici (ARSO, 2013)	22
Preglednica 4: Prikaz rezultatov verjetnostne analize za povratni dobi 10 in 100 let	23
Preglednica 5: Vrednosti letnih maksimumov za obdobje od leta 1979 do 2011 na vodomerni postaji Dvor na reki Gradaščici (ARSO, 2013)	24
Preglednica 6: Prikaz rezultatov za povratni dobi 10 in 100 let	24
Preglednica 7: Povprečni letni pretoki (hidrološko leto) za vodomerno postajo Moste.....	25
Preglednica 8: Povprečni letni pretok za vodomerno postajo Dvor	26
Preglednica 9: Dolgoletni povprečni pretok za vodomerni postaji Moste in Dvor	28
Preglednica 10: Povprečni mesečni pretoki za vodomerno postajo Moste (1924-2011).....	31
Preglednica 11: Povprečni mesečni pretoki za vodomerno postajo Dvor (1979-2011)	32
Preglednica 12: Izračun osnovnih mesečnih statistik pretokov za vodomerno postajo Moste.....	33
Preglednica 13: Izračun osnovnih mesečnih statistik pretokov za vodomerno postajo Dvor.....	34
Preglednica 14: Korelacijski koeficient r , kot γ ter regresijski koeficienti a_1 , a_2 , b_1 in b_2 za podatke povprečnih letnih pretokov vodomernih postaj Moste in Dvor (1981-2011)	36
Preglednica 17: Primerjava ocenjenih vrednosti pretokov z 10- in 100-letno povratno dobo za vodomerni postaji Moste in Dvor	40

KAZALO SLIK

Slika 1: Krivulja trajanja	3
Slika 2: Gostota verjetnosti normalne porazdelitve za različne vrednosti parametrov (Normalna porazdelitev, 2013).....	5
Slika 3: Funkcija gostote verjetnosti za logaritemsko normalno porazdelitev (Logaritemsko normalna porazdelitev, 2013).....	6
Slika 4: Funkcija gostote verjetnosti za Gumbelovo porazdelitev (Gumbelova porazdelitev, 2013)	7
Slika 5: Funkcija gostote verjetnosti za porazdelitev gama (Porazdelitev gama, 2013)	8
Slika 6: POT metoda (Bengston, 2011)	8
Slika 7: Graf drseče sredine (Oregon State University, 2005)	10
Slika 8: Graf vsotne krivulje (Raghunath, 2006)	11
Slika 9: Graf vsotne krivulje odstopanj (Raghunath, 2006)	11
Slika 10: Primeri razsevnih grafov in zvezami med spremenljivkama X in Y	13
Slika 11: Primeri korelacije (United States Department of Agriculture, 2000)	13
Slika 12: Regresijski premici	14
Slika 13: Graf dvojne vsotne krivulje (Searcy in Hardison, 2011)	16
Slika 14: Mreža vodomernih postaj (ARSO, 2008)	17
Slika 15: Dinarsko dežno-snežni režim (Frantar in Hrvatin, 2008)	18
Slika 16: Mesto vodomerne postaje Moste (levo) in dvor (desno) (ARSO, 2013)	18
Slika 18: Vsota 4-dnevnih padavin od 16. do 20. septembra 2010 (Ministrstvo za okolje in prostor RS, 2010).....	38
Slika 19: Hidrogram pretoka za reko Ljubljanico (Ministrstvo za okolje in prostor RS, 2010)	39
Slika 20: Hidrogram pretoka za reko Gradaščico (Ministrstvo za okolje in prostor RS, 2010).....	39
Slika 21: Povratne dobe pretokov rek od 16. do 19. septembra 2010 (Ministrstvo za okolje in prostor RS, 2010).....	39

KAZALO GRAFIKONOV

Grafikon 1: Hidrogram za vodomerno postajo Moste (1924-2011).....	19
Grafikon 2: Hidrogram za vodomerno postajo Dvor (1979-2011).....	20
Grafikon 3: Krivulja trajanja za vodomerno postajo Moste za obdobje od leta 1924 do 2011	21
Grafikon 4: Krivulja trajanja za vodomerno postajo Dvor za obdobje od leta 1979 do 2011	21
Grafikon 5: Brezdimenzijski krivulji trajanja za vodomerni postaji Moste in Dvor	21
Grafikon 6: Grafični prikaz rezultatov verjetnostne analize za vodomerno postajo Moste (1924-2011)	23
Grafikon 7: Grafični prikaz rezultatov verjetnostne analize za vodomerno postajo Dvor (1979-2011)	24
Grafikon 8: Povprečni letni pretok (hidrološko leto) za vodomerno postajo Moste (1924-2010)	26
Grafikon 9: Povprečni letni pretok (hidrološko leto) za vodomerno postajo Dvor (1981-2010)	27
Grafikon 10: Razvrstitev povprečnih letnih pretokov (hidrološko leto) za vodomerno postajo Moste	27
Grafikon 11: Razvrstitev povprečnih letnih pretokov (hidrološko leto) za vodomerno postajo Dvor ..	28
Grafikon 12: Odstopanja letnih pretokov glede na dolgoletno povprečje za vodomerno postajo Moste	28
Grafikon 13: : Odstopanja letnih pretokov glede na dolgoletno povprečje za vodomerno postajo Dvor	29
Grafikon 14: 5-letna drseča sredina za vodomerno postajo Moste.....	29
Grafikon 15: 5-letna drseča sredina za vodomerno postajo Dvor	30
Grafikon 16: Vsotna krivulja za vodomerno postajo Moste.....	30
Grafikon 17: Vsotna krivulja za vodomerno postajo Dvor	31
Grafikon 18: Povprečni mesečni pretoki za vodomerno postajo Moste (1924-2011).....	32
Grafikon 19: Povprečni mesečni pretoki za vodomerno postajo Dvor (1979-2011).....	33
Grafikon 20: Prikaz osnovnih mesečnih statistik za vodomerno postajo Moste	34
Grafikon 21: Prikaz osnovnih mesečnih statistik za vodomerno postajo Dvor	35
Grafikon 22: Mesečna vsotna krivulja za vodomerno postajo Moste	35
Grafikon 23: Mesečna vsotna krivulja za vodomerno postajo Dvor	36

Grafikon 24: Regresijski premici za podatke povprečnih letnih pretokov vodomernih postaj Moste in Dvor (1981-2011)	37
Grafikon 25: Ocenjene vrednosti pretokov z 10-letno povratno dobo, dobljene z različnimi porazdelitvami za vodomerni postaji Moste in Dvor.....	41
Grafikon 26: Ocenjene vrednosti pretokov s 100- letno povratno dobo, dobljene z različnimi porazdelitvami za vodomerni postaji Moste in Dvor.....	41
Grafikon 27: Grafikon odstopanj za obdobje od 1981 do 2011 za postaji Moste in Dvor.....	42
Grafikon 28: Primerjava osnovnih mesečnih statistik za vodomerni postaji Moste in Dvor.....	44

1 UVOD

Hidrologija je znanost, katere naloga je proučevanje kroženja vode v naravi, njenih oblik, porazdelitve, gibanja in lastnosti (Brilly in Šraj, 2005). V hidrologiji s pomočjo različnih hidroloških in statističnih metod analiziramo hidrološke podatke in tako določamo karakteristične vrednosti, ugotavljamo med njimi ter določamo lastnosti nizov podatkov oziroma vodomernih postaj. Obstaja skupna potreba po statističnih metodah in hidroloških analizah, ki se nanašajo na pretoke, gladine, količino padavin ter druge hidrološke in meteorološke spremenljivke (Hydrology Project, 1999a).

Za analizo karakterističnih vrednosti merjenih pretokov se uporablja več metod. Osnovna statistična analiza vzorca je potrebna za ugotovitve srednje vrednosti, mediane, moda, standardne deviacije ter maksimuma in minimuma. Krivulja trajanja prikazuje določen odstotek časa oz. verjetnost, da bo pretok na določenem območju enak ali višji od določene vrednosti. Za analizo ekstremov se najpogosteje uporablja verjetnostna analiza visokovodnih konic, kjer se bomo osredotočili na vzorec, sestavljen iz največjih letnih vrednosti pretokov. Pomembna analiza je analiza časovnih vrst, ki jo uporabljamo pri ugotavljanju variabilnosti, homogenosti in samega trenda pretokov. Regresija oziroma regresijska krivulja nam pove, kakšen vpliv ima spremenljivka X na Y brez drugih vplivov (Turk, 2008). Analiza dvojne vsotne krivulje pa nam pomaga poiskati nepravilnosti oziroma nenadne spremembe, nastale pri hidroloških podatkih.

Z izvedbo teh analiz lažje in hitreje ugotovimo, kakšni so trendi, sušna ali mokra leta določenih pretokov na vodomerni postaji ipd.

1.1 Cilj diplomske naloge

Cilj diplomske naloge je grafično in računsko prikazati osnovno statistično analizo pretokov, empirične porazdelitve pogostosti (krivuljo trajanja), verjetnostno analizo pretokov, analizo časovnih vrst, regresijo ter dvojno vsotno krivuljo. Vse te analize je potrebno opraviti na dveh vodomernih postajah Ljubljana (Moste) ter Gradaščica (Dvor), ter jih na koncu analizirati.

2 KARAKTERISTIČNE VREDNOSTI MERJENIH PRETOKOV

2.1 Računanje osnovnih statistik vzorca

Karakteristična števila so števila, ki prikazujejo lastnosti statističnih populacij (Brilly in Šraj, 2005). Numerične predstavitve vzorcev so mere pričakovane vrednosti (imenujemo jih tudi mere centralne tendence, mere srednje vrednosti ali mere matematičnega upanja), mere razpršenosti oziroma variabilnosti in mere simetričnosti (Turk, 2008).

Frekvenčne porazdelitve homogene populacije so porazdeljene okoli nekega središča, od katerega se posamezne vrednosti odklanjajo v eno ali drugo smer (Nemec, 2009).

Odkloni so običajno majhni v primerjavi z vrednostjo središča, zato je središče eno izmed značilnosti populacije. Središče ali srednja vrednost je odvisna od vrednosti, ki jih ustrezna statistična spremenljivka dosega (Nemec, 2009).

Mere sredine so:

- **Mediana (Me)**

Je tista vrednost spremenljivke, od katere ima polovica enot populacije manjšo in polovica populacije večjo vrednost. Za izračun mediane moramo poznati le vrednost v sredini ranžirne vrste (Nemec, 2009).

- **Modus (Mo)**

Modus prikazuje tisto vrednost, okoli katere so vrednosti populacije najbolj goste oziroma najpogostejša vrednost v populaciji. Modus lahko izračunamo le, če imamo razmeroma obsežne populacije (Nemec, 2009).

- **Aritmetična sredina (M)**

Aritmetična sredina je najpogosteje uporabljena srednja vrednost. Izračunamo jo tako, da vsoto vseh vrednosti spremenljivke v statistični množici delimo s številom enot statistične množice (Nemec, 2009).

$$M = \frac{1}{N}(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (1)$$

Med merami razpršenosti podatkov oziroma variabilnosti je verjetno najpogosteje uporabljena varianca S_x^2 , ki predstavlja srednjo vrednost kvadratov odklonov od povprečja (Turk, 2008).

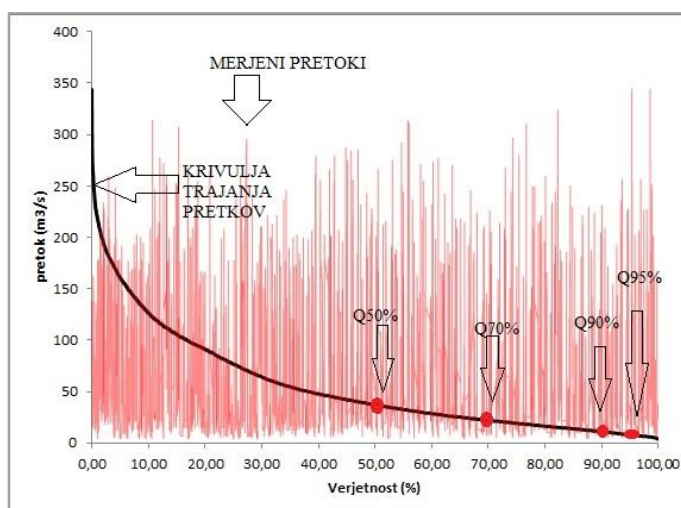
$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - M)^2}{N} \quad (2)$$

Druga pogosto uporabljena mera razpršenosti, standardna deviacija S_x vzorca ima bistveno prednost pred varianco v tem, da jo merimo z istimi enotami kot vrednosti same. Zato je pomen standardne deviacije lažje razumeti (Turk, 2008).

$$S_x = \sqrt{S_x^2} \quad (3)$$

2.2 Empirična porazdelitev pogostosti (krivulja trajanja)

Podlaga za analizo pretokov površinskih voda sta hidrogram in krivulja trajanja ali empirična porazdelitev pretokov za določeno obdobje (Brilly in Šraj, 2005). Za izračun empirične porazdelitve pogostosti se uporablja metoda, ki preučuje variabilnost pretoka. Ta se nanaša na trajanje krivulje pretokov voda. Krivulja trajanja je po definiciji krivulja, ki kaže odstotek časa, v katerem je pretok vode v strugi enak ali večji od izbrane vrednosti ne glede na časovno zaporedje opazovanj (Mikoš in sod., 2003).



Slika 1: Krivulja trajanja

Primeri uporabe krivulje trajanja so (Hydrology Project, 1999a):

- pri načrtovanju vodnih virov za inženirske projekte,
- pri obravnavanju značilnosti vodnega potenciala reke,
- pri načrtovanju odvodnjavanja,
- pri kontroliranju poplav,

- pri računanju plavin in raztopljenih snovi v rekah,
- pri primerjavi s sosednjimi zajetji.

Oblika krivulje trajanja toka je zelo pomembna na zgornjem in spodnjem območju (Hydrology Project, 1999a). Oblika krivulje na območju visokega pretoka nakazuje, kakšen mora biti zadrževalnik poplavnih vod. Oblika krivulje na območju nizkega pretoka pa nakazuje na to, kakšna je sposobnost določenega porečja, da vzdržuje nizke pretoke v sušnih obdobjih.

Če je krivulja zelo strma, kar pove, da so bili v kratkem času prisotni zelo visoki pretoki, to pomeni, da so padavine povzročile visoke vode na majhnih vodozbirnih površinah. Vpliv taljenja snega, ki povzroči večdnevne poplave, pa je na krivulji trajanja zaznati kot veliko bolj položno krivuljo.

Krivuljo trajanja v odvisnosti od verjetnosti dobimo tako, da najprej razvrstimo pretoke od največjega do najmanjšega. Nato vsakemu pretoku določimo rang M , kjer ima največji pretok vrednost ranga 1. Po enačbi (4) izračunamo verjetnost P (Oregon State University, 2005).

$$P = 100 * [M/(n + 1)] \quad (4)$$

P verjetnost, da bo pretok enak ali večji [%],

M rang - razvrstitveni položaj,

N število vseh podatkov.

2.3 Verjetnostna analiza pretokov

Verjetnostne analize se najpogosteje uporabljajo pri analizah ekstremov (poplav ali suš). Vzorec je lahko sestavljen iz največjih letnih vrednosti pretokov (ang. *Annual maximum method*), mesečnih ali sezonskih vrednosti. Lahko pa vzorec predstavljajo vse vrednosti nad določenim pragom (ang. *Peak over threshold method*). Za analizo pa pogosto namesto absolutno največje vrednosti pretoka uporabimo dnevne vrednosti pretokov. Za verjetnostne analize minimalnih vrednosti pretokov pa se najpogosteje uporabljajo povprečja dnevni vrednosti ali pa povprečja vrednosti za določeno obdobje. Zaradi pogostih napak pri meritvah minimalnih vrednosti, se absolutno najmanjše vrednosti uporabljajo zelo redko (Hydrology Project, 1999a).

V praksi se za izbiro vzorca najpogosteje uporablja metoda letnih maksimumov in POT metoda.

Za določanje verjetnosti pojava posameznega dogodka se v hidrološki praksi pogosto namesto porazdelitvene funkcije $F_X(x)$ uporablja povratna doba $T(x)$. Če pojav vežemo na leto, imamo pri porazdelitveni funkciji $F_X(x) = 0,99$, povratno dobo enako 100 let (Brilly in Šraj, 2005).

$$T(x) = \frac{1}{1 - F_X(x)} \quad (5)$$

2.3.1 Metoda letnih maksimumov

Pri metodi letnih maksimumov je vzorec sestavljen iz toliko vrednosti, kolikor let imamo na razpolago. Za vsako leto posebej izberemo tisti pretok, ki je največji. Slaba stran te metode je, da lahko pride do izločitve posameznih dogodkov, ki po velikosti v posameznem letu niso bili največji, so pa večji od vrednosti v drugih letih in bi imeli pri sami analizi pomembno vlogo.

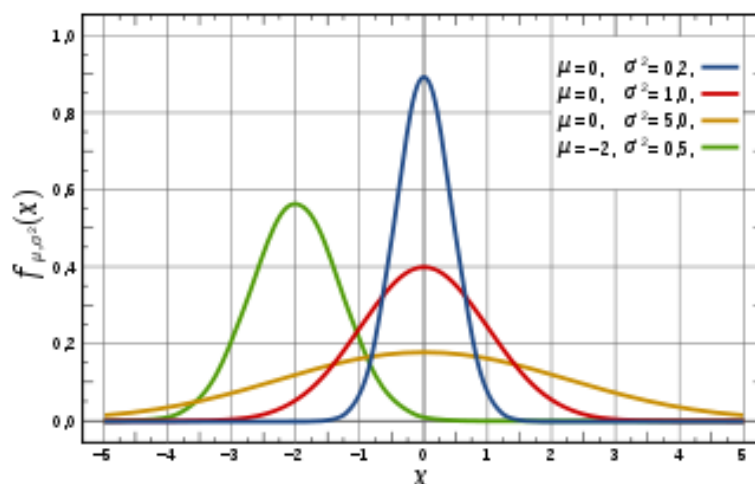
Za verjetnostne analize ekstremnih vrednosti poplav najpogosteje uporabljamo naslednje porazdelitve:

2.3.1.1 Normalna porazdelitev

Gaussova ali normalna porazdelitev je najpomembnejša in najbolj pogosto uporabljena porazdelitev v statistiki. Velja za zvezno porazdeljene slučajne spremenljivke. Je simetrična, dvoparameterska funkcija. Parametra sta matematično upanje in standardna deviacija (slika 2) (Brilly in Šraj, 2005).

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu_x)^2/2\sigma_x^2}$$

$$F_x(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}} dx \quad (6)$$



Slika 2: Gostota verjetnosti normalne porazdelitve za različne vrednosti parametrov (Normalna porazdelitev, 2013)

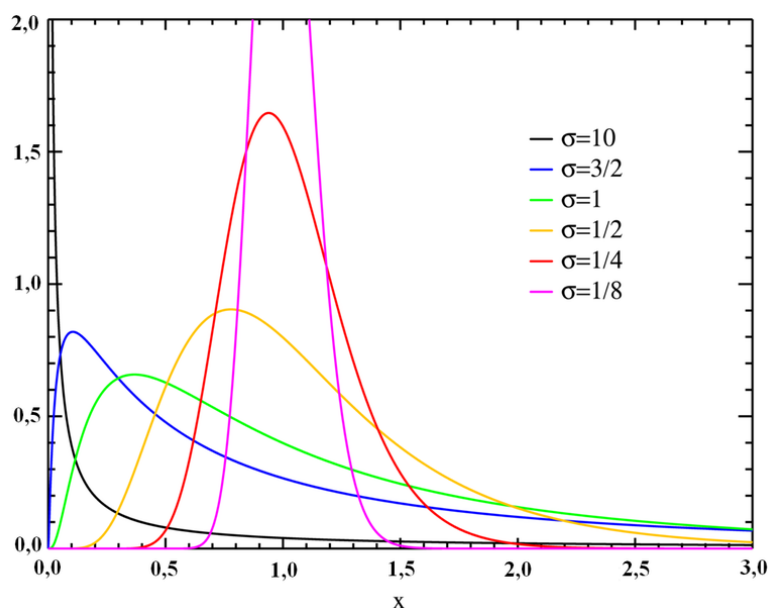
2.3.1.2 Logaritemsko normalna porazdelitev

Logaritemsko normalna porazdelitev izhaja iz normalne porazdelitve. Funkcija je dvoparametrška, asimetrična in je določena samo za vrednosti spremenljivke X , večje od nič. Če logaritem spremenljivke X sledi normalni porazdelitvi, se spremenljivka prilagaja logaritemsko normalni porazdelitvi. V enačbi normalne porazdelitve zamenjamo x z $y = \ln x$ in dobimo enačbo gostote logaritemsko normalne porazdelitve (slika 3) (Brilly in Šraj, 2005).

$$f_X(x) = \frac{1}{x\sigma_Y\sqrt{2\pi}} e^{-(\ln x - \mu_Y)^2 / 2\sigma_Y^2} \quad x > 0$$

$$\sigma_Y = \left[\ln \left(1 + \frac{\sigma_X^2}{\mu_X^2} \right) \right]^{1/2}$$

$$\mu_Y = \ln \mu_X - \frac{\sigma_Y^2}{2} \quad (7)$$



Slika 3: Funkcija gostote verjetnosti za logaritemsko normalno porazdelitev (Logaritemsko normalna porazdelitev, 2013)

2.3.1.3 Gumbelova porazdelitev

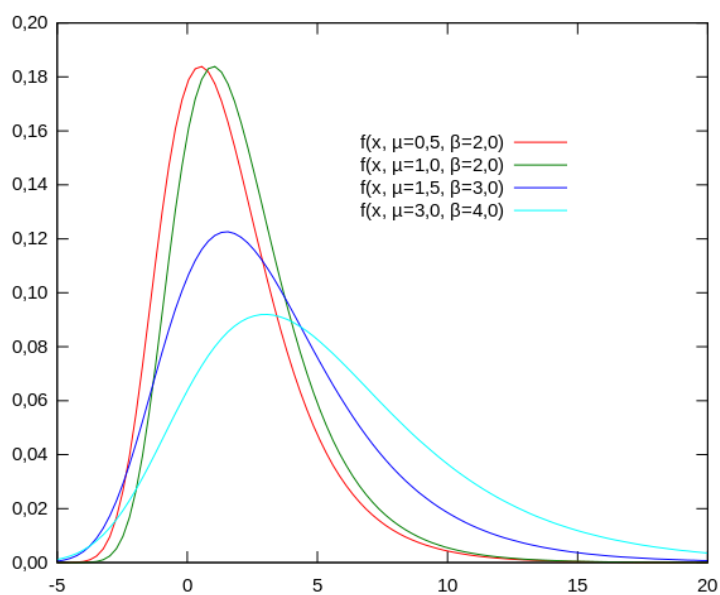
V hidrologiji se Gumbelova porazdelitev uporablja pri analizi visokih vod ali maksimalnih padavin. Spada v skupino porazdelitev ekstremnih vrednosti tipa I. Je dvoparametrška in asimetrična porazdelitev (slika 4) (Brilly in Šraj, 2005).

Porazdelitvena funkcija $F_X(x)$ in gostota verjetnosti $f(x)$ sta enaki:

$$F_X(x) = e^{-e^{-(x-u)/\alpha}} \quad -\infty < x < \infty$$

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} e^{-e^{-(x-u)/\alpha}} e^{-e^{-(x-u)/\alpha}} \quad (8)$$

Funkcija vsebuje dva parametra μ in α in se uporablja pri analizi ekstremov. Parameter μ je lokacijski parameter, parameter α pa vpliva na razpršenost porazdelitve (Brilly in Šraj, 2005).

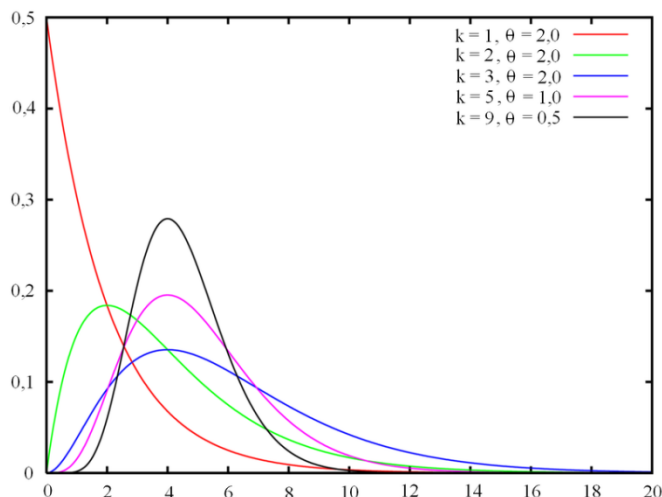


Slika 4: Funkcija gostote verjetnosti za Gumbelovo porazdelitev (Gumbelova porazdelitev, 2013)

2.3.1.4 Pearsonova porazdelitev tipa 3

Ena od gama porazdelitev je tudi Pearsonova tipa 3 porazdelitev in se v hidrologiji pogosto uporablja pri analizi maksimalnih pretokov. Je troparameterska asimetrična porazdelitev (slika 5), ki vsebuje tri parametre α, β in x_0 (Brilly in Šraj, 2005). Opisuje Poissonov stohastični proces (Turk, 2008).

$$f_X(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} (x - x_0)^{\alpha-1} e^{-(x-x_0)/\beta} \quad (9)$$



Slika 5: Funkcija gostote verjetnosti za porazdelitev gama (Porazdelitev gama, 2013)

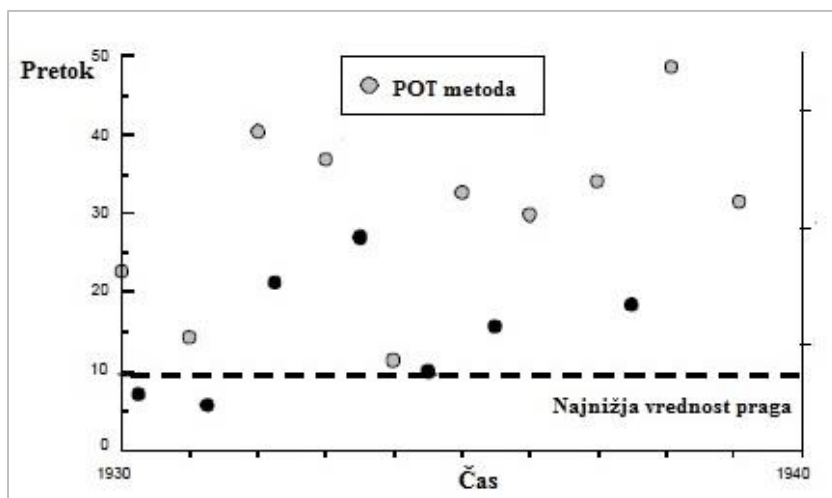
2.3.1.5 Logaritemsko Pearsonova porazdelitev tipa 3

Logaritemsko Pearsonova porazdelitev tipa 3 izhaja iz Pearsonove porazdelitve in se pogosto uporablja pri analizi poplav (Brilly in Šraj, 2005).

2.3.2 POT metoda

POT metoda (ang. *peaks over threshold method*) se uporablja pri analizi visokovodnih konic nad izbranim mejnim pragom (slika 6). Izbira konic je statistično neodvisna in se izvede z uporabo različnih postopkov iz časovne serije. Da se izognemo manjšim konicam je najnižja vrednost praga določena (Mkhandi in sod. , 2011).

Izbira vrednosti praga je subjektivna in zato zahteva strokovno oceno. V literaturi zato najdemo različne predloge za določitev vrednosti praga.



Slika 6: POT metoda (Povzeto po Bengston, 2011)

2.4 Analiza časovnih vrst

Časovna vrsta nam prikazuje niz istovrstnih podatkov, ki se nanašajo na zaporedne časovne razmike ali trenutke (Korenjak Černe, 2004).

Analizo časovnih vrst uporabljamo pri ugotavljanju variabilnosti, homogenosti in samega trenda pretokov. Lahko pa nam pomaga tudi pri ugotavljanju značilnosti določenih serij podatkov.

Pri analizi časovnih vrst uporabljamo analize, predstavljene v naslednjih poglavjih.

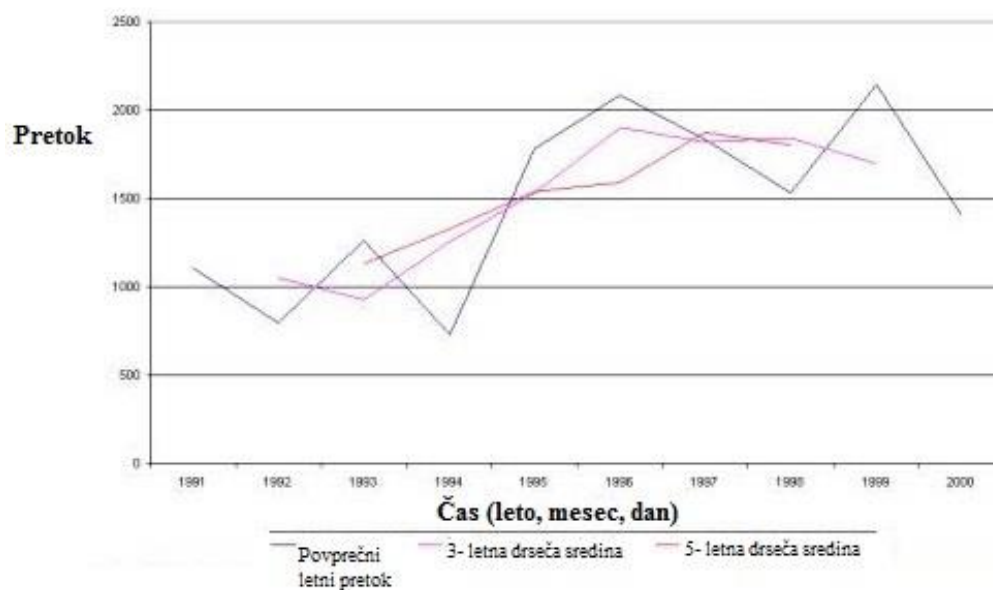
2.4.1 Drseča sredina

Drseča sredina zmanjšuje učinke naključnih nihanj. Metoda temelji na predpostavki sistematičnega dela časovne serije avtokorelacije (korelacija med sosednjimi meritvami), medtem ko naključna nihanja niso del avtokorelacije (Bengston, 2011)

Metoda drseče sredine je zelo uporabna za raziskovanje dolgoročnih spremenljivosti oziroma trendov v posamezni seriji. Drseča sredina serije Y_i iz serije X_i izhaja iz (Hydrology Project, 1999a):

$$Y_i = \frac{1}{(2M + 1)} \sum_{j=i-M}^{j=i+M} X_j \quad (10)$$

Na sliki 7 je predstavljen povprečni letni (mesečni) pretok v odvisnosti od časa (dnevi, leta). Drseča sredina izloči nihanja, ki so nastala v posameznem obdobju in je predstavljena kot gladka krivulja, ki prikazuje vzorec splošnega pretoka za določeno obdobje in tako razkrije mokra in sušna obdobja (Oregon State University, 2005).



Slika 7: Graf drseče sredine (Povzeto po Oregon State University, 2005)

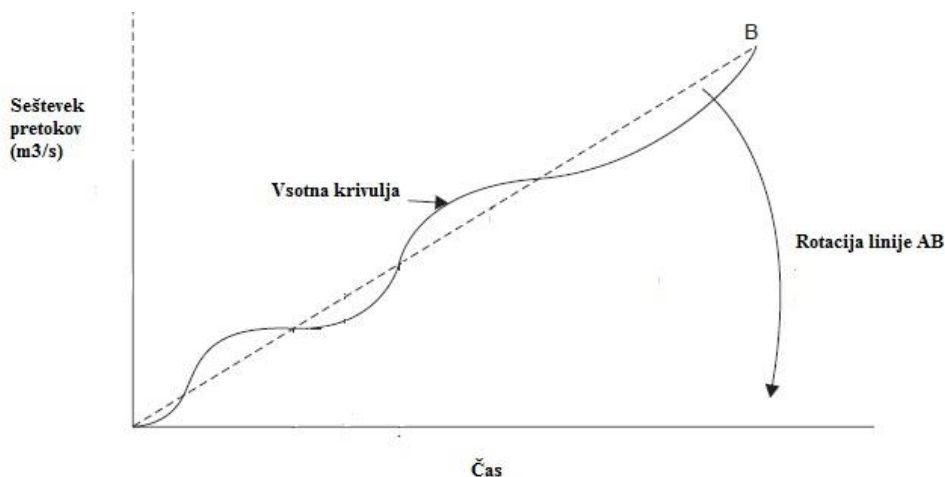
2.4.2 Vsotna krivulja in vsotna krivulja odstopanj

Vsotna krivulja (kumulativna krivulja) je krivulja nakopičene količine v odvisnosti od časa.

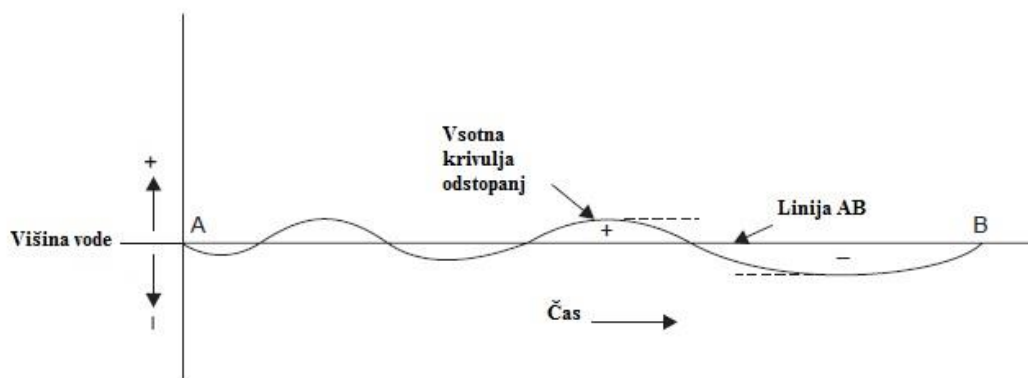
Vsotna krivulja se uporablja npr. pri izračunih skladiščnih zmogljivosti rezervoarja. Izračuna se kot skupna količina pretokov. Na grafu je predstavljena kot kumulativna količina pretokov v odvisnosti od časa (slika 8). Za izračun vsotne krivulje za namene določanja sušnih obdobjij uporabljamo mesečne podatke o pretokih. Z uporabo povprečnih mesečnih pretokov lahko ugotovimo sezonsko razpoložljivost vode. Pri uporabi letnih vrednosti pa lahko določimo sušna in mokra leta (Oregon State University, 2005).

Vsotna krivulja odstopanj je krivulja vsote odstopanj od dane referenčne vrednosti (npr. aritmetične sredine v odvisnosti od časa ali datuma) (Mikoš in sod. , 2003).

Vsotna krivulja odstopanj je grafično predstavljena kot vsotna krivulja okoli vodoravne osi, ki jo dobimo z vrtenjem linije AB v horizontalen položaj (sliki 8 in 9). Ta metoda izrisa se uporablja za ohranitev dodatnega prostora pri konstantnem naraščanju vsotne krivulje (Raghunath, 2006).



Slika 8: Graf vsotne krivulje (Povzeto po Raghunath, 2006)



Slika 9: Graf vsotne krivulje odstopanj (Povzeto po Raghunath, 2006)

2.5 Regresija in regresijska krivulja

Regresijska funkcija opisuje medsebojno odvisnost dveh spremenljivk oziroma kakšen je vpliv spremenljivke X na Y brez drugih vplivov, ki so lahko posledica vpliva drugih spremenljivk ali slučajnega odstopanja (Turk, 2008).

2.5.1 Linearna regresija

Ena od metod linearne regresije je metoda najmanjših kvadratov. Pri linearni regresiji iščemo premico, ki se najbolj prilega danim vrednostim oziroma točkam. Regresijska premica je pri metodi najmanjših kvadratov določena tako, da je vsota odklonov od podanih vrednosti najmanjša (Brilly in Šraj, 2005).

Enostavni linearni regresijski model zapišemo:

$$Y = \alpha X + \beta + \varepsilon \quad (11)$$

kjer sta α in β parametra modela, ε pa predstavlja vsoto vseh odstopanj.

Rešitev sta parametra a in b. Parameter a nam določa smer in naklon regresijske premice, parameter b pa določa, kje regresijska premica seka ordinato (Brilly in Šraj, 2005).

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{\sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n X_i)^2}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - a \sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad (12)$$

Kovarianca med slučajnjima spremenljivkama X in Y je pomemben centralni mešani moment drugega reda dvodimenzijskega slučajnega vektorja. Podaja nam linearno odvisnost dveh slučajnih spremenljivk, s pomočjo katere definiramo Pearsonov koeficient korelacije r (Brilly in Šraj, 2005).

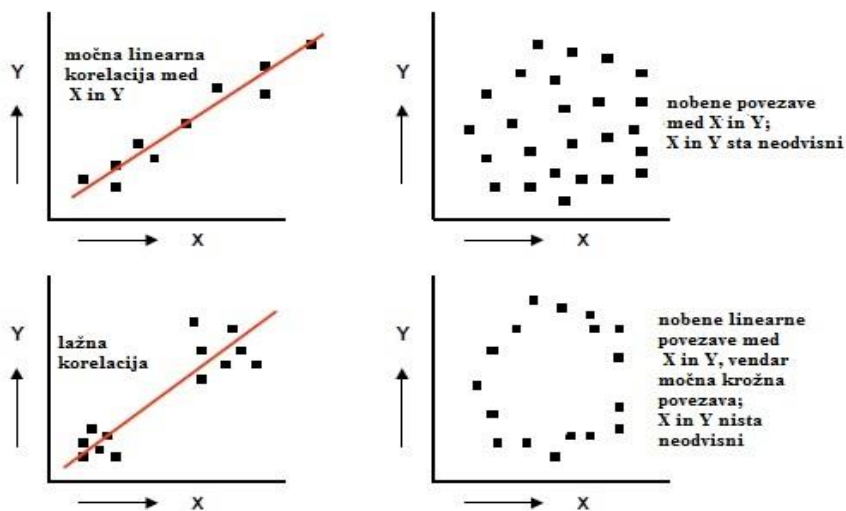
Vrednost korelacijskega koeficienta r je v razponu med -1 in 1. Korelacijski koeficient 1 pomeni popolno neposreden odnos med X in Y, pri čemer korelacija -1 nakazuje na popolno obratno sorazmerje (United States Department of Agriculture, 2000).

$$r = \frac{S_{XY}}{S_X S_Y} = \frac{n \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{n S_X S_Y}$$

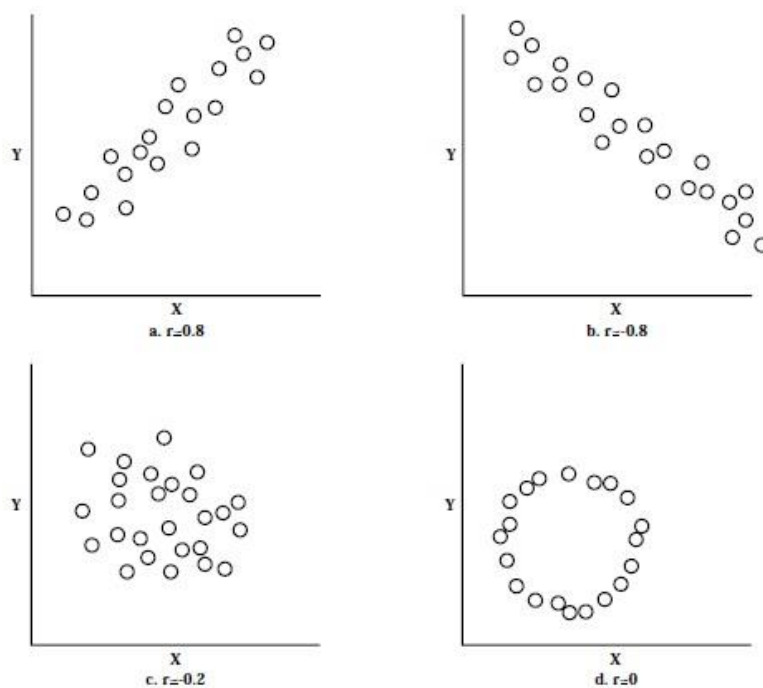
$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{\sqrt{(n \sum_{i=1}^n X_i^2 - (\sum_{i=1}^n X_i)^2)(n \sum_{i=1}^n Y_i^2 - (\sum_{i=1}^n Y_i)^2)}} \quad (13)$$

Točke dvodimenzijskega slučajnega pojava nanesimo na razsevni graf. Na podlagi grafa lahko sklepamo kakšna je zveza med spremenljivkama X in Y (Brilly in Šraj, 2005).

Če je $r = 0$ nam to pove, da med spremenljivkama X in Y ni linearne povezave. To pa ne pomeni, da sta X in Y neodvisni in da med njima ni nobene povezave (sliki 10 in 11) (Hydrology Project, 2002).



Slika 10: Primeri razsevnih grafov in zvez med spremenljivkama X in Y (Povzeto po Hydrology Project, 2002)

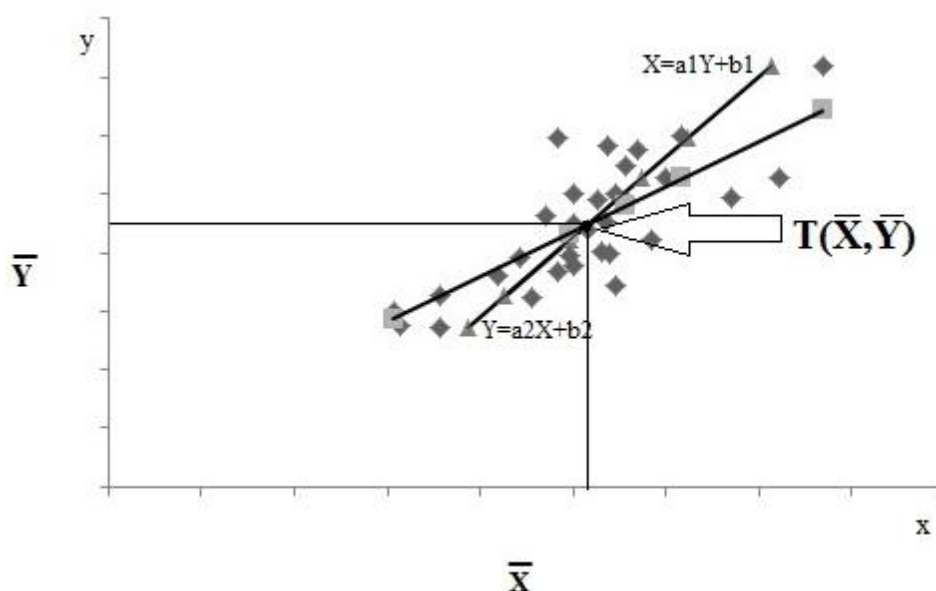


Slika 11: Primeri korelacije (United States Department of Agriculture, 2000)

Kot γ , ki ga oklepata obe regresijski premici je:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\left(\frac{S_Y}{S_X}\right) \left(\frac{1-r^2}{r}\right)}{1 + \left(\frac{S_Y}{S_X}\right)^2} \quad (16)$$

Ko je $0 < \gamma < 90^\circ$ in $0 < \alpha < 90^\circ$ je $0 < r < 1$ in govorimo o pozitivni korelaciji. Ko je $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ je $-1 < r < 0$ pa govorimo o negativni korelaciji. Regresijski premici se vedno sekata v točki $T(\bar{X}, \bar{Y})$ (Brilly in Šraj, 2005).



Slika 12: Regresijski premici

2.6 Analiza dvojne vsotne krivulje

Analiza dvojne vsotne krivulje je analiza, ki omogoča poiskati nenadne ali postopne spremembe v meteoroloških ali hidroloških podatkih. Zapisi pretokov lahko vsebujejo za neko časovno obdobje določene neskladnosti. Do neskladnosti pride pri vodomerni postaji zaradi (Hydrology Project, 1999b):

- vodomerna postaja je bila v preteklosti nameščena na različnih lokacijah,
- vodomerna postaja je lahko izpostavljena določenim spremembam (rast rastlinja, gradnja,...),
- vodomerna postaja je lahko že nekaj časa v okvari.

Neskladnosti je potrebno pred statistično analizo odstraniti. Analiza dvojne vsotne krivulje vsebuje korekcijski faktor, ki omogoča, da je niz podatkov skladen in homogen. Kljub vsemu, pa je analiza dvojne vsotne krivulje mogoča le, če je na voljo dovolj podatkov iz preteklih let (Hydrology Project, 1999b).

Na določeni hidrološki postaji je časovno usklajenost podatkov mogoče primerjati z vzorcem podatkov iz ene ali več drugih postaj v bližini (Wigbout, 1973). Teorija dvojne vsotne krivulje temelji na dejstvu, da je graf seštevka pretokov ene postaje in seštevka druge postaje v istem obdobju predstavljen kot ravna črta in sicer tako dolgo, dokler so podatki sorazmerni. Nagib črte bo predstavljal konstantno sorazmernost med količinami. Če pride do preloma v nagibu dvojne vsotne krivulje to pomeni, da je prišlo do spremembe pri sorazmernosti (Searcy in Hardison, 2011).

Zapisi o pretoku so najpomembnejši hidrološki zapisi, saj predstavljajo vključevanje vseh hidroloških dejavnikov. Neskladnost pri evidenci pretokov je lahko tudi posledica spremembe metode zbiranja podatkov ali velike spremembe rabe vode, skladiščenja ali izhlapevanja (Searcy in Hardison, 2011).

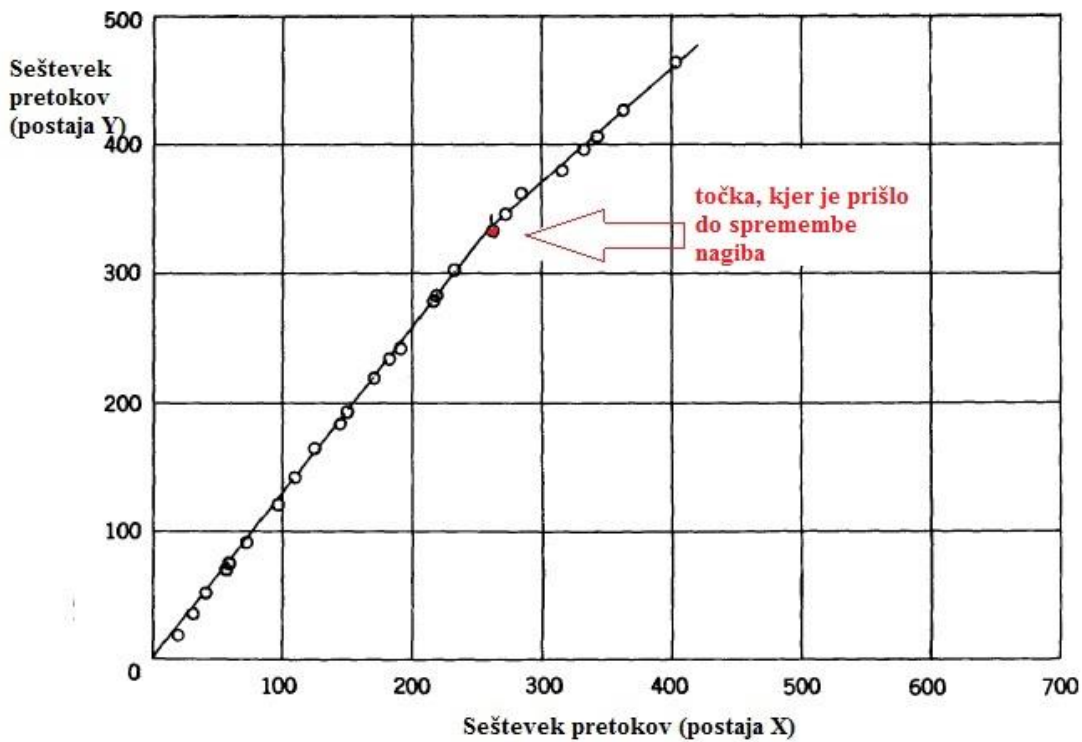
Analiza dvojne vsotne krivulje zahteva nabor podatkov iz vsaj dveh vodomernih postaj X_i in Y_i ($i = 1, 2, \dots, n$) za isto časovno obdobje. Temu sledi postopno seštevanje vrednosti X_i in Y_i , da se preveri ali so vrednosti enake glede na dolgoročne trende spreminjanja teh dveh spremenljivk (Allen in sod. , 1998).

$$x_i = X_i + \sum_{j=1}^{i-1} X_j$$

$$y_i = Y_i + \sum_{j=1}^{i-1} Y_j$$

kjer je $i = 1, \dots, n$ in $j = 1, \dots, i - 1$

(17)

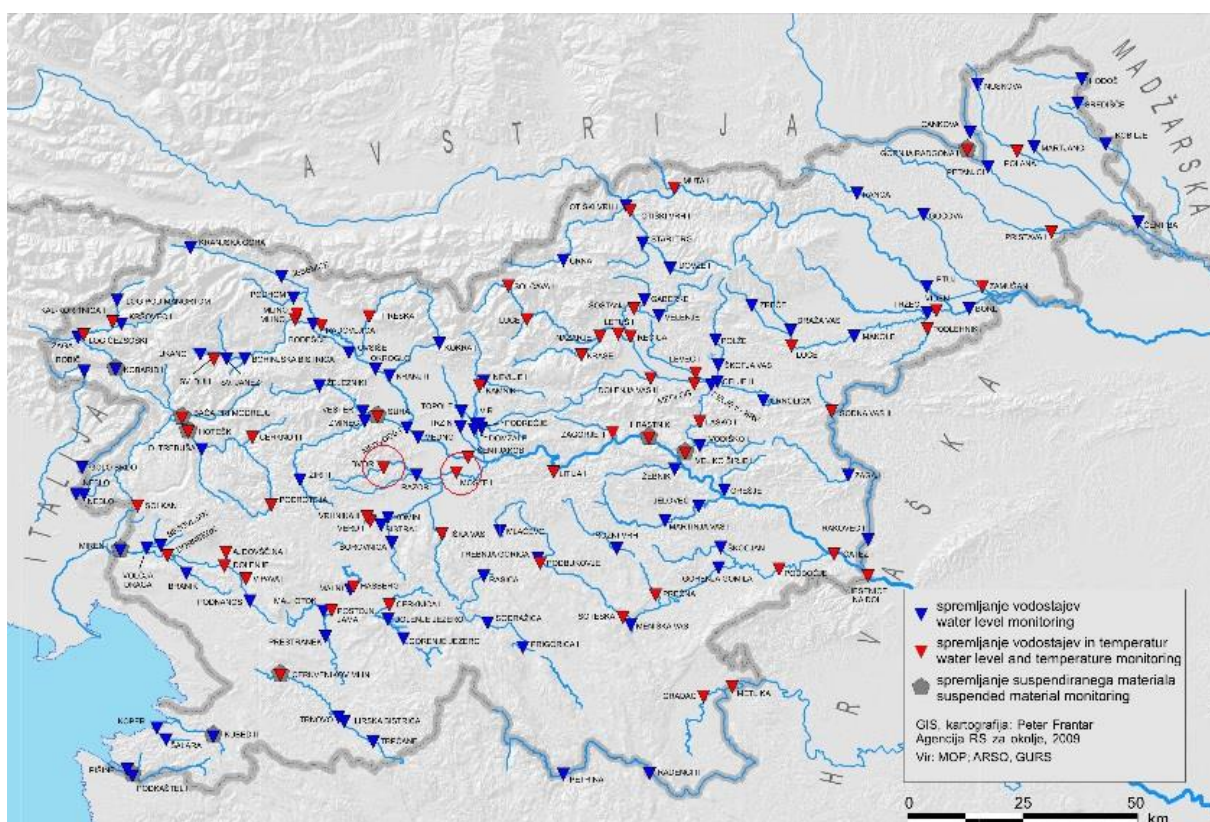


Slika 13: Graf dvojne vsotne krivulje (Povzeto po Searcy in Hardison, 2011)

3 IZRAČUN KARAKTERISTIČNIH VREDNOSTI PRETOKOV NA VODOMERNIH POSTAJAH LJUBLJANICA (MOSTE) IN GRADAŠČICA (DVOR)

3.1 Vhodni podatki

Praktični primer analize karakterističnih vrednosti je bila narejen s podatki pretokov, ki so bili zabeleženi na vodomernih postajah Moste na Ljubljanici (5080) in Dvor na Gradaščici (5500). Podatke smo pridobili na spletni strani Agencije RS za okolje (ARSO, 2013).

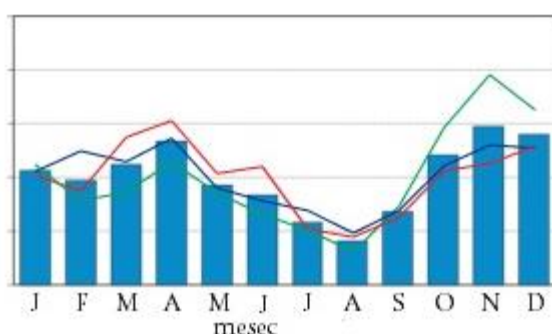


Slika 14: Mreža vodomernih postaj z označenima vodomernima postajama (ARSO, 2008)



Slika 15: Merilni mesti vodomernih postaj Moste (levo) in Dvor (desno) (ARSO, 2013)

Reka Ljubljanica spada v skupino postaj z dinarskim dežno-snežnim režimom (slika 15). Spomladanski in jesenski viški so pri tej skupini dokaj izenačeni, razlike med zimskimi in poletnimi nižki pa zelo izrazite. Najmanj vode je avgusta, ob januarjem ali februarjem drugem nižku pa so pretoki blizu povprečja. Nadpovprečna količina vode je običajno med oktobrom in decembrom ter marca in aprila. Podpovprečna količina vode pa med majem in septembrom. Januarja in februarja se pretoki močno približajo letnemu povprečju (Frantar in Hrvatin, 2008).



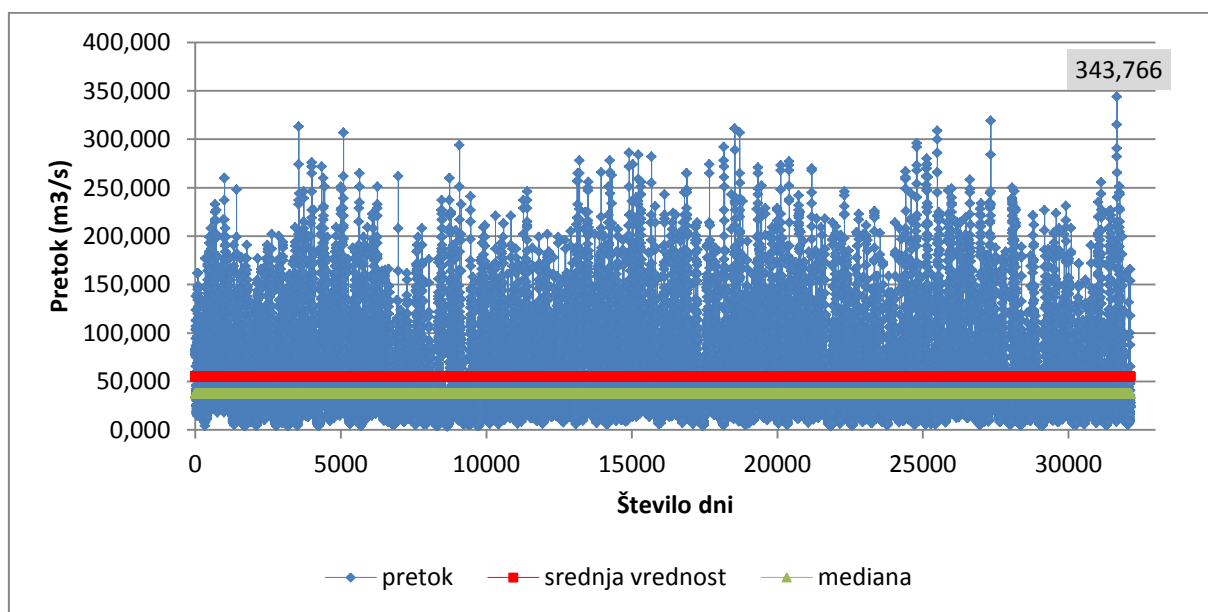
Slika 16: Dinarsko dežno-snežni režim (Frantar in Hrvatin, 2008)

Reka Gradaščica je hudourniška reka, ki s sotočjem potokov Mala voda in Božna nastane v Polhovem Gradcu. Pri Vrhovcih se vanjo izliva potok Horjulščica. Gradaščica se pri Bokalskem jezu razcepi na umetni rečni krak, ki je bil v preteklosti reguliran zaradi pogostega poplavljanja ljubljanskega mestnega predela Vič. Manjši del vodne mase je speljan po Mestni Gradaščici, ki se od Vrhovcev pa do izliva v Ljubljanico urejen v betonsko oblikovano strugo (Gradaščica, 2013).

3.2 Izračun osnovnih statistik vzorca

Preglednica 1: Osnovna statistična analiza pretokov za vodomerno postajo Moste (1924-2011)

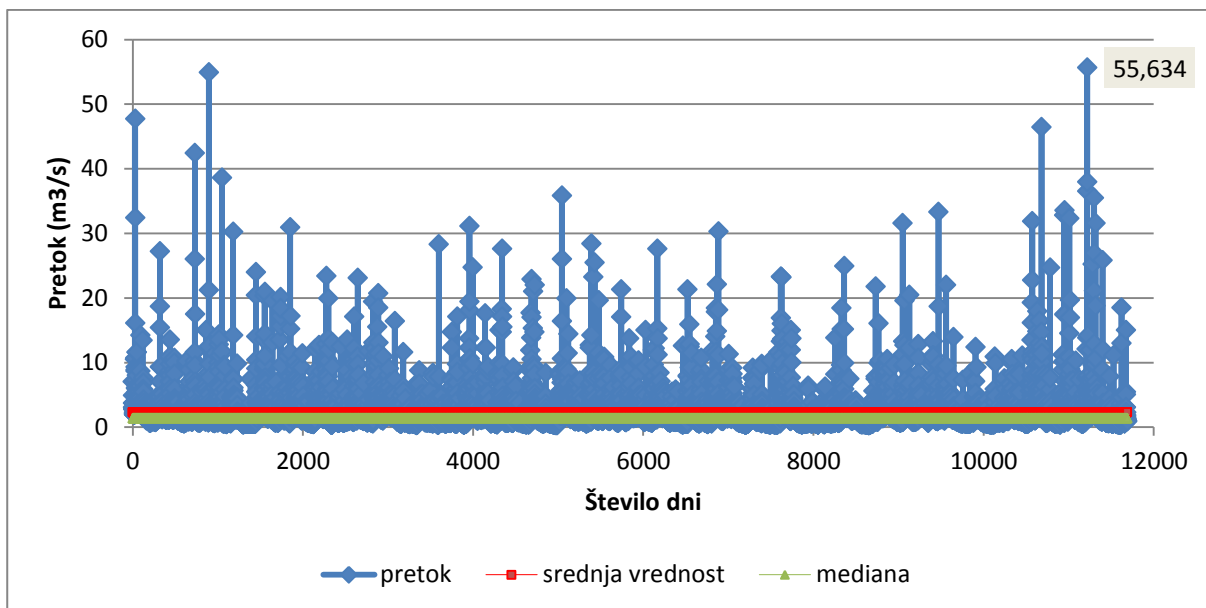
Ljubljana (Moste)	Pretok [m ³ /s]
Povprečje	55,07
Standardna deviacija	49,14
Vsota	1770158,69
Mediana	37,40
Mod	21,50
Minimum	4,04
Maksimum	343,77



Grafikon 1: Hidrogram za vodomerno postajo Moste (1924-2011)

Preglednica 2: Osnovna statistična analiza pretokov za vodomerno postajo Dvor (1979-2011)

Gradaščica (Dvor)	Pretok [m ³ /s]
Povprečje	2,27
Standardna deviacija	3,01
Vsota	26508,10
Mediana	1,38
Mod	1,06
Minimum	0,28
Maksimum	55,634

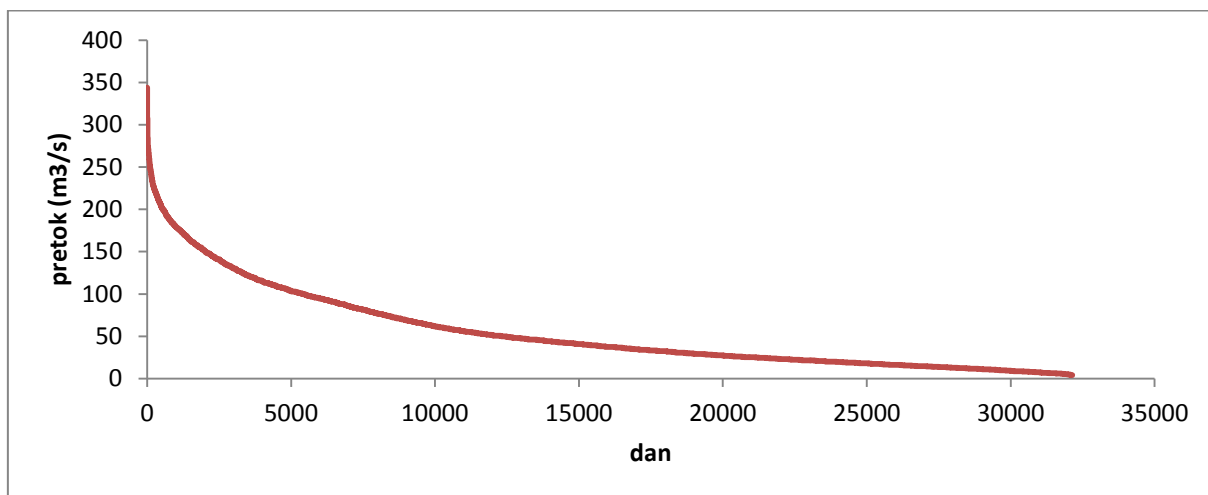


Grafikon 2: Hidrogram za vodomerno postajo Dvor (1979-2011)

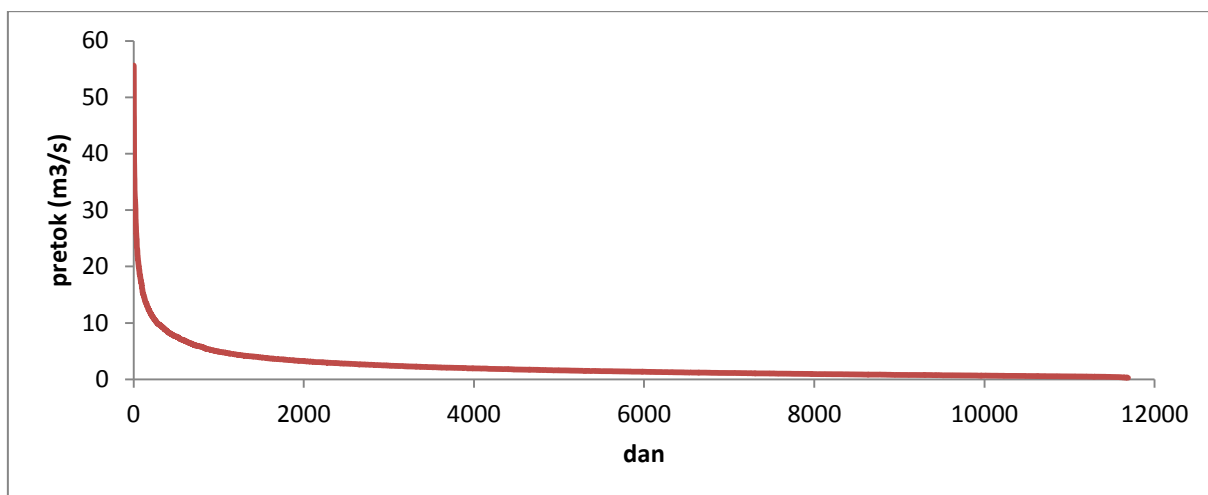
3.3 Empirična porazdelitev pogostosti (krivulja trajanja)

Krivulja trajanja prikazuje odstotek časa oz. verjetnost, da bo pretok na določenem območju enak ali višji od izbrane vrednosti. Analiza krivulje trajanja je metoda, ki na podlagi preteklih podatkov pretokov poda informacijo o pogostosti pretokov v določenem obdobju. Značilna krivulja trajanja prikazuje, da so največ časa prisotni nizki pretoki, ki predstavljajo pretok v daljših sušnih obdobjih, medtem ko so visoke vode tiste, ki se pojavijo redko.

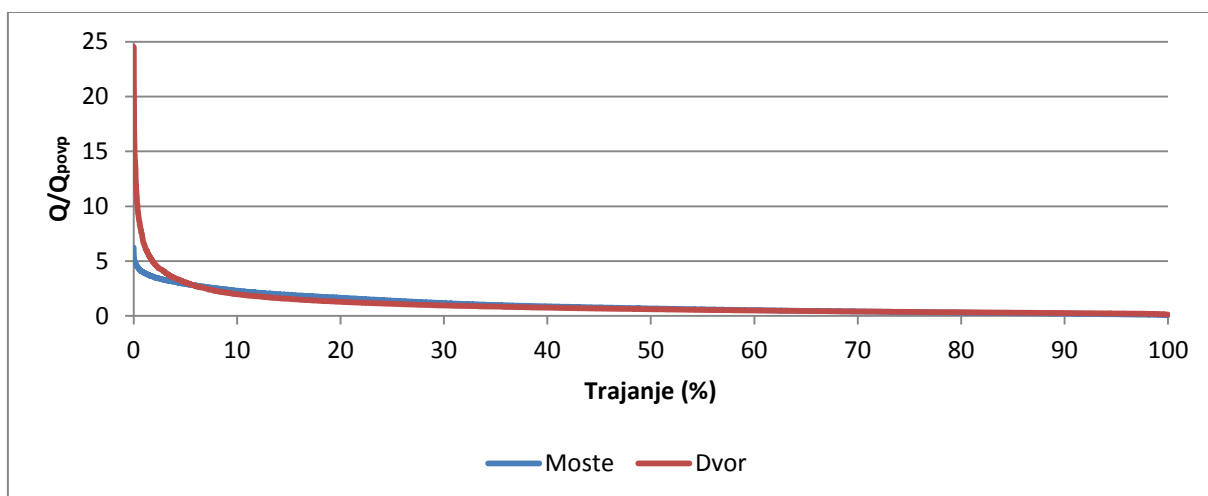
Na krivulji trajanja os X predstavlja odstotek časa (verjetnost), os Y pa količino pretoka za določeno časovno obdobje izraženo v kubičnih metrih na sekundo (grafikon 3 in 4). Za obe postaji smo grafično predstavili tudi brezdimenzijski krivulji trajanja, kjer X os predstavlja trajanje, izraženo v odstotkih, Y os pa razmerje med dnevnim pretokom Q ter povprečnim pretokom Q_{povp} (grafikon 5).



Grafikon 3: Krivulja trajanja za vodomerno postajo Moste za obdobje od leta 1924 do 2011



Grafikon 4: Krivulja trajanja za vodomerno postajo Dvor za obdobje od leta 1979 do 2011



Grafikon 5: Brezdimenzijski krivulji trajanja za vodomerni postaji Moste in Dvor

3.4 Verjetnostne analize visokovodnih konic

Verjetnostna analiza visokovodnih konic je bila narejena s pomočjo normalne, logaritemske normalne, Gumbelove, Pearson 3 ter logaritemske Pearson 3 porazdelitve. Za analizo smo izbrali vzorec letnih maksimumov (preglednica 3).

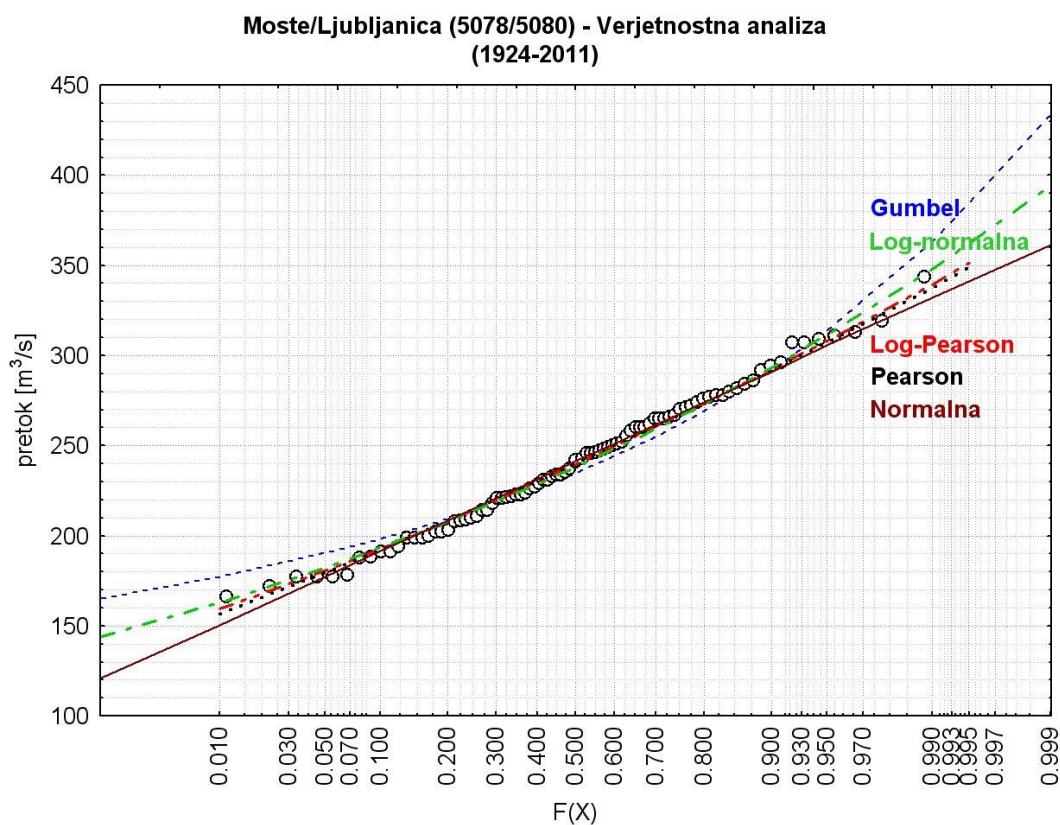
Preglednica 3: Vrednosti letnih maksimumov za obdobje od leta 1924 do 2011 na vodomerni postaji Moste na reki Ljubljanici (ARSO, 2013)

Leto	Qmax [m ³ /s]	Leto	Qmax [m ³ /s]	Leto	Qmax [m ³ /s]	Leto	Qmax [m ³ /s]
1924	177	1946	177	1968	243	1990	267
1925	233	1947	260	1969	222	1991	296
1926	260	1948	294	1970	265	1992	280
1927	248	1949	241	1971	214	1993	309
1928	191	1950	178	1972	274	1994	247,15
1929	177	1951	211	1973	292	1995	249,05
1930	191	1952	221	1974	311	1996	258,39
1931	202	1953	221	1975	307	1997	233,71
1932	194	1954	237	1976	271	1998	319,08
1933	313	1955	246	1977	252	1999	187,86
1934	276	1956	199	1978	229	2000	250
1935	272	1957	202	1979	277	2001	246,34
1936	260	1958	199	1980	242	2002	221,27
1937	307	1959	265	1981	234	2003	227,02
1938	188	1960	278	1982	270	2004	223,70
1939	265	1961	209	1983	218	2005	231,16
1940	223	1962	266	1984	210	2006	208,35
1941	251	1963	278	1985	246	2007	171,77
1942	166	1964	286	1986	223	2008	235,29
1943	262	1965	284	1987	226	2009	255,59
1944	199	1966	282	1988	203	2010	343,77
1945	208	1967	231	1989	214	2011	199,58

V preglednicah 4 in 6 so prikazani rezultati verjetnostnih analiz oziroma vrednosti pretokov za obe postaji za povratni dobi 10 in 100 let, ki pripadajo različnim porazdelitvam. Na grafikonih 7 in 8 pa so rezultati verjetnostnih analiz predstavljeni še grafično v verjetnostni mreži.

Preglednica 4: Prikaz rezultatov verjetnostne analize za povratni dobi 10 in 100 let

Porazdelitev	Q10 [m ³ /s]	Q100 [m ³ /s]
Normalna	291,1	331,9
Log.Normalna	293,3	347,9
Gumbel	292,1	363,3
Pearson3	291,9	337,5
Log.Pearson3	292,2	339,4



Grafikon 6: Grafični prikaz rezultatov verjetnostne analize za vodomerno postajo Moste (1924-2011)

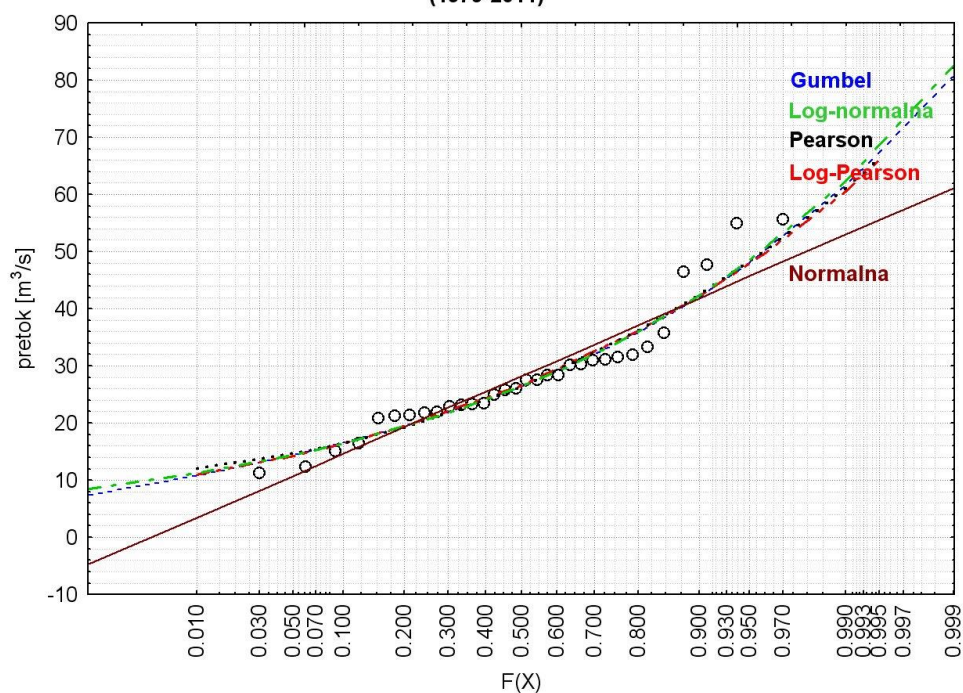
Preglednica 5: Vrednosti letnih maksimumov za obdobje od leta 1979 do 2011 na vodomerni postaji Dvor na reki Gradaščici (ARSO, 2013)

Leto	Qmax [m ³ /s]	Leto	Qmax [m ³ /s]	Leto	Qmax [m ³ /s]	Leto	Qmax [m ³ /s]
1979	47,7	1988	16,4	1996	27,6	2004	31,6
1981	26,0	1989	28,3	1997	21,3	2005	33,3
1982	54,9	1990	31,1	1998	30,3	2006	22,0
1983	30,2	1991	27,6	1999	11,3	2007	12,4
1984	20,9	1992	22,9	2000	23,3	2008	31,9
1985	30,9	1993	35,8	2001	15,0	2009	46,4
1986	23,4	1994	28,4	2002	24,9	2010	55,6
1987	23,1	1995	21,3	2003	21,7	2011	25,8

Preglednica 6: Prikaz rezultatov za povratni dobi 10 in 100 let

Porazdelitev	Q10 [m ³ /s]	Q100 [m ³ /s]
Normalna	41,8	53,0
Log.Normalna	42,4	62,4
Gumbel	42,1	61,6
Pearson3	42,5	61,1
Log.Pearson3	42,2	60,6

Dvor/Gradaščica (5500) - Verjetnostna analiza
(1979-2011)



Grafikon 7: Grafični prikaz rezultatov verjetnostne analize za vodomerno postajo Dvor (1979-2011)

3.5 Analiza časovnih vrst

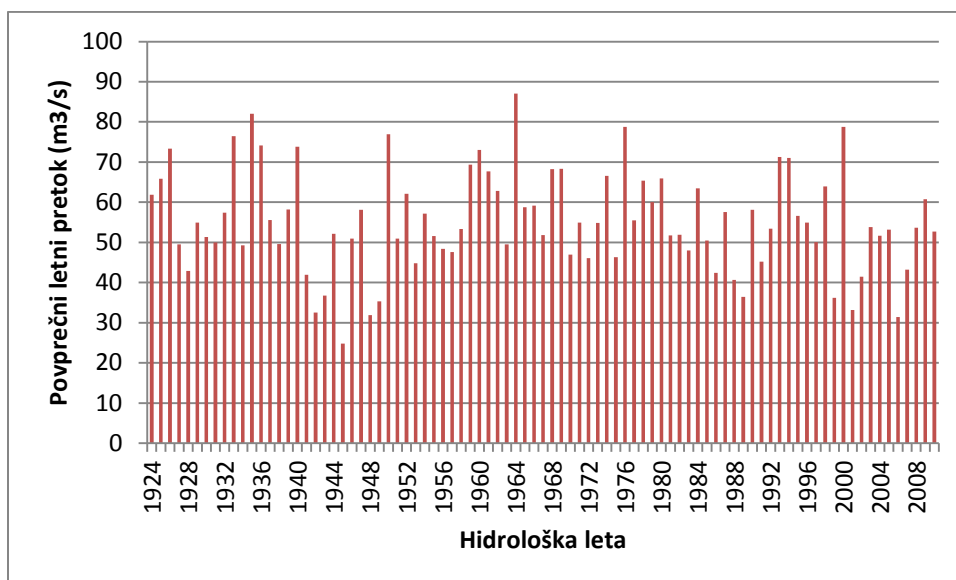
3.5.1 Letne analize

3.5.1.1 Povprečni letni pretok

Povprečni letni pretok dobimo tako, da na podlagi povprečnih dnevni pretokov izračunamo povprečni letni pretok za vsako leto posebej. Pri računanju se pri hidroloških podatkih ponavadi osredotočimo na hidrološko leto (oktober-september), namesto koledarska leta (januar-december).

Preglednica 7: Povprečni letni pretoki (hidrološko leto) za vodomerno postajo Moste

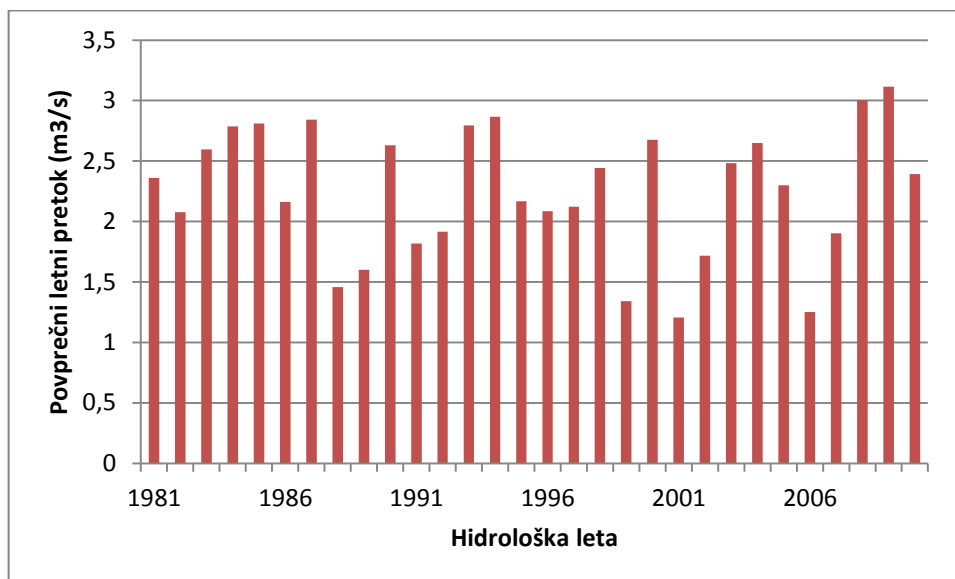
Leto	Povprečni letni pretok (hidrološka leta) [m ³ /s]	Leto	Povprečni letni pretok (hidrološka leta) [m ³ /s]	Leto	Povprečni letni pretok (hidrološka leta) [m ³ /s]
1924	61,90	1953	44,79	1982	51,93
1925	65,84	1954	57,14	1983	47,99
1926	73,31	1955	51,60	1984	63,44
1927	49,49	1956	48,42	1985	50,48
1928	42,92	1957	47,59	1986	42,39
1929	54,95	1958	53,36	1987	57,54
1930	51,36	1959	69,35	1988	40,69
1931	50,02	1960	73,03	1989	36,47
1932	57,42	1961	67,71	1990	58,15
1933	76,49	1962	62,84	1991	45,24
1934	49,28	1963	49,51	1992	53,44
1935	82,06	1964	87,04	1993	71,28
1936	74,10	1965	58,75	1994	70,99
1937	55,57	1966	59,17	1995	56,58
1938	49,57	1967	51,80	1996	54,91
1939	58,18	1968	68,26	1997	50,11
1940	73,79	1969	68,31	1998	63,92
1941	41,91	1970	46,97	1999	36,20
1942	32,55	1971	54,95	2000	78,79
1943	36,79	1972	46,12	2001	33,13
1944	52,14	1973	54,83	2002	41,42
1945	24,81	1974	66,59	2003	53,80
1946	50,95	1975	46,34	2004	51,65
1947	58,10	1976	78,73	2005	53,15
1948	31,87	1977	55,46	2006	31,38
1949	35,30	1978	65,40	2007	43,18
1950	76,92	1979	60,03	2008	53,63
1951	50,96	1980	65,97	2009	60,75
1952	62,12	1981	51,78	2010	52,66



Grafikon 8: Povprečni letni pretok (hidrološko leto) za vodomerno postajo Moste (1924-2010)

Preglednica 8: Povprečni letni pretok za vodomerno postajo Dvor

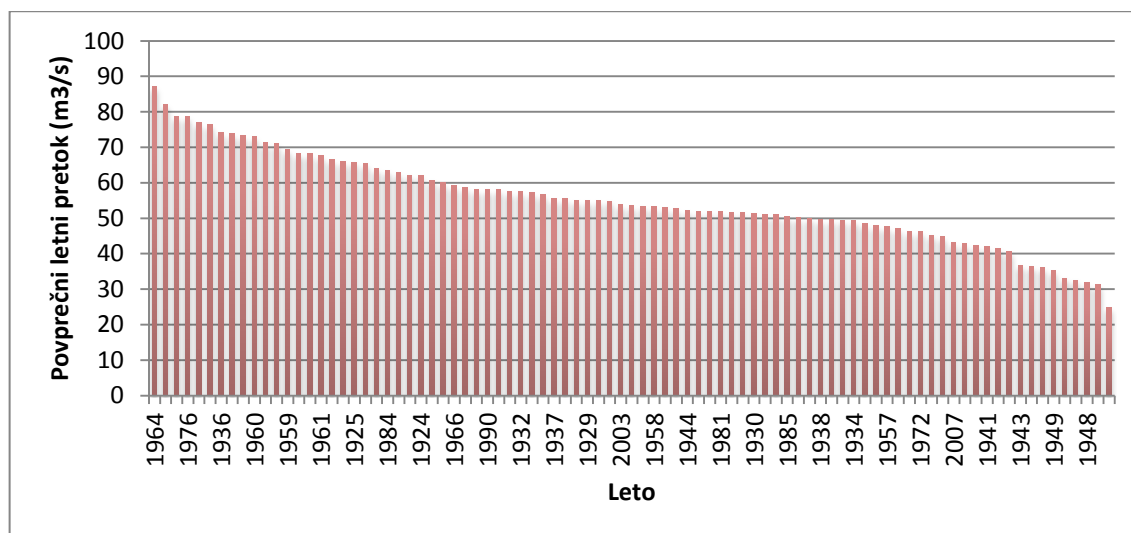
Leto	Povprečni letni pretok (hidrološka leta) [m ³ /s]	Leto	Povprečni letni pretok (hidrološka leta) [m ³ /s]
1981	2,36	1996	2,09
1982	2,08	1997	2,12
1983	2,60	1998	2,44
1984	2,79	1999	1,34
1985	2,81	2000	2,67
1986	2,16	2001	1,21
1987	2,84	2002	1,72
1988	1,46	2003	2,48
1989	1,60	2004	2,65
1990	2,63	2005	2,30
1991	1,82	2006	1,25
1992	1,91	2007	1,90
1993	2,80	2008	3,00
1994	2,87	2009	3,11
1995	2,17	2010	2,39



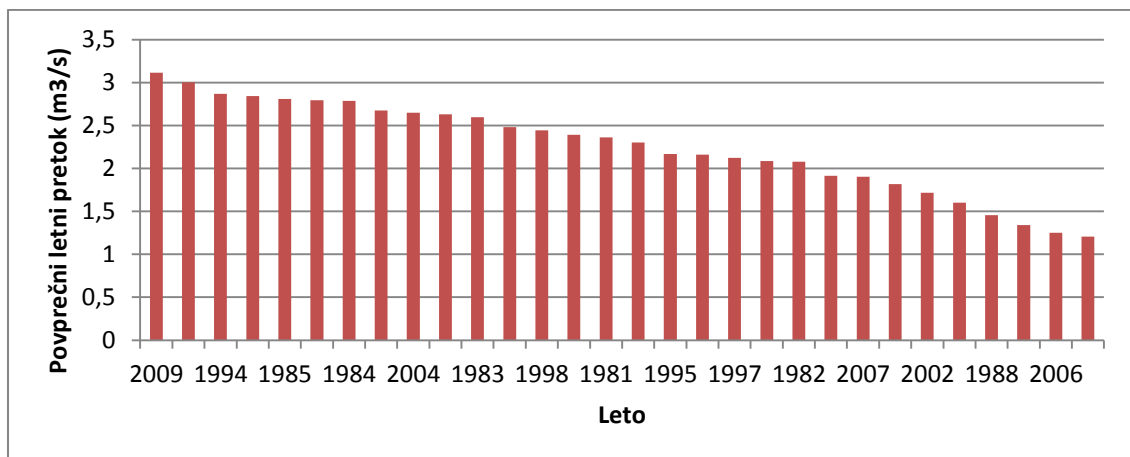
Grafikon 9: Povprečni letni pretok (hidrološko leto) za vodomerno postajo Dvor (1981-2010)

3.5.1.2 Razvrščeni povprečni letni pretok

Pri tej analizi smo razvrstili povprečne letne pretoke hidroloških let po velikosti od največjega pretoka do najmanjšega, ne glede na leto.



Grafikon 10: Razvrstitev povprečnih letnih pretokov (hidrološko leto) za vodomerno postajo Moste



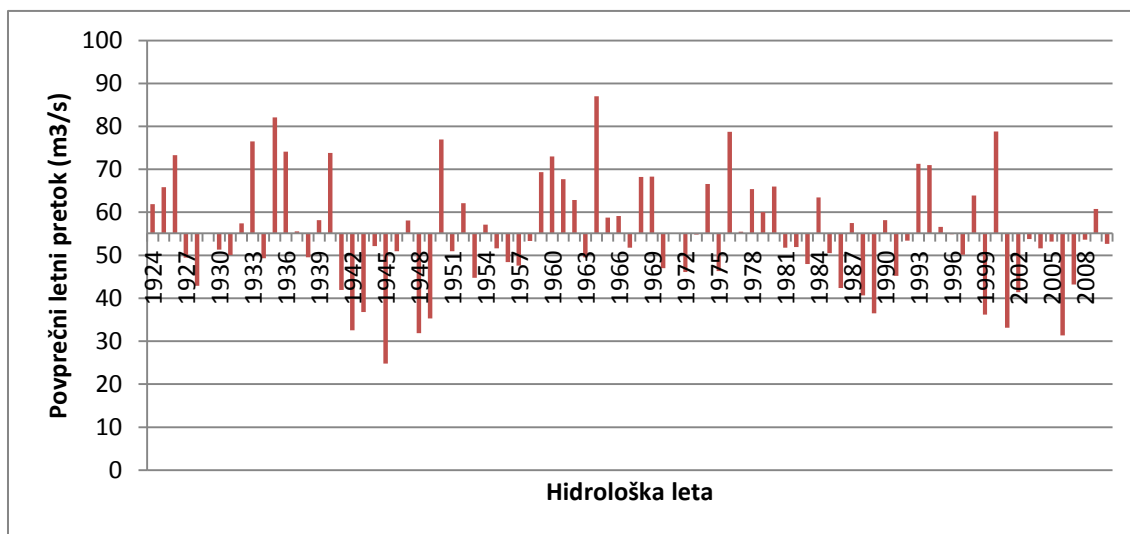
Grafikon 11: Razvrstitev povprečnih letnih pretokov (hidrološko leto) za vodomerno postajo Dvor

3.5.1.3 Spreminjanje povprečnega letnega pretoka okoli dolgoletnega povprečja za obdobje meritev

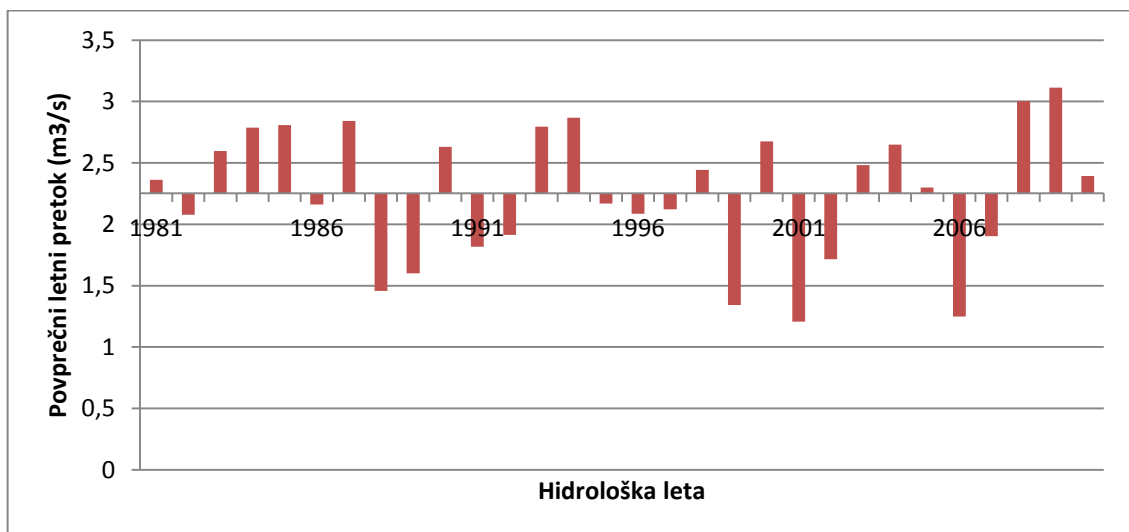
Pri tej analizi na podlagi povprečnih letnih pretokov za vsako hidrološko leto izračunamo skupno povprečje. Nato abcisno os premaknemo tako, da seka ordinato v skupnem povprečju (grafikon 13). Na ta način je lepo razvidno nihanje povprečnega letnega pretoka okoli skupnega povprečnega pretoka za celotno obdobje. Poleg tega je možno določiti tudi vzorec mokrih in suhih let.

Preglednica 9: Dolgoletni povprečni pretok za vodomerni postaji Moste in Dvor

	Pretok [m ³ /s]
Povprečni (Moste) 1924-2010	55,147
Povprečni (Dvor) 1981-2010	2,252



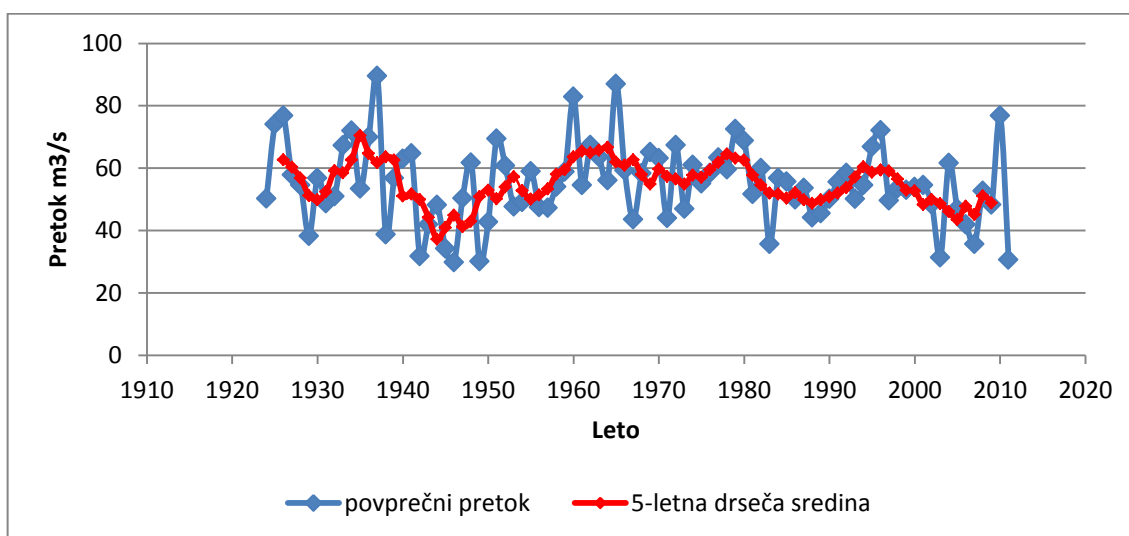
Grafikon 12: Odstopanja letnih pretokov glede na dolgoletno povprečje za vodomerno postajo Moste



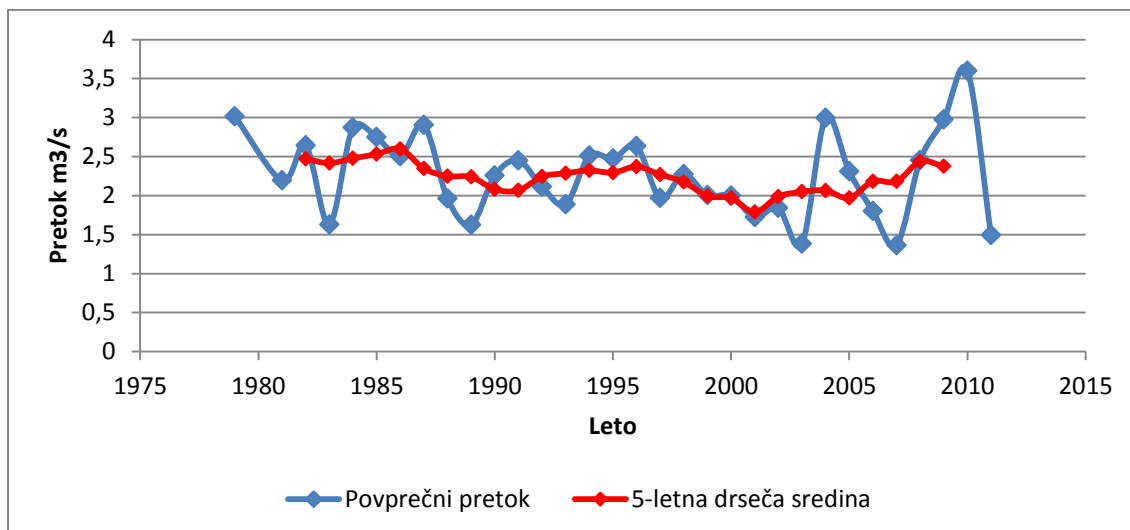
Grafikon 13: : Odstopanja letnih pretokov glede na dolgoletno povprečje za vodomerno postajo Dvor

3.5.1.4 Drseča sredina

Drseča sredina je povprečna izračunana vrednost pretokov za določeno vrsto let. Izbrali smo 5-letno drsečo sredino, ki izračuna povprečja letnih pretokov za obdobje petih zaporednih let hkrati.



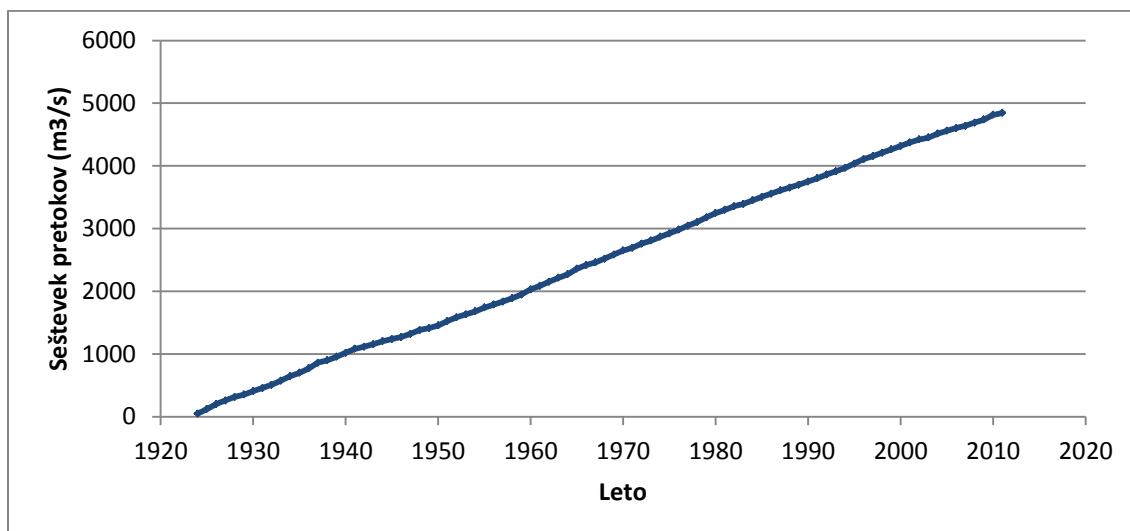
Grafikon 14: 5-letna drseča sredina za vodomerno postajo Moste



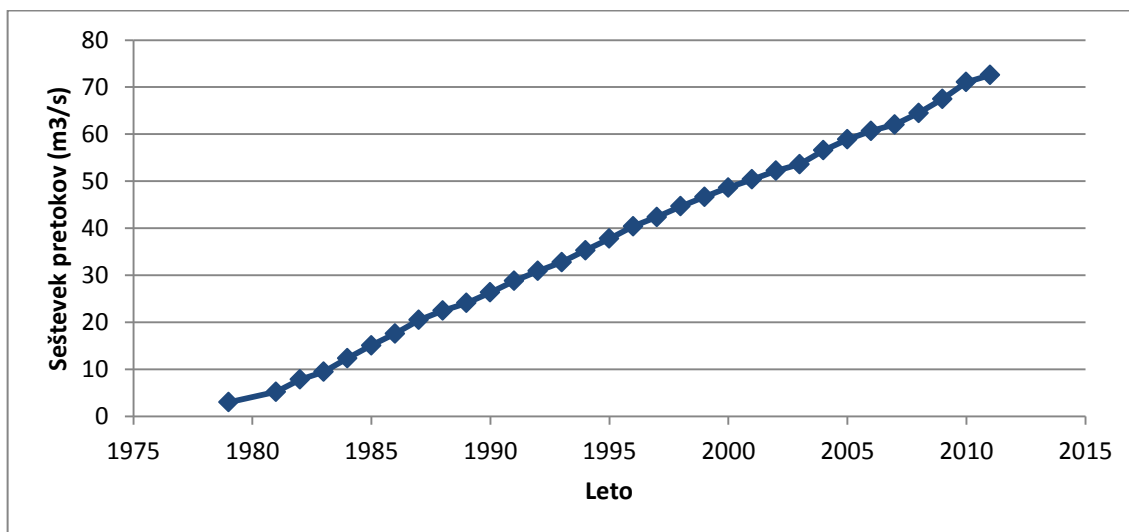
Grafikon 15: 5-letna drseča sredina za vodomerno postajo Dvor

3.5.1.5 Letna vsotna krivulja

Vsotna krivulja je grafična metoda, ki se najpogosteje uporablja pri izračunih skladiščnih zmogljivosti rezervoarja. Najpogosteje se uporabljajo povprečne mesečne ali letne pretoke. Pri vsotni krivulji nastane krivulja kumulativne količine pretokov v odvisnosti od časa.



Grafikon 16: Vsotna krivulja za vodomerno postajo Moste



Grafikon 17: Vsotna krivulja za vodomerno postajo Dvor

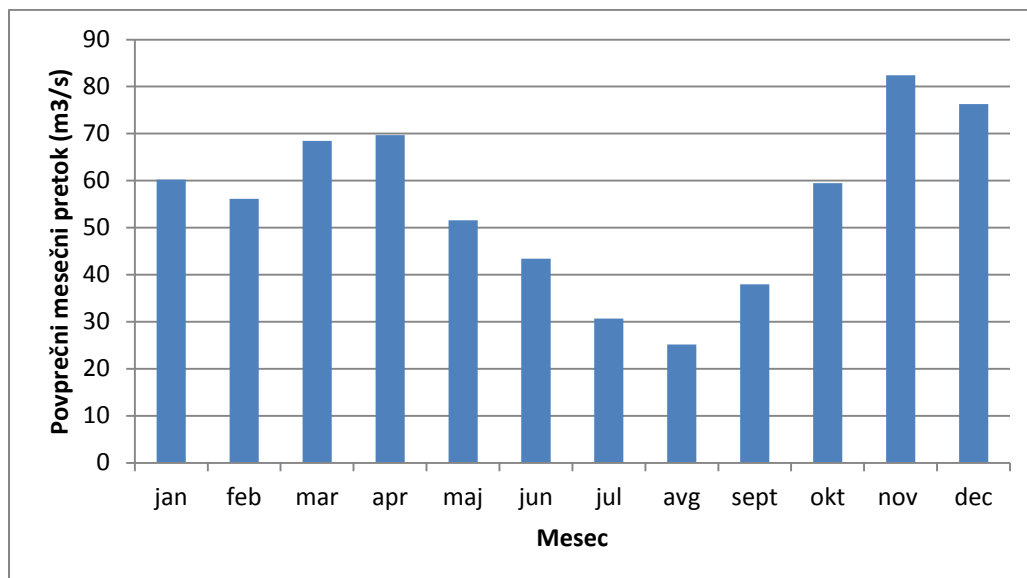
3.5.2 Mesečne analize

3.5.2.1 Povprečni mesečni pretok

Povprečni mesečni pretok smo izračunali na podlagi povprečnih dnevni pretokov za vsak mesec in leto posebej. Nato smo za vsak mesec posebej izračunali povprečni mesečni pretok za celotno obdobje.

Preglednica 10: Povprečni mesečni pretoki za vodomerno postajo Moste (1924-2011)

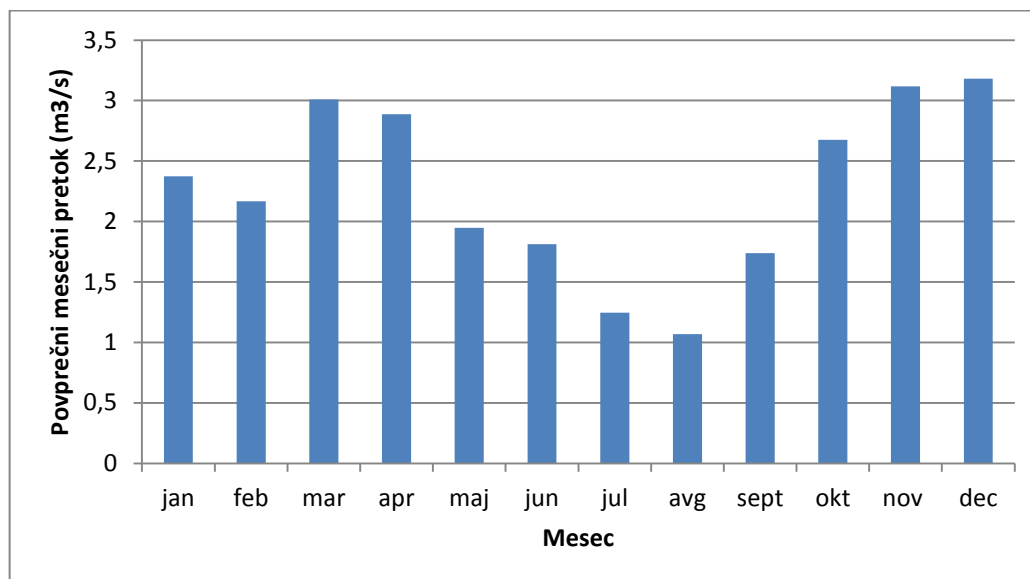
Mesec	Pretok [m ³ /s]
jan	60,21
feb	56,14
mar	68,44
apr	69,68
maj	51,54
jun	43,38
jul	30,70
avg	25,18
sept	37,99
okt	59,44
nov	82,41
dec	76,29



Grafikon 18: Povprečni mesečni pretoki za vodomerno postajo Moste (1924-2011)

Preglednica 11: Povprečni mesečni pretoki za vodomerno postajo Dvor (1979-2011)

Mesec	Pretok [m³/s]
jan	2,37
feb	2,17
mar	3,01
apr	2,89
maj	1,95
jun	1,81
jul	1,25
avg	1,07
sept	1,74
okt	2,68
nov	3,12
dec	3,18



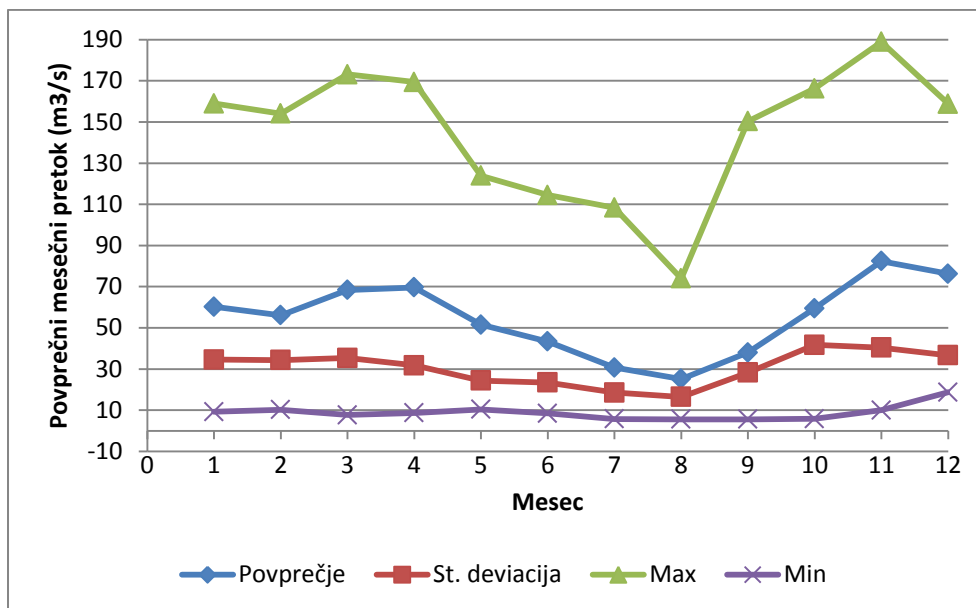
Grafikon 19: Povprečni mesečni pretoki za vodomerno postajo Dvor (1979-2011)

3.5.2.2 Izračun osnovnih mesečnih statistik

Na podlagi mesečnih vrednosti pretokov v vsakem letu smo izračunali osnovne statistike (povprečje, standardno deviacijo, minimum in maksimum). Rezultate smo izrisali na skupen graf, ki pokaže, kakšni so sezonski vzorci (grafikon 21).

Preglednica 12: Izračun osnovnih mesečnih statistik pretokov za vodomerno postajo Moste

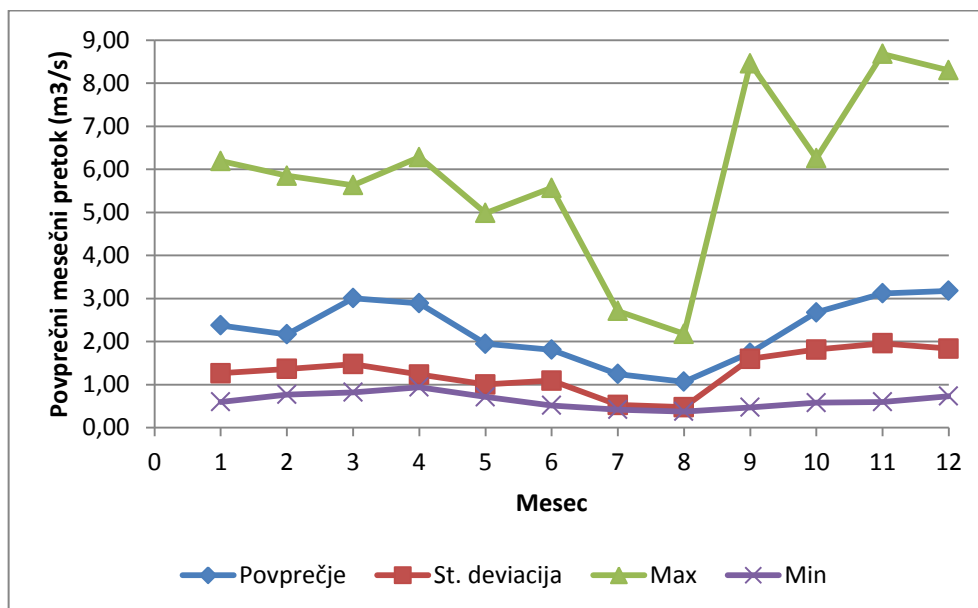
Mesec	Povprečje [m ³ /s]	St.deviacija [m ³ /s]	Max [m ³ /s]	Min [m ³ /s]
jan	60,21	34,63	158,98	9,28
feb	56,14	34,40	154,07	10,28
mar	68,44	35,37	173,10	7,72
apr	69,68	31,77	169,33	8,74
maj	51,54	24,44	123,91	10,42
jun	43,38	23,45	114,53	8,50
jul	30,70	18,56	108,37	5,78
avg	25,18	16,52	73,97	5,60
sept	37,99	28,33	150,30	5,62
okt	59,44	41,76	166,29	5,85
nov	82,41	40,41	188,88	10,03
dec	76,29	36,66	158,78	18,71



Grafikon 20: Prikaz osnovnih mesečnih statistik za vodomerno postajo Moste

Preglednica 13: Izračun osnovnih mesečnih statistik pretokov za vodomerno postajo Dvor

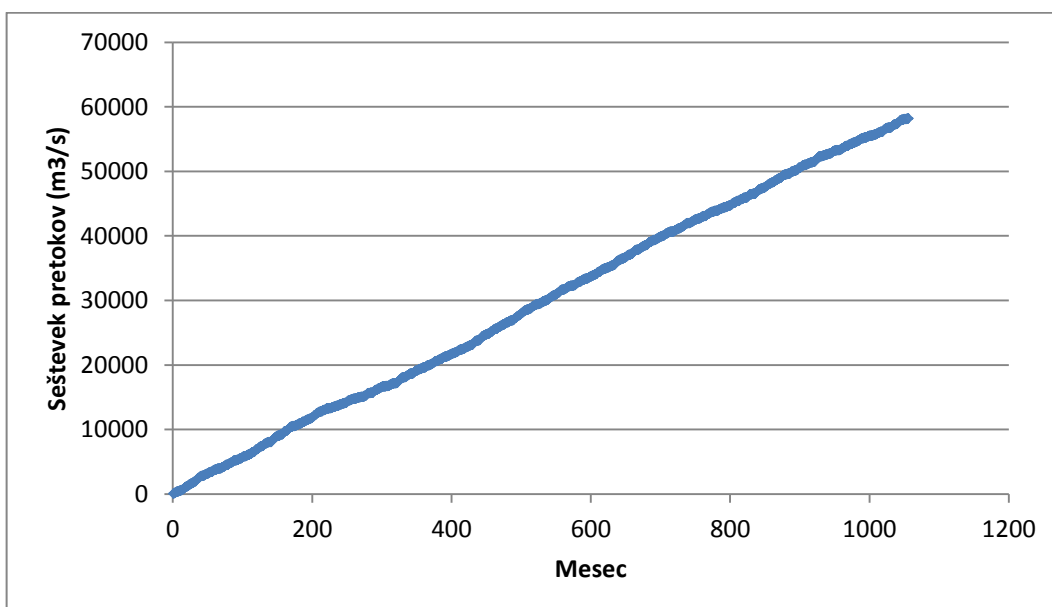
Mesec	Povprečje [m ³ /s]	St.deviacija [m ³ /s]	Max [m ³ /s]	Min [m ³ /s]
jan	2,37	1,26	6,19	0,60
feb	2,17	1,37	5,85	0,77
mar	3,01	1,48	5,63	0,82
apr	2,89	1,23	6,28	0,94
maj	1,95	1,00	4,98	0,72
jun	1,81	1,09	5,57	0,52
jul	1,25	0,53	2,71	0,42
avg	1,07	0,48	2,18	0,38
sept	1,74	1,60	8,46	0,47
okt	2,68	1,81	6,26	0,58
nov	3,12	1,96	8,68	0,60
dec	3,18	1,84	8,30	0,74



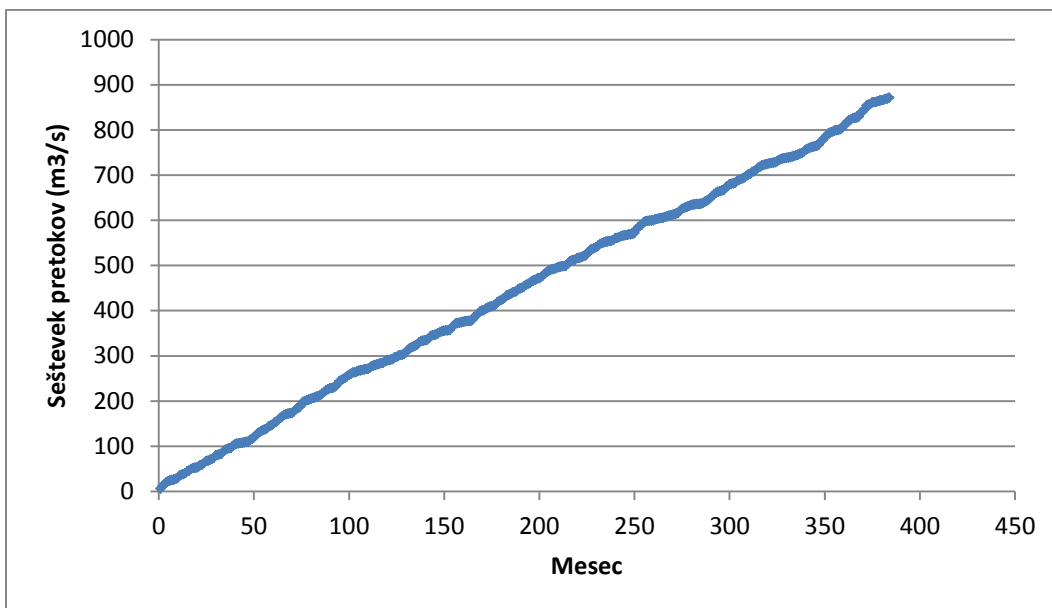
Grafikon 21: Prikaz osnovnih mesečnih statistik za vodomerno postajo Dvor

3.5.2.3 Mesečna vsotna krivulja

Pri mesečni vsotni krivulji najprej za izbrano obdobje izračunamo povprečne mesečne pretoke posameznih let. Te pretoke nato postopoma seštevamo. Na ta način lahko ugotovimo, kakšna je sezonska razpoložljivost vode (Oregon State University, 2005).



Grafikon 22: Mesečna vsotna krivulja za vodomerno postajo Moste



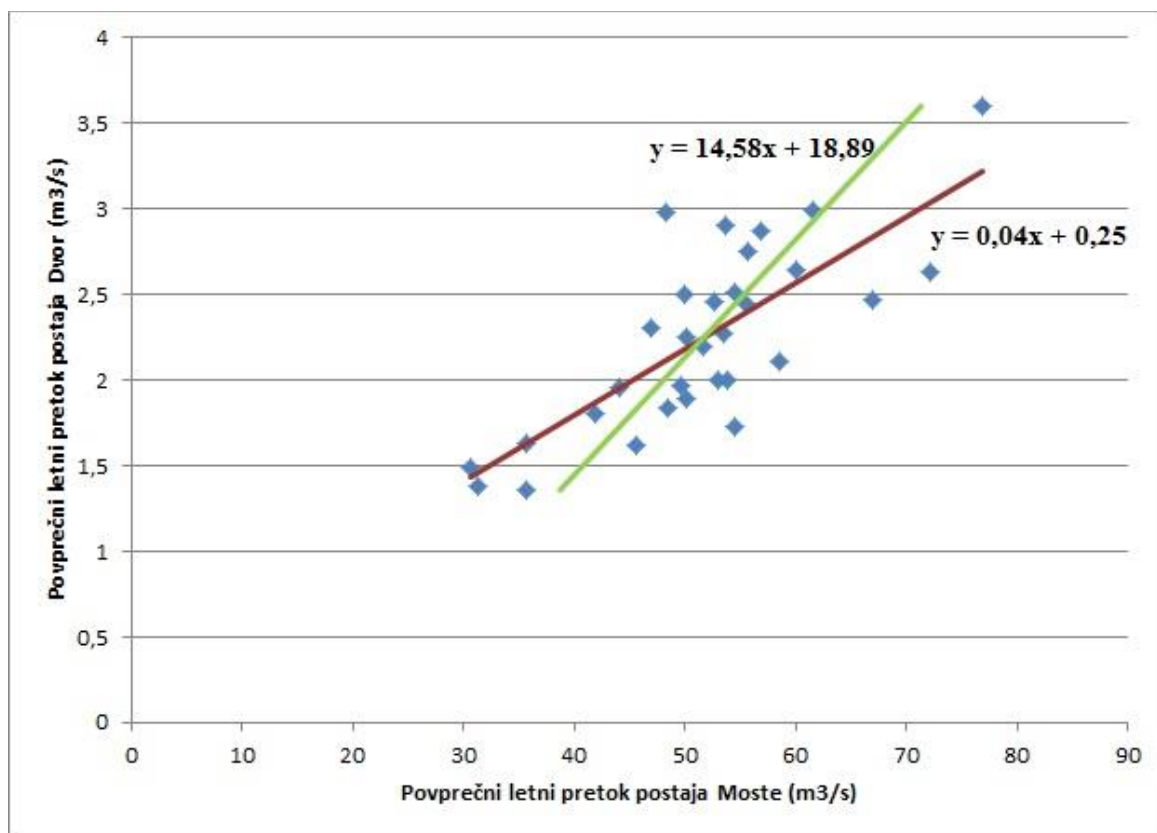
Grafikon 23: Mesečna vsotna krivulja za vodomerno postajo Dvor

3.6 Regresija

Pri tej analizi smo za vodomerni postaji Moste in Dvor izbrali povprečne letne pretoke iz enakega obdobja (1981-2011), in skušali ugotoviti, kakšna je njuna medsebojna povezava.

Preglednica 14: Korelacijski koeficient r , kot γ ter regresijski koeficienti a_1 , a_2 , b_1 in b_2 za podatke povprečnih letnih pretokov vodomernih postaj Moste in Dvor (1981-2011)

r	0,75
$\text{tg}\gamma$	0,03
a_1	0,04
a_2	14,58
b_1	0,25
b_2	18,89



Grafikon 24: Regresijski premici za podatke povprečnih letnih pretokov vodomernih postaj Moste in Dvor (1981-2011)

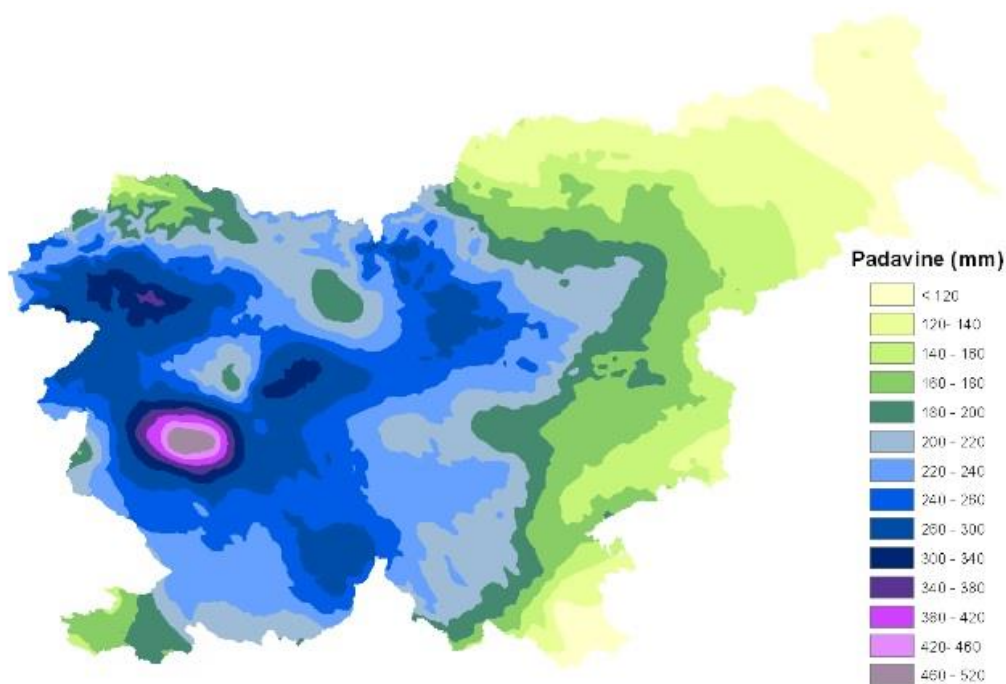
4 PRIMERJAVA IN ANALIZA REZULTATOV

4.1 Analiza osnovnih statistik vzorca

Za vodomerno postajo Moste znaša povprečni pretok $55,07 \text{ m}^3/\text{s}$, standardna deviacija pa $49,14 \text{ m}^3/\text{s}$. Minimalni pretok v obdobju meritev od leta 1924 do leta 2011 znaša $4,04 \text{ m}^3/\text{s}$, ki so ga izmerili septembra leta 1947. Maksimalni pretok v istem obdobju pa znaša $343,77 \text{ m}^3/\text{s}$, izmerjen pa je bil 19. septembra leta 2010.

Za vodomerno postajo Dvor znaša povprečni pretok $2,27 \text{ m}^3/\text{s}$, standardna deviacija pa $3,01 \text{ m}^3/\text{s}$. Minimalni pretok v obdobju od leta 1979 do leta 2011 znaša $0,29 \text{ m}^3/\text{s}$, ki so ga izmerili avgusta leta 1993. Maksimalni pretok v istem obdobju pa znaša $55,63 \text{ m}^3/\text{s}$ in je bil izmerjen 18. septembra leta 2010.

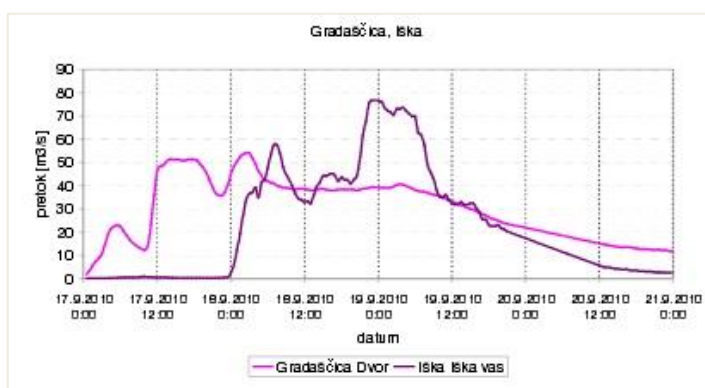
Maksimalni pretoki obeh vodomernih postaj so posledica močnih padavin, ki so zajele Slovenijo septembra leta 2010 (slike 18 do 21).



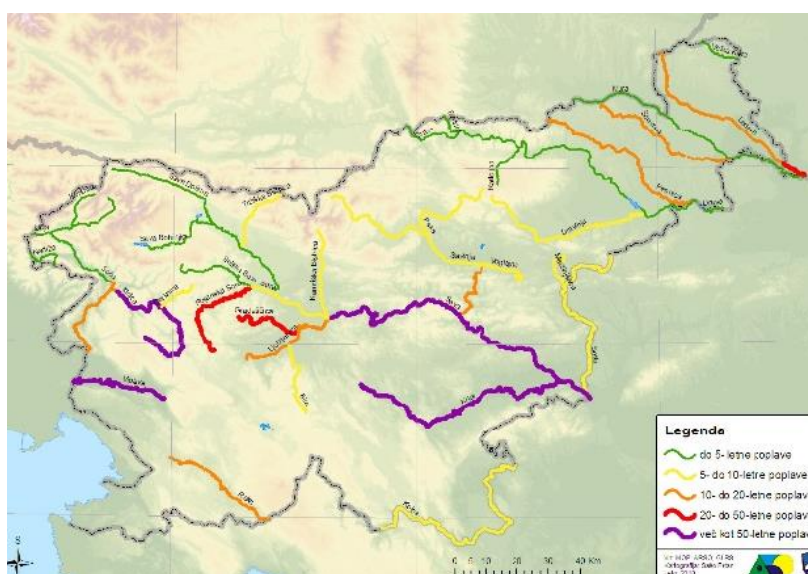
Slika 15: Vsota 4-dnevnih padavin od 16. do 20. septembra 2010 (Ministrstvo za okolje in prostor RS, 2010)



Slika 16: Hidrogram pretoka za reko Ljubljanico septembra 2010 (Ministrstvo za okolje in prostor RS, 2010)



Slika 17: Hidrogram pretoka za reko Gradaščico septembra 2010 (Ministrstvo za okolje in prostor RS, 2010)



Slika 18: Povratne dobe pretokov rek od 16. do 19. septembra 2010 (Ministrstvo za okolje in prostor RS, 2010)

4.2 Analiza empirične porazdelitve pogostosti (krivulja trajanja)

Za vodomerni postaji Moste in Dvor sta na grafikonu 5 predstavljeni brezdimenzijski krivulji trajanja. Pri postaji Dvor lahko vidimo, da maksimalna brezdimenzijska vrednost Q/Q_{povp} znaša 24,5, medtem ko je pri postaji Moste maksimalna brezdimenzijska vrednost 6,24. Iz tega lahko sklepamo, da je pri vodomerni postaji Dvor na Gradaščici veliko večje odstopanje največjih vrednosti pretokov od povprečja kot pri postaji Moste na Ljubljani. V preostalem območju pretokov pa se krivulji lepo ujemata, kar kaže na podobne razmere povprečnih in nizkih pretokov.

4.3 Primerjava rezultatov verjetnostnih analiz visokovodnih konic

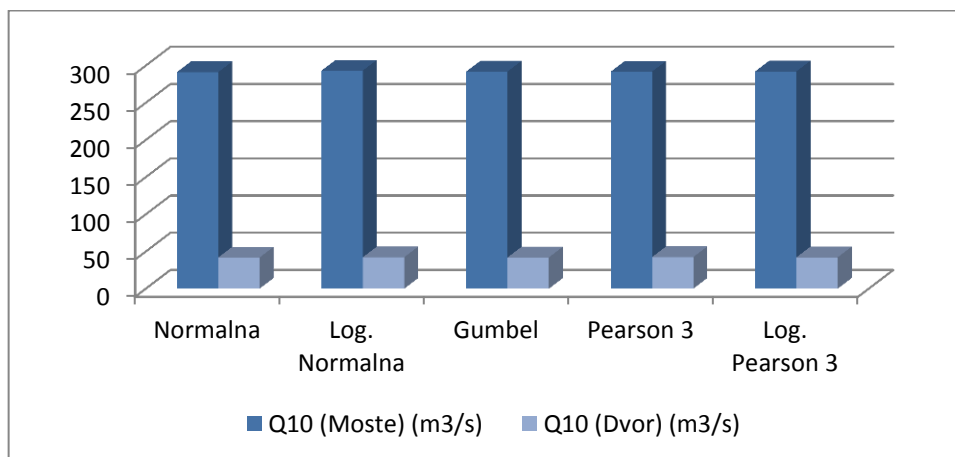
V preglednici 17 je prikazana primerjava rezultatov verjetnostne analize visokovodnih konic, ki je bila narejena s pomočjo vzorca letnih maksimumov. Prikazani so rezultati ocenjenih vrednosti pretokov z 10 in 100-letno povratno dobo, ki smo jih dobili s pomočjo različnih porazdelitvenih funkcij (normalna, logaritemska normalna, Gumbelova, Pearsonova 3 in logaritemska Pearsonova porazdelitev).

Preglednica 15: Primerjava ocenjenih vrednosti pretokov z 10- in 100-letno povratno dobo za vodomerni postaji Moste in Dvor

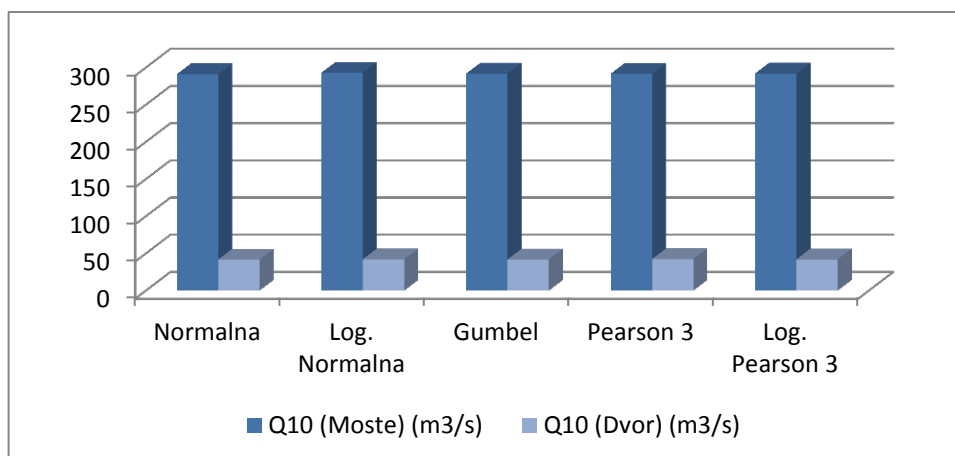
Porazdelitev	Q10 (Moste) [m ³ /s]	Q10 (Dvor) [m ³ /s]	Porazdelitev	Q100 (Moste) [m ³ /s]	Q100 (Dvor) [m ³ /s]
Normalna	291,1	41,85	Normalna	331,9	53,02
Log. Normalna	293,3	42,38	Log. Normalna	347,9	62,39
Gumbel	292,1	42,12	Gumbel	363,3	61,61
Pearson 3	291,9	42,50	Pearson 3	337,5	61,08
Log. Pearson 3	292,2	42,22	Log. Pearson 3	339,4	60,62

Za vodomerno postajo Moste smo za 10-letno povratno dobo dobili največjo oceno pretoka s pomočjo logaritemske normalne porazdelitve, in sicer 293,3 m³/s. Za 100-letno povratno dobo pa smo najvišjo oceno pretoka dobili z Gumbelovo porazdelitvijo, in znaša 363,3 m³/s.

Za vodomerno postajo Dvor smo za 10-letno povratno dobo dobili največjo oceno pretoka s Pearsonovo 3 porazdelitvijo in znaša 42,5 m³/s. Za 100-letno povratno dobo pa smo najvišjo oceno dobili z logaritemske normalno porazdelitvijo, in sicer 62,39 m³/s.



Grafikon 25: Ocenjene vrednosti pretokov z 10-letno povratno dobo, dobljene z različnimi porazdelitvami za vodomerni postaji Moste in Dvor



Grafikon 26: Ocenjene vrednosti pretokov s 100-letno povratno dobo, dobljene z različnimi porazdelitvami za vodomerni postaji Moste in Dvor

4.4 Analiza časovnih vrst

4.4.1 Letne analize

4.4.1.1 Primerjava povprečnega letnega pretoka

Za vodomerni postaji Moste in Dvor smo izračunali povprečni letni pretok, kjer smo se osredotočili na hidrološka leta (oktober-september).

Na vodomerni postaji Moste (grafikon 8) najvišji povprečni letni pretok (1924 - 2010) znaša 87,04 m³/s (1964), najmanjši pa 24,81 m³/s (1963).

Na vodomerni postaji Dvor (grafikon 9) najvišji letni pretok v obdobju od leta 1981 do 2010 znaša $3,11 \text{ m}^3/\text{s}$ (2009), najmanjši pa je za leto 2001 in znaša $1,21 \text{ m}^3/\text{s}$.

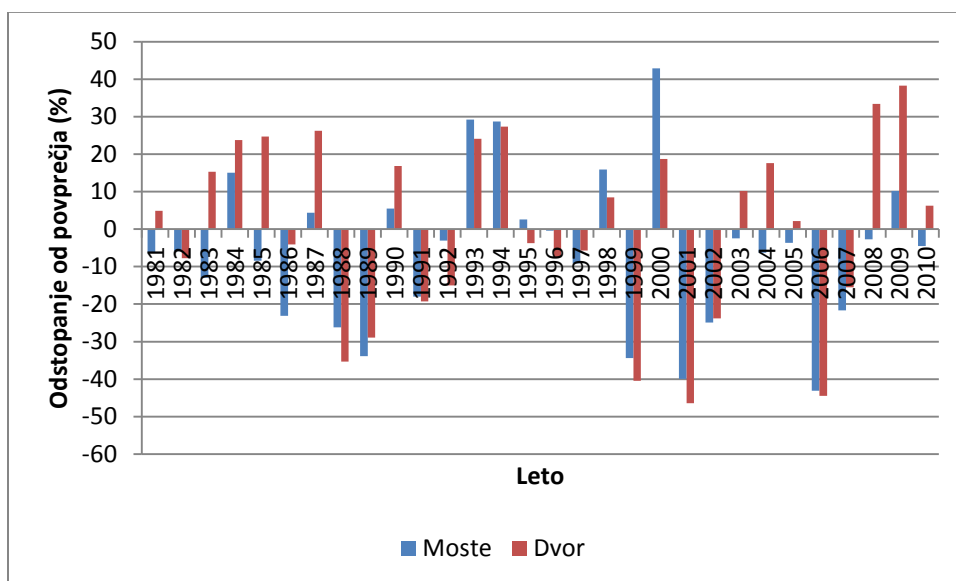
4.4.1.2 Analiza razvrščenih povprečnih letnih pretokov

Pri razvrščenem povprečnem letnem pretoku smo za obe vodomerni postaji razvrstili povprečne letne pretoke po velikosti. Na ta način lahko hitro identificiramo ekstremno visoke in nizke pretoke, ter območje povprečnih pretokov. Iz grafikonov 10 in 11 lahko vidimo, da je razlika med ekstremnimi pretoki za vodomerno postajo Moste veliko večja kot za postajo Dvor.

4.4.1.3 Analiza spreminjanja povprečnega letnega pretoka okoli dolgoletnega povprečja

Povprečni letni pretok za hidrološka leta znaša za vodomerno postajo Moste $55,147 \text{ m}^3/\text{s}$ (grafikon 12), za vodomerno postajo Dvor pa $2,252 \text{ m}^3/\text{s}$ (grafikon 13).

S pomočjo te metode si lažje predstavljamo, kakšno je vsakoletno nihanje povprečnega letnega pretoka okoli dolgoletnega povprečnega pretoka, poleg tega je možno na podlagi grafa ugotoviti vzorcev mokrih in suhih let.



Grafikon 27: Grafikon odstopanj za obdobje od 1981 do 2011 za postaji Moste in Dvor

Na grafikonu 27 vidimo, da se vzorca suhih in mokrih let obeh postaj dokaj dobro ujemata, predvsem v sušnih obdobjih. So pa opazne razlike v mokrih obdobjih pred letom 1987 in po letu 2003.

4.4.1.4 Analiza drseče sredine

S pomočjo drseče sredine lahko identificiramo sušna in mokra obdobja. Za vodomerno postajo Moste (grafikon 14) je najbolj mokro obdobje nastopilo med leti 1930 in 1940, najbolj sušno pa v naslednjem desetletju med leti 1940 in 1950. Pri vodomerni postaji Dvor je najbolj mokro obdobje okoli leta 1986, najbolj sušno pa okrog leta 2001 (grafikon 15).

4.4.2 Mesečne analize

4.4.2.1 Analiza povprečnega mesečnega pretoka

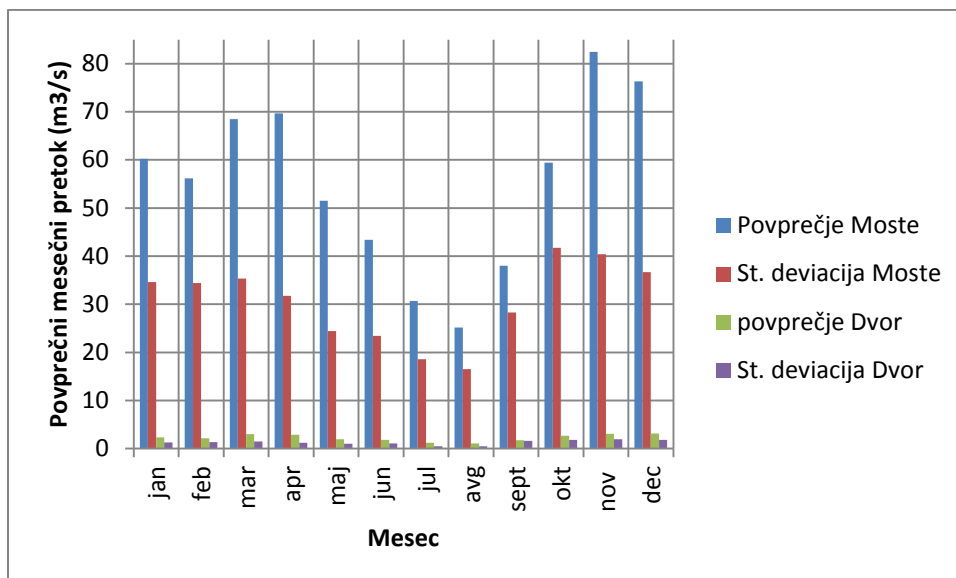
Na grafikonu 18 in 19 so predstavljeni mesečni povprečni pretoki za vodomerni postaji Moste in Dvor. Pri obeh je višek dosežen spomladi (marec, april) in jeseni (november, december). Najmanj vode pa je poleti (avgusta) ter januarja in februarja. Za obe postaji je tako značilen dinarsko dežno-snežni režim.

4.4.2.2 Analiza osnovnih mesečnih

Iz grafikona 28 lahko vidimo, da je za vodomerno postajo Moste najvišji povprečni mesečni pretok dosežen novembra, in sicer $82,41 \text{ m}^3/\text{s}$, standardna deviacija pa znaša $40,41 \text{ m}^3/\text{s}$. Najmanjše mesečno povprečje je v mesecu avgustu, kjer je povprečni pretok $25,18 \text{ m}^3/\text{s}$, standardna deviacija pa $16,52 \text{ m}^3/\text{s}$.

Za vodomerno postajo Dvor je najvišje mesečno povprečje doseženo decembra $3,18 \text{ m}^3/\text{s}$, kjer je standardna deviacija znašala $1,84 \text{ m}^3/\text{s}$. Najmanjše mesečno povprečje za to postajo je v mesecu avgustu, kjer je povprečni pretok $1,07 \text{ m}^3/\text{s}$, standardna deviacija $0,48 \text{ m}^3/\text{s}$.

Sicer pa iz grafikona 28 lepo vidimo, da je vzorec mesečnih pretokov na obeh postajah zelo podoben, kar je seveda posledica enakega rečnega režima.



Grafikon 28: Primerjava osnovnih mesečnih statistik za vodomerni postaji Moste in Dvor

4.4.2.3 Analiza mesečne vsotne krivulje

Za vodomerno postajo Moste in Dvor smo izračunali in grafično prikazali mesečno vsotno krivuljo (grafikon 22 in 23). Pri postaji Moste smo za obdobje od leta 1924 do leta 2011 izračunali povprečne mesečne pretoke in jih nato postopoma seštevali. Skupno število mesecev je znašalo 1056, skupni seštevek pretokov pa $58203,85 \text{ m}^3/\text{s}$. Pri postaji Dvor pa smo povprečne mesečne pretoke izračunali za obdobje od leta 1979 do 2011. Skupno število mesecev je znašalo 384, skupni seštevek pretokov pa $871,23 \text{ m}^3/\text{s}$. Nobena od krivulj ne kaže zelo izrazitih odstopanj v posameznem obdobju.

4.5 Analiza regresije

Za vodomerni postaji Moste in Dvor smo izračunali vrednost korelacijskega koeficienta r , regresijska koeficienta a_1 in a_2 ter kot γ .

Ker znaša za naš primer korelacijski koeficient 0,75, lahko govorimo o dobri korelaciji med podatki obeh postaj (grafikon 24). Do podobnih ugotovitev smo prišli tudi pri večini ostalih analiz.

5 ZAKLJUČKI

V hidrologiji s pomočjo različnih hidroloških in statističnih metod analiziramo hidrološke podatke in tako določamo karakteristične vrednosti, ugotavljamo razmerja med njimi ter določamo lastnosti nizov podatkov oziroma vodomernih postaj.

V nalogi smo predstavili različne metode za analizo karakterističnih vrednosti merjenih pretokov. Na kratko smo opisali osnovno statistično analizo vzorca, krivuljo trajanja, verjetnostno analizo visokovodnih konic, analizo časovnih vrst, regresijo ter dvojno vsotno krivuljo.

V praktičnem delu smo za vodomerni postaji Ljubljana Moste za obdobje od leta 1924 do leta 2011 in Gradaščica Dvor za obdobje od leta 1979 do leta 2011 izvedli vse opisane analize. Pri osnovni statistični analizi vzorca smo izračunali povprečje, standardno deviacijo, mod, mediano ter minimum in maksimum. Ugotovili smo da so maksimalni pretoki obeh vodomernih postaj posledica močnih padavin, ki so zajele Slovenijo septembra leta 2010. Pri analizi empirične porazdelitve pogostosti smo za obe postaji izrisali brezdimenzijski krivulji trajanja. Iz njih smo razbrali, da je pri vodomerni postaji Dvor veliko večje odstopanje največjih vrednosti pretokov od povprečja kot pri vodomerni postaji Moste. Nato smo izvedli verjetnostno analizo visokovodnih konic, ki je bila narejena s pomočjo vzorca letnih maksimumov. Ocene pretokov različnih povratnih dob pa smo dobili s pomočjo porazdelitvenih funkcij (normalna, logaritemska normalna, Gumbelova, Pearsonova 3 in logaritemska Pearsonova 3 porazdelitev). Pri analizi časovnih vrst smo izdelali letne in mesečne analize, ter jih nato med seboj primerjali. Na koncu je sledila še regresija. Za vodomerni postaji Moste in Dvor smo izračunali vrednost korelacijskega koeficienta, ki je znašal 0,75 kar pomeni, da lahko govorimo o dobri korelaciji med pretoki obeh postaj.

VIRI

Bengston, H. 2011. Hydrology (Part 2) - Frequency analysis of flood data. Stony Point, CED engineering: 90 str.

Brilly, M., Šraj, M. 2005. Osnove hidrologije. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 309 str.

Frantar, P., Hrvatin, M. 2008. Pretočni režimi. V: Frantar, P. (ur). Vodna bilanca Slovenije 1971-2000 = Water balance of Slovenia 197-2000. Ministrstvo za okolje in prostor. Ljubljana, Agencija Republike Slovenije za okolje: 43–50.

Gumbelova porazdelitev. 2013.

http://sl.wikipedia.org/wiki/Gumbelova_porazdelitev (Pridobljeno 10. 7. 2013.)

Hydrology project. 1999a. How to analyse discharge data.

<http://www.cwc.gov.in/main/HP/download/41%20HOW%20TO%20ANALYSE%20DISCHARGE%20DATA.pdf> (Pridobljeno 10. 05. 2013.)

Hydrology project. 1999b. How to carry out secondary validation of rainfall data.

<http://www.cwc.gov.in/main/HP/download/09%20How%20to%20carry%20out%20secondary%20validation%20of%20rainfall.pdf> (Pridobljeno 25. 7. 2013.)

Hydrology project. 2002. Statistical analysis with reference to rainfall and discharge data.

<http://www.cwc.gov.in/main/HP/DOWNLOAD/43%20Statistical%20Analysis%20with%20Ref%20to%20Rainfall%20%26%20Discharge%20Data.pdf> (Pridobljeno 20. 7. 2013.)

Korenjak Černe, S. Statistične metode.

<http://physics.fe.uni-lj.si/members/blaz/StatMet11.pdf> (Pridobljeno 29. 4. 2013.)

Logaritemsko normalna porazdelitev. 2013.

http://sl.wikipedia.org/wiki/Logaritemsko_normalna_porazdelitev (Pridobljeno 10. 7. 2013.)

Mikoš, M., Krajnc, A., Matičič, B., Müller, J., Rakovec, J., Roš, M., Brilly, M. 2003. Hidrološko izrazje = Terminology in hydrology. Acta hydrotechnica 20, 32.

<http://ksh.fgg.uni-lj.si/KSH/index.htm/> (Pridobljeno 28. 04. 2013.)

Ministrstvo za okolje in prostor RS. 2010. Hidrološko poročilo o povodnji v dneh od 17. do 21. septembra 2010.

<http://www.arso.gov.si/vode/poro%C4%8Dila%20in%20publikacije/Poplave%2017.%20-%2021.%20september%202010.pdf> (Pridobljeno 10. 8. 2013.)

Mkhandi, S., Opere, A.O., Willems, P. Comparison between annual maximum and peaks over threshold models for flood frequency prediction.

http://www.unesco.org/fileadmin/MULTIMEDIA/FIELD/Cairo/pdf/COMPARISON_BETWEEN_ANNUAL_MAXIMUM.pdf (Pridobljeno 25. 7. 2013.)

Nemec, J. 2009. Statistika. Maribor, Univerza za Maribor, Fakulteta za kmetijstvo in biosistemske vede: 156 str.

Normalna porazdelitev. 2013.

http://sl.wikipedia.org/wiki/Normalna_porazdelitev (Pridobljeno 10. 7. 2013.)

Oregon State University. 2005. Streamflow evaluations for watershed restoration planning and design.

<http://streamflow.engr.oregonstate.edu/analysis/annual/index.htm#mm> (Pridobljeno 20. 7. 2013.)

Porazdelitev gama. 2013.

http://sl.wikipedia.org/wiki/Porazdelitev_gama (Pridobljeno 10. 7. 2013)

Raghunath, H. 2006. Hydrology. Manipal, Manipal Institute of Technology: 477 str.

Turk, G. 2008. Verjetnostni račun in statistika. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 246 str.

United States Department of Agriculture. 2000. Selected statistical methods.

<http://www.hydrocad.net/neh/630ch18.pdf> (Pridobljeno 5. 7. 2013)

Wigbout, M. 1973. Limitations in the use of double-mass curves.

http://www.hydrologynz.org.nz/downloads/JoHNZ_1973_v12_2_Wigbout.pdf

(Pridobljeno 15. 7. 2013)

