

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta
*za gradbeništvo
in geodezijo*



Jamova cesta 2
1000 Ljubljana, Slovenija
<http://www3.fgg.uni-lj.si/>

DRUGG – Digitalni repozitorij UL FGG
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

To je izvirna različica zaključnega dela.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujete na bibliografske podatke, kot je navedeno:

Mikelj, T., 2013. Analiza geometrijskih lastnosti odboja laserskega žarka od površine krogle. Diplomaska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. (mentor Stopar, B., somentor Urbančič, T.): 30 str.

University
of Ljubljana

Faculty of
*Civil and Geodetic
Engineering*



Jamova cesta 2
SI – 1000 Ljubljana, Slovenia
<http://www3.fgg.uni-lj.si/en/>

DRUGG – The Digital Repository
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

This is original version of final thesis.

When citing, please refer to the publisher's bibliographic information as follows:

Mikelj, T., 2013. Analiza geometrijskih lastnosti odboja laserskega žarka od površine krogle. B.Sc. Thesis. Ljubljana, University of Ljubljana, Faculty of civil and geodetic engineering. (supervisor Stopar, B., co-supervisor Urbančič, T.): 30 pp.

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta
za gradbeništvo
in geodezijo



Jamova 2
1000 Ljubljana, Slovenija
telefon (01) 47 68 500
faks (01) 42 50 681
fgg@fgg.uni-lj.si

UNIVERZITETNI ŠTUDIJ
PRVE STOPNJE GEODEZIJE
IN GEOINFORMATIKE

Kandidatka:

TEJA MIKELJ

**ANALIZA GEOMETRIJSKIH LASTNOSTI ODBOJA
LASERSKEGA ŽARKA OD POVRŠINE KROGLE**

Diplomska naloga št.: 37/GIG

**ANALYSIS OF GEOMETRICAL PROPERTIES OF
LASER'S BEAM REFLECTION FROM THE SPHERE
SURFACE**

Graduation thesis No.: 37/GIG

Mentor:

prof. dr. Bojan Stopar

Predsednik komisije:

izr. prof. dr. Dušan Kogoj

Somentor:

asist. Tilen Urbančič

Ljubljana, 20. 09. 2013

»Ta stran je namenoma prazna.«

STRAN ZA POPRAVKE, ERRATA

Stran z napako

Vrstica z napako

Namesto

Naj bo

IZJAVE

Podpisana **TEJA MIKELJ** izjavljam, da sem avtorica diplomske naloge z naslovom:
»ANALIZA GEOMETRIJSKIH LASTNOSTI ODBOJA LASERSKEGA ŽARKA OD POVRŠINE KROGLE«.

Izjavljam, da je elektronska različica v vsem enaka tiskani različici.

Izjavljam, da dovoljujem objavo elektronske različice v repozitoriju UL FGG.

Ljubljana, 9.9.2013

Teja Mikelj

BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

UDK:	528.7(043.2)
Avtor:	Teja Mikelj
Mentor:	prof. dr. Bojan Stopar
Somentor:	asist. Tilen Urbančič
Naslov:	Analiza geometrijskih lastnosti odboja laserskega žarka od površine krogle
Tip dokumenta:	Diplomska naloga – univerzitetni študij
Obseg in oprema:	30 str., 9 pregl., 10 sl., 6 graf., 21 en.
Ključne besede:	lasersko skeniranje, krogla, območje odbojev

Izvleček

V diplomski nalogi je predstavljena analiza geometrijskih lastnosti odboja laserskega žarka od površine krogle. Analiza je bila izvedena na podlagi preizkusa, v katerem smo na petih različnih razdaljah skenirali testno polje s tremi modeli krogel. Parametri krogle so določeni s splošnim modelom izravnave po metodi najmanjših kvadratov. Na podlagi določitve koordinat središča krogle z najvišjo dosegljivo natančnostjo je določeno optimalno razmerje oddaljenosti skeniranega objekta od instrumenta.

BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRACT

UDC:	528.7(043.2)
Author:	Teja Mikelj
Supervisor:	Prof. Bojan Stopar, Ph.D.
Co-advisor:	Assist. Tilen Urbančič
Title:	Analysis of geometrical properties of laser's beam reflection from the sphere surface
Document type:	Graduation Thesis - University studies
Notes:	30 p., 9 tab., 10 fig., 6 graph., 21 eq.
Key words:	laser scanning, sphere, reflection area

Abstract

Graduation thesis presents analysis of geometrical properties of laser's beam reflection from the sphere surface. The analysis is based on the experiment, where the sphere models have been scanned on five different distances. The sphere parameters are defined with least squares adjustment. The optimal rate of distance between instrument and scanning object is based on definition of the sphere centre coordinates with highest reachable accuracy.

ZAHVALA

Za vse nasvete, strokovno pomoč in usmerjanje pri nastajanju diplomske naloge se iskreno zahvaljujem mentorju prof. dr. Bojanu Stoparju in somentorju asist. Tilnu Urbančiču.

Posebna zahvala gre tudi moji družini in prijateljem, ki so me v vseh treh letih študija podpirali in spodbujali.

KAZALO VSEBINE

IZJAVE	IV
BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK	V
BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRACT	VI
ZAHVALA	VII
1 UVOD	1
2 METODOLOGIJA	3
2.1 Značilnosti laserskega žarka in skeniranje	3
2.2 Postopek izmere ter instrumentarij	6
2.3 Postopek izračuna	7
2.3.1 Določitev koordinat središča ter polmera krogle	8
2.3.2 Splošni model izravnave - krogla	9
2.3.3 Standardni odkloni koordinat središč krogel	13
3 RAZISKAVA IN ANALIZA REZULTATOV	13
3.1 Ocena parametrov krogle s primerjavo znanega ter izračunanega polmera krogle	14
3.1.1 Odstopanja polmerov krogel	14
3.1.2 Odstopanja koordinat središč krogel	18
3.2 Ocena parametrov krogle z razpršenostjo koordinat središča krogle, ki jih izračunamo iz naključnih podmnožic točk	22
4 ZAKLJUČEK	28
VIRI	30

KAZALO SLIK

Slika 1: Intenziteta Gaussovega žarka za različne dolžine skeniranja (Diaci, 2012).	4
Slika 2: Ukrivljenost valovnih front. Ob izvoru valovanja pri $z = 0$, imajo valovne fronte obliko ravnine, prav tako pri $z = \infty$. Največjo ukrivljenost dosežejo pri Rayleighovi dolžini. (CVI Laser Optics and Melles Griot, 2013).	5
Slika 3: Geometrija odboja laserskega žarka. Prikazan je odtis laserskega žarka na površini, v primeru žarka pravokotnega na ravnino (levo), ter žarka, ki ni pravokoten na ravnino (desno) (Soudarissanane et al., 2011: str 391).	5
Slika 4: Testno polje.	7
Slika 5: Oblak točk za razdaljo skeniranja 10 m.	8
Slika 6: Standardni elipsoidi koordinat središča krogle s polmerom $R = 5$ cm za območje odbojev $15-30^\circ$ (skenirano z razdalje $d = 10$ m). Levo je primer za slučaj, ko polmer krogel obravnavamo kot neznan, desno pa kot znan.	23
Slika 7: Standardni elipsoidi koordinat središča krogle s polmerom $R = 5$ cm za območje odbojev $60-75^\circ$ (skenirano z razdalje $d = 10$ m). Levo je primer za slučaj, ko polmer krogel obravnavamo kot neznan, desno pa kot znan.	23
Slika 8: Standardni elipsoidi koordinat središča krogle s polmerom $R = 5$ cm za vse skenirane točke (skenirane z razdalje $d = 10$ m). Levo je primer za slučaj, ko polmer krogel obravnavamo kot neznan, desno pa kot znan.	24
Slika 9: Standardni elipsoidi koordinat središča krogle s polmerom $R = 5$ cm za območje odbojev $0-55^\circ$ (skenirano z razdalje $d = 10$ m). Levo je primer za slučaj, ko polmer krogel obravnavamo kot neznan, desno pa kot znan.	24
Slika 10: Standardni elipsoidi koordinat središča krogle s polmerom $R = 5$ cm za območje odbojev $45-65^\circ$ (skenirano z razdalje $d = 10$ m). Levo je primer za slučaj, ko polmer krogel obravnavamo kot neznan, desno pa kot znan.	25

KAZALO GRAFIKONOV

Grafikon 1: Spreminjanje razdalje od središča krogle do ravnine	14
Grafikon 2: Odstopanja pri izravnavi med znanim in neznanim polmerom za kroglo s polmerom $R = 5$ cm (6 območij odbojev)	15
Grafikon 3: Odstopanja pri izravnavi med znanim in neznanim polmerom za kroglo s polmerom $R = 7,5$ cm (6 območij odbojev)	16
Grafikon 4: Odstopanja pri izravnavi med znanim in neznanim polmerom za kroglo s polmerom $R = 2,5$ cm (3 območja odbojev)	16
Grafikon 5: Odstopanja pri izravnavi med znanim in neznanim polmerom za kroglo s polmerom $R = 5$ cm (3 območja odbojev)	17
Grafikon 6: Odstopanja pri izravnavi med znanim in neznanim polmerom za kroglo s polmerom $R = 7,5$ cm (3 območja odbojev)	18

KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 1: Tehnične značilnosti instrumenta Leica TCRP1201+R1000 (Leica, 2013).	6
Preglednica 2: Podatki o številu skeniranih točk.	7
Preglednica 3: Odstopanja koordinat središč in polmerov med izravnava z znanim in neznanim polmerom za kroglo s polmerom $R = 5$ cm (6 območij odbojev)	19
Preglednica 4: Odstopanja koordinat središč in polmerov med izravnava z znanim in neznanim polmerom za kroglo s polmerom $R = 7,5$ cm (6 območij odbojev)	19
Preglednica 5: Odstopanja koordinat središč in polmerov med izravnava z znanim in neznanim polmerom za kroglo s polmerom $R = 2,5$ cm (3 območja odbojev)	20
Preglednica 6: Odstopanja koordinat središč in polmerov med izravnava z znanim in neznanim polmerom za kroglo s polmerom $R = 5$ cm (3 območja odbojev)	21
Preglednica 7: Odstopanja koordinat središč in polmerov med izravnava z znanim in neznanim polmerom za kroglo s polmerom $R = 7,5$ cm (3 območja odbojev)	21
Preglednica 8: Velikosti standardnih odklonov koordinat središč krogel pri izravnavi z znanim polmerom, 50 ponovitev, 10 naključno izbranih točk (6 območij odbojev)	26
Preglednica 9: Velikosti standardnih odklonov koordinat središč krogel pri izravnavi z znanim polmerom, 50 ponovitev, 10 naključno izbranih točk (3 območja odbojev)	26

»Ta stran je namenoma prazna.«

1 UVOD

Zajem podatkov z različnimi tehnologijami laserskega skeniranja je dandanes zelo razširjena metoda. Skeniranje je, glede na količino zajetih prostorskih podatkov, dokaj hitro. Za množični zajem podatkov s senzorji, ki uporabljajo lasersko svetlobo, se najpogosteje uporabljata terestrično lasersko skeniranje in aerolasersko skeniranje. Zaradi velike hitrosti skeniranja terestričnih laserskih skenerjev je uporaba sodobnih elektronskih tahimetrov, ki tudi omogočajo skeniranje, manj pogosta. Rezultat skeniranja je oblak točk. Koordinate točk v oblaku so določene v koordinatnem sistemu instrumenta na osnovi opazovanj kotov in dolžine do točke na objektu. Dolžina je pri laserskih skenerjih določena tako, da instrument odda laserski pulz ter nato analizira prejeti odboj. Običajno so območja skeniranja večja in jih ni možno skenirati z enega samega stojišča. Za združitev oblakov točk posameznih stojišč oz. registracijo oblaka potrebujemo vezne točke. Krogle so zaradi svoje simetrične oblike primerno geometrijsko telo za vezne točke.

Becerik-Gerber et al. (2011) so preučevali natančnost registracije oblakov točk, glede na tri različne tipe tarč, v zaprtem prostoru ter na prostem. Pri preizkusu so uporabili papirnato tarčo, ravninsko tarčo in kroglo s polmerom $R = 7,5$ cm. Najbolj optimalne rezultate so dobili za kroglo, kjer je napaka registracije na prostem znašala 1,19 mm, v zaprtem prostoru pa 1,26 mm. Pri preizkusu niso odkrili nobene povezave med napakami in razdaljo tarča-skener. Becerik-Gerber et al. (2011) so položaje tarč v oblaku točk določevali ročno, Franaszek et al. (2009) pa so predstavili algoritem za avtomatsko registracijo tarč, kjer so uporabili aluminijaste krogle s polmerom $R = 76,2 \pm 0,5$ mm.

Krogle so bile kot vezne točke uporabljene pri opazovanju plazovitega območja v Italiji (Barbarella in Fiani, 2013). Polmera krogel sta znašala $R_1 = 7,5$ cm in $R_2 = 15$ cm, za pridobitev podatkov pa so v povezavi z izmero GPS uporabili različne terestrične laserske skenerje.

V diplomski nalogi bomo analizirali vpliv razdalje instrumenta od kroglastega objekta ter območja odbojev na kakovost določitve koordinat karakteristične točke (karakteristično točko predstavlja središče krogle) in polmera krogle pri skeniranju z elektronskim tahimetrom Leica TCRP1201+R1000. Kakovost določitve parametrov (koordinat središča in polmera) krogle bomo ocenili s primerjavo znanega in izračunanega polmera ter na osnovi razpršenosti koordinat središča krogle v primeru izračuna parametrov krogle iz naključnih nizov točk, ki so znotraj posameznega območja odbojev.

Postavimo si hipotezi:

- Kakovost določitve koordinat središča krogle je odvisna od oddaljenosti instrumenta in krogle, saj se s tem spreminja velikost odtisa laserskega žarka.
- Kakovost določitve koordinat središča krogle je odvisna od izbire območja odbojev na njeni površini.

Diplomska naloga je napisana v strukturi IMRAD (Introduction, Methods, Results Analysis and Discussion). V metodologiji predstavimo teoretične osnove laserskega žarka in skeniranja ter opišemo metodo izmere. Opišemo določitev koordinat središča ter polmera krogle, ter predstavimo določitev parametrov krogle z izravnavo s splošnim modelom izravnave. V drugem delu sledijo rezultati in analiza, kjer najprej predstavimo rezultate izravnave z znanim in neznanim polmerom krogle, ter razpršenost koordinat središča krogle pri več ponovitvah z naključno izbranimi točkami. V razpravi primerjamo rezultate preizkusov, torej odstopanja polmerov med izravnavo z znanim in neznanim polmerom ter standardne elipsoide razpršenosti koordinat središč krogel. Namen raziskave je potrditev ali zavrnitev postavljenih hipotez. Ugotovili smo, da so rezultati boljši kadar ne uporabimo vseh skeniranih točk na krogli, temveč samo določena območja odbojev.

2 METODOLOGIJA

2.1 Značilnosti laserskega žarka in skeniranje

Laserska svetloba je koherentna, usmerjena ter enobarvna. Laserski žarek se v eni smeri širi veliko hitreje kot v drugih dveh, kar pomeni da je usmerjen. Je tudi prostorsko omejen, saj ima končni presek v katerikoli ravnini. Divergira, saj presek narašča v smeri širjenja valovanja. Obstaja območje, kjer je laserski žarek kolimiran, poteka kot vzporeden snop (Diaci, 2012).

Najboljši približek za obliko laserskega žarka elektronskega tahimetra in laserskih skenerjev, je Gaussov žarek. Za primerjavo med dejanskim in teoretičnim Gaussovimi žarkom se uporablja parameter M^2 . Ta ima za teoretični Gaussov žarek vrednost $M^2 = 1$, za dejanskega pa znaša $M^2 > 1$ (CVI Laser Optics and Melles Griot, 2013).

Kakovost laserskega žarka definira tudi parameter K . Gre za lastnost laserja, ki se jo določa z meritvami. Z različno izhodno močjo žarka se vrednost parametra K lahko spreminja. Za Gaussov žarek znaša $K = 1$, za dejanske žarke pa $K < 1$ (CVI Laser Optics and Melles Griot, 2013).

Svetlobno jakost laserskega žarka I predstavljajo enačbe (Jezeršek, 2012):

$$I(z, r) = I_0 \left(\frac{w_0}{w(z)} \right)^2 e^{-\frac{2r^2}{w^2(z)}} \quad (1)$$

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_R)^2} \quad (2)$$

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (3)$$

kjer je:

r – radialna koordinata merjena od simetrijske osi žarka,

z – aksialna koordinata merjena od pasu žarka,

w_0 – polmer žarka v pasu, na katerem je intenziteta za faktor $e^{-2} = 0,135$ manjša kot na osi,

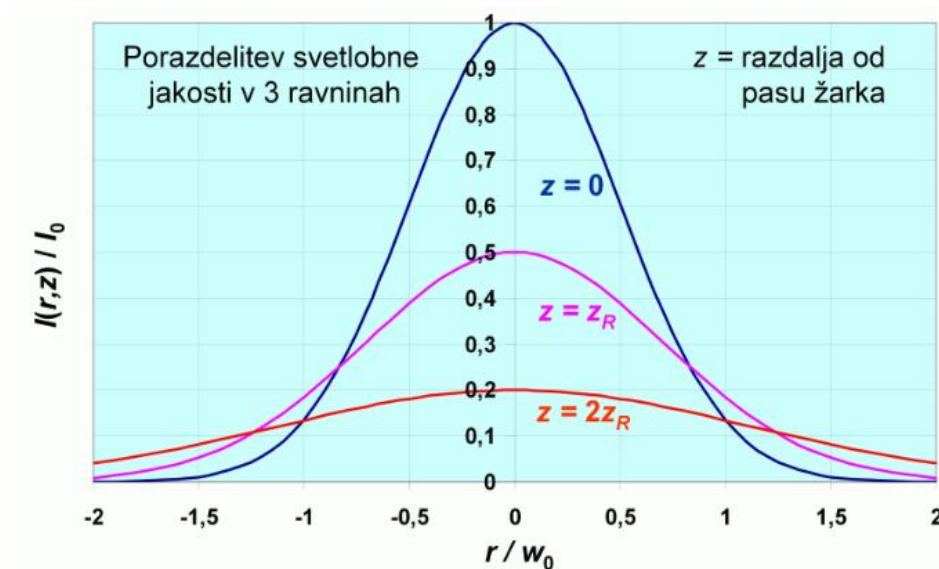
$I_0 = I(0,0)$ – intenziteta v pasu in na osi žarka,

λ – valovna dolžina in

z_R – Rayleighova dolžina.

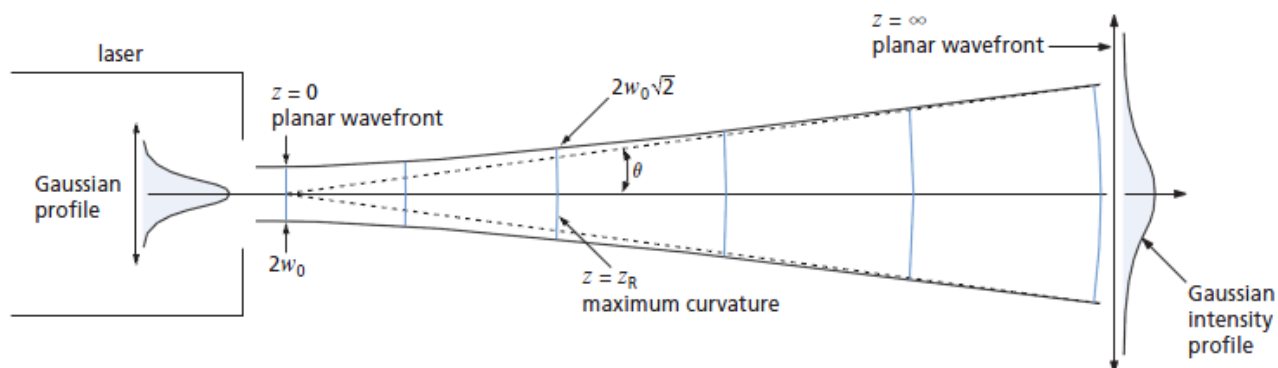
»Rayleighova dolžina z_R je razdalja od pasu, kjer se polmer žarka $w(z)$ poveča za faktor $\sqrt{2}$ glede na polmer v pasu w_0 (Jezeršek, 2012).«

Gaussov žarek se v radialni smeri širi v neskončnost, vendar njegova svetlobna jakost hitro konvergira proti nič (Slika 1) (Diaci, 2012).



Slika 1: Intenziteta Gaussovega žarka za različne dolžine skeniranja (Diaci, 2012).

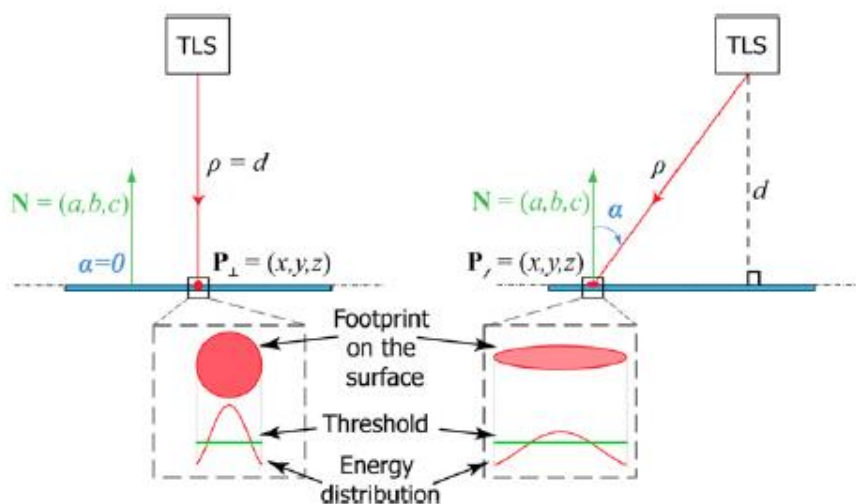
Ob izvoru valovanja ($z = 0$) ter pri $z = \infty$, so valovne fronte ravnine. Ob oddaljevanju od izvora, pa se ukrivljajo, dokler ne dosežejo največje ukrivljenosti pri $z = z_R$, nato pa se ukrivljenost zmanjšuje (Slika 2). Rayleighova dolžina velja za mejnik med bližnjo in daljno divergenco (CVI Laser Optics and Melles Griot, 2013).



Slika 2: Ukrivljenost valovnih front. Ob izvoru valovanja pri $z = 0$, imajo valovne fronte obliko ravnine, prav tako pri $z = \infty$. Največjo ukrivljenost dosežejo pri Rayleighovi dolžini. (CVI Laser Optics and Melles Griot, 2013).

Na kakovost določitve koordinat skenirane točke v koordinatnem sistemu instrumenta vplivajo štiri glavni faktorji (Soudarissanane et al., 2011):

- mehanizem skenerja,
- pogoji v ozračja in okolju,
- lastnosti skeniranega objekta in
- geometrija skeniranja.



Slika 3: Geometrija odboja laserskega žarka. Prikazan je odtis laserskega žarka na površini, v primeru žarka pravokotnega na ravnino (levo), ter žarka, ki ni pravokoten na ravnino (desno) (Soudarissanane et al., 2011: str 391).

Na Sliki 3 vidimo, da je odtis laserskega žarka, ki se od skeniranega objekta odbije pravokotno, okrogel. Daljša kot je pot, ki jo prepotuje laserski žarek od izvora, širši je premer

krožnega odtisa, prejeti odbiti signal pa je šibkejši. Odtis laserskega žarka, ki se ne odbije pod pravim kotom pa je razpotegnjen in ima obliko elipse (Soudarissanane et al., 2011).

2.2 Postopek izmere ter instrumentarij

Za pridobitev podatkov in analizo odboja laserske svetlobe od kroglastega objekta smo opravili več preizkusov. Testno polje smo skenirali z elektronskim tahimetrom Leica TCRP1201+R1000, ki omogoča merjenje razdalje brez reflektorja. Podatki o instrumentu so razvidni iz Preglednice 1.

Preglednica 1: Tehnične značilnosti instrumenta Leica TCRP1201+R1000 (Leica, 2013).

Tehnične značilnosti	Leica TCRP1201+R1000
Vrsta svetlobe	laser
Valovna dolžina	660 nm
Natančnost merjenja razdalj brez reflektorja $\sigma_{\text{ISO-17123-4}}$ 0 m – 500 m $\sigma[\text{mm}] ; \sigma[\text{ppm}]$	2 mm; 2 ppm
Čas merjenja ene točke	3-6 s, maks. 12 s

Skeniranje smo izvajali v prostorih Univerze v Ljubljani na Fakulteti za gradbeništvo in geodezijo. Skenirali smo testno polje, ki ga sestavljajo tri krogle različnih polmerov, pritrjene na leseno ploščo, ki predstavlja ravnino (Slika 4). Polmeri krogel znašajo: $R_1 = 2,5\text{ cm}$, $R_2 = 5\text{ cm}$ in $R_3 = 7,5\text{ cm}$. Material iz katerega so narejene krogle je stiropor, ki je zaradi svetle in rahlo hrapave površine primerna odbojna površina za laserski impulz. Testno polje mora biti postavljeno pravokotno na smer skeniranja. Testno polje smo skenirali s petih različnih razdalj, od 5 m do 25 m, s korakom po 5 m. Na vsaki razdalji smo testno polje skenirali v rastru 3 x 3 mm. Podatki o številu skeniranih točk so, glede na polmer krogle, podani v Preglednici 2.



Slika 4: Testno polje.

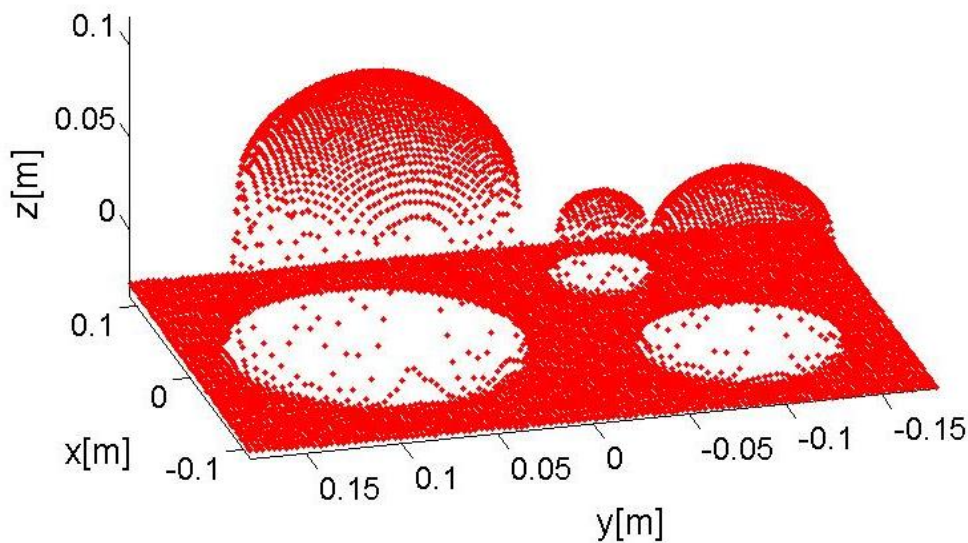
Preglednica 2: Podatki o številu skeniranih točk.

Polmer krogle [cm]	Število točk
2,5	191 (5 m) – 185 (25 m)
5,0	816 (5 m) – 776 (25 m)
7,5	1877 (5 m) – 1776 (25 m)

Gostota skeniranja je pri vseh razdaljah konstantna, torej 3 x 3 mm. Število skeniranih točk za posamezno kroglo pa je vseeno različno pri različnih razdaljah skeniranja. Vidimo, da se z večanjem razdalje število skeniranih točk na krogli zmanjšuje. Pri odboju laserskega žarka od roba krogle se namreč del žarka odbije tudi od osnovne ploskve testnega polja. Taka točka ne pripada več krogli, temveč predstavlja šum. Vzrok je torej v velikosti odtisa, ki se z večanjem razdalje povečuje.

2.3 Postopek izračuna

Rezultat skeniranja je oblak točk testnega polja (Slika 5) za vsako razdaljo skeniranja. Pri obdelavi podatkov skeniranja oblak točk najprej obrežemo tako, da vključuje le točke na testnem polju, nato pa izrežemo točke, ki pripadajo vsaki od posameznih krogel. V nadaljnji obravnavi imamo tako izreze oblaka točk za vsako od treh krogel, ter preostanek točk testnega polja, ki predstavlja ravnino.



Slika 5: Oblak točk za razdaljo skeniranja 10 m.

Iz izrezov oblaka točk za posamezno kroglo sledi določitev ravnine ter koordinat središča in polmera krogle.

2.3.1 Določitev koordinat središča ter polmera krogle

Za vsako kroglo, skenirano na vseh petih razdaljah, ocenjujemo kakovost parametrov, glede na različne razdelitve območij odbojev. Krogle smo na območja odbojev razdelili na dva načina. Pri prvem smo zaradi velikosti odbojne površine upoštevali le krogli s polmeroma $R_1 = 5$ cm in $R_2 = 7,5$ cm. Krogli smo razdelili na enako široka območja odbojev, in sicer od 0° do 90° , s korakom po 15° , ter skušali določiti območje odbojev, ki zagotavlja najboljše rezultate. Pri drugem načinu, pa smo vse tri krogle razdelili na tri območja odbojev, in sicer na:

- vse skenirane točke, ki pripadajo krogli,
- skenirane točke, ki so znotraj območja odbojev med 0° in 55° ter
- skenirane točke, ki so znotraj območja odbojev med 45° in 65° .

Območje odbojev definirajo tangencialne ravnine na ploskev, oziroma koti, ki jih tangencialna ravnina na kroglo oklepa s smerjo skeniranja. Za uporabo območja odbojev med 45° in 65° v poizkusu smo se odločili na osnovi testnih poizkusov, ki so pokazali, da uporaba točk na tem območju v izravnavi podaja najboljše rezultate.

Kakovost parametrov krogle ocenimo na dva načina. Pri prvem kakovost določitve parametrov krogle ocenimo glede na odstopanja polmerov med znanim ter izračunanim polmerom krogle, pri drugem načinu pa določamo kakovost določitve središča krogle (ocenimo jo z razpršenostjo koordinat središča krogle, ki jih izračunamo iz naključnih podnizov oz. podmnožic točk).

Za vsako od treh krogel na vsaki dolžini skeniranja naključno izberemo deset točk v vsakem območju. Iz teh desetih točk izračunamo koordinate središča krogle. Postopek ponovimo petdesetkrat ter posledično dobimo petdeset različnih koordinat središča krogle. Iz dobljenih rezultatov lahko izračunamo standardne elipsoide koordinat središča krogle. Koordinate središča izračunamo na dva načina, in sicer pod predpostavkama, da je polmer krogle znan ter da ni znan. Parametre krogle ocenimo s splošnim modelom izravnave po metodi najmanjših kvadratov.

2.3.2 Splošni model izravnave - kroglja

Krogla je definirana kot množica točk v trirazsežnem Evklidskem prostoru, ki so za polmer R oddaljene od središča krogle (x_0, y_0, z_0) . Ker skenirane krogle predstavljajo točke v oblakih točk, koordinate središča (x_0, y_0, z_0) ter polmer posamezne krogle R določimo z izravnavo po metodi najmanjših kvadratov. Vhodni podatki so koordinate točk na krogli znotraj posameznega območja odbojev.

V 3D prostoru je krogla predstavljena z naslednjo enačbo:

$$(x_k - x_0)^2 + (y_k - y_0)^2 + (z_k - z_0)^2 = R^2 \quad (4)$$

kjer so:

x_k, y_k, z_k - koordinate točk na krogli,

x_0, y_0, z_0 - koordinate središča krogle in

R - polmer krogle.

Koordinate točk na krogli obravnavamo kot opazovanja, koordinate središča krogle, ter, v primeru neznanega polmera, polmer krogle pa kot neznanke. Izraz (4) lahko, za naš primer, zapišemo v obliki:

$$F : (x_k - x_0)^2 + (y_k - y_0)^2 + (z_k - z_0)^2 - R^2 = 0 \quad (5)$$

Če za vsako od točk, ki pripadajo krogli zapišemo izraz (5), dobimo sistem nelinearnih enačb. Sistema nelinearnih enačb ne moremo neposredno uporabiti za rešitev s splošnim modelom izravnave, temveč ga je potrebno linearizirati. Sistem enačb razvijemo v Taylorjevo vrsto, kjer zanemarimo člene drugega in višjih redov. Izraz (5) odvajamo po vseh opazovanjih in neznankah. Tako pridobimo funkcijski model splošnega modela izravnave, ki ga v matrični obliki zapišemo kot:

$$\hat{\mathbf{A}}\mathbf{l} = -\mathbf{B}\mathbf{x} \quad (6)$$

kjer so:

$\hat{\mathbf{l}} = \mathbf{l} + \mathbf{v}$ - izravnane vrednosti opazovanj,

$\mathbf{x} = \mathbf{x}^0 + \Delta$ - izravnane vrednosti neznank in

\mathbf{x}^0 - približne vrednosti neznank.

Linearizirane enačbe lahko z upoštevanjem izraza (6) zapišemo v matrični obliki za splošni model izravnave kot:

$$\mathbf{A}\mathbf{v} + \mathbf{B}\Delta = \mathbf{f} \quad (7)$$

kjer je:

- $\mathbf{A}_{n \times 3n}$ – matrika parcialnih odvodov enačbe (5) po opazovanjih (matrika koeficientov opazovanj),

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial y_1} & \frac{\partial F_1}{\partial z_1} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial F_n}{\partial x_n} & \frac{\partial F_n}{\partial y_n} & \frac{\partial F_n}{\partial z_n} \end{bmatrix}$$

- $\mathbf{v}_{3n \times 1}$ – vektor popravkov opazovanj,

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_{x_1} & v_{y_1} & v_{z_1} & \dots & v_{x_n} & v_{y_n} & v_{z_n} \end{bmatrix}^T$$

- \mathbf{B}_{nxu} - matrika parcialnih odvodov enačbe (5) po neznankah (matrika koeficientov neznank),

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_0} & \frac{\partial F_1}{\partial y_0} & \frac{\partial F_1}{\partial z_0} & \frac{\partial F_1}{\partial R} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial x_0} & \frac{\partial F_n}{\partial y_0} & \frac{\partial F_n}{\partial z_0} & \frac{\partial F_n}{\partial R} \end{bmatrix}$$

- Δ_{ux1} – vektor popravkov neznank,

$$\Delta = [\delta x_0 \quad \delta y_0 \quad \delta z_0 \quad \delta R]^T$$

- \mathbf{f}_{nx1} – vektor odstopanj,

$$\mathbf{f} = [f_1 \quad f_2 \quad \dots \quad f_n]^T$$

- n – število točk za določitev parametrov krogle in
- u – število neznanih parametrov.

Vrednosti neznanih parametrov x_0, y_0, z_0 in R dobimo z rešitvijo funkcijskega modela. Matrika uteži \mathbf{P} in matrika kofaktorjev \mathbf{Q} sta enotski matriki, referenčna varianca (a-priori) σ_0^2 pa ima vrednost 1. Vrednosti 1 smo izbrali zaradi predpostavke, da so vse koordinate točk v oblaku točk določene z isto natančnostjo in med seboj neodvisne. Zveze med matriko uteži \mathbf{P} , matriko kofaktorjev \mathbf{Q} , referenčno varianco (a-priori) σ_0^2 ter variančno-kovariančno matriko $\Sigma_{\mathbf{xx}}$ so naslednje:

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q}^{-1} \quad (8)$$

$$\mathbf{Q} = \frac{1}{\sigma_0^2} \Sigma_{\mathbf{xx}} \quad (9)$$

$$\mathbf{P} = \sigma_0^2 \Sigma_{\mathbf{xx}}^{-1} \quad (10)$$

Funkcijski model rešimo po naslednjih korakih:

- matrika kofaktorjev ekvivalentnih opazovanj:

$$\mathbf{Q}_e = \mathbf{AQA}^T \quad (11)$$

- matrika uteži ekvivalentnih opazovanj:

$$\mathbf{P}_e = \mathbf{Q}_e^{-1} \quad (12)$$

- sistem normalnih enačb:

$$\mathbf{N} = \mathbf{B}^T \mathbf{P}_e \mathbf{B} \quad (13)$$

$$\mathbf{t} = \mathbf{B}^T \mathbf{P}_e \mathbf{f} \quad (14)$$

- rešitev funkcijskega modela:

$$\Delta = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{t} \quad (15)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{QA}^T \mathbf{P}_e (\mathbf{f} - \mathbf{B}\Delta) \quad (16)$$

$$\hat{\mathbf{l}} = \mathbf{l} + \mathbf{v} \quad (17)$$

V naši nalogi obravnavamo dva primera: v prvem obravnavamo polmer krogle kot znan, kar pomeni, da imamo v tem primeru tri neznanke ($u = 3: x_0, y_0, z_0$), v drugem pa je polmer krogle neznan, kar pomeni, da so neznanke štiri ($u = 4: x_0, y_0, z_0, R$). Posledično to vpliva na velikost matrik (\mathbf{B}, \mathbf{N}) oz. vektorjev (Δ, \mathbf{t}), ki nastopajo v izravnavi. Parametre smo določali na dva načina, ker je kriterij za določitev najboljšega območja odbojev ta, da so razlike koordinat središča in polmera krogle med obema načinoma določitve minimalne:

$$\min \left| (x_Z - x_N)^2 + (y_Z - y_N)^2 + (z_Z - z_N)^2 \right| \quad (18)$$

$$\min |R_Z - R_N| \quad (19)$$

2.3.3 Standardni odkloni koordinat središč krogel

Razpršenost koordinat središča krogle pridobljenih iz naključno izbranih podmnožic točk v petdesetih ponovitvah predstavimo s standardnim elipsoidom koordinat središča krogle (Poglavje 3.2). Referenčna varianca (a-priori) σ_0^2 ima vrednost 1. Velikosti standardnih odklonov za posamezno os standardnih elipsoidov določimo iz diagonalnih členov variančno-kovariančne matrike petdesetih koordinat središča krogle Σ_{xx} :

$$\sigma_{x,y,z} = \sqrt{\sigma_{(1,1)}^2, \sigma_{(2,2)}^2, \sigma_{(3,3)}^2} \quad (20)$$

Kriterij za izbor najboljšega območja je, da je vsota velikosti standardnih odklonov koordinat središč krogel vseh treh osi minimalna:

$$\min(\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2}) \quad (21)$$

3 RAZISKAVA IN ANALIZA REZULTATOV

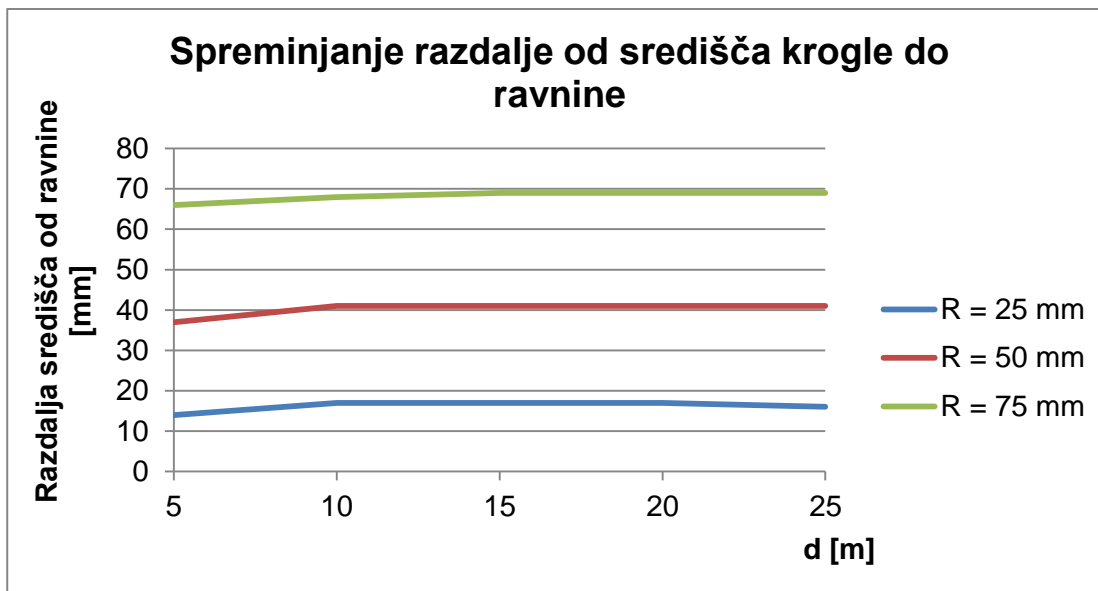
Za analizo vpliva razdalje instrumenta od kroglastega objekta ter območja odbojev na kakovost določitve koordinat središča krogle in polmera smo opravili skeniranje testnega polja. Testno polje, sestavljeno iz treh krogel različnih polmerov, smo skenirali na petih razdaljah. Obravnavali smo najprej šest, ter nato še tri območja odbojev.

Kakovost parametrov krogle ocenimo na dva načina:

- 1) s primerjavo znanega ter izračunanega polmera krogle,
- 2) z razpršenostjo koordinat središča krogle, ki jih izračunamo iz petdesetih naključnih podmnožic točk.

Po prvem izračunu smo pri izrisu točk posameznega območja ugotovili, da točke izbranega območja niso na pravem delu krogle, temveč so bile glede na znano oddaljenost pomaknjene bližje osnovni ploskvi testnega polja. Ker je določitev točk, ki pripadajo posameznemu območju odvisna od razdalje središča krogle od osnovne ploskve testnega polja, smo ugotovili, da je prišlo do premika središča krogle. Za vse razdalje skeniranja in vse krogle smo izračunali oddaljenost središča krogle od ravnine za primer, ko upoštevamo vse skenirane točke na krogli. S tako določenimi odmiki središč smo še enkrat določili točke

posameznega območja. Pravilnost določitve točk območja smo preverili in potrdili s ponovnim izračunom ter izrisom. Razlog za premik središča je predvsem material krogle. Laserski žarek se ne odbije le od površine krogle iz stiropora, ampak se del svetlobe odbije tudi od »notranjosti« krogle.



Grafikon 1: Spreminjanje razdalje od središča krogle do ravnine

Razlika med oddaljenostmi središč od osnovne ploskve testnega polja se z razdaljo spreminja zaradi spreminjanja vpadnega kota laserskega žarka na površino krogle ter zaradi zmanjševanja jakosti laserskega žarka z večanjem razdalje. Na Grafikonu 1 vidimo, da se oddaljenost središča od ravnine z večanjem razdalje skeniranja približuje vrednosti polmera posamezne krogle, a le te ne doseže.

3.1 Ocena parametrov krogle s primerjavo znanega ter izračunanega polmera krogle

Podpoglavje je razdeljeno na dva dela, in sicer na:

- odstopanja polmerov krogel in
- odstopanja koordinat središč krogel.

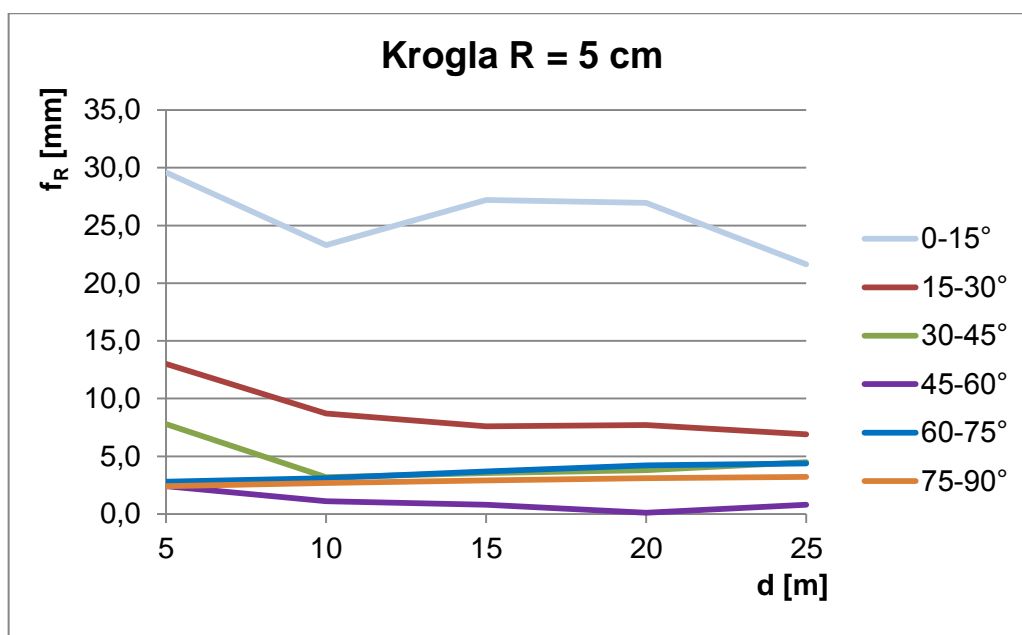
3.1.1 Odstopanja polmerov krogel

V prvem delu izračuna smo primerjali rezultate izravnave z znanim in neznanim polmerom krogle. Določili smo odstopanje f_R med znanim in neznanim polmerom :

$$f_R = |R_Z - R_N| \quad (22)$$

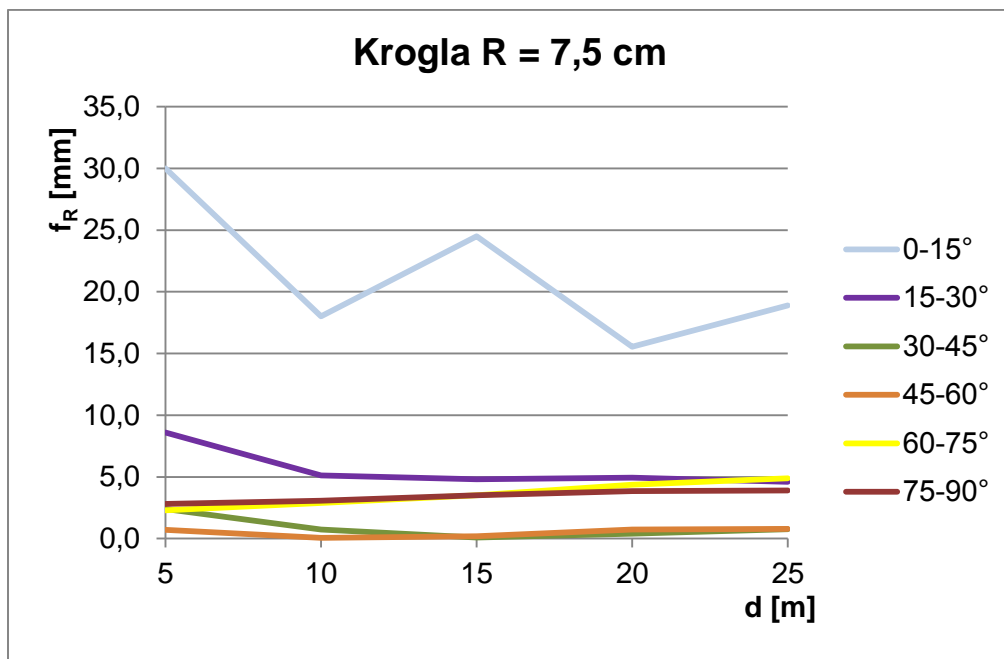
V nadaljevanju so v grafični obliki predstavljena odstopanja f_R v odvisnosti od razdalje skeniranja d za obravnavane krogle. Najprej so predstavljeni rezultati izračuna, kjer smo kroglji s polmeroma $R_1 = 5$ cm in $R_2 = 7,5$ cm razdelili na šest enako širokih območij odbojev, in sicer od $0-90^\circ$, s širino območja 15° .

Obravnavali smo kroglji s polmeroma $R_1 = 5$ cm in $R_2 = 7,5$ cm, glede na šest območij odbojev. Na Grafikonih 2 in 3 opazimo, da je odstopanje izrazito veliko pri uporabi območja odbojev $0-15^\circ$. Gre za območje, ki vsebuje najmanj skeniranih točk, pa tudi njegova geometrija je slabše pogojena. Najmanjša odstopanja so pri območju $45-60^\circ$. Do podobnih rezultatov smo prišli tudi v prvem preizkusu. Za kroglo s polmerom $R = 5$ cm znaša najmanjše odstopanje $f_R = 0,1$ mm na območju odbojev $45-60^\circ$ na razdalji $d = 20$ m. Tudi za razdalje 10, 15 in 25 m odstopanje znaša le okoli 1 mm. Pri ostalih območjih in razdaljah je ta vrednost kvečjemu večja od 2 mm.



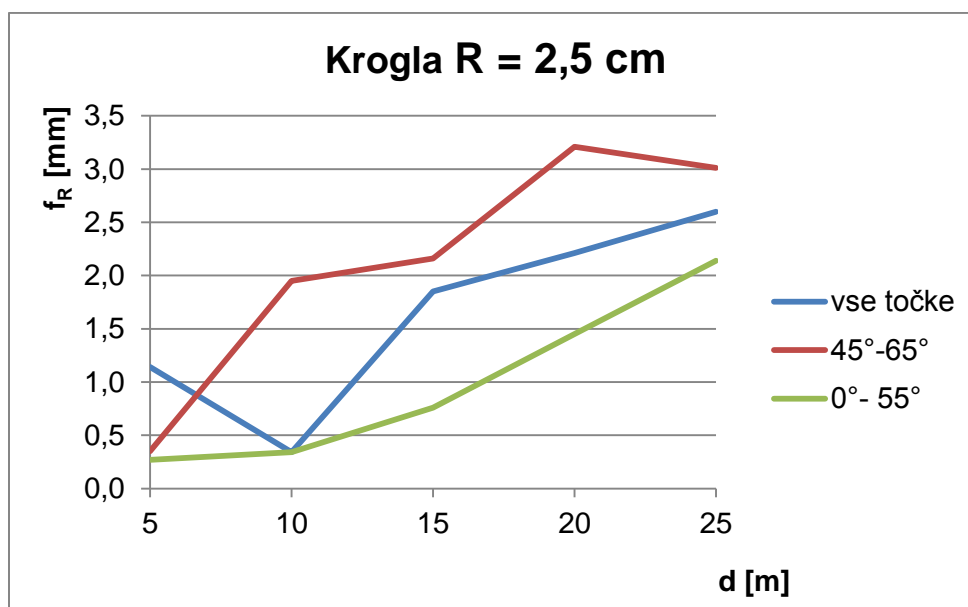
Grafikon 2: Odstopanja pri izravnavi med znanim in neznanim polmerom za kroglo s polmerom $R = 5$ cm (6 območij odbojev)

Za kroglo s polmerom $R = 7,5$ cm se najmanjše odstopanje pojavi na razdalji $d = 10$ m in $d = 15$ m za območje $45-60^\circ$, ter na razdalji $d = 15$ m za območje odbojev $30-45^\circ$. Le to znaša nekaj desetink milimetra (Grafikon 3).



Grafikon 3: Odstopanja pri izravnavi med znanim in neznanim polmerom za kroglo s polmerom $R = 7,5$ cm (6 območij odbojev)

V nadaljevanju je predstavljena obravnava treh območij odboja (vse točke, 45-65°, 0-55°) za vse tri krogle.

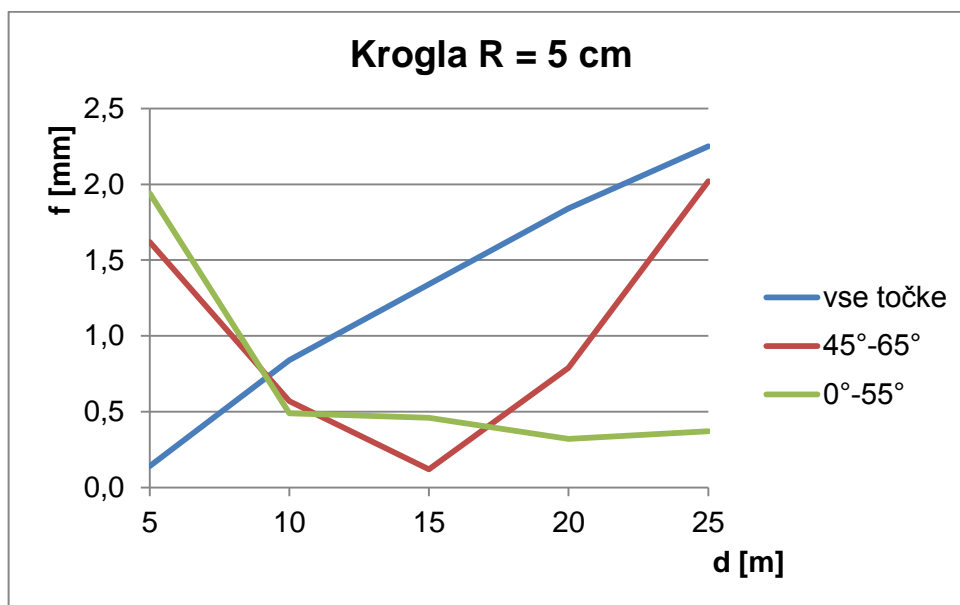


Grafikon 4: Odstopanja pri izravnavi med znanim in neznanim polmerom za kroglo s polmerom $R = 2,5$ cm (3 območja odbojev)

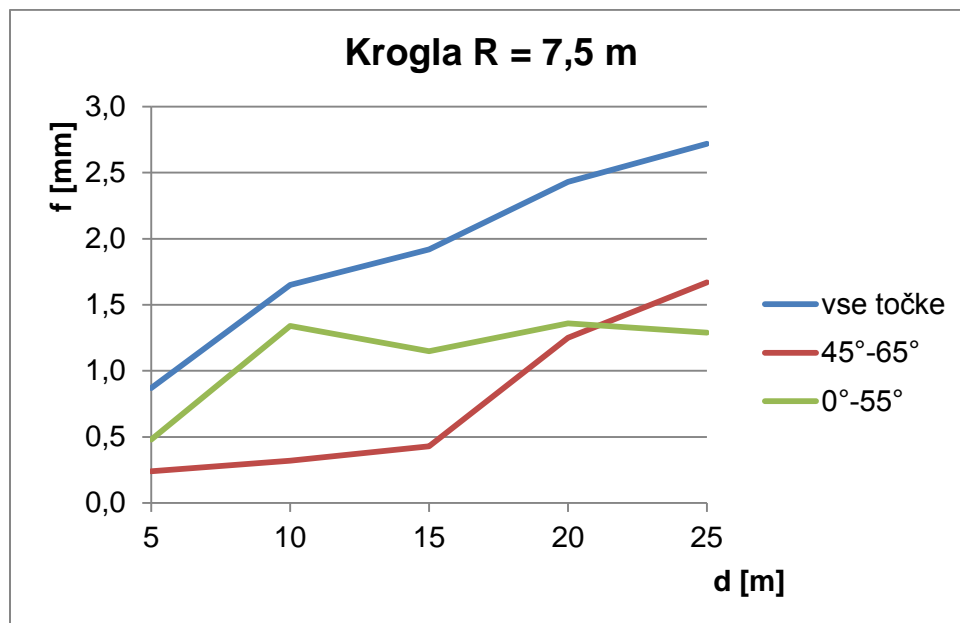
Pri najmanjši obravnavani krogli, torej krogli s polmerom $R = 2,5$ cm, na Grafikonu 4 vidimo, da dobimo najmanjše odstopanje f_R med izravnavo z znanim in neznanim polmerom krogle

na razdalji $d = 5$ m za pas točk med 0° in 55° ter na razdalji $d = 10$ m za vse skenirane točke, ter za pas točk med 0° in 55° . To odstopanje znaša $f_R = 0,3$ mm. Največja odstopanja pri obravnavani krogli so pri uporabi pasu točk med 45° in 65° . To območje odbojev pri tako majem polmeru krogle ne da najboljših rezultatov.

Sledila je analiza rezultatov, pridobljenih za kroglo s polmerom $R = 5$ cm. Iz Grafikona 5 je razvidno, da je odstopanje f_R med znanim in neznanim polmerom, pri izravnavi za kroglo s polmerom $R = 5$ cm, najmanjše na razdaljah $d = 5$ m za vse točke, ter $d = 15$ m za pas točk med 45° in 65° . To odstopanje znaša $f_R = 0,1$ mm.



Grafikon 5: Odstopanja pri izravnavi med znanim in neznanim polmerom za kroglo s polmerom $R = 5$ cm (3 območja odbojev)



Grafikon 6: Odstopanja pri izravnavi med znanim in neznanim polmerom za kroglo s polmerom $R = 7,5$ cm (3 območja odbojev)

Pri krogli s polmerom $R = 7,5$ cm lahko posplošimo, da pri vseh območjih točk odstopanje f_R z večanjem razdalje skeniranja narašča (Grafikon 6). Izjema je le območje odbojev med 0° in 55° , kjer je na razdalji $d = 15$ m odstopanje, v primerjavi z razdaljo $d = 10$ m, za $0,1$ mm manjše. V primeru, da bi uporabili kroglo s polmerom $R = 7,5$ cm, bi bilo torej najbolj optimalno skeniranje na razdalji $d = 5$ m, ter uporaba območja odbojev med 45° in 65° , tam namreč odstopanje f_R znaša $0,2$ mm.

3.1.2 Odstopanja koordinat središč krogel

Sledil je izračun odstopanj med koordinatami središč, ki smo jih pridobili z izravnavo z znanim in neznanim polmerom. Pri rezultatih izračuna, kjer smo obravnavali šest območij odbojev za krogli s polmeroma $R = 5$ cm (Preglednica 3) in $R = 7,5$ cm (Preglednica 4) lahko opazimo, da se odstopanje polmerov f_R prenese v ocenjene koordinate središča krogle, saj se odraža kot skoraj enako veliko odstopanje z -koordinate središča krogle, izjema pa sta območji odbojev $60-75^\circ$ in $75-90^\circ$, kjer je odstopanje z -koordinate večje. V preglednicah so najmanjša odstopanja za posamezno razdaljo skeniranja označena krepko. Opazimo, da so pri krogli s polmerom $R = 5$ cm najmanjša odstopanja vedno v območju odbojev $45-60^\circ$, to območje je na bližjih razdalja skeniranja ($d_1 = 5$ m in $d_2 = 10$ m) najboljše tudi za kroglo s polmerom $R = 7,5$ cm, na ostalih razdaljah pa je to območje odbojev $30-45^\circ$.

Preglednica 3: Odstopanja koordinat središč in polmerov med izravnava z znanim in neznanim polmerom za kroglo s polmerom $R = 5$ cm (6 območij odbojev)

Razdalja skeniranja	Območje odbojev	Δx [mm]	Δy [mm]	Δz [mm]	ΔR [mm]
5 m	0-15°	1,4	0,8	34,6	33,3
	15-30°	0,3	0,1	14,1	13,0
	30-45°	0,1	0,0	9,2	7,8
	45-60°	0,0	0,0	3,8	2,4
	60-75°	0,1	0,1	7,8	2,8
	75-90°	0,0	0,1	11,4	2,4
10 m	0-15°	0,3	0,2	28,9	27,9
	15-30°	0,0	0,1	9,5	8,8
	30-45°	0,0	0,0	3,9	3,2
	45-60°	0,0	0,0	1,7	1,1
	60-75°	0,0	0,1	8,8	3,2
	75-90°	0,1	0,4	12,8	2,7
15 m	0-15°	0,6	0,0	28,8	27,9
	15-30°	0,0	0,0	8,2	7,6
	30-45°	0,0	0,0	4,3	3,5
	45-60°	0,0	0,0	1,3	0,8
	60-75°	0,0	0,2	10,5	3,7
	75-90°	0,0	0,3	12,3	2,9
20 m	0-15°	0,8	0,2	28,8	27,9
	15-30°	0,1	0,1	8,4	7,7
	30-45°	0,1	0,0	4,6	3,8
	45-60°	0,0	0,0	0,2	0,1
	60-75°	0,1	0,1	11,9	4,2
	75-90°	0,2	0,1	12,8	3,1
25 m	0-15°	0,2	0,4	26,1	25,2
	15-30°	0,1	0,0	7,5	6,9
	30-45°	0,0	0,0	5,5	4,5
	45-60°	0,0	0,0	1,4	0,8
	60-75°	0,1	0,2	12,1	4,4
	75-90°	0,1	0,2	12,4	3,2

Preglednica 4: Odstopanja koordinat središč in polmerov med izravnava z znanim in neznanim polmerom za kroglo s polmerom $R = 7,5$ cm (6 območij odbojev)

Razdalja skeniranja	Območje odbojev	Δx [mm]	Δy [mm]	Δz [mm]	ΔR [mm]
5 m	0-15°	1,1	0,2	41,2	39,8
	15-30°	0,1	0,1	9,4	8,7
	30-45°	0,0	0,0	3,0	2,4
	45-60°	0,0	0,0	1,1	0,7
	60-75°	0,0	0,1	5,8	2,3
	75-90°	0,1	0,0	13,6	2,8
10 m	0-15°	0,3	0,4	29,6	28,5
	15-30°	0,1	0,1	5,7	5,1

se nadaljuje ...

... nadaljevanje Preglednice 4

10 m	30-45°	0,0	0,0	0,9	0,7
	45-60°	0,0	0,0	0,1	0,0
	60-75°	0,1	0,1	7,5	2,9
	75-90°	0,3	0,2	14,4	3,1
15 m	0-15°	0,2	0,1	31,5	30,6
	15-30°	0,0	0,0	5,2	4,8
	30-45°	0,0	0,0	0,1	0,1
	45-60°	0,0	0,0	0,3	0,2
	60-75°	0,0	0,1	9,1	3,5
	75-90°	0,2	0,2	16,0	3,5
20 m	0-15°	0,5	0,0	28,7	27,7
	15-30°	0,1	0,0	5,5	5,0
	30-45°	0,0	0,0	0,5	0,4
	45-60°	0,0	0,0	1,2	0,7
	60-75°	0,3	0,1	11,8	4,4
	75-90°	0,2	0,2	17,6	3,9
25 m	0-15°	0,3	0,3	27,1	26,2
	15-30°	0,0	0,0	5,1	4,6
	30-45°	0,0	0,0	1,0	0,8
	45-60°	0,0	0,0	1,4	0,9
	60-75°	0,0	0,0	13,2	4,9
	75-90°	0,3	0,1	16,0	3,9

V nadaljevanju so predstavljena odstopanja koordinat središč med izravnava z znanim in neznanim polmerom za vse tri krogle, razdeljene na tri območja odbojev. Odstopanja za kroglo s polmerom $R = 2,5$ cm so navedena v Preglednici 4. Opazimo lahko, da se tudi v primeru teh treh območij odbojev odstopanje polmerov f_R prenese v ocenjene koordinate središča krogle (z -koordinata središča krogle). Pri ostalih dveh kroglih, ki smo jih obravnavali, je rezultat podoben (Preglednici 5 in 6).

Preglednica 5: Odstopanja koordinat središč in polmerov med izravnava z znanim in neznanim polmerom za kroglo s polmerom $R = 2,5$ cm (3 območja odbojev)

Razdalja skeniranja	Območje odbojev	Δx [mm]	Δy [mm]	Δz [mm]	ΔR [mm]
5 m	Vse točke	0,1	0,0	-1,5	1,1
	0-55°	0,0	0,0	0,3	-0,3
	45-65°	0,0	0,0	-0,6	0,4
10 m	Vse točke	0,0	0,0	-0,4	0,3
	0-55°	0,0	0,0	-0,4	0,3
	45-65°	0,0	0,1	-3,6	2,0
15 m	Vse točke	0,1	0,1	-2,4	1,9
	0-55°	0,0	0,0	-0,9	0,8
	45-65°	-0,1	0,0	-3,9	2,2

se nadaljuje ...

... nadaljevanje Preglednice 5

20 m	Vse točke	0,1	-0,1	-2,9	2,2
	0-55°	0,0	0,0	-1,8	1,5
	45-65°	0,1	0,3	-6,4	3,2
25 m	Vse točke	0,1	-0,1	-3,5	2,6
	0-55°	0,0	0,0	-2,6	2,1
	45-65°	0,0	0,0	-5,2	3,0

Preglednica 6: Odstopanja koordinat središč in polmerov med izravnava z znanim in neznanim polmerom za kroglo s polmerom $R = 5$ cm (3 območja odbojev)

Razdalja skeniranja	Območje odbojev	Δx [mm]	Δy [mm]	Δz [mm]	ΔR [mm]
5 m	Vse točke	0,0	0,0	-0,2	0,1
	0-55°	0,0	0,0	2,4	-1,9
	45-65°	0,0	0,0	2,7	-1,6
10 m	Vse točke	0,0	0,0	-1,1	0,8
	0-55°	0,0	0,0	0,6	-0,5
	45-65°	0,0	0,0	0,9	-0,6
15 m	Vse točke	0,0	0,0	-1,8	1,3
	0-55°	0,0	0,0	0,6	-0,5
	45-65°	0,0	0,0	0,2	-0,1
20 m	Vse točke	0,0	0,0	-2,4	1,8
	0-55°	0,0	0,0	0,4	-0,3
	45-65°	0,0	0,0	-1,3	0,8
25 m	Vse točke	0,0	0,0	-2,9	2,3
	0-55°	0,0	0,0	0,4	-0,4
	45-65°	0,0	0,0	-3,5	2,0

Preglednica 7: Odstopanja koordinat središč in polmerov med izravnava z znanim in neznanim polmerom za kroglo s polmerom $R = 7,5$ cm (3 območja odbojev)

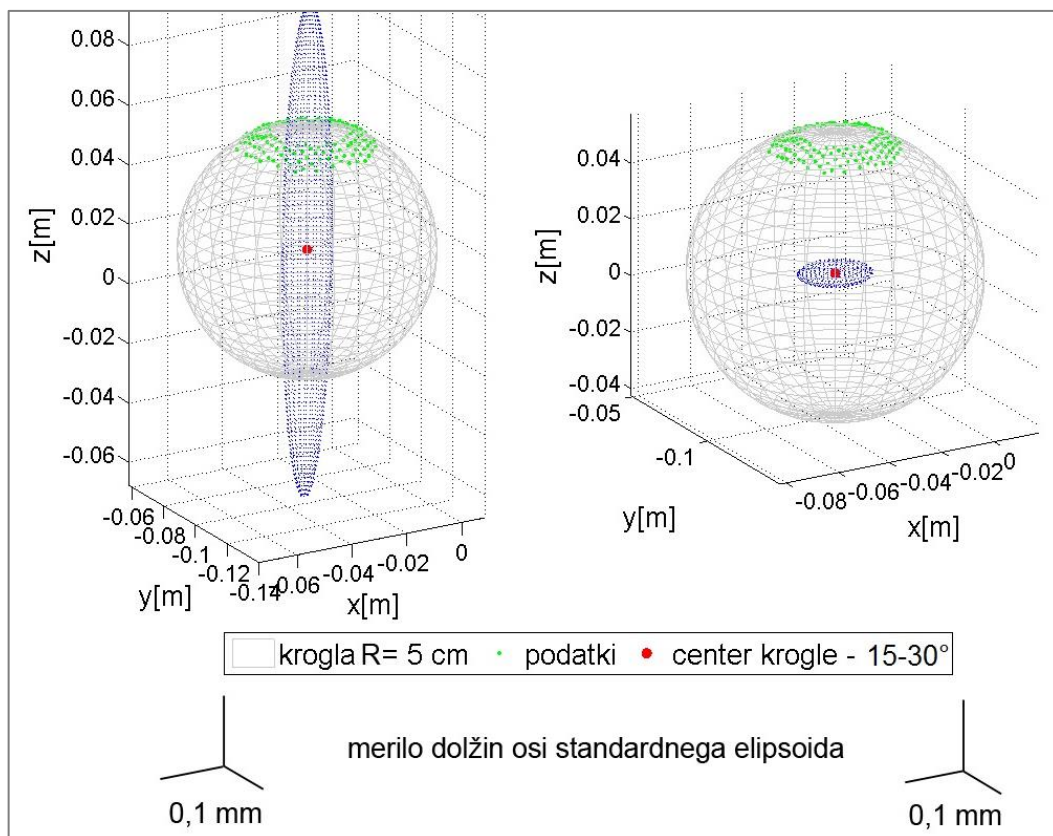
Razdalja skeniranja	Območje odbojev	Δx [mm]	Δy [mm]	Δz [mm]	ΔR [mm]
5 m	Vse točke	0,0	0,0	-1,1	0,9
	0-55°	0,0	0,0	-0,6	0,5
	45-65°	0,0	0,0	0,4	-0,2
10 m	Vse točke	0,0	0,0	-2,2	1,7
	0-55°	0,0	0,0	-1,6	1,3
	45-65°	0,0	0,0	-0,5	0,3
15 m	Vse točke	0,0	0,0	-2,5	1,9
	0-55°	0,0	0,0	-1,4	1,2
	45-65°	0,0	0,0	-0,7	0,4
20 m	Vse točke	0,0	0,1	-3,2	2,4
	0-55°	0,0	0,0	-1,7	1,4
	45-65°	0,0	0,0	-2,2	1,3
25 m	Vse točke	0,0	0,1	-3,6	2,7
	0-55°	0,0	0,0	-1,6	1,3
	45-65°	0,0	0,0	-2,9	1,7

Odstopanja koordinat središč krogel, so za posamezno kroglo in izbrana območja odbojev najmanjša na določeni razdalji. Torej lahko potrdimo hipotezo, da je kakovost določitve koordinat središča krogle odvisna od oddaljenosti instrumenta. Razlaga za to trditev je v spreminjanju velikosti odtisa laserskega žarka.

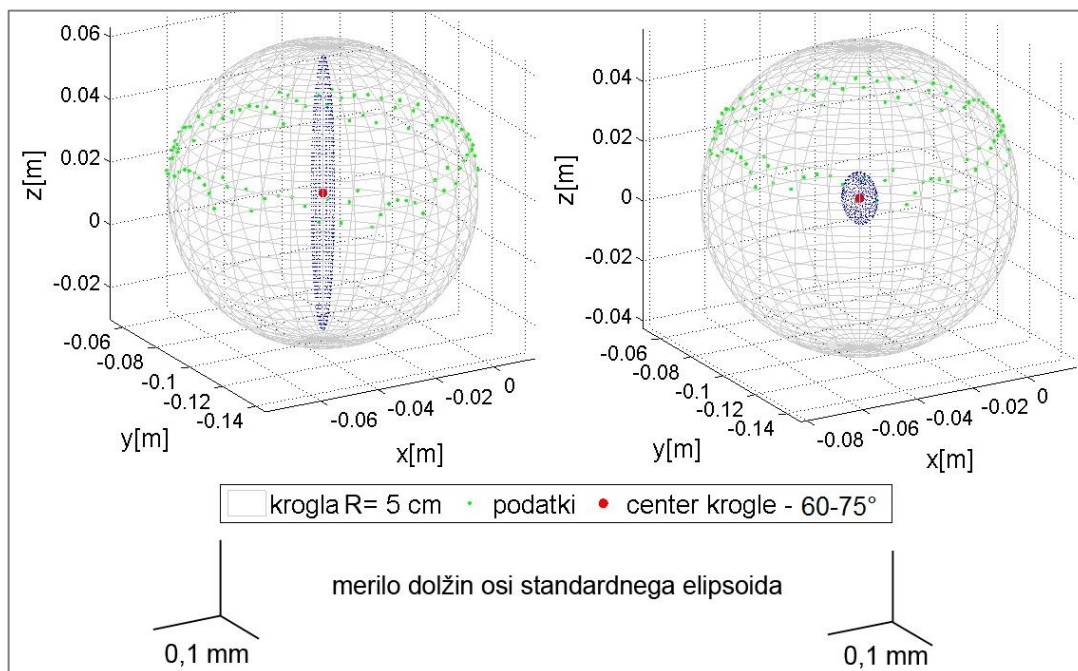
3.2 Ocena parametrov krogle z razpršenostjo koordinat središča krogle, ki jih izračunamo iz naključnih podmnožic točk

Na drug način smo parametre krogle ocenili z razpršenostjo koordinat središča krogle pri večkratnem ponavljanju izračuna z naključno izbranimi desetimi točkami. V vsaki od petdesetih ponovitev smo iz vseh točk znotraj izbranega območja naključno izbrali deset točk, ter z izravnavo določili koordinate središča. V nadaljevanju sta kot primer predstavljena dva primera iz prvega preizkusa, kjer smo obravnavali šest območij odbojev ter vsako od treh območij odbojev iz drugega preizkusa. Gre za kroglo s polmerom $R = 5$ cm na razdalji skeniranja $d = 10$ m. Standardni elipsoid razpršenosti v modri barvi je določen za koordinate središč krogel, glede na izravnavo središč ob uporabi vseh točk iz območja odbojev. Omeniti velja tudi, da je standardni elipsoid razpršenosti določen kot območje v tri-razsežnostnem prostoru, znotraj katerega se nahaja 19,9 % pravih koordinat točke oziroma, v našem primeru, koordinat središča krogle.

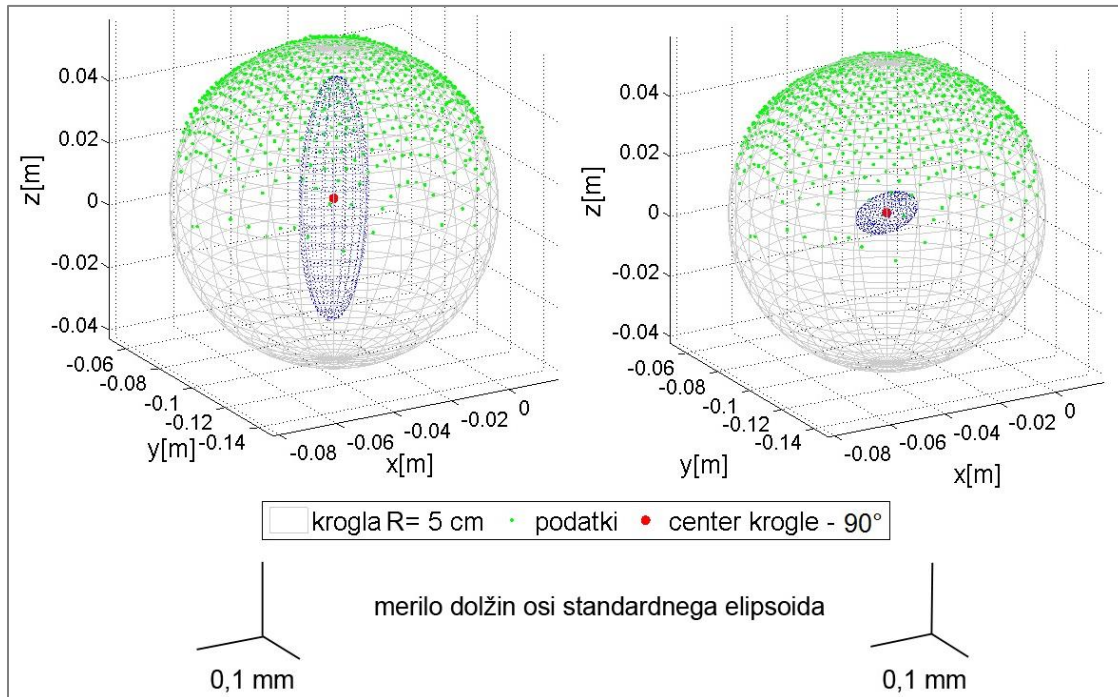
Za vris modela krogle v oblak skeniranih točk smo uporabili vrednost polmera, določenega z izravnavo, ki pa je nekoliko manjša od danega polmera krogle. Do podobnih rezultatov so prišli Witzgall et al. (2006), kjer so pri odkrivanju krogel iz oblaka točk uporabili krogle s polmerom $R = 76$ mm, narejene iz stiropora. Polmer vrisane krogle v oblak točk, ob uporabi dejstva, da je polmer krogle neznan, je bil v povprečju manjši za 10 %. Razloga za tako odstopanje sta lahko napačno določen polmer krogle kot tarčne točke, pa tudi material, torej v tem primeru stiropor.



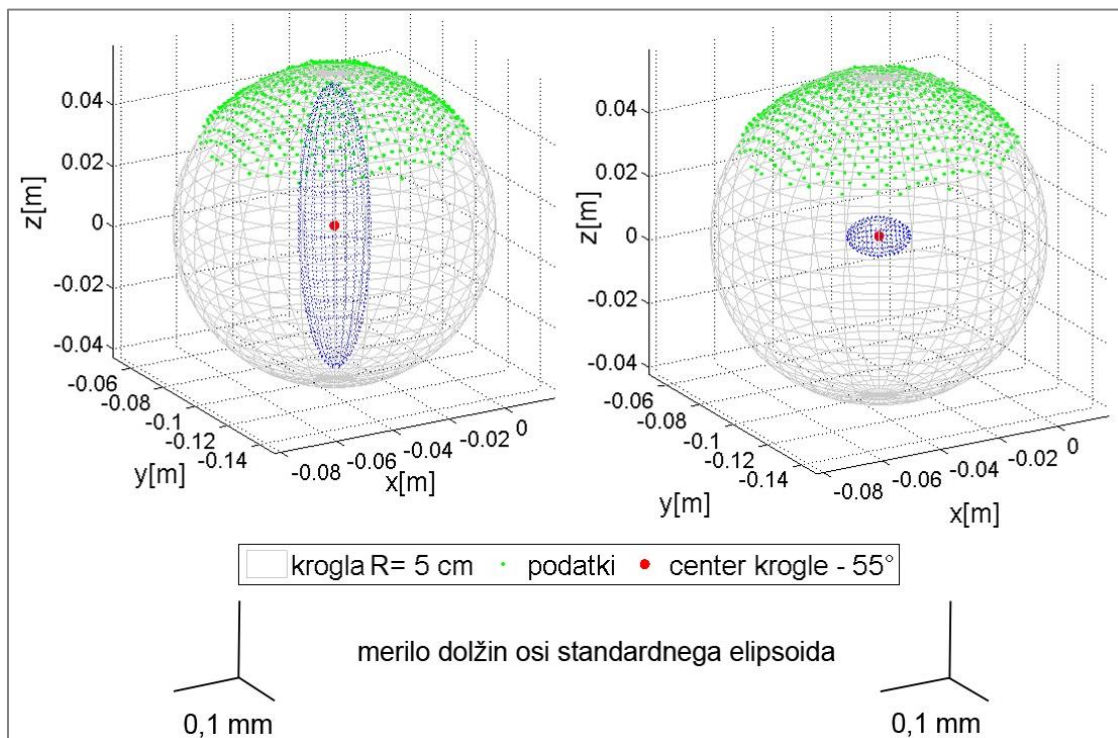
Slika 6: Standardni elipsoidi koordinat središča krogle s polmerom $R = 5 \text{ cm}$ za območje odbojev $15-30^\circ$ (skenirano z razdalje $d = 10 \text{ m}$). Levo je primer za slučaj, ko polmer krogle obravnavamo kot neznan, desno pa kot znan.



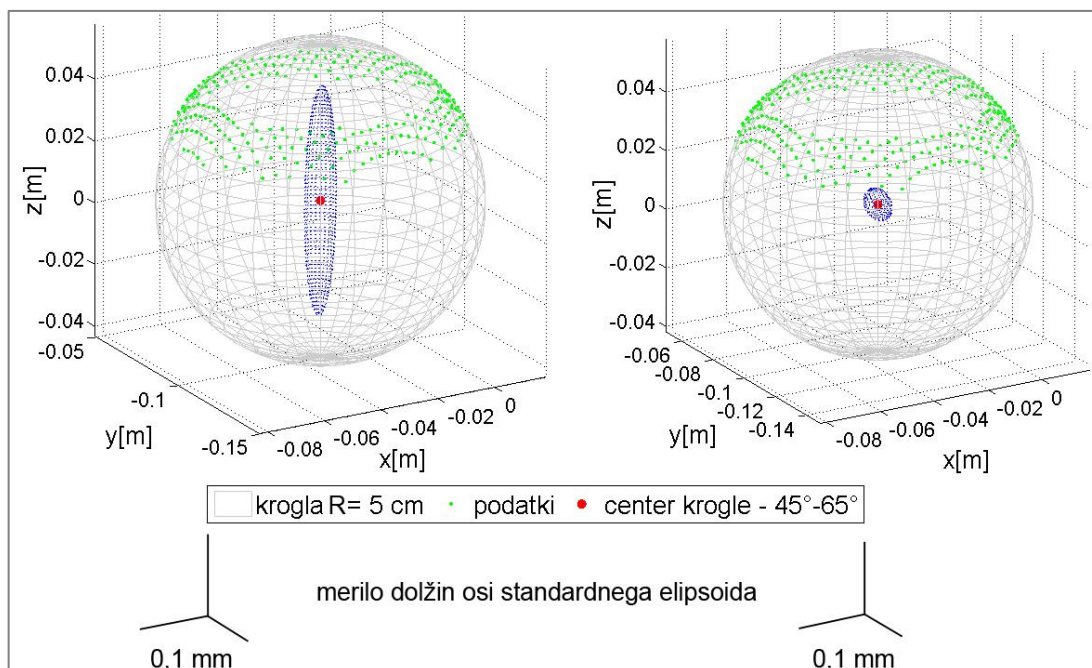
Slika 7: Standardni elipsoidi koordinat središča krogle s polmerom $R = 5 \text{ cm}$ za območje odbojev $60-75^\circ$ (skenirano z razdalje $d = 10 \text{ m}$). Levo je primer za slučaj, ko polmer krogle obravnavamo kot neznan, desno pa kot znan.



Slika 8: Standardni elipsoidi koordinat središča krogle s polmerom $R=5$ cm za vse skenirane točke (skenirane z razdalje $d=10$ m). Levo je primer za slučaj, ko polmer krogel obravnavamo kot neznan, desno pa kot znan.



Slika 9: Standardni elipsoidi koordinat središča krogle s polmerom $R=5$ cm za območje odbojev $0-55^\circ$ (skenirano z razdalje $d=10$ m). Levo je primer za slučaj, ko polmer krogel obravnavamo kot neznan, desno pa kot znan.



Slika 10: Standardni elipsoidi koordinat središča krogle s polmerom $R = 5$ cm za območje odbojev $45\text{-}65^\circ$ (skenirano z razdalje $d = 10$ m). Levo je primer za slučaj, ko polmer krogle obravnavamo kot neznan, desno pa kot znan.

Pri vseh izbranih območjih odbojev (Slike 6, 7, 8, 9 in 10) opazimo, da je standardni elipsoid koordinat središča krogle pri izravnavi z neznanim polmerom bolj razpotegnjen vzdolž z -osi. Potrdimo lahko hipotezo, da je kakovost določitve koordinat odvisna od izbire območja odbojev, saj je v primeru uporabe točk iz območja odbojev $45\text{-}65^\circ$ (Slika 10), razpršenost središč najmanjša, torej so rezultati boljši. Tudi Witzgall et al. (2006) so prišli do bolj optimalnih rezultatov, ko niso uporabili vseh skeniranih točk na krogli, temveč samo zgornjo oziroma spodnjo polovico.

Vzrok za takšno obliko elipsoida je tudi v »geometriji« problema, ki je odvisna od izbranega območja odbojev na krogli. Če imamo namreč na razpolago le točke z majhnega dela površine krogle, je določitev koordinat središča krogle slabše pogojen problem.

V izračunu smo določili tudi standardni elipsoid koordinat središč krogel, ki pa ga zaradi enakih velikosti standardnih odklonov in le majhnih odstopanj koordinat središča krogle glede na obravnavani elipsoid nismo prikazali na sliki. Razmiki med središčem, izravnanim iz vseh točk in srednjo vrednostjo petdesetih ponovitev so majhni in znašajo nekaj desetink milimetra, le v nekaj primerih pa ta vrednost znaša okoli 1 mm. V primerjavi rezultatov izravnav z znanim in neznanim polmerom so razmiki središč standardnih elipsoidov koordinat manjši pri izravnavi z znanim polmerom.

Vsi rezultati oz. velikosti standardnih odklonov za posamezno os standardnih elipsoidov koordinat so za obravnavane krogle glede na različne razdalje skeniranja podane v Preglednici 8 za šest območij odbojev ter v Preglednici 9 za tri območja odbojev.

Preglednica 8: Velikosti standardnih odklonov koordinat središč krogel pri izravnavi z znanim polmerom, 50 ponovitev, 10 naključno izbranih točk (6 območij odbojev)

D [m]	α [°]	$R = 5$ cm			$R = 7,5$ cm		
		σ_x [mm]	σ_y [mm]	σ_z [mm]	σ_x [mm]	σ_y [mm]	σ_z [mm]
5 m	0-15°	2,0	2,1	0,2	1,9	2,5	0,3
	15-30°	0,9	0,8	0,2	0,4	0,5	0,1
	30-45°	0,6	0,6	0,3	0,3	0,3	0,1
	45-60°	0,4	0,4	0,3	0,2	0,2	0,2
	60-75°	0,3	0,4	0,6	0,2	0,2	0,4
	75-90°	0,4	0,5	1,3	0,6	0,7	1,6
10 m	0-15°	1,6	1,7	0,2	1,3	1,9	0,3
	15-30°	0,6	0,5	0,1	0,3	0,4	0,1
	30-45°	0,3	0,3	0,1	0,2	0,2	0,1
	45-60°	0,2	0,3	0,2	0,1	0,1	0,1
	60-75°	0,3	0,5	0,7	0,3	0,3	0,4
	75-90°	0,3	0,7	3,9	0,6	0,8	5,7
15 m	0-15°	1,8	2,1	0,3	1,8	1,7	0,3
	15-30°	0,4	0,5	0,1	0,3	0,3	0,1
	30-45°	0,3	0,3	0,1	0,3	0,2	0,1
	45-60°	0,2	0,1	0,1	0,2	0,1	0,1
	60-75°	0,6	0,3	0,7	0,4	0,3	0,5
	75-90°	0,6	0,5	1,2	0,8	0,7	6,3
20 m	0-15°	1,5	1,5	0,2	1,6	2,0	0,4
	15-30°	0,5	0,6	0,1	0,4	0,4	0,1
	30-45°	0,3	0,3	0,1	0,1	0,2	0,1
	45-60°	0,2	0,2	0,2	0,1	0,2	0,1
	60-75°	0,4	0,9	1,2	0,6	0,5	0,7
	75-90°	0,4	0,6	0,9	0,5	0,8	1,3
25 m	0-15°	1,4	1,6	0,2	1,6	1,7	0,3
	15-30°	0,5	0,3	0,1	0,3	0,3	0,1
	30-45°	0,3	0,2	0,1	0,2	0,2	0,1
	45-60°	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
	60-75°	0,5	0,5	0,7	0,5	0,6	0,7
	75-90°	0,4	0,4	0,7	0,7	0,6	1,2

Preglednica 9: Velikosti standardnih odklonov koordinat središč krogel pri izravnavi z znanim polmerom, 50 ponovitev, 10 naključno izbranih točk (3 območja odbojev)

D [m]	α [°]	$R = 2,5$ cm			$R = 5$ cm			$R = 7,5$ cm		
		σ_x [mm]	σ_y [mm]	σ_z [mm]	σ_x [mm]	σ_y [mm]	σ_z [mm]	σ_x [mm]	σ_y [mm]	σ_z [mm]
5 m	Vse točke	0,9	0,7	0,4	0,8	0,7	0,5	0,6	0,6	0,4
	55°	0,5	0,4	0,3	0,8	0,6	0,4	0,6	0,6	0,4
	45-65°	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,2	0,2	0,2

se nadaljuje ...

... nadaljevanje Preglednice 9

10 m	Vse točke	0,5	0,5	0,3	0,5	0,7	0,3	0,7	0,5	0,3
	55°	0,3	0,2	0,2	0,4	0,5	0,3	0,4	0,5	0,3
	45-65°	0,2	0,3	0,2	0,2	0,3	0,2	0,1	0,2	0,1
15 m	Vse točke	0,7	0,7	0,2	0,6	0,7	0,3	0,7	0,6	0,3
	55°	0,2	0,2	0,2	0,5	0,4	0,3	0,4	0,4	0,3
	45-65°	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,1	0,2
20 m	Vse točke	0,7	0,9	0,3	0,5	1,0	0,4	0,7	1,0	0,4
	55°	0,3	0,3	0,2	0,5	0,6	0,3	0,3	0,3	0,2
	45-65°	0,3	0,4	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1	0,2	0,2
25 m	Vse točke	1,1	1,2	0,5	0,9	1,0	0,4	1,0	1,0	0,6
	55°	0,4	0,4	0,2	0,4	0,4	0,3	0,4	0,4	0,2
	45-65°	0,3	0,3	0,2	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2

Vidimo, da so za preizkus, kjer smo upoštevali tri območja odbojev v povprečju najmanjši odkloni pri uporabi območja odbojev 45-65°, za preizkus s šestimi območji odbojev pa je najboljše območje 45-60°. V teh primerih so odstopanja v smereh vseh treh osi enako velika.

4 ZAKLJUČEK

V diplomski nalogi smo opravili preizkus, kjer smo na petih različnih razdaljah skenirali testno polje s tremi krogli različnih polmerov. Kakovost parametrov krogle smo določili na dva načina.

Rezultati prvega preizkusa so pokazali, da je za krogli s polmeroma $R_1 = 5$ cm in $R_2 = 7,5$ cm najboljša uporaba območja $45-60^\circ$. Pri uporabi tega območja za kroglo s polmerom $R = 5$ cm znaša najmanjše odstopanje $f_R = 0,1$ mm na razdalji $d = 20$ m. Tudi za razdalje 10, 15 in 25 m odstopanje znaša le okoli 1 mm. Za kroglo s polmerom $R = 7,5$ cm so najmanjša odstopanja za to območje na razdaljah skeniranja 10 in 15 m, ter na razdalji 15 m za območje odbojev $30-45^\circ$. Odstopanja tu znašajo nekaj desetink milimetra.

Z drugim preizkusom smo ugotovili, da je najbolj optimalno skeniranje krogle s polmerom $R = 5$ cm na razdalji 5 m za vse točke ali na razdalji 15 m za območje odbojev med 45° in 65° . Takrat odstopanje znaša $f_R = 0,1$ mm. Za kroglo s polmerom $R = 7,5$ cm smo najmanjše odstopanje dosegli na razdalji skeniranja 5 m z uporabo območja odbojev med 45° in 65° . Le to je znašalo $f_R = 0,2$ mm. Za najmanjšo kroglo s polmerom $R = 2,5$ cm je najmanjše odstopanje doseglo vrednost $f_R = 0,3$ mm, in sicer na razdalji $d = 5$ m za pas točk med 0° in 55° ter na razdalji $d = 10$ m za vse skenirane točke, ter za pas točk med 0° in 55° .

Za krogli s polmerom $R = 5$ cm in $R = 7,5$ cm smo pri primerjavi izravnav z danim in neznanim polmerom dobili boljše rezultate kadar nismo uporabili vseh točk (torej za območji odbojev med $0-55^\circ$ in $45-65^\circ$). Drugačna situacija pa je bila pri krogli s polmerom $R = 2,5$ cm, kjer so bili rezultati za območje med 45° in 65° slabši.

Pri razpršenosti središč z neznanim polmerom so bili rezultati najbolj optimalni pri uporabi območja odbojev $45-60^\circ$ oziroma $45-65^\circ$. Ugotovili smo, da se odstopanje polmerov f_R v koordinatah središča odraža podobno kakor odstopanje v z -koordinati središča krogle.

Potrdimo lahko obe zastavljeni hipotezi, torej kakovost določitve koordinat središča je odvisna od oddaljenosti instrumenta, ter od izbire območja odbojev na krogelni površini.

Ta preizkus smo izvajali z elektronskim tahimetrom. Zanimivo bi bilo primerjati še rezultate meritev opravljenih s terestričnim laserskim skenerjem. Glede na ostale študije na tem področju bi lahko za skeniranje uporabili tudi krogle iz drugačnih materialov, na primer iz aluminija.

VIRI

Barbarella, M. in Fiani, M. 2013. Monitoring of Large Landslide by Terrestrial Laser Scanning Techniques: Field Data Collection and Processing. *European Journal of Remote Sensing*, 46: 126–151.

Becerik-Gerber, B., Jazizadeh, F., Kavulya, G. in Calis, G. 2011. Assessment of target types and layouts in 3D laser scanning for registration accuracy. *Automation in Construction*, 20, 5: 649–658.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.autcon.2010.12.008>

CVI Laser Optics and Melles Griot. 2013.

<https://www.cvimellesgriot.com/Products/Documents/TechnicalGuide/Gaussian-Beam-Optics.pdf> (Pridobljeno dne: 10.07.2013)

Diaci, J. 2012. Študijsko gradivo pri predmetu Laserski sistemi. Laserska optika.

<http://lab.fs.uni-lj.si/kolt/datoteke/laserski/Laserska%20optika.pdf> (Pridobljeno dne: 10.07.2013)

Franaszek, M., Cheok, G. S. in Witzgall, C. 2009. Fast automatic registration of range images from 3D imaging systems using sphere targets. *Automation in Construction*, 18, 3: 265–274.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.autcon.2008.08.003>

Jezeršek, M. 2012. Študijsko gradivo pri predmetu Osnove laserske tehnike.

http://lab.fs.uni-lj.si/kolt/datoteke/osnove_laserske_tehnike/2_Laserska_svetloba.pdf (Pridobljeno dne: 10.07.2013)

Leica. 2013.

http://www.leica-geosystems.com/downloads123/zz/tps/tps1200/brochures-datasheet/Leica_TPS1200+_TechnicalData_en.pdf (Pridobljeno dne: 10.07.2013)

Soudarissanane, S., Lindenbergh R., Menenti M. in Teunissen P. 2011. Scanning geometry: Influencing factor on the quality of terrestrial laser scanning points. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 66(4): 389-399.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.isprsjprs.2011.01.005>

Witzgall, C., Cheok, G. S. in Kearsley, A.J. 2006. Recovering Spheres from 3D Point Data. In *Proceedings of the 35th Applied Imagery and Pattern Recognition Workshop (AIPR '06)*. IEEE Computer Society, Washington, DC, USA: 8 str.

<http://dx.doi.org/10.1109/AIPR.2006.33>