

Univerza  
v Ljubljani

Fakulteta  
za gradbeništvo  
in geodezijo



Jamova cesta 2  
1000 Ljubljana, Slovenija  
<http://www3.fgg.uni-lj.si/>

**DRUGG** – Digitalni repozitorij UL FGG  
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

To je izvirna različica zaključnega dela.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujete na bibliografske podatke, kot je navedeno:

Treven, A., 2013. Analiza daljnovodnih vodnikov. Diplomsko naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. (mentor Zupan, D.): 110 str.

University  
of Ljubljana

Faculty of  
Civil and Geodetic  
Engineering



Jamova cesta 2  
SI – 1000 Ljubljana, Slovenia  
<http://www3.fgg.uni-lj.si/en/>

**DRUGG** – The Digital Repository  
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

This is original version of final thesis.

When citing, please refer to the publisher's bibliographic information as follows:

Treven, A., 2013. Analiza daljnovodnih vodnikov. B.Sc. Thesis. Ljubljana, University of Ljubljana, Faculty of civil and geodetic engineering. (supervisor Zupan, D.): 110 pp.

Univerza  
v Ljubljani

Fakulteta za  
*gradbeništvo in  
geodezijo*



Jamova 2  
1000 Ljubljana, Slovenija  
telefon (01) 47 68 500  
faks (01) 42 50 681  
fgg@fgg.uni-lj.si

UNIVERZITETNI ŠTUDIJ  
GRADBENIŠTVA  
KONSTRUKCIJSKA SMER

Kandidatka:

**ANITA TREVEN**

**ANALIZA DALJNOVODNIH VODNIKOV**

Diplomska naloga št.: 3326/KS

**ANALYSIS OF CONDUCTORS FOR OVERHEAD LINES**

Graduation thesis No.: 3326/KS

**Mentor:**

izr. prof. dr. Dejan Zupan

**Predsednik komisije:**

izr. prof. dr. Janko Logar

**Somentor:**

Metod Bonča

**Član komisije:**

izr. prof. dr. Matjaž Dolšek  
doc. dr. Tomaž Maher

Ljubljana, 13. 09. 2013

## POPRAVKI

Stran z napako

Vrstica z napako

Namesto

Naj bo

**IZJAVA O AVTORSTVU**

Podpisana ANITA TREVEN izjavljam, da sem avtor diplomskega dela z naslovom »Analiza daljnovodnih vodnikov«.

Izjavljam, da je elektronska različica v vsem enaka tiskani različici.

Izjavljam, da dovoljujem objavo elektronske različice v repozitoriju UL FGG.

Ljubljana,.....

Anita Treven

## **BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK**

**UDK:** 621.315.1:624.04:624.072.2(043.2)  
**Avtor:** Anita Treven  
**Mentor:** izr. prof. dr. Dejan Zupan  
**Somentor:** Metod Bonča  
**Naslov:** Analiza daljnovodnih vodnikov  
**Tip dokumenta:** Dipl. nal. - UNI  
**Obseg in oprema:** 110 str., 29 pregl., 106 sl.  
**Ključne besede:** daljnovodni vodniki, neraztegljiva vrv, osno raztegljiva vrv, model vrvi s plitkimi povesi, Reissnerjev nosilec, zaključene enačbe, numerično modeliranje, program Nodi, statika, dinamika

### **Izvleček:**

V diplomski nalogi smo obravnavali obnašanje daljnovodnih vodnikov. Predstavili smo značilnosti daljnovodne konstrukcije in podrobneje značilnosti vodnikov. Prikazali in primerjali smo različne izpeljave zaključenih enačb za preproste računske modele vrvi v ravnini. Obravnavali smo model idealne vrvi, model neraztegljive in raztegljive vrvi s plitkimi povesi ter model po inženirski teoriji vrvi. V teh modelih je upogibna togost vodnikov zanemarjena in sistem vodilnih enačb ustrezno reduciran. Veljavnost rezultatov, dobljenih s preprostimi računskimi modeli, je zaradi poenostavitev omejena. Daljnovodne vodnike smo modelirali tudi v programu Nodi, numeričnem orodju po metodi končnih elementov, ki temelji na geometrijsko točnemu modelu Reissnerjevega nosilca. Po izbiri primernih parametrov numeričnega modela smo preverili veljavnost rezultatov, dobljenih z zaključenimi formulami. Ugotovili smo, da poleg omejitev, ki jih navajajo viri zaključenih enačb, obstajajo tudi druge. Tako smo ugotovili, da se z večanjem višinske razlike med podporama točnost rezultatov po zaključenih enačbah manjša. Zaključene enačbe prav tako ne morejo opisati odziva vodnika na dinamično obtežbo, ki pa so ji vodniki pogosto izpostavljeni. Z numeričnim modelom smo obravnavali padec žledu z vodnika, ki poteka preko enega ali več polj. Primerjali smo odziv vodnika na padec žledu z različnih delov vodnika. Dobro poznavanje odziva vodnikov je pomembno za poznavanje njihovih povosov za določevanje varnostnih razdalj ter za čim boljšo oceno njihovega vpliva na daljnovodne stebre, zato smo na koncu analizirali tudi računski model dejanskega odseka daljnovoda z obtežnimi kombinacijami, predpisanimi v standardu SIST EN 50341-3-21.

**BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRACT**

**UDC:** 621.315.1:624.04:624.072.2(043.2)  
**Author:** Anita Treven  
**Supervisor:** Assoc. Prof. Dejan Zupan, Ph. D.  
**Co-advisor:** Metod Bonča  
**Title:** Analysis of conductors for overhead lines  
**Document type:** Graduation Thesis – University studies  
**Notes:** 110 p., 29 tab., 106 fig.  
**Key words:** conductors for overhead lines, inextensible cable, extensible cable, shallow cable, Reissner beam, closed-form equations, numerical modelling, program Nodi, statics, dynamics

**Abstract:**

In this degree paper we study the behavior of conductors for overhead lines. We present typical characteristics of overhead lines structures and detailed characteristics of conductors. We compare different models for conductors: inextensible cable, extensible cable, inextensible and extensible shallow cable and engineering cable theory. These models neglect the bending stiffness of a cable and appropriately reduce the governing equations of a system. The validity of the results of these models is limited, due to the simplifications. For these reason the conductors for overhead lines were also analyzed by computer program Nodi that uses the finite element method. Nodi is an educational software for dynamic analysis of planar frames, based on the Reissner beam theory. The appropriate parameters for the numerical model are chosen and then the results of the closed-form equations are compared to more accurate ones. We have found out that besides limitations, mentioned in the literature, there are also other restrictions. The higher inclination of the line between the supports leads to less accurate results of the closed-form equations. Besides that, closed-form equations cannot describe the behavior of a conductor under the dynamic load, which is a common situation for conductors. We used numerical model to analyze the falling sleet from the conductor, which runs over one or several fields. We have compared a behavior of the conductor at the time the sleet from different parts of the conductor has fallen. The better we know the behavior of the conductors for overhead lines, the better we can assess the sags for the evaluation of appropriate safety distances and forces that affect electricity transmission towers. Therefore, we have also analyzed a numerical model of actual part of overhead line with load cases defined in standard SIST EN 50341-3-21.

## ZAHVALA

Pri izdelavi diplomske naloge mi je pomagalo več ljudi, brez katerih končni izdelek ne bi bil tak, kot je. Najprej se zahvaljujem svojemu mentorju, izr. prof. dr. Dejanu Zupanu, za vso pomoč, še posebej pa za vse razlage različnih računskih modelov in skrb za pravilno ter strokovno izražanje.

Zanimanje za daljnovodne konstrukcije, brez katerega te diplome ne bi bilo, je v meni vzbudil moj somentor, Metod Bonča. Za to in za velik delež strokovne pomoči glede dejanske izvedbe daljnovodnih konstrukcij se mu iskreno zahvaljujem.

Seveda vse skupaj ne bi bilo mogoče brez direktorja Inštituta za metalne konstrukcije, dr. Boruta Bundare, ki mi je omogočil pisanje diplome v sodelovanju z Inštitutom. Tako sem imela ves čas na voljo strokovno pomoč, dobila pa sem tudi možnost, da sem поблиže spoznala gradnjo daljnovodnih konstrukcij. Hvala!

Hvala pa tudi moji celotni družini za vso podporo in razumevanje moje zatopljenosti v delo skozi celoten potek študija, še posebej pa v času pisanja te diplome.

**KAZALO VSEBINE**

1	UVOD .....	1
1.1	Predmet diplomskega dela.....	1
1.2	Vsebina diplomskega dela .....	2
2	DALJNOVOD.....	4
2.1	Predpisi in standardi .....	4
2.2	Opis objekta.....	4
2.2.1	Elementi .....	4
2.2.2	Statična zasnova .....	11
2.3	Gradnja.....	11
2.4	Obtežbe.....	12
3	RAČUNSKI MODELI DALJNOVODNIH VODNIKOV .....	16
3.1	Oсно neraztegljiva vrv .....	16
3.2	Oсно raztegljiva vrv .....	22
3.3	Inženirska teorija vrvi .....	25
3.4	Geometrijsko točen ravninski nosilec.....	31
4	PRIMERJAVA REZULTATOV ZAKLJUČENIH FORMUL.....	37
4.1	Daljnovodni vodnik preko enega polja obtežen z lastno težo .....	37
4.2	Daljnovodni vodnik preko enega polja, obtežen z dodatno obtežbo .....	40
4.3	Daljnovodni vodnik preko več polj.....	41
5	PROGRAM NODI .....	42
5.1	Opis konstrukcije v programu Nodi .....	42
5.2	Eno polje, podpore na isti višini.....	43
5.2.1	Začetna oblika .....	43
5.2.2	Način podpiranja.....	45
5.2.3	Materialni parametri .....	46
5.2.4	Obtežba .....	48
5.2.5	Ostali parametri računa.....	49
5.2.6	Območje veljavnosti preprostih modelov.....	61
5.3	Razlika med začetnim in končnim povesom.....	65
5.4	Vodnik, obtežen z lastno težo in žledom .....	68
5.5	Daljnovodni vodnik, napet preko več polj .....	78
5.6	Vpliv modeliranja nosilnih stebrov pri vodniku preko več polj .....	80
6	RAČUN DEJANSKEGA PRIMERA DALJNOVODNEGA VODNIKA ČEZ VEČ POLJ....	92
6.1	Geometrija izbranega odseka daljnovoda .....	92



6.2	Numerični model odseka daljnovoda .....	92
6.3	Ocena vpliva osnih sil v vodniku na daljnovodne stebre .....	94
6.3.1	Obtežne kombinacije D, E, F, H.....	96
6.3.2	Obtežna kombinacija J .....	98
6.3.3	Obtežna kombinacija K.....	101
6.4	Določitev povosov vodnika za izbiro primernih varnostnih razdalj .....	104
7	ZAKLJUČEK.....	108
VIRI	.....	111

**KAZALO PREGLEDNIC**

Preglednica 1: Lastnosti daljnovodnega vodnika 490-AL1/64-ST1A .....	10
Preglednica 2: Lastnosti posameznih plasti žic v daljnovodnem vodniku .....	10
Preglednica 3: Obtežne kombinacije za projektiranje daljnovodnih konstrukcij, določene v [13] .....	14
Preglednica 4: Primerjava rezultatov dobljenih z različnima načinoma upoštevanja obtežbe $p$ .....	37
Preglednica 5: Primerjava značilnih količin vrvi za predstavljene modele za neraztegljivo vrv .....	38
Preglednica 6: Primerjava značilnih količin neraztegljive vrvi s podporama na različnih višinah .....	39
Preglednica 7: Primerjava značilnih količin neraztegljive vrvi s podporama na istih višinah pri dodatni obtežbi žledu .....	40
Preglednica 8: Primerjava vpliva točkovne sile pri različnih oddaljenostih od podpore $a$ na vodoravno komponento osne sile v vodniku.....	41
Preglednica 9: Primerjava izračunanih osnih sil in njihovih vodoravnih komponent dobljenih z numeričnim modelom z različnim številom končnih elementov ter z zaključenimi formulami za raztegljive vrvi s plitkimi povesi po [16].....	51
Preglednica 10: Primerjava izračunanih osnih sil in njihovih vodoravnih komponent dobljenih z zaključenimi formulami za raztegljive vrvi s plitkimi povesi po [16] z referenčnimi vrednostmi dobljenimi z numeričnim modelom z različnim številom končnih elementov .....	52
Preglednica 11: Primerjava rezultatov zaključenih enačb za idealne vrvi po [16] in rezultatov numeričnega modela s 100 končnimi elementi s 100-krat večjo osno togostjo.....	54
Preglednica 12: Osne sile in njihove vodoravne komponente, izračunane za numerični model s 50 oziroma 200 končnimi elementi pri različnih stopnjah interpolacije .....	55
Preglednica 13: Primerjava značilnih količin, dobljenih z nelinearnim računskim modelom in z zaključenimi enačbami vrvi za različna razmerja $d/l$ .....	61
Preglednica 14: Primerjava rezultatov za različna razmerja $dz/l$ po zaključenih formulah z referenčnimi rezultati dobljenimi s programom Nodi.....	62
Preglednica 15: Primerjava značilnih količin, dobljenih z nelinearnim računskim modelom in z zaključenimi enačbami vrvi po [15] za različne kote veznice med podporama.....	63
Preglednica 16: Primerjava rezultatov za različne kote veznice med podporama po zaključenih formulah po [15] in [16] z referenčnimi rezultati, dobljenimi s programom Nodi..	64
Preglednica 17: Primerjava odziva vodnika na različne primere padca žledu.....	78
Preglednica 18: Rezultati programa Nodi za vodnik preko več polj s podporami na različnih višinah .....	79
Preglednica 19: Odziv vodnika na sredini posameznega polja .....	89
Preglednica 20: Odziv posameznega izolatorja.....	89
Preglednica 21: Odziv posameznega izolatorja pri $t = 1668$ s .....	91
Preglednica 22: Osne sile in njihove komponente v vodniku ob podporah ter v izolatorjih zaradi ne-faktorirane lastne teže .....	95
Preglednica 23: Osne sile in njihove komponente v vodniku ob podporah ter v izolatorjih zaradi ne-faktoriranega žledu.....	96

Preglednica 24: Osne sile v vodniku ob podporah ter v izolatorjih pri kombinacijah D,E,F,in H po prvem načinu računa .....	97
Preglednica 25: Osne sile in njihove komponente v vodniku ob podporah ter v izolatorjih pri kombinacijah D,E,F in H po drugem načinu računa .....	98
Preglednica 26: Osne sile in njihove komponente v vodniku ob podporah ter v izolatorjih pri kombinaciji J po prvem načinu računa .....	99
Preglednica 27: Osne sile in njihove komponente vodniku ob podporah ter v izolatorjih pri kombinaciji J po drugem načinu računa .....	100
Preglednica 28: Osne sile v vodniku ob podporah ter v izolatorjih pri kombinaciji K po prvem načinu računa .....	102
Preglednica 29: Osne sile v vodniku ob podporah ter v izolatorjih pri kombinaciji K po drugem načinu računa .....	102

**KAZALO SLIK**

Slika 1: Prikaz visokonapetostnih daljnovodov leta 2013 in visokonapetostnih daljnovodov načrtovanih do leta 2020 [1].....	1
Slika 2: Različna tipa daljnovodnih stebrov .....	5
Slika 3: Shemi različnih vrst izolatorjev .....	6
Slika 4: Prerez daljnovodnega vodnika [Inštitut za metalne konstrukcije, 2013] .....	7
Slika 5: Definicija začetnega povesa $dz$ .....	8
Slika 6: Primerjava različnih krivulj za opis linije daljnovodnega vodnika .....	9
Slika 7: Sile v izolatorju .....	11
Slika 8: Prikaz obešanja daljnovodnega vodnika.....	12
Slika 9: Žledne cone v Sloveniji [13].....	13
Slika 10: Obravnavani del vrvi s pripadajočo obtežbo in osnimi silami .....	17
Slika 11: Prikaz smernih kosinusov tangente na vrv.....	18
Slika 12: Obravnavani del vrvi s pripadajočo obtežbo in notranjimi silami .....	22
Slika 13: Računski model s podporama na isti višini .....	25
Slika 14: Računski model s podporama na različni višini.....	27
Slika 15: Obravnavani primeri dodatnih obtežb v [15] .....	29
Slika 16: Model vrvi napete preko dveh polj .....	30
Slika 17: Vrv napeta preko več enakih polj, z dodatno obtežbo $P$ v enem polju .....	31
Slika 18: Sile na kosu nosilca, dolžine $\Delta s$ .....	32
Slika 19: Primerjava rezultatov zaključenih enačb modela za plitke povese vrvi in inženirske teorije vrvi z referenčnimi rezultati modela idealne vrvi .....	39
Slika 20: Model vrvi napete preko petih polj s podporami na različnih višinah .....	41
Slika 21: Prikaz počasnega nalaganja obtežbe – polna vrednost je dosežena pri času $t=t_s$ ..	42
Slika 22: Vozlišča, končni elementi in način podpiranja modela vodnika v programu Nodi pri različnem številu končnih elementov .....	44
Slika 23: Primerjava vsote dolžin odsekoma linearnih končnih elementov v odvisnosti od števila končnih elementov z dolžino kvadratne parabole pri plitkih povasih .....	44
Slika 24: Primerjava povosov računskega modela pri različnih vztrajnostnih momentih .....	47
Slika 25: Faktor, s katerim je pomnožena vrednost lastne teže, v odvisnosti od časa .....	48
Slika 26: Grafični vmesnik programa Nodi [4].....	50
Slika 27: Pomen oznak .....	51
Slika 28: Razmerje med največjimi prečnimi in osnimi silami v vodniku pri različnem številu končnih elementov .....	52
Slika 29: Razmerje med največjimi prečnimi in osnimi silami v vodniku pri različnem številu končnih elementov .....	53

Slika 30: Numerično določene osne sile glede na koordinato $x$ pri mreži s 50 končnimi elementi.....	53
Slika 31: Numerično določene prečne sile in upogibni momenti glede na koordinato $x$ pri mreži s 50 končnimi elementi.....	54
Slika 32: Vpliv stopnje interpolacije na največje in najmanjše vrednosti osnih sil pri mreži s 50 končnimi elementi .....	55
Slika 33: Vpliv stopnje interpolacije na največje in najmanjše vrednosti prečnih sil pri mreži s 50 končnimi elementi .....	56
Slika 34: Vpliv stopnje interpolacije na največje in najmanjše vrednosti upogibnih momentov pri mreži s 50 končnimi elementi .....	56
Slika 35: Vpliv stopnje interpolacije na največje skoke vrednosti osnih sil zaradi osciliranja ( $\Delta N$ ) pri mreži s 50 končnimi elementi.....	57
Slika 36: Vpliv stopnje interpolacije na točko računa notranjih sil v kateri se še pojavljajo oscilacije osnih sil pri mreži s 50 končnimi elementi .....	57
Slika 37: Osne sile pri mreži s 50 končnimi elementi in 9. stopnjo interpolacije .....	58
Slika 38: Prečne sile in upogibni momenti pri mreži s 50 končnimi elementi in 9. stopnjo interpolacije .....	58
Slika 39: Osne sile pri mreži s 50 končnimi elementi in 13. stopnjo interpolacije .....	59
Slika 40: Prečne sile in upogibni momenti pri mreži s 50 končnimi elementi in 13. stopnjo interpolacije .....	59
Slika 41: Primerjava oscilacij osnih sil pri numeričnem modelu pri različnem trajanju naraščanja obtežbe do polne vrednosti.....	60
Slika 42: Numerični model daljnovodnega vodnika z različnim številom končnih elementov	61
Slika 43: Primerjava rezultatov dobljenih z zaključenimi formulami po [15] z referenčnimi rezultati po geometrijsko točnem numeričnem modelu.....	62
Slika 44: Vodoravne komponente osne sile dobljene z numeričnim modelov v programu Nodi za različne razpone in različna razmerja $dd/l$ .....	63
Slika 45: Osne sile pri spodnji in zgornji podpori ter vodoravna komponenta osne sile na sredini razpona pri nelinearnem računskem modelu .....	64
Slika 46: Začetni poves vrvi v odvisnosti od razpona za različne zahteve po relativnem dejanskem povesu .....	66
Slika 47: Relativni začetni poves vrvi v odvisnosti od razpona za različne zahteve po relativnem dejanskem povesu.....	67
Slika 48: Faktor, s katerim množimo vrednost lastne teže, v odvisnosti od časa .....	69
Slika 49: Izpis rezultatov iz programa Nodi - spreminjanje notranjih sil na sredini razpona s časom.....	69
Slika 50: Osne sile pri obtežbi z lastno težo ter z dodatno obtežbo žledu pri numeričnem modelu.....	70
Slika 51: Povesi vodnika pri obtežbi z lastno težo ter z dodatno obtežbo žledu pri numeričnem modelu .....	70

Slika 52: Faktor, s katerim množimo vrednost lastne teže, v odvisnosti od časa .....	71
Slika 53: Izpis rezultatov iz programa Nodi – spreminjanje notranjih sil na sredini razpona s časom .....	71
Slika 54: Osne sile po vodoravni koordinati $x$ pri obtežbi z lastno težo, z dodatno obtežbo žledu ter po padcu žledu s celotnega razpona pri numeričnem modelu .....	72
Slika 55: Navpični pomiki vodnika na sredini razpona v časovnem obdobju od $t = 500$ s do $t = 2880$ s .....	72
Slika 56: Razporeditev preostalega žledu .....	73
Slika 57: Izpis rezultatov iz programa Nodi – spreminjanje notranjih sil na sredini razpona s časom za primer i) .....	73
Slika 58: Osne sile pri obtežbi z lastno težo, z dodatno obtežbo žledu ter po padcu žledu v primeru i) .....	74
Slika 59: Povesi vodnika pri obtežbi z lastno težo, z dodatno obtežbo žledu ter po padcu žledu po primeru i) pri času $t = 1606$ s .....	74
Slika 60: Izpis rezultatov iz programa Nodi – spreminjanje notranjih sil na sredini razpona s časom za primer ii).....	75
Slika 61: Osne sile pri obtežbi z lastno težo, z dodatno obtežbo žledu ter po padcu žledu v primeru ii).....	75
Slika 62: Povesi vodnika pri obtežbi z lastno težo, z dodatno obtežbo žledu ter po padcu žledu po primeru ii) pri času $t = 1618$ s .....	76
Slika 63: Izpis rezultatov iz programa Nodi – spreminjanje notranjih sil na sredini razpona s časom za primer iii).....	76
Slika 64: Osne sile pri obtežbi z lastno težo, z dodatno obtežbo žledu ter po padcu žledu v primeru iii) .....	77
Slika 65: Povesi vodnika pri obtežbi z lastno težo, z dodatno obtežbo žledu ter po padcu žledu po primeru iii) pri času $t = 1610$ s.....	77
Slika 66: Geometrija in obtežba vodnika napetega preko več polj s podporami na različnih višinah .....	78
Slika 67: Osne sile za posamezna polja .....	79
Slika 68: Primer različno obteženega vodnika preko več polj .....	81
Slika 69: Začetni in dejanski povesi zaradi obtežbe z lastno težo pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z drsnimi podporami.....	81
Slika 70: Osne sile zaradi obtežbe z lastno težo pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z drsnimi podporami.....	82
Slika 71: Začetni in dejanski povesi zaradi obtežbe z lastno težo in žledom pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z drsnimi podporami .....	82
Slika 72: Osne sile zaradi obtežbe z lastno težo in žledom pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z drsnimi podporami.....	83
Slika 73: Izpis notranjih sil na sredini prvega polja iz programa Nodi [4] pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z drsnimi podporami.....	83

Slika 74: Ovojnice osnih sil pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z drsnimi podporami za krajše časovno obdobje po padcu celotnega žledu.....	84
Slika 75: Graf osnih sil zaradi obtežbe z lastno težo in po padcu celotnega žledu pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z drsnimi podporami pri končnem času računanja.....	84
Slika 76: Izpis notranjih sil na sredini prvega polja iz programa Nodi [4] pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z drsnimi podporami ob razbremenitvi dveh polj .....	85
Slika 77: Ovojnica osnih sil zaradi obtežbe z lastno težo in žledom pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z drsnimi podporami za krajše časovno obdobje po padcu žledu	85
Slika 78: Začetni in dejanski povesi po razbremenitvi 2. in 4. polja pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z drsnimi podporami.....	86
Slika 79: Prikaz modeliranja vpetja vodnika na nosilni steber.....	86
Slika 80: Začetni in dejanski povesi zaradi obtežbe z lastno težo pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z dodatnim končnim elementom, ki predstavlja izolator.....	87
Slika 81: Osne sile zaradi obtežbe z lastno težo pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z dodatnim končnim elementom, ki predstavlja izolator .....	87
Slika 82: Osne sile zaradi obtežbe z lastno težo in žledom pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z dodatnim končnim elementom, ki predstavlja izolator.....	88
Slika 83: Izpis notranjih sil na sredini prvega polja iz programa Nodi [4] pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z dodatnim končnim elementom, ki predstavlja izolator.....	88
Slika 84: Osne sile zaradi obtežbe z lastno težo in po padcu celotnega žledu pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z dodatnim končnim elementom, ki predstavlja izolator ....	89
Slika 85: Izpis notranjih sil na sredini prvega polja iz programa Nodi [4] pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z dodatnim končnim elementom, ki predstavlja izolator, in razbremenitvi 2. In 4. polja .....	90
Slika 86: Osne sile zaradi obtežbe z lastno težo in po padcu žledu z 2. In 4. polja pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z dodatnim končnim elementom, ki predstavlja izolator .....	90
Slika 87: Geometrija obravnavanega daljnovodnega odseka .....	92
Slika 88: Numerični model obravnavanega daljnovodnega odseka.....	93
Slika 89: Osne sile pri obtežbi z ne-faktorirano lastno težo .....	95
Slika 90: Začetna oblika numeričnega modela in pomiki konstrukcije po nanosu lastne teže	95
Slika 91: Osne sile pri obtežbi z ne-faktoriranim žledom .....	96
Slika 92: Faktor, s katerim je pomnožena vrednost lastne teže, v odvisnosti od časa, za obtežne kombinacije D, E, F in H .....	97
Slika 93: Osne sile pri kombinacijah D, E, F in H po drugem načinu računa .....	98
Slika 94: Faktor, s katerim je pomnožena vrednost lastne teže, v odvisnosti od časa, za obtežno kombinacijo J .....	99
Slika 95: Povesi vodnika pri obtežbi z lastno težo in žledom po vseh poljih (J za zatezne stebre) ter pri obtežbi srednjega polja le s polovično vrednostjo žledu (J za nosilne stebre) .....	100

Slika 96: Potek osnih sil v vseh treh poljih pri obtežni kombinaciji J za nosilne stebre po drugem načinu računa .....	101
Slika 97: Faktor, s katerim je pomnožena vrednost lastne teže, v odvisnosti od časa, za obtežno kombinacijo K.....	102
Slika 98: Povesi vodnika pri obtežbi z lastno težo in žledom po vseh poljih (K za zatezne stebre) ter pri obtežbi srednjega polja le z 80% vrednosti žledu (K za nosilne stebre).....	103
Slika 99: Potek osnih sil pri obtežni kombinaciji K za nosilne stebre po drugem načinu računa .....	103
Slika 100: Faktor, s katerim je pomnožena vrednost lastne teže, v odvisnosti od časa, pri obtežni kombinaciji za določitev povesov .....	104
Slika 101: Povesi vodnika pri obtežbi prvega polja z dodatno polovično obtežbo žledu na začetku in po koncu nihanja.....	105
Slika 102: Izpis iz programa Nodi [4] – Graf pomikov vodnika na sredini prvega polja v odvisnosti od časa .....	105
Slika 103: Povesi vodnika pri obtežbi drugega polja z dodatno polovično obtežbo žledu ob padcu žledu in na koncu časovnega intervala .....	106
Slika 104: Povesi vodnika po koordinati $x$ pri obtežbi tretjega polja z dodatno polovično obtežbo žledu na začetku in po koncu nihanja .....	106
Slika 105: Ovojnica največjih povesov vodnika pri obtežbi posameznih polj z lastno težo in s polovično vrednostjo obtežbe žledu .....	107
Slika 106: Varnostna razdalja pravokotno od končne linije vodnika in najmanjše zahtevane višine vpetišč .....	107



## OKRAJŠAVE IN SIMBOLI

$A$	Ploščina prečnega prereza
$A_S$	Strižni prerez
$E$	Elastični modul materiala
$E_0$	Elastični modul srednje žice v vodniku
$G$	Strižni modul materiala
$H$	Vodoravna komponenta osne sile
$I$	Vztrajnostni moment prečnega prereza
$I_0$	Vztrajnostni moment srednje žice v vodniku
$K_i$	Prožnostna konstanta vzmeti pri $i$ -ti podpori
$L$	Dolžina vodnika
$L_e$	Ekvivalentna dolžina vodnika
$L_0$	Začetna dolžina vodnika
$M$	Upogibni moment
$N$	Oсна sila
$N_i$	Oсна sila v $i$ -ti podpori
$N_{Pi}$	Oсна sila na začetku obravnavanega dela vrvi
$P$	Točkovna obtežba
$P_i(x)$	Interpolacijska funkcija
$Q$	Prečna sila
$R_i$	Radij žice v vodniku v $i$ -ti plasti
$R_x$	Vodoravna komponenta rezultante sil v prerezni točki
$R_y$	Navpična komponenta rezultante sil v prerezni točki
$S_i$	Robne točkovne sile v krajiščih končnega elementa
$U_i$	Diskretni vodoravni pomik v $i$ -ti interpolacijski točki
$V$	Navpična komponenta osne sile
$V_D$	Navpična komponenta osne sile v vodniku desno od izolatorja
$V_i$	Navpična komponenta osne sile v $i$ -ti podpori
$V_L$	Navpična komponenta osne sile v vodniku levo od izolatorja
$V_{Pi}$	Navpična komponenta osne sile na začetku obravnavanega dela vrvi
$W_i$	Diskretni navpični pomik v $i$ -ti interpolacijski točki
$a$	Oddaljenost točkovne sile od podpore
$a_V$	Prosti parameter v enačbi verižnice
$d$	Premer vodnika
$d_d$	Trenutna razdalja med temenom vodnika in veznico med podporama
$d_z$	Začetna razdalja med temenom vodnika in veznico med podporama
$\overline{e_x}$	Enotski vektor v smeri koordinatne osi $x$
$\overline{e_y}$	Enotski vektor v smeri koordinatne osi $y$
$f$	Faktor vpliva žledne cone
$g$	Težnostni pospešek
$g_n$	Linijaska obtežba vodnika zaradi žledu
$g_v$	Linijaska obtežba vodnika zaradi lastne teže
$h$	Višinska razlika med podporama
$l$	Vodoravna razdalja (razpon) med podporama

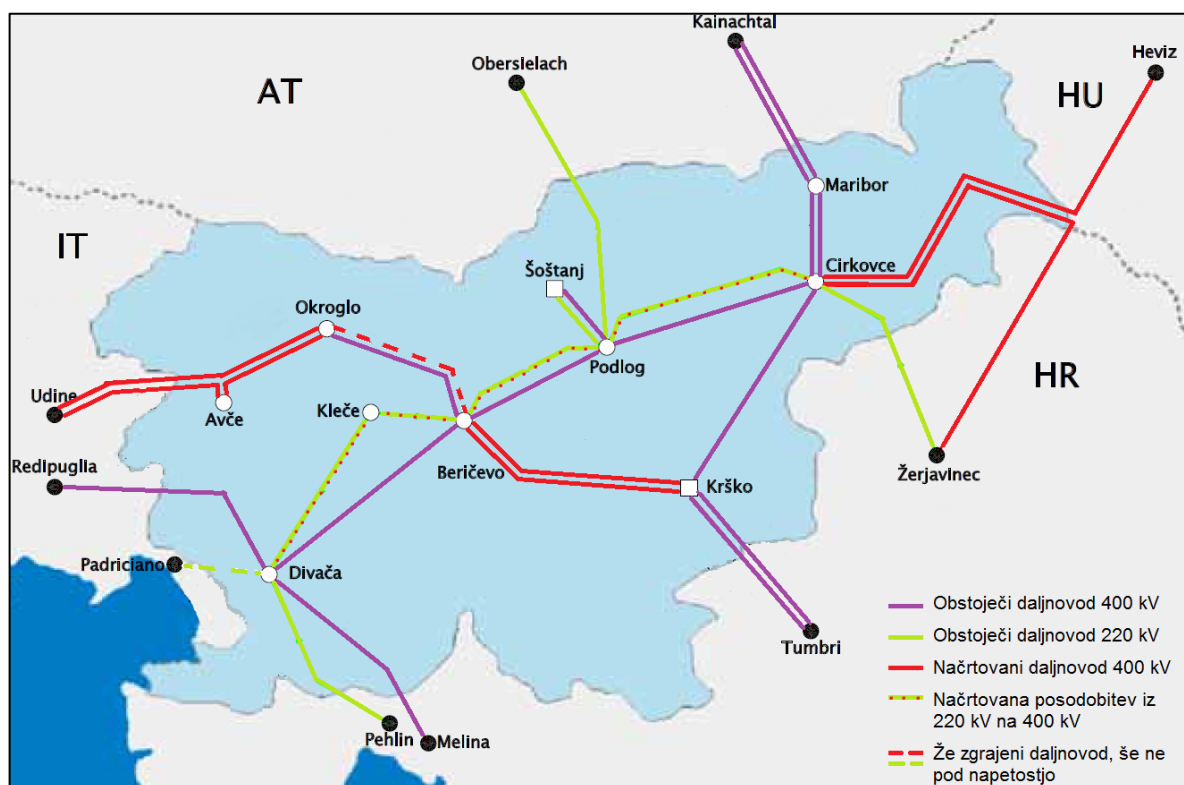
---

$m$	Linijski upogibni moment
$m_V$	Masa vodnika na enoto dolžine
$n_p$	Število polj
$p$	Porazdeljena obtežba na nadomestni konstrukciji
$p_{dod}$	Dodatna porazdeljena obtežba vodnika po veznici med podporama
$q$	Porazdeljena obtežba na enoto dolžine vodnika
$s$	Naravni parameter težiščne osi
$u$	Vodoravni pomik težiščne osi
$w$	Navpični pomik težiščne osi
$x, y$	Koordinata
$x_0$	Vodoravna koordinata v temenu linije vodnika
$y_0$	Navpična koordinata v temenu linije vodnika
$y_1$	Navpična koordinata leve podpore
$y_2$	Navpična koordinata desne podpore
$\Phi_i$	Diskretni zasuk prečnega prereza v $i$ -ti interpolacijski točki
$\alpha$	Kot med vodoravno osjo in veznico med podporama
$\beta$	Kot tangente na vrh
$\gamma$	Strižna deformacija
$\varepsilon$	Osna deformacija
$\varphi$	Zasuk prečnega prereza
$\varphi_0$	Začetni zasuk prečnega prereza
$\kappa$	Ukrivljenost oziroma upogibna deformacija
$\nu$	Poissonovo število
$\rho$	Gostota

## 1 UVOD

### 1.1 Predmet diplomskega dela

V sodobnem svetu ima električna energija pomembno vlogo, saj se brez nje marsikatero dejavnosti ne da opravljati. Elektroenergetsko omrežje mora zagotoviti zanesljivo in zadostno dobavo električne energije vedno več porabnikom. Od tu izhaja potreba po postavitvi novih ter rekonstrukciji starih visokonapetostnih daljnovodnih tras. V Sloveniji je bilo tako leta 2011 že 508 km 400 kV daljnovodov, 328 km 200 kV daljnovodov ter kar 2542 km 110 kV daljnovodov, do leta 2020 pa je načrtovanih 12 večjih posodobitev omrežja [1].



Slika 1: Prikaz visokonapetostnih daljnovodov leta 2013 in visokonapetostnih daljnovodov načrtovanih do leta 2020 [1]

Razvijalo pa se ni le elektroenergetsko omrežje, ampak tudi metode za analizo in projektiranje konstrukcij. Pri projektiranju daljnovodnih stebrov uporabljamo računalniške programe, ki temeljijo na metodi končnih elementov, kar omogoča hitrejši in natančnejši izračun odziva konstrukcije. Na področju analize daljnovodnih vodnikov ter njihovega vpliva na stebre pa še vedno prevladujejo preprosti računski modeli.

Sile, ki zaradi projektnih vplivov nastanejo v daljnovodnih vodnikih so precej manjše od projektne nosilnosti vodnikov, saj so le-ti dimenzionirani glede na električne zahteve. Za čim manjše izgube električne energije je namreč pomemben čim manjši upor daljnovodnega vodnika, le-ta pa se manjša z večanjem njegovega prereza, zato so dimenzije vodnikov večje, kot zahteva dimenzioniranje na projektno obtežbo. Pri sodobnem načrtovanju daljnovodnih stebrov želimo čim boljše poznati obnašanje daljnovodnih vodnikov ob statični in dinamični obtežbi. Le tako lahko dovolj dobro ocenimo vpliv vodnikov na stebre. Običajno so statične in kinematične količine v vodniku izračunane z uporabo poenostavljenih zaključenih

enačb, v katerih je zanemarjena upogibna togost vodnika in vpliv nelinearnosti. Pomembna zahteva pri daljnovodnih vodnikih je največji dovoljeni povprečni vodnik v polju med dvema stebroma, določen na podlagi najmanjših dovoljenih oddaljenosti vodnika od elementov v okolici. V poenostavljenih enačbah je zanemaren več dejavnikov, ki lahko pomembno vplivajo na odziv vodnikov, kot so vpliv deformirane lege na ravnotežje, spreminjanje obtežbe s časom, majhna, vendar ne-ničelna upogibna togost, pa tudi sama izvedba daljnovodov, kjer se pojavljajo različni tipi stebrov in zasuk izolatorjev.

Pri uporabi poenostavljenih modelov se vedno sprašujemo o območju veljavnosti poenostavitve. Poleg tega nas zanima več značilnih pojavov pri daljnovodnih vodnikih, ki bi jih radi dovolj natančno opisali. Eden takšnih pojavov je žled, ki pomeni dodatno obtežbo, hkrati pa padci žledu z dela ali s celotnega polja daljnovoda povzročijo dinamični odziv konstrukcije. Zanimiv je tudi vpliv modeliranja podpor, kjer lahko upoštevamo tudi vpliv izolatorjev kot konstrukcijskih elementov.

V diplomski nalogi je z zaključenimi enačbami in numeričnimi metodami analizirano in opisano obnašanje vodnikov velikih razponov pod statično in dinamično obtežbo. Analiza izvedena v okviru diplomske naloge je omejena na ravninski primer. To ustreza odseku daljnovodne trase med dvema stebroma zateznega tipa, ki je obremenjen z vplivi lastne teže, žledu, temperaturnih sprememb ali s kombinacijo omenjenih vplivov, ne pa tudi z vplivom vetra. Rezultati izvedene analize lahko predstavljajo osnovo za nadaljnje raziskovalno delo na tem področju.

## 1.2 Vsebina diplomskega dela

Osrednji predmet diplomske naloge je analiza daljnovodnih vodnikov, zato so na začetku predstavljene njihove materialne in geometrijske lastnosti. Poleg vodnikov so zaradi modeliranja podpor na kratko predstavljeni tudi ostali elementi daljnovodne konstrukcije (temelji, stebri in izolatorji) ter za boljše razumevanje nekaj značilnosti obnašanja daljnovodne konstrukcije kot celote.

Sledi predstavitev problematike natančne geometrijsko nelinearne analize daljnovodnih vodnikov, do katere pride zaradi upoštevanja majhne upogibne togosti vodnika, ki je ena njegovih glavnih materialnih značilnosti. Le-ta ima tudi velik vpliv na izbiro primerne postopka modeliranja daljnovodnega vodnika in metode analize. Pri pregledu in primerjavi obstoječih zaključenih enačb in numeričnih metod za analizo vodnikov je poudarek na predpostavkah, prednostih ter pomanjkljivostih posameznih metod.

V nadaljevanju so najprej podrobneje predstavljene zaključene enačbe za analizo daljnovodnih vodnikov, ki predpostavijo majhne pomike in zasuke ter tako majhne upogibne togosti, da lahko ustrezno reduciramo vodilne enačbe. Te enačbe so uporabljene na posameznih primerih daljnovodnih odsekov, ki so kasneje obravnavani tudi z numeričnimi metodami. Numerični model temelji na dinamični formulaciji Reissnerjeve geometrijsko točne teorije ravninskih nosilcev [2]. Za modeliranje je uporabljeno programsko orodje Nodi [4], avtorjev Zupan in Saje, ki je izdelano v programskem okolju Matlab [3]. V tem modelu upoštevamo točne zveze med pomiki, zasuki in deformacijami ter majhne vendar ne-ničelne upogibne togosti nosilca. V delu primerjamo različne računske modele in opozorimo na omejitve veljavnosti rešitev, ki temeljijo na predpostavljenih majhnih pomikih in zasukih. S

sodobnimi numeričnimi metodami analiziramo vodnike tudi ob veliki in časovno spremenljivi zunanji obtežbi.

V diplomski nalogi analiziramo tudi dejanski odsek daljnovoda. Uporabljeni so geometrijski podatki iz montažnih tabel, prikazana pa je še določitev največjih dovoljenih povosov v poljih na podlagi veljavnih standardov. Dobljene notranje sile pri statični obtežbi so primerjane z največjimi notranjimi silami iz montažnih tabel, analiza pa je izvedena tudi za različne primere dinamične obtežbe.

Med pomembnejšimi cilji naloge je dinamična analiza vodnikov, saj se zaradi različnih vremenskih pojavov (led, sneg, veter) pogosto srečamo z obnašanjem konstrukcij, ki jih ne zmoremo dovolj natančno opisati s statičnimi računskimi modeli. Boljše poznavanje odziva električnih vodnikov pri visokonapetostnih daljnovodih z velikimi razponi lahko pripomore k boljši oceni obtežb, ki delujejo na preostalo daljnovodno konstrukcijo zaradi vpliva vodnikov.

## 2 DALJNOVOD

Nadzemni električni vod ali na kratko daljnovod je konstrukcija, ki omogoča prenos električne energije od elektrarne do porabnika. Zaradi zmanjševanja izgub prenos preko večjih razdalj poteka po visokonapetostnih daljnovodih (400 kV, 220 kV in 110 kV) do transformatorskih postaj, od tam naprej pa po srednje (od 1 kV do 45 kV) in nizkonapetostnih (do 1 kV) daljnovodih do porabnika. Daljnovod je sestavljen iz temeljev, stebrov, izolatorjev in vodnikov. Njihove dimenzije so med drugim odvisne tudi od velikosti napetosti in kapacitete prenosa električne energije. Največje dimenzije in največje notranje sile se pojavijo pri visokonapetostnem daljnovodu, zaradi česar se nadaljnja analiza omeji nanj oziroma na vodnike, primerne za visokonapetostne daljnovode.

### 2.1 Predpisi in standardi

V Sloveniji projektiranje visokonapetostnih daljnovodov obravnava standard SIST EN 50341-1:2002 Nadzemni električni vodi za izmenične napetosti nad 45 kV – 1. del: Splošne zahteve – Skupna določila, z normativnim nacionalnim dodatkom SIST EN 50341-3-21:2009 Nadzemni električni vodi za izmenične napetosti nad 45 kV - 3-21. del: Nacionalna normativna določila (NNA) za Slovenijo (na podlagi SIST EN 50341-1:2002). Prvi omenjeni standard je v veljavi do leta 2016, hkrati z njim pa od 1. marca 2013 velja tudi SIST EN 50341-1:2013 Nadzemni električni vodi za izmenične napetosti nad 1 kV - 1. del: Splošne zahteve - Skupna določila, ki združuje prej ločena standarda za srednje in visokonapetostne daljnovode.

V standardu [5] je v točki 3.3 določeno, da se daljnovode projektira na mejna stanja nosilnosti in na mejna stanja obratovalne uporabnosti. Konstrukcije, podpore in obtežbe moramo primerno modelirati glede na različne projektne situacije in obtežbe ter dokazati, da z uporabo projektnih vrednosti (za vplive ter za materialne in geometrijske lastnosti) mejna stanja niso prekoračena. Medtem ko so projektne vrednosti za posamezne elemente daljnovoda ter kombinacije vplivov natančno določene, pa izbira primerne načina modeliranja konstrukcije ostaja prepuščena projektantu.

### 2.2 Opis objekta

#### 2.2.1 Elementi

##### 2.2.1.1 Daljnovodni stebri

Najbolj opazni elementi daljnovoda so daljnovodni stebri. Pri visokonapetostnem daljnovodu so stebri običajno jeklene palične konstrukcije, standard [5] pa dovoljuje tudi jeklene in lesene drogove ter betonske stebre. Za palice pri paličnih konstrukcijah stebrov se uporabljajo jekleni kotniki, ki so med seboj spojeni z vijačnimi spoji. Višina stebrov je odvisna od zahtevane oddaljenosti vodnikov od elementov v okolici. Značilno obliko daljnovodnim stebrom dajejo konzole, katerih število je odvisno od števila vodnikov, ki jih steber nosi. Dolžino konzol določajo zahteve po oddaljenosti vodnikov od središča stebra.

Glede na način prevzemanja obtežbe, ki se nanje prek izolatorjev prenese z vodnikov, se daljnovodni stebri delijo na dva tipa: zatezni stebri in nosilni stebri. Pri nosilnih stebrih je na

konzolo členkasto pritrjen izolator, nanj pa je spet členkasto pritrjen vodnik, ki se iz enega polja preko pritrditve na izolator nadaljuje v drugo polje. Če sta vodoravni komponenti osne sile v vodniku v poljih pred in za stebrom enako veliki, se zaradi nasprotnih smeri uravnovežita, izolator visi navpično navzdol in steber prevzame le navpično komponento osne sile. Vzrok temu je izvedba izolatorja, ki deluje kot palica in prevzame le osno silo, kar pomeni, da se bo izolator vedno zasukal v smer rezultante osnih sil iz obeh polj. Navpična lega izolatorja je značilna za vodnik obtežen z lastno težo. Kadar vodoravni komponenti osne sile v vodniku v obeh poljih nista enaki, se izolator zavrti iz navpične lege.

Pri zateznih stebrih je daljnovodni vodnik iz enega polja členkasto pritrjen na izolator, le ta pa spet členkasto na konzolo stebra. Iz drugega polja je vodnik prav tako pritrjen na steber, vendar preko drugega izolatorja, zato zatezni steber prevzame tako navpično kot vodoravno komponento osne sile v vodnikih iz obeh polj. Kot posledica te delitve nosilni stebri niso dimenzionirani na vodoravno obtežbo zaradi enakomerno obremenjenih vodnikov, zatezni stebri pa so, zaradi česar imajo zatezni stebri močnejšo konstrukcijo.



a) zatezni steber [Inštitut za metalne konstrukcije, 2013]



b) nosilni steber [Inštitut za metalne konstrukcije, 2013]

Slika 2: Različna tipa daljnovodnih stebrov

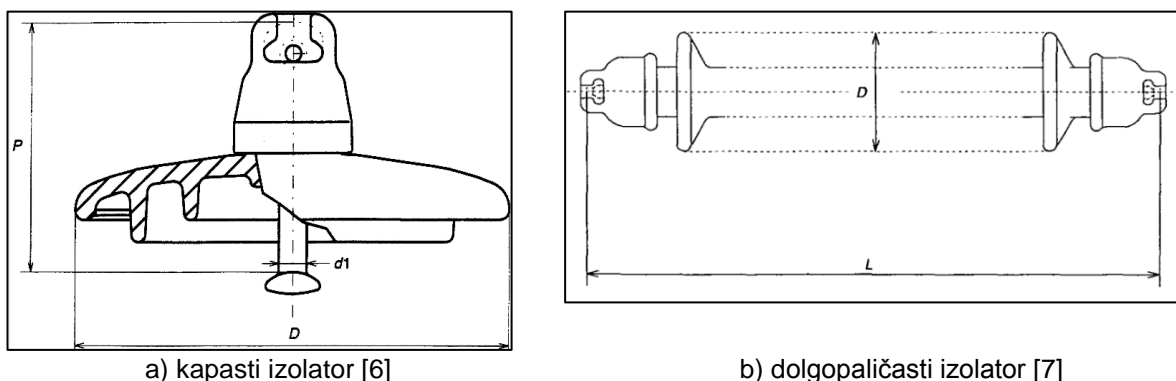
Palična konstrukcija stebra ni absolutno toga, temveč je različno podajna tako v čelni in bočni smeri, kot tudi torzijsko. Določitev togosti stebra bi zahtevala podrobnejše modeliranje konstrukcije stebra, kar presega obseg diplomske naloge. Zatezne stebre smo zato pri predstavljeni analizi daljnovodnih vodnikov modelirali z nepomičnimi členkastimi podporami, nosilne stebre pa smo bili modelirali na dva načina: prvič s členkastimi podporami, ki so pomične v vodoravni smeri, in drugič z nepomičnimi členkastimi podporami ter vmesnimi izolatorji.

### 2.2.1.2 Temelji daljnovodnih stebrov

Armiranobetonski temelji daljnovodnih stebrov prenašajo obtežbo iz stebrov na temeljna tla. Temelji so lahko kompaktni, kar pomeni, da na enem temelju stojijo vse štiri noge stebra, lahko pa so razčlenjeni, tako da vsaka noga stoji na svojem temelju. Kompaktni temelji so bolj obremenjeni s prevrtnim momentom, razčlenjeni pa bolj s tlačno in izvlečno silo [5].

### 2.2.1.3 Izolatorji

Izolatorji so elementi, ki povezujejo daljnovodne vodnike in stebre ter, kot je razvidno že iz njihovega imena, izolirajo stebre od električnega toka v vodnikih. Izolatorji se delijo na več vrst, in sicer na kapaste, dolgopaličaste ter eno- ali večdelne podporne izolatorje. Osnovni materiali za izolatorje so steklo, keramika in kompoziti.



Slika 3: Shemi različnih vrst izolatorjev

Več kapastih ali dolgopaličastih izolatorjev se sestavi v izolatorske verige, ki, zaradi členkaste povezave med posameznimi izolatorji, prevzamejo le osno silo. Največja osna sila, ki jo izolatorji prevzamejo, je zato tudi edina mehanska lastnost, ki jo podajata standarda za izolatorje: SIST EN 60305 [6] za kapaste in SIST EN 60433 [7] za dolgopaličaste izolatorje. Vse ostale zahteve za izolatorje so električne in geometrijske narave.

Členkasta sestava izolatorske verige pri priključku vodnikov na zatezne stebre povzroči, da se izolatorska veriga obnaša podobno kot vrv in se zaradi vpliva osne sile v priključenem vodniku ukrivi kot nekakšen podaljšek vodnika. Posledično je bilo pri modeliranju privzeto, da se na zatezne stebre vodnik priključi neposredno, brez vmesnega izolatorja. Pri povezavi vodnika z nosilnim stebrom pa so izolatorji modelirani kot elementi z majhno upogibno in veliko osno togostjo, kar ustreza njihovemu obnašanju v naravi.



#### 2.2.1.4 Daljnovodni vodniki

Električna energija se od elektrarne do porabnika prenaša po daljnovodnih vodnikih. Razdalje, ki jih je potrebno premostiti, so zelo velike, kar povzroči veliko upornost vodnika, saj se upornost z dolžino upornika povečuje in posledično vodi v velike izgube električne energije zaradi pretvarjanja le-te v toplotno energijo. Za zmanjšanje upornosti vodnika je potrebno povečati njegov prerez [8]. Ob primernem dimenzioniranju vodnika glede na električne zahteve zato pride do predimenzioniranja vodnika glede na zahteve za prevzem obtežbe.

Vodnik je sestavljen iz več plasti žic, ki so v koncentričnih krogih navite ena okoli druge. Plasti žic so lahko samo iz aluminija ali pa so iz aluminija le zunanje plasti žic, notranje pa so jeklene. Žice so navite tako, da je vsaka plast orientirana v nasprotno smer od prejšnje. Zunanja plast žic mora biti, v kolikor ni drugače določeno, orientirana v desno, kar pomeni, da pri navpičnem vodniku žice potekajo navzgor od leve proti desni. Poleg tega mora biti, gledano iz središča vodnika navzven, vsaka navita plast žic nagnjena enako ali bolj kot prejšnja. Prostor med plastmi žic je lahko zaradi dodatne zaščite pred korozijo zapolnjen z mastjo.



Slika 4: Prerez daljnovodnega vodnika [Inštitut za metalne konstrukcije, 2013]

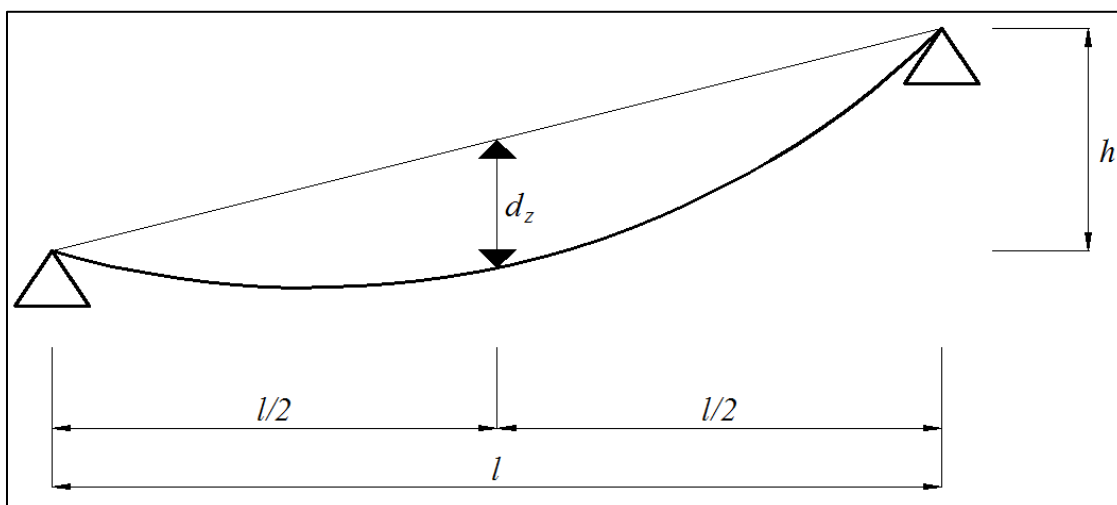
Zaradi opisane zgradbe se vodnik obnaša podobno kot vrh. Njegova upogibna togost je zelo majhna. Eksperimentalno določena izraza za zgornjo in spodnjo mejo upogibne togosti vodnika [9] sta podana v enačbah (1) in (2). Zgornja meja je določena glede na prerez, v katerem so vse žice togo spojene med seboj in zato delujejo kot celota z eno nevtralno osjo, spodnja pa glede na prerez, v katerem vsaka žica deluje posebej in ima vsaka žica zase nevtralno os. Ker niti prva niti druga predpostavka za opisani prerez nikoli nista točni, je prava vrednost upogibne togosti nekje vmes.

$$(EI)_{max} = E_0 I_0 + \sum_{i=1}^{\tilde{m}} m_i A_i E_i \frac{\left(\frac{R_i^2}{2} + r_i^2\right)}{2} \sin^3 \gamma_i \quad (1)$$

$$(EI)_{min} = E_0 I_0 + \sum_{i=1}^{\tilde{m}} m_i E_i I_i \frac{\sin \gamma_i}{(2 + \nu \cos^2 \gamma_i)} \quad (2)$$

V zgornjih enačbah indeks  $i$  pomeni številko plasti, v kateri se žica nahaja,  $\tilde{m}$  je število vseh plasti žic,  $r_i$  je oddaljenost plasti od središča,  $R_i$  pa polmer žic v  $i$ -ti plasti. Kot  $\gamma_i$  predstavlja kot, pod katerim je navita posamezna plast žic. Ta kot povzroči, da je prečni prerez vodnika sestavljen iz ne popolnoma krožnih prereзов žic. Indeks  $0$  pomeni sredinsko žico v prerezu vodnika,  $E$ ,  $I$  in  $A$  pa so elastični modul, vztrajnostni moment in površina prereza posamezne žice, v kolikor imajo zraven indeks plasti. Če indeksa nimajo, veljajo za celoten prerez vodnika.

Zaradi majhne upogibne togosti v vodniku prevladujejo natezne osne sile. Da lahko vodnik z njimi prevzame prečne obremenitve, se mora prilagoditi s primerno obliko krivulje. Kadar je vodnik obremenjen le z lastno težo oziroma z drugimi linijskimi obtežbami, ki delujejo po dolžini vodnika v smeri gravitacije, je približna oblika, ki jo zavzame težiščna os opisana s krivuljo imenovano verižnica. Verižnica temelji na hiperboličnem kosinusu, enačbo zanjo pa so leta 1691 zapisali Leibniz, Huygens in Johan Bernoulli [9]. V enačbi (3) je podana enačba verižnice [10] s temenom v točki (0,0). Parameter  $a_V$  vpliva na navpično razdaljo od temena verižnice do veznice med izbranimi krajiščema verižnice. Ta razdalja je na sredini razpona v nadaljevanju imenovana kar začetni povese in označena s simbolom  $d_z$ , tudi kadar so uporabljene druge krivulje za opis začetne linije vodnika, če podpore niso na isti višini in če teme ni na sredini razpona.



Slika 5: Definicija začetnega povesa  $d_z$

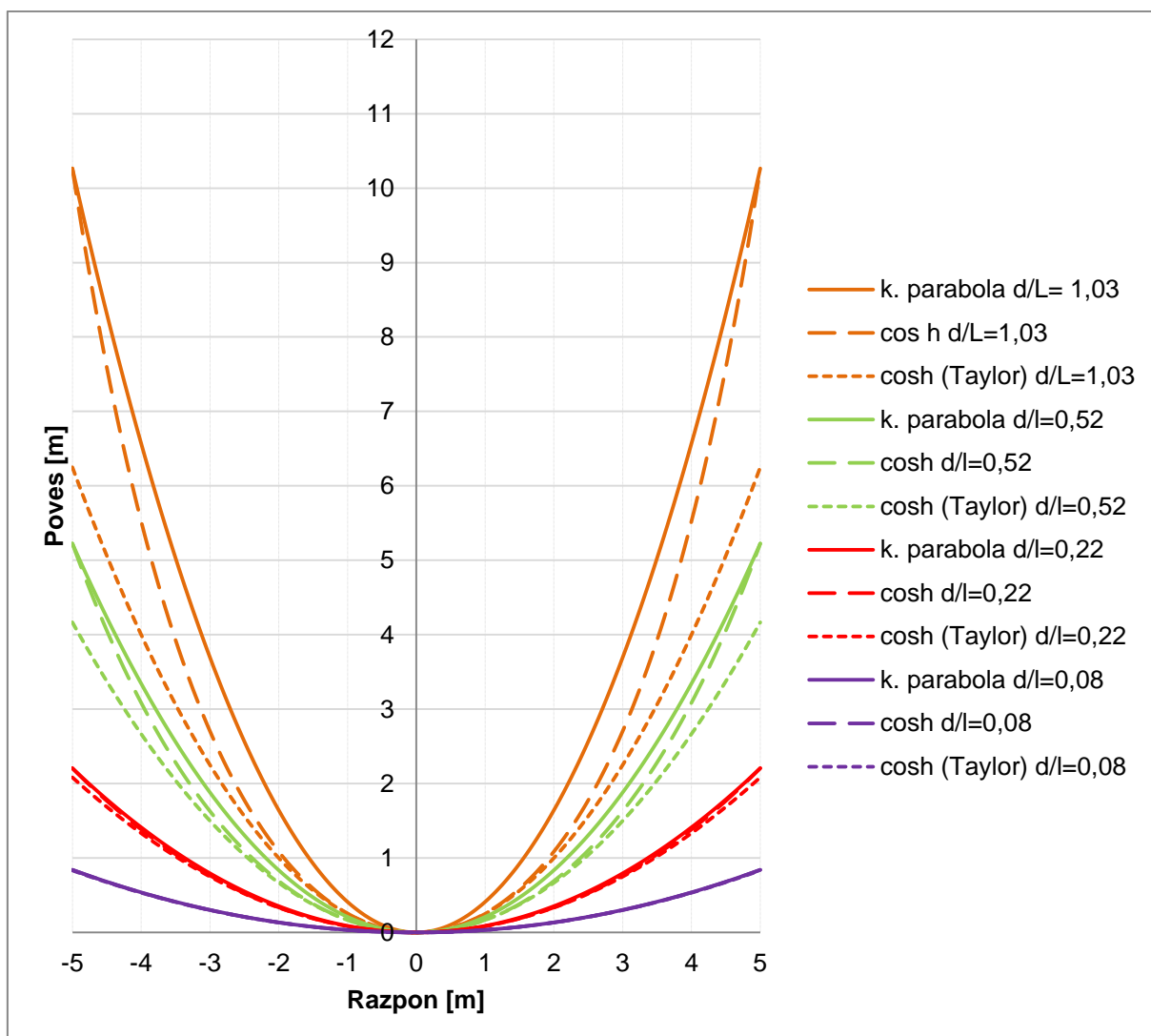
$$y(x) = a_V \cdot \cosh\left(\frac{x}{a_V}\right) - a_V \quad (3)$$

V primeru obremenitve z linijsko obtežbo v smeri gravitacije v nasprotni smeri navpične osi pa je približna oblika, ki jo vodnik zavzame, kvadratna parabola. Le-to dobimo, če funkcijo hiperboličnega kosinusa razvijemo v Taylorjevo vrsto po  $x$  okoli točke  $x = 0$  in upoštevamo le prva dva člena (enačba (4)). Pri majhnih razmerjih povesa proti razponu sta ti dve krivulji zelo podobni, pri večjih razmerjih pa se najbolj očitno razlikujeta v velikosti povesa, kar je prikazano na grafu na sliki 6.

$$y(x) = a_V \cdot \left( 1 + \frac{\left(\frac{x}{a_V}\right)^2}{2!} \right) - a_V = \frac{x^2}{2a_V} \quad (4)$$

Za boljšo predstavo o različnosti oziroma podobnosti oblike kvadratne parabole in verižnice je na grafu označena tudi funkcija kvadratne parabole, zapisana z enačbo (5), ki ima enak poves kot primerjana funkcija hiperboličnega kosinusa. Tudi oblika te funkcije se pri majhnih razmerjih povesa in razpona zelo približa verižnici.

$$y(x) = \left( \frac{a_V \cdot \cosh\left(\frac{x_{max}}{a_V}\right) - a_V}{x_{max}^2} \right) x^2 \quad (5)$$



Slika 6: Primerjava različnih krivulj za opis linije daljnovodnega vodnika

Pri visokonapetostnih daljnovodih je razmerje povesa proti razponu običajno nekje do 0,05, kjer se verižnica in kvadratna parabola po obliki le malo razlikujeta. Vendar pa vodnik ni neraztegljiv. Poleg raztezka samega materiala se žice v plasteh pri vnosu osne sile nekoliko

prerazporedijo in dolžina vodnika se poveča. To je še posebej opazno pri manjših povasih, kjer se pojavijo večje osne sile. Pri opisu oblike vodnika prav tako niso upoštevana odstopanja pri vpetju vodnika v izolatorje, do katerih pride, ker vpetje ni točkovno. Verižnica in kvadratna parabola sta tako le približka prave oblike vodnika v razponu.

Vodnik, ki se v Sloveniji najpogosteje uporablja za visokonapetostne daljnovode je 490-AL1/64-ST1A oziroma po starih oznakah Al/Fe 490/65. V nadaljevanju so zato uporabljene njegove materialne lastnosti, povzete po [11].

Preglednica 1: Lastnosti daljnovodnega vodnika 490-AL1/64-ST1A

	490-AL1/64-ST1A		
	Aluminijaste žice	Jeklene žice	Celoten vodnik
Prerez	490,3 mm <sup>2</sup>	63,6 mm <sup>2</sup>	553,8 mm <sup>2</sup>
Premer	Vsaka 3,40 mm	Vsaka 3,40 mm	30,6 mm
Število žic	54	7	61
Masa na enoto dolžine	-	-	1852,9 kg/km
Skupni elastični modul	-	-	70000 N/mm <sup>2</sup>
Ocenjena trdnost	-	-	150,81 kN
Koeficient linearnega raztezka	-	-	0,0000193 K <sup>-1</sup>
Upornost	-	-	0,0590 Ohm/km
Maksimalni tok	-	-	1020 A

Za oceno upogibne togosti po enačbah (1) in (2) je potrebno poznati tudi lastnosti posameznih plasti [11], ki so podane v preglednici 2. Za Poissonovo število je bila v vseh plasteh uporabljena vrednost 0, za elastični modul pa skupni elastični modul 70000 N/mm<sup>2</sup>. Prerez posamezne žice ter njen vztrajnostni moment sta bila izračunana po enačbah za prerez in vztrajnostni moment kroga [12].

Preglednica 2: Lastnosti posameznih plasti žic v daljnovodnem vodniku

Plast	Material	Število žic	Polmer plasti $r_i$ [m]	Stopnja nagiba $\tan \gamma_i$
1	Jeklo	1	-	-
2	Jeklo	6	0,0034	19
3	Aluminij	12	0,0068	15
4	Aluminij	18	0,0132	13
5	Aluminij	24	0,0166	11,5

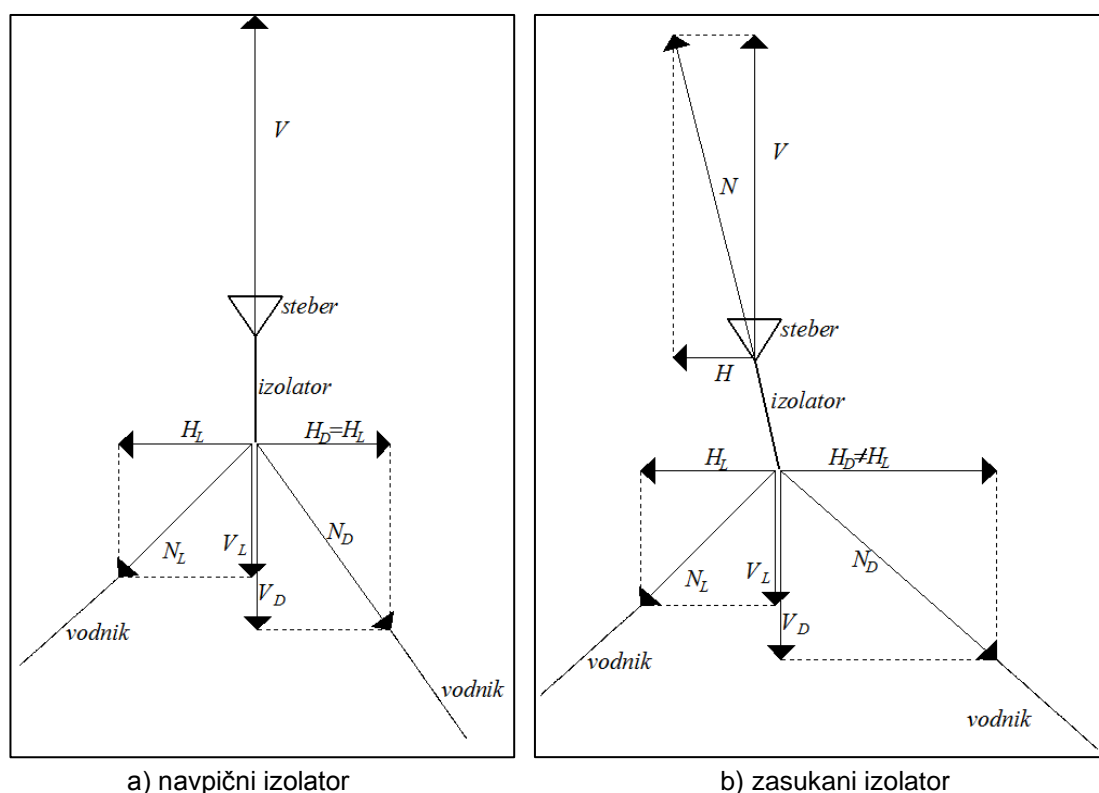
Z deljenjem zgornje in spodnje meje upogibne togosti s skupnim elastičnim modulom sta bili izračunani zgornja in spodnja meja vztrajnostnega momenta prereza vodnika. Vztrajnostni moment prereza vodnika, ki je upoštevan v nadaljevanju, je bil izbran kot 1% največjega možnega vztrajnostnega momenta, kar znaša  $4,701 \cdot 10^{-10} \text{ m}^4$ . To vrednost smo izbrali, ker je večja od vrednosti najmanjšega možnega vztrajnostnega momenta (katere vodnik nikoli ne doseže), hkrati pa smo se želeli približati zanemarljivo majhni upogibni togosti, pri kateri še ne bi prihajalo do težav zaradi numerične občutljivosti računskih metod.

$$I_{max} = \frac{(EI)_{max}}{E} = \frac{3290,68 \text{ m}^4}{7 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2} = 4,701 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4 \quad (6)$$

$$I_{min} = \frac{(EI)_{min}}{E} = \frac{14,19 \text{ m}^4}{7 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2} = 2,028 \cdot 10^{-10} \text{ m}^4 \quad (7)$$

## 2.2.2 Statična zasnova

Daljnovode statično obravnavamo po odsekih. En odsek predstavljajo polja in stebri med dvema zaporednima zateznima stebroma. Vodnik deluje kot vrv, zato obtežbe prevzame le z nateznimi osnimi silami. Ker je oblika vodnika podobna paraboli, ima osna sila v vodniku pri vpetju na izolator tako navpično kot vodoravno komponento. V začetnem stanju, ko so izolatorji pri nosilnih stebrih navpični, vse vodoravne sile (in svoj del navpičnih sil) prevzameta zatezna stebra, pri katerih so izolatorji zaradi osne sile v vodniku že zavrti v tak položaj, da lahko le z osno silo prenesejo tudi vodoravno komponento osne sile iz vodnika na steber. Nosilni stebri prevzamejo le navpične sile. Pri različnih vodoravnih komponentah osnih sil v vodniku v sosednjih poljih pa se za prevzem razlike vodoravnih komponent osnih sil tudi izolatorji pri nosilnih stebrih zavrtijo v smeri rezultante osnih sil iz obeh polj ter s tem omogočijo, da se tudi preko njih prenese vodoravna komponenta osne sile iz vodnika na steber.



Slika 7: Sile v izolatorju

Steber je poleg obtežbe, ki jo povzročajo vodniki, obremenjen tudi z lastno težo, ter vetrom in žledom, ki pa zaradi palične konstrukcije stebra in posledično majhne površine, na katero lahko delujeta, nimata velikega vpliva. Vse obtežbe se po palični konstrukciji stebra z osnimi silami prenesejo v armirano betonske temelje in od tam v temeljna tla.

## 2.3 Gradnja

Pri gradnji novega odseka daljnovoda se najprej postavi vse stebre na tem odseku. V armiranobetonske temelje se za vsako nogo stebra zabetonira prvi jekleni profil. Preostanek stebra je iz jeklenih profilov in pločevin zvijačen na gradbišču. Ko je sestavljen cel steber, se na konce konzol pritrdi izolatorje.

Za analizo daljnovodnih vodnikov je najpomembnejši del gradnje samo obešanje vodnikov na izolatorje, saj so od načina le-tega odvisne začetne napetosti v vodnikih. Obešanje vodnika poteka hkrati v enem zateznem polju. Na spodnji konec vseh izolatorjev se najprej pritrdi kolesa oziroma škripce, čez katere se od prvega do zadnjega stebra napelje »vodilno žico«. Ta je na enem koncu pritrjena na pravi daljnovodni vodnik, na drugem koncu pa se jo navija na »navijalko«. Navija se jo tako dolgo, da preko vseh polj poteka daljnovodni vodnik in da ima slednji v vsakem polju predpisan povos. Z navijanjem se torej v vodnik že med montažo vnaša osno silo. Ko je vodnik dovolj napet, se kolesa pod izolatorji nadomesti s »čolnički«, ki preprečujejo drsenje vodnika iz enega polja v drugega.



a) sidranje vodnikov na začetku zateznega polja [Inštitut za metalne konstrukcije, 2013]



b) napenjanje vodnikov na koncu zateznega polja [Inštitut za metalne konstrukcije, 2013]

Slika 8: Prikaz obešanja daljnovodnega vodnika

## 2.4 Obtežbe

Ločimo dva osnovna pristopa k določanju vplivov na daljnovodno konstrukcijo, in sicer statistični in empirični pristop. V Sloveniji je predpisana uporaba empiričnega pristopa, ki povzema izkušnje iz obstoječih nacionalnih standardov in je opisan v [13]. Na daljnovodne vodnike delujejo naslednji vplivi: lastna teža vodnikov (vključno z letalskimi opozorilnimi krogli in podobnimi elementi), veter, žled ter kombinacija vetra in žleda. V nadaljevanju so vsi vplivi na kratko predstavljeni, podrobnejši postopki po [13], vključno z izračunanimi vrednostmi, pa so podani le za vpliva lastne teže in žledu, ki delujeta v ravnini daljnovodne konstrukcije in sta upoštevana v nadaljnji analizi.

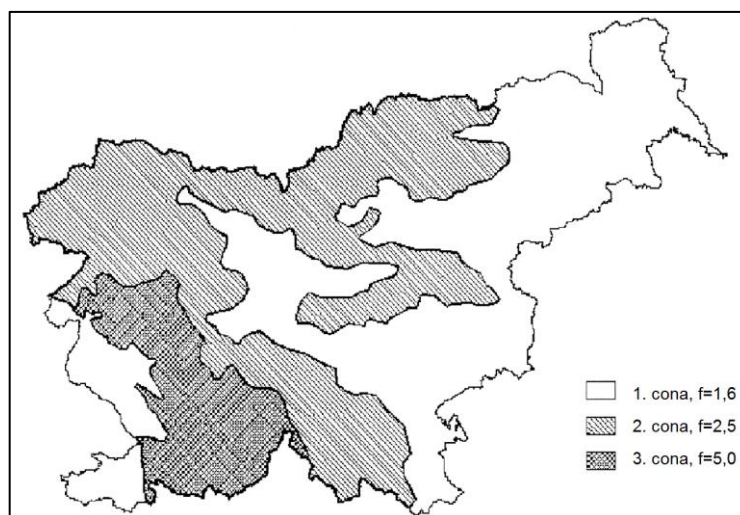
Lastna teža daljnovodnega vodnika, ki je v nadaljnji analizi edina stalna obtežba na vodnik, deluje navpično navzdol enakomerno po dolžini vodnika. Vrednost obtežbe lastne teže je odvisna od prereza vodnika, vendar se je ne more izračunati samo glede na število prepletenih žic, saj so lahko žice protikorozijsko zaščitene z mastjo. Zaradi tega so v [11] podane mase vodnikov na meter, iz katerih se preračuna obtežbo zaradi lastne teže. Za izbrani vodnik 490-AL1/64-ST1A je slednja izračunana v enačbi

$$g_V = m_V \cdot g = 1,8529 \text{ kg/m} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 18,176949 \text{ N/m} . \quad (8)$$

Za silo vetra, ki deluje na daljnovodno konstrukcijo privzamemo, da deluje v globalni vodoravni smeri. Obravnavamo tri smeri, iz katerih piha veter glede na ravnino daljnovoda: prečno na traso (smer Z), vzdolž trase (smer X) in pod kotom  $45^\circ$  na smer trase. Le veter vzdolž trase deluje v ravnini daljnovodne konstrukcije, vendar ima vodnik v tej smeri zanemarljivo majhno površino, zato se veter vzdolž trase ne upošteva pri analizi vodnikov, upošteva pa se pri računu ostalih elementov daljnovodne konstrukcije. Jakost sile vetra na vodnike se določi v odvisnosti od višine daljnovoda, vetrne cone, v kateri se daljnovod nahaja, ter geometrije vodnika in razpona.

Žled nastane, ko se na vodniku naberejo ivje, led ali moker sneg. Obtežba žledu deluje, enako kot lastna teža vodnika, navpično navzdol. Standard predvideva tudi, da deluje enakomerno po celotni dolžini vodnika. Odstopanja od te predpostavke se pojavijo predvsem pri taljenju žledu in posledičnem postopnem odpadanju večjih kosov žledu z vodnika. Enačba za izračun enakomerne dodatne obtežbe (9) upošteva premer vodnika  $d$  (v mm) in s faktorjem  $f$  tudi vpliv žledne cone. Žledna cona je odvisna od preteklih izkušenj z žledom na določenem območju; območja, kjer zaradi žleda še ni bilo poškodb daljnovodnih konstrukcij, spadajo v 1. cono, v 2. cono spadajo območja z manjšimi poškodbami daljnovodov zaradi žleda, v 3. cono pa so tista območja, kjer je žled v preteklosti že povzročil pomembnejše poškodbe na daljnovodih. Za analizo daljnovodnih vodnikov je bila izbrana najneugodnejša žledna cona s faktorjem  $f = 5,0$ .

$$g_n = f \cdot 1,8 \cdot \sqrt{d} = 5,0 \cdot 1,8 \cdot \sqrt{30,6} = 49,7855 \text{ N/m} \quad (9)$$



Slika 9: Žledne cone v Sloveniji [13]

Žled se nabere tudi na izolatorske verige in sicer v 3. žledni coni na izolatorje deluje enakomerno porazdeljena obtežba žledu v velikosti 200 N na tekoči meter izolatorja. Ko se žled nabere okoli vodnika (in drugih delov konstrukcije), močno poveča površino, na katero

lahko deluje veter, zato je potrebno upoštevati tudi kombinacijo obeh obtežb tako, da se izračuna obtežbo vetra z upoštevanjem večjega nadomestnega premera vodnika.

Pri računu dejanskega vodnika čez več polj v poglavju 6 so upoštevane s standardom [13] določene kombinacije vplivov za analizo daljnovodne konstrukcije, ki so relevantne za obtežbo zgolj z lastno težo in žledom. Te kombinacije so D, E, F, H, J in K, in so opisane v preglednici 3, vključno s poenostavitvami zaradi ravninske analize. Kombinacije D, E in F so med seboj enake zaradi neupoštevanja vpliva vetra pri ravninski analizi. Kjer je v kombinacijah predvidena neenakomerna obtežba žledu na različnih straneh stebra, je to najprej izračunano po standardu, tako da so obremenitve vodnikov zaradi posameznih vplivov izračunane brez varnostnih faktorjev ter nato pomnožene z varnostnimi faktorji in enostransko zmanjšane za predpisani delež. Potem pa je neenakomerna obtežba žledu modelirana še z razporeditvijo obtežbe v obliki šahovnice (velikost obtežbe je enaka v vsakem drugem polju), pomnožene z varnostnimi faktorji. Med obema pristopoma je izvedena primerjava. V kombinacijah D, E, F, in H je varnostni faktor za vse neugodne vplive 1,35. Za ugodne vplive ter vse vplive pri kombinacijah J in K je varnostni faktor enak 1,0. Te kombinacije so potrebne predvsem za oceno vpliva sil v vodnikih na preostalo daljnovodno konstrukcijo, saj so, kot smo že omenili, vodniki predimenzionirani glede na projektno obtežbo.

Preglednica 3: Obtežne kombinacije za projektiranje daljnovodnih konstrukcij, določene v [13]

Kombinacija	Vplivi	Opombe
D	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Stalne obtežbe</li> <li>• 30% obtežbe vetra na zaledenele vodnike prečno na traso</li> <li>• Žled</li> </ul>	Zaradi ravninske analize veter ni upoštevan.
E	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Stalne obtežbe</li> <li>• 30% obtežbe vetra na zaledenele vodnike vzdolž trase</li> <li>• Žled</li> </ul>	Zaradi ravninske analize veter ni upoštevan.
F	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Stalne obtežbe</li> <li>• 30% obtežbe vetra na zaledenele vodnike pod kotom 45° glede na traso</li> <li>• Žled</li> </ul>	Zaradi ravninske analize veter ni upoštevan.
H	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Stalne obtežbe</li> <li>• Žled</li> </ul>	Za polje ob zateznem stebri: upoštevana je enostranska polna natezna sila.
J	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Stalne obtežbe</li> <li>• Žled</li> </ul>	Za polje ob zateznem stebri: upoštevana je polna natezna sila na eni strani, na drugi strani je natezna sila zmanjšana za 100%.  Za polje ob nosilnem stebri z enojnimi vodniki: upoštevana je polna natezna sila na eni strani, na drugi strani je natezna sila zmanjšana za 50%.
K	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Stalne obtežbe</li> <li>• Žled</li> </ul>	Za polje ob zateznem stebri: upoštevana je polna natezna sila na eni strani, na drugi strani je natezna sila zmanjšana za 40%.  Za polje ob nosilnem stebri z enojnimi vodniki: upoštevana je polna natezna sila na eni strani, na drugi strani je natezna sila zmanjšana za 20%.



Za račun potrebne oddaljenosti daljnovodnega vodnika od objektov v okolici zgornji primeri niso relevantni. Namesto njih se izvede toliko računov, kot je polj, in sicer tako da so vsa polja obtežena z lastno težo, obravnavano polje pa še s polovično obtežbo žledu [13]. V poglavju 6 je izvedena analiza dejanskega primera vodnika ob hipni razbremenitvi obravnavanega polja vodnika s polne obtežbe žledu na polovično.

### 3 RAČUNSKI MODELI DALJNOVODNIH VODNIKOV

Pri modeliranju daljnovodnih vodnikov upoštevamo njihove poglavitne značilnosti. Dolžina je bistveno večja od dimenzij prečnega prereza, zato za modeliranje zadoščajo linijski modeli. Dodatna značilnost vodnikov je majhna upogibna togost. Računske modele, ki predpostavijo ničelno upogibno togost in ustrezno reducirajo sistem enačb imenujemo modeli vrvi.

Najpreprostejši računski model vrvi je idealna vrv (glej [9], [14], [16]), ki je neraztegljiva v smeri svoje osi ter popolnoma podajna na upogib in torzijo. Tu se omejimo na ravninski model vrvi in najprej izpeljemo enačbe idealne vrvi pod vplivom lastne teže.

Pogosto model neraztegljive vrvi ne opiše dovolj natančno odziva takšne konstrukcije. To še posebej velja za vrvi z relativno majhnim začetnim povесom ( $d_z$ ), kjer se lahko pojavijo velike osne sile. Le-te v naravi povzročijo osne deformacije in v povezavi s tem tudi spremenjen povес, ki mu v nadaljevanju rečemo kar dejanski povес in ga označimo s simbolom  $d_d$ . Teh značilnosti z modelom neraztegljive vrvi seveda ne moremo zajeti. Čeprav je upoštevanje majhnih osnih deformacij dokaj preprosto, zaradi ukrivljene oblike vrvi naletimo na zahtevnejše enačbe. Za zaključene rešitve ob upoštevanju osne raztegljivosti vrvi tako v drugem delu tega poglavja vpeljemo nekaj poenostavitvev, ki olajšajo reševanje enačb.

Poleg enačb vrvi v zaključeni obliki, ki jih izpeljemo iz ravnotežnih enačb z upoštevanjem zgoraj navedenih predpostavk, lahko enačbe vrvi izpeljemo tudi z drugačnimi pristopi. Zelo zanimiv alternativen pristop izbere Kržič [15], ki predpostavi, da so notranje sile v vrvi zelo podobne notranjim silam v sorodnih statično določenih konstrukcijah – prostoležečih in kontinuirnih nosilcih. Na osnovi analitično dobljenih potekov notranjih sil Kržič izrazi geometrijo vrvi za različne obtežne primere. Nekaj tako dobljenih izrazov predstavljamo v tretjem delu tega poglavja.

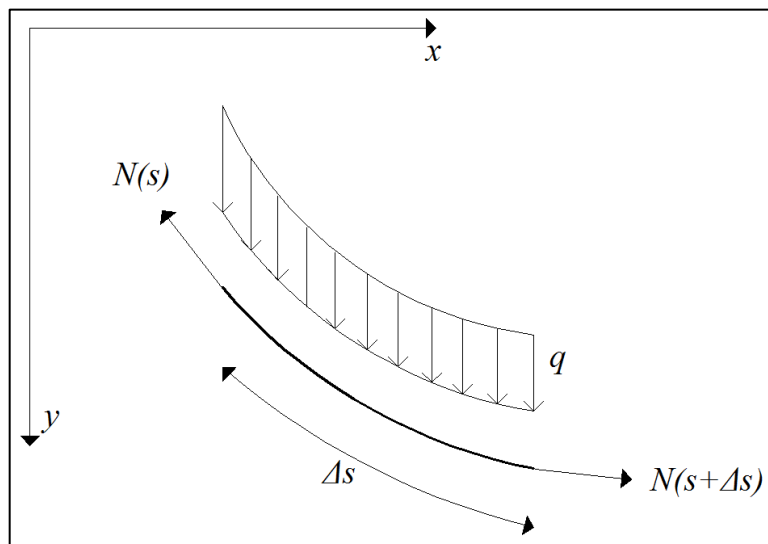
Prednost zgoraj opisanih modelov je v rešljivosti enačb v zaključeni obliki, pomanjkljivost pa v omejeni veljavnosti modela. Sodobnejši računski modeli upoštevajo poljubno velike pomike vrvi, končne deformacije, majhno in vendar ne-ničelno upogibno togost. Zaradi tega enačb ne znamo rešiti v zaključeni obliki, temveč jih rešujemo numerično. Pri numeričnem reševanju lahko veliko težavo predstavlja majhna upogibna togost. V diplomskem delu izmed številnih geometrijsko nelinearnih linijskih modelov nosilca izberemo dinamične enačbe Reisnerjevega nosilca, diskretizirane po Galerkinovi metodi končnih elementov. V delu na kratko predstavimo osnovne enačbe, problem pa modeliramo v programu Nodi [4], v katerega je ta model uspešno implementiran.

#### 3.1 Osno neraztegljiva vrv

Najpreprostejši računski model vrvi, ki ne upošteva osnih raztezkov, nam omogoča, da najdemo ravnotežno lego vrvi zaradi po dolžini vodnika enakomerno porazdeljene obtežbe  $q$  v navpični smeri. Rešitev je dobro znana krivulja – verižnica, ki jo pripisujemo matematikom Leibniz-u, Huygens-u in Johanu Bernoulli-ju [9]. V tem poglavju predstavimo kratko izpeljavo enačbe verižnice iz ravnotežja sil na infinitezimalno majhnem koščku vrvi. Podrobnosti lahko najdemo v številnih virih (na primer [14] in [16]), opozorimo le, da različni avtorji uporabljajo različne koordinatne sisteme in oznake, zato primerjava ni vedno preprosta. V diplomskem delu smo koordinatne sisteme in oznake poenotili. Enačbe so izpeljane v koordinatnem

sistemu  $x$ - $y$ , v katerem os  $y$  kaže navzdol. Tako obtežba kaže v smeri osi  $y$ . V programu Nodi [4], v katerem je bil izdelan numerični model daljnovodnega vodnika, je os  $y$  obrnjena navzgor, kar je kasneje upoštevano pri primerjavi rezultatov.

Obravnavajmo odsek vrvi dolžine  $\Delta s$ , pripadajočo osno silo v vrvi pa označimo z  $\vec{N}(s)$ , kjer je  $s$  naravni parameter težiščne osi vrvi.



Slika 10: Obravnavani del vrvi s pripadajočo obtežbo in osnimi silami

Če zapišemo ravnotežje sil za izbrani odsek (ravnotežje momentov je identično izpolnjeno), sledi

$$\vec{N}(s + \Delta s) - \vec{N}(s) + q \cdot \Delta s \cdot \vec{e}_y = \vec{0}. \quad (10)$$

Zgornjo enačbo nekoliko preuredimo in dobimo

$$\frac{\vec{N}(s + \Delta s) - \vec{N}(s)}{\Delta s} + q \cdot \vec{e}_y = \vec{0}. \quad (11)$$

V limiti, ko gre  $\Delta s$  proti nič, se ulomek iz enačbe (11) približuje odvodu osne sile  $\vec{N}$  v točki  $s$ . Tako dobimo

$$\frac{d\vec{N}}{ds} = -q \cdot \vec{e}_y. \quad (12)$$

Zgornjo vektorsko diferencialno enačbo zapišemo v komponentni obliki, pri čemer upoštevamo, da je

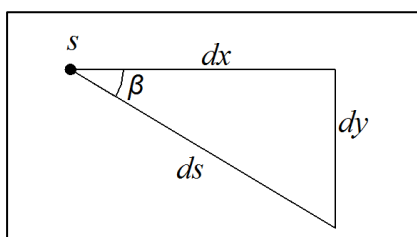
$$\vec{N} = H \cdot \vec{e}_x + V \cdot \vec{e}_y. \quad (13)$$

Tako dobimo spodnji dve enačbi. Neposredno iz prve enačbe sledi, da je za neraztegljivo vrv, obremenjeno le z enakomerno obtežbo v prečni smeri, vodoravna komponenta osne sile v vrvi konstantna.

$$\frac{d}{ds}H = 0 \quad (14)$$

$$\frac{d}{ds}V = -q. \quad (15)$$

Obe komponenti  $H$  in  $V$  lahko izrazimo z velikostjo osne sile  $N$  in smernima kosinusoma tangente na vrv v točki  $s$ :



Slika 11: Prikaz smernih kosinusov tangente na vrv

$$H = N \cdot \cos \beta = N \cdot \frac{dx}{ds} \quad (16)$$

$$V = N \cdot \sin \beta = N \cdot \frac{dy}{ds}. \quad (17)$$

Če iz enačbe (16) izrazimo  $N$ , tako izražen  $N$  vstavimo v enačbo (17) in dobljeni izraz za  $V$  uporabimo v enačbi (15), dobimo

$$\frac{d}{ds} \left( H \frac{dy}{dx} \right) = -q. \quad (18)$$

Po krajši preureditvi (množenjem z  $ds$  in deljenjem z  $dx$ ) dobimo naslednjo diferencialno enačbo

$$H \frac{d^2y}{dx^2} = -q \frac{ds}{dx}. \quad (19)$$

Iščemo torej obliko krivulje, ki opisuje lego podajne, neraztegljive vrvi zaradi lastne teže. Rešitev lahko najdemo v eksplisitni obliki  $y = y(x)$ .

Če na trikotniku s slike 11 uporabimo Pitagorov izrek, lahko iz enačbe (19) izločimo  $ds$ . Po preureditvi dobimo enačbo (21), ki je diferencialna enačba za neznano funkcijo  $y$  v odvisnosti od parametra  $x$ . To je enačba 2. reda, ki jo rešimo postopoma.

$$\frac{ds}{dx} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \quad (20)$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx}\right) = -\frac{q}{H} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \quad (21)$$

Najprej določimo  $y'$ :

$$y' = \frac{dy(x)}{dx} = -\sinh\left(\frac{q}{H}(x - x_0)\right). \quad (22)$$

$x_0$  je integracijska konstanta. Izbrali smo jo tako, da je pri  $x = x_0$  tangenta na krivuljo enaka 0.  $x_0$  torej določa teme krivulje. Z integracijo dobimo

$$y(x) = y_0 + \frac{H}{q} \left(1 - \cosh\left(\frac{q}{H}(x - x_0)\right)\right). \quad (23)$$

Če v rešitev (23) vstavimo  $x = x_0$ , ugotovimo, da je  $y(x_0) = y_0$  in da torej  $y_0$  določa točko na krivulji pri  $x_0$ . S tem smo dobili splošno rešitev za obliko vseh neraztegljivih vrvi obteženih z lastno težo oziroma z drugo enakomerno razporejeno obtežbo po dolžini vrvi delujočo v navpični smeri. Opozorimo še, da v enačbi (23) nastopa še neznan vodoravna komponenta sile v vrvi  $H$ . Tudi to moramo določiti iz robnih pogojev. Iz znane oblike neraztegljive vrvi preprosto izrazimo še osne sile:

$$N = H \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = H \cosh\left(\frac{q}{H}(x - x_0)\right). \quad (24)$$

Enačbi (23) in (24) določata obliko in osno silo v neraztegljivi vrvi pod vplivom enakomerne porazdeljene navpične obtežbe  $q$ . Oblika rešitve je za tak obtežni primer vedno enaka, določiti moramo le še tri konstante:  $x_0$ ,  $y_0$  in  $H$ . Te določimo iz robnih pogojev: vodoravne ( $l$ ) in navpične ( $h$ ) razdalje med podporama ter dolžine vrvi ( $L$ ). Obravnavamo neraztegljivo vrv, zato je dolžina vrvi vedno enaka začetni dolžini vrvi  $L_0$ . Iz oblike izrazov je razvidno, da konstant ni preprosto določiti. V posebnem primeru, ko sta podpori na enaki višini ( $h = 0$ ), je  $(x_0, y_0) = (l/2, d_z)$ . Vodoravno komponento sile v vrvi določimo iz znane dolžine vrvi  $L_0$ , od koder sledi

$$\frac{L_0 q}{2H} = \sinh\left(\frac{lq}{2H}\right). \quad (25)$$

Iz enačbe (25) določimo silo  $H$ . Ko poznamo silo  $H$ , pa začetni povos  $d_z$  (ki je ob predpostavki neraztegljive vrvi hkrati tudi dejanski povos  $d_d$ ), določimo kot

$$d_z = \frac{H}{q} \left( \cosh \left( \frac{ql}{2H} \right) - 1 \right). \quad (26)$$

Kadar podpora nista na isti višini, silo  $H$  določimo kot rešitev nelinearne enačbe

$$\frac{q}{2H} \sqrt{L_0^2 - h^2} = \sinh \left( \frac{ql}{2H} \right), \quad (27)$$

za teme verižnice pa velja

$$x_0 = \frac{H}{2} \ln \left( \frac{L_0 + h}{L_0 - h} \right) + \frac{ql}{2} \quad \text{in} \quad (28)$$

$$y_0 = \frac{H}{q} \left( \cosh \left( \frac{qx_0}{H} \right) - 1 \right). \quad (29)$$

Rešitev za neraztegljivo vrv z delnim upoštevanjem robnih pogojev za vrv z višinsko razliko med podporama  $h$  in razponom  $l$  lahko zapišemo kot:

$$y(x) = \frac{H}{q} \left[ \cosh \left( \frac{qx}{H} - \sinh^{-1} \left( \frac{qh}{2H \sinh \left( \frac{ql}{2H} \right)} \right) + \frac{ql}{2H} \right) - \cosh \left( \sinh^{-1} \left( \frac{qh}{2H \sinh \left( \frac{ql}{2H} \right)} \right) - \frac{ql}{2H} \right) \right]. \quad (30)$$

V enačbi za obliko vrvi tako ostane edina neznana količina  $H$ , ki jo določimo iz znane dolžine vrvi po enačbi

$$L_0 = \sqrt{\frac{l^2}{\left( \frac{ql}{2H} \right)^2} \sinh^2 \left( \frac{ql}{2H} \right) + h^2}. \quad (31)$$

Dodatno poenostavitev lahko vpeljemo, kadar je poves vrvi majhen v primerjavi z razponom. Zgornjo mejo za majhno razmerje povesa proti razponu povzamemo po [9] in [16] in znaša 0,2. Kadar je razmerje povesa proti razponu majhno, bo v vsaki točki vrvi majhno tudi razmerje med  $dy$  in  $dx$ . V takih primerih je

$$\frac{ds}{dx} = \sqrt{1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2} \approx 1. \quad (32)$$

Enačbo (19) lahko zdaj zapišemo kot

$$H \frac{d^2 y}{dx^2} \approx -q. \quad (33)$$

Drugi odvod krivulje  $y(x)$ , ki opisuje težiščno os vrvi, je za majhne povese skoraj konstanten. Iz tega sledi, da je rešitev diferencialne enačbe (33) kvadratna parabola. Z integracijo enačbe (33) dobimo še dve integracijski konstanti, ki ju določimo iz robnih pogojev. Če z  $y_1$  in  $y_2$  označimo  $y$ -koordinati leve in desne podpore, je težiščna os plitke vrvi (to je vrvi z majhnim razmerjem povesa in razpona) določena s formulo (glej na primer [9], [16]):

$$y(x) = \frac{lqx}{2H} \left(1 - \frac{x}{l}\right) + y_2 \frac{x}{l} + y_1 \left(1 - \frac{x}{l}\right). \quad (34)$$

Ko rešitev (34) odvajamo po  $x$  in vstavimo v enačbo (24), dobimo približek za osno silo:

$$N(x) = H \sqrt{1 + \left(-\frac{qx}{H} + \frac{lq}{2H} + \frac{y_2 - y_1}{l}\right)^2}. \quad (35)$$

Pogosto nas zanimata tudi obe navpični reakciji v podporah. Iz ravnotežja sil pri  $x = 0$  sledi

$$V_1 = H \frac{dy}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{1}{2} lq + \frac{y_2 - y_1}{l} H. \quad (36)$$

Iz ravnotežja sil pri  $x = l$  pa dobimo

$$V_2 = -H \frac{dy}{dx} \Big|_{x=l} = \frac{1}{2} lq - \frac{y_2 - y_1}{l} H. \quad (37)$$

Pomembna ugotovitev pri plitkih povasih je, da na osno silo v vrvi in na obe navpični reakciji v podporah vpliva poleg znanih količin (razpona  $l$ , obtežbe  $q$  in višinske razlike med podporama  $h = y_2 - y_1$ ) le še neznan vodoravna komponenta sile v vrvi  $H$ . Velikost  $H$  običajno določimo iz znane dolžine vrvi  $L_0$ . Ob predpostavki majhnega razmerja povesa proti razponu je

$$L_0 = l + \frac{(y_2 - y_1)^2}{2l} + \frac{l^3 q^2}{24H^2} \quad (38)$$

Enačba (38) je kvadratna enačba za  $H$ . Ta nam da dve rešitvi izmed katerih pa zaradi narave vrvi izberemo le pozitivno.

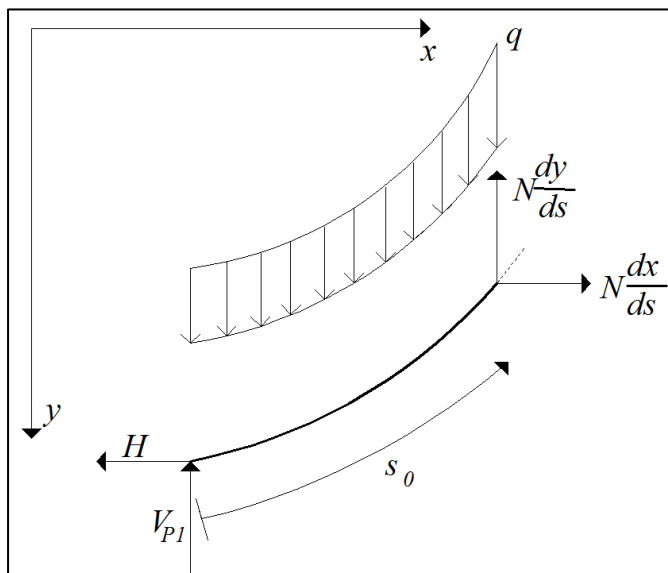
### 3.2 Osno raztegljiva vrv

Naslednji obravnavani računski model daljnovodnega vodnika je osno raztegljiva vrv. Pri raztegljivi vrvi se dolžina spreminja, poznamo le začetno dolžino  $L_0$ . Predpostavimo linearno elastičen material vrvi in povežemo osne sile v vrvi z osnimi deformacijami

$$N(s) = EA\varepsilon(s), \quad (39)$$

kjer je  $E$  elastični modul materiala,  $A$  ploščina prečnega prereza vrvi,  $\varepsilon$  pa osna deformacija.

Po geometrijsko linearni teoriji se ravnotežne enačbe vrvi ne spremenijo, je pa sedaj potrebno upoštevati še osne raztezke. To reševanje precej oteži. Diferencialno enačbo za ravnotežje raztegljive vrvi, katere material zadošča Hookovemu zakonu, sta prva zapisala Jacob in Johann Bernoulli konec 17. stoletja, rešitev za to diferencialno enačbo pa je šele konec 19. stoletja zapisal Routh [9].



Slika 12: Obravnavani del vrvi s pripadajočo obtežbo in notranjimi silami

V nadaljevanju povzemamo izpeljavo, ki jo navaja [9], kjer na osnovi ravnotežnih enačb za izrezani del vrvi, glej sliko 12, določi enačbe za osno silo ter koordinati prerezne točke na koncu odseka vrvi. Komponentni ravnotežni enačbi za sile se glasita:

$$N \frac{dx}{ds} = H \quad \text{in} \quad (40)$$

$$N \frac{dy}{ds} = qs_0 - V_{P1}. \quad (41)$$

V enačbah (40) in (41)  $s_0$  predstavlja ločno dolžino obravnavanega dela vrvi pred raztežkom,  $V_{P1}$  pa navpično komponento sile v vrvi na začetku obravnavanega odseka. Ker se celotna teža dela vrvi kljub raztežku ne spremeni, je uporabljena obtežba dela vrvi v ravnotežnih enačbah na deformirani legi še vedno enaka  $q \cdot s_0$ .



Ob upoštevanju znane povezave med kosinusom in sinusom istega kota ter slike 11 dobimo

$$\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = \left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 = 1. \quad (42)$$

Z upoštevanjem enačb (40) – (42) izrazimo osno silo v vrvi v prerezni točki, določeni s koordinato  $s_0$ :

$$N(s_0) = \sqrt{H^2 + (qs_0 - V_{P1})^2}. \quad (43)$$

Oсно deformacijo infinitezimalnega koščka vrvi lahko izrazimo kot  $\varepsilon = (ds - ds_0)/ds_0$ . In zapišemo enačbo (39) malo drugače:

$$N = AE \left( \frac{ds}{ds_0} - 1 \right). \quad (44)$$

Če upoštevamo še

$$\frac{dx}{ds_0} = \frac{dx}{ds} \frac{ds}{ds_0} \quad (45)$$

$$\frac{dy}{ds_0} = \frac{dy}{ds} \frac{ds}{ds_0} \quad (46)$$

lahko z integracijo enačb (40) in (41) na območju od 0 do  $s_0$  izrazimo koordinati v odvisnosti od začetne ločne dolžine:

$$x(s_0) = \frac{Hs_0}{AE} + \frac{H}{q} \left( \sinh^{-1} \left( \frac{V_{P1}}{H} \right) + \sinh^{-1} \left( \frac{qs_0 - V_{P1}}{H} \right) \right) \quad (47)$$

$$y(s_0) = -\frac{V_{P1}s_0}{AE} \left( \frac{qs_0}{2V_{P1}} - 1 \right) + \frac{H}{q} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{qs_0 - V_{P1}}{H} \right)^2} - \sqrt{1 + \left( \frac{V_{P1}}{H} \right)^2} \right). \quad (48)$$

Enačbo za osno silo v vrvi glede na začetno ločno dolžino  $s_0$  lahko sedaj zapišemo v odvisnosti od koordinate  $y$  in dobimo

$$N(y(s_0)) = [(AE + N_{P1})^2 - 2AEqy(s_0)]^{1/2} - AE. \quad (49)$$

Pri tem  $N_{P1}$  pomeni osno silo na začetku obravnavanega dela vrvi.  $N_{P1}$ ,  $V_{P1}$  in  $H$  moramo določiti iz robnih pogojev, zaradi česar te enačbe še niso neposredno uporabne za izračun rezultatov. Lahko pa iz enačbe (49) razberemo zvezo med povesi vrvi in potekom osne sile v vrvi po dolžini vrvi. Ko večamo navpično koordinato vrvi se osna sila v vrvi manjša. Torej bo največja osna sila v eni od podpor.

Ob nekaterih poenostavitvah lahko dobimo zaključene formule za osno raztegljive vrvi z majhnimi povesi. Ob predpostavki majhnega razmerja povesa proti razponu Krenk [16] privzame, da sta osna sila in osni raztezek konstantna po dolžini vrvi. Poleg tega privzame, da je vodoravna komponenta osne sile kar približno enaka celotni osni sili v vrvi, torej

$$N \approx H = AE \frac{L - L_0}{L_0}. \quad (50)$$

Od tu sledi, da je dolžina vrvi po raztešku enaka

$$L \approx L_0 \left( 1 + \frac{H}{EA} \right). \quad (51)$$

Če v enačbi (38) upoštevamo (51), dobimo enačbo za izračun vodoravne komponente osne sile v vrvi, ki upošteva osne raztezke:

$$L_0 \left( 1 + \frac{H}{EA} \right) = l + \frac{(y_2 - y_1)^2}{2l} + \frac{l^3 q^2}{24H^2}. \quad (52)$$

Kadar je obtežba, ki deluje na vrv, manj preprosta, je reševanje enačb še dodatno oteženo. Če predpostavimo majhne pomike in zasuke vrvi, lahko rešitev sestavimo po metodi superpozicije. Krenk [16] tako podaja obliko vrvi z majhnimi povesi, ki je obtežena s po dolžini vrvi enakomerno razporejeno navpično obtežbo  $q$  in s točkovno navpično obtežbo  $P$ , ki deluje pri  $x = a$  kot

$$y_{celoten}(x) = y(x) + y_P(x), \quad (53)$$

kjer je  $y(x)$  rešitev za majhne povese po enačbi (34),  $y_P(x)$  pa je prispevek zaradi točkovne sile  $P$ , ki ga določimo z enačbo:

$$y_P = \begin{cases} \frac{Pl}{H + H_P} \left[ \frac{(l-a)x}{l} - 4 \frac{hd(l-x)x}{Pl} \right], & x \leq a \\ \frac{Pl}{H + H_P} \left[ \frac{a(l-x)}{l} - 4 \frac{hd(l-x)x}{Pl} \right], & x \geq a \end{cases}. \quad (54)$$

Pri tem smo s  $H_P$  označili prispevek k vodoravni komponenti osne sile v vrvi zaradi navpične točkovne sile  $P$ . Silo  $H_P$  določimo z reševanjem kubične enačbe

$$\left( \frac{H_P}{H} \right)^3 + \left[ 2 + \frac{\lambda^2}{24} \right] \left( \frac{H_P}{H} \right)^2 + \left[ 1 + \frac{\lambda^2}{12} \right] \frac{H_P}{H} - \frac{\lambda^2}{2} F^* = 0, \quad (55)$$

kjer parametra  $\lambda$  in  $F^*$  dobimo iz enačb

$$\frac{1}{\lambda^2} = \left[ \frac{1}{EA} + \frac{1}{L_e K_1} + \frac{1}{L_e K_2} \right] \frac{L_e}{l} \frac{H^3}{(lq)^2} \quad \text{in} \quad (56)$$

$$F^* = \left( \frac{P}{lq} \right) \left( 1 + \frac{P}{lq} \right) \frac{a(l-a)}{l}. \quad (57)$$

$K_1$  in  $K_2$  sta konstanti vzmeti v levi in desni podpori. Ker obravnavamo le toge podpore, se enačba (56) poenostavi:

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{L_e}{EA l} \frac{H^3}{(lq)^2}. \quad (58)$$

V enačbah (56) do (59) je  $L_e$  ekvivalentna dolžina vrvi, ki jo lahko za majhna razmerja povesa proti razponu določimo s približkom

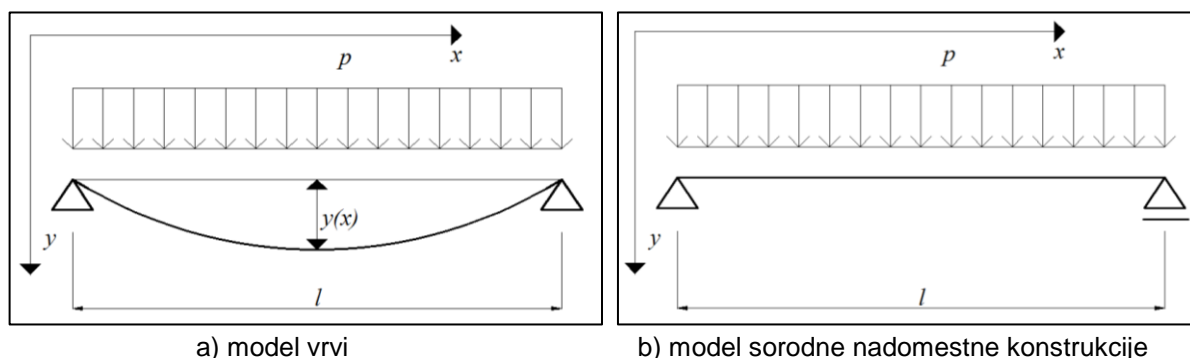
$$L_e = 3L - 2l. \quad (59)$$

### 3.3 Inženirska teorija vrvi

Kržič [15] izpelje enačbe vrvi bistveno drugače. Njegov pristop izhaja iz predpostavke, da je vodoravna komponenta osne sile v vrvi konstantna ter da je oblika težiščne osi vrvi takšna, da je notranji moment v poljubni točki osi vrvi enak nič. Išče torej tak  $y(x)$ , pri katerem za vsak  $x$  velja

$$\bar{M}(x) + H \cdot y(x) = 0. \quad (60)$$

Pri tem smo z  $\bar{M}(x)$  označili notranji upogibni moment sorodne statično določene konstrukcije. Za vrv preko enega samega polja določi  $\bar{M}(x)$  za raven prostoležeči nosilec, z enako obtežbo kot deluje na vrv.



Slika 13: Računski model s podporama na isti višini

Iz enačbe (60) potem sledi

$$y(x) = \frac{\bar{M}(x)}{H}. \quad (61)$$

Za poves na sredini razpona  $y(l/2)$  simetričnega modela vrvi, prikazanega na sliki 13a, z uporabo znanega izraza za upogibni moment na sredini prostoležečega nosilca dobimo

$$d = \frac{pl^2}{8H}. \quad (62)$$

Če enačbo (61) odvajamo po  $x$ , dobimo

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\bar{Q}(x)}{H}, \quad (63)$$

kjer je  $\bar{Q}(x)$  prečna sila na ravnem prostoležečem nosilcu obteženem z enako obtežbo, kot deluje na vrv.  $\bar{Q}(x)$  in  $\bar{M}(x)$  bomo v nadaljevanju poimenovali kar prečna sila in notranji moment na nadomestni konstrukciji.

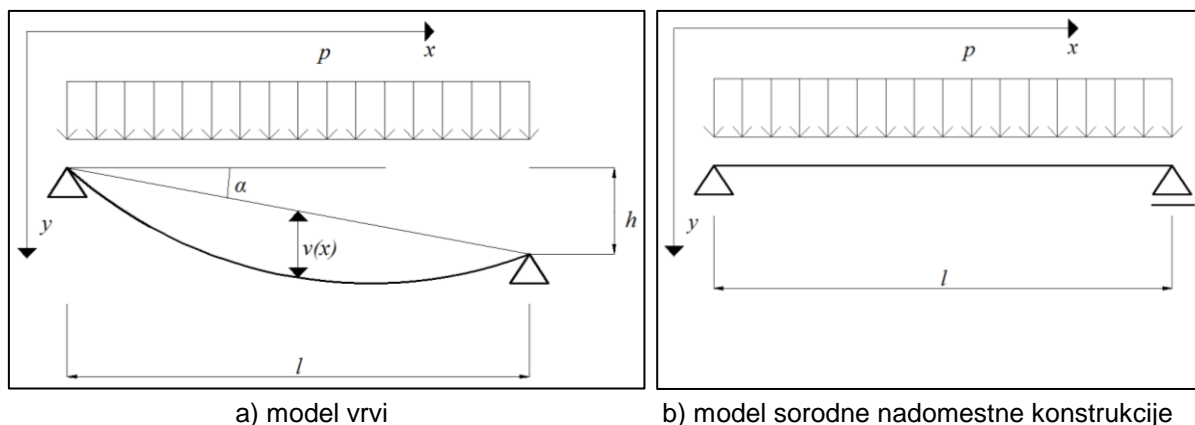
Opozorimo, da predpostavke, ki jih vpelje Kržič [15] zožijo veljavnost izpeljanih formul na majhna razmerja med povesom in razponom. Pri enakomerni porazdeljeni obtežbi so momenti na prostoležečem nosilcu opisani s kvadratno parabolo, kar je blizu poenostavljeni rešitvi (34), ki velja za majhne poves.

V enačbah (61) in (63) je edina neznanka konstanta  $H$ , ki jo določimo iz znane dolžine vrvi  $L_0$ . Če je vrv neraztegljiva, velja

$$L_0 = \int_0^l \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \approx \int_0^l \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right) dx = \int_0^l \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{Q}(x)}{H}\right)^2\right) dx \quad (64)$$

$$L_0 = l + \frac{1}{2H^2} \int_0^l \bar{Q}(x)^2 dx.$$

Do tu zapisane enačbe po [15] veljajo le v primeru, ko sta obe podpori na enaki višini. Če podpori nista na isti višini, lahko postopamo zelo podobno, le da moramo dodatno upoštevati še naklon med podporama.



Slika 14: Računski model s podporama na različni višini

V tem primeru je

$$y(x) = v(x) + x \tan \alpha = v(x) + x \frac{h}{l}, \quad (65)$$

kjer  $v(x)$  določimo tako, da vodoravna komponenta osne sile  $H$  za vsak  $x$  uravnoteži notranji moment  $\bar{M}(x)$ . Slednjega tudi tokrat določimo na ravnem vodoravnem prostoležečem nosilcu dolžine  $l$ , ki je obtežen z enako obtežbo kot deluje na vrvi. Torej je

$$v(x) = \frac{\bar{M}(x)}{H} \quad \text{in} \quad (66)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\bar{Q}(x)}{H} + \frac{h}{l}. \quad (67)$$

Tako kot zgoraj tudi tu  $\bar{Q}(x)$  predstavlja prečno silo v nadomestnem prostoležečem nosilcu. Silo  $H$  določimo iz znane dolžine neraztegljive vrvi

$$L_0 = l + \frac{1}{2H^2} \int_0^l \bar{Q}(x)^2 dx + \frac{h^2}{2l}. \quad (68)$$

Kržičev inženirski pristop nam torej da le približek rešitve, ki ga dobimo na osnovi prečnih sil in momentov nadomestne konstrukcije. Zaradi tega je veljavnost rezultatov omejena na majhna razmerja povosov in razponov ter prav tako na majhna razmerja med navpično in vodoravno razdaljo med podporama. Po drugi strani pa je s takim pristopom mogoče brez večjih težav obravnavati bolj zahtevne oblike obtežbe (neenakomerne linijske obtežbe in dodatne točkovne sile) ter vrvi, ki potekajo čez več polj.

Tako Kržič [15] izpelje več zaključenih približnih formul za vrvi ob različnih predpostavkah. V nadaljevanju predstavljamo nekatere izmed teh enačb.

Za osno neraztegljivo vrv pod enakomerno obtežbo  $p$  v navpični smeri, Kržič izpelje:

$$N = H \sqrt{1 + \frac{16p}{8H} - \frac{64px}{8Hl} + \frac{64px^2}{8Hl^2} - \frac{16pxh}{8Hl} + \frac{h^2}{l^2} + \frac{8ph}{8H}}. \quad (69)$$

Vodoravno komponento osne sile v vrvi določi iz znane (konstantne) dolžine vrvi:

$$L_0 = \sqrt{h^2 + l^2} + \frac{pl^4}{3H\sqrt{h^2 + l^2}^3}. \quad (70)$$

Navpični reakciji v podporah sta enaki kot v enačbah (36) in (37):

$$V_1 = \frac{1}{2}lp + \frac{h}{l}H \quad (71)$$

$$V_2 = \frac{1}{2}lp - \frac{h}{l}H. \quad (72)$$

Raztezkov vrvi zaradi lastne teže Kržič ne upošteva, privzame pa preprost model upoštevanja raztezkov vrvi iz linearno-elastičnega materiala z osno togostjo  $EA$ , kadar poleg lastne na vrv deluje še dodatna obtežba.

Vodoravno komponento osne sile v vrvi, ki je posledica celotne obtežbe (lastne in dodatne) označi s  $H_c$ . Za spremembo dolžine vrvi potem privzame

$$\Delta L \approx \frac{(H_c - H)l}{EA}. \quad (73)$$

Iz zveze

$$L_0 + \Delta L = L, \quad (74)$$

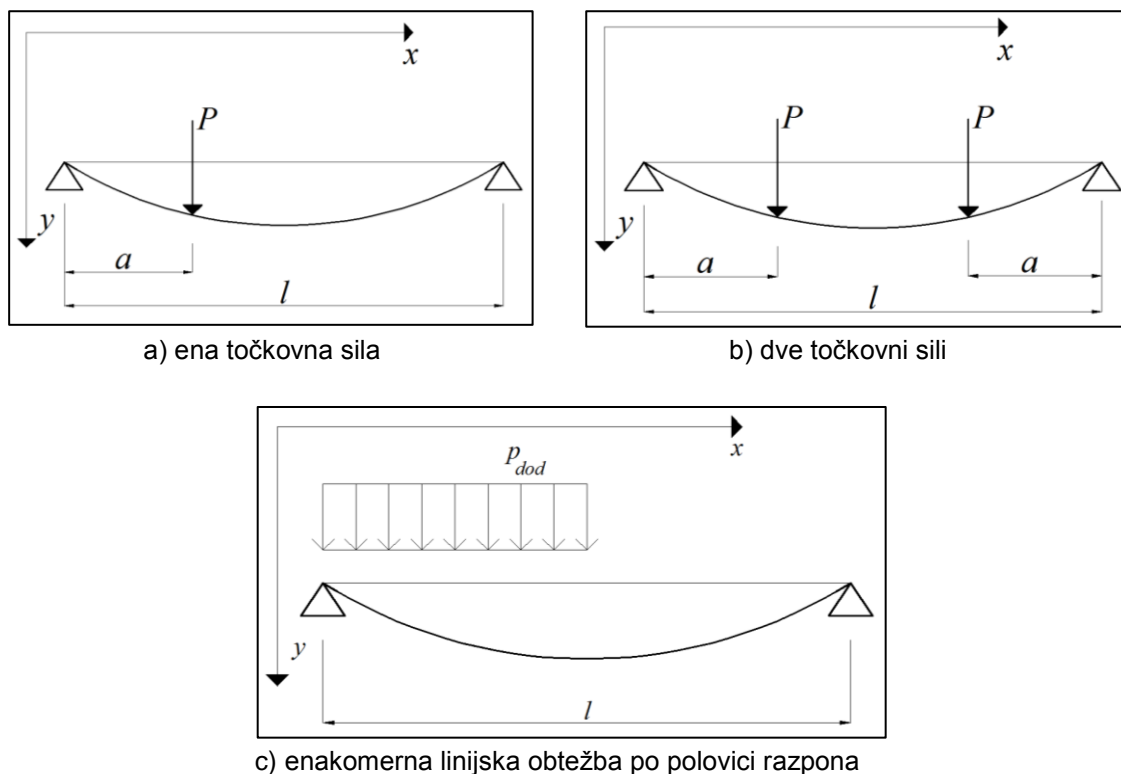
kjer je  $L$  dolžina vrvi po enačbi (70), kjer smo  $H$  nadomestili z novo celotno vodoravno komponento sile v vrvi  $H_c$ ,  $\bar{Q}(x)$  pa s  $\bar{Q}_c(x)$ , ki predstavlja prečne sile na nadomestni konstrukciji zaradi celotne obtežbe.

Kadar sta podpori na isti višini in je torej  $h = 0$ , se enačba (74) glasi

$$H_c^3 - H_c^2 \left[ H - \frac{EAp^2l^3}{24lH^2} \right] - \frac{EA}{2l} \int_0^l \bar{Q}_c^2 dx = 0. \quad (75)$$

Iz kubične enačbe (75) določimo  $H_c$  za celotno obtežbo, pripadajoče osne sile in reakcije pa po enačbah (69), (71) in (72), kjer  $H$  nadomestimo s  $H_c$ .

Vir [15] podaja zaključene formule na osnovi izraza (75) za tri različne obtežne primere, prikazane na sliki 15.



Slika 15: Obravnavani primeri dodatnih obtežb v [15]

Pri dodatni navpični točkovni sili  $P$  pri  $x = a$  (slika 15a) se kubična enačba za vodoravno komponento osne sile glasi:

$$H_c^3 - H_c^2 \left[ H - \frac{EA p^2 l^2}{24 H^2} \right] - \frac{EA}{2l} \left[ \frac{p^2 l^3}{12} + p P a (l - a) + \frac{P^2 a (l - a)}{l} \right] = 0. \quad (76)$$

Kadar na vodnik poleg lastne teže delujeta še dve dodatni navpični točkovni sili, ki sta oddaljeni za razdaljo  $a$  od leve in desne podpore (slika 15b), novo vodoravno komponento osne sile izračunamo po enačbi:

$$H_c^3 - H_c^2 \left[ H - \frac{EA p^2 l^2}{24 H^2} \right] - \frac{EA}{2l} \left[ \frac{p^2 l^3}{12} + 2P^2 a + 2P p a (l - a) \right] = 0. \quad (77)$$

Če je vrv obtežena z lastno težo in na polovici razpona še z drugo enakomerno navpično linijsko obtežbo velikosti  $p_{dod}$  (slika 15c), pa je za izračun  $H_c$  potrebno rešiti enačbo:

$$H_c^3 - H_c^2 \left[ H - \frac{EA p^2 l^2}{24 H^2} \right] - \frac{EA}{2l} \left[ \frac{p^2 l^3}{12} + \frac{5 p_{dod}^2 l^3}{192} + \frac{p_{dod} p l^3}{12} \right] = 0. \quad (78)$$

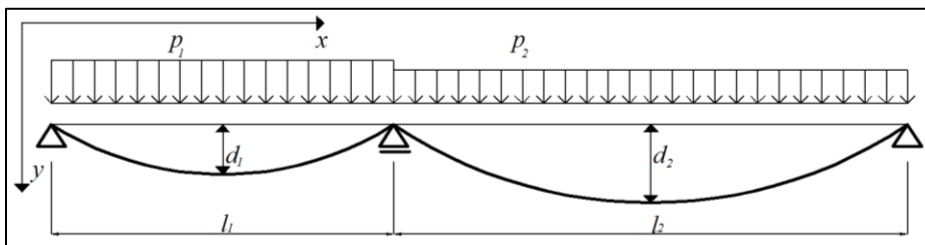
Zgoraj opisano metodo, ki za določitev oblike vrvi, napete preko enega polja uporabi nadomestni prostoležeči nosilec, lahko preprosto razširimo na več polj. Seveda so rešitve samo približne, vendar so na voljo v zaključeni obliki in zajamejo nekatere značilne pojave pri vrveh čez več polj.

V prvem primeru Kržič obravnava neraztegljivo vrv, ki poteka čez dve različno dolgi polji. Vse podpore so na isti višini, srednja je pomična v smeri  $x$ . Vrv je obtežena z enakomerno navpično linijsko obtežbo, ki ima lahko v vsakem polju drugačno vrednost. Ker podpora med poljema vodoravne obtežbe ne prevzame, morata biti vodoravni komponenti osne sile v vrvi v obeh poljih enaki. Kržič tudi pri kontinuirnih vrveh za določitev zveze med povesi in vodoravnimi komponentami osnih sil uporablja enačbo (62), kjer je moment izražen na sredi nadomestnega prostoležečega nosilca in ne kontinuirnega nosilca, kot bi morda pričakovali. Z upoštevanjem Kržičevega približka za vodoravno komponento osne sile za vsako polje posebej zapišemo

$$H_i = \frac{p_i l_i^2}{8d_{zi}} \quad (79)$$

in upoštevamo, da sta sili enaki  $H_1 = H_2$ . Od tu sledi zveza med povesoma v obeh poljih

$$\frac{d_{z1}}{d_{z2}} = \frac{p_1 l_1^2}{p_2 l_2^2}. \quad (80)$$



Slika 16: Model vrvi napete preko dveh polj

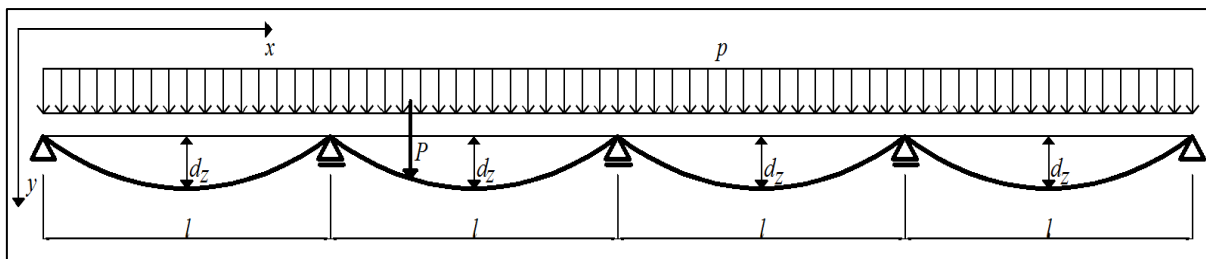
V primeru, da je obtežba v obeh poljih enaka, je razmerje med povesoma na sredini razpona odvisno le od razmerja med kvadratom razponov. Za polja, pri katerih podpore niso na isti višini, ležijo pa na isti premici, in je srednja podpora pomična v smeri  $x$ , Kržič prav tako upošteva približno zvezo med povesoma iz enačbe (80).

Povsem enako lahko postopamo, kadar je vodnik raztegljiv in poteka preko več kot dveh polj. Če so vse podpore na isti višini in so vse vmesne podpore pomične v vodoravni smeri ter povrh vsega na vseh poljih deluje enakomerna navpična obtežba  $p$ , velja

$$H_c^3 + H_c^2 \left[ \frac{p^2 EA}{24H^2} \frac{l_1^3 + l_2^3 + \dots + l_{n_p}^3}{l_1 + l_2 + \dots + l_{n_p}} - H \right] - \frac{EA}{24} p^2 \frac{l_1^3 + l_2^3 + \dots + l_{n_p}^3}{l_1 + l_2 + \dots + l_{n_p}} = 0. \quad (81)$$



Za modeliranje daljnovodnih vodnikov je zanimiva formula za vrv preko več polj, kjer na enem izmed polj deluje navpična točkovna sila velikosti  $P$ .



Slika 17: Vrv napeta preko več enakih polj, z dodatno obtežbo  $P$  v enem polju

Kadar so polja enakih razponov  $l$ , vse podpore na isti višini in so vsa polja obtežena z enakomerno navpično porazdeljeno obtežbo  $p$ , velja

$$H_c^3 - H_c^2 \left[ H - \frac{EA p^2 l^2}{24 H^2} \right] - \frac{EA}{2l} \left[ \frac{p^2 l^3}{12} + \frac{p P a (l - a)}{n_p} + \frac{P^2 a (l - a)}{n_p \cdot l} \right] = 0 \quad (82)$$

$$L' = \left( l + \frac{8 d_1^2}{3l} \right) (n_p - 1) \quad (83)$$

$$L'' = l + \frac{1}{2H_c^2} \left[ \frac{p^2 l^3}{12} + p P a (l - a) + \frac{P^2 a (l - a)}{l} \right] \quad (84)$$

kjer je  $L'$  skupna dolžina vrvi v poljih brez točkovne obtežbe  $P$ ,  $L''$  pa dolžina vrvi v polju, v katerem deluje  $P$ . Oznaka  $n_p$  označuje skupno število polj.

### 3.4 Geometrijsko točen ravninski nosilec

Pomembna pomanjkljivost predstavljenih računskih modelov za daljnovodne vodnike so poenostavitve, ki smo jih že komentirali. Te poenostavitve omogočajo rešljivost enačb v zaključeni obliki, zožijo pa območje veljavnosti rešitev. Tudi če dodatnih poenostavitev ne vpeljemo, predstavljene enačbe v zaključeni obliki niso vedno rešljive, poleg tega pa veljajo le za majhne pomike in zasuke.

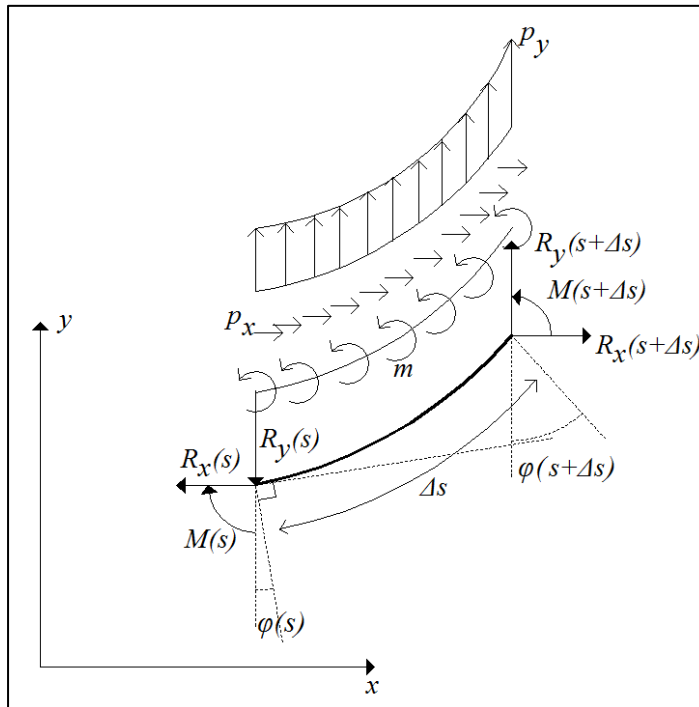
Kot točnejši računski model lahko uporabimo različne teorije višjih redov. V tej diplomski nalogi se omejimo na kinematično točno teorijo nosilcev, ki jo povzemamo po Reissnerju [2] in je uporabljena v numeričnih algoritmih v programu Nodi [4], ki smo ga uporabili za numerično modeliranje daljnovodnih vodnikov. Reissner pri svojem modelu nosilca izhaja iz Bernoullijeve predpostavke o ravnih prečnih prerezih, ki tudi v deformirani legi ostanejo ravni, enake oblike in ploščine, vendar ne nujno pravokotni na težiščno os.

Vodilne enačbe Reissnerjevega nosilca sestavljajo po tri ravnotežne, konstitucijske in kinematične enačbe. Enačbe (85) – (87) predstavljajo statične ravnotežne enačbe in so, kot že omenjeno, zapisane za poljubno deformirano lego. Oznake sil se ujemajo z oznakami predstavljenimi na sliki 18.

$$R_x' + p_x = 0 \quad (85)$$

$$R_y' + p_y = 0 \quad (86)$$

$$M' + w'R_x - (1 + u')R_y + m = 0 \quad (87)$$



Slika 18: Sile na kosu nosilca, dolžine  $\Delta s$

Reissner [2] je izpeljal zveze med pomiki, zasuki in deformacijami nosilca, ki veljajo za poljubno velike pomike in zasuke. Te zveze je izpeljal iz izreka o virtualnem delu brez vpeljave poenostavitev, zato njegovo teorijo imenujemo kinematično točna. Kinematične enačbe Reissnerjevega nosilca so:

$$1 + u' - (1 + \varepsilon) \cos \varphi - \gamma \sin \varphi = 0 \quad (88)$$

$$w' + (1 + \varepsilon) \sin \varphi - \gamma \cos \varphi = 0 \quad (89)$$

$$\kappa = \varphi' . \quad (90)$$

Zvezo med deformacijami in notranjimi silami določajo konstitucijske enačbe, to so enačbe, ki opisujejo material, iz katerega je narejen nosilec. V diplomu se omejimo na linearno elastičen material, za katerega velja

$$N = EA\varepsilon \quad (91)$$

$$Q = GA_s\gamma \quad (92)$$

$$M = EI\kappa . \quad (93)$$

Pri tem velja, da je

$$R_x = N \cos \varphi - Q \sin \varphi \quad \text{in} \quad (94)$$

$$R_y = N \sin \varphi + Q \cos \varphi \quad (95)$$

V diplomu se ne omejimo na statično analizo nosilcev, temveč želimo upoštevati tudi spreminjanje nosilca in obtežbe s časom. Izpeljava dinamičnih enačb presega obseg tega dela. Enačbe od (85) od (87) lahko preprosto razširimo na dinamiko tako, da dodamo vztrajnostne člene, ki so sorazmerni drugim odvodom pomikov in zasukov po času:

$$R'_x + p_x = \rho A \ddot{u} \quad (96)$$

$$R'_y + p_y = \rho A \ddot{w} \quad (97)$$

$$M' + w'R_x - (1 + u')R_y + m = \rho I \ddot{\varphi} \quad (98)$$

kjer je  $\rho$  gostota materiala, iz katerega je narejen nosilec.

Enačbe Reissnerjevega nosilca rešujemo skupaj z robnimi pogoji. V levem krajišču pri  $x = 0$  predpišemo točkovne sile  $S_1$  in  $S_2$  ter zunanji moment  $S_3$ , v desnem krajišču (pri  $x = l$ ) pa točkovni sili  $S_4$  in  $S_5$  ter zunanji moment  $S_6$ .

$$\begin{array}{lll} R_x(0) = S_1 & R_y(0) = S_2 & M(0) = S_3 \\ R_x(l) = S_4 & R_y(l) = S_5 & M(l) = S_6 \end{array} \quad (99)$$

Enačbe (85) – (99) so prezahtevne, da bi jih reševali analitično. Zaradi tega uporabljamo numerične metode. V teorijah konstrukcij je zelo razširjena metoda končnih elementov. Tudi v našem delu diskretiziramo enačbe po kraju z Galerkinovo metodo končnih elementov. To pomeni, da neznanke problema  $u(x, t)$ ,  $w(x, t)$  in  $\varphi(x, t)$  nadomestimo z neznanimi vrednostmi  $U_i(t)$ ,  $W_i(t)$  in  $\Phi_i(t)$  v izbranih točkah na osi, vmes pa napeljemo t.i. interpolacijske funkcije  $P_i(x)$ . V našem delu smo uporabili Lagrangeove interpolacijske polinome.

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^n P_i(x) U_i(t) \quad (100)$$

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^n P_i(x) W_i(t) \quad (101)$$

$$\varphi(x, t) = \varphi_0 + \sum_{i=1}^n P_i(x) \Phi_i(t) \quad (102)$$

$\varphi_0$  označuje začetni zasuk ravnega nosilca pri času 0,  $n$  pa je število interpolacijskih točk. Odvode pomikov in zasukov po kraju določimo z odvajanjem interpolacijskih funkcij.

$$u'(x, t) = \frac{du(x, t)}{dx} = \sum_{i=1}^n P_i'(x) U_i(t) \quad (103)$$

$$w'(x, t) = \frac{dw(x, t)}{dx} = \sum_{i=1}^n P_i'(x) W_i(t) \quad (104)$$

$$\varphi'(x, t) = \frac{d\varphi(x, t)}{dx} = \sum_{i=1}^n P_i'(x) \Phi_i(t) \quad (105)$$

Zapišemo še odvode pomikov in zasukov po času:

$$\ddot{u}(x, t) = \frac{d^2u(x, t)}{dt^2} = \sum_{i=1}^n P_i(x) \ddot{U}_i(t) \quad (106)$$

$$\ddot{w}(x, t) = \frac{d^2w(x, t)}{dt^2} = \sum_{i=1}^n P_i(x) \ddot{W}_i(t) \quad (107)$$

$$\ddot{\varphi}(x, t) = \frac{d^2\varphi(x, t)}{dt^2} = \sum_{i=1}^n P_i(x) \ddot{\Phi}_i(t) \quad (108)$$

V nadaljevanju potrebujemo še variacije zgornjih količin. Zaradi preglednosti v nadaljnjih zapisih opuščamo argumente, ki poudarjajo odvisnost od kraja in časa:

$$\delta u = \sum_{i=1}^n P_i \delta U_i \quad (109)$$

$$\delta w = \sum_{i=1}^n P_i \delta W_i \quad (110)$$

$$\delta \varphi = \sum_{i=1}^n P_i \delta \Phi_i \quad (111)$$

$$\delta u' = \sum_{i=1}^n P_i' \delta U_i \quad (112)$$

$$\delta w' = \sum_{i=1}^n P_i' \delta W_i \quad (113)$$

$$\delta \varphi' = \sum_{i=1}^n P_i' \delta \Phi_i. \quad (114)$$

Variacije deformacij dobimo iz enačb (88) – (90), ki pa jih zapišemo za kot  $\varphi_0$  začetno zavrten nosilec in šele potem lineariziramo:

$$\delta\varepsilon = \cos\varphi \delta u' + \sin\varphi \delta w' + [-(\cos\varphi_0 + u')\sin\varphi + (\sin\varphi_0 + w')\cos\varphi]\delta\varphi \quad (115)$$

$$\delta\gamma = -\sin\varphi \delta u' + \cos\varphi \delta w' - [(\cos\varphi_0 + u')\cos\varphi + (\sin\varphi_0 + w')\sin\varphi]\delta\varphi \quad (116)$$

$$\delta\kappa = \delta\varphi' . \quad (117)$$

Diskretne enačbe nosilca izpeljemo iz d'Alembertovega principa za nosilce v ravnini:

$$\begin{aligned} & \int_0^L (N\delta\varepsilon + Q\delta\gamma + M\delta\kappa) dx = \\ & = \int_0^L (p_x - \rho A\ddot{u}) \delta u dx + \int_0^L (p_y - \rho A\ddot{w}) \delta w dx + \int_0^L (m_z - \rho I\ddot{\varphi}) \delta\varphi dx \\ & + \sum_{i=1}^6 S_i \delta U_i , \end{aligned} \quad (118)$$

kjer leva stran označuje virtualno delo notranjih sil, na desni pa upoštevamo tako zunanjo obtežbo kot tudi vztrajnostne sile. Po upoštevanju izrazov (109) – (114) v (118) dobimo:

$$\begin{aligned} & \sum \left\{ \int_0^L (R_x P_i' + p_x P_i - \rho A \ddot{U}_j P_j) dx \right\} \delta U_i + \\ & \sum \left\{ \int_0^L (R_y P_i' + p_y P_i - \rho A \ddot{W}_j P_j) dx \right\} \delta W_i + \\ & \sum \left\{ \int_0^L (M P_i' + ((\sin\varphi_0 + w')R_x - (\cos\varphi_0 + u')R_y + m_z - \rho I \ddot{\Phi}_j P_j) P_i) dx \right\} \delta \Phi_i \\ & = S_1 \delta U_1 + S_2 \delta W_1 + S_3 \delta \Phi_1 + S_4 \delta U_n + S_5 \delta W_n + S_6 \delta \Phi_n . \end{aligned} \quad (119)$$

Ker so variacije  $\delta U_i$ ,  $\delta W_i$  in  $\delta \Phi_i$  poljubne neodvisne količine, dobimo:

$$f_i = \int_0^L (R_x P_i' - \overline{p}_x P_i) dx + \sum_j (\rho A P_i(x) P_j(x) dx) \ddot{U}_j(t) - S_x = 0; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (120)$$

$$f_{n+i} = \int_0^L (R_y P_i' - \overline{p}_y P_i) dx + \sum_j (\rho A P_i(x) P_j(x) dx) \ddot{W}_j(t) - S_y = 0; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (121)$$

$$\begin{aligned} f_{2n+i} = \int_0^L (M P_i' + ((\sin\varphi_0 + w')R_x - (\cos\varphi_0 + u')R_y - m_z) P_i) dx \\ + \sum_j (\rho I P_i(x) P_j(x) dx) \ddot{\Phi}_j(t) - S_\varphi = 0; \end{aligned} \quad i \quad (122)$$

V zgornjih enačbah velja:

$$S_x = \begin{cases} S_1; & i = 1 \\ S_4; & i = n \\ 0; & \text{sicer} \end{cases} \quad (123)$$

$$S_y = \begin{cases} S_2; & i = 1 \\ S_5; & i = n \\ 0; & \text{sicer} \end{cases} \quad (124)$$

$$S_\varphi = \begin{cases} S_3; & i = 1 \\ S_6; & i = n \\ 0; & \text{sicer} \end{cases} \quad (125)$$

Enačbe (120) – (122) so diskretne enačbe nosilca po kraju, pri čemer so neznanji pomiki in zasuki nosilca še vedno funkcije časa. Diskretizacijo po času prepustimo numeričnim metodam za reševanje navadnih diferencialnih enačb, ki so vgrajene v programskem okolju Matlab [3]. Enačbe preuredimo tako, da odvode po času postavimo na levo, vse ostale elemente pa na desno stran. Če vpeljemo še oznake

$$M_{ij}^u = \int_0^L \rho A P_i P_j dx \quad (126)$$

$$M_{ij}^w = \int_0^L \rho A P_i P_j dx \quad (127)$$

$$M_{ij}^\varphi = \int_0^L \rho I P_i P_j dx, \quad (128)$$

lahko zapišemo:

$$\sum_j M_{ij}^u \ddot{U}_j = - \int_0^L (R_x P_i' - p_x P_i) dx + S_x \quad (129)$$

$$\sum_j M_{ij}^w \ddot{W}_j = - \int_0^L (R_y P_i' - p_y P_i) dx + S_y \quad (130)$$

$$\sum_j M_{ij}^\varphi \ddot{\Phi}_j = - \int_0^L (M P_i' + ((\sin \varphi_0 + w') R_x - (\cos \varphi_0 + u') R_y - m_z) P_i) dx + S_\varphi \quad (131)$$

Dobili smo torej sistem enačb v obliki

$$[M][\ddot{U}] = -[F], \quad (132)$$

Torej  $M_{ij}^u$ ,  $M_{ij}^w$  in  $M_{ij}^\varphi$  predstavljajo komponente masne matrike sistema. Desne strani imenujemo obtežni vektor.

Enačbe (129) – (131) so nelinearne diferencialne enačbe 2. reda, ki so povrh vsega še toge do zelo toge. Njihovo reševanje je zato lahko zelo zahtevno. V praksi se za reševanje takšnih sistemov enačb uporabljajo različne implicitne metode. Takšni sta na primer metodi ode23tb in ode15s, ki sta vgrajeni v Matlabu [3].

## 4 PRIMERJAVA REZULTATOV ZAKLJUČENIH FORMUL

Iz pregleda zaključenih formul za vrvi, podanih v poglavju 3, se ne da preprosto ugotoviti, kako podobne so si enačbe med seboj. Podobnost rezultatov in upravičenost poenostavitve sta obravnavani v tem poglavju. Med seboj so na nivoju računskih vrednosti primerjane tiste enačbe oziroma količine, ki opisujejo podoben problem pod različnimi predpostavkami. Tukaj navedeni primeri so kasneje uporabljeni tudi za primerjavo rezultatov, dobljenih z numeričnim modelom. V računih so upoštevane karakteristike daljnovodnega vodnika 490-AL1/64-ST1A, podane v poglavju 2.2.1.4.

### 4.1 Daljnovodni vodnik preko enega polja obtežen z lastno težo

Prvi obravnavani primer je daljnovodni vodnik razpet preko enega polja, obtežen le z lastno težo. Nepomični členkasti podpori sta na isti višini, medsebojno razmknjeni za 400 m. Konstrukcija in obtežba z lastno težo, ki znaša 18,17694 N/m, sta simetrični, zato sta tudi osni sili pri obeh podporah enaki ( $N_1 = N_2$ ). Vrednost lastne teže je upoštevana kot vrednost  $q$  v enačbah po [9] in [16], v enačbah po [15] pa je obtežba podana na tekoči meter vodoravne projekcije vrvi. Iz [15] ni jasno razvidno, kakšno velikost obtežbe  $p$  je avtor upošteval. Naravni sta dve možnosti: obtežba  $p$  je kar enaka lastni teži ( $p = q = g_n$ ), ali pa obtežbo  $p$  izrazimo po enačbi (133) zaradi dolžine vodnika, ki je večja od razpona. Tako upoštevamo enako težek vodnik kot v enačbah po [9] in [16]:

$$p = \frac{qL}{l}. \quad (133)$$

Za plitke povese pričakujemo majhne razlike med obema načinoma upoštevanja obtežbe  $p$ . V preglednici 4 primerjamo osno silo v vodniku ob obeh podporah, vodoravno komponento osne sile ter dolžino vrvi, dobljeno z in brez preračunavanja obtežbe za različne predpisane velikosti povесov.

Preglednica 4: Primerjava rezultatov dobljenih z različnima načinoma upoštevanja obtežbe  $p$

		Primerjane količine					
$d$ [m]	$d/l$	$H$ [N]		$N_1 = N_2$ [N]		$L$ [m]	
		$p = qL/l$	$p = q$	$p = qL/l$	$p = q$	$p = qL/l$	$p = q$
4	0,01	90908,94	90884,7	90981,63	90957,38	400,1067	400,1067
8	0,02	45490,82	45442,35	45636,16	45587,53	400,4267	400,4267
12	0,03	30367,61	30294,9	30585,47	30512,24	400,96	400,96
16	0,04	22818,12	22721,18	23108,34	23010,17	401,7067	401,7067
20	0,05	18298,12	18176,94	18660,49	18536,91	402,6667	402,6667
24	0,06	15292,87	15147,45	15727,13	15577,59	403,84	403,84
28	0,07	13153,18	12983,53	13659,06	13482,88	405,2267	405,2267
32	0,08	11554,47	11360,59	12131,65	11928,08	406,8267	406,8267
36	0,09	10316,42	10098,3	10964,57	10732,74	408,64	408,64
40	0,1	9330,829	9088,47	10049,61	9788,582	410,6667	410,6667
48	0,12	7864,556	7573,725	8723,633	8401,033	415,36	415,36

se nadaljuje...

... nadaljevanje preglednice 4

56	0,14	6831,067	6491,764	7829,249	7440,366	420,9067	420,9067
64	0,16	6068,068	5680,294	7204,41	6744,018	427,3067	427,3067
72	0,18	5485,397	5049,15	6759,291	6221,733	434,56	434,56
80	0,2	5028,953	4544,235	6440,203	5819,46	442,6667	442,6667
160	0,4	3241,554	2272,118	6116,152	4287,023	570,6667	570,6667

Kot smo pričakovali, izražanje obtežbe  $p$  po enačbi (133) povzroči večje osne sile in njihove vodoravne komponente ter enake pomike kot pri upoštevanju  $p = q$ . Z večjo obtežbo smo na varnejši strani, zato v nadaljevanju uporabljamo pristop s preračunavanjem obtežbe.

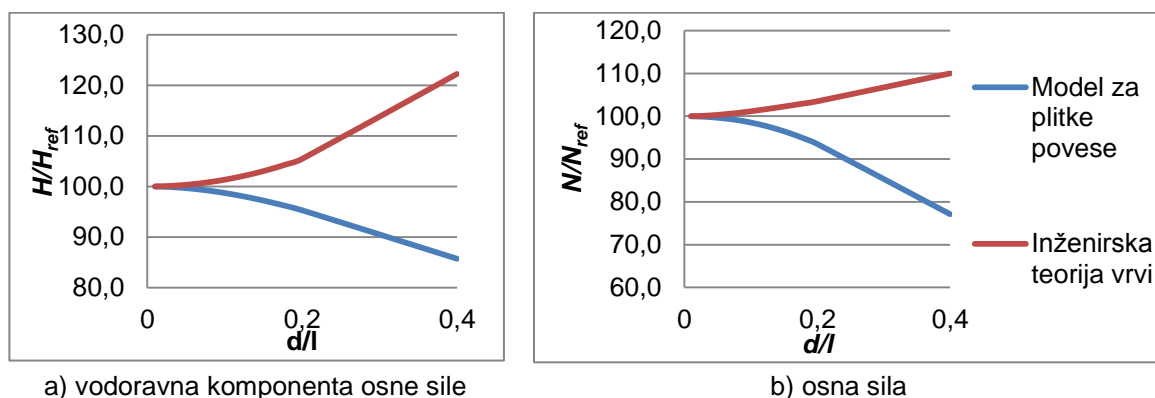
Obravnavamo razmerja povesa in razpona  $d/l$  od 0,01 do 0,4, kar v tem primeru predstavlja povese od 4 m do 160 m. Osnovni parameter, s katerim izrazimo vrednosti za  $N$  in  $H$  po zaključenih enačbah, je dolžina vrvi  $L$ . Tukaj se odločimo za drug pristop in za osnovno količino privzamemo poves  $d$ , ki je za daljnovodne vodnike bolj običajen. Vodoravno silo v vrvi  $H$  smo nato izračunali iteracijsko, iz znanih  $d$  in  $H$  pa smo po formulah določili še  $N$  in  $L$ . Rezultate različnih modelov prikazujemo v preglednici 5.

Preglednica 5: Primerjava značilnih količin vrvi za predstavljene modele za neraztegljivo vrv

		Primerjane količine								
		$H$ [N]			$N_1 = N_2$ [N]			$L$ [m]		
Model		Idealna vrv	Plitki povesi	Inž. teorija vrvi	Idealna vrv	Plitki povesi	Inž. teorija vrvi	Idealna vrv	Plitki povesi	Inž. teorija vrvi
Enačba		(26)	(34)	(62)	(24)	(35)	(69)	(25)	(38)	(70)
$d$ [m]	$d/l$									
4	0,01	90896,89	90884,7	90908,9	90969,60	90957,39	90981,63	400,11	400,11	400,11
8	0,02	45466,56	45442,3	45490,8	45611,98	45587,53	45636,16	400,43	400,43	400,43
12	0,03	30331,19	30294,9	30367,6	30549,31	30512,24	30585,47	400,96	400,96	400,96
16	0,04	22769,48	22721,2	22818,1	23060,31	23010,16	23108,34	401,70	401,71	401,71
20	0,05	18237,21	18176,9	18298,1	18600,75	18536,90	18660,49	402,65	402,67	402,67
24	0,06	15219,61	15147,5	15292,9	15655,85	15577,59	15727,13	403,81	403,84	403,84
28	0,07	13067,48	12983,5	13153,2	13576,44	13482,88	13659,06	405,18	405,23	405,23
32	0,08	11456,24	11360,6	11554,5	12037,90	11928,08	12131,65	406,75	406,83	406,83
36	0,09	10205,53	10098,3	10316,4	10859,90	10732,74	10964,57	408,51	408,64	408,64
40	0,1	9207,16	9088,5	9330,8	9934,24	9788,58	10049,61	410,47	410,67	410,67
48	0,12	7714,91	7573,7	7864,6	8587,40	8401,04	8723,63	414,97	415,36	415,36
56	0,14	6654,82	6491,8	6831,1	7672,73	7440,37	7829,25	420,19	420,91	420,91
64	0,16	5864,54	5680,3	6068,1	7027,86	6744,02	7204,41	426,11	427,31	427,31
72	0,18	5253,85	5049,1	5485,4	6562,59	6221,73	6759,29	432,69	434,56	434,56
80	0,2	4768,63	4544,2	5029,0	6222,78	5819,46	6440,20	439,89	442,67	442,67
160	0,4	2651,21	2272,1	3241,6	5559,52	4287,02	6116,15	537,68	570,67	570,67

Osne sile po inženirski teoriji vrvi so precenjene, kadar obtežbo na nadomestni konstrukciji izrazimo po enačbi (133). Če primerjamo rezultate iz preglednice 5 še s preglednico 4, lahko razberemo, da so rezultati inženirske teorije za  $p = q$  skoraj povsem enaki rezultatom modela s plitkimi povesi (enačbe (32) – (37)).





Slika 19: Primerjava rezultatov zaključenih enačb modela za plitke povese vrvi in inženirske teorije vrvi z referenčnimi rezultati modela idealne vrvi

Na sliki 19 primerjamo rezultate ostalih modelov s točnimi rezultati za model idealne vrvi. Referenčne vrednosti idealne vrvi označimo s  $H_{ref}$  in  $N_{ref}$ . Iz slike 19 lahko razberemo, da s preračunavanjem obtežb (enačba (133)) po inženirski teoriji vrvi [15] dobimo največje vrednosti in smo torej »na varni strani«. Rezultati za plitke povese iz enačb (32) – (37) pa so manjši od referenčnih. Večja odstopanja se pojavijo šele pri relativnih povasih, večjih od 0,2.

Daljnovodna polja imajo praviloma podpore na različnih višinah. Za primerjavo analitičnih enačb za tak primer je bil izbran vodnik z razponom 400 m in povosom 40 m, torej z razmerjem  $d/l=0,1$ . Višina leve podpore je bila ves čas enaka, višina desne podpore pa se je enakomerno večala od 0 m do 400 m tako, da je kot med horizontalno linijo in veznico med podporama na koncu  $45^\circ$ .

Kadar podpori nista na isti višini, je konstante za točno analitično rešitev težje določiti. Tukaj imajo za praktično uporabo prednost poenostavljeni modeli, kot smo že pojasnili v tretjem poglavju. Iz enačbe (49) smo ugotovili, da je največja osna sila v vodniku pri zgornji podpori. V preglednici 6 zato prikažemo vrednosti osne sile pri drugi – zgornji podpori in vrednosti konstantne vodoravne komponente osne sile, dobljene z modelom vrvi s plitkimi povesi enačbah (32) – (37) in z modelom vrvi po inženirski teoriji vrvi [15].

Preglednica 6: Primerjava značilnih količin neraztegljive vrvi s podporama na različnih višinah

		Primerjane količine					
		$H$ [N]		$N_2$ [N]		$L$ [m]	
Model		Plitki povesi	Inž. teorija vrvi	Plitki povesi	Inž. teorija vrvi	Plitki povesi	Inž. teorija vrvi
Enačba		(34)	(69)	(35)	(62)	(38)	(70)
$h$ [m]	$\alpha$ (°)						
0	0	9088,469069	9330,829	9788,581	10049,61	410,6667	410,6667
20	2,862405	9088,468944	9341,277	9966,284	10243,51	411,1667	411,1265
40	5,710596	9088,468539	9372,568	10161,22	10478,85	412,6667	412,5037
60	8,530763	9088,47016	9424,55	10372,41	10755,97	415,1667	414,7915
80	11,30993	9088,470212	9496,969	10598,89	11075,27	418,6667	417,9788
100	14,03625	9088,468428	9589,473	10839,69	11437,23	423,1667	422,05
120	16,69924	9088,471895	9701,612	11093,89	11842,33	428,6667	426,9855

se nadaljuje...

... nadaljevanje preglednice 6

140	19,29005	9088,475586	9832,85	11360,59	12291,06	435,1667	432,7615
160	21,80141	9088,478182	9982,569	11638,93	12783,93	442,6666	439,3509
180	24,22774	9088,465431	10150,08	11928,07	13321,38	451,1667	446,7234
200	26,56505	9088,482065	10334,64	12227,3	13903,83	460,6666	454,846
220	28,81079	9088,453944	10535,45	12535,81	14531,66	471,1667	463,6842
240	30,96376	9088,461906	10751,7	12853,03	15205,19	482,6667	473,2016
260	33,02387	9088,479096	10982,54	13178,29	15924,69	495,1666	483,3615
280	34,99202	9088,486464	11227,15	13511	16690,35	508,6666	494,127
300	36,8699	9088,472427	11484,68	13850,6	17502,36	523,1667	505,4613
320	38,65981	9088,466744	11754,32	14196,64	18360,83	538,6667	517,3288
340	40,36454	9088,463345	12035,28	14548,64	19265,85	555,1667	529,6945
360	41,98721	9088,477765	12326,81	14906,21	20217,48	572,6666	542,5253
380	43,5312	9088,502003	12628,19	15268,94	21215,73	591,1666	555,7894
400	45	9088,48622	12938,72	15636,42	22260,62	610,6666	569,4567
800	63,43495	9088,442978	20344,11	23629,96	52894,7	1210,667	895,3812

Iz preglednice 6 je razvidno, da rezultati po inženirski teoriji bistveno presegajo rezultate po modelu za plitke povese. Odstopanja se večajo z večanjem naklona veznice med podporama.

#### 4.2 Daljnovidni vodnik preko enega polja, obtežen z dodatno obtežbo

Pri daljnovidnem vodniku s podporama na isti višini, ki je obtežen z lastno težo in po celotni dolžini tudi z žledom, veljajo enake enačbe kot v prvem primeru v poglavju 4.1. Zato primerjavo rezultatov prikazujemo le za razmerje povesa proti razponu 0,1. Velikost obtežbe z žledom znaša 49,7855 N/m. Za račun po [15] smo tudi to obtežbo ustrezno preračunali v skladu z enačbo (133). Rezultate prikazujemo v preglednici 7.

Preglednica 7: Primerjava značilnih količin neraztegljive vrvi s podporama na istih višinah pri dodatni obtežbi žledu

	Primerjane količine								
	H [N]			$N_1 = N_2$ [N]			L [m]		
Model	Idealna vrv	Plitki povesi	Inž. teorija vrvi	Idealna vrv	Plitki povesi	Inž. teorija vrvi	Idealna vrv	Plitki povesi	Inž. teorija vrvi
Enačba	(26)	(34)	(62)	(24)	(35)	(69)	(25)	(38)	(70)
$d/l = 0,1$	34425,06	33981,27	34887,39	37143,55	36598,95	37574,86	410,48	410,67	410,67

Bolj zanimiva je dodatna navpična točkovna obtežba daljnovidnega vodnika, kadar upoštevamo tudi osno raztegljivost vrvi. Obravnavamo vrv z razponom 400 m in začetnim povесom 40 m, ki je obtežena z lastno težo in dodatno točkovno silo. Opazujemo vpliv dodatne točkovne sile velikosti 1000 N oddaljene 0,1l, 0,2l, 0,3l, 0,4l in 0,5l od leve podpore (glej sliko 15a). Podpora sta na isti višini. Z rešitvijo kubične enačbe (55) dobimo spremembo vodoravne komponente osne sile zaradi točkovne sile, z rešitvijo kubične enačbe po [15] pa dobimo celotno novo vodoravno komponento osne sile. V preglednici 8 primerjamo spremembi vodoravne komponente osne sile in celotni novi vodoravni komponenti.

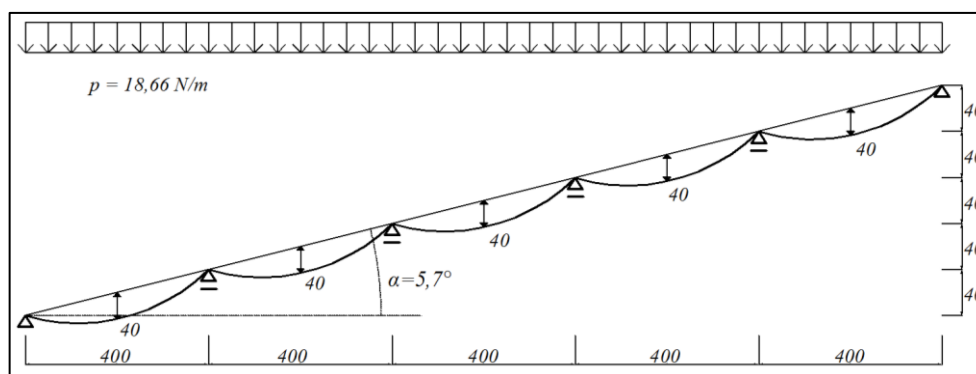
Preglednica 8: Primerjava vpliva točkovne sile pri različnih oddaljenostih od podpore a na vodoravno komponento osne sile v vodniku

Model	Primerjani količini					
	$H_p$ [N]			$H_c$ [N]		
	Plitki povesi [16]	lnž. teorija vrvi [15]	$H_p$ [15] / $H_p$ [16] [%]	Plitki povesi [16]	lnž. teorija vrvi [15]	$H_c$ [15] / $H_c$ [16] [%]
Enačba	(55)				(76)	
$a$ [m]						
0	734,12	999,64	136,17	9822,62	10330,44	105,17
2,862405	1268,68	1548,09	122,02	10357,18	10878,89	105,04
5,710596	1633,95	1923,23	117,70	10722,45	11254,03	104,96
8,530763	1847,16	2142,33	115,98	10935,66	11473,13	104,91
11,30993	1917,30	2214,42	115,50	11005,80	11545,22	104,90

Po inženirski teoriji vrvi dobimo večje sile kot pri modelu vrvi za plitke povese. Največje razlike se pojavijo, ko je točkovna sila najbližje podpori.

### 4.3 Daljnovodni vodnik preko več polj

Predstavimo še rezultate inženirske teorije vrvi [15] za daljnovodni vodnik preko več polj. Obravnavamo daljnovodni vodnik čez 5 polj, z razponom vsakega polja 400 m ter z zveznico skozi vse podpore, ki leži pod kotom  $\alpha = 5,71^\circ$  (višinska razlika med sosednjima podporama je 40 m). Vmesne podpore so pomične v vodoravni smeri, robni pa sta nepomični. Vodnik je obtežen le z lastno težo, vodoravna komponenta osne sile in povese na sredini posameznih polj pa sta v temu modelu odvisna le od izbranih oziroma poznanih količin v enem izmed polj, (glej enačbo (80)). Vodoravna komponenta osne sile mora biti v vseh poljih enaka, saj drsne podpore ne prevzamejo vodoravnih sil, zaradi enakih razponov in obtežbe v vseh poljih pa so v vseh poljih enaki tudi povesi.



Slika 20: Model vrvi napete preko petih polj s podporami na različnih višinah

Za povese v zgornjem polju izberemo 40 m. Vodoravna komponenta za izbrani računski primer znaša 9372,568 N. Prav toliko naj bi znašala tudi v ostalih poljih. Rezultat bomo preverili še z numeričnim modelom take konstrukcije v programu Nodi [4].

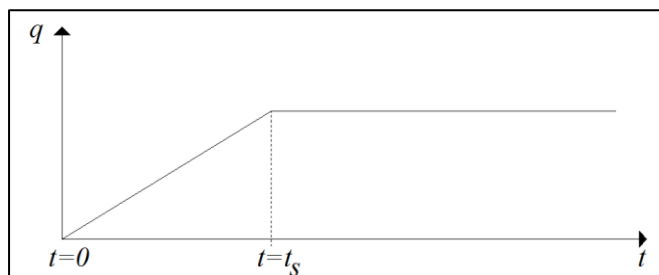
## 5 PROGRAM NODI

V poglavju 3 smo predstavili diskretne dinamične enačbe Reissnerjevega nosilca, ki smo jih preoblikovali tako, da so pomiki in zasuki v vnaprej izbranih diskretnih točkah edine neznanke problema. Deformacijske količine in notranje sile izračunamo prek kinematičnih in konstitucijskih enačb ob predpostavljenih trenutnih vrednostih pomikov in zasukov kadarkoli je to potrebno. Čeprav predstavljen pristop omogoča uporabo velikega števila diskretizacijskih točk, pa za opis konstrukcije to ne zadošča. Rečemo, da naš računski model predstavlja en končni element, konstrukcijo pa opišemo z mrežo končnih elementov. V sodobnem času so na voljo številni programi za analizo konstrukcij po metodi končnih elementov. V diplomu uporabimo akademski program Nodi, ki sta ga zasnovala Zupan in Saje [4]. Nodi je izvirni avtorski program za dinamično analizo ravninskih okvirjev po metodi končnih elementov. Razvit je bil v pedagoške namene in je na voljo brezplačno v odprtokodni različici. Jedro programa predstavlja diskretni model geometrijsko točnega nosilca, predstavljenega v poglavju 3. Tak model je uporabljen za vsakega izmed elementov, na katere razdelimo konstrukcijo. Posamezne elemente potem spet združimo na nivoju konstrukcije in upoštevamo robne pogoje. Elementi, vgrajeni v Nodi, predvidevajo začetno ravno obliko osi elementa, omogočajo pa poljubno število diskretizacijskih točk. Nodi omogoča račun odziva konstrukcije s časom, spremljanje lastnih nihajnih časov in oblik, izračun spreminjanja notranjih sil s časom in frekvenčno analizo rezultatov, hkrati pa je preprost za uporabo. Nodi sta avtorja skrbno zasnovala in testirala. Rezultati so bili verificirani s številnimi analitično rešljivimi primeri za statiko in dinamiko ter primerjani z drugimi numeričnimi postopki, razvitimi na Katedri za mehaniko Fakultete za gradbeništvo in geodezijo in z različnimi komercialnimi programi za analizo konstrukcij.

### 5.1 Opis konstrukcije v programu Nodi

V programu Nodi lahko podamo različne ravninske okvirje, sestavljene iz ravnih elementov iz linearno elastičnega materiala. Uporabimo lahko različne tipe podpor, elementi pa so med seboj povezani togo ali prek členkov. Vsak končni element je opisan z dinamičnimi enačbami Reissnerjevega nosilca, ki v svojem modelu upošteva osne, strižne in upogibne deformacije, njihovo medsebojno povezanost ter velike pomike in zasuke osi nosilca.

Računski model konstrukcije v programu Nodi predvideva poznano začetno lego konstrukcije, znane pomike in hitrosti vozlišč pri času  $t = 0$  in znano obtežbo konstrukcije, ki se lahko s časom spreminja. Statične primere lahko analiziramo s posebnim modulom ali z zelo počasnim nalaganjem obtežbe, s čimer se izognemo dinamičnim vplivom.



Slika 21: Prikaz počasnega nalaganja obtežbe – polna vrednost je dosežena pri času  $t=t_s$

Pri majhnih upogibnih togostih nosilca običajno naletimo na računске težave (t.i. slabo pogojenost sistemov enačb) pri statični analizi konstrukcij. Tem težavam se lahko izognemo na različne načine. Tukaj namesto statičnih izberemo dinamične enačbe, ki kažejo bistveno manjšo občutljivost na majhne upogibne togosti. Ob tem se zavedamo, da upogibna togost ne sme biti nič, saj bi tako dobili singularne enačbe. Hkrati moramo poudariti, da je majhna vendar ne-ničelna upogibna togost realnejši model za daljnovodne vodnike. Osno neraztegljive vrvi lahko v Nodiju modeliramo z veliko osno togostjo elementov. Tak model je uporaben za primerjavo z enačbami idealne vrvi. Za model daljnovodnih vodnikov uporabimo karakteristične vrednosti materiala in ploščine prečnega prereza. Za upogibne togosti privzamemo vrednosti blizu spodnje meje (glej [9]). Podrobnosti podajamo pri opisih računskih primerov.

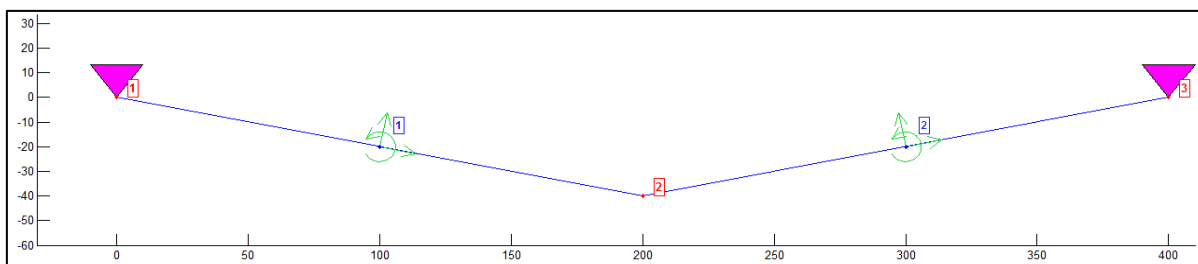
Za vrvi vemo, da je običajno začetna dolžina vrvi večja od razpona  $L_0 > l$ . Začetno lego lahko podamo na različne načine, za izračun pa je ugodno, če podamo dober začetni približek. Zaradi tega bomo vozlišča konstrukcije podali kot točke na kvadratni paraboli, vmes pa privzeli odsekoma linearno obliko težiščne osi.

Natančnost rezultatov v programu Nodi povečamo z zgoščevanjem mreže končnih elementov in/ali višanjem stopnje elementov (t.j. z večanjem števila diskretizacijskih točk). Pokazali bomo, da že redke mreže elementov z malo točkami dajo dovolj natančne rezultate.

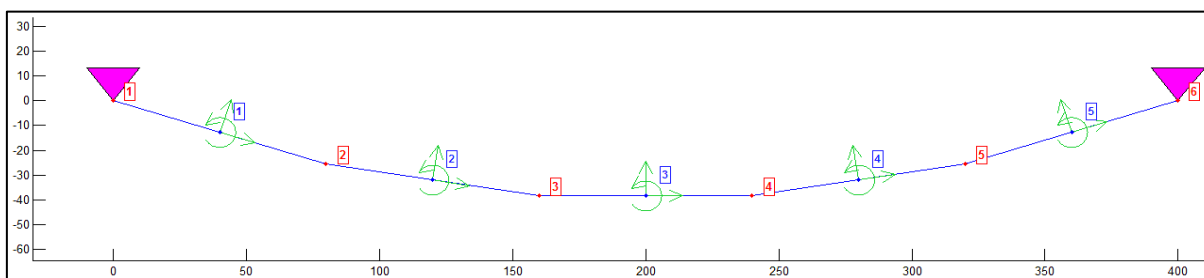
## 5.2 Eno polje, podpore na isti višini

### 5.2.1 Začetna oblika

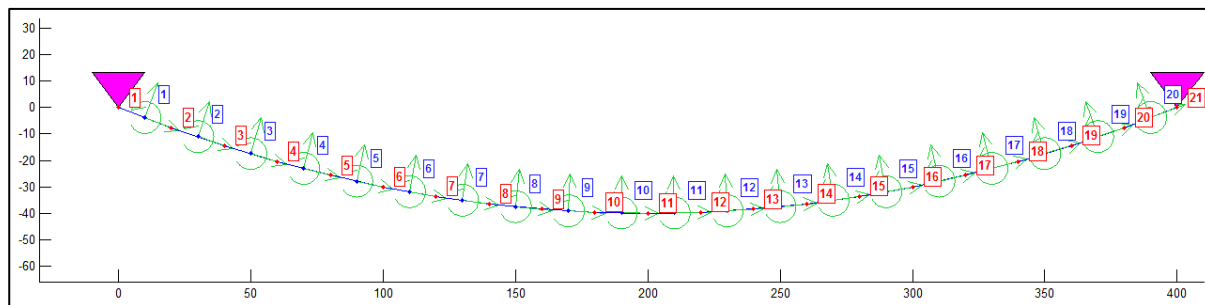
Začetno obliko daljnovodnega vodnika opišemo s kvadratno parabolo, ki je določena z razdaljo med podporama ter z lego temena parabole. Leva podpora ima  $x$  koordinato enako nič,  $x$  koordinata desne podpore je enaka razponu  $l = 400$  m,  $y$  koordinati obeh podpor sta enaki nič. Teme kvadratne parabole se pri taki razporeditvi podpor nahaja na polovici razpona,  $y$  koordinata je enaka  $d_z$  in je izbrana 40 m.



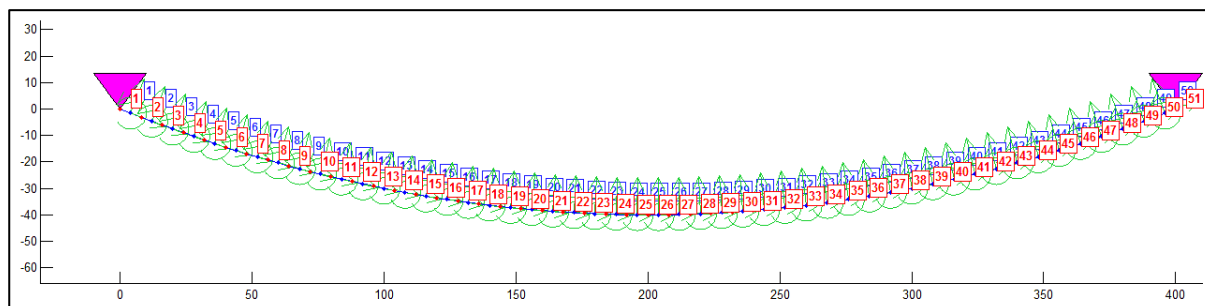
a) 2 končna elementa



b) 5 končnih elementov



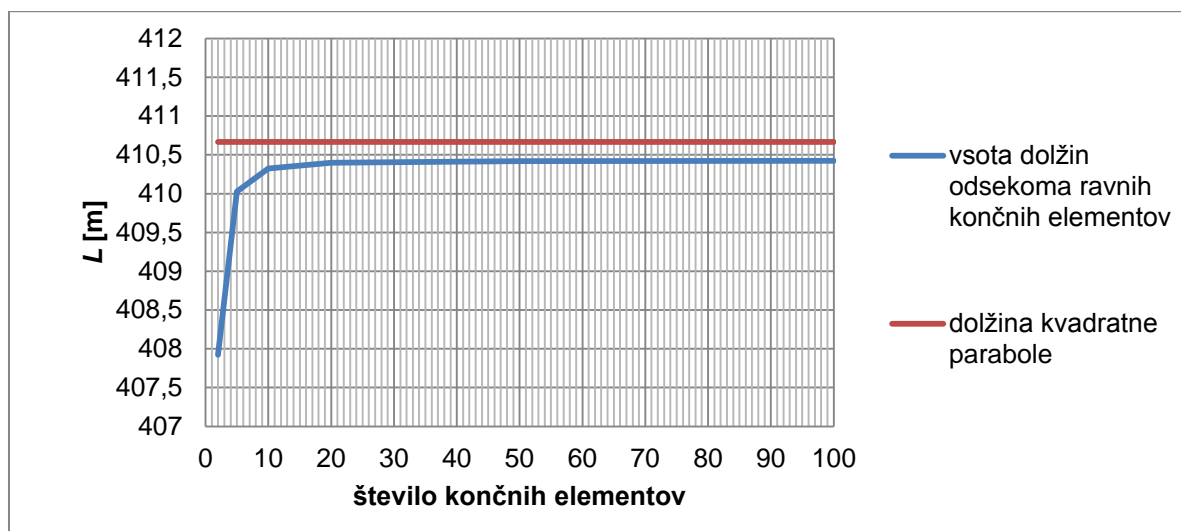
c) 20 končnih elementov



d) 50 končnih elementov

Slika 22: Vozlišča, končni elementi in način podpiranja modela vodnika v programu Nodi pri različnem številu končnih elementov

Na sliki 22 prikazujemo začetno obliko in način podpiranja računskega modela za različno goste mreže končnih elementov. Z našo izbiro modela se dolžina vrvi spreminja, vendar so za vrvi s plitkimi povesi razlike dovolj majhne za mreže z vsaj petimi končnimi elementi, kar je razvidno iz slike 23.



Slika 23: Primerjava vsote dolžin odsekov linearnih končnih elementov v odvisnosti od števila končnih elementov z dolžino kvadratne parabole pri plitkih povesih

Vozlišča končnih elementov v programu Nodi podajamo v obliki matrike. Za model z razponom 400 m, začetnim povesom 40 m, podporama na isti višini ter z uporabo desetih končnih elementov, je matrika prikazana v enačbi (134)

$$\mathbf{voz} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 40 & -14,4 \\ 3 & 80 & -25,6 \\ 4 & 120 & -33,6 \\ 5 & 160 & -38,4 \\ 6 & 200 & -40 \\ 7 & 240 & -38,4 \\ 8 & 280 & -33,6 \\ 9 & 320 & -25,6 \\ 10 & 360 & -14,4 \\ 11 & 400 & 0 \end{bmatrix}. \quad (134)$$

V matriki  $\mathbf{voz}$  je v prvem stolpcu zaporedni indeks vozlišča, v drugem in tretjem pa sta  $x$  in  $y$  koordinata  $i$ -tega vozlišča. Podobno podamo tudi končne elemente – najprej indeks elementa, nato pa v drugem stolpcu indeks začetnega, v tretjem pa indeks končnega vozlišča za  $i$ -ti element:

$$\mathbf{pq} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \\ 4 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 6 \\ 6 & 6 & 7 \\ 7 & 7 & 8 \\ 8 & 8 & 9 \\ 9 & 9 & 10 \\ 10 & 10 & 11 \end{bmatrix}. \quad (135)$$

### 5.2.2 Način podpiranja

V vseh primerih, ko je vodnik razpet čez eno samo polje, je privzeto, da sta oba robna stebra zatezna in absolutno toga, vodnik pa je nanju pripet vrtljivo. Obe podpori zato modeliramo kot nepomični podpori v smereh  $x$  in  $y$ , ki dopuščata zasuke okoli osi  $z$ , pravokotne na ravnino konstrukcije. Izolatorji pri računu vodnika preko enega polja niso upoštevani, saj je njihova dolžina v primerjavi z dolžino vodnika zanemarljivo majhna (do 0,5%), zato drugačna lastna teža in materialni parametri le malo vplivajo na odziv konstrukcije.

Matrika podpor v vhodni datoteki programa Nodi je

$$\mathbf{podpore} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 11 & 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad (136)$$

Tu v prvem stolpcu zapišemo indeks vozlišča, ki ga želimo podpreti. Pri zgoraj opisanem modelu podpremo prvo in zadnje vozlišče. Vsako vozlišče ima tri prostostne stopnje – pomik v  $x$  in v  $y$  smeri ter zasuk okoli osi  $z$ . V preostali stolpcih lahko predpišemo, katere pomike želimo v  $i$ -tem vozlišču preprečiti. Z zapisom števila 1 v kateremkoli od stolpcev preprečimo pomik v smeri osi  $x$ , s številom 2 preprečimo pomik v smeri osi  $y$ , z zapisom števila 3 pa preprečimo zasuk. Z matriko v enačbi (136) smo torej preprečili oba pomika v krajnih vozliščih.

### 5.2.3 Materialni parametri

V modelu so upoštevane karakteristične vrednosti daljnovodnega vodnika 490-AL1/64-ST1A. Ploščina prereza takega vodnika znaša  $A = 553,8 \text{ mm}^2$ , elastični modul je  $E = 7 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ , za gostoto pa privzamemo  $\rho = 3345,8 \text{ kg/m}^3$ . Vse vrednosti so usklajene s standardom SIST EN 50182 [11]. Vztrajnostni moment prereza vodnika  $I = 4,701 \cdot 10^{-10} \text{ m}^4$  smo izbrali glede na spodnjo mejo možnih vztrajnostnih momentov (glej [9]) in znaša le 1% vztrajnostnega momenta vodnika z enakim prerezom ter popolnoma togim stikom med žicami.

V programu Nodi vsakemu končnemu elementu pripišemo njegove materialne lastnosti tako, da v prvem stolpcu matrike zapišemo indeks elementa, v drugem pa vrednost materialne lastnosti. V enačbi (137) prikažemo lastnosti prereza, v (138) pa lastnosti materiala, podane za isti primer, kot smo prikazali že podajanje vozlišč, elementov in podpor. Vsi končni elementi v obravnavanem primeru imajo enake lastnosti.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0,0005538 \\ 2 & 0,0005538 \\ 3 & 0,0005538 \\ 4 & 0,0005538 \\ 5 & 0,0005538 \\ 6 & 0,0005538 \\ 7 & 0,0005538 \\ 8 & 0,0005538 \\ 9 & 0,0005538 \\ 10 & 0,0005538 \end{bmatrix} \quad A_s = \begin{bmatrix} 1 & 0,0004615 \\ 2 & 0,0004615 \\ 3 & 0,0004615 \\ 4 & 0,0004615 \\ 5 & 0,0004615 \\ 6 & 0,0004615 \\ 7 & 0,0004615 \\ 8 & 0,0004615 \\ 9 & 0,0004615 \\ 10 & 0,0004615 \end{bmatrix} \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 4,701 \\ 2 & 4,701 \\ 3 & 4,701 \\ 4 & 4,701 \\ 5 & 4,701 \\ 6 & 4,701 \\ 7 & 4,701 \\ 8 & 4,701 \\ 9 & 4,701 \\ 10 & 4,701 \end{bmatrix} \cdot 10^{-10} \quad (137)$$

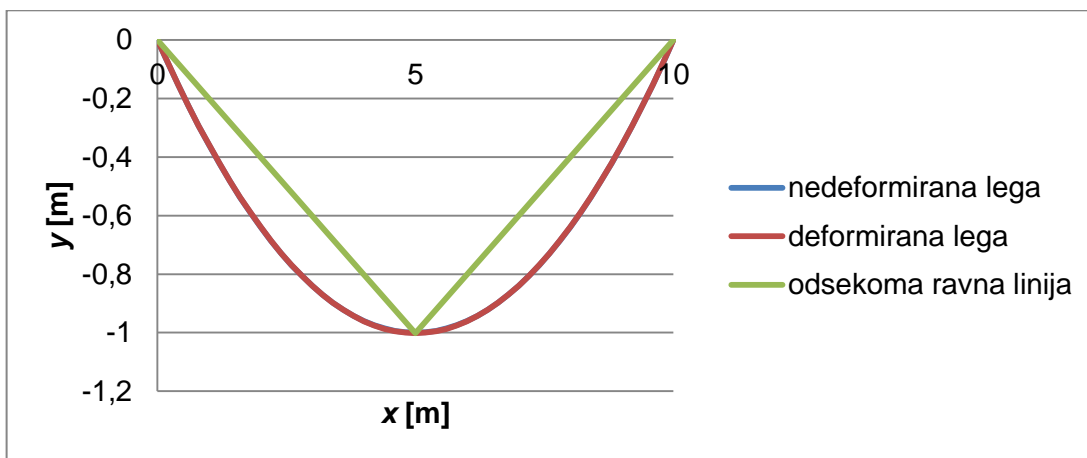
$$E = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 7 \\ 3 & 7 \\ 4 & 7 \\ 5 & 7 \\ 6 & 7 \\ 7 & 7 \\ 8 & 7 \\ 9 & 7 \\ 10 & 7 \end{bmatrix} \cdot 10^{10} \quad G = \begin{bmatrix} 1 & 3,5 \\ 2 & 3,5 \\ 3 & 3,5 \\ 4 & 3,5 \\ 5 & 3,5 \\ 6 & 3,5 \\ 7 & 3,5 \\ 8 & 3,5 \\ 9 & 3,5 \\ 10 & 3,5 \end{bmatrix} \cdot 10^{10} \quad \rho = \begin{bmatrix} 1 & 3345,8 \\ 2 & 3345,8 \\ 3 & 3345,8 \\ 4 & 3345,8 \\ 5 & 3345,8 \\ 6 & 3345,8 \\ 7 & 3345,8 \\ 8 & 3345,8 \\ 9 & 3345,8 \\ 10 & 3345,8 \end{bmatrix} \quad (138)$$

Za primerjavo vplivov računske upogibne togosti smo opravili več numeričnih računov na nosilcih z razponom 10 m, povesi na sredini polja 1 m in različnimi vztrajnostnimi momenti: od največjega vztrajnostnega momenta za idealen prerez  $4,701 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$ , njegovo desetino  $4,701 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4$ , stotino  $4,701 \cdot 10^{-10} \text{ m}^4$ . Nosilec smo obtežili samo z navpično točkovno silo 10 N na sredini razpona. Vodniki se obnašajo podobno vrvm, le da je njihova upogibna togost zelo majhna, ni pa enaka nič. Ob nični upogibni togosti bi se model ob točkovni sili, ki deluje na sredini razpona, preoblikoval v odsekoma ravno obliko, ki se lomi na mestu delovanja sile. Z manjšanjem vztrajnostnega momenta se odsekoma ravni liniji približamo, vendar je ne dosežemo, kar se ujema z ne-ničelno upogibno togostjo vodnikov.

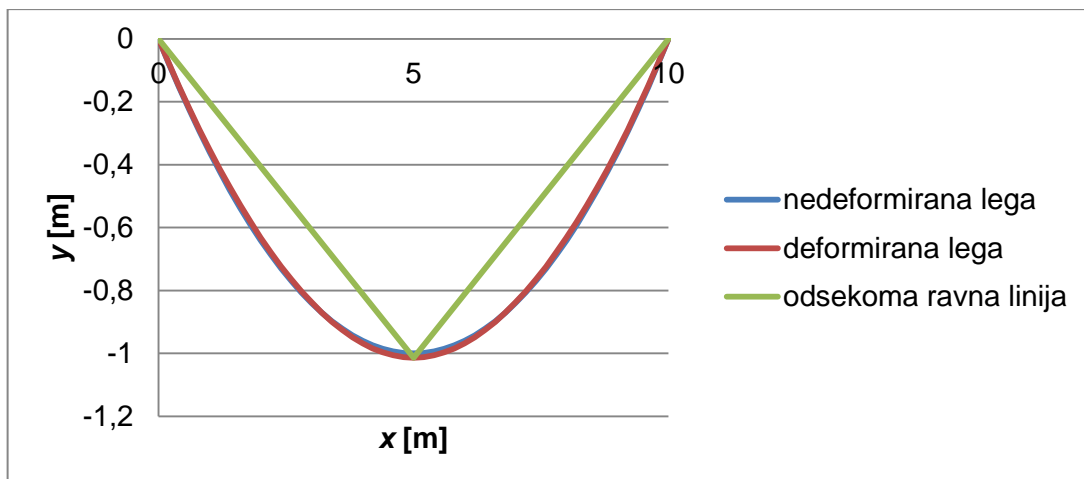
Na sliki 24 z rdečo linijo prikazujemo nedeformirano lego vodnika, torej kvadratno parabolo, z modro je prikazujemo deformirano lego, zelena linija pa označuje idealno, odsekoma ravno obliko ob enakem povesu kot pri deformirani legi.



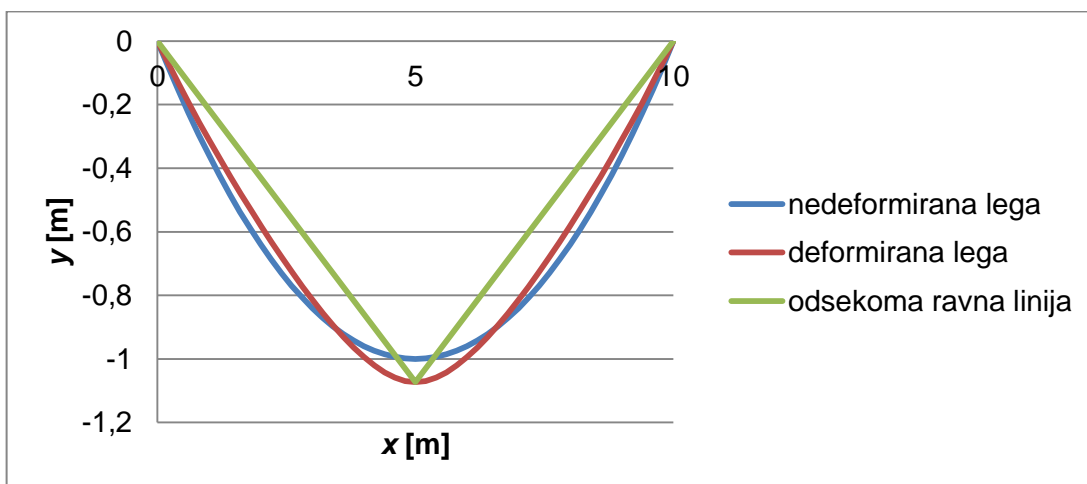
V numeričnem modelu je bil vodnik razdeljen na 50 končnih elementov, število interpolacijskih točk pa je bilo enako 6.



a)  $I_y = 4,701 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$



b)  $I_y = 4,701 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4$



c)  $I_y = 4,701 \cdot 10^{-10} \text{ m}^4$

Slika 24: Primerjava povesov računskega modela pri različnih vztrajnostnih momentih

Iz slike 24 lahko razberemo, da manjšanje upogibne togosti elementov bistveno vpliva na njihov odziv. Idealne vrvi se z računskim modelom vrvi z majhno upogibno togostjo približamo, ne moremo pa je povsem doseči.

#### 5.2.4 Obtežba

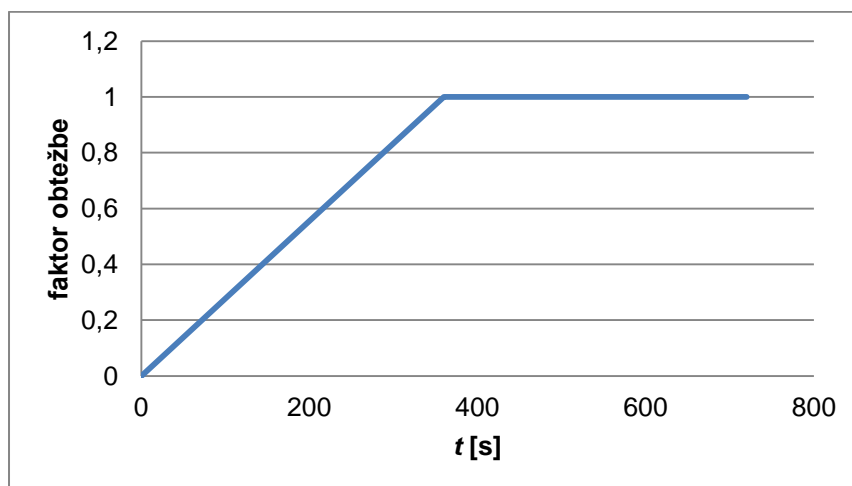
Lastna teža  $g_V$  je enakomerno razporejena po dolžini vodnika in v globalnem koordinatnem sistemu znaša 18,176949 N/m glede na navpično smer. Program Nodi [4] zahteva obtežbo podano glede na lokalni koordinatni sistem posameznega končnega elementa. V lokalnem koordinatnem sistemu vsakega elementa določimo porazdeljeno obtežbo kot

$$p_x = g_V \cdot \sin \varphi_0 \quad (139)$$

$$p_y = g_V \cdot \cos \varphi_0, \quad (140)$$

kjer je  $\varphi_0$  začetni zasuk elementa.

Obtežba vodnika z lastno težo je statična obtežba, vendar jo zaradi že navedenih razlogov modeliramo kot časovno spremenljivo obtežbo. Izberemo najpreprostejši model, kjer obtežba s časom linearno narašča do končne vrednosti, potem pa je konstantna. Funkcija podajanja obtežbe je predstavljena na sliki 25. Do polne vrednosti obtežba naraste v 360 s. Tako smo izbrali dovolj majhen naklon obtežne krivulje, da so dinamični vplivi na odziv konstrukcije zanemarljivi.



Slika 25: Faktor, s katerim je pomnožena vrednost lastne teže, v odvisnosti od časa

Linijaska obtežba je v programu Nodi podana na enoto dolžine elementa v začetni, nedeformirani legi. Obravnavamo le konservativne obtežbe, ki so lahko odvisne od časa, niso pa odvisne od deformiranja nosilca. Obtežbo predpišemo s posebno matriko za vsako smer njenega delovanja. V modelu, za katerega smo zgoraj že prikazali podajanje geometrije in lastnosti, del linijske obtežbe z lastno težo, ki deluje vzdolž osi elementa predpišemo z matriko

$$obt\_px\_el = \begin{bmatrix} 1 & 6,1569 & 6,1569 & 1 \\ 2 & 4,9010 & 4,9010 & 1 \\ 3 & 3,5648 & 3,5648 & 1 \\ 4 & 2,1657 & 2,1657 & 1 \\ 5 & 0,7265 & 0,7265 & 1 \\ 6 & -0,7265 & -0,7265 & 1 \\ 7 & -2,1657 & -2,1657 & 1 \\ 8 & -3,5648 & -3,5648 & 1 \\ 9 & -4,9010 & -4,9010 & 1 \\ 10 & -6,1569 & -6,1569 & 1 \end{bmatrix}, \quad (141)$$

kjer je v prvem stolpcu naveden indeks elementa, v drugem in tretjem podamo vrednost obtežbe na začetku in koncu elementa, v zadnjem stolpcu pa podamo indeks funkcije spreminjanja obtežbe s časom. Funkciji spreminjanja obtežbe prikazani na sliki 25 smo predpisali indeks 1. Začetni zasuk končnega elementa v njegovem začetnem in končnem vozlišču je enak, zato po enačbah (139) – (140) dobimo v obeh vozliščih enako vrednost obtežbe. Obtežba numeričnega modela je tako odsekoma konstantna.

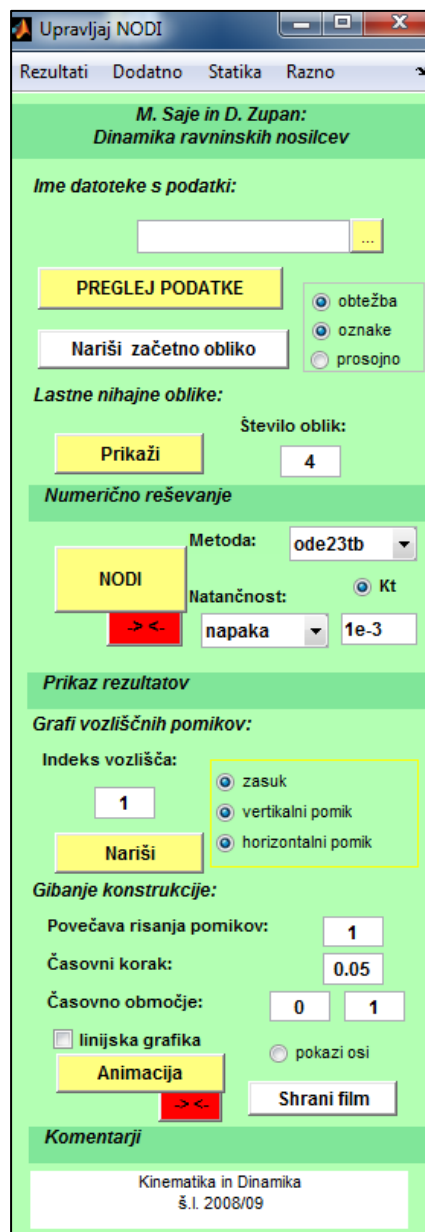
Podobno podajamo tudi linijsko obtežbo, pravokotno na os elementa:

$$obt\_py\_el = \begin{bmatrix} 1 & -17,1025 & -17,1025 & 1 \\ 2 & -17,5037 & -17,5037 & 1 \\ 3 & -17,8240 & -17,8240 & 1 \\ 4 & -18,0475 & -18,0475 & 1 \\ 5 & -18,1624 & -18,1624 & 1 \\ 6 & -18,1624 & -18,1624 & 1 \\ 7 & -18,0475 & -18,0475 & 1 \\ 8 & -17,8240 & -17,8240 & 1 \\ 9 & -17,5037 & -17,5037 & 1 \\ 10 & -17,1025 & -17,1025 & 1 \end{bmatrix}. \quad (142)$$

### 5.2.5 Ostali parametri računa

V programu Nodi lahko izbiramo še: metodo numerične integracije, stopnjo integracije po elementu, stopnjo interpolacije po elementu in dolžino časovne integracije. Od naštetih smo največ pozornosti namenili izbiri primerne stopnje interpolacije in integracije. V vseh primerih smo uporabili Gaussovo numerično integracijo, dolžina časovne integracije pa se je spreminjala od primera do primera.

Pri vseh računih smo uporabljali metodo ode23tb in izbrali mejo za lokalno napako 0,001. Ta dva parametra predstavimo v osnovnem ukaznem oknu programa Nodi, ki je predstavljeno na sliki 26.



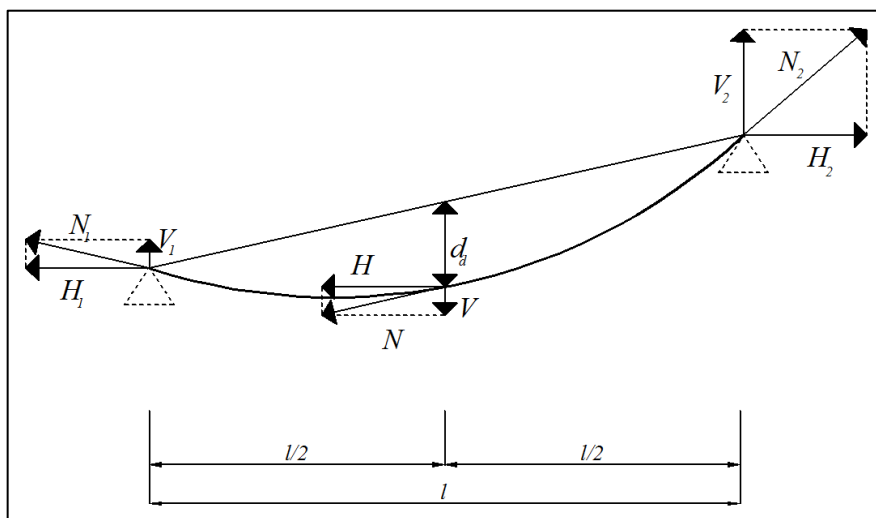
Slika 26: Grafični vmesnik programa Nodi [4]

Izmed ostalih parametrov smo podrobneje preučili predvsem stopnjo integracije. Pred tem smo določili primerno število končnih elementov, kar je pomemben parameter numeričnega računa, podan že ob določitvi začetne oblike. Vemo, da gostejše mreže dajejo natančnejše rezultate, vendar več končnih elementov hkrati pomeni tudi več prostostnih stopenj in posledično daljši račun. Potrebno je poiskati takšno število končnih elementov, ki daje zadovoljive rezultate ob primerni računski zahtevnosti. Rezultate je zanimivo primerjati tudi z rešitvami po zaključenih formulah iz tretjega poglavja, in sicer jih primerjamo za model vrvi s plitkimi povesi, ki upošteva osne raztezke vrvi [16]. Opozorimo, da gre za različna modela, ki ne dasta povsem enakih rezultatov. Tako je pomembnejša konvergenca numeričnih rezultatov z zgoščevanjem mreže končnih elementov.

Primerjali smo računske modele z različnim številom končnih elementov: 5, 10, 20, 50 in 100. Pri vseh modelih smo uporabili peto stopnjo interpolacije in šesto stopnjo integracije. Rezultate smo najprej izračunali za razpon 400 m in povse 40 m ter začetno obliko opisano v

razdelku 5.2.1. Potem smo račun ponovili še za krajša razpona 100 m in 10 m, enako začetno obliko in enako razmerje med začetnim povosom in razponom.

V preglednici 9 so podane izračunane osne sile in njihove vodoravne komponente  $H$ . Pri numeričnem modelu z razponom 100 m ter petih in desetih končnih elementih se pojavijo konvergenčni problemi (v preglednici sta ta dva primera označena s k.p.). Konvergenčni problemi so med drugim razvidni iz očitno napačnih rezultatov, ki jih program izračuna. Pomen posameznih oznak je prikazan na sliki 27, dodatna indeksa N oziroma Z pa pomenita numeričen izračun oziroma izračun po zaključenih formulah.



Slika 27: Pomen oznak

Preglednica 9: Primerjava izračunanih osnih sil in njihovih vodoravnih komponent dobljenih z numeričnim modelom z različnim številom končnih elementov ter z zaključenimi formulami za raztegljive vrvi s plitkimi povosi po [16]

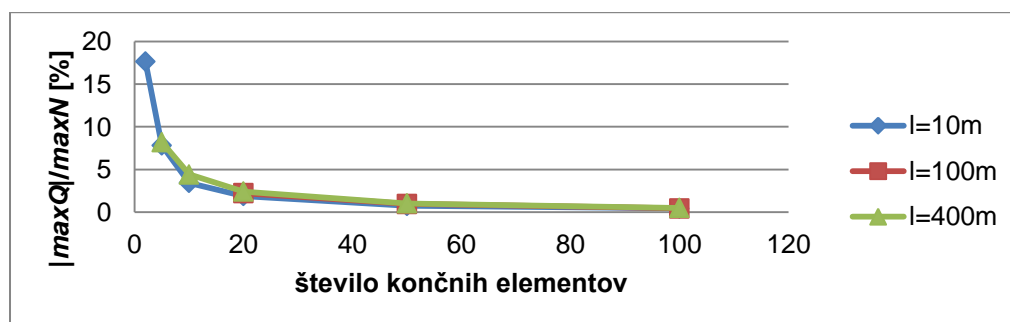
$l$ [m]	Število KE	Osno raztegljiv upogibno podajen računski model							Zaključene enačbe za raztegljive vrvi s plitkimi povosi po [16]		
		$d_{d,N}$ [m]	$N_{1,N}$ [N]	$N_{2,N}$ [N]	$N_N$ [N]	$H_{1,N}$ [N]	$H_{2,N}$ [N]	$H_N$ [N]	$H_Z$ [N]	$N_{1,Z}$ [N]	$N_{2,Z}$ [N]
10	5	-0,992	219,710	219,710	237,157	206,337	206,34	237,16	227,19	244,69	244,69
10	10	-0,996	207,978	207,978	233,040	194,610	194,61	233,04	227,19	244,69	244,69
10	20	-0,997	248,115	248,115	231,171	231,414	231,44	231,17	227,19	244,69	244,69
10	50	-0,998	248,667	248,667	230,765	231,240	231,24	230,77	227,19	244,69	244,69
10	100	-0,998	248,946	248,946	230,707	231,215	231,22	230,71	227,19	244,69	244,69
100	5 (k.p.)	-9,809	4741,400	3851,900	2860,700	4415,200	3565,87	2860,70	2269,56	2444,78	2444,78
100	10 (k.p.)	-9,946	1835,000	3301,000	1839,800	1698,461	3076,18	1839,75	2269,56	2444,78	2444,78
100	20	-9,978	2890,300	2890,300	2307,500	2679,485	2723,01	2307,50	2269,56	2444,78	2444,78
100	50	-9,986	2548,100	2548,100	2305,000	2362,244	2362,24	2305,00	2269,56	2444,78	2444,78
100	100	-9,987	2488,800	2488,800	2304,600	2307,736	2307,74	2304,60	2269,56	2444,78	2444,78
400	5	-39,81	11934,00	11934,00	8942,700	11081,35	11081,35	8942,70	9047,87	9750,90	9750,90
400	10	-39,93	11734,00	11734,00	9231,800	10874,17	10874,11	9231,80	9047,87	9750,90	9750,90
400	20	-40,05	10663,00	10663,00	9196,200	9871,200	9871,20	9196,20	9047,87	9750,90	9750,90
400	50	-40,09	10057,00	10057,00	9185,600	9312,860	9312,86	9185,60	9047,87	9750,90	9750,90
400	100	-40,09	9947,600	9947,600	9184,000	9213,806	9213,81	9184,00	9047,87	9750,90	9750,90

Pri numeričnem modelu se zaradi spreminjanja števila končnih elementov pri enakem razponu in začetnem povesu spreminja začetna dolžina vrvi, kar je tudi razlog za različne rezultate pri različnem številu končnih elementov. V zaključenih enačbah, katerih rezultate primerjamo z rezultati numeričnega modela pa je začetna dolžina vrvi pri enakem razponu ter enakem začetnem povesu enaka, posledično pa je enaka tudi vodoravna komponenta osne sile. Iz preglednice 10 razberemo, da se rezultati po zaključenih formulah najbolj ujemajo rezultati dobljenimi z najbolj gosto mrežo 100 končnih elementov. Pri več končnih elementih je njihova skupna začetna dolžina bližje dolžini kvadratne funkcije, uporabljene za začetno obliko po [16], zato so ti rezultati smiselni.

Preglednica 10: Primerjava izračunanih osnih sil in njihovih vodoravnih komponent dobljenih z zaključenimi formulami za raztegljive vrvi s plitkimi povesi po [16] z referenčnimi vrednostmi dobljenimi z numeričnim modelom z različnim številom končnih elementov

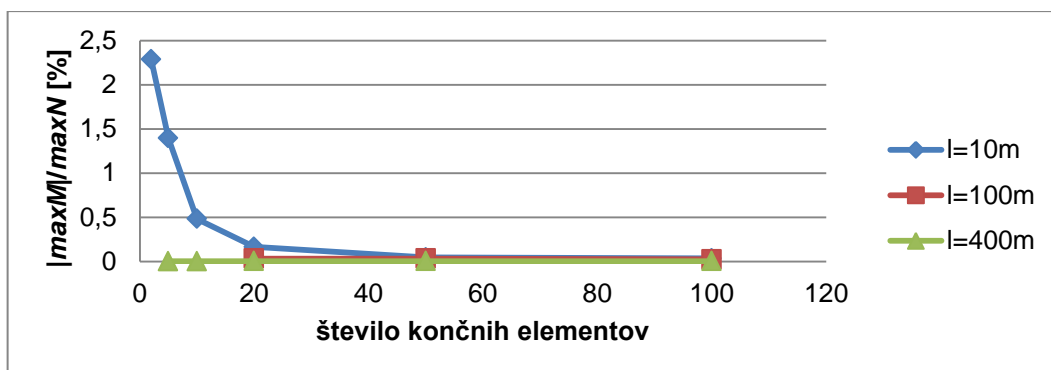
		Zaključene enačbe za raztegljive vrvi s plitkimi povesi po [16]	
$l$ [m]	Število KE	$N_{zz}$ [%]	$H_z$ [%]
10	5	111,3695	95,80
10	10	117,6519	97,49
10	20	98,61959	98,28
10	50	98,40067	98,45
10	100	98,29039	98,47
100	5 (k.p.)	63,46946	79,34
100	10 (k.p.)	74,0618	123,36
100	20	84,58568	98,36
100	50	95,94521	98,46
100	100	98,23128	98,48
400	5	76,20272	101,18
400	10	83,09954	98,01
400	20	91,44612	98,39
400	50	96,95635	98,50
400	100	98,02264	98,52

Na sliki 28 prikazujemo razmerje med največjimi prečnimi silami v vodniku in največjimi osnimi silami. Opazimo lahko, da se prečne sile z zgoščanjem mreže končnih elementov manjšajo.



Slika 28: Razmerje med največjimi prečnimi in osnimi silami v vodniku pri različnem številu končnih elementov

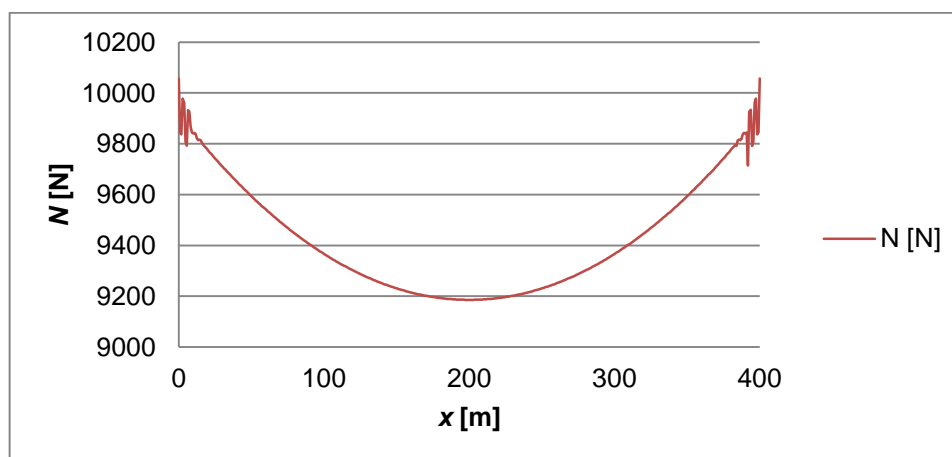
Podobno opazimo za upogibne momente. Njihove največje absolutne vrednosti delimo z maksimalno osno silo in prikazemo na sliki 29. Z uporabo krajših elementov se največji momenti manjšajo.



Slika 29: Razmerje med največjimi prečnimi in osnimi silami v vodniku pri različnem številu končnih elementov

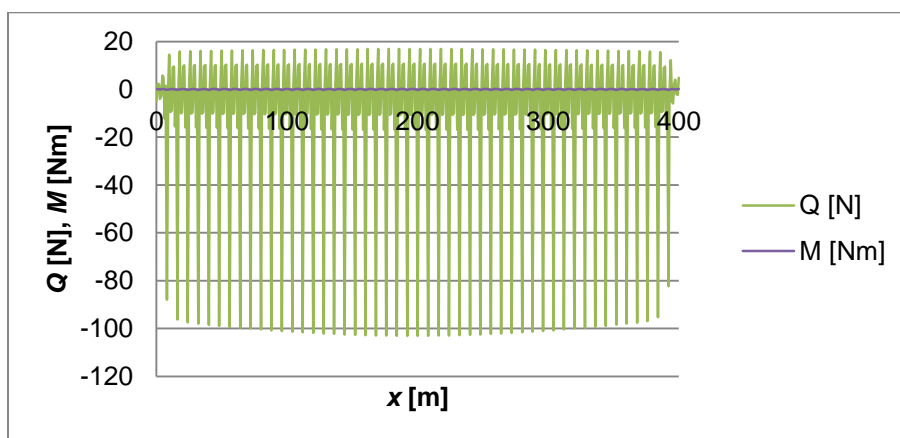
Iz preglednice 10 je razvidna konvergenca osnih sil z večanjem števila elementov. Že malo elementov daje povsem zadovoljive rezultate (pri petih končnih elementih je odstopanje od rezultatov pri 100 končnih elementih približno 2,7%, pri dvajsetih pa že za manj kot 0,2%) ob bistveno manjših računskih časih (čas računa se pri manj elementih skrajša na nekaj minut, seveda pa je to odvisno tudi od izbrane stopnje interpolacije). Točnejše vrednosti dobimo z gostejšo mrežo elementov, zato za mnoge izračune uporabimo dokaj gosto mrežo 50 elementov.

Na sliki 30 prikazujemo potek osnih sil glede na vodoravno koordinato  $x$ . Iz grafa je lepo razvidno, da so osne sile največje ob podporah in najmanjše na sredini razpona. Razberemo lahko tudi manjše oscilacije osnih sil, ki se pojavijo zaradi različnih razlogov. Verjetni razlogi zanje so dinamični vplivi in pa sam numerični model. Uporabljeni numerični model kot osnovne neznanke predpostavi pomike in zasuke, notranje sile pa določi na osnovi odvodov interpoliranih osnovnih neznank. Zato je natančnost notranjih sil manjša kot natančnost osnovnih neznank. To težavo lahko rešimo na različne načine, vendar to ni predmet tega diplomskega dela, zato se tu zadovoljimo z rezultati, kot jih neposredno podaja Nodi.



Slika 30: Numerično določene osne sile glede na koordinato  $x$  pri mreži s 50 končnimi elementi

Na sliki 31 prikazujemo potek prečnih sil in momentov. Opazimo, da so prečne sile in momenti majhni v primerjavi z osnimi silami ter njihovo oscilacijo po celotni dolžini.



Slika 31: Numerično določene prečne sile in upogibni momenti glede na koordinato  $x$  pri mreži s 50 končnimi elementi

Opazili smo, da začetna skupna dolžina končnih elementov vpliva na rezultate in da so rezultati po zaključenih formulah z upoštevanjem osnih raztezkov najbližje rezultatom goste mreže 100 končnih elementov, za katero je skupna začetna dolžina vrvi najbližje pravi dolžini. Zato za tako gosto mrežo preverimo še ujemanje rezultatov zaključenih formul za idealno neraztegljivo vrv z rezultati numeričnega modela. V numeričnem modelu upoštevamo 100-krat večjo osno togost kot je karakteristična za daljnovodne vodnike, s čimer se želimo približati osno neraztegljivi – idealni vrvi. Rezultate podajamo v preglednici 11. Pri obeh modelih upoštevamo razpon 400 m in začetni povos 40 m.

Preglednica 11: Primerjava rezultatov zaključenih enačb za idealne vrvi po [16] in rezultatov numeričnega modela s 100 končnimi elementi s 100-krat večjo osno togostjo

$l$ [m]	Število KE	Upogibno podajen računski model, s 100-krat večjo osno togostjo							Zaključene enačbe za idealne vrvi po [16]		
		$d_{aN}$ [m]	$N_{1N}$ [N]	$N_{2N}$ [N]	$N_N$ [N]	$H_{1N}$ [N]	$H_{2N}$ [N]	$H_N$ [N]	$H_z$ [N]	$N_{1z}$ [N]	$N_{2z}$ [N]
400	100	39,868	11604	11604	9211,4	10754,1	10754,1	9211,4	9207,16	9934,24	9934,24

Vodoravna komponenta po zaključenih enačbah za idealne vrvi [16] je manjša od vodoravne komponente, dobljene z numeričnim modelom, za samo 0,05%, kar pomeni zelo dobro ujemanje. Večje razlike, do 15%, pa se pojavijo pri vrednostih osnih sil ob podporah, za kar so eden od vzrokov računske oscilacije osnih sil pri numeričnem modelu.

Analizirajmo še vpliv izbire stopnje integracije in interpolacije na notranje sile. Pri tem upoštevajmo, da mora biti stopnja integracije po elementu večja od stopnje interpolacije, in vzemimo kar  $n_i + 1$ . Spreminjanje števila interpolacijskih točk in s tem stopnje integracije ima omejitve tako navzdol kot navzgor. S premajhno stopnjo interpolacije, bo deformirana oblika vodnika opisana premalo natančno, pri preveliki stopnji pa lahko interpolacijski polinomi pretirano oscilirajo. Poleg tega večja stopnja interpolacije povzroči daljše računske čase. Preizkušene so bile stopnje interpolacije od 2 do 13, opazovali pa smo vrednost največje osne sile in njene vodoravne komponente v vodniku v primerjavi z zelo gosto mrežo 200 elementov 2. stopnje ter vpliv spreminjanja interpolacijske stopnje na dejanske povose in vse notranje sile: osne, prečne in upogibni momenti na sredini razpona in v obeh krajiščih.

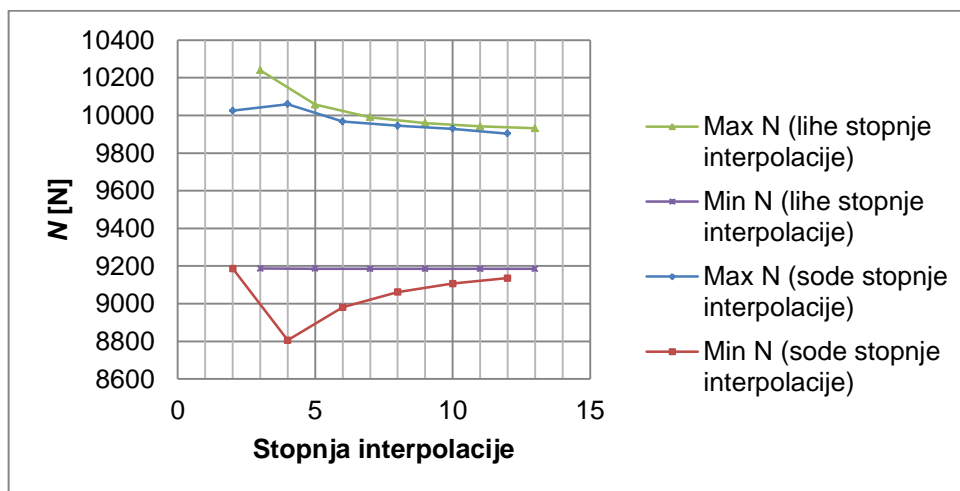


Preglednica 12: Osne sile in njihove vodoravne komponente, izračunane za numerični model s 50 oziroma 200 končnimi elementi pri različnih stopnjah interpolacije

Število KE	Stopnja interpolacije	Opazovane količine						
		$d_{dN}$ [m]	$N_{1N}$ [N]	$N_{2N}$ [N]	$N_N$ [N]	$H_{1N}$ [N]	$H_{2N}$ [N]	$H_N$ [N]
50	2	-40,09	10025,00	10025,00	9186,80	9299,41	9299,41	9186,80
50	3	-40,09	10240,00	10240,00	9186,70	9477,29	9477,29	9186,70
50	4	-40,09	9735,00	9735,00	8806,10	9024,94	9024,94	8806,10
50	5	-40,09	10057,00	10057,00	9185,60	9312,86	9312,86	9185,60
50	6	-40,09	9822,20	9822,20	8980,60	9103,94	9103,94	8980,60
50	7	-40,09	9990,10	9990,10	9185,40	9252,79	9252,79	9185,40
50	8	-40,09	9859,90	9859,60	9062,10	9138,14	9137,86	9062,10
50	9	-40,09	9959,10	9959,10	9185,30	9225,21	9225,21	9185,30
50	10	-40,09	9879,40	9879,40	9107,20	9155,47	9155,47	9107,20
50	11	-40,09	9942,00	9942,00	9185,20	9210,12	9210,12	9185,20
50	12	-40,09	9891,50	9891,50	9135,30	9165,94	9165,94	9135,30
50	13	-40,09	9931,60	9931,60	9185,20	9201,23	9201,23	9185,20
200	2	-40,10	9918,7	9918,7	9183,7	9192,26	9192,26	9183,7

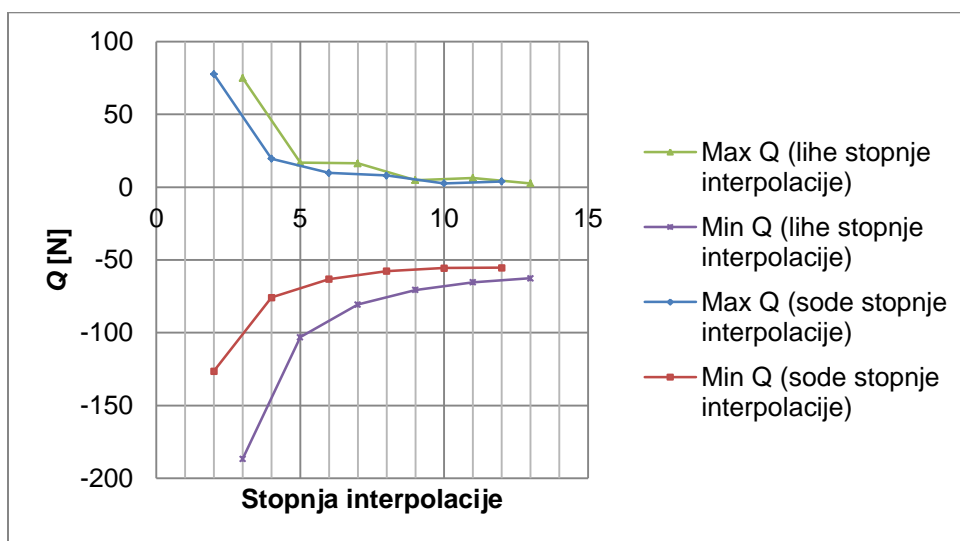
Iz preglednice 12 lahko razberemo, da z velikim številom končnih elementov (200) pri majhni stopnji interpolacije (2) dobimo zelo podobne osne sile in vodoravne komponente osnih sil kot pri manjšem številu končnih elementov (50) in večji stopnji interpolacije (13). Dejanski povesi so za vse stopnje interpolacije skoraj povsem enaki.

Slike 32 do 36 prikazujejo rezultate za mrežo 50 končnih elementov pri različnih stopnjah interpolacije. Ker nas zanima, ali ima vpliv na rezultate tudi lihost oziroma sodost stopnje interpolacije, za sode in lihe stopnje izrišemo ločeni liniji. Na sliki 32 prikazujemo odvisnost izračunanih osnih sil od stopnje interpolacije. Z lihimi stopnjami interpolacije dobimo pri najmanjši dobljeni osni sili manjše odstopanje od referenčne vrednosti, dobljene z mrežo 200 elementov, kot pri sodih stopnjah.



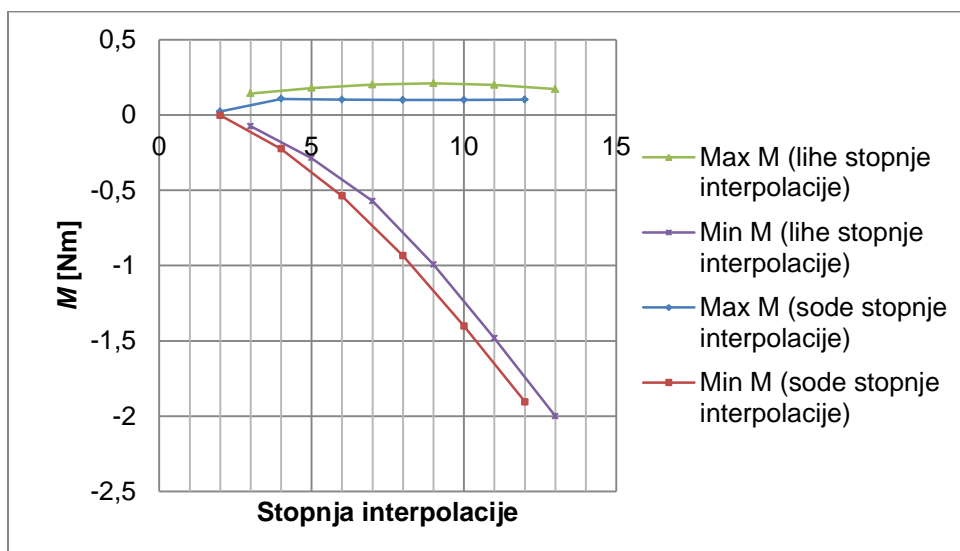
Slika 32: Vpliv stopnje interpolacije na največje in najmanjše vrednosti osnih sil pri mreži s 50 končnimi elementi

Podobno obnašanje razberemo tudi za prečne sile, kar prikazujemo na sliki 33. V primerjavi z osnimi silami so vrednosti prečnih sil zelo majhne.



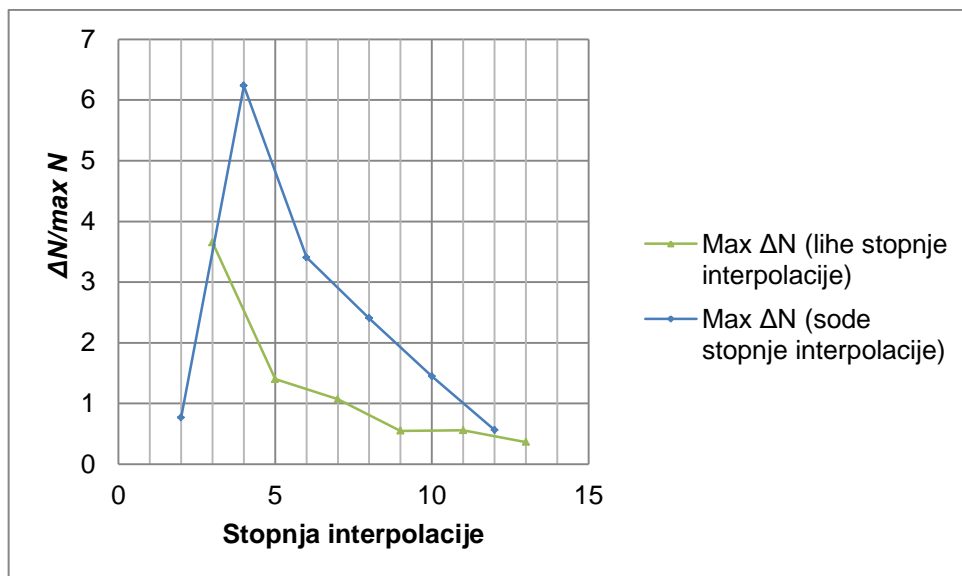
Slika 33: Vpliv stopnje interpolacije na največje in najmanjše vrednosti prečnih sil pri mreži s 50 končnimi elementi

Nasprotno pa s slike 34 razberemo, da se vrednosti notranjih upogibnih momentov z večanjem stopnje interpolacije večajo, vendar so tudi pri največji preizkušeni stopnji zanemarljivo majhne v primerjavi z vrednostmi osnih sil. Za razlago tega pojava bi bilo potrebno preizkusiti še kakšen drugačen numerični model (na primer model s členkastimi povezavami med končnimi elementi), kar pa presega obseg te diplome.



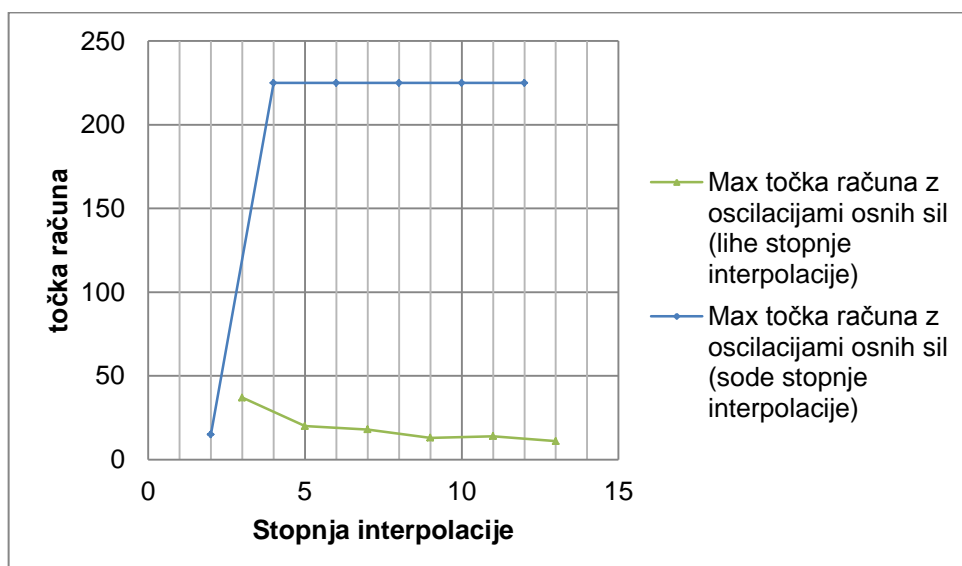
Slika 34: Vpliv stopnje interpolacije na največje in najmanjše vrednosti upogibnih momentov pri mreži s 50 končnimi elementi

Pri različnih stopnjah interpolacije smo opazovali tudi oscilacije notranjih sil, ki smo jih opazili že pri določanju primerne števila končnih elementov. S slike 35 lahko razberemo vrednost največjega skoka osnih sil zaradi osciliranja ( $\Delta N$ ) v primerjavi z največjo osno silo. Pri lihih stopnjah interpolacije so ti skoki manjši.



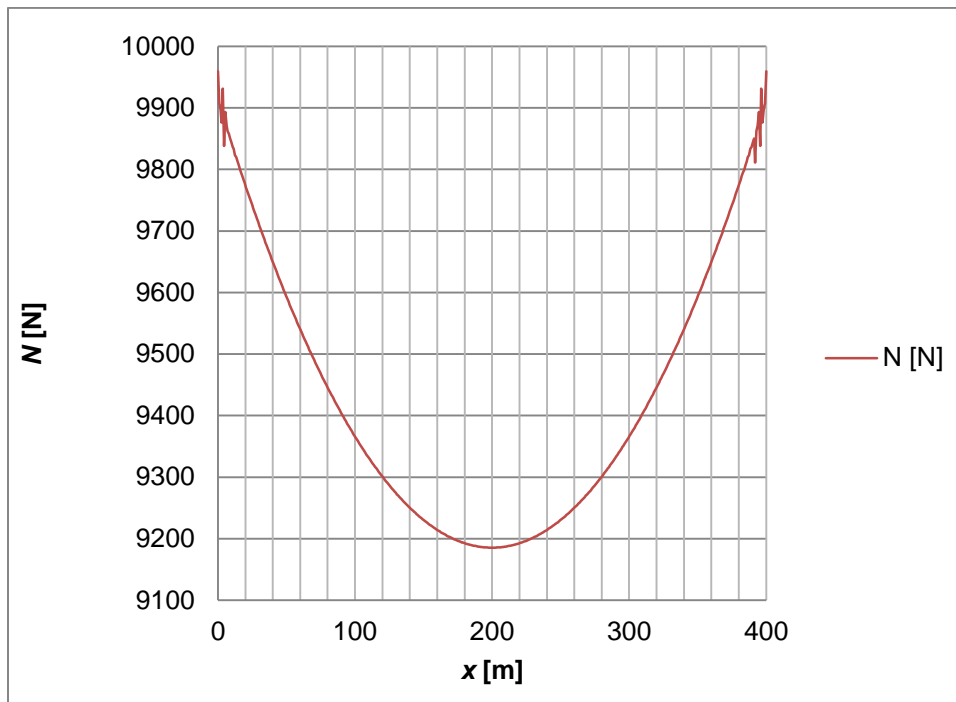
Slika 35: Vpliv stopnje interpolacije na največje skoke vrednosti osnih sil zaradi osciliranja ( $\Delta N$ ) pri mreži s 50 končnimi elementi

V vsakem končnem elementu Nodi izračuna notranje sile v predpisanem številu ekvidistančnih točk. Za naš model smo izbrali 10 točk računa notranjih sil na končni element. Opazovali smo (slika 36), pri kateri točki računa notranjih sil se oscilacije osnih sil še pojavljajo in ugotovili, da se pri sodih stopnjah interpolacije oscilacije pojavljajo po celotnem modelu, pri lihih pa se omejijo na nekaj točk v okolici podpore. V nadaljevanju smo zato uporabljali lihe stopnje interpolacije.

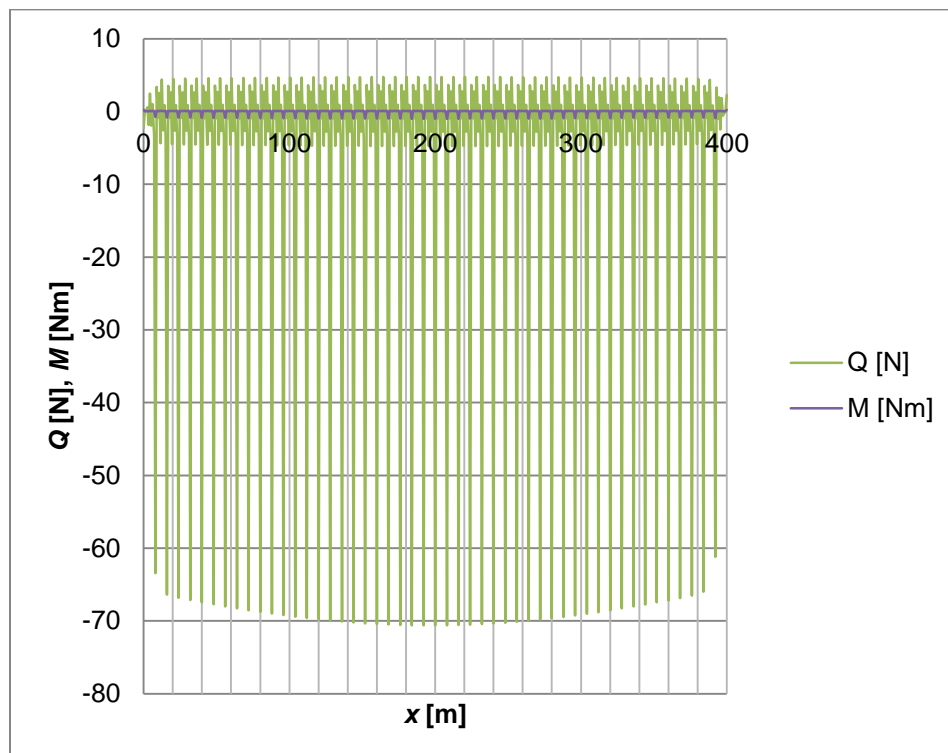


Slika 36: Vpliv stopnje interpolacije na točko računa notranjih sil v kateri se še pojavljajo oscilacije osnih sil pri mreži s 50 končnimi elementi

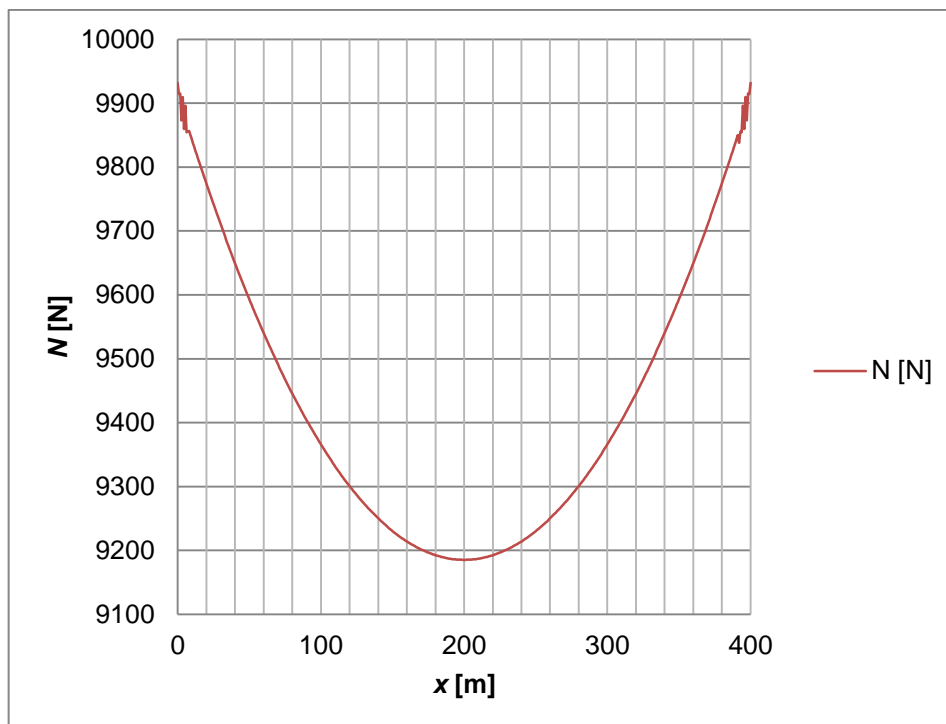
Na slikah od 37 do 40 prikazujemo poteke notranjih sil za višje stopnje interpolacije  $n_i = 9$  in  $n_i = 13$ . Opazimo lahko, da se računске oscilacije notranje osne sile z višanjem stopnje elementov bistveno zmanjšajo. Višanje stopnje interpolacije na oscilacije prečnih sil in upogibnih momentov nima velikega vpliva.



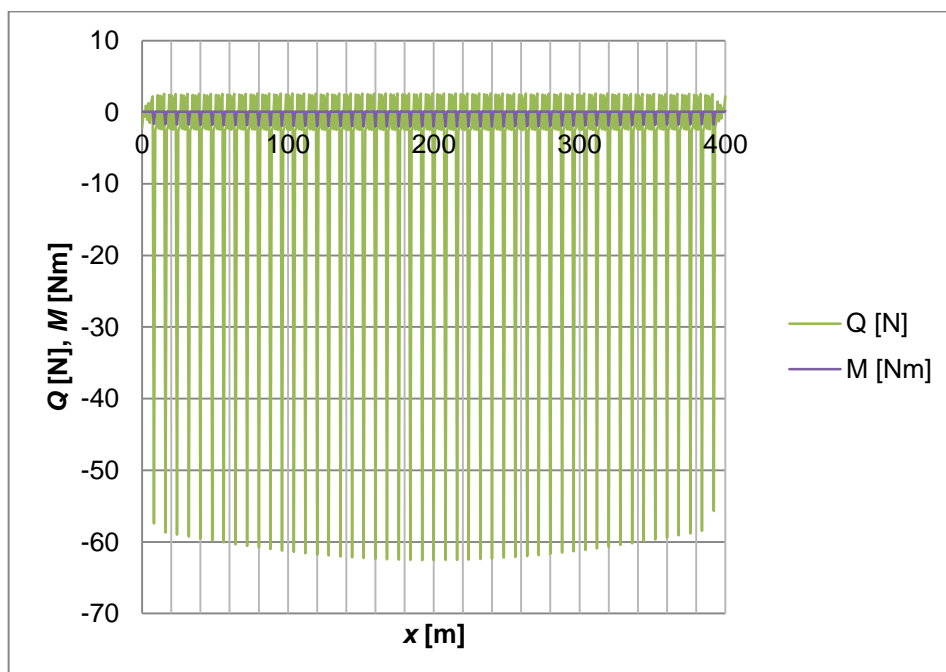
Slika 37: Osne sile pri mreži s 50 končnimi elementi in 9. stopnjo interpolacije



Slika 38: Prečne sile in upogibni momenti pri mreži s 50 končnimi elementi in 9. stopnjo interpolacije

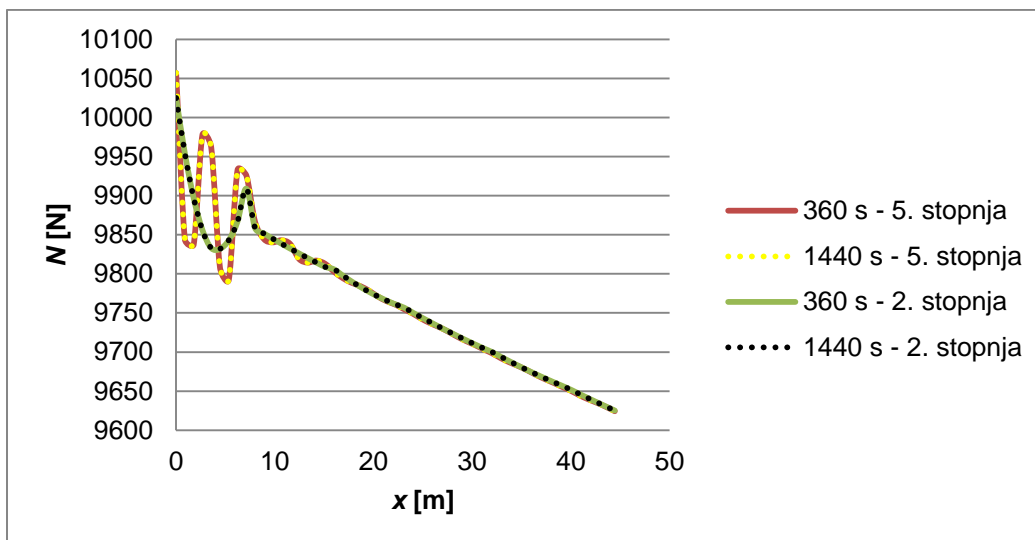


Slika 39: Osne sile pri mreži s 50 končnimi elementi in 13. stopnjo interpolacije



Slika 40: Prečne sile in upogibni momenti pri mreži s 50 končnimi elementi in 13. stopnjo interpolacije

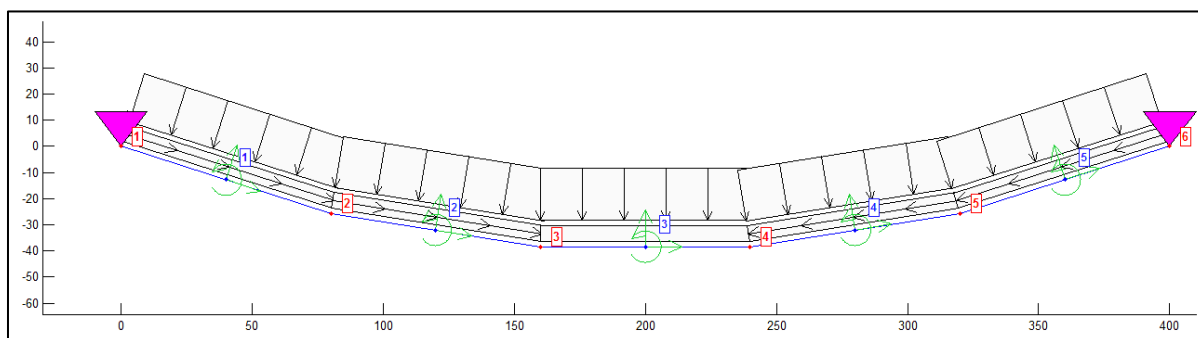
Preverili smo tudi, kako na oscilacije osnih sil vpliva počasnejše večanje obtežbe. Na enakem modelu s 50 končnimi elementi, razponom 400 m, povosom 40 m in pri peti ter drugi stopnji interpolacije smo obtežbo enkrat nanegli do polne vrednosti v 360 s, drugič pa v štirikrat daljšem času, t.j. 1440 s. Na sliki 41 prikazujemo, da so v obeh primerih rezultati zelo podobni. Nanašanje obtežbe je bilo torej dovolj počasno, oscilacij pa na osnovi teh ugotovitev ne moremo pripisati dinamičnim vplivom.



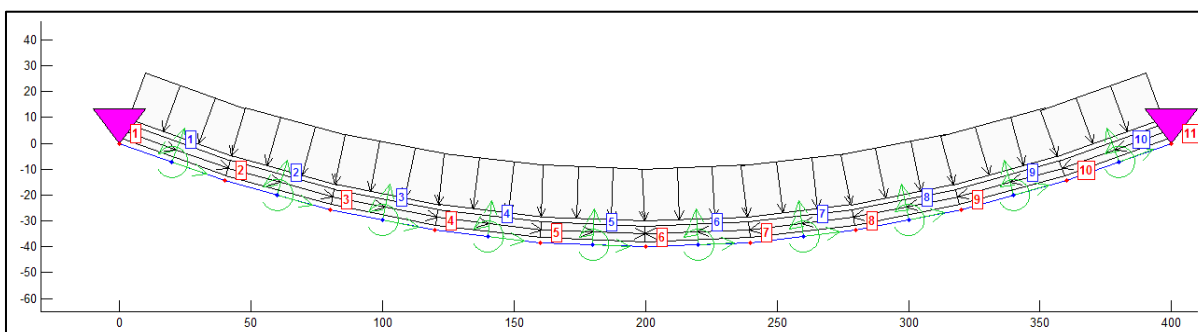
Slika 41: Primerjava oscilacij osnih sil pri numeričnem modelu pri različnem trajanju naraščanja obtežbe do polne vrednosti

Oscilacije osnih sil ob podporah so torej predvsem značilnost računskega modela, ki pa ne predstavlja resnejše omejitve, saj lahko točnejše rezultate dobimo z zgoščanjem mreže in višanjem stopnje elementov. Zaradi zadovoljive natančnosti ob ustrezno manjših računskih časih se v večini računskih primerov omejimo na največ peto stopnjo, uporabimo pa mreže z največ 50 končnimi elementi na razpon.

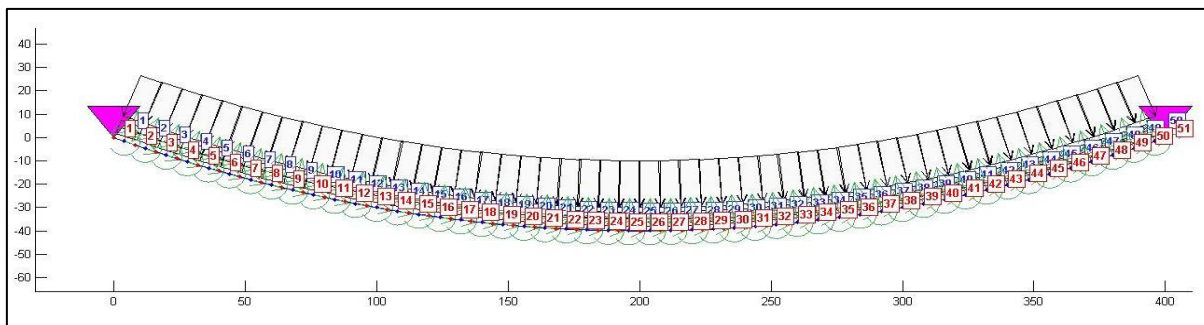
Na sliki 42 prikazujemo numerični model daljnovodnega vodnika z vsemi oznakami, podporami in obtežbo ob različnih številih končnih elementov.



a) 5 končnih elementov



b) 10 končnih elementov



c) 50 končnih elementov

Slika 42: Numerični model daljnovodnega vodnika z različnim številom končnih elementov

### 5.2.6 Območje veljavnosti preprostih modelov

Z uporabo točnejšega računskega modela lahko ocenimo območje veljavnosti zaključenih formul iz tretjega poglavja. Upoštevamo osno raztegljiv podajen računski model, predstavljen v prejšnjih podpoglavjih in pripravimo rezultate, dobljene z Nodijem za različne začetne povese vrvi. Analiziramo območje relativnih povosov med 0 in 0,4, čeprav pri daljnovodih to razmerje redko preseže 0,2. Indeksa 1 oziroma 2 pri oznakah sil v preglednicah tako kot v prejšnjih podpoglavjih pomenita silo pri začetni oziroma končni podpori, sila na sredini razpona pa je brez indeksa. Z dodatnima indeksoma N oziroma Z pa označimo numerično oziroma z zaključenimi formulami dobljene rezultate.

Preglednica 13: Primerjava značilnih količin, dobljenih z nelinearnim računskim modelom in z zaključenimi enačbami vrvi za različna razmerja  $d/l$

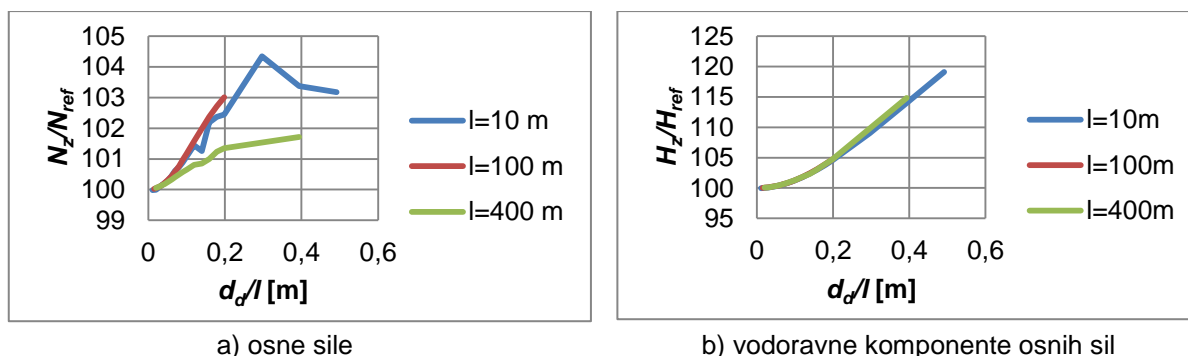
		Osno raztegljiv upogibno podajen računski model							Zaključene enačbe vrvi po [15]		
$d_z/l$	$d_a/l$	$d_{aN}$ [m]	$N_{1N}$ [N]	$N_{2N}$ [N]	$N_N$ [N]	$H_{1N}$ [N]	$H_{2N}$ [N]	$H_N$ [N]	$H_Z$ [N]	$N_{1Z}$ [N]	$N_{2Z}$ [N]
0,00	0,0206	-8,2594	44140	44140	43990	43989,87	43989,87	43990,00	44015,18	44165,06	44165,06
0,01	0,0222	-8,9061	40966	40966	40804	40803,86	40803,86	40804,00	40829,98	40991,59	40991,59
0,02	0,0269	-10,7884	33900	33900	33701	33703,58	33703,58	33701,00	33733,11	33928,85	33928,85
0,03	0,0340	-13,6235	26962	26962	26708	26713,40	26713,40	26708,00	26748,58	26995,67	26995,67
0,04	0,0425	-17,01	21731	21731	21412	21420,68	21420,68	21412,00	21462,88	21771,17	21771,17
0,05	0,0516	-20,6706	18032	18032	17642	17654,79	17654,79	17642,00	17703,76	18078,02	18078,02
0,06	0,0611	-24,466	15392	15392	14927	14945,33	14945,33	14927,00	15000,33	15442,75	15442,75
0,07	0,0708	-28,3307	13454	13454	12913	12936,34	12936,34	12913,00	12997,67	13509,22	13509,22
0,08	0,0805	-32,2327	11990	11990	11372	11400,79	11400,79	11372,00	11468,14	12049,16	12049,16
0,09	0,0903	-36,1551	10856	10856	10160	10194,48	10194,48	10160,00	10268,05	10918,56	10918,56
0,10	0,1002	-40,0885	9959,1	9959,1	9185,3	9225,21	9225,21	9185,30	9304,65	10024,48	10024,48
0,12	0,1199	-47,9687	8647,7	8647,7	7718,3	7767,89	7767,89	7718,30	7860,28	8717,82	8717,82
0,14	0,1396	-55,8712	7760	7760	6674,7	6734,28	6734,28	6674,70	6832,26	7826,32	7826,32
0,16	0,1593	-63,7469	7128,3	7128,3	5890,5	5955,91	5955,91	5890,50	6071,05	7199,67	7199,67
0,18	0,1789	-71,5734	6667,2	6667,2	5281,9	5347,33	5347,33	5281,90	5488,91	6749,96	6749,96
0,20	0,1985	-79,4136	6334,3	6334,3	4800	4867,52	4867,52	4800,00	5027,32	6419,73	6419,73
0,40	0,3934	-157,398	5646,9	5646,9	2681,5	2752,73	2752,73	2681,50	3080,22	5743,95	5743,95

Preglednica 14: Primerjava rezultatov za različna razmerja  $d_z/l$  po zaključenih formulah z referenčnimi rezultati dobljenimi s programom Nodi

Zaključene enačbe za raztegljive vrvi s plitkimi povesi po [15]			
$d_z/l$	$N_{1z}$ [%]	$N_{2z}$ [%]	$H_z$ [%]
0,00	100,0567644	100,0567644	100,0572409
0,01	100,0624581	100,0624581	100,0636642
0,02	100,0850947	100,0850947	100,095267
0,03	100,1248655	100,1248655	100,151943
0,04	100,1848426	100,1848426	100,2376176
0,05	100,2551949	100,2551949	100,350047
0,06	100,3297388	100,3297388	100,4912519
0,07	100,4103992	100,4103992	100,6556701
0,08	100,4934075	100,4934075	100,8453973
0,09	100,5762899	100,5762899	101,063508
0,10	100,6564391	100,6564391	101,2993537
0,12	100,8108495	100,8108495	101,8394612
0,14	100,85467	100,85467	102,3605793
0,16	101,0012639	101,0012639	103,065028
0,18	101,2413734	101,2413734	103,9192317
0,20	101,34872	101,34872	104,7357669
0,40	101,71858	101,71858	114,8694245

Kadar vodnik obremenimo le z lastno težo se osna sila, ki jo izračunamo po zaključenih formulah, za vsa obravnavana razmerja  $d_z/l$  razlikuje od vrednosti, dobljene s točnejšim numeričnim modelom, za manj kot 2%. Razlika med vodoravnimi komponentami osne sile je pri razmerju  $d_z/l = 0,14$  že večja od 2%, pri razmerju  $d_z/l = 0,40$  pa se rezultati razlikujejo že za skoraj 15%. Ujemanje rezultatov po zaključenih enačbah in po točnejšem numeričnem modelu se z manjšim razmerjem  $d_z/l$  večja.

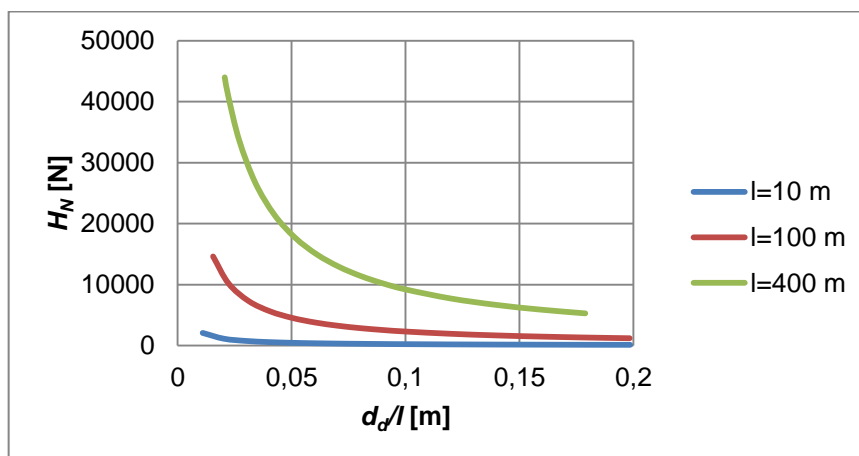
Analizirajmo še vpliv razpona na izračun osnih sil v različnih modelih. Opazimo lahko zelo podobna obnašanja ne glede na razpon, torej je bistven parameter razmerje med povosom in razponom, s čimer dodatno upravičimo prejšnje parametrične študije.



Slika 43: Primerjava rezultatov dobljenih z zaključenimi formulami po [15] z referenčnimi rezultati po geometrijsko točnem numeričnem modelu



Na sliki 44 prikazujemo vpliv razpona in razmerja med povosom in razponom na vodoravne komponente osne sile v vrvi. Za majhna razmerja so osne sile zelo velike, zato tu ne smemo zanemariti osnih raztezkov v vrvi. Ti raztezki povzročijo, da pri uporabljenem modelu, ki je obremenjen le z lastno težo in ga dodatno ne obremenimo v osni smeri, razmerij med dejanskim povosom in razponom  $d_d/l$ , ki bi bila zelo blizu nič, ne moremo doseči.



Slika 44: Vodoravne komponente osne sile dobljene z numeričnim modelom v programu Nodi za različne razpore in različna razmerja  $d_d/l$

Podobno kot večji povos tudi večja razlika med višinama obeh podpor vpliva na odziv konstrukcije. Pri večjih razlikah nastopijo večji koti  $\alpha$  med vodoravno smerjo in veznico med podporama, kar tudi ob simetrični obtežbi vodi v nesimetričen potek količin. V nobenem od virov zaključenih enačb ni podanih omejitev pri kotu  $\alpha$ . Za preizkus veljavnosti zaključenih enačb smo analizirali naklone veznice  $\alpha$  od  $0^\circ$  do  $63,4^\circ$ . V vseh primerih je bil razpon 400 m in začetni povos 40 m.

Preglednica 15: Primerjava značilnih količin, dobljenih z nelinearnim računskim modelom in z zaključenimi enačbami vrvi po [15] za različne kote veznice med podporama

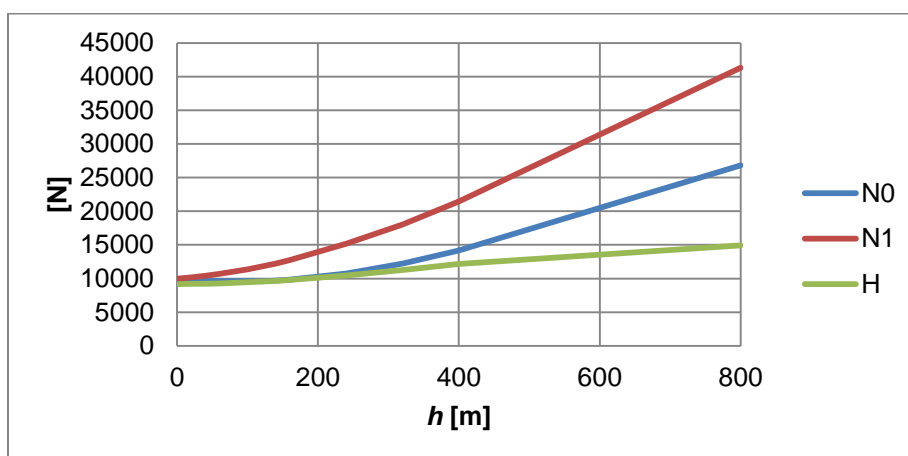
$h$ [m]	$\alpha$ [°]	Osno raztegljiv upogibno podajen računski model							Zaključene enačbe vrvi po [15]		
		$d_{dN}$ [m]	$N_{1N}$ [N]	$N_{2N}$ [N]	$N_N$ [N]	$H_{1N}$ [N]	$H_{2N}$ [N]	$H_N$ [N]	$H_Z$ [N]	$N_{1Z}$ [N]	$N_{2Z}$ [N]
0	0	-40,0885	9959,1	9959,1	9185,3	9225,21	9225,21	9185,30	9304,65	10024,48	10024,48
20	2,86	-40,091	9799,7	10160	9206	9237,08	9232,97	9198,30	9321,17	9878,41	10224,95
40	5,71	-40,0984	9682,5	10402	9268,7	9269,85	9258,97	9231,77	9350,74	9765,12	10458,56
60	8,53	-40,1087	9607,1	10683	9372,2	9322,76	9299,97	9284,26	9400,28	9692,07	10733,20
80	11,32	-40,1223	9576,5	11008	9519,9	9397,78	9360,92	9359,20	9469,42	9659,23	11049,10
100	14,04	-40,1482	9580,8	11378	9707,1	9481,91	9452,54	9447,92	9555,71	9664,73	11404,69
120	16,70	-40,1704	9616,2	11783	9927,7	9573,84	9558,34	9544,63	9662,27	9712,11	11803,75
140	19,29	-40,2	9697,2	12231	10194	9688,03	9681,86	9662,30	9785,96	9799,18	12244,21
160	21,80	-40,2293	9827,2	12733	10510	9826,81	9821,90	9802,56	9927,89	9927,91	12728,13
240	30,96	-40,36	10739	15171	12182	10485,99	10464,78	10467,97	10658,53	10862,15	15100,60
320	38,66	-40,5241	12193	18000	14328	11293,11	11307,02	11278,48	11605,30	12476,83	18174,83
400	45	-40,7276	14175	21433	17030	12153,03	12156,70	12155,86	12710,66	14775,68	21943,57
800	63,43	-42,8621	26811	41339	33286	14920,97	14929,41	14949,00	18988,64	35368,01	49872,58

Preglednica 16: Primerjava rezultatov za različne kote veznice med podporama po zaključenih formulah po [15] in [16] z referenčnimi rezultati, dobljenimi s programom Nodi

$h$ [m]	$\alpha$ [°]	Inženirska teorija vrvi, enačbe po [15]			Model s plitkimi povesi, enačbe po [16]		
		$N_{1z}$ [%]	$N_{2z}$ [%]	$H_z$ [%]	$N_{1z}$ [%]	$N_{2z}$ [%]	$H_z$ [%]
0	0	100,66	100,66	101,30	98,10	98,10	98,73
20	2,86	100,80	100,64	101,34	98,06	97,90	98,58
40	5,71	100,85	100,54	101,29	97,78	97,48	98,21
60	8,53	100,88	100,47	101,25	97,27	96,87	97,63
80	11,32	100,86	100,37	101,18	96,51	96,04	96,81
100	14,04	100,88	100,23	101,14	95,59	94,98	95,84
120	16,70	101,00	100,18	101,23	94,60	93,83	94,82
140	19,29	101,05	100,11	101,28	93,38	92,51	93,59
160	21,80	101,02	99,96	101,28	91,96	90,99	92,19
240	30,96	101,15	99,54	101,82	85,48	84,12	86,05
320	38,66	102,33	100,97	102,90	79,10	78,05	79,54
400	45	104,24	102,38	104,56	73,20	71,90	73,43
800	63,43	131,92	120,64	127,02	58,92	53,89	56,74

Iz rezultatov, podanih v preglednicah 15 in 16 je jasno razvidno, da je veljavnost zaključenih enačb, ki jih podajata vira [15] in [16] omejena. Pri vodoravni komponenti osne sile je rezultat, dobljen z zaključenimi formulami po [15] večji za več kot 2% že pri razliki višin podpor 320 m ( $38,66^\circ$ ), pri razliki 400 m ( $45^\circ$ ) je razlika že skoraj 5%, pri razliki 800 m ( $63,4^\circ$ ) pa že več kot 30%. Pri zaključenih enačbah po [16] so razlike še večje, s tem da tu dobimo manjše vrednosti sil kot z numeričnim modelom in smo z njihovo uporabo na nevarni strani. Večje vrednosti po [15] so vsaj delno pogojene s preračunavanjem obtežbe, kot je navedeno v poglavju 4.1.

Spreminjanje osne sile pri spodnji podpori, osne sile pri zgornji podpori in vodoravne komponente osne sile na sredini razpona v odvisnosti od višinske razlike med podporama je prikazano na sliki 45, kjer prikazujemo rezultate, dobljene s programom Nodi.



Slika 45: Osne sile pri spodnji in zgornji podpori ter vodoravna komponenta osne sile na sredini razpona pri nelinearnem računskem modelu

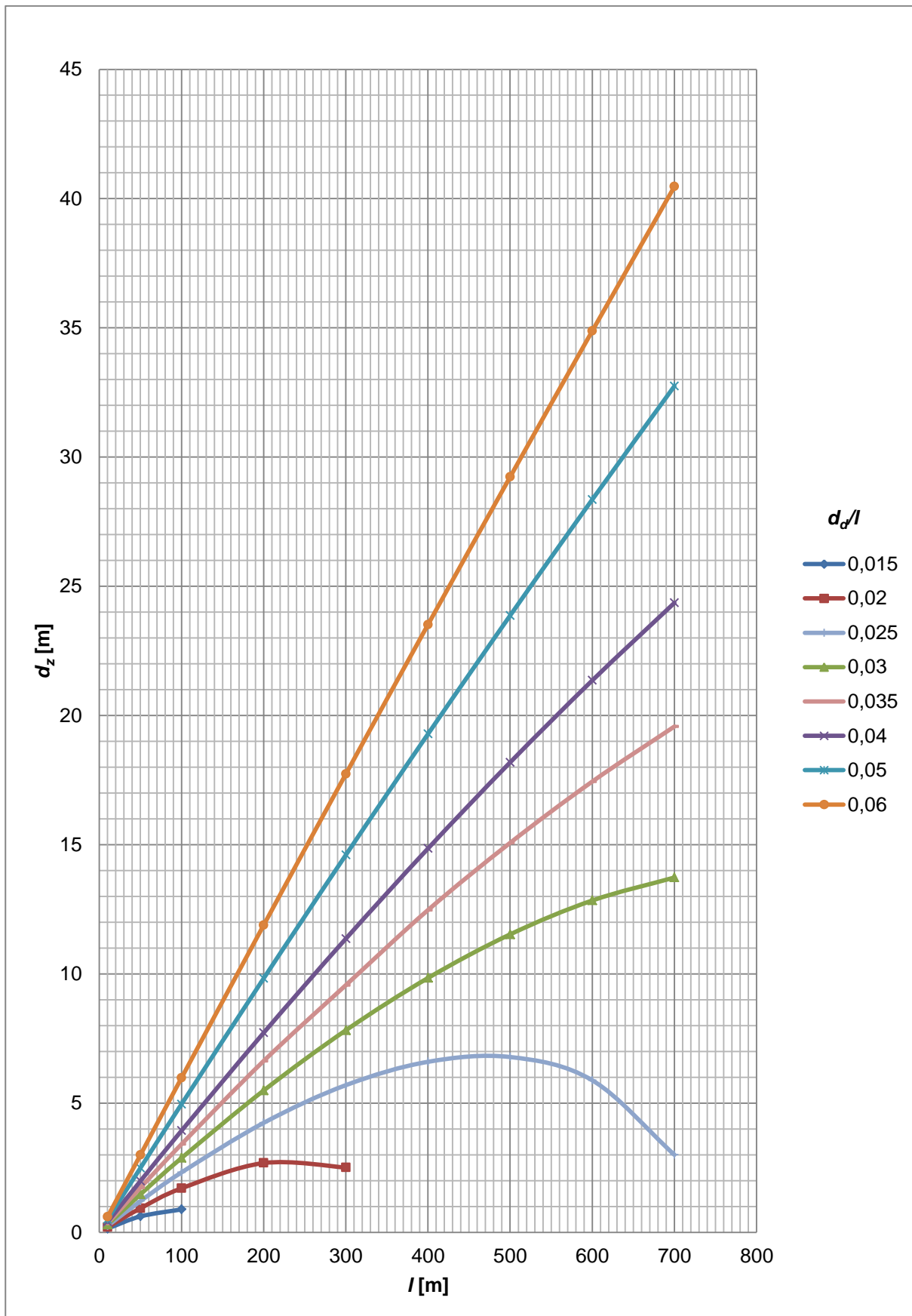
Osní sili sta pri podporah na enaki višini povsem enaki, z višanjem ene podpore pa pri višji podpori osna sila narašča hitreje kot pri nižji. Že pri predstavitvi zaključenih formul smo omenili, da velikost osne sile narašča z višinsko razliko od temena oblike vodnika in je torej v najvišji podpori tudi osna sila največja. To potrjujejo tudi računski rezultati.

### 5.3 Razlika med začetnim in končnim povесom

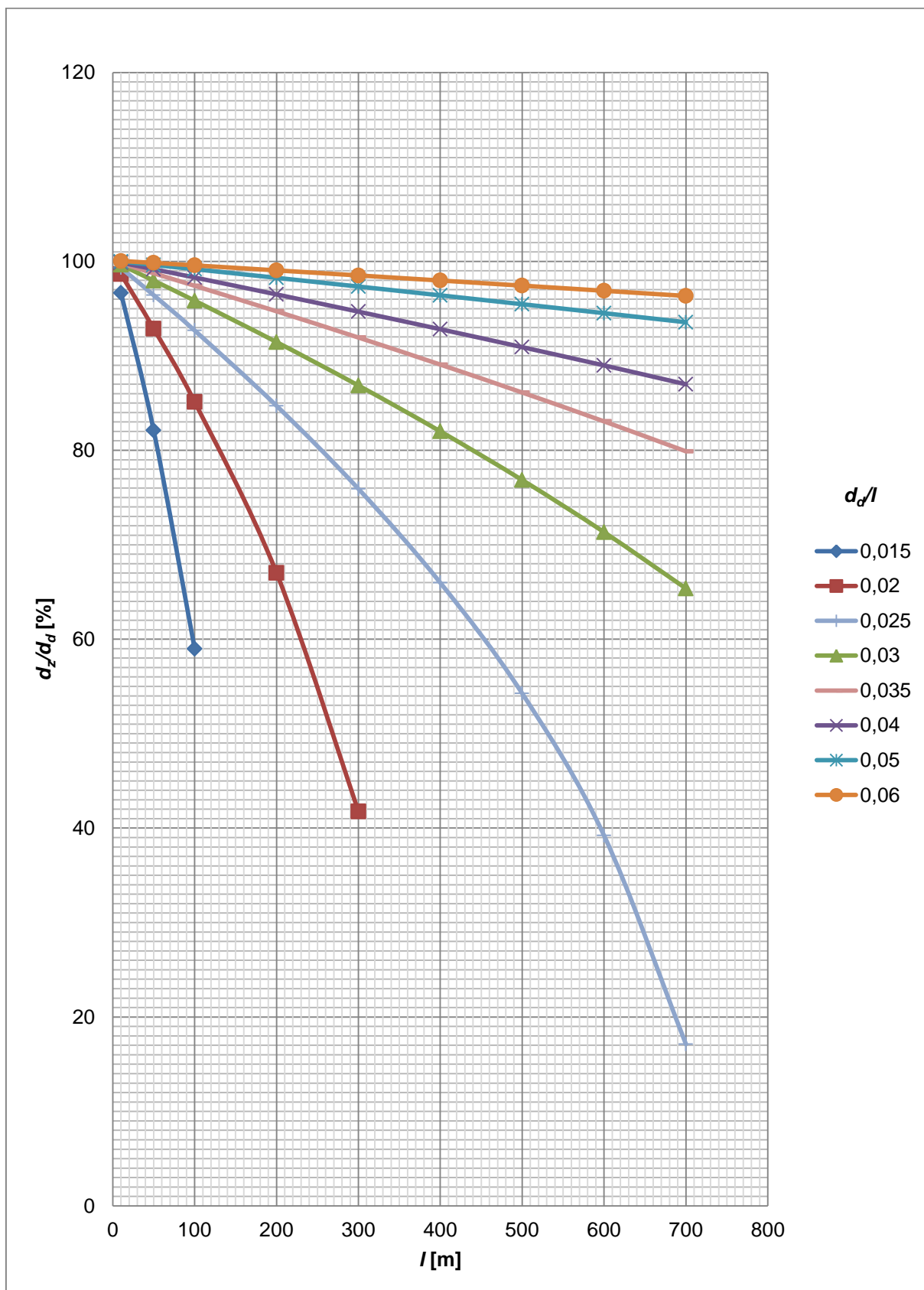
Daljnovodni vodnik je zaradi izpolnjevanja električnih zahtev dovolj nosilen, da prevzame projektno obtežbo. Pri projektiranju daljnovodnih odsekov tako niso merodajne osne sile v vodnikih, temveč so bistveni povesi v posameznih poljih. Seveda so osne sile v vodnikih pomembne zaradi vplivov vodnikov na stebre. Pri upoštevanju osnih raztezkov je povés raztegljive vrvi večji od povesa idealne vrvi. Pri načrtovanju daljnovodov so torej bistveni dejanski povesi vodnikov. Začetno lego lahko ocenimo iz enačb idealne vrvi, zanima pa nas končna deformirana lega. Še več, zanimajo nas odvisnosti med začetno in končno deformirano lego.

V Nodiju smo podali začetno lego kot kvadratno parabolo in upoštevali osne raztezke materiala. V tem razdelku ugotavljamo odvisnost končnega povesa od začetnega povesa in razpona oziroma od začetnega povesa in razmerja med začetnim povесom in razponom za v Sloveniji najpogosteje uporabljeni vodnik za visokonapetostne vode (490-AL1/64-ST1A), napet preko enega polja. Tako preverimo izpolnitev zahtev po največjih dopustnih povесih.

Najprej so bili ob enakih materialnih in ostalih parametrih, kot so bili izbrani v prejšnjem poglavju, izračunani primeri na razponih 10, 50, 100, 200, 300, 400, 500, 600 in 700 metrov. Na vsakem razponu so bila izbrana taka razmerja dejanskega povesa in razpona, ki se pojavljajo pri dejanskih daljnovodih, in sicer: 0,015, 0,02, 0,025, 0,03, 0,035, 0,04, 0,05 in 0,06. Kot smo ugotovili že v prejšnjem razdelku, se vodnik pri še tako majhnem začetnem povesu raztegne, dejanski povés pa se mu posledično poveča, zato rezultatov za nekatera majhna razmerja dejanskega povesa proti razponu ne moremo dobiti brez dodatnega vnosa osne sile, kar pa presega obseg tega dela. Za vsako izbrano razmerje dejanskega povesa in razpona je bilo iterativno preizkušenih toliko začetnih povесov, da je izračunani dejanski povés ustrezal izbranemu dejanskemu povesu. Ustrezni začetni povesi so, za vse obravnavane primere enkrat v metrih in drugič kot delež izbranega končnega povesa, predstavljeni na slikah 46 in 47.



Slika 46: Začetni poves vrvi v odvisnosti od razpona za različne zahteve po relativnem dejanskem povesu



Slika 47: Relativni začetni poves vrvi v odvisnosti od razpona za različne zahteve po relativnem dejanskem povesu

Iz slik 46 in 47 je jasno razvidno, da so zveze med začetnimi in končnimi povesi nelinearne. Nelinearnost je najbolj opazna pri velikih razponih vodnika z majhnimi relativnimi povesi. Poglejmo si najbolj izstopajoč primer – vodnik z razponom 700 m in predpisanim razmerjem  $d_d/l = 0,025$ , kar pomeni predpisani dejanski poves  $d_d = 17,5$  m. Po grafu na sliki 46 dobimo vrednost potrebnega začetnega povesa samo  $d_z = 3$  m, kar je le 17% predpisanega dejanskega povesa. Razlika med obema povesoma je torej zelo velika, kar pa ni nič čudnega, saj lahko pri kvadratni parabolni velikih razponov že majhna sprememba dolžine krivulje pomeni veliko spremembo povesa. Za zgoraj omenjeni primer je bila tako začetna dolžina vodnika 700,03428 m, pri dejanskem povesu, ki je bil kar 14,5 m večji od začetnega, pa je bila nova dolžina 701,1667 m. Vodnik se je torej podaljšal samo za približno 1,14 m, kar predstavlja 0,16% začetne dolžine.

Preverili smo še, kakšen poves vodnika bi dobili z uporabo zaključenih formul za raztegljive plitke vrvi po [16]. Pri začetnem povesu 3 m in razponu 700 m smo za podpore na isti višini z enačbo (38) najprej izračunali začetno dolžino vrvi, pri tem pa za začetno vodoravno komponento osne sile uporabili  $H$ , dobljeno iz enačbe (34) za dolžino neraztegljive plitke vrvi. Iz kubične enačbe (52) smo nato iterativno izračunali vodoravno komponento osne sile v raztegljivi plitki vrvi  $H = 63320$  N. Iz enačbe za dolžino vrvi (34) smo z upoštevanjem  $H$  v raztegljivi vrvi izrazili dejanski poves. Ta je znašal 17,58 m in je bil le 0,46% večji od numerično dobljenega dejanskega povesa.

Opozorimo, da zveze med začetnimi in končnimi povesi, ki smo jih dobili s predstavljeno študijo, veljajo za linearno elastičen material, kakršnega smo privzeli tako pri modeliranju v programu Nodi kot pri uporabi zaključenih enačb iz poglavja 3. Zavedati se je potrebno, da daljnovodni vodniki niso povsem linearno elastični, saj njihov prerez ni homogen (pri obravnavanem vodniku je srednjih 7 žic iz jekla, zunanje pa so iz aluminija), poleg tega se lahko žice, ki med seboj niso toga povezane, pri osni obremenitvi nekoliko prerazporedijo.

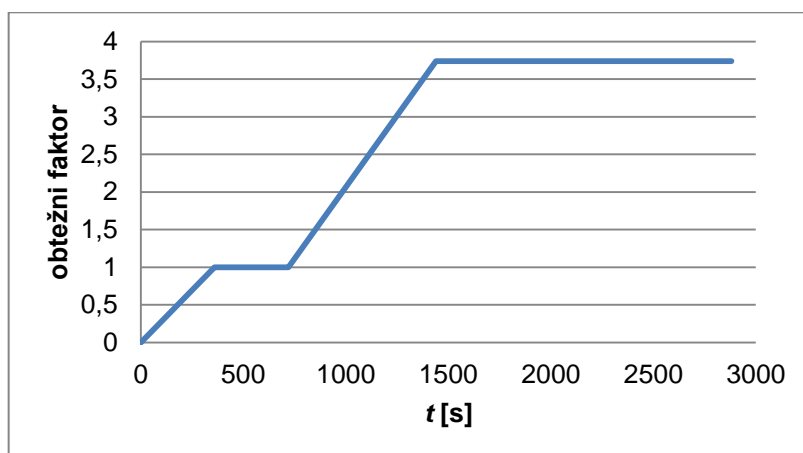
#### 5.4 Vodnik, obtežen z lastno težo in žledom

Nodi omogoča različne obtežne kombinacije in različne časovne razporeditve za vsako obtežbo. Ko so daljnovodni vodniki pritrjeni na izolatorje, nanje na začetku deluje le lastna teža. Ta povzroči v vodniku ustrezno napetostno deformacijsko stanje. Primer obtežbe, ki naknadno deluje na vodnik, ki je že deformiran zaradi lastne teže, je žled. Le-ta se na vodniku nekaj časa nabira, ob določeni motnji (na primer vetru ali otoplitvi) pa lahko žled s celotnega vodnika ali le z enega dela v hipu odpade. Časovni potek obremenjevanja vodnika in odziv vodnika v času sta obravnavana v tem poglavju. Primerjani so tudi odzivi na padec polovice žledu z vodnika pri treh različnih razporeditvah preostalega žledu.

Za začetno stanje je bil izbran vodnik enakih materialnih in geometrijskih lastnosti, kot je bil obravnavan pri določanju numeričnih parametrov. Nepomični členkasti podpora sta bili na enaki višini in razmaknjeni za 400 m. Edina razlika je bila v začetnem povesu. V programu smo podali začetni poves 39,91 m, pri katerem končni poves osno raztegljivega vodnika pod lastno težo znaša predpisanih 40 m dejanskega povesa, kot smo prikazali v poglavju 5.3.

Po zaključenem, zaradi učinka statike počasnem, nanosu lastne teže, se je obtežba pričela povečevati, prav tako počasi, še zaradi žleda. Z vrednosti lastne teže 18,176949 N/m se je

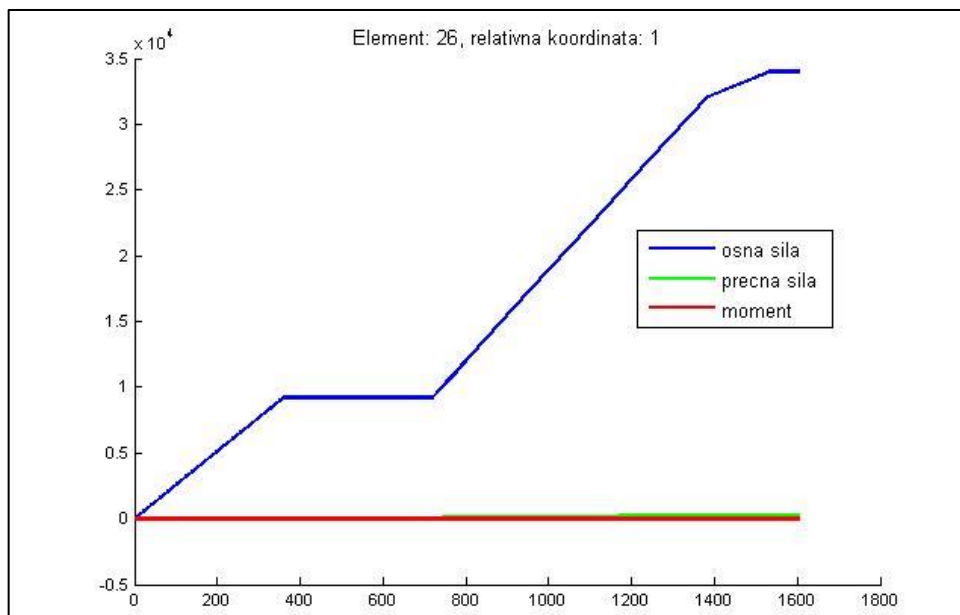
obtežba povečala še za vrednost obtežbe žledu 49,7855 N/m. Skupna obtežba je tako znašala 67,962 N/m in je bila za faktor 3,739 večja od prvotne.



Slika 48: Faktor, s katerim množimo vrednost lastne teže, v odvisnosti od časa

Na slikah 49 do 51 je podana primerjava med odzivoma vodnika po zaključenem nanosu lastne teže in po zaključenem dodatnem nanosu obtežbe žledu.

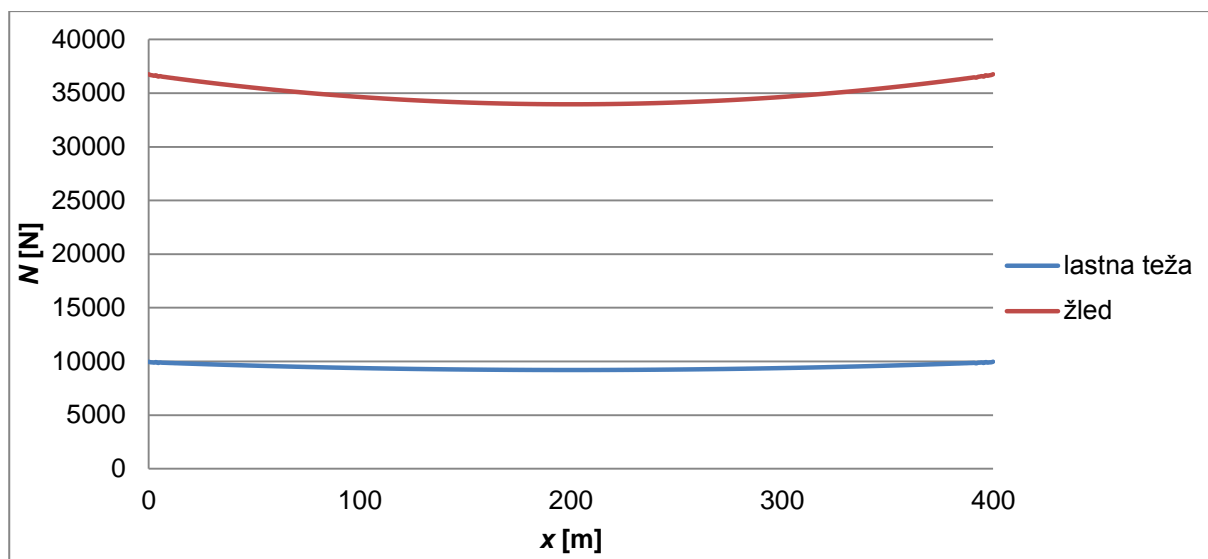
Časovni potek osne sile na sredini vodnika (slika 49), ki je zaradi simetrije konstrukcije in obtežbe hkrati tudi vodoravna komponenta osne sile, je zelo podoben poteku nanašanja obtežbe na sliki 48. Nekaj razlik je le po koncu nanosa dodatne obtežbe žledu, kjer se pojavi odsek z manjšo hitrostjo naraščanja sile. Ker ni vidnejših nihanj vrednosti sile, lahko sklepamo, da je bil nanos obtežbe očitno dovolj počasen, da so bili dinamični vplivi zanemarljivi.



Slika 49: Izpis rezultatov iz programa Nodi - spreminjanje notranjih sil na sredini razpona s časom

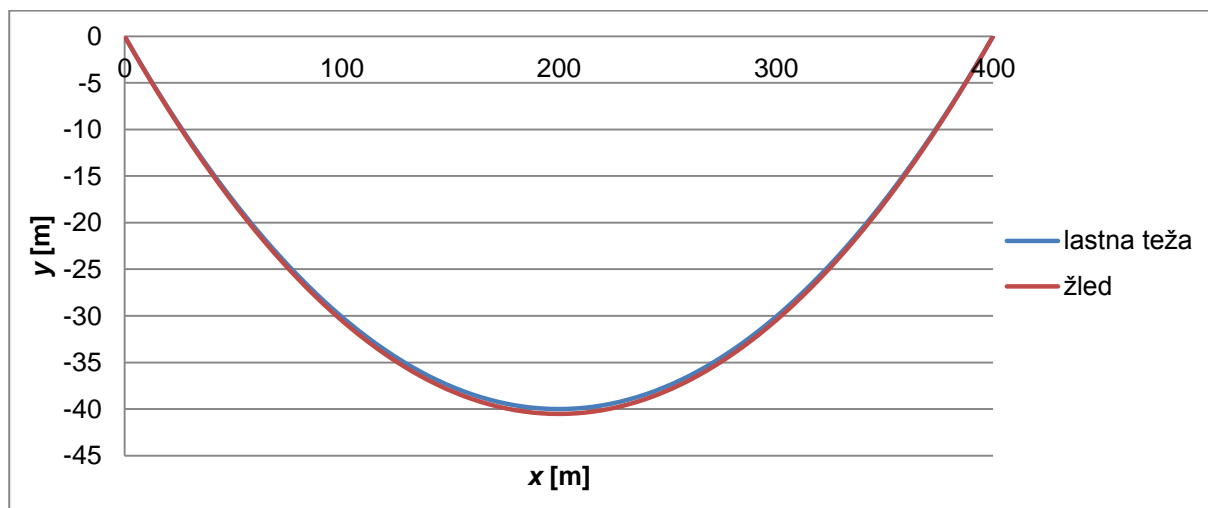
Oсна sila se pri podporah ob povečanju obtežbe zaradi žledu poveča iz 9977,3 N na 36766 N oziroma za faktor 3,685, kar je podobno faktorju povečanja obtežbe zaradi žledu. Približno tako se spremeni tudi osna sila po preostali dolžini vodnika. To kaže, da so rezultati še

vedno v linearnem področju. Rezultati po zaključenih formulah iz poglavja 4 (preglednica 7) pri obtežbi le z lastno težo in nato z enakomernim žledom se ujemajo z numeričnimi rezultati v mejah do 2,5%.



Slika 50: Osne sile pri obtežbi z lastno težo ter z dodatno obtežbo žledu pri numeričnem modelu

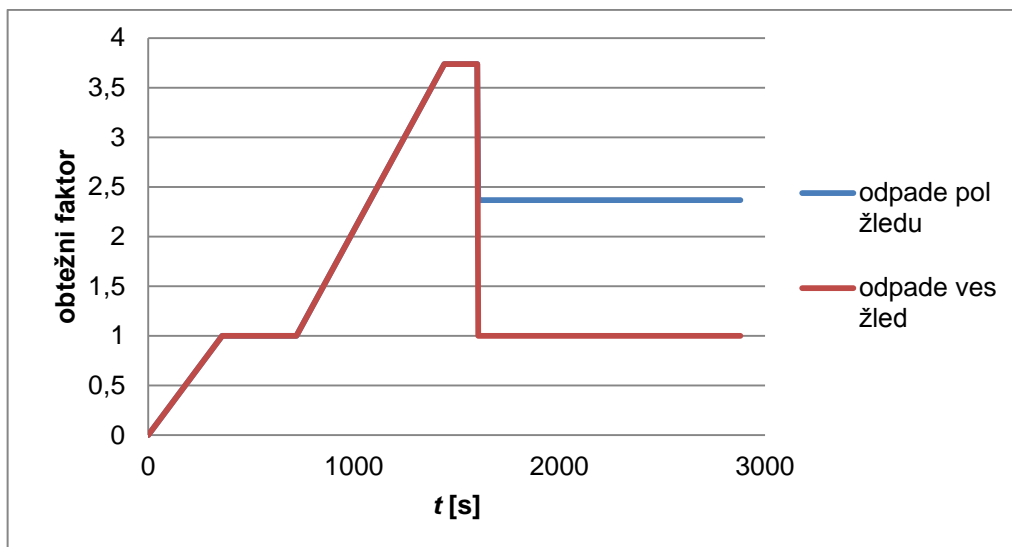
Ob obtežbi z lastno težo je bil dejanski povese vodnika natanko 40 m, po dodani obtežbi žledu pa se je povečal za 0,5 m oziroma za 1,25%. To povečanje povesa oziroma reševanje enačb na deformirani legi se odraža v malo manjših osnih silah, kot bi bile pri neraztegljivi vrvi. Zaključene formule, ki ne upoštevajo raztegljivosti vodnika tako pričakovano podajajo nekoliko večje osne sile pri dodatni obtežbi.



Slika 51: Povesi vodnika pri obtežbi z lastno težo ter z dodatno obtežbo žledu pri numeričnem modelu

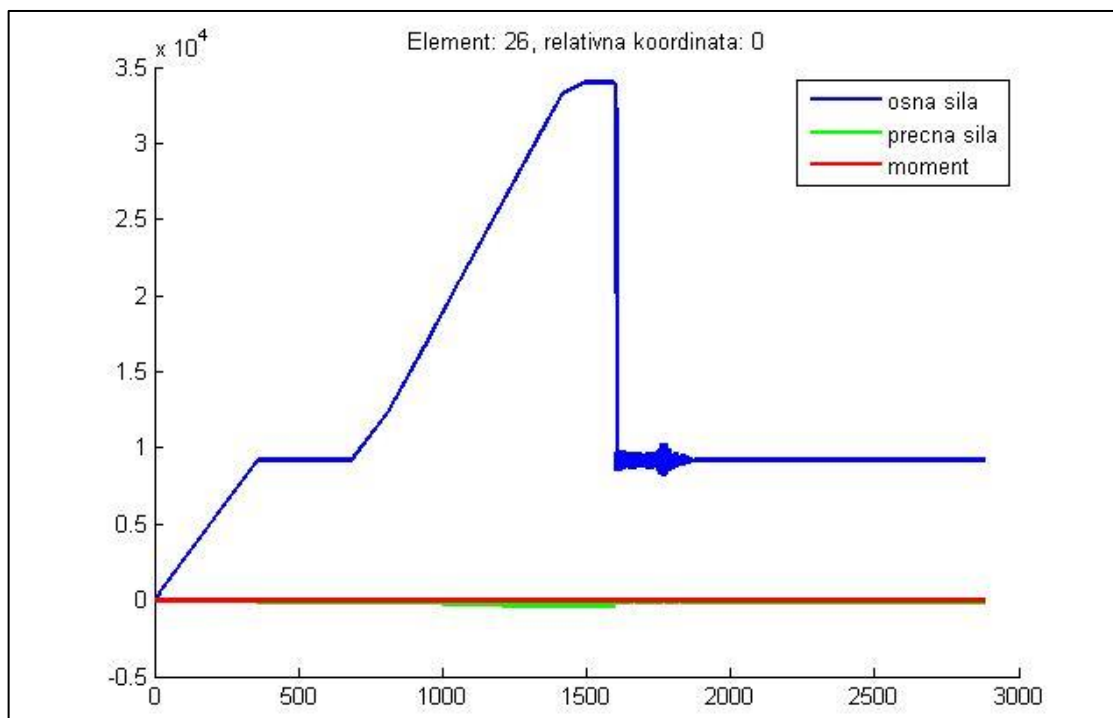
Do izrazite dinamične obremenitve vodnika pa pride, ko žled odpade. Deli vodnika, s katerih je v računskem primeru žled odpadel, so imeli obtežbo modelirano, kot je prikazano na sliki 52. Obtežba žledu se iz polne vrednosti na nič zmanjša v času 5 s, kar je bilo izbrano iz dveh razlogov. Tako smo modelirali hitro, vendar ne hipno razbremenitev, poleg tega pa zagotovili hitrejšo konvergenco rezultatov numeričnega postopka.





Slika 52: Faktor, s katerim množimo vrednost lastne teže, v odvisnosti od časa

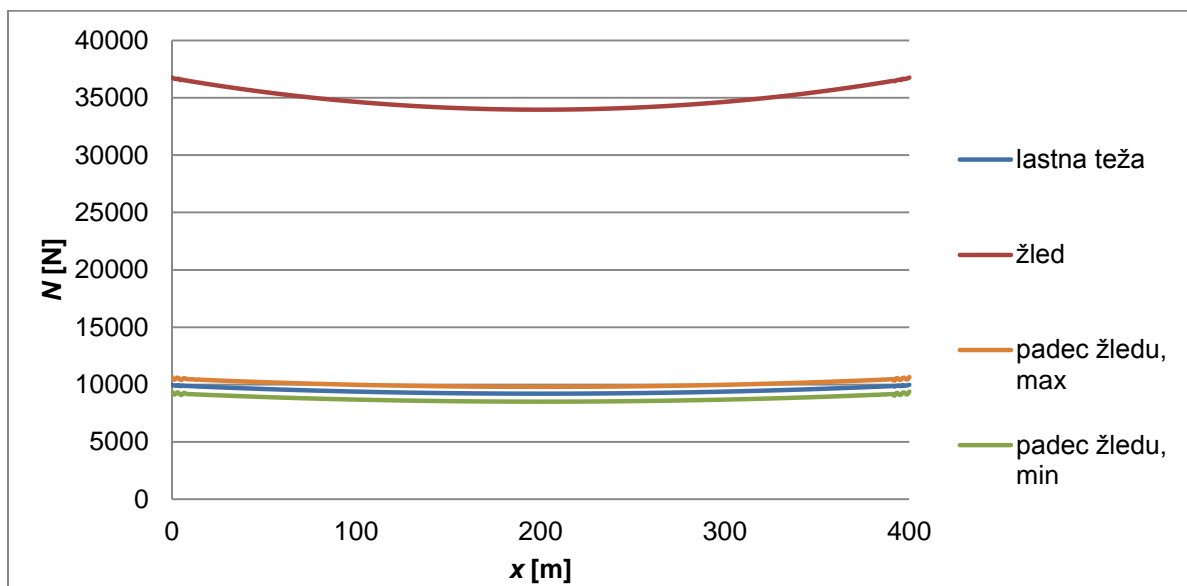
Za primer, ko odpade žled s celega vodnika hkrati, je odziv vodnika prikazan na slikah od 53 do 54. Pri poteku osne sile v vozlišču 26 (na sredini razpona) na sliki 52 so vidne posamezne faze nanašanja in odvzemanja obtežbe. Ko žled pri 1600 s odpade, začne vodnik in s tem tudi osna sila nihati okoli ravnotežne lege, ki je podobna položaju vodnika oziroma velikosti osne sile pri obremenitvi le z lastno težo. Amplitude nihanja se s časoma močno zmanjšajo, kar je posledica rahlega numeričnega dušenja, ki je vgrajeno v metodo numerične integracije ode23tb.



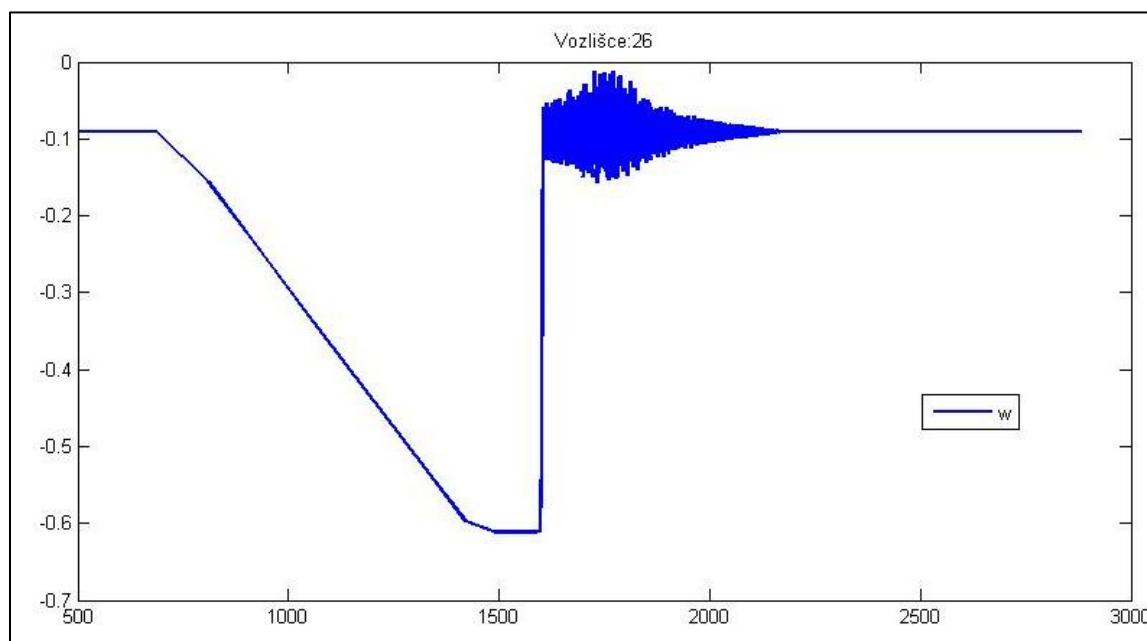
Slika 53: Izpis rezultatov iz programa Nodi – spreminjanje notranjih sil na sredini razpona s časom

Osne sile v vodniku in njegovi pomiki so ves čas nihanja manjši od tistih, ki jih je dosegel pod obtežbo žledu po celotnem razponu. Po daljšem času amplitude nihanja zaradi numeričnega dušenja postanejo zanemarljivo majhne. Takrat sta obe količini zelo podobni kot pred

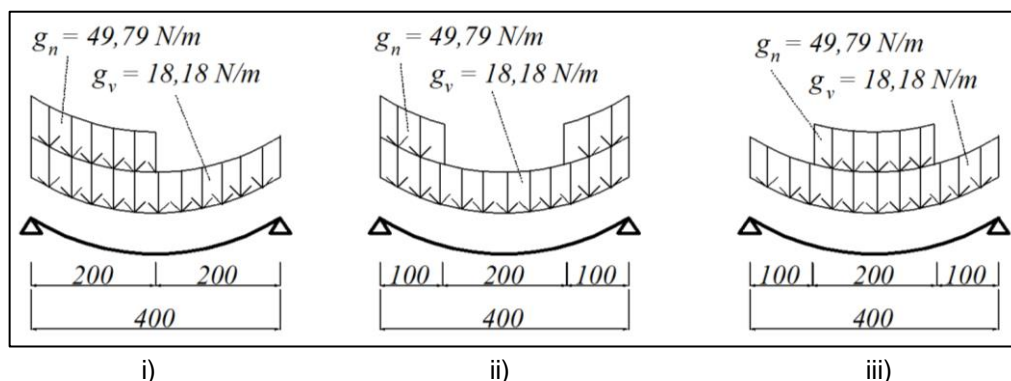
obtežbo z žledom. Osne sile pri podpori takoj po padcu žledu nihajo med 10660 N in 9382,7 N. Zgornjo in spodnjo amplitudo nihanja prikazujemo na sliki 54. Vrednost, okoli katere osne sile pri podpori nihajo, je za 96,6 N večja od osne sile pri podpori samo zaradi lastne teže. Največji povese se pojavijo hkrati z najmanjšimi osnimi silami in so za 9,3 cm večji od povesev zaradi lastne teže.



Slika 54: Osne sile po vodoravni koordinati  $x$  pri obtežbi z lastno težo, z dodatno obtežbo žledu ter po padcu žledu s celotnega razpona pri numeričnem modelu

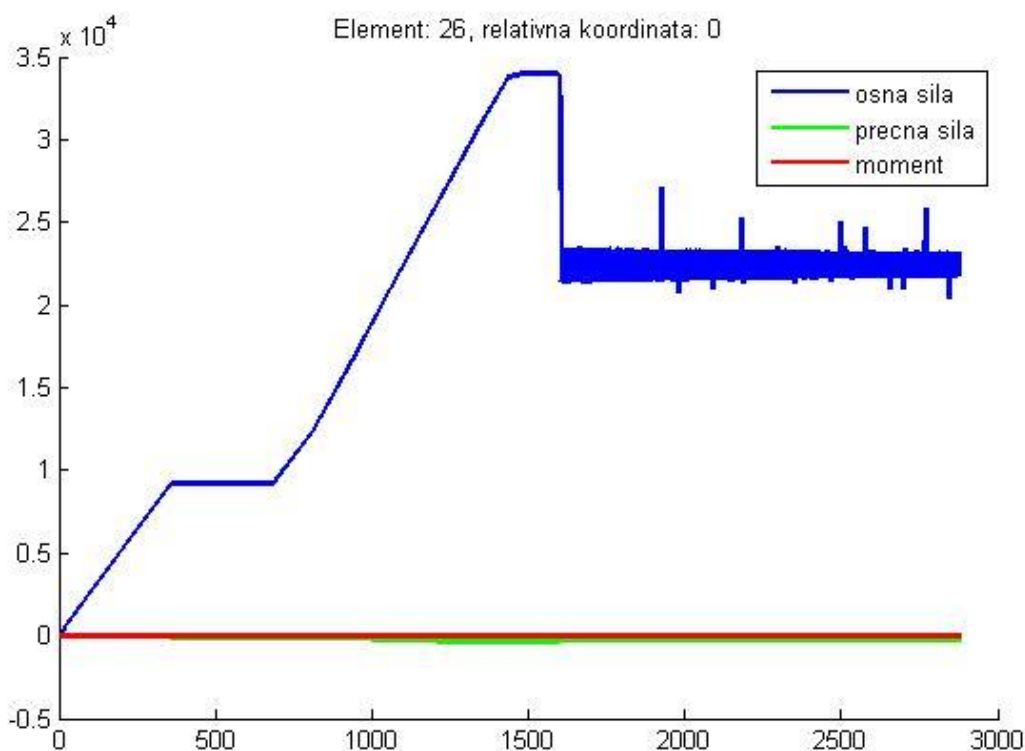


Slika 55: Navpični pomiki vodnika na sredini razpona v časovnem obdobju od  $t = 500$  s do  $t = 2880$  s  
Trije primeri, prikazani na sliki 56, pri katerih odpade le polovica žledu, so naslednji: i) žled odpade z desne polovice vodnika, ii) žled odpade s sredine vodnika in iii) žled odpade z dveh četrtin vodnika.



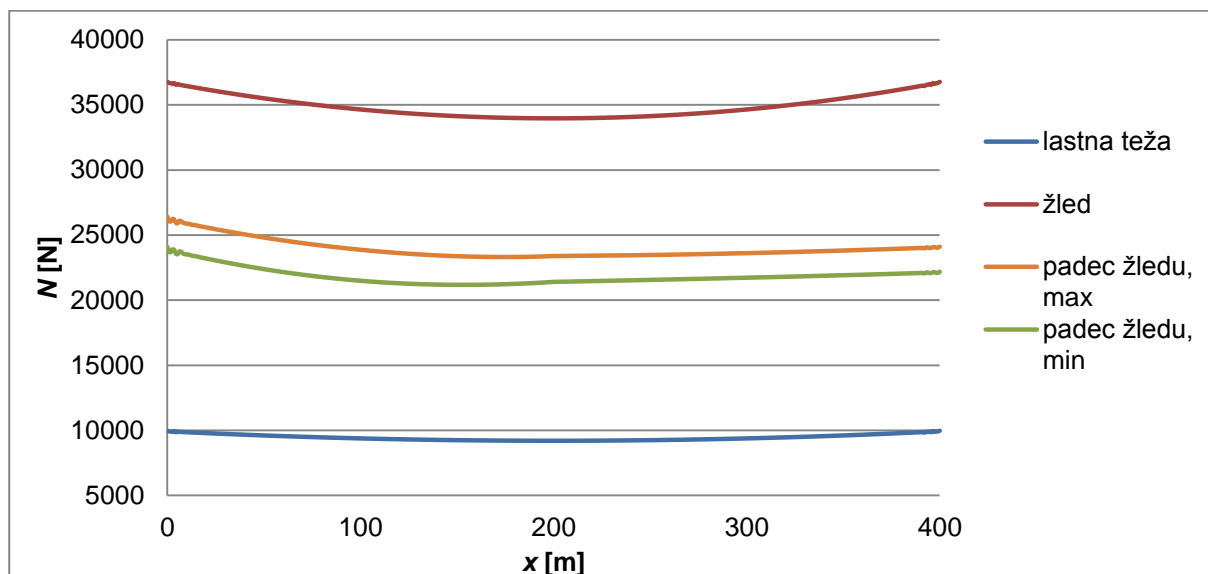
Slika 56: Razporeditev preostalega žledu

V prvem primeru, kjer je obtežba razporejena nesimetrično, opazimo izrazita nihanja osne sile z dokaj velikimi amplitudami.



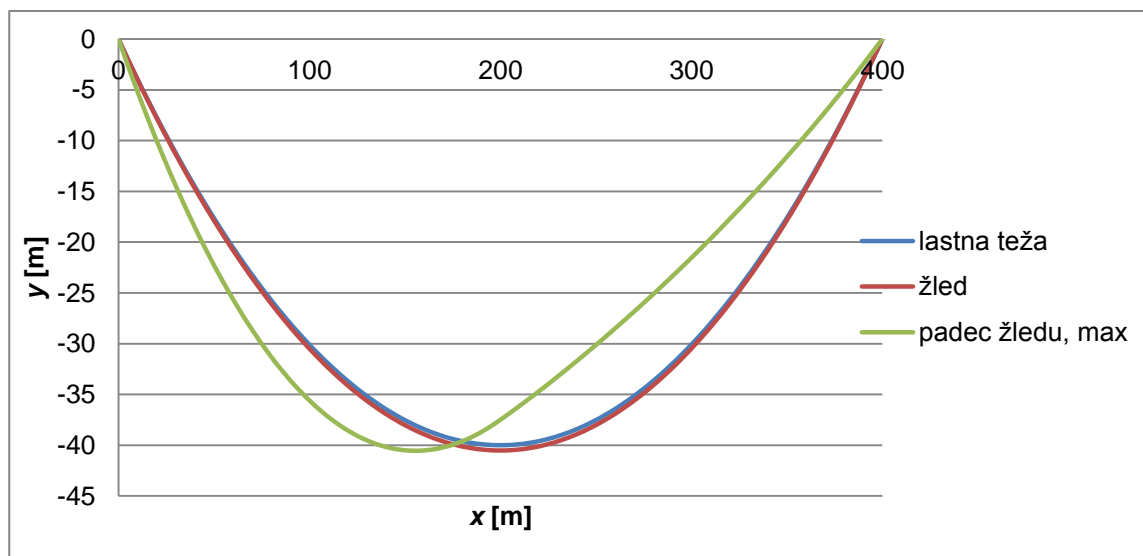
Slika 57: Izpis rezultatov iz programa Nodi – spreminjanje notranjih sil na sredini razpona s časom za primer i)

Pomiki in sile so tako kot obtežba nesimetrični in v splošnem seveda večji na polovici z večjo obtežbo. Grafi na sliki 58 prikazujejo potek osnih sil glede na enoto vodoravne osi pri različnih kritičnih časih: pri času  $t = 500$  s, ko je vodnik obtežen le z lastno težo), pri času  $t = 1500$  s, ko dodamo obtežbo žledu, pri času  $t = 1606$  s, ko je vrednost osnih sil na sredini razpona po padcu žledu največja ter pri času  $t = 1613$  s, ko je vrednost osnih sil na sredini razpona po padcu žledu najmanjša. Izstopajočih vrednosti osnih sil, ki jih lahko opazimo na sliki 57 in ki se pojavijo več kot 120 s po padcu žledu, tu nismo upoštevali. Osne sile torej v krajšem časovnem obdobju po padcu žledu dosegajo vrednosti med oranžno in zeleno linijo na sliki 58.



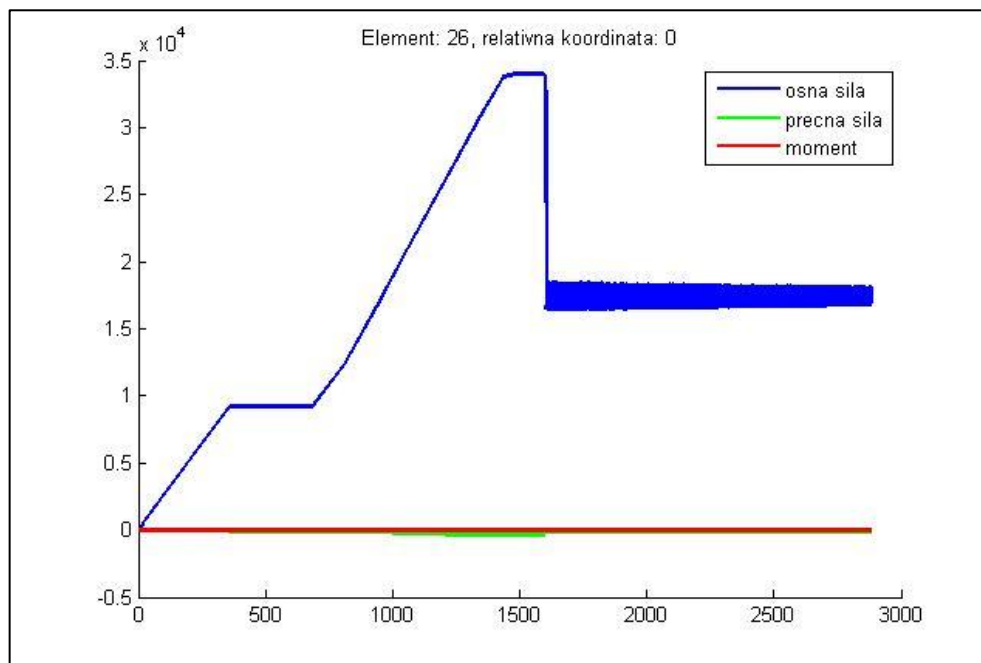
Slika 58: Osne sile pri obtežbi z lastno težo, z dodatno obtežbo žledu ter po padcu žledu v primeru i)

Največji povos vodnika pri času  $t = 1606$  s znaša 40,54 m in se nahaja 158,4 m od leve podpore. Razlika med največjim prvotnim in dejanskim povosom je torej 0,54 m. Razlika med začetnim in dejanskim povosom na razdalji 158,4 m od podpore pa je kar 2,12 m oziroma 5,5%. Na tem mestu, kjer je tudi teme nove linije osi vodnika, je največja osna sila po začetku nihanja enaka njeni vodoravni komponenti in znaša 23344 N. Za tako razporeditev obtežbe, kot je na vodniku po padcu žledu, lahko dobimo rezultate tudi po zaključenih formulah po [15]. Vodoravna komponenta osne sile znaša 21029,27 N oziroma 90,08% numerično dobljene vrednosti največje osne sile v temenu vodnika. Manjša pa je tudi od vrednosti, okoli katere nihajo numerično dobljene osne sile, ki znaša 22433 N. Opozorimo torej, da je za ta primer vrednost osne sile po [15] na nevarni strani.



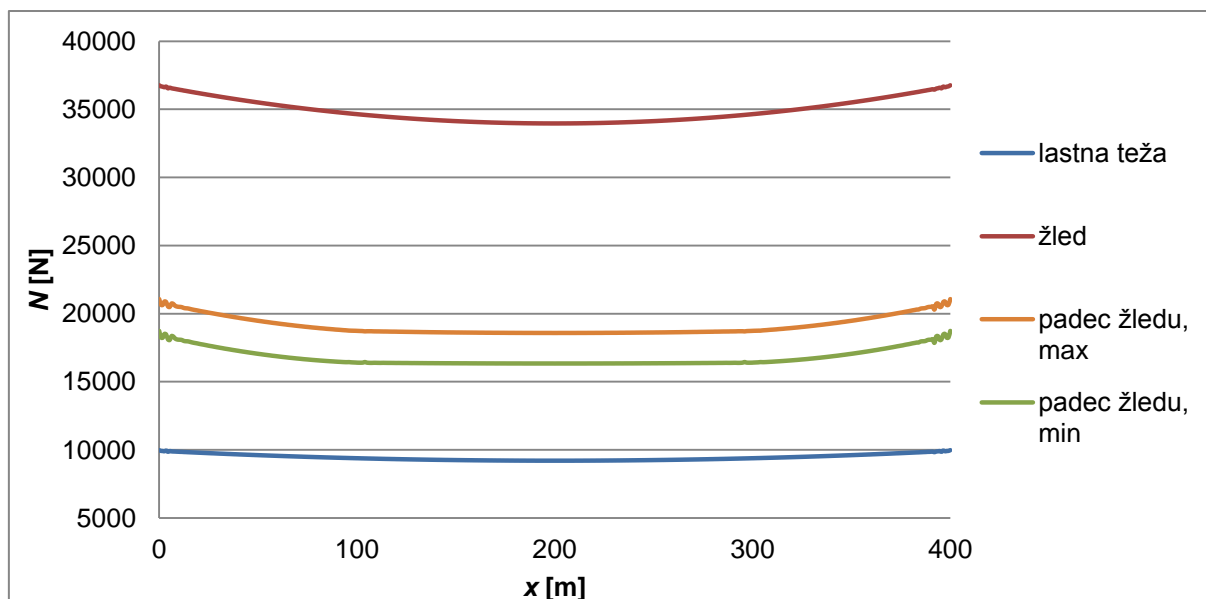
Slika 59: Povosi vodnika pri obtežbi z lastno težo, z dodatno obtežbo žledu ter po padcu žledu v primeru i) pri času  $t = 1606$  s

Pri drugem primeru, v katerem žled odpade iz sredine razpona in je obtežba simetrična, so simetrični tudi odzivi vodnika.



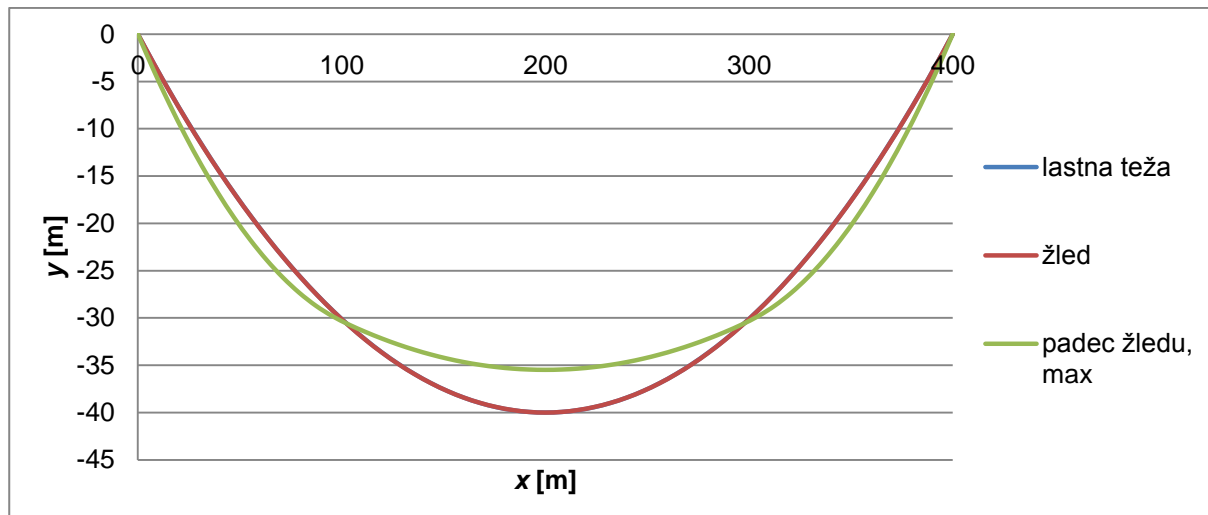
Slika 60: Izpis rezultatov iz programa Nodi – spreminjanje notranjih sil na sredini razpona s časom za primer ii)

Takoj po padcu žledu ( $t = 1608$  s), je amplituda nihanja največja. Osná sila ob podpori pri temu času znaša 21070 N, vodoravna komponenta osne sile pa 18580 N. Najmanjšo vrednost v krajšem časovnem obdobju po padcu žledu doseže vodoravna komponenta osne sile pri času  $t = 1618$  s, ko znaša 16340 N. Srednja vrednost, okrog katere niha osna sila pri podpori znaša približno 19850 N.



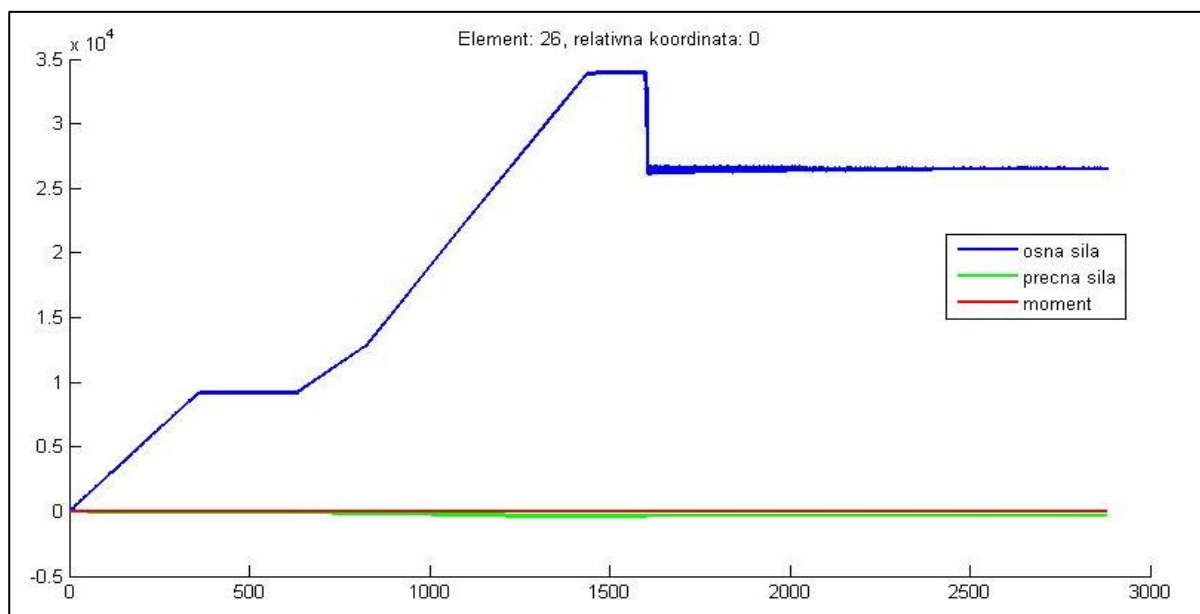
Slika 61: Osné sile pri obtežbi z lastno težo, z dodatno obtežbo žledu ter po padcu žledu v primeru ii)

Tudi v tem primeru so razlike povosov največje, ko so osne sile na sredini polja najmanjše. Na delu, ki ostane obremenjen z žledom, se povosi rahlo povečajo, na razbremenjenem delu – sredini polja – pa se zmanjšajo za 5,48 m oziroma za 13,7% in znašajo 34,52 m. Deformirana krivulja težiščne osi je tako plitkejša, naklon ob podporah pa je višji.



Slika 62: Povosi vodnika pri obtežbi z lastno težo, z dodatno obtežbo žledu ter po padcu žledu po primeru ii) pri času  $t = 1618$  s

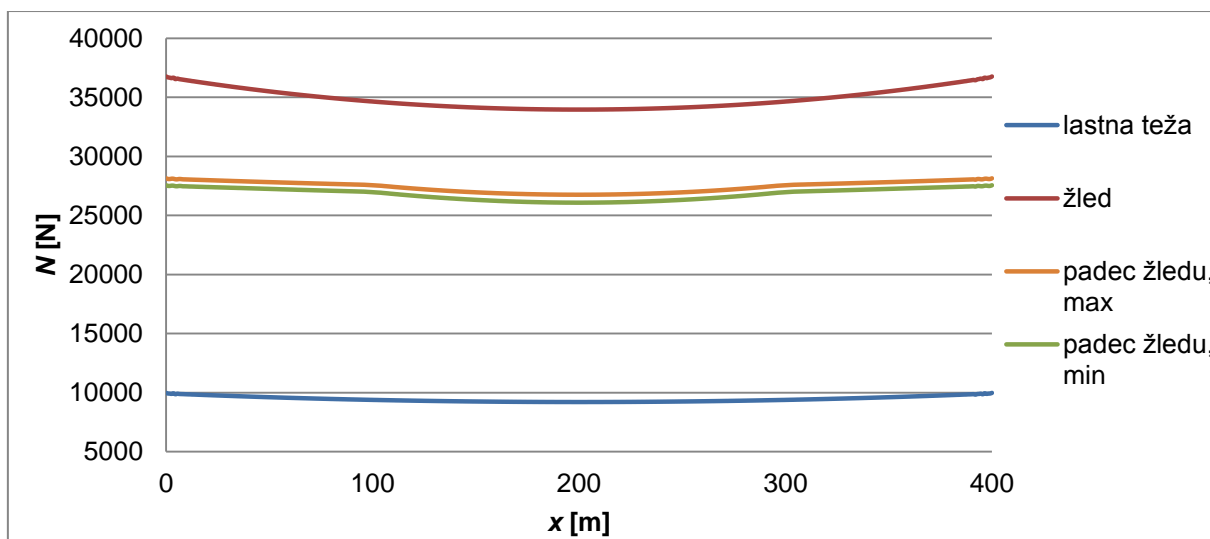
Zadnji primer pa je ravno nasproten. Žled odpade iz krajnih četrtin vodnika, na sredini pa ostane. Tudi tu vodnik po padcu zaniha in z njim vrednost osne sile. V primerjavi z ostalimi primeri je tu amplituda nihajoče vrednosti osne sile najmanjša, kar lahko vidimo na sliki 63 ter iz bližine zelene in oranžne linije na sliki 64.



Slika 63: Izpis rezultatov iz programa Nodi – spreminjanje notranjih sil na sredini razpona s časom za primer iii)

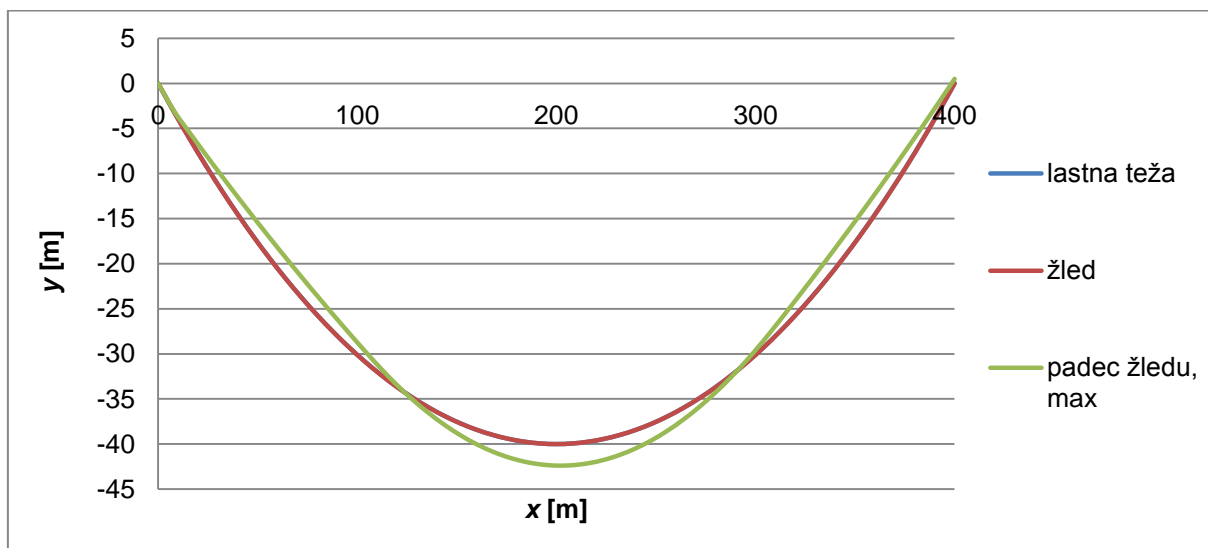
Zaradi majhne amplitude nihanja se vrednosti osne sile od začetka nihanja do končnega računskega časa, kjer so zaradi numeričnega dušenja amplitude nihanja že zanemarljive, le

malo spremenijo. Kmalu po padcu žleda z vodnika ( $t = 1612$  s) znaša največja osna sila pri podpori 28143 N, samo 2 s prej pa je sila najmanjša in znaša 27557 N, kar je le 2% manj.



Slika 64: Osne sile pri obtežbi z lastno težo, z dodatno obtežbo žledu ter po padcu žledu v primeru iii)

V nasprotju s prejšnjim primerom, je tu oblika linije težiščne osi globlja, nakloni ob podporah pa so blažji, saj se pomiki povečajo na še vedno obremenjenem delu in zmanjšajo na razbremenjenem. V skladu s tem do največje spremembe dejanskega povesa po začetku nihanja pride hkrati kot do najmanjših sil. Največji dejanski poves je na sredini razpona, kjer je bil tudi največji začetni poves, in znaša 42,507 m. Poves se torej tu poveča za 6,26%.



Slika 65: Povesi vodnika pri obtežbi z lastno težo, z dodatno obtežbo žledu ter po padcu žledu po primeru iii) pri času  $t = 1610$  s

Pri treh primerih, obteženih z enako količino različno razporejene obtežbe v isti vrednosti, so odzivi daljnovodnega vodnika zelo različni. Za določitev najneugodnejšega od obravnavanih primerov je merodajen kriterij največjih povesov, saj osne sile nikjer ne presežejo osnih sil, dobljenih pri izhodiščni obtežbi z žledom po celotnem vodniku. Preveliki povesi pa so lahko problematični zaradi prevelikega zmanjšanja varnostnih razdalj od daljnovodnega vodnika do okoliških objektov.

Preglednica 17: Primerjava odziva vodnika na različne primere padca žledu

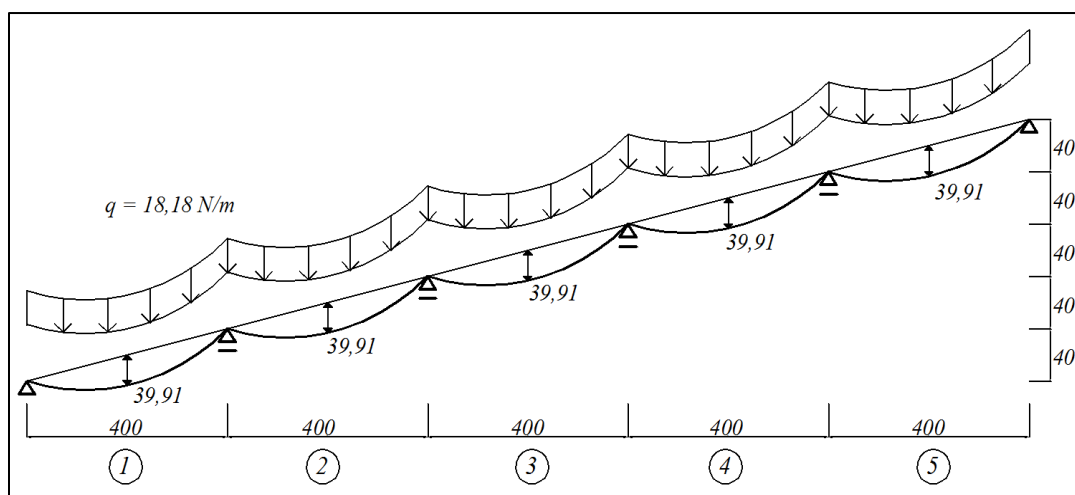
	Največji povos	Največja razlika povesov	Največja osna sila
i)	40,54 m	2,12 m, 5,5%	26411 N
ii)	35,485 m	-5,48 m, -13,7%	21070 N
iii)	42,507 m	2,507 m, 6,26%	28143 N

Najugodnejši primer je brez dvoma drugi, z obtežbo žledu le na krajnih četrtinah vodnika, saj se pri njem povesi zmanjšajo, največje vrednosti osnih sil kmalu po začetku nihanja pa so tudi najmanjše. Največji dejanski povos vodnika se pojavi pri tretjem primeru, kjer pride poleg tega še do največjih osnih sil. To pa še ne pomeni, da je ta primer tudi najneugodnejši, saj je v prvem primeru, ko žled odpade z ene polovice vodnika, pri novem položaju temena razlika med prejšnjo in novo vrednostjo povesa zelo blizu tisti pri tretjem primeru. Novi položaj temena v prvem primeru pa je skoraj 40 m bliže podpori, kjer se največjih povesov ne pričakuje več, zato je ta primer najneugodnejši. Dodatno so za ta obtežni primer značilne največje amplitude nihanja osnih sil in prečnih pomikov.

### 5.5 Daljnovodni vodnik, napet preko več polj

Obravnavamo daljnovodni vodnik, napet preko petih polj, med katerimi je razpon po 400 m. Materialne lastnosti vodnika ustrezajo vodniku 490-AL1/64-ST1A, predstavljenem v poglavju 2. Podpore ležijo na premici, pri čemer je vsaka podpora 40 m višje od prejšnje. To pomeni, da je bila veznica med podporami pod kotom  $5,7^\circ$  glede na vodoravno os. Vmesne podpore so bile členkaste ter pomične v smeri globalne vodoravne osi  $x$ . Vodnik smo modelirali z 20 končnimi elementi v vsakem polju in uporabili tretjo stopnjo interpolacije. V nadaljevanju so polja označena od 1 do 5 od leve proti desni oziroma od spodaj navzgor.

V poglavju 4 smo predstavili zaključene formule za povesi in vodoravne komponente osnih sil v vseh poljih, izražene s povesom in vodoravno komponento osne sile v enem polju. V zgornjem polju je izbrani povos znašal 40 m, vodoravna komponenta osne sile pa 9372,568 N. V računskem modelu predpostavimo, da so začetni povesi v vseh poljih enaki 39,91 m. Ta predpostavka je usklajena z analizo osno raztegljivega vodnika iz poglavja 5.3.



Slika 66: Geometrija in obtežba vodnika napetega preko več polj s podporami na različnih višinah



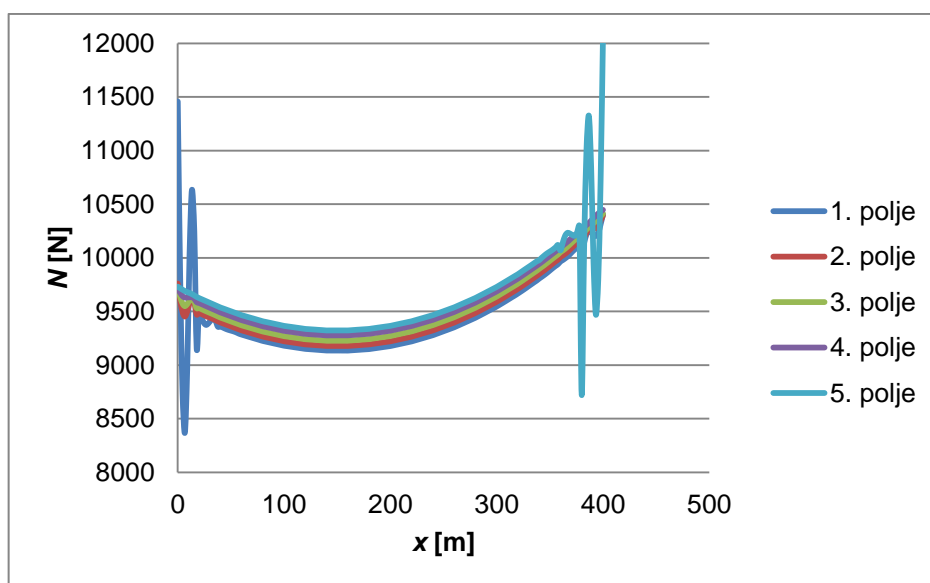
V nasprotju s poenostavljenim modelom iz razdelka 4.3 pričakujemo različne povese v različnih poljih. Rezultate po geometrijsko točni teoriji prikazujemo v preglednici 18.

Preglednica 18: Rezultati programa Nodi za vodnik preko več polj s podporami na različnih višinah

Več polj pri različnih naklonih veznice med podporami				
$\alpha$ [°]	Polje	$d_a$ [m]	$H$ [N]	Pomiki podpor v smeri $x$ [m]
5,7	1	40,4658	9134,7	-0,2364
	2	40,2146	9178,1	
	3	40,0038	9226,9	-0,3309
	4	39,7985	9276,8	-0,315
	5	39,6516	9322,6	-0,1922

Največji pomik podpore znaša -0,3309 m v smeri osi  $x$  in 0,4658 m v smeri osi  $y$ . Dejanski povesi v vseh poljih so med seboj podobni, ne pa povsem enaki, razlike med zaporednimi povesi na sredini polja znašajo 0,13 m, prav tako so si podobne dobljene vodoravne komponente osnih sil, ki se v sosednjih poljih razlikujejo za manj kot 40 N, razlika med skrajnima poljema pa je že opazna, saj znaša skoraj 200 N. Po pričakovanjih je povs največji v spodnjem polju in pada proti zgornjemu polju. Ravno nasprotno velja za vodoravno komponento osne sile. Ta je najmanjša v prvem polju in največja v petem.

Taka razporeditev povsesov in sil, vendar z večjimi razlikami, je v [15] omenjena za podoben primer konstrukcije, pri kateri pa so podpore pomične v smeri veznice med njimi. Primer take konstrukcije so na primer žičnice, za daljnovodne konstrukcije pa tako podpiranje ni običajno, zato ga tukaj ne obravnavamo.



Slika 67: Osne sile za posamezna polja

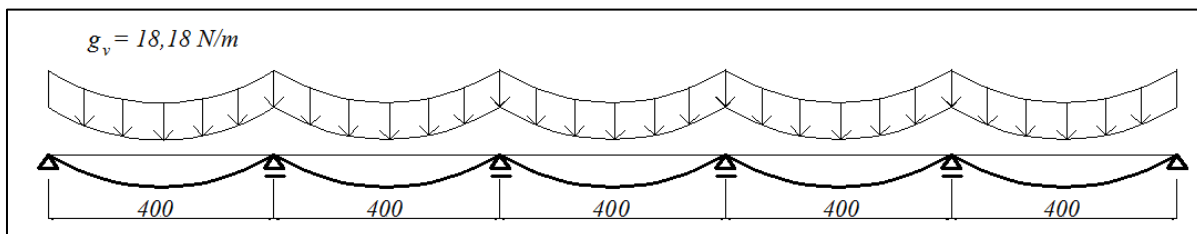
## 5.6 Vpliv modeliranja nosilnih stebrov pri vodniku preko več polj

V tem razdelku proučujemo vpliv modeliranja vpetja vodnika na nosilne stebre. Obravnavamo vodnik, napet čez več polj, pri različnih obtežbah z lastno težo in žledom. Tudi tu smo želeli dejanski povos pri obtežbi z lastno težo 40 m, zato smo za začetnega izbrali 39,91 m. Izbrali smo vodnik, napet preko petih polj, vsa polja pa so imela razpon 400 m. Za modeliranje vodnika smo uporabili po dvajset končnih elementov na en razpon in tretjo stopnjo interpolacije, ter materialne lastnosti vodnika 490-AL1/64-ST1A.

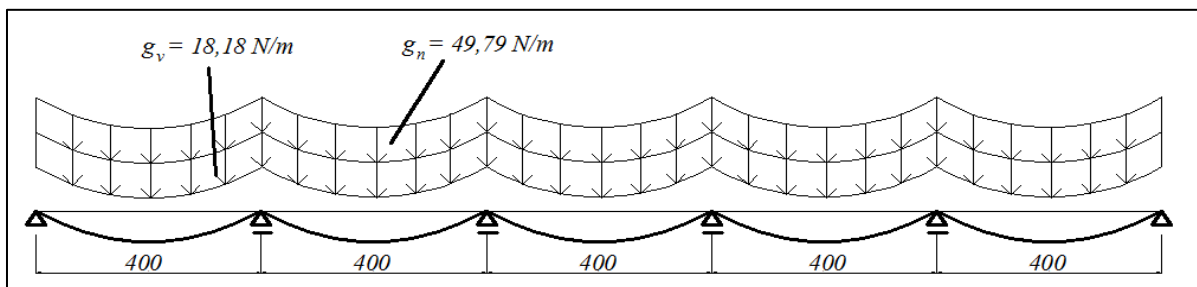
V razdelku 5.4 smo ugotovili, da so zaradi rahlega numeričnega dušenja, ki je značilnost metode računa ode23tb, ki je uporabljena v programu Nodi [4], pri dinamični razbremenitvi konstrukcije vrednosti, okrog katerih količine nihajo, zelo podobne takim vrednostim, kot bi jih dobili pri enakovredni statični obtežbi. V tem razdelku zato poleg rezultatov nihanj različnih količin po času prikazemo in komentiramo tudi rezultate po daljšem času, ko postane zaradi numeričnega dušenja nihanje zaradi hipnega padca žledu zanemarljivo.

Najprej smo obravnavali model, pri katerem smo vpetje vodnika na nosilni steber modelirali s členkasto podporo, ki je pomična v smeri osi  $x$ , v smeri osi  $y$  pa popolnoma toga. Drsna podpora tukaj služi kot model za steber vključno z izolatorjem.

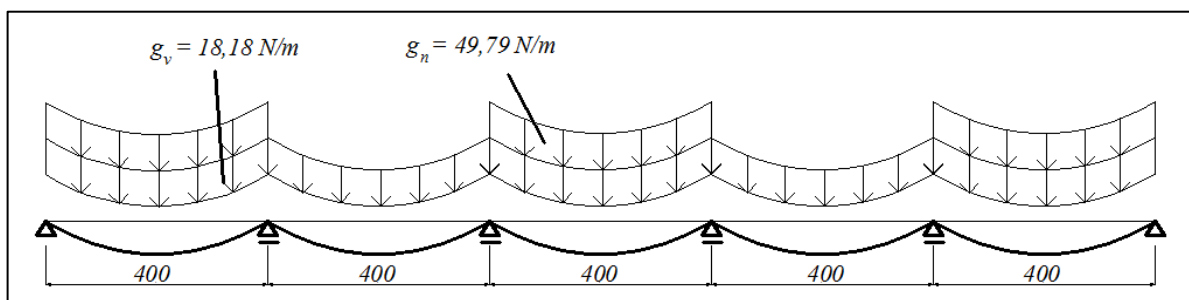
Obremenjevanje vodnika je potekalo v več fazah. Najprej je do končne vrednosti linearno naraščala obtežba zaradi lastne teže, potem pa je bila prav tako počasi nanesena obtežba zaradi žledu. Padec žledu z vodnika je bil obravnavan na dva načina: padec žledu s celotne dolžine vodnika ter padec žledu z vsakega drugega polja. Shema obremenjevanja je prikazana na slikah 52 in 68.



a) obtežba z lastno težo pred nastopom žledu ter po padcu le-tega z vodnika



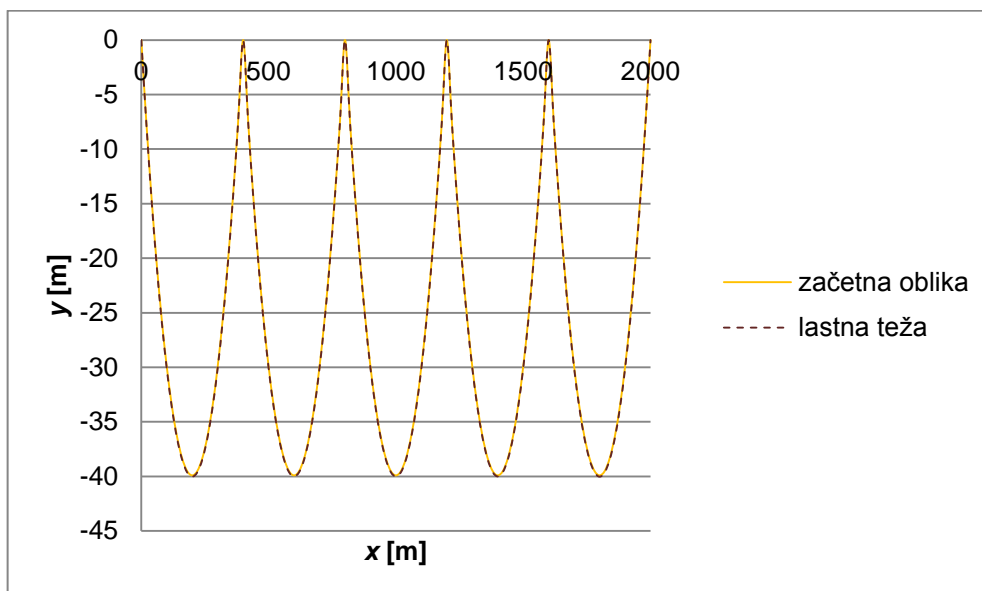
b) obtežba z lastno težo in žledom po celotnem vodniku



c) obtežba z lastno težo po celotnem vodniku in žledom na lihih poljih

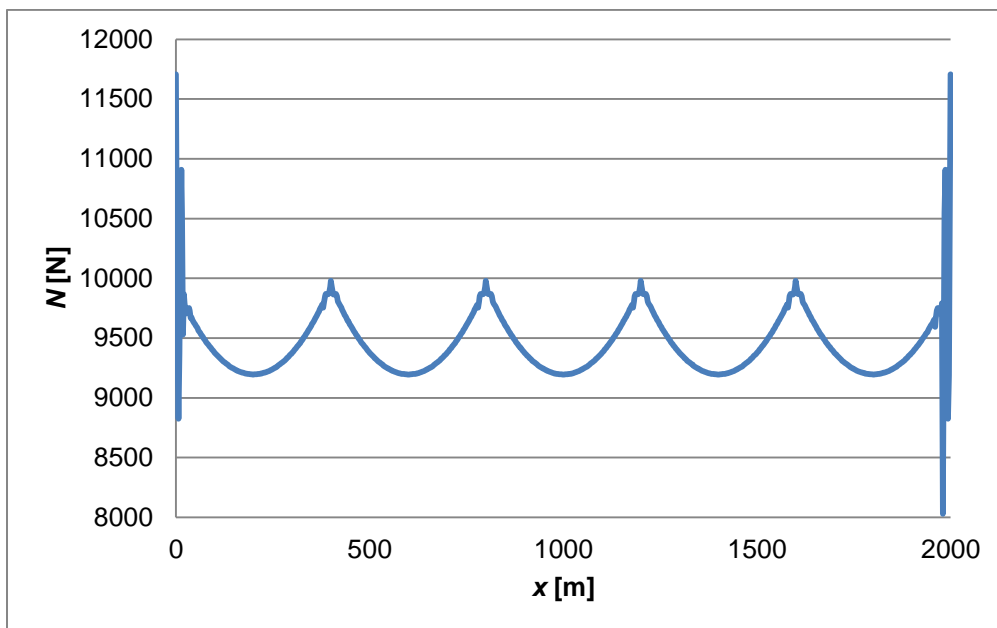
Slika 68: Primer različno obteženega vodnika preko več polj

Ob obremenitvi računskega modela vodnika zgolj z lastno težo, smo dobili povese, kot jih prikazuje slika 69. Razlik med posameznimi polji ni opaziti.



Slika 69: Začetni in dejanski povese zaradi obtežbe z lastno težo pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z drsnimi podporami

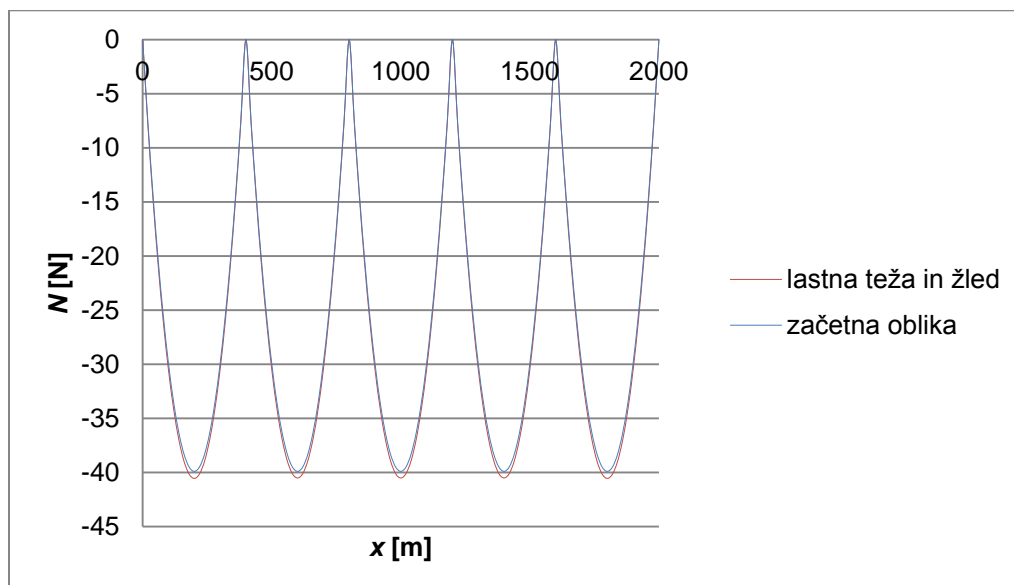
Največji dejanski povese dobimo v prvem in petem polju, kjer znaša 40,0282 m. V ostalih poljih se dejanski povese od želenega dejanskega povesa razlikuje za manj kot 1 cm. Druga in peta podpora se v vodoravni smeri premakneta proti prvi oziroma šesti podpori za 1,25 cm, srednji dve podpori pa za 0,39 cm, kar so pri obravnavanih razponih res majhne vrednosti.



Slika 70: Osne sile zaradi obtežbe z lastno težo pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z drsnimi podporami

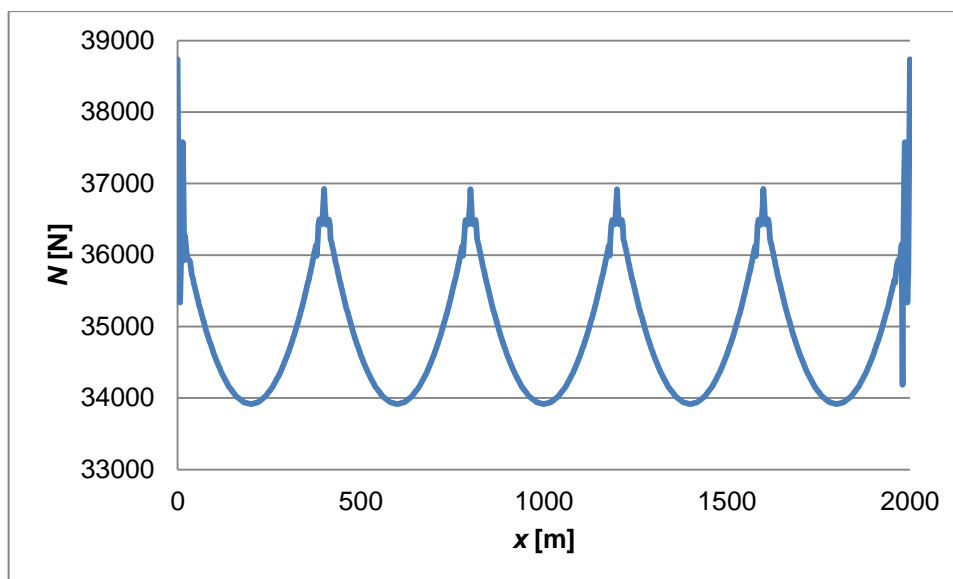
Osne sile v vseh poljih, slika 70, imajo do grafične natančnosti enake vrednosti, če izvzamemo računske oscilacije ob nepomičnih podporah. Vodoravna komponenta osne sile znaša med 9194,2 N in 9194,9 N. Osna sila ob desni podpori prvega polja pa znaša 9979,8 N. To vrednost privzamemo tudi za vrednost osne sile pri levi podpori prvega polja, kjer prihaja do oscilacij osnih sil. Podobne so tudi osne sile pri ostalih podporah, katerih najmanjša vrednost znaša 9978,2 N.

Vodnik smo nato tako počasi obremenili z dodatno obtežbo žledu, da so bili dinamični vplivi zanemarljivi. Dobili smo povese, prikazane na sliki 71, in osne sile, ki jih prikazujemo na sliki 72.



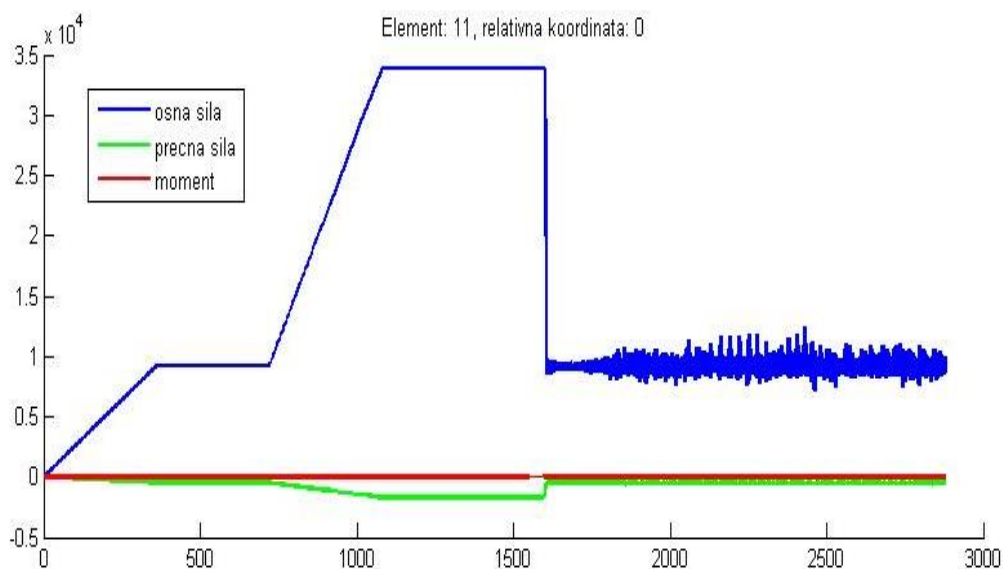
Slika 71: Začetni in dejanski povese zaradi obtežbe z lastno težo in žledom pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z drsnimi podporami

Vodoravne komponente osnih sil pri modeliranju vpetja z drsnimi podporami in obtežbo z lastno težo in žledom v vseh poljih znašajo 33914 N. Osne sile ob vpetiščih vodnika se, če izvzamemo oscilacije, gibljejo med 36919 N in 36927 N.



Slika 72: Osne sile zaradi obtežbe z lastno težo in žledom pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z drsnimi podporami

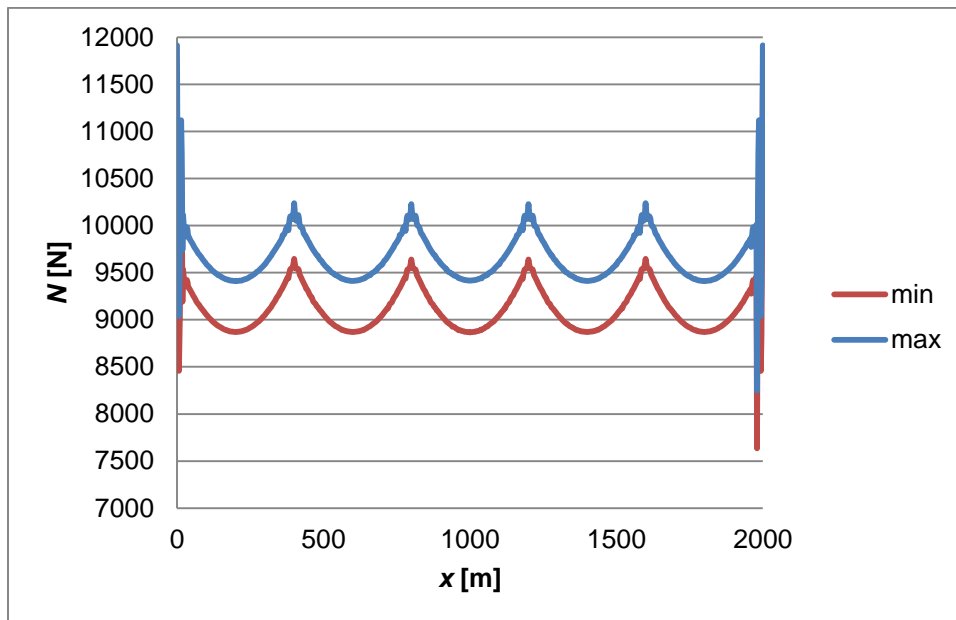
Bolj zanimiv je odziv vodnika pri padcu žledu s celotne dolžine vodnika. Osna sila na sredini prvega polja, ki jo prikazuje slika 73, najprej zaniha z dokaj majhno amplitudo, nato pa se amplituda nihanja precej poveča. Pri času  $t = 1632$  s je velikost osne sile na sredini prvega polja 8877 N, pri času  $t = 1634$  s pa 9411 N. Pri času  $t = 1890$  znaša osna sila na sredini prvega polja kar 12130 N, kar je skoraj 50% več.



Slika 73: Izpis notranjih sil na sredini prvega polja iz programa Nodi [4] pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z drsnimi podporami

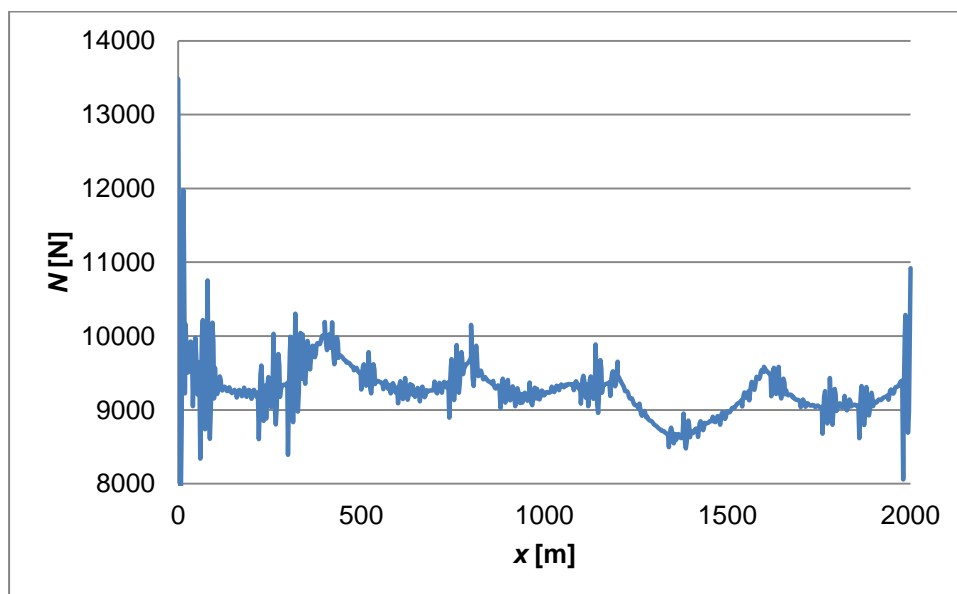
Največje in najmanjše vrednosti osnih sil v kratkem obdobju 1 min po padcu žledu prikazujemo na sliki 74. Opazimo lahko precejšnjo podobnost med polji.

Do največjih pomikov v kratkem časovnem obdobju po padcu žledu pride v času najmanjših osnih sil ( $t = 1632$  s). V prvem in zadnjem polju so povese v tem času največji in znašajo 40,045 m.



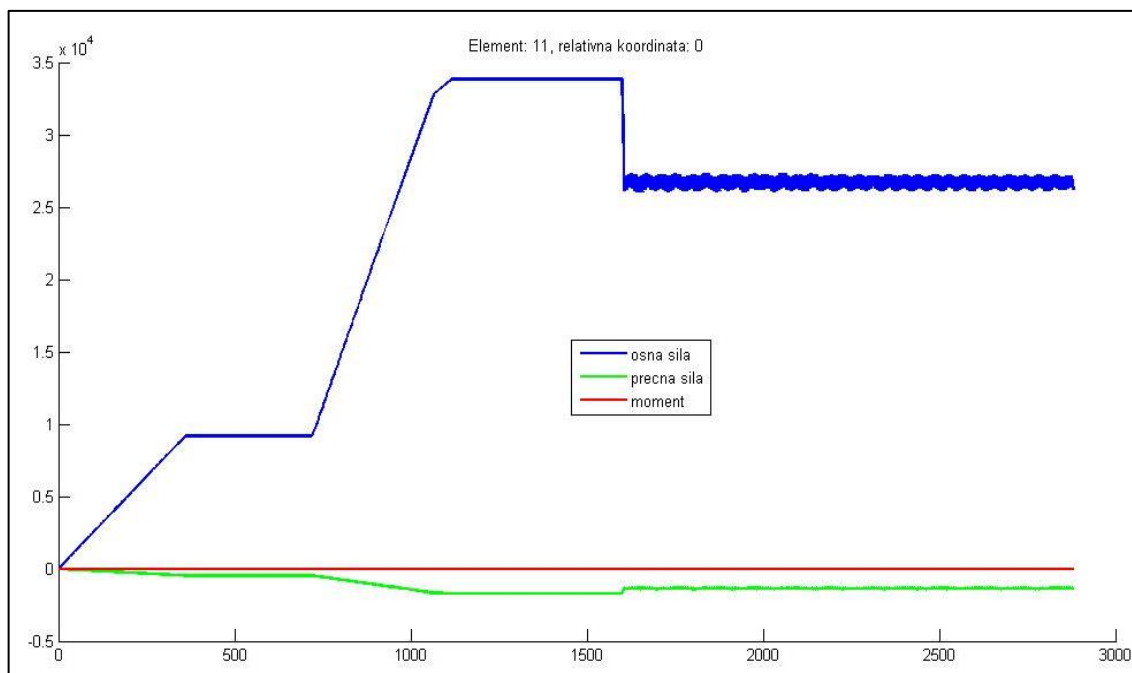
Slika 74: Ovojnici osnih sil pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z drsnimi podporami za krajše časovno obdobje po padcu celotnega žledu

Osne sile na koncu računskega časa prikazujemo na sliki 75. Razberemo lahko izrazito spreminjanje osnih sil po dolžini, kar je posledica dinamičnih učinkov.



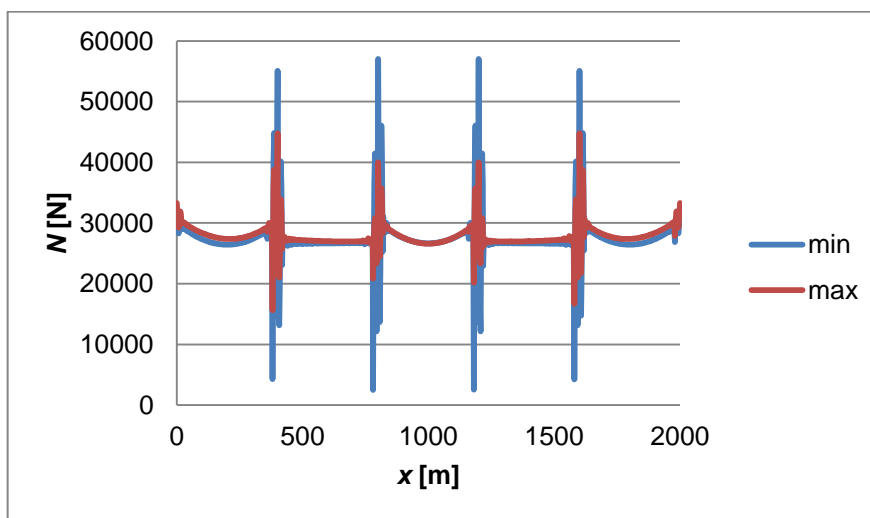
Slika 75: Graf osnih sil zaradi obtežbe z lastno težo in po padcu celotnega žledu pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z drsnimi podporami pri končnem času računanja

Ko žled skoraj hipoma odpade samo z dveh polj, kot je prikazano na sliki 68c, vodnik zaniha, kot prikazuje slika 76.



Slika 76: Izpis notranjih sil na sredini prvega polja iz programa Nodi [4] pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z drsnimi podporami ob razbremenitvi dveh polj

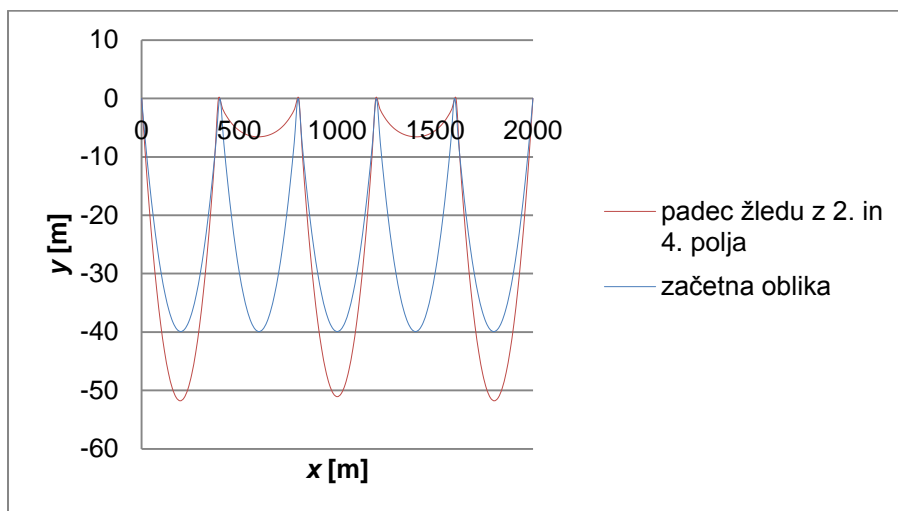
Razporeditev največjih in najmanjših vrednosti osnih sil v krajšem časovnem obdobju po padcu žledu z dveh polj za dinamično razbremenitev prikazujemo na sliki 77.



Slika 77: Ovojnica osnih sil zaradi obtežbe z lastno težo in žledom pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z drsnimi podporami za krajše časovno obdobje po padcu žledu

Razlika med največjimi in najmanjšimi amplitudami je zelo majhna. Pri času  $t = 1621$  s dobimo najmanjšo amplitudo na sredini prvega polja, ki znaša 26430 N. Največjo amplitudo dosežejo osne sile na sredini prvega polja pri času  $t = 1625$  s, kjer le-ta znaša 27370 N. Tudi razlike med odzivom vodnika v razbremenjenih in še vedno obremenjenih poljih so majhne.

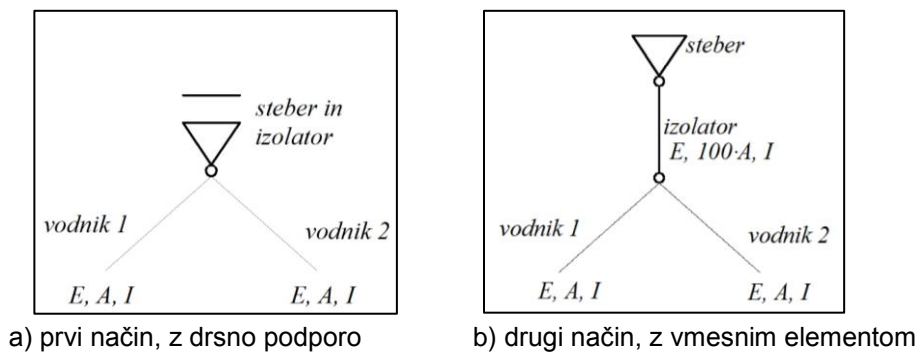
V obravnavanem primeru razbremenitve so pomiki veliki. Potek prvotnih in dejanskih povesov prikazujemo na sliki 78.



Slika 78: Začetni in dejanski povesi po razbremenitvi 2. in 4. polja pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z drsnimi podporami

Največji povesi se zgodijo hkrati z najmanjšimi osnimi silami v kratkem časovnem obdobju po padcu žledu. Na sredini prvega in petega polja so njihove vrednosti največje in znašajo 51,77 m. V razbremenjenih poljih se poves zmanjša za kar 11,2 m. Veliki so tudi vodoravni pomiki drsnih podpor. Le-ti pri drugi in peti podpori znašajo 6,98 m proti krajnim podporam, v tretji in četrti pa 3,29 m proti sredini konstrukcije.

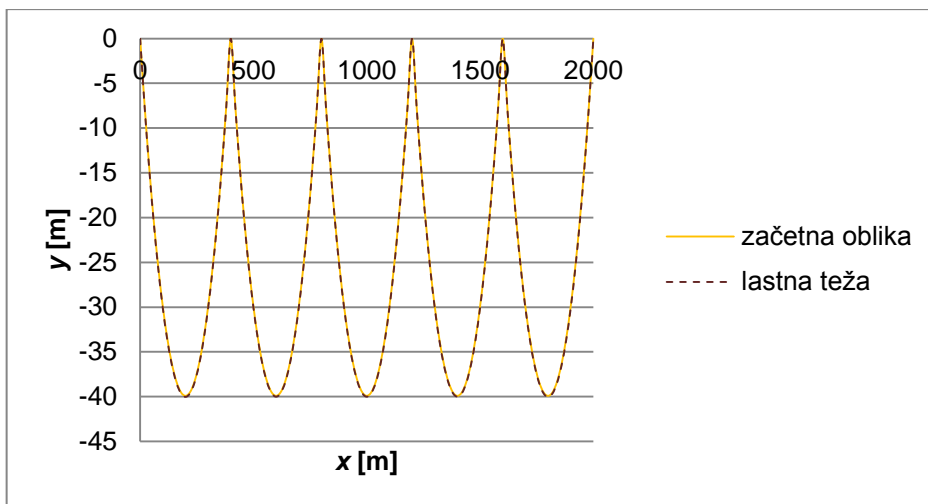
Pri drugem načinu smo nosilni steber modelirali z nepomično členkasto podporo na katero je členkasto pripet izolator. Izolator smo modelirali posebej z enim končnim elementom z majhno upogibno togostjo. Vztrajnostni moment smo vzeli enak kot pri vodniku:  $I = 4,701 \cdot 10^{10} \text{ m}^4$ , prav tako je bil enak elastični modul  $E = 7 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ . V primerjavi z daljnovodnim vodnikom lahko osne raztezke izolatorja zanemarimo, zato smo za račun privzeli 100-krat večjo osno togost, kar smo dosegli s 100-krat večjo podano površino prereza. Začetna dolžina elementa je 2 m, vodnik pa je nanj členkasto povezan. Dolžino izolatorja smo izbrali glede na dolžino dejanskih izolatorjev za visokonapetostne daljnovode. V praksi velja, da so izolatorji na 110kV daljnovodu dolgi približno 1,1 m, na 220 kV približno 2,2 m, na 400 kV približno 4 m, saj morajo zagotoviti zadostno varnostno razdaljo med deli pod napetostjo (vodniki) in ozemljenimi deli konstrukcije (stebri).



Slika 79: Prikaz modeliranja vpetja vodnika na nosilni steber

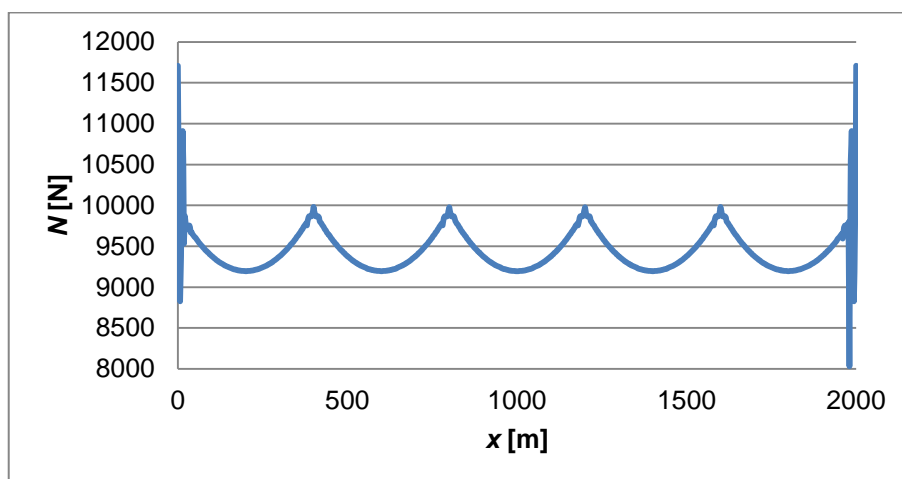


Za enake razpone, povese in obtežbo v vseh poljih, tudi tu pričakujemo enake osne sile v vseh poljih, enake povese ter zanemarljive pomike podpor. Razlike v odzivu vodnika v odvisnosti od načina modeliranja nosilnih stebrov bi se zato morale pokazati šele ob neenakomerni obtežbi polj, torej pri padcu žledu z vsakega drugega polja. Pri obtežbi zgolj z lastno težo sta dejanska povesa v prvem in zadnjem polju 40,0121 m, v drugem in četrtem 40,0145 m in v srednjem 40,0212 m. Vodoravni pomiki spodnjega konca prvega in četrtega izolatorja znašajo 0,34 cm proti krajnima podporama, spodnja konca srednjih dveh izolatorjev pa se pomakneta navzven za 0,01 cm.



Slika 80: Začetni in dejanski povesi zaradi obtežbe z lastno težo pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z dodatnim končnim elementom, ki predstavlja izolator

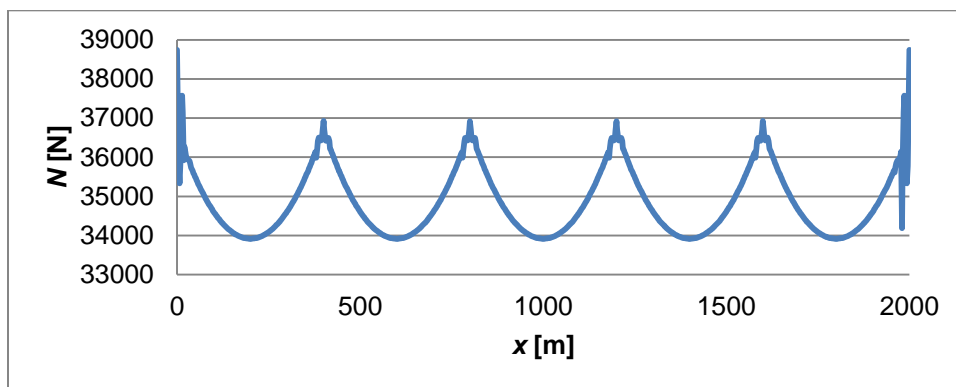
Vodoravna komponenta osne sile v prvem in zadnjem polju je pri temu načinu modeliranja 9201,9 N in je za 12 N večja kot v preostalih poljih, kjer znaša 9189,9 N. Vrednost celotne osne sile se giblje med 9974,5 N pri levi podpori drugega polja (in desni podpori četrtega polja) in 9987,1 N pri levi podpori v prvem in desni podpori v zadnjem polju.



Slika 81: Osne sile zaradi obtežbe z lastno težo pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z dodatnim končnim elementom, ki predstavlja izolator

Pri tem načinu modeliranja so hkrati z analizo določene tudi osne sile v končnih elementih, ki predstavljajo izolatorje. V prvem in četrtem elementu sta osni sili v izolatorju 7462 N, v preostalih dveh pa 7458 N.

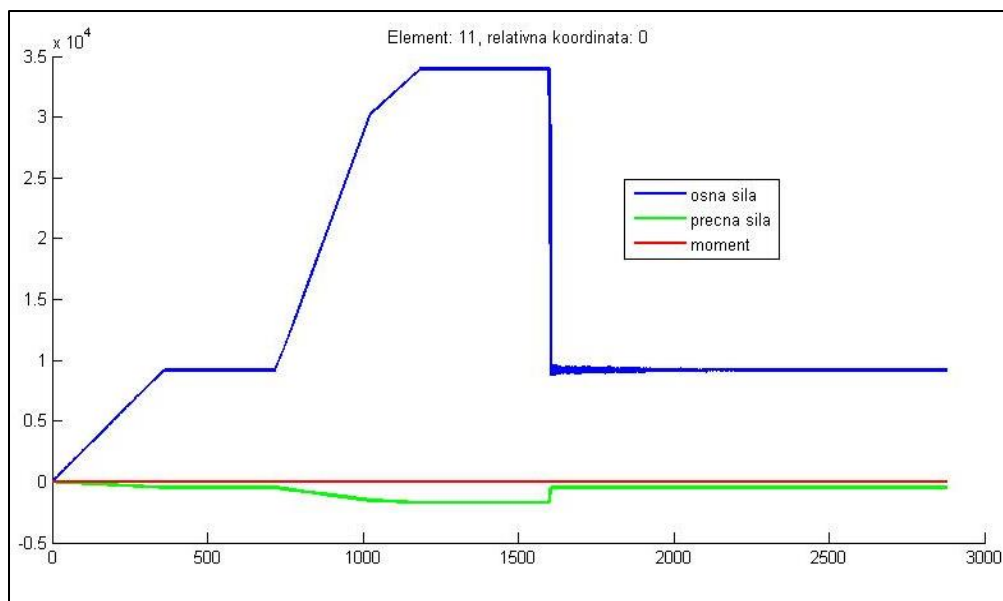
Model nato obtežimo z dodatno obtežbo žledu in ponovno dobimo zelo podobne rezultate, kot pri modeliranju vpetja vodnika na nosilni steber z drsno podporo. Tu se vrednost vodoravne komponente osne sile po poljih spreminja, a razlike niso velike. V prvem in zadnjem polju je ta vrednost 33943 N, v drugem in četrtem 33898 N in v srednjem 33894 N. Osne sile ob vpetiščih znašajo v srednjih treh poljih med 36907 N in 36914 N. V krajnih dveh poljih pa se pri notranjih vpetiščih pojavijo sile v vrednosti 36948 N. Pomiki spodnjih koncev izolatorjev so tudi v tem primeru zelo majhni in pri vseh znašajo manj kot 2 cm.



Slika 82: Osne sile zaradi obtežbe z lastno težo in žledom pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z dodatnim končnim elementom, ki predstavlja izolator

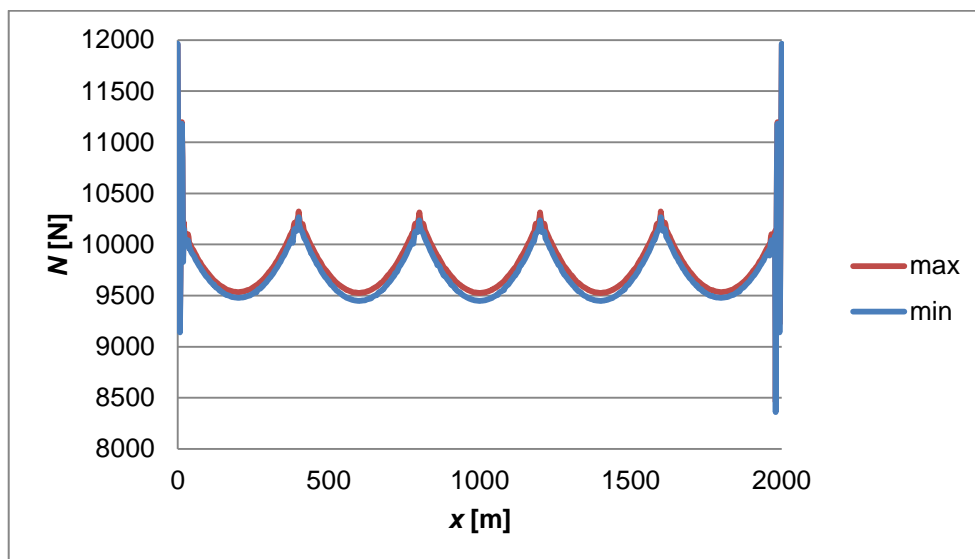
Do izrazitejših razlik v odzivu računskega modela med obema načinoma modeliranja vpetja vodnika na nosilni steber pa pride, ko modeliramo padec žledu s celotnega vodnika.

Potek osnih sil na sredini prvega polja prikazujemo na sliki 83. Amplituda nihanja osne sile s časom je po padcu žledu majhna, zaradi numeričnega dušenja pa še dodatno pada. Srednja vrednost, okoli katere nihajo vrednosti osne sile je tudi tu, tako kot pri modelu preko enega samega polja, zelo blizu vrednosti osne sile pri modelu, obteženem le z lastno težo.



Slika 83: Izpis notranjih sil na sredini prvega polja iz programa Nodi [4] pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z dodatnim končnim elementom, ki predstavlja izolator

Majhne amplitude nihanja so razvidne tudi iz slike 84, kjer prikazujemo potek največjih in najmanjših osnih sil v kratkem časovnem obdobju 1 min po padcu celotnega žledu. Razlika med obema vrednostima je največja v srednjem polju in znaša le 77,9 N. Amplituda nihanja je torej precej manjša kot za enak obtežni primer pri modeliranju vpetja vodnika v nosilne stebre z drsnimi podporami.



Slika 84: Osne sile zaradi obtežbe z lastno težo in po padcu celotnega žledu pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z dodatnim končnim elementom, ki predstavlja izolator

Za modeliranje povezave vodnika na nosilne stebre z vmesnim osno togim in upogibno podajnim končnim elementom je v preglednici 19 podana primerjava največjih dejanskih povosov in vodoravnih komponent osnih sil na sredini polj (ki so zaradi položaja temena hkrati tudi celotne osne sile) za obtežna primera lastne teže pred nastopom žledu in v kratkem časovnem obdobju po padcu žledu s celotnega vodnika. V preglednici 20 pa za ista kritična časa navajamo vrednost vodoravnega pomika ob vpetiščih vodnika v spodnji konec končnega elementa, ki predstavlja izolator, ter osno silo v njem.

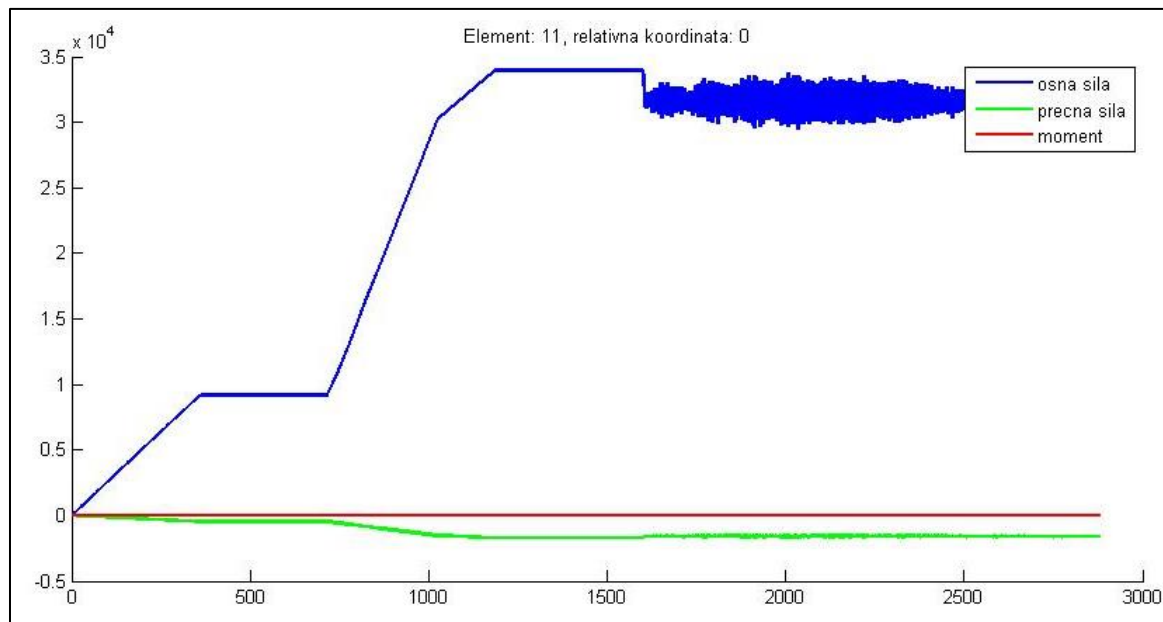
Preglednica 19: Odziv vodnika na sredini posameznega polja

Odziv vodnika				
	$H$ [N]		$d_d$ [m]	
	Pred žledom	Po padcu žledu	Pred žledom	Po padcu žledu
1. polje	9201,9	9477,7	40,0121	40,0427
2. polje	9189,9	9447,9	40,0145	40,0483
3. polje	9189,9	9447,8	40,0212	40,0566
4. polje	9189,9	9447,8	40,0145	40,0483
5. polje	9201,9	9478,0	40,0121	40,0427

Preglednica 20: Odziv posameznega izolatorja

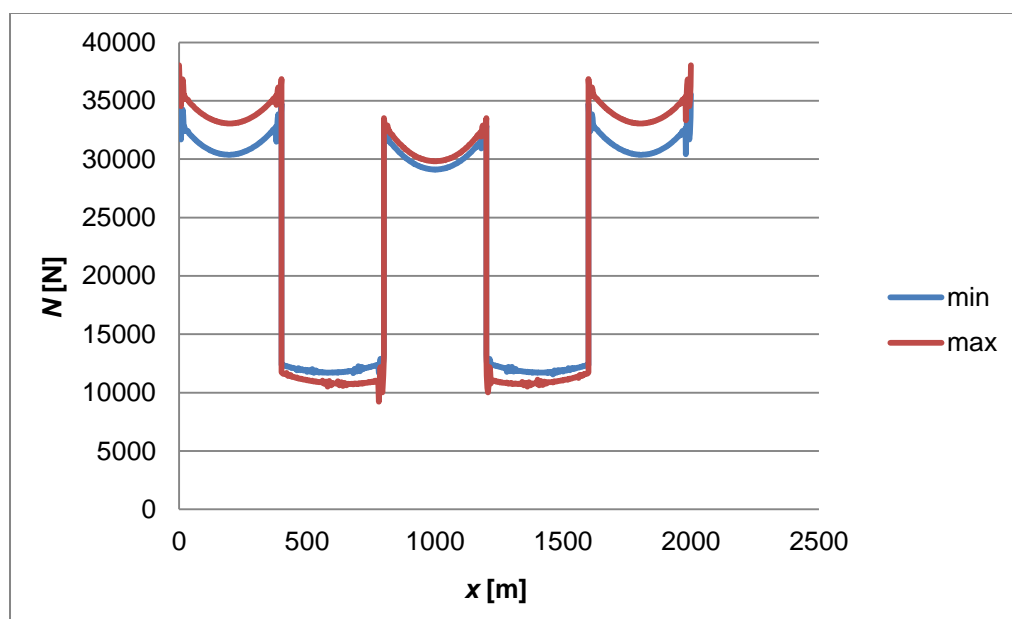
Odziv izolatorjev				
	$u$ [m]		$N$ [N]	
	Pred žledom	Po padcu žledu	Pred žledom	Po padcu žledu
1. (2. vpetišče)	-0,0034	-0,0024	7462	7856
2. (3. vpetišče)	-0,0001	-0,0001	7458	7784
3. (4. vpetišče)	0,0001	0,0001	7458	7784
4. (5. vpetišče)	0,0034	0,0024	7462	7856

Drugo in četrto polje hitro razbremenimo, tako da ostaneta obremenjena le z lastno težo. Osnova sila na sredini prvega polja se s časom spreminja, kot je prikazano na sliki 85. Največje vrednosti osnih sil v krajšem časovnem obdobju po razbremenitvi so skoraj tolikšne, kot so bile osne sile, ko je bil žled še po celotnem vodniku.



Slika 85: Izpis notranjih sil na sredini prvega polja iz programa Nodi [4] pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z dodatnim končnim elementom, ki predstavlja izolator, in razbremenitvi 2. In 4. polja

Ko so osne sile v lihih, še obremenjenih poljih največje, so v razbremenjenih poljih najmanjše in obratno. Največje osne sile na sredini prvega polja se pojavijo pri času  $t = 1668$  s in znašajo 33050 N, najmanjše pa se pojavijo pri  $t = 1653$  s in znašajo 30370 N.



Slika 86: Osnova sile zaradi obtežbe z lastno težo in po padcu žledu z 2. In 4. polja pri modeliranju vpetja vodnika na nosilne stebre z dodatnim končnim elementom, ki predstavlja izolator

V lihih poljih, ki so ostala obtežena z žledom, se je dejanski povese povečal. Največja vrednost povese v prvem in zadnjem polju je nastopila hkrati z najmanjšimi osnimi silami in je znašala 42,88 m, v srednjem pa je bila 43,06 m. V razbremenjenih poljih je novi povese znašal 31,72 m, oziroma približno 7,3 m manj kot pri obtežbi z lastno težo. Vodoravni pomik izolatorjev v tem kritičnem času je bil -1,53 m pri prvem in 1,48 m pri drugem ter simetrično pri tretjem in četrtem.

Pri tem obtežnem primeru se elementi, ki predstavljajo izolatorje, močno zavrtijo. V preglednici 21 navajamo njihove zasuke, navpične in vodoravne pomike spodnjih koncev, vrednosti osnih sil v izolatorjih ter njihove vodoravne in navpične komponente v času največjih povesev v prvem polju ( $t = 1668$  s).

Preglednica 21: Odziv posameznega izolatorja pri  $t = 1668$  s

<b>Odziv izolatorjev</b>						
	$\varphi$ [°]	$u$ [m]	$w$ [m]	$N$ [N]	$H$ [N]	$V$ [N]
1. (2. vpetišče)	-50,40	-1,53	0,7096	35752	27547	22789
2. (3. vpetišče)	47,69	1,48	0,6563	27500	20337	18511
3. (4. vpetišče)	-47,69	-1,48	0,6563	27500	20337	18511
4. (5. vpetišče)	50,40	1,53	0,7096	35752	27547	22789

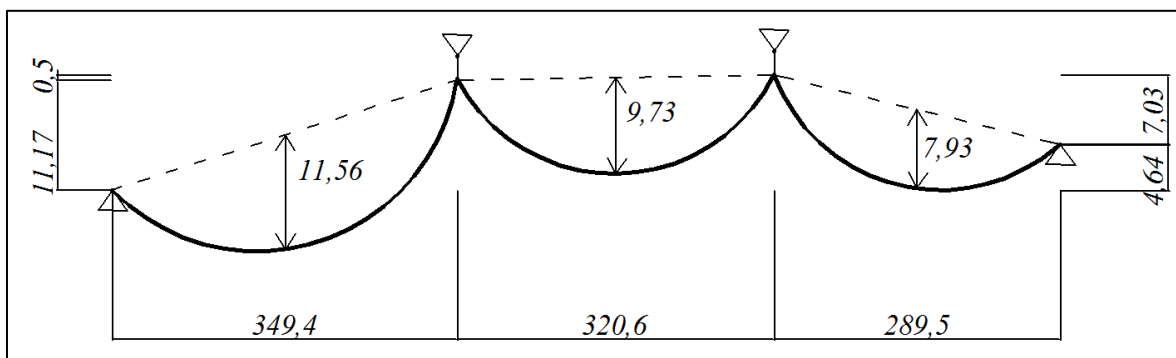
Iz dobljenih rezultatov lahko sklepamo, da modeliranje vpetja vodnika na nosilni steber z drsnimi podporami ni primerno. Vodoravni pomiki drsnih podpor so, pri neenakomerni obtežbi žledu po poljih, od 1,5 do 3-krat večji, kot jih dopušča dolžina izolatorjev. Poleg tega model s togo podporo in upogibnimi, osno togimi elementi, ki predstavljajo izolatorje, natančneje opiše konstrukcijo. Zaradi vsega tega smo pri modeliranju dejanskega primera odseka daljnovodnega vodnika, ki je opisano v naslednjem poglavju, uporabili modeliranje vpetja vodnika na nosilne stebre preko dodatnih končnih elementov, nosilne stebre pa kot absolutno toge podpore.

## 6 RAČUN DEJANSKEGA PRIMERA DALJNOVODNEGA VODNIKA ČEZ VEČ POLJ

### 6.1 Geometrija izbranega odseka daljnovoda

Za račun odziva dejanskega primera daljnovodnega vodnika čez več polj smo izbrali zatezno polje na daljnovodni trasi Beričevo-Podlog, ki poteka preko štirih stebrov, in sicer od stojnega mesta (oznaka stebra) 163 do stojnega mesta 166. Na tej daljnovodni trasi poteka visokonapetostni 220 kV daljnovod. Podatke o geometriji odseka smo pridobili iz Montažnih tabel faznega vodnika Al/Fe 490/65 [17].

Obravnavano zatezno polje je sestavljeno iz treh polj. Prvo polje ima razpon 349,4 m, višinska razlika med obema vpetiščema daljnovodnega vodnika znaša 11,17 m, pri čemer je drugo vpetišče višje od prvega. Naslednje polje je nekoliko krajše, in sicer ima razpon 320,6 m, drugo vpetišče pa je za 0,5 m višje od prvega. V zadnjem, tretjem polju, z razponom 289,5 m pa je drugo vpetišče nižje od prvega za 7,03 m. Dejanski povese po poljih so predpisani za različne temperature zraka med montažo. Za naš primer smo izbrali povese, predpisane za temperaturo zraka 20°C. Pri tej temperaturi so predpisani dejanski povese ob obtežbi z lastno težo po vrsti od prvega do zadnjega polja naslednji: 11,56 m, 9,73 m in 7,93 m. Geometrija daljnovodnega odseka je prikazana na sliki 87, kjer je razmerje med meriloma za vodoravne in navpične razdalje 1:10.



Slika 87: Geometrija obravnavanega daljnovodnega odseka

### 6.2 Numerični model odseka daljnovoda

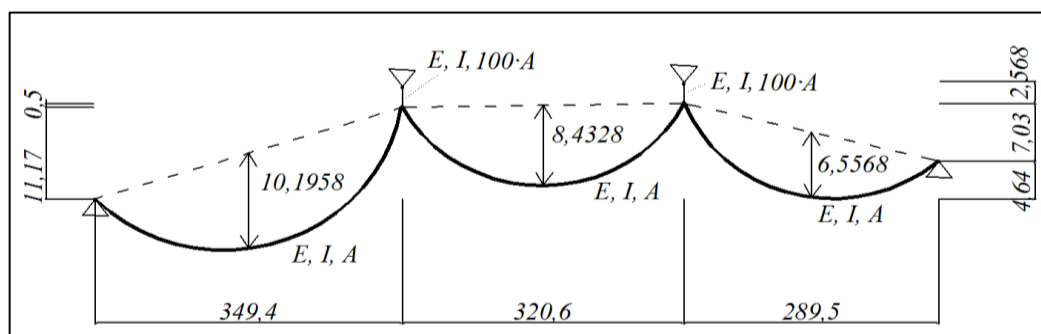
Numerični model izbranega odseka daljnovoda smo pripravili v programu Nodi [4]. Geometrijo odseka, z izjemo povesev, smo podali v skladu s podatki iz Montažnih tabel [17], predstavljenih v točki 6.1. Začetne povese za posamezna polja numeričnega modela pa smo na podlagi predpisanih dejanskih povesev določili s pomočjo parametrične študije, opisane v točki 5.2. Izmed obeh variant postopka smo izbrali tisto, pri kateri vrednosti odčitamo z grafa povesa (slika 46). Za prvo polje z razmerjem  $d_a/l= 0,033085$  smo dobili začetni povese 10,1958 m, za drugo polje, kjer razmerje med predpisanim dejanskim povesev in razponom znaša 0,030349, smo analogno dobili začetni povese v vrednosti 8,4328 m. V tretjem polju, z razmerjem predpisanega dejanskega povesa proti razponu 0,027392, pa je bila vrednost izračunanega začetnega povesa 6,5568 m.

Daljnovodni vodnik, ki je bil napet na daljnovodni trasi Beričevo-Podlog, ima oznako Al/Fe 490/65 [17], kar je stara oznaka za vodnik 490-AL1/64-ST1A. Njegove lastnosti smo uporabili

že v prejšnjih računskih primerih in so zapisane tudi v točki 2.2.1, zato jih ne navajamo ponovno.

V točki 5.5 smo ugotovili, da je za modeliranje vpetja daljnovodnega vodnika na nosilne stebre primernejše steber modelirati kot absolutno togo podporo ter med vodnik in podporo dodati še končni element, s katerim modeliramo izolator. Pri modelu dejanskega daljnovodnega odseka smo uporabili enake lastnosti za model izolatorja, kot v točki 5.5. To so: elastični modul  $7 \cdot 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>, vztrajnostni moment  $4,701 \cdot 10^{-10}$  m<sup>4</sup> in prerez 553,8 cm<sup>2</sup>. Tako smo opisali majhno upogibno in veliko osno togost, ki sta značilni za dejanske izolatorje. Dolžina izolatorja je bila 2,568 m. To je razdalja med vodnikom in konzolo daljnovodnega stebra pri uporabi izolatorske verige za 220 kV, ki nosi en daljnovodni vodnik [18].

Vpetje daljnovodnega vodnika na zatezne stebre smo modelirali z absolutno togo podporo, brez vmesnega končnega elementa, ki bi predstavljal izolator. Začetna krivulja, ki opisuje vodnik v začetnem nedeformiranem stanju, je kvadratna parabola.



Slika 88: Numerični model obravnavanega daljnovodnega odseka

Končnim elementom v programu Nodi [4] lahko obtežbo predpišemo le v lokalnem koordinatnem sistemu, zato upoštevamo enačbi (139) in (140). Obtežbo daljnovodnega vodnika v tu obravnavanih obtežnih kombinacijah predstavljata lastna teža in žled, ki sta med seboj kombinirana z različnimi varnostnimi faktorji. V programu je obtežba vedno podana glede na lastno težo, ki v navpični smeri znaša 18,176949 N/m, nato pa je v primeru faktorirane lastne teže ali dodatne obtežbe žledu ta vrednost pomnožena z ustreznim obtežnim faktorjem. Uporabljeni faktor navajamo pri vsaki obravnavani obtežni kombinaciji posebej. Tako lastno težo kot žled do polne vrednosti nanašamo postopoma (v 240 s), da zagotovimo zanemarljivo majhne dinamične vplive. Ko žled odpade, pa učinek dinamične obtežbe dosežemo tako, da se vrednost obtežbe zmanjša v samo petih sekundah. Pri tem smo zanemarili, da se, zaradi nizkih temperatur, pri katerih edino lahko nastopi obtežba z žledom, že pred nastopom žledu napetostno deformacijsko stanje vodnika spremeni – dolžina vodnika se skrajša, zaradi česar so dejanski povesi nekoliko manjši, osne sile pa večje.

Oscilacijam osnih sil ob vpetiščih vodnika, ki so značilne za redke mreže nizke stopnje, bi se radi v čim večji meri izognili ob še primernih računskih časih. Zato izberemo precej gosto mrežo 20 končnih elementov na posamezen razpon ter stopnjo interpolacije 3. S temi numeričnimi parametri bo nekaj oscilacij še vedno ostalo. Osno silo v vodniku ob vsakem

vpetju le-tega v podporo ali izolator bomo zato ocenili kot povprečje osnih sil v prvih šestih točkah računa od vpetišča proti sredini polja in narisali zglajene linije osnih sil. Šest točk smo izbrali, ker v prvi točki dobimo največjo vrednost oscilacije navzgor, v četrti največjo oscilacijo navzdol, v sedmi točki računa pa bi že dobili naslednji vrh osciliranja osne sile navzgor. Vrednosti sil in pomikov, upoštevane v tem poglavju, so srednje vrednosti, okrog katerih začnejo količine nihati po padcu žledu.

### 6.3 Ocena vpliva osnih sil v vodniku na daljnovodne stebre

Vpliv osnih sil v vodniku na daljnovodne stebre smo ocenili za obtežne kombinacije, ki jih predpisuje standard SIST EN 50341-3-21 [13] v točki 4.3.10 in ki jih lahko poračunamo na ravninskem modelu enega zateznega polja. V standardu [13] je predpisano, da je potrebno osne sile izračunati na podlagi obtežbe, ki je nismo predhodno pomnožili z varnostnimi faktorji. Osne sile nato pomnožimo z varnostnimi faktorji, pri neenakomerni obtežbi z žledom pa se osne sile zaradi žledu v enem polju dodatno zmanjša za predpisan delež. Pri prvem načinu za oceno vpliva vodnika na stebre smo se tega tudi držali. Na zgoraj opisani začetni obliki numeričnega modela smo izračunali osne sile v vodniku in izolatorjih posebej za obtežbo z lastno težo in posebej za obtežbo z žledom. Tako dobljene osne sile v posameznih vpetiščih smo nato množili s predpisanimi varnostnimi faktorji za vsako obravnavano obtežno kombinacijo. Ker pa je v uporabljenem numeričnem modelu upoštevana geometrijska nelinearnost in zato princip superpozicije, ki je uporabljen pri prvem načinu ocene vpliva vodnika na stebre, ne velja, smo osne sile v vodnikih, ki vplivajo na daljnovodne stebre, ocenili še na drugačen način. Vrednost obtežbe smo, pred nanosom na model vodnika, pomnožili z ustreznim varnostnim faktorjem za posamezno obtežno kombinacijo ter nato sočasno upoštevali vso obtežbo, ki nastopajo v obravnavani obtežni kombinaciji. Obtežbo smo podali tudi v pravilnem časovnem zaporedju: najprej lastno težo, nato žled, potem pa smo po potrebi predpisali še padec žledu z vodnika. Drugi način računa osnih sil seveda bolje opiše stanje dejanskega vodnika. Geometrijska nelinearnost je pri vodnikih zelo pomemben dejavnik, zato je upoštevanje žledu na vodniku brez lastne teže, kar smo uporabili pri prvem načinu računa, velika poenostavitev. Zaradi razširjene uporabe preprostih računskih modelov v praksi, je tudi standard [13] temu prilagojen in, kot smo omenili, predvideva faktoriranje osnih sil zaradi posameznih vplivov. Pri drugem načinu računa (in pri dejanskih vodnikih) osne sile zaradi posameznih obtežb niso neodvisne, zato smo s faktorji pomnožili kar obtežbo, kar je ustrežnejše, ni pa povsem usklajeno z določili standarda [13]. Rezultate, dobljene z obema načinoma, smo primerjali med seboj.

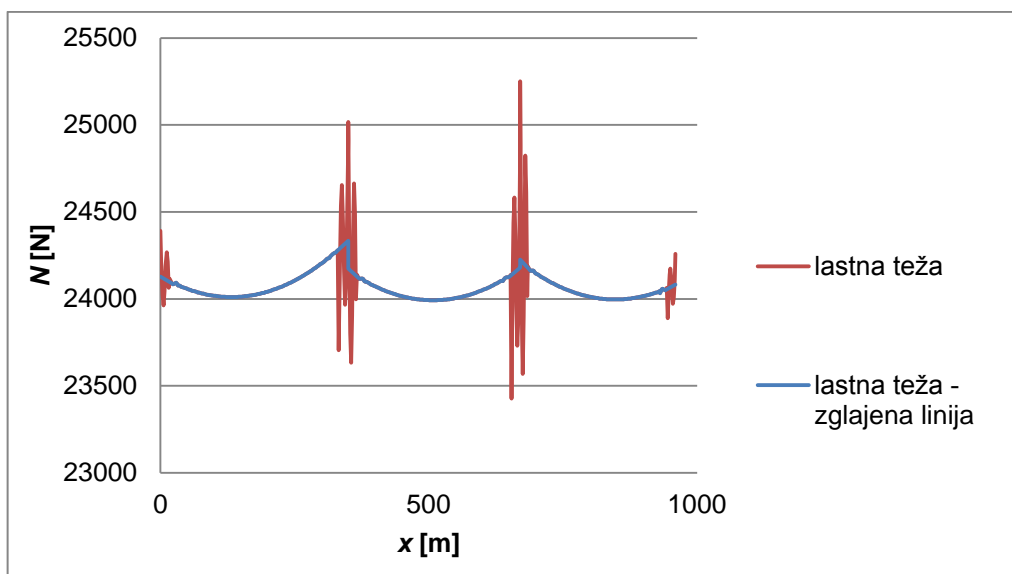
V prvem in četrtem vpetišču oziroma pri absolutno togih podporah, ki predstavljata zatezne stebre, smo osno silo izrazili kot povprečje osnih sil v zadnjih šestih računskih točkah v modelu vodnika. Vodoravno in navpično komponento smo nato iz te osne sile izračunali s pomočjo končnega zasuka vozlišča pri podpori. V drugem in tretjem vpetišču pa smo osno silo odčitali kar v končnem elementu, ki predstavlja izolator, saj v njem ne prihaja do računskih oscilacij osnih sil. Vodoravno in navpično komponento osne sile smo izračunali s pomočjo končnega zasuka vozlišča pri podpori.

Osne sile v vodniku ter njihove navpične in vodoravne komponente, ki nastopijo v vodniku samo zaradi obtežbe z lastno težo (brez upoštevanja varnostnih faktorjev), so predstavljene v preglednici 22 in na sliki 89.



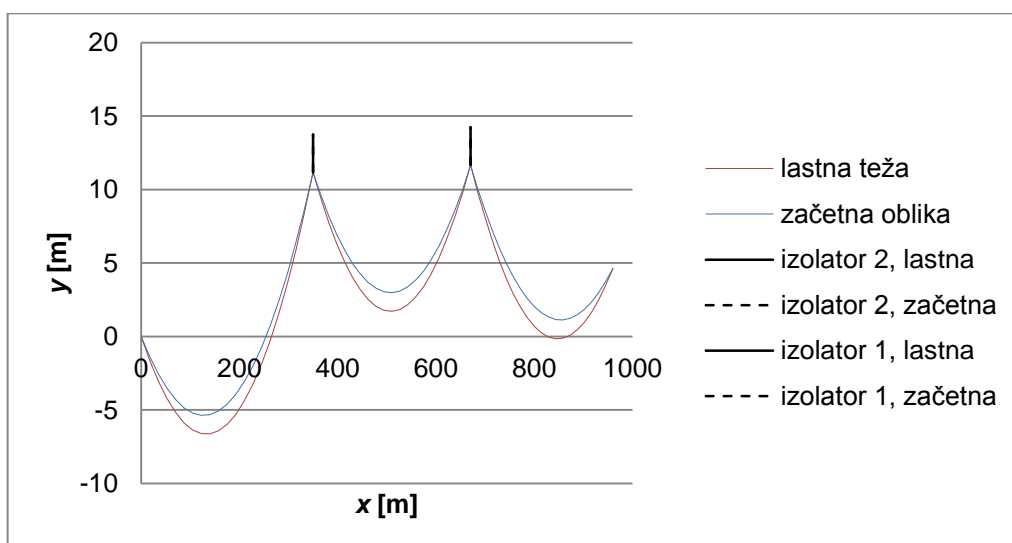
Preglednica 22: Osne sile in njihove komponente v vodniku ob podporah ter v izolatorjih zaradi nefaktorirane lastne teže

Lastna teža			
	$N$ [N]	$V$ [N]	$H$ [N]
1. vpetišče – zatezni steber	24129	2462,29	24003,04
2. vpetišče – nosilni steber	6859	6858,97	19,21
3. vpetišče – nosilni steber	6181	6180,998	4,94
4. vpetišče – zatezni steber	24082	2090,16	23991,12



Slika 89: Osne sile pri obtežbi z ne-faktorirano lastno težo

Pri obtežbi zgolj z lastno težo lahko preverimo še, kako se dejanski povesi numeričnega modela ujemajo s predpisanimi dejanskimi povesi po Montažnih tabelah [17]. Na sredini polj dejanski povesi numeričnega modela po vrsti znašajo: 11,559 m, 9,708 m in 7,928 m. Od predpisanih dejanskih povesov so torej manjši za 0,001 m, 0,022 m ter za 0,002 m, kar v vseh poljih znaša manj kot 0,25%.



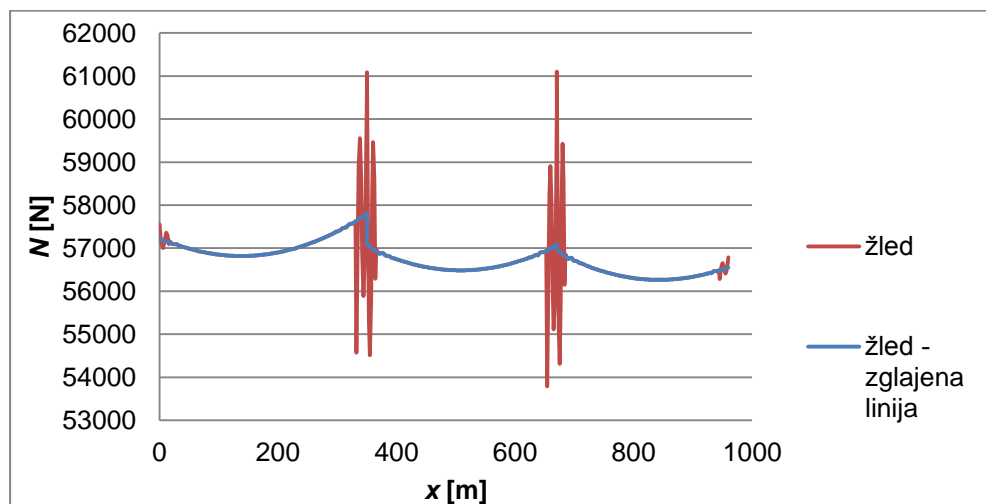
Slika 90: Začetna oblika numeričnega modela in pomiki konstrukcije po nanosu lastne teže

V Montažnih tabelah [17] najdemo tudi največjo osno silo v vodniku, ki naj bi nastopila pri obtežbi z lastno težo, in sicer 24670 N. Največja osna sila, ki jo dobimo z numeričnim računom po upoštevanju povprečnih vrednosti oscilacij pa znaša 24334 N in nastopi na desnem koncu prvega polja (pri izolatorju 1). Dobljena sila znaša 98,64% sile predvidene po Montažnih tabelah.

Pri obremenitvi modela vodnika z ne-faktorirano obtežbo žledu pa dobimo naslednje ocene osnih sil in njihovih vodoravnih in navpičnih komponent, ki delujejo na daljnovodne stebre:

Preglednica 23: Osne sile in njihove komponente v vodniku ob podporah ter v izolatorjih zaradi ne-faktoriranega žledu

Žled			
	$N$ [N]	$V$ [N]	$H$ [N]
1. vpetišče – zatezni steber	57211	6997,93	56781,40
2. vpetišče – nosilni steber	18478	18477,93	51,74
3. vpetišče – nosilni steber	16691	16690,994	13,35
4. vpetišče – zatezni steber	56549	5932,53	56236,95



Slika 91: Osne sile pri obtežbi z ne-faktoriranim žledom

### 6.3.1 Obtežne kombinacije D, E, F, H

V obtežnih kombinacijah D, E, F in H, ki smo jih na kratko predstavili že v točki 2.4, moramo lastno težo in dodatno obtežbo žledu, ki predstavlja neugoden vpliv na konstrukcijo, pomnožiti z varnostnim faktorjem 1,35. Ker obtežbe vetra v različnih smereh pri ravninski analizi odseka daljnovodne trase ne upoštevamo, so obtežne kombinacije D, E in F med seboj enake. Obtežna kombinacija H, ki jo po standardu [13] moramo poračunati samo za oceno vpliva osne sile v vodniku na zatezni steber, se za naš primer izkaže enaka kombinacijam D, E in F. V kombinaciji H je namreč potrebno upoštevati, da obtežba žledu deluje le na eno izmed polj, ki mejita na zatezni steber. Ker obravnavamo samo eno zatezno polje, na podporo, ki predstavlja zatezni steber, meji le eno samo polje. Obtežna kombinacija po prvem načinu je torej določena kot

$$\vec{N}_{D,E,F,H-1} = \vec{N}(g_v) \cdot 1,35 + \vec{N}(g_n) \cdot 1,35, \quad (143)$$

po drugem načinu pa z enačbo

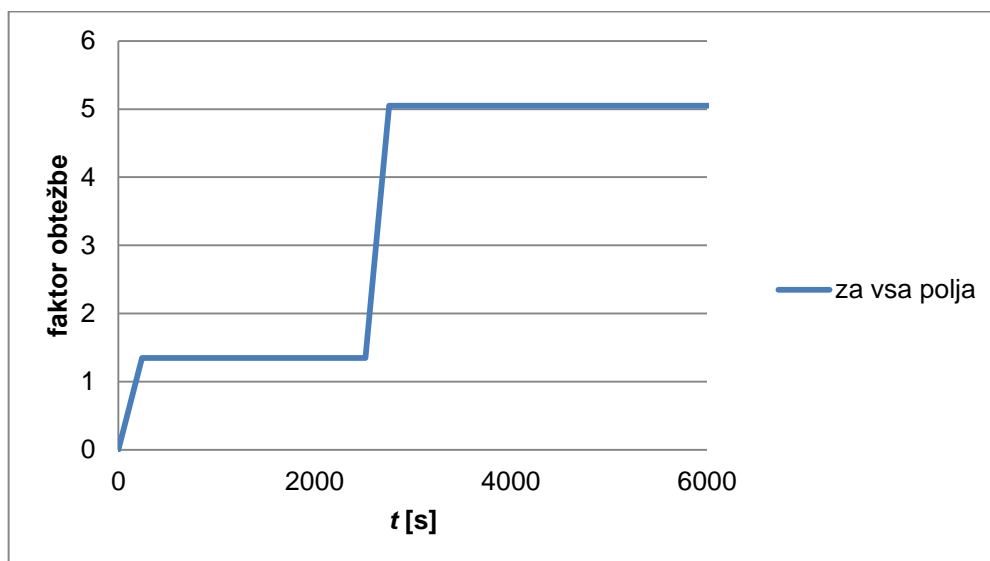
$$\vec{N}_{D,E,F,H-2} = \vec{N}(g_v \cdot 1,35 + g_n \cdot 1,35). \quad (144)$$

Ocene vplivov vodnika na stebre po prvem načinu računa so ob upoštevanju enačbe (143) zapisane v preglednici 24.

Preglednica 24: Osne sile v vodniku ob podporah ter v izolatorjih pri kombinacijah D,E,F,in H po prvem načinu računa

Obtežne kombinacije D,E,F,H – 1. način			
	$N$ [N]	$V$ [N]	$H$ [N]
1. vpetišče – zatezni steber	109804,23	12771,297	109058,99
2. vpetišče – nosilni steber	34204,95	34204,82	95,78
3. vpetišče – nosilni steber	30877,2	30877,19	24,69
4. vpetišče – zatezni steber	108848,07	10830,63	108307,89

Pri drugem načinu računa v programu Nodi [4] je bila obtežba v velikosti 18,176949 N/m najprej pomnožena s faktorjem 1,35, s čimer smo dobili faktoriran vpliv lastne teže, nato pa smo faktor počasi povečali na 5,048, kar predstavlja seštevek obeh obtežb (lastne teže in žledu), pomnoženih z 1,35.

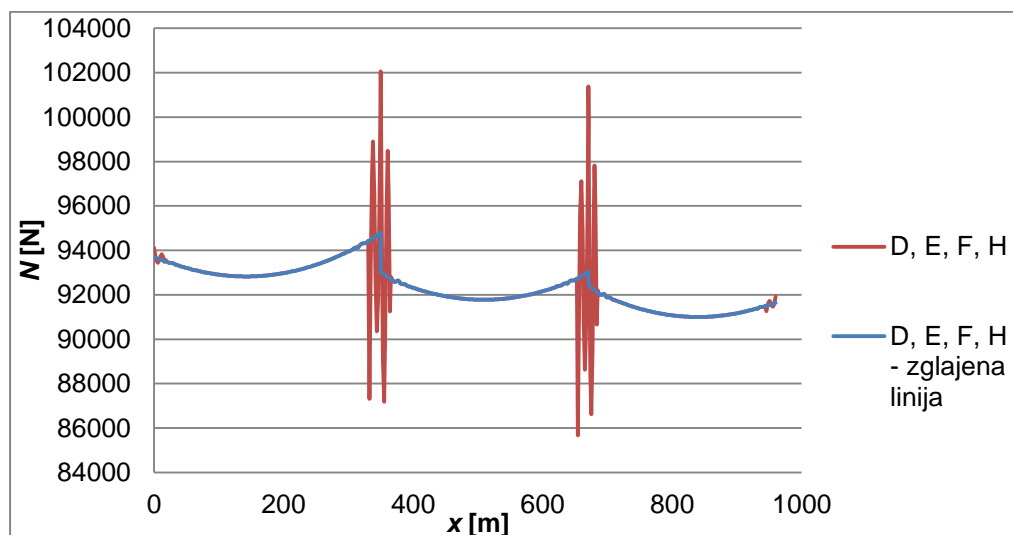


Slika 92: Faktor, s katerim je pomnožena vrednost lastne teže, v odvisnosti od časa, za obtežne kombinacije D, E, F in H

Vplivi na nosilne stebre so zelo podobni kot po prvem načinu računa (razlikujejo se za manj kot 2%), vplivi na zatezne stebre pa se precej razlikujejo. Osne sile in vodoravne komponente, dobljene po prvem načinu, so za približno 15% večje od sil, dobljenih po drugem načinu računa. Zanimivo (in hkrati neugodno) pa je, da po prvem načinu, ki je predpisan s standardom, dobimo za okoli 3,5% manjše navpične obremenitve zateznih stebrov.

Preglednica 25: Osne sile in njihove komponente v vodniku ob podporah ter v izolatorjih pri kombinacijah D,E,F in H po drugem načinu računa

Obtežne kombinacije D,E,F,H – 2. način			
	$N$ [N]	$V$ [N]	$H$ [N]
1. vpetišče – zatezni steber	93687	13242,66	92746,35
2. vpetišče – nosilni steber	33773	33772,87	94,56
3. vpetišče – nosilni steber	30451	30450,99	24,36
4. vpetišče – zatezni steber	91633	11206,36	90945,17



Slika 93: Osne sile pri kombinacijah D, E, F in H po drugem načinu računa

### 6.3.2 Obtežna kombinacija J

Pri obtežni kombinaciji J obravnavamo izredno obtežbo zaradi neenakomernega žledu tako pri zateznih kot pri nosilnih stebrih. Ker gre za neenakomerno obtežbo, je v standardu [13] predpisani varnostni faktor za lastno težo in za žled 1,0. V poljih, ki mejijo na zatezni steber bi, podobno kot pri kombinaciji H, morali upoštevati v enem polju polno natezno silo, v drugem pa kot da žledu ni. Ker v obravnavanem primeru na vsak zatezni steber meji le eno polje, je to že izpolnjeno. Sile, ki se z vodnika prenesejo na zatezne stebre, najprej ocenimo po enačbi

$$\vec{N}_{J-zatezni-1} = \vec{N}(g_v) \cdot 1,0 + \vec{N}(g_n) \cdot 1,0. \quad (145)$$

Pri oceni vpliva vodnikov na nosilne stebre smo v skladu z zahtevami standarda [13] eno polje delno razbremenili. Za razbremenitev smo izbrali srednje polje, saj so tako ocenjene osne sile, ki vplivajo na stebre večje oziroma neugodnejše, kot če bi za razbremenitev izbrali krajni polji. Sile, ki se z vodnika prenesejo na nosilne stebre, smo po prvem načinu računa ocenili z upoštevanjem enačbe

$$\vec{N}_{J-nosilni-1} = \vec{N}_{1,3}(g_v) \cdot 1,0 + \vec{N}_{1,3}(g_n) \cdot 1,0 + \vec{N}_2(g_v) \cdot 1,0 + \vec{N}_2(g_n) \cdot 1,0 \cdot 0,5. \quad (146)$$

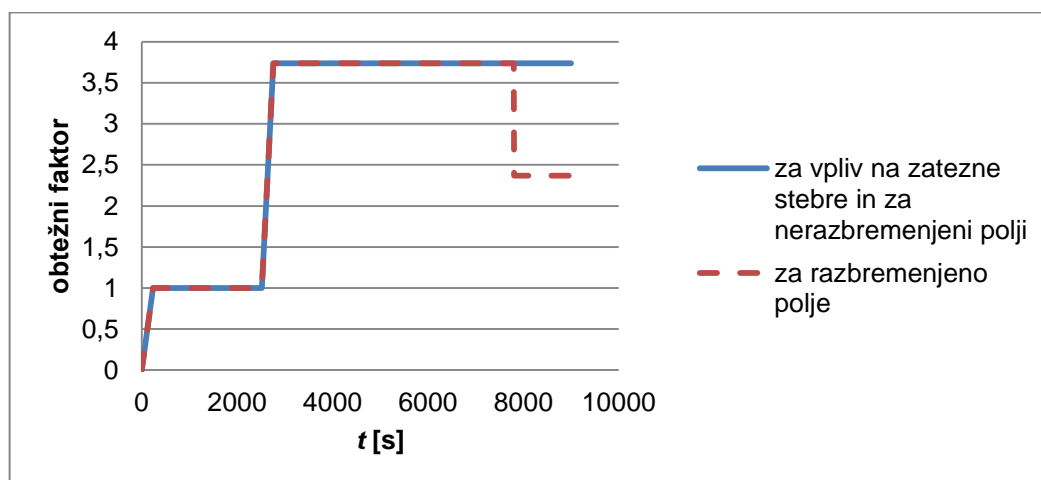
Tako smo za sile, ki se prenesejo na prvi nosilni steber, upoštevali celotno osno silo v prvem polju (za sile na drugi nosilni steber pa v tretjem polju) zaradi lastne teže  $\vec{N}_{1,3}(g_v)$  in zaradi žledu  $\vec{N}_{1,3}(g_n)$  ter celotno osno silo v drugem polju  $\vec{N}_2(g_v)$  zaradi lastne teže in polovično osno silo zaradi žledu  $\vec{N}_2(g_n)$ .

Ker smo za izračun  $\vec{N}_{j-nosilni-1}$  potrebovali osno silo v vodniku oziroma njeni komponenti v posameznem polju, tu nismo mogli uporabiti skupne osne sile v izolatorju ampak smo komponenti osne sile vsakega polja posebej izračunali na enak način kot pri zateznem stebri. Nato smo ju ustrezno pomnožili z varnostnimi faktorji ter zaradi smeri delovanja osnih sil v vodniku navpični komponenti sešteli, vodoravni pa odšteli med seboj. Končna ocena vplivov vodnika na stebre pri obtežni kombinaciji J po prvem načinu računa je podana v preglednici 26.

Preglednica 26: Osne sile in njihove komponente v vodniku ob podporah ter v izolatorjih pri kombinaciji J po prvem načinu računa

Obtežna kombinacija J – 1. način			
	$N$ [N]	$V$ [N]	$H$ [N]
1. vpetišče – zatezni steber	81336,47	9460,22	80784,44
2. vpetišče – nosilni steber	33394,92	17849,20	28224,58
3. vpetišče – nosilni steber	32027,12	14585,88	28512,96
4. vpetišče – zatezni steber	80628,2	8022,69	80228,07

Pri drugem načinu računa osnih sil in njihovih komponent, ki se pojavijo v podporah, smo obtežbo v velikosti 18,176949 N/m najprej nanesli do polne vrednosti, s čimer smo modelirali vpliv lastne teže z varnostnim faktorjem 1,0. Nato smo na vseh treh poljih to obtežbo povečali s faktorjem 3,7389, da smo dobili celotno obtežbo zaradi lastne teže in žledu. Potem smo v srednjem polju faktor obtežbe v 5 s zmanjšali na 2,369, saj je s tega polja polovica žledu odpadla. S tem smo ocenili še vpliv neenakomernega žledu na nosilne stebre.



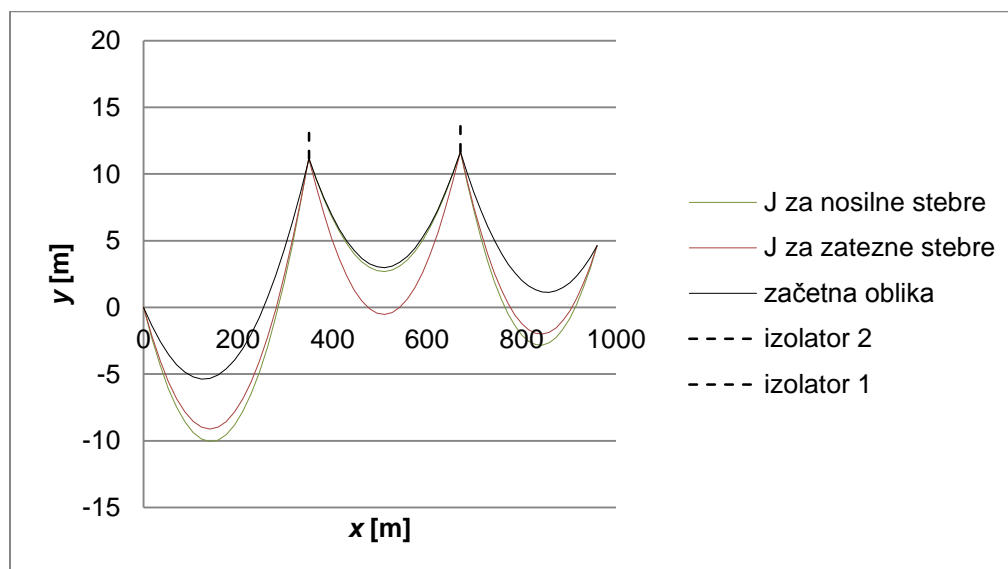
Slika 94: Faktor, s katerim je pomnožena vrednost lastne teže, v odvisnosti od časa, za obtežno kombinacijo J

Ocenjene osne sile, ki vplivajo na daljnovodne stebre po drugem načinu računa podajamo v preglednici 27.

Preglednica 27: Osne sile in njihove komponente vodniku ob podporah ter v izolatorjih pri kombinaciji J po drugem načinu računa

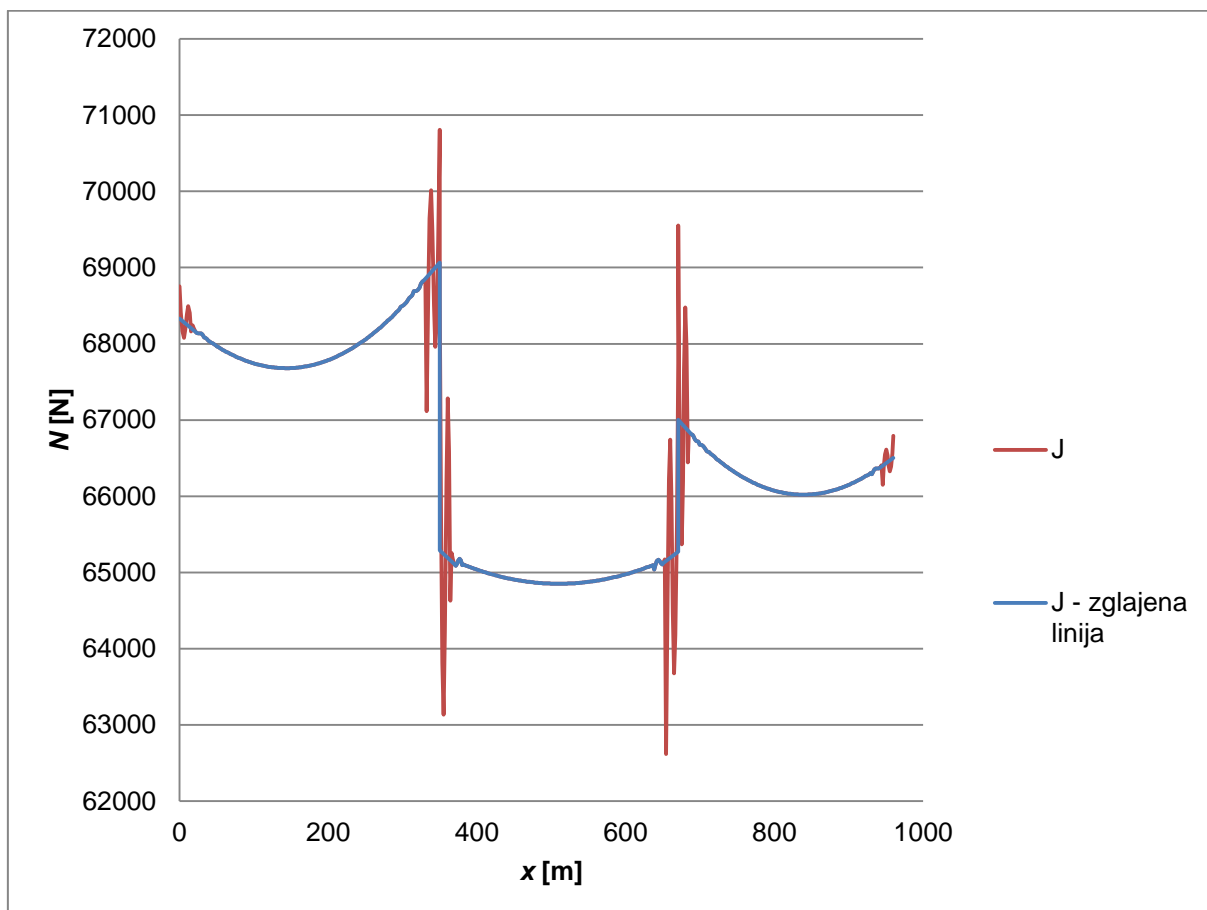
<b>Obtežna kombinacija J – 2. način</b>			
	$N$ [N]	$V$ [N]	$H$ [N]
1. vpetišče – zatezni steber	73734,33	9684,59	73095,55
2. vpetišče – nosilni steber	21068	20886,11	2762,46
3. vpetišče – nosilni steber	18672	18636,01	1158,79
4. vpetišče – zatezni steber	72529,17	8200,20	72064,12

Pri zateznih stebrih dobimo, podobno kot pri kombinacijah D, E, F in H, s prvim načinom okoli 10% večje ocene osnih sil in vodoravnih komponent, ter približno 2,5% manjše ocene za navpične komponente osne sile. Velike razlike pa se pojavijo pri oceni vplivov na nosilne stebre. Po drugem načinu namreč vodoravne komponente osne sile znašajo le okoli 4% – 10% te iste komponente, izračunane po prvem načinu. Do tega pride, ker pri drugem načinu ne obravnavamo vsakega polja posebej temveč konstrukcijo kot celoto. Ko se obtežba na srednje polje zmanjša, se končni elementi, ki predstavljajo izolatorje, zavrtijo proti krajnim podporam (izolator 1 se premakne za 33 cm v levo, izolator 2 pa za 16 cm v desno). S tem se zmanjšata razpona krajnih polj in poveča razpon srednjega polja. Posledično je povese v krajnih poljih večji in v srednjem manjši. Spremembe povesev so prikazane na sliki 95. Iz enačbe (79) razberemo, da obe spremembi geometrije zaradi vrtenja izolatorjev vplivata na povečanje vodoravne komponente osne sile v srednjem polju in zmanjšanje v krajnih dveh poljih. Z računom po prvem načinu, ki sodelovanja celotne konstrukcije ne upošteva, smo očitno na zelo varni strani glede ocene vodoravne komponente osne sile v vodniku, ki deluje na nosilni steber. Glede ocene navpične komponente pa smo na nevarni strani, saj je tista dobljena po drugem načinu večja od navpične komponente po prvem načinu za 15% pri izolatorju 1 in 22% pri izolatorju 2.



Slika 95: Povese vodnika pri obtežbi z lastno težo in žledom po vseh poljih (J za zatezne stebre) ter pri obtežbi srednjega polja le s polovično vrednostjo žledu (J za nosilne stebre)

Na sliki 96 je prikazan potek osnih sil v vseh treh poljih pri obtežni kombinaciji J za nosilne stebre po drugem načinu računa. Razberemo lahko, da se med prvim in drugim poljem pojavi skok v vrednosti skoraj 4000 N, med drugim tretjim poljem pa je skok manjši in sicer znaša malo manj kot 2000 N. Najmanjše osne sile so v najmanj obremenjenem – srednjem polju.



Slika 96: Potek osnih sil v vseh treh poljih pri obtežni kombinaciji J za nosilne stebre po drugem načinu računa

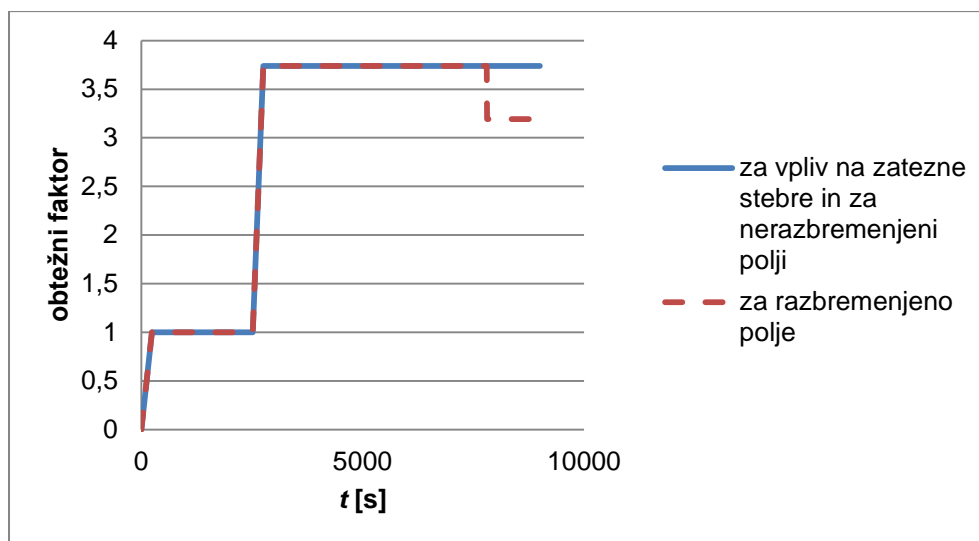
### 6.3.3 Obtežna kombinacija K

Obtežna kombinacija K je za ravninsko analizo enega daljnovodnega vodnika, ki poteka čez več polj, zelo podobna obtežni kombinaciji J. Razlika je le, da polje, ki ga delno razbremenimo obtežbe žledu sedaj razbremenimo na 80% prvotne obtežbe žledu. Pri prvem načinu računa ocene vplivov na nosilne stebre se zato držimo enačbe

$$\vec{N}_{K-nosilni-1} = \vec{N}_{1,3}(g_v) \cdot 1,0 + \vec{N}_{1,3}(g_n) \cdot 1,0 + \vec{N}_2(g_v) \cdot 1,0 + \vec{N}_2(g_n) \cdot 1,0 \cdot 0,8, \quad (147)$$

kjer  $\vec{N}_{1,3}$  ponovno pomeni osno silo ob podpori v prvem polju za račun vplivov na prvi nosilni steber oziroma osno silo ob podpori v tretjem polju za račun vplivov na drugi nosilni steber.  $\vec{N}_2$  je osna sila ob podpori iz drugega polja.

Faktor, ki ga v drugem načinu računa za oceno vplivov na nosilne stebre uporabimo v programu Nodi [4] na srednjem polju po razbremenitvi, torej ni več 2,369 (kot pri obtežni kombinaciji J), ampak je 3,191.



Slika 97: Faktor, s katerim je pomnožena vrednost lastne teže, v odvisnosti od časa, za obtežno kombinacijo K

Če bi se vodnik nadaljeval tudi preko zateznega polja, bi morali v drugem zateznem polju za oceno vpliva neenakomernega žledu na zatezne stebre obtežbo žledu zmanjšati na 60%, ker pa obravnavamo le eno zatezno polje, so ocene vplivov na zatezne stebre kar enake kot pri kombinaciji J. Rezultate po obeh načinih računa podajamo v preglednicah 28 in 29.

Preglednica 28: Osne sile v vodniku ob podporah ter v izolatorjih pri kombinaciji K po prvem načinu računa

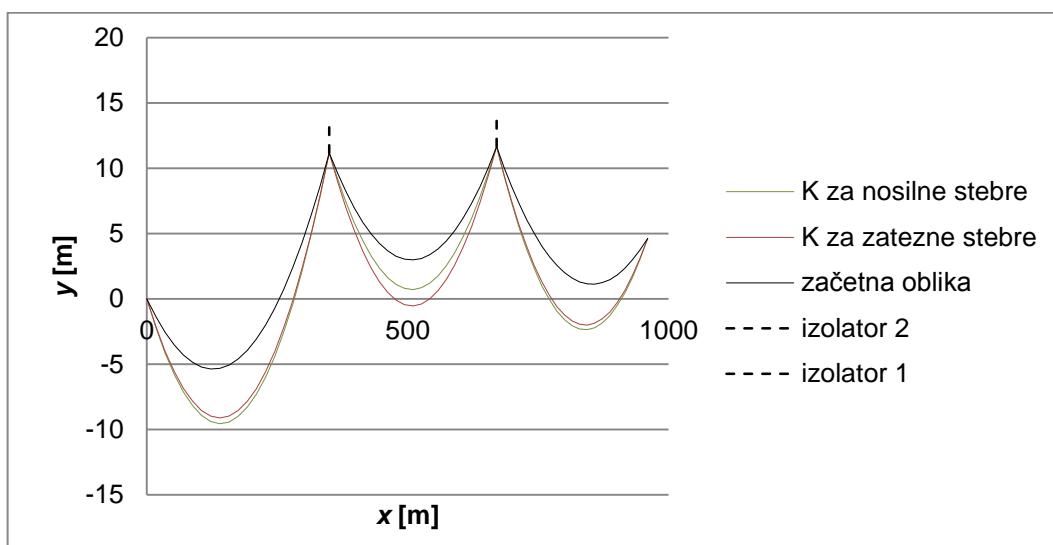
<b>Obtežna kombinacija K – 1. način</b>			
	<i>N</i> [N]	<i>V</i> [N]	<i>H</i> [N]
1. vpetišče – zatezni steber	81336,47	9460,22	80784,44
2. vpetišče – nosilni steber	22903,50	19961,94	11229,05
3. vpetišče – nosilni steber	20078,96	16359,91	11641,22
4. vpetišče – zatezni steber	80628,2	8022,69	80228,07

Preglednica 29: Osne sile v vodniku ob podporah ter v izolatorjih pri kombinaciji K po drugem načinu računa

<b>Obtežna kombinacija K – 2. način</b>			
	<i>N</i> [N]	<i>V</i> [N]	<i>H</i> [N]
1. vpetišče – zatezni steber	73734,33	9684,59	73095,55
2. vpetišče – nosilni steber	23484	23424,67	1668,31
3. vpetišče – nosilni steber	20951	20948,77	305,87
4. vpetišče – zatezni steber	72529,17	8200,20	72064,12

Na sliki 98 lahko opazimo enako smer pomikov konstrukcije kot pri obtežni kombinaciji J, le da so zaradi manjše razbremenitve tudi spremembe manjše. V srednjem polju se povesi nekoliko zmanjšajo, v krajnih dveh pa povečajo. Pomiki izolatorjev so v primerjavi s pomiki vodnika premajhni, da bi jih lahko videli na sliki. Vodoravni pomik spodnjega konca izolatorja 1 je 18,2 cm v levo, spodnjega konca izolatorja 2 pa 5,3 cm v desno.

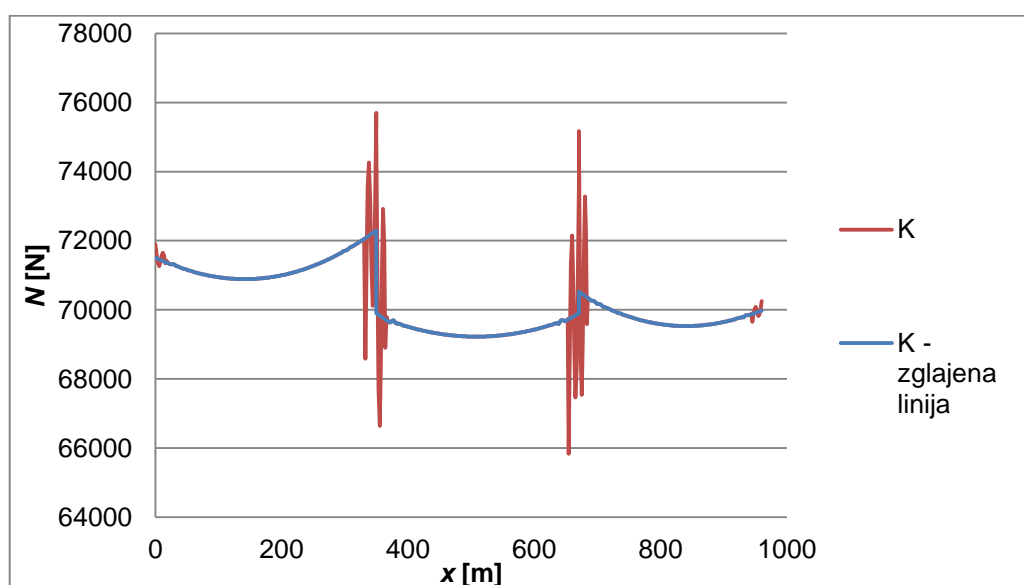




Slika 98: Povesi vodnika pri obtežbi z lastno težo in žledom po vseh poljih (K za zatezne stebre) ter pri obtežbi srednjega polja le z 80% vrednosti žledu (K za nosilne stebre)

Pri tej obtežni kombinaciji so vodoravne komponente osnih sil, ki delujejo na daljnovodne stebre po drugem načinu računa ocenjene na 15% (izolator 1) in manj kot 3% (izolator 2) vodoravnih komponent, ocenjenih po prvem načinu. Navpične komponente osnih sil pa so tudi tokrat večje po drugem načinu računa. V primerjavi z navpičnimi komponentami, dobljenimi po prvem načinu računa, so večje za 17% pri izolatorju 1 in kar za 28% pri izolatorju 2.

Na sliki 99 je prikazan potek osnih sil pri obtežni kombinaciji K za nosilne stebre po drugem načinu računa. Skok vrednost osnih sil pri prvem izolatorju tokrat znaša približno 2000 N, pri drugem pa le še okoli 300 N. Najmanjše osne sile se tudi tokrat pojavijo v najmanj obremenjenem – srednjem polju.



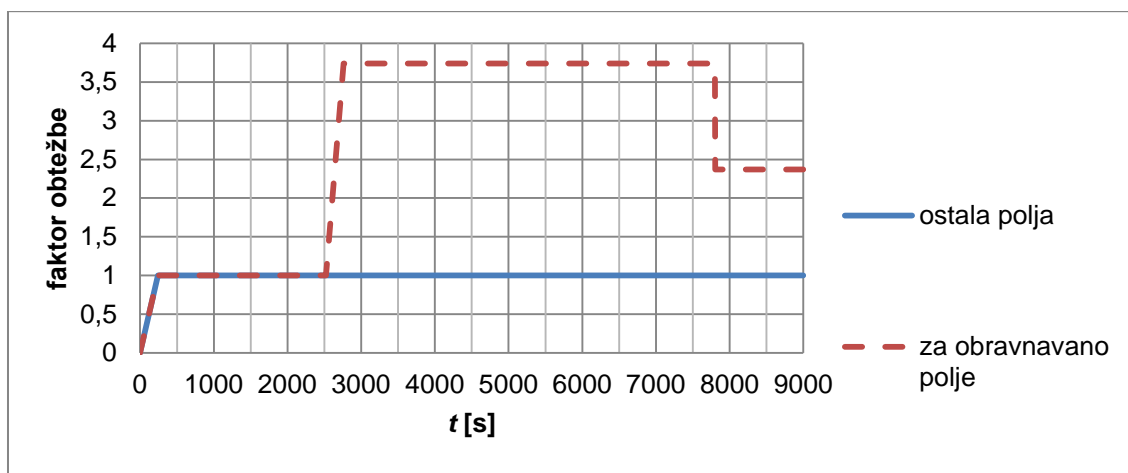
Slika 99: Potek osnih sil pri obtežni kombinaciji K za nosilne stebre po drugem načinu računa

## 6.4 Določitev povesov vodnika za izbiro primernih varnostnih razdalj

Med daljnovodnimi vodniki, po katerih teče električni tok, in ozemljenimi deli daljnovodne konstrukcije je potrebno zagotoviti zadostno zračno razdaljo, da ne pride do preskoka elektrike. To razdaljo v navpični smeri zagotavlja primerna dolžina izolatorjev, v vodoravni pa dolžina konzol. Prav tako je potrebno zagotoviti zadostno razdaljo med vodnikom ter morebitnimi osebami in objekti v njegovi bližini. To zagotovimo s primernimi višinami daljnovodnih stebrov in vpetišč vodnika, za določitev teh pa je potrebno poznati povesje vodnika. V tem poglavju določimo dejanske povesje vodnika pri obtežni kombinaciji za določevanje varnostnih razdalj, predpisani v točki 5.4.2 standarda SIST EN 50341-3-21 [13]. Ko poznamo po tej kombinaciji določene povesje vodnika, jim je potrebno prišteti najmanjšo zračno razdaljo, potrebno za preprečitev preskoka med deli pod napetostjo in okolico, ki jo označimo z  $D_{el}$ . Za omrežje z najvišjo napetostjo 245 kV je  $D_{el} = 1,7$  m [5]. Poleg  $D_{el}$  moramo prišteti še dodatno razdaljo, ki zagotavlja, da nobena oseba ali objekt ne bo segal v območje  $D_{el}$  pri izvajanju del ali rekreacijske dejavnosti. Dodatna razdalja je odvisna od lege daljnovodne trase v naravi: travnik, gozd, prometne povezave, stavbe...

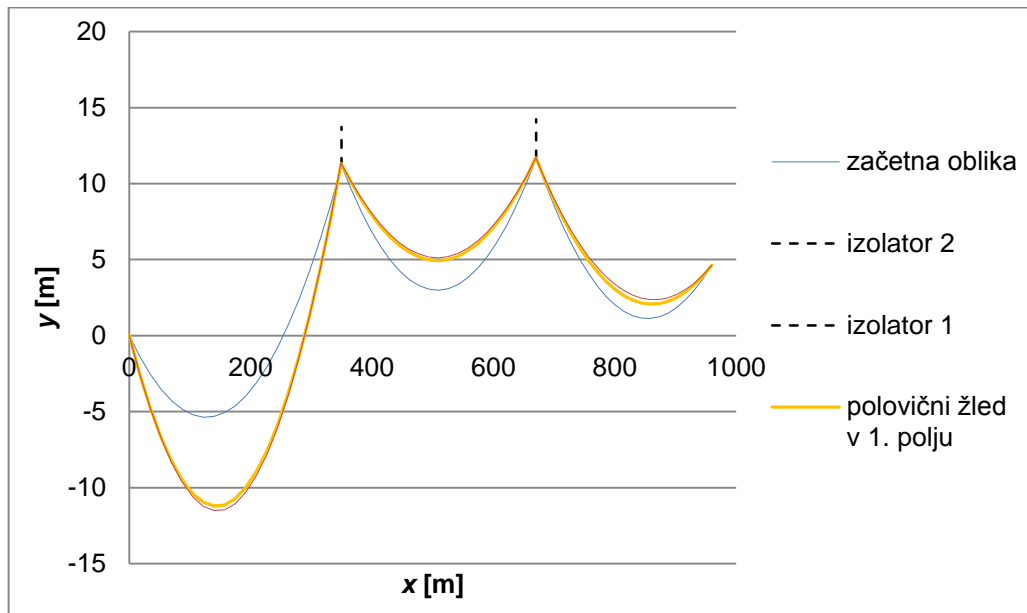
Obtežno kombinacijo za določanje varnostnih razdalj pri ravninskih primerih sestavljata stalna obtežba, ki je v obravnavanem primeru kar lastna teža brez varnostnih faktorjev, ter polovica dodatne obtežbe žledu. Pri tem se žled nahaja le v tistem polju, za katerega računamo povesje. Obravnavano zatezno polje ima tri polja, zato moramo izvesti tri ločene račune za vsako polje posebej ter nato izračunati ovojnico največjih povesov.

Obtežbo velikosti 18,176949 N/m smo v programu Nodi najprej postopoma nanesli do polne vrednosti, s čimer smo modelirali obtežbo z lastno težo, nato pa smo obtežbo na obravnavanem polju najprej postopoma povečali do faktorja 3,7389. Tako smo dobili polno obtežbo žledu na obravnavanem polju. Le-ta za določanje povesov za varnostne razdalje ni pomembna, vendar smo jo nanesli zato, da smo lahko opazovali vpliv dinamične razbremenitve obravnavanega polja. Polno obtežbo smo potem v kratkem času (5 s) zmanjšali na polovico; faktor obtežbe je znašal 2,369. Za ostali polji smo predpostavili, da nista obremenjeni z žledom.

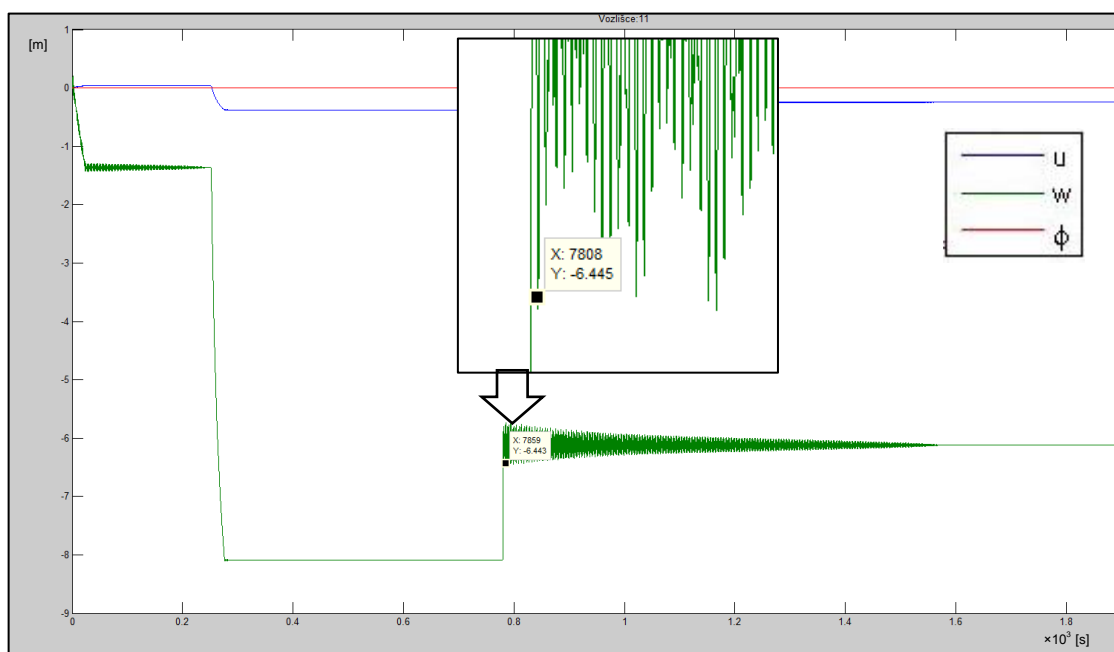


Slika 100: Faktor, s katerim je pomnožena vrednost lastne teže, v odvisnosti od časa, pri obtežni kombinaciji za določitev povesov

Za višinsko izhodišče ( $y = 0$  m) izberemo vpetišče daljnovodnega vodnika v skrajno levo podporo. Ko smo z dodatno obtežbo žledu obremenili prvo polje, je bil največji povos 17,1 m. Teme vodnika je bilo pri  $y = -11,51$  m, kar je za 4,88 m nižje kot pri obtežbi z lastno težo. Takoj po razbremenitvi, ko vodnik najbolj niha, pa je bil največji povos še za 0,30 m nižje.

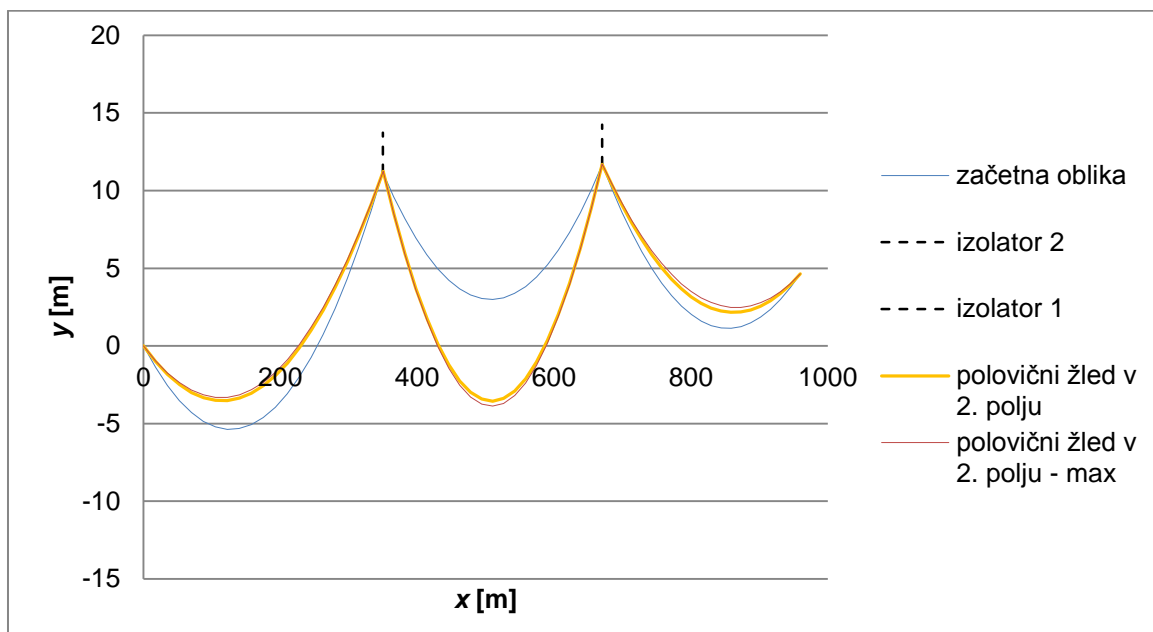


Slika 101: Povesi vodnika pri obtežbi prvega polja z dodatno polovično obtežbo žledu na začetku in po koncu nihanja



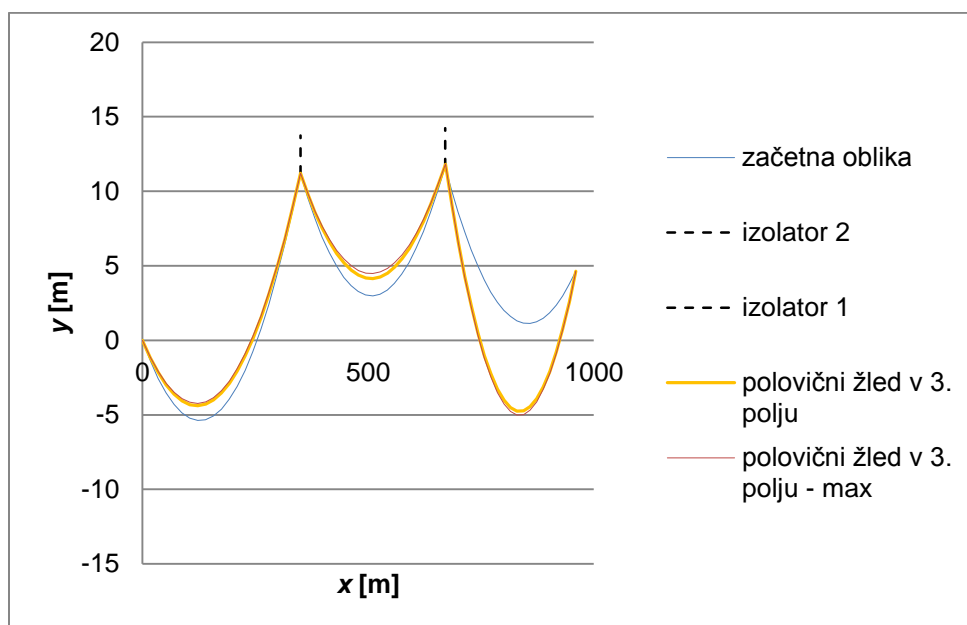
Slika 102: Izpis iz programa Nodi [4] – Graf pomikov vodnika na sredini prvega polja v odvisnosti od časa

Pri dodatni polovični obtežbi žledu v drugem polju je bil največji povos ob končnem času 14,97 m, z y koordinato temena -3,55 m, kar je za 5,26 m nižje kot pri obtežbi zgolj z lastno težo. Največji povos takoj po padcu žledu pa je bil večji še za 0,33 m.



Slika 103: Povesi vodnika pri obtežbi drugega polja z dodatno polovično obtežbo žledu ob padcu žledu in na koncu časovnega intervala

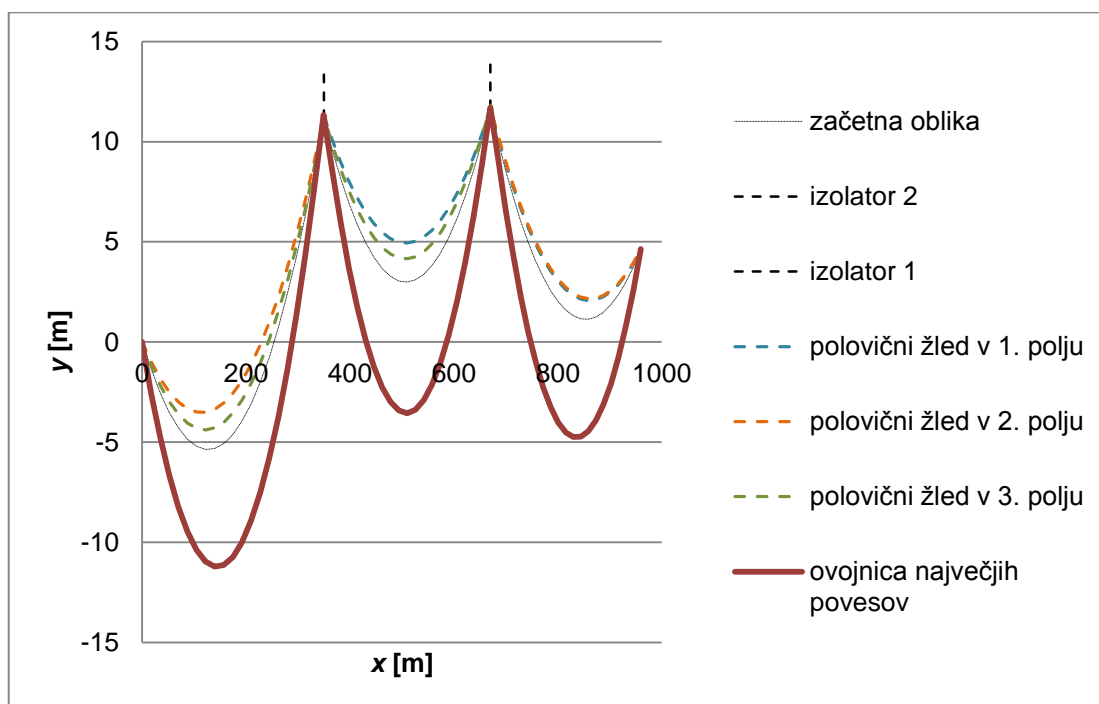
V tretjem polju pa je pri dodatni obtežbi s polovično vrednostjo obtežbe žledu največji povos na koncu časovnega intervala znašal 12,91 m. Teme težiščne osi vodnika je bilo pri  $y = -4,75$  m, kar je 4,98 m nižje, kot pri obtežbi zgolj z lastno težo. Takoj po padcu polovice žledu s prvega polja je nastopil še za 0,26 m globlji povos.



Slika 104: Povesi vodnika po koordinati  $x$  pri obtežbi tretjega polja z dodatno polovično obtežbo žledu na začetku in po koncu nihanja

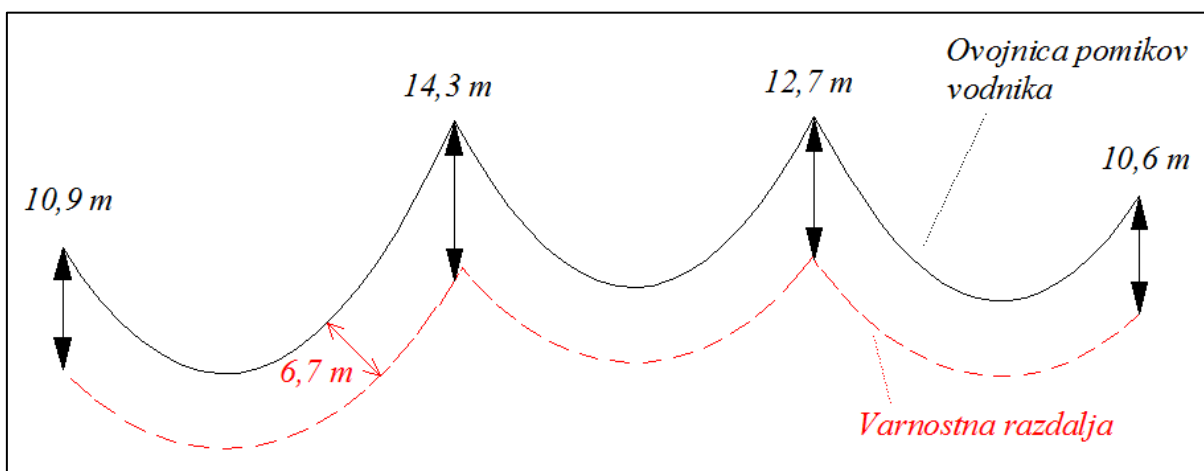
Na sliki 105 so prikazujemo povesi vodnika pri vseh treh obtežnih primerih. Odebeljena linija prikazuje največje povesi pri vseh treh obtežnih primerih skupaj. Tem povesom moramo prišteti še razdaljo  $D_{el}$  v vrednosti 1,7 m in dodatno varnostno razdaljo. Če predpostavimo,

da obravnavani odsek daljnovodne trase poteka čez običajna tla (položna in brez dreves, cest oziroma drugih ovir), ta dodatna razdalja znaša 5 m [5].



Slika 105: Ovojnica največjih povosov vodnika pri obtežbi posameznih polj z lastno težo in s polovično vrednostjo obtežbe žledu

$D_{el}$  in dodatne razdalje pa ne smemo neposredno prišteti  $y$  koordinatam osi vodnika, saj navpična razdalja običajno ni najkrajša razdalja do daljnovodnega vodnika. Dodatne razdalje upoštevamo pravokotno na linijo daljnovodnega vodnika, kot je prikazujemo na sliki 106.



Slika 106: Varnostna razdalja pravokotno od končne linije vodnika in najmanjše zahtevane višine vpetišč

Poskrbeti moramo, da so stebri dovolj visoki, da noben del terena ne sega nad rdečo linijo na sliki 106. Najmanjše možne višine vpetišč vodnika nastopijo, ko teren poteka po rdeči liniji varnostne razdalje in za obravnavani primer geometrije daljnovodnega odseka znašajo (od leve proti desni): 10,9 m, 14,3 m, 12,7 m in 10,6 m.

## 7 ZAKLJUČEK

V diplomskem delu smo obravnavali odziv daljnovodnih vodnikov na različne obtežbe. Vodnik je konstrukcijski element, ki se obnaša podobno vrvi. Njegova upogibna togost je majhna, vendar ne-ničelna, vso obtežbo pa prevzame le z nateznimi osnimi silami. Prerez vodnika je tako velik, da je njegova upornost dovolj majhna za prenos električne energije preko velikih razdalj s čim manjšimi izgubami. Posledično je ploščina prereza večja, kot bi bilo potrebno za prevzemanje projektne obtežbe vodnika. Sile, ki se zaradi obtežbe pojavijo v vodnikih, so zato pomembne predvsem za oceno vpliva vodnikov na izolatorje, stebre in temelje daljnovodne konstrukcije. Bolje kot poznamo odziv vodnikov, bolje lahko ocenimo njihove vplive.

Za analizo daljnovodnih vodnikov smo privzeli linijski računski model. Dimenzije vodnika v vzdolžni smeri so mnogo večje kot so dimenzije njegovega prečnega prereza, zato je ta izbira upravičena. Poleg tega smo se omejili na ravninski model, saj vodnik v enem zateznem polju poteka po eni navpični ravnini. V skladu s to izbiro smo obravnavali le obtežbe, ki delujejo v navpični smeri, in sicer lastno težo in žled. Za obtežbo žledu smo privzeli vrednost, ki je predpisana s standardom SIST EN 50341-3-21 [13] za 3. žledno cono. Pri analizi smo uporabili materialne in geometrijske lastnosti daljnovodnega vodnika 490-AL1/64-ST1A, ki je v Sloveniji najpogosteje uporabljen vodnik za visokonapetostne daljnovode.

Za izračun sil in pomikov v vodnikih se v praksi še danes uporabljajo preprosti računski modeli. Ob upoštevanju poenostavitve lahko za posamezne obtežne primere s temi modeli dobimo zaključene formule. V diplomskem delu smo obravnavali naslednje preproste računske modele daljnovodnih vodnikov: idealno vrv [16], neraztegljivo vrv s plitkimi povesi [16], raztegljivo vrv [9], raztegljivo vrv s plitkimi povesi [16] ter inženirsko teorijo vrvi [15].

V nalogi smo izvedli obširno primerjavo rešitev, ki jih dobimo z uporabo različnih zaključenih formul. Pri primerjavi različnih modelov daljnovodnega vodnika s podporami na enaki višini smo ugotovili, da so osne sile, dobljene z modelom plitke neraztegljive vrvi manjše od tistih, ki jih dobimo z modelom idealne vrvi. Osne sile po inženirski teoriji vrvi pa so večje. Razlika med rezultati se z večanjem razmerja povesa proti razponu nelinearno povečuje. Primerjali smo tudi, kakšne razlike med rezultati dobimo pri večanju višinske razlike med obema podporama. Primerjali smo zaključene formule za model neraztegljive vrvi s plitkimi povesi in inženirsko teorijo vrvi. Pri majhnih višinskih razlikah so tudi razlike med rezultati majhne, pri večjem naklonu veznice med podporama pa po inženirski teoriji vrvi dobimo bistveno večje vodoravne komponente osnih sil kot pri modelu vrvi s plitkimi povesi. Tudi pri vodnikih ob dodatni obtežbi z navpično točkovno silo so razlike opazne. Rezultati po inženirski teoriji so večji za približno 5%. Največje razlike med rezultati smo ugotovili, ko je bila točkovna sila najbližje podpori.

Poenostavitve preprostih računskih modelov, ki omogočajo rešljivost enačb v zaključeni obliki, območje njihove veljavnosti zelo zožijo. V sodobnem projektiranju konstrukcij je pogosto uporabljena numerična metoda končnih elementov, ki jo za točnejše modeliranje daljnovodnih vodnikov uporabljamo v nadaljevanju diplomske naloge. Pri tem vsak končni element opišemo s kinematično točnim Reissnerjevim nosilcem [2]. Ta model upošteva poljubne velikosti zasukov in pomikov ter končne osne, upogibne in strižne deformacije.

Na Reissnerjevem modelu nosilca temeljijo numerični algoritmi v programu Nodi [4], ki smo ga uporabili za numerično modeliranje daljnovodnih vodnikov. Izvedli smo obširne parametrične študije, s katerimi smo ugotavljali vplive začetne oblike, upogibne togosti, gostote mreže končnih elementov in stopnje elementov na natančnost rezultatov. Ugotovili smo, da je začetna oblika z odsekoma ravno linijo z vozlišči na kvadratni paraboli povsem primerna za opis začetne lege. Dinamični model nosilca, ki je vgrajen v Nodi, se odlično obnaša tudi za zelo majhne upogibne togosti in daje natančne rezultate. Natančnost rezultatov se večja z zgoščanjem mreže končnih elementov in višanjem stopnje interpolacije. Zanimivo je, da dajejo lih stopnje interpolacije točnejše rezultate kot sode. Značilnost modela, vgrajenega v Nodi, so oscilacije notranjih sil ob podporah, s čimer pa se v nalogi ne ukvarjamo.

Z numeričnim modelom po točnejši teoriji smo preverili območje veljavnosti različnih zaključenih formul z vrvi. Za mejo veljavnosti smo izbrali 2% ujemanje. Rezultati zaključenih enačb po [15] pri razmerju povesa proti razponu 0,14 to mejo že presegajo. Pri podporah, ki niso na istih višinah, smo rezultate numeričnega modela primerjali z zaključenimi formulami po inženirski teoriji vrvi in po modelu vrvi s plitkimi povesi. Rezultati inženirske teorije vrvi se razlikujejo od numerično dobljenih rezultatov za manj kot 2% do kota veznice med podporama  $30,96^\circ$ . Nato z njimi dobimo večje vrednosti in smo na varni strani. Rezultati dobljeni z modelom za plitke vrvi pa se razlikujejo od numeričnih za več kot 2% že pri kotu  $5,7^\circ$  in so na nevarni strani.

Pomembna značilnost, pogosto zanemarjena pri preprostih modelih, je osna raztegljivost vodnikov. Osna raztegljivost pa vpliva na dejanske povese vodnikov. Pri podajanju začetnih povesov v programu Nodi moramo upoštevati, da se bo vodnik pod obtežbo z lastno težo raztegnil in da bo dejanski poves drugačen od začetnega. Izvedli smo parametrično študijo odvisnosti med začetnimi in dejanskimi povesi in ugotovili, da so zveze med začetnim in dejanskim povesom nelinearne. Pri velikih razponih in majhnih povesih se z zelo majhno relativno spremembo celotne dolžine (približno 0,15%) poves poveča za skoraj šestkrat.

Izmed obtežb, ki delujejo na vodnik, smo podrobneje obravnavali lastno težo in žled. Lastna teža in žled sta statični obtežbi, zato ju v programu nanašamo tako počasi, da so dinamični učinki zanemarljivi. Skupna obtežba lastne teže in žledu je 3,7-krat tolikšna kot obtežba zgolj z lastno težo. Ugotovili smo, da se osne sile v vodniku pred obtežbo z žledom in po njej razlikujejo za zelo podoben faktor. Iz tega sklepamo, da so rezultati še vedno v linearnem področju. Bolj zanimiva pa je dinamična obtežba oziroma hitra razbremenitev vodnika zaradi padca žledu. Pri padcu žledu s celotnega vodnika smo ugotovili, da amplitude osnih sil nihajo okoli približno enake vrednosti, kot so jo imele pred obtežbo z žledom. Preizkusili smo tudi, kaj se zgodi, če z vodnika pade le polovica žledu. Preostalo polovico smo razporedili na tri različne načine: na levo polovico razpona, na krajni četrtini ter na sredino vodnika. Ugotovili smo, da je primer, pri katerem žled pade s sredine vodnika, najugodnejši, saj so povesi in osne sile najmanjši. Preostala primera imata podobne osne sile in največje razlike med začetnim in dejanskim povesom na mestu največjega dejanskega povesa. Najbolj neugoden je prvi primer, pri katerem je obtežba nesimetrična in kjer se novo teme vodnika pojavi bližje podpori, kjer tolikšnih povesov ne pričakujemo.

Na primeru vodnika preko petih polj smo proučevali vpliv modeliranja nosilnih stebrov. Pri modeliranju nosilnih stebrov z drsnimi podporami so bili vodoravni pomiki drsnih podpor nerealno veliki. Dobljeni pomiki so bili večji od dolžine izolatorjev, prek katerih je vodnik vpet na nosilne stebre. Z natančnejšim modelom – steber smo modelirali s togo podporo, izolator pa z vmesnim upogibno podajnim, osno togim končnim elementom – smo dobili realnejši odziv konstrukcije: manjše pomike spodnjih koncev izolatorjev ter večje razlike v amplitudah osnih sil.

V zadnjem poglavju smo obravnavali dejanski primer odseka daljnovodnega vodnika preko treh polj. Obravnavali smo obtežne kombinacije v skladu s standardom SIST EN 50341-3-21 [13]. Standard predpisuje uporabo principa superpozicije, ki pa velja le v linearnem območju. Rezultate smo zato izračunali na dva načina – z uporabo superpozicije nefaktoriranih obtežb ter z zaporednim nanosom faktoriranih obtežb – in jih med seboj primerjali. Vplivi na nosilne stebre po obeh načinih se razlikujejo za manj kot 2%, pri zateznih stebrih pa so razlike zelo velike. Pomembna ugotovitev je, da so navpične komponente osnih sil, dobljene z uporabo principa superpozicije, na nevarni strani. Na koncu smo z numeričnim modelom z zaporednim nanosom obtežb poiskali še največje povese po posameznih poljih, kot to, zaradi določitve varnostnih razdalj do tal oziroma objektov, določa standard [5]. Rezultate smo izrisali ob zanemaritvi dinamičnih vplivov – torej za tiste vrednosti povesev, okrog katerih po razbremenitvi polja zaradi padca žledu pomiki nihajo. Pri vsakem polju pa smo zapisali tudi vrednost največjega povesa, ki ga vodnik doseže v kratkem časovnem obdobju po padcu žledu. Te vrednosti so od izrisanih vrednosti večje za približno 30 cm. Razlike so torej majhne, vendar ne popolnoma zanemarljive.

Numerično modeliranje daljnovodnih vodnikov ali celotnih odsekov daljnovodnih tras v praksi še ni razširjeno. V tej diplomski nalogi smo prikazali, da lahko z njihovo uporabo vpliv vodnikov na daljnovodne stebre opišemo natančneje kot z zaključenimi formulami za preproste računske modele. To se še posebej izkaže pri večjih razmerjih povesa proti razponu, večji višinski razliki med podporami, vodnikih preko več polj ter predvsem pri dinamični obtežbi. V diplomski nalogi smo obravnavali le preproste primere, ki pa lahko služijo kot osnova za nadaljnje raziskovanje na tem področju, saj obstaja še veliko fenomenov, ki jih tu nismo zajeli in še niso raziskani. Tako bi bilo zanimivo v računski model zajeti tudi natančnejši model stebrov in modelirati začetno napenjanje vodnikov. Posebno pozornost bi morali posvetiti tudi natančnejšemu modeliranju obtežbe, ki deluje na daljnovodno konstrukcijo. Dejanske vrednosti obtežb, ki se pojavljajo, lahko bistveno presegajo empirične vrednosti, določene v standardu.



## VIRI

- [1] Slovensko prenosno omrežje. 2013.  
<http://www.eles.si/slovensko-prenosno-omrezje/elementi-prenosnega-omrezja.aspx>  
(Pridobljeno 23. 4. 2013.)
- [2] Reissner, E. 1972. On one-dimensional finite-strain beam theory: the plane problem. *J. Appl. Math. Phys. (ZAMP)* 23: 795–804.
- [3] Matlab. 1999. The language of technical computing. The Mathworks Inc.
- [4] Saje, M., Zupan, D. 2009. Nodi: program za dinamično analizo ravninskih okvirjev. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Katedra za mehaniko.  
<http://www.km.fgg.uni-lj.si/Nodi/> (Pridobljeno 5. 12. 2012.)
- [5] SIST EN 50341-1:2002. Nadzemni električni vodi za izmenične napetosti nad 45 kV – 1. del: Splošne zahteve – Skupna določila.
- [6] SIST EN 60305:1997. Insulators for overhead lines with a nominal voltage above 1 kV - Ceramic or glass insulator units for a.c. systems - Characteristics of insulator units of the cap and pin type (IEC 305:1995).
- [7] SIST EN 60433:2000. Insulators for overhead lines with a nominal voltage above 1kV - Ceramic insulators for a.c. systems - Characteristics of insulators units of the long rod type (IEC 60433:1998).
- [8] Kladnik, R. 1999. Fizika za srednješolce: 3, Svet elektronov in atomov. Ljubljana, DZS: str. 66.
- [9] Tibert, G. 1999. Numerical Analyses of Cable Roof Structures. Stockholm, KTH, TS-Högskoletryckeriet: str. 85-122.
- [10] Bronštejn, J. N., Semendjajev, K. A. 1963. Matematični priročnik za inženirje in slušatelje tehniških visokih šol. Ljubljana, Življenje in tehnika: str. 126.
- [11] SIST EN 50182:2002. Vodniki za nadzemne vode - Pletene vrvi iz koncentrično ležeče okrogle žice.
- [12] Stanek, M., Turk, G. 2002. Trdnost. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Katedra za mehaniko: str. 27.  
<http://www.km.fgg.uni-lj.si/predmeti/Trdnost-UNI/data/ucbenik/trdnost1.pdf>  
(Pridobljeno 14. 7. 2013.)
- [13] SIST EN 50341-3-21:2009. Nadzemni električni vodi za izmenične napetosti nad 45 kV - 3-21. del: Nacionalna normativna določila (NNA) za Slovenijo (na podlagi SIST EN 50341-1:2002).
- [14] Stanek, M., Turk, G. 1996. Statika II. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: str. 31-66.
- [15] Kržič, F., 2013. Osnovne enačbe vrvi. Neobjavljeno študijsko gradivo. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: str. 1-34.
- [16] Krenk, S. 2001. Mechanics and analysis of beams, columns and cables. 2. ed.. Berlin, Springer-Verlag: str. 195-231.
- [17] Montažne tabele faznega vodnika Al/Fe 490/65. 2006. Interno gradivo. Ljubljana, ELES: str. 18.
- [18] Izolatorske verige. 2013.  
<http://www.dalekovod-proizvodnja.com/EasyEdit/UserFiles/pdf/ovjesna-i-spojna-oprema-hr.pdf> (Pridobljeno 12. 7. 2013.)

»Ta stran je namenoma prazna.«

## **SEZNAM PRILOG**

Priloga A: Vhodna datoteka za program Nodi za račun dejanskega odseka daljnovodnega vodnika za vpliv na nosilne stebre po obtežni kombinaciji J

Priloga B: Funkcije spreminjanja obtežnega faktorja s časom za različne obtežne kombinacije

»Ta stran je namenoma prazna.«

## PRILOGE

### PRILOGA A: Vhodna datoteka za program Nodi za račun dejanskega odseka daljnovodnega vodnika za vpliv na nosilne stebre po obtežni kombinaciji J

```
% ~~~~~  
% ~~~~~  
% ~~~  PODATKI O KONSTRUKCIJI  ~~~  
% ~~~~~  
% ~~~~~  
  
% ~~~~~  
%  Geometrija konstrukcije  
% ~~~~~  
% ~~~~~  
  
% Število polj:  
  
st_polj=3;  
  
% Razponi polj:  
  
dolzina_=[  
349.4  
320.6  
289.5  
];  
  
% Višinske razlike med podporami:  
  
visina_=[  
11.17  
0.5  
-7.03  
];  
  
% Začetni povesi:  
  
predpisan_poves=[  
10.1958  
8.4328  
6.5568  
];  
  
% Dolžina vodoravne projekcije posameznega končnega elementa za 20 končnih  
% elementov na eno polje:  
  
stevilo_el_=20;  
  
dolzina_el_=dolzina_/stevilo_el_;  
  
% Dolžina izolatorjev:  
  
izol=2.568;  
  
% ~~~~~  
%  Koordinate vozlišč  
% ~~~~~
```

```

% voz=[ : : :
%       i xi yi
%       : : : ]
% i: indeks vozlišča
% x-i: x koordinata i-tega vozlišča [m]
% y-i: y koordinata i-tega vozlišča [m]

x_i=zeros(3,stevalo_el_+1);
y_i=zeros(3,stevalo_el_+1);

% Zanka za izračun x in y koordinat vozlišč po posameznih poljih. Vozlišča
ležijo na liniji kvadratne parabole:

for p=1:st_polj

x_i_(p,:)=linspace(sum(dolzina_(1:(p-1))),sum(dolzina(1:p)),stevalo_el_+1);

    for i=1:stevalo_el_+1

x=-dolzina_(p)/2+(i-1)*dolzina_el_(p);
y_i_(p,i)=((4*predpisan_poves(p))/(dolzina_(p)^2))*(x^2)+(visina_(p)/
dolzina_(p))*x-predpisan_poves(p)+(visina_(p)/2)+sum(visina_(1:(p-1)));

% y vozlišča (levo krajišče ima y=0)... kvadratna parabola

    end

end

% V zgornji zanki pri vmesnih podporah isto vozlišče upoštevamo 2x. Dvojno
% upoštevanje nato preprečimo s spodnjimi vrsticami:

x_i=[x_i_(1,1:end-1) x_i_(2,1:end-1) x_i_(3,:)];
y_i=[y_i_(1,1:end-1) y_i_(2,1:end-1) y_i_(3,:)];

% Matrika vozlišč:

voz=[
    (1:1:(st_polj*stevalo_el_+1))' x_i' y_i'
    st_polj*stevalo_el_+2 dolzina_(1) y_i(stevalo_el_+1)+izol
    st_polj*stevalo_el_+3 dolzina_(1)+dolzina_(2) y_i(2*stevalo_el_+1)+izol
];

% ~~~~~~
% Potek elementov
% ~~~~~~
% pq=[ : : :
%       i pi qi
%       : : : ]
% i-ti element poteka od vozlišča z oznako pi do vozlišča z oznako qi

% Indeksi elementov, s katerimi modeliramo vodnik:

ind_el=(1:st_polj*stevalo_el_+2);

% V matriki elementov dodamo še dve vrstici (torej dva končna elementa), s
% katerima modeliramo izolatorja:

```

```
pq=[  
(st_polj*stevilo_el_)' (1:st_polj*stevilo_el_)' (1:st_polj*stevilo_el_)+2)'  
st_polj*stevilo_el_+1   stevilo_el_+1           st_polj*stevilo_el_+2  
st_polj*stevilo_el_+2   2*stevilo_el_+1         st_polj*stevilo_el_+3  
];
```

```
% .....
```

```
% Podpore konstrukcije
```

```
% .....
```

```
% podpore=[:      :      :      :  
%           i  fix(1) fix(2) fix(3)  
%           :      :      :      : ]
```

```
% Vsako vozlišče ima 3 prostostne stopnje: 2 pomika in zasuk.  
% V vsaki vrstici matrike podpore navedemo najprej indeks vozlišča,  
% potem pa indekse prostostnih stopenj vozlišča, ki jih podpora ne dopušča:  
% 1 je pomik v smeri osi x, 2 je pomik v smeri osi y, 3 je zasuk okrog osi  
% z.
```

```
%
```

```
% Prostostne stopnje, ki jih podpora ne prepreči pišemo z 0 ali pa jih  
% sploh ne pišemo.
```

```
% Paziti moramo le, da imajo vse vrstice matrike podpore enako število  
% elementov, npr. podpore=[1  1 3  
%                          3  0 2  
%                          4  1 0 ];
```

```
podpore=[  
    1                1 2 % Prva podpora  
    st_polj*stevilo_el_+2    1 2 % Druga podpora  
    st_polj*stevilo_el_+3    1 2 % Tretja podpora  
    st_polj*stevilo_el_+1    1 2 % Četrta podpora  
];
```

```
% Vse podpore so preprečujejo pomik v x in y smeri ter dopuščajo zasuk  
% okoli osi z.
```

```
% .....
```

```
% Sprostitev konstrukcije
```

```
% .....
```

```
% sprostitve=[:      :      :  
%             i  članek_levo  članek_desno  
%             :      :      : ]
```

```
% Vsak element ima lahko v levem in v desnem krajišču sproščen zasuk.  
% i ... indeks elementa
```

```
% članek_levo: 1, če je članek in 0, če členska ni
```

```
% članek_desno: 1, če je članek in 0, če členska ni
```

```
% npr sprostitve=[
```

```
%   4  1  1  
%   6  0  1  
%   8  1  0 ];
```

```
% Sprostimo zasuk na spodnjem koncu vsakega izolatorja (t.j. v prvem  
% vozlišču):
```

```
sprostitve=[  
    st_polj*stevilo_el_+1    1 0  
    st_polj*stevilo_el_+2    1 0  
];
```

```
% .....
```

```

% Začetni pomiki in hitrosti vozlišč
% ~~~~~
% zacetni_pogoji = [ : : : : :
%                   i  ui wi  dui dwi
%                   :  :  :  :  : ]
% i: indeks vozlišča
% ui: začetni pomik vozlišča v smeri x [m]
% wi: začetni pomik vozlišča v smeri y [m]
% dui: začetna hitrost vozlišča v smeri x [m]
% dwi: začetna hitrost vozlišča v smeri y [m]
% dovolj je, da podamo le neničelne pomike in hitrosti

% Začetni pomiki in hitrosti vseh vozlišč so enaki 0:

zacetni_pogoji=[
];

% ~~~~~
% ~~~~~
% ~~~  OBTEŽBA KONSTRUKCIJE  ~~~
% ~~~~~
% ~~~~~

% ~~~~~
% Vozliščna obtežba konstrukcije
% ~~~~~
% obt_voz=[ : : : : :
%           i  Fxi  Fyi  Mzi  ind_krivulje
%           :  :  :  :  : ]
% V i-tem vozlišču delujeta točkovni sili Fxi in Fyi in moment Mzi ([N],
% [Nm]).
% ind_krivulje je indeks krivulje po kateri se spreminja obtežba s časom,
% ind_krivulje je lahko število (vse tri sile v vozlišču se spreminjajo
% po istem predpisu) ali vrstica treh indeksov (vsaka sila ima svoj potek)
% npr. obt_voz=[1 1000 0 0 1
%              3 200 0 20 2 ];
% ali obt_voz=[1 1000 0 0 1 2 3
%              3 200 0 20 2 1 2 ];.

% Točkovnih obtežb ne predpišemo:

obt_voz=[
];

% ~~~~~
% Porazdeljena obtežba glede na lokalni koordinatni sistem končnih
% elementov
% ~~~~~
% obt_px_el=[ : : : : :
%            i  px0i pxLi  ind_krivulje
%            :  :  :  :  : ]
% i-ti element je obtežen z zvezno obtežbo v smeri lokalne osi X,
% določeno z vrednostmi v krajiščih elementa px0 in pxL
% ind_krivulje je indeks krivulje po kateri se spreminja obtežba s časom
%
% Analogno:
% obt_py_el je linearna obtežba elementov v smeri lokalne osi y
% obt_mz_el je linearna momentna obtežba okrog lokalne osi z
% enote: ([N/m], [Nm/m])

```



```
% Zanka za določitev vrednosti linijske obtežbe v lokalnih x in y smereh:

for p=1:st_polj

    h(p,:)=x_i_(p,2:end)-x_i_(p,1:(end-1));
    v(p,:)=y_i_(p,2:end)-y_i_(p,1:(end-1));
    l(p,:)=((h(p,:).^2)+(v(p,:).^2)).^0.5;

    alfa_i(p,:)=v(p,:)/h(p,:);

    px_(p,:)=(lin_obtezba_(p)*sin(alfa_i(p,:)));
    py_(p,:)=(lin_obtezba_(p)*cos(alfa_i(p,:)));

end

% Določitev funkcije spreminjanja obtežnega faktorja s časom za posamezno
polje:

kriv_=[3*ones(stevilo_el_)
        4*ones(stevilo_el_)
        3*ones(stevilo_el_)];

% Rezultate za posamezno količino sestavimo v eno vrstico:

px=[px_(1,:) px_(2,:) px_(3,:)];
py=[py_(1,:) py_(2,:) py_(3,:)];
kriv=[kriv_(1,:) kriv_(2,:) kriv_(3,:)];

% Linijska obtežba v smeri lokalne x osi po elementih:

obt_px_el=[
    (1:st_polj*stevilo_el_)' px' px' kriv'
];

% Linijska obtežba v smeri lokalne y osi po elementih:

obt_py_el=[
    (1:st_polj*stevilo_el_)' py' py' kriv'
];

% Linijski upogibni moment po elementih je enak 0:

obt_mz_el=[
];

% .....
% Predpisani pomiki vozlišč konstrukcije
% .....
% predpisani=[      :      :      :      :
%                i  u(i)  w(i)  fi(i) ind_krivulje
%                :      :      :      :      ]
% i: indeks vozlišča
% u(i): 1, če je predpisan horizontalni pomik in 0, če ni predpisan
% w(i): 1, če je predpisan vertikalni pomik in 0, če ni predpisan
% fi(i): 1, če je zasuk v vozlišču predpisan in 0, če ni predpisan
%
% ind_krivulje je indeks krivulje po kateri se spreminja pomik s časom.
```

```

% ind_krivulje je lahko število (vsi trije pomiki so enaki)
% ali vrstica treh indeksov (vsak pomik ima svojo krivuljo):
% npr. predpisani=[1 1 1 1 1
%                 5 0 1 1 1 ];
% ali predpisani=[1 1 1 0 1 3 1
%                 5 0 1 0 1 1 1];

% Pomikov vozlišč ne predpišemo:

predpisani=[
];

% ~~~~~
% Predpisani pospeški tal
% ~~~~~
% pospeski=[ a_X a_Y ]
% a_X: indeks krivulje pospeška tal v horizontalni smeri oz. 0, če ni
predpisan
% a_Y: indeks krivulje pospeška tal v vertikalni smeri oz. 0, če ni
predpisan

% Pospeškov tal ne predpišemo:

pospeski=[
];

% ~~~~~
% Krivulje spreminjanja količin s časom
% ~~~~~
% Indeksom krivulj predpišemo (znane) funkcije, odvisne od časa.
% Funkcije zapišemo v enojnih narekovajih (npr. 'sin', 'moja funkcija').
%
% Zaradi dela z nizi so obvezni zaviti oklepaji.
casovni_poteki={
    1 'lastna'
    2 'zled'
    3 'lastnainzled'
    4 'lastnainzled08'
    5 'lastnainzled05'
    6 'lastnainzled135'
};

% ~~~~~
% Dodane mase v vozliščih
% ~~~~~
% dodane_mase=[ : :
%               voz masa
%               : : ]
% masa vpliva v smereh x in y!!

% Dodanih mas ne predpišemo:

dodane_mase=[
];

% ~~~~~
% Smer gravitacije

```

```
% .....  
% Dvokomponentni vektor smeri delovanja gravitacije.  
% Če sta obe komponenti enaki 0, gravitacijska sila ne deluje.  
  
% Lastno težo smo upoštevali pri obtežbi, zato gravitacije ne predpišemo:  
  
smer_gravitacije=[0 0];  
  
% .....  
% Težnostni pospešek  
% .....  
% konstanta [m/s2]  
  
teznostni_pospesek=9.81;  
  
% ~~~~~  
% ~~~~~  
% ~~~ PODATKI O GEOMETRIJI PREREZOV ~~~  
% ~~~~~  
% ~~~~~  
  
% Podajamo za vse elemente hkrati npr. A=5  
% ali za vsakega posebej npr. A=[ 2 72  
% 1 32];  
  
% Izolatorjem s 100-krat večjim prerezom predpišemo 100-krat večjo osno  
% togost.  
  
% Ploščine prečnega prereza A [m2]:  
  
A=[(1:st_polj*stevilo_el_)' 0.0005538*ones(st_polj*stevilo_el_,1)  
61 0.05538  
62 0.05538  
];  
  
% Strižni prerezi As [m2]:  
  
As=A;  
  
% Vztrajnostni moment prečnega prereza [m4]:  
  
J=4.701e-10;  
  
% ~~~~~  
% ~~~~~  
% ~~~ LASTNOSTI ELASTIČNEGA MATERIALA ~~~  
% ~~~~~  
% ~~~~~  
  
% Elastični modul E [N/m2]: %podatek za celotno konstrukcijo ali po  
elementih:  
  
E=7*10^10;  
  
% Strižni modul G [N/m2]:  
  
G=E/2;
```

```
% Specifična gostota materiala [kg/m^3]:  
  
ro=3345.8;  
  
% ~~~~~  
% ~~~~~  
% ~~~  PODATKI O NUMERIČNEM RAČUNANJU  ~~~  
% ~~~~~  
% ~~~~~  
  
% Metoda numerične integracije (po elementu)  
% 'G': Gaussova kvadratura pravila  
% 'L': Lobattova kvadratura pravila  
  
integracija='G';  
  
% Stopnja integracije (po elementu):  
  
st_int=4;  
  
% Stopnja interpolacije (po elementu):  
% (število interpolacijskih točk je za 1 večje od stopnje interpolacije)  
  
st_pol=3;  
  
% Dolžina časovne integracije:  
  
koncni_cas=13840;
```

## PRILOGA B: Funkcije spreminjanja obtežnega faktorja s časom za različne obtežne kombinacije

```
function vrednosti=zbirnik_krivulj(ime,t)

vrednosti=feval(ime,t);

% -----
% Obtežni faktor za račun odziva zaradi nefaktorirane lastne teže:
% -----
function velikost=lastna(t)

tpoints=[0 240 5040];
fpoints=[0 1 1];
[tmin,imin]=min(tpoints);
[tmax,imax]=max(tpoints);
if t<tmin
velikost=fpoints(imin);
elseif t>tmax
velikost=fpoints(imax);
else
velikost=interp1(tpoints,fpoints,t,'linear');
end

% -----
% Obtežni faktor za račun odziva zaradi nefaktoriranega žledu:
% -----
function velikost=zled(t)

tpoints=[0 240 1440];
fpoints=[0 2.7389 2.7389];
[tmin,imin]=min(tpoints);
[tmax,imax]=max(tpoints);
if t<tmin
velikost=fpoints(imin);
elseif t>tmax
velikost=fpoints(imax);
else
velikost=interp1(tpoints,fpoints,t,'linear');
end

% -----
% Obtežni faktor za račun po obtežnih kombinacijah D, E, F in H:
% -----
function velikost=lastnainzled135(t)

tpoints=[0 240 2520 2760 13840];
fpoints=[0 1.35 1.35 5.048 5.048];
[tmin,imin]=min(tpoints);
[tmax,imax]=max(tpoints);
if t<tmin
velikost=fpoints(imin);
elseif t>tmax
velikost=fpoints(imax);
else
velikost=interp1(tpoints,fpoints,t,'linear');
end
```

```
%-----  
% Obtežni faktor za račun vpliva vodnika za zatezne stebre  
% po obtežnih kombinacijah J in K:  
%-----  
function velikost=lastnainzled(t)  
  
tpoints=[0 240 2520 2760 13840];  
fpoints=[0 1 1 3.739 3.739];  
[tmin,imin]=min(tpoints);  
[tmax,imax]=max(tpoints);  
if t<tmin  
velikost=fpoints(imin);  
elseif t>tmax  
velikost=fpoints(imax);  
else  
velikost=interp1(tpoints,fpoints,t,'linear');  
end  
  
%-----  
% Obtežni faktor za račun vpliva vodnika za nosilne stebre  
% po obtežni kombinaciji J:  
%-----  
function velikost=lastnainzled05(t)  
  
tpoints=[0 240 2520 2760 7800 7805 13840];  
fpoints=[0 1 1 3.739 3.739 2.369 2.369];  
[tmin,imin]=min(tpoints);  
[tmax,imax]=max(tpoints);  
if t<tmin  
velikost=fpoints(imin);  
elseif t>tmax  
velikost=fpoints(imax);  
else  
velikost=interp1(tpoints,fpoints,t,'linear');  
end  
  
%-----  
% Obtežni faktor za račun vpliva vodnika za nosilne stebre  
% po obtežni kombinaciji K:  
%-----  
function velikost=lastnainzled08(t)  
  
tpoints=[0 240 2520 2760 7800 7805 13840];  
fpoints=[0 1 1 3.739 3.739 3.191 3.191];  
[tmin,imin]=min(tpoints);  
[tmax,imax]=max(tpoints);  
if t<tmin  
velikost=fpoints(imin);  
elseif t>tmax  
velikost=fpoints(imax);  
else  
velikost=interp1(tpoints,fpoints,t,'linear');  
end
```