

Univerza  
v Ljubljani

Fakulteta  
za gradbeništvo  
in geodezijo



Jamova cesta 2  
1000 Ljubljana, Slovenija  
<http://www3.fgg.uni-lj.si/>

**DRUGG** – Digitalni repozitorij UL FGG  
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

To je izvirna različica zaključnega dela.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujete na bibliografske podatke, kot je navedeno:

Kandare, K. 2013. Ekstrakcija oblike debla drevesa iz terestričnega laserskega oblaka točk z uporabo algoritma RANSAC. Diplomaska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. (mentorica Kosmatin Fras, M., somentorja Vrečko, A., Pfeifer, N.): 81 str.

University  
of Ljubljana

Faculty of  
Civil and Geodetic  
Engineering



Jamova cesta 2  
SI – 1000 Ljubljana, Slovenia  
<http://www3.fgg.uni-lj.si/en/>

**DRUGG** – The Digital Repository  
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

This is original version of final thesis.

When citing, please refer to the publisher's bibliographic information as follows:

Kandare, K. 2013. Ekstrakcija oblike debla drevesa iz terestričnega laserskega oblaka točk z uporabo algoritma RANSAC. B.Sc. Thesis. Ljubljana, University of Ljubljana, Faculty of civil and geodetic engineering. (supervisor Kosmatin Fras, M., co-supervisors Vrečko, A., Pfeifer, N.): 81 pp.

Univerza  
v Ljubljani

Fakulteta za  
*gradbeništvo in  
geodezijo*



Jamova 2  
1000 Ljubljana, Slovenija  
telefon (01) 47 68 500  
faks (01) 42 50 681  
fgg@fgg.uni-lj.si

UNIVERZITETNI ŠTUDIJ  
GEODEZIJE  
SMER GEODEZIJA

Kandidatka:

**KAJA KANDARE**

**EKSTRAKCIJA OBLIKE DEBLA DREVESA IZ  
TERESTRIČNEGA LASERSKEGA OBLAKA TOČK Z  
UPORABO ALGORITMA RANSAC**

Diplomska naloga št.: 924/G

**EXTRACTION OF TREE TRUNK SHAPE FROM A  
TERRESTRIAL LASER SCANNING POINT CLOUD  
USING THE RANSAC ALGORITHM**

Graduation thesis No.: 924/G

**Mentorica:**

doc. dr. Mojca Kosmatin Fras

**Predsednik komisije:**

izr. prof. dr. Dušan Kogoj

**Somentorica:**

asist. Anja Vrečko, univ.dipl.inž.geod.  
prof.dr. Norbert Pfeifer

**Član komisije:**

doc. dr. Miran Kuhar

Ljubljana, 27. 05. 2013

## **STRAN ZA POPRAVKE**

Stran z napako

Vrstica z napako

Namesto

Naj bo

**IZJAVE**

Podpisana **KAJA KANDARE** izjavljam, da sem avtorica diplomske naloge z naslovom:

**»EKSTRAKCIJA OBLIKE DEBLA DREVESA IZ TERESTRIČNEGA LASERSKEGA OBLAKA TOČK Z UPORABO ALGORITMA RANSAC«.**

Izjavljam, da je elektronska različica v vsem enaka tiskani različici.

Izjavljam, da dovoljujem objavo elektronske različice v repozitoriju UL FGG.

Ljubljana, 01. 05. 2013

Kaja Kandare

## **BIBLIOGRAFSKO – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK**

<b>UDK:</b>	<b>528.7(043.2)</b>
<b>Avtorica:</b>	<b>Kaja Kandare</b>
<b>Mentorica:</b>	<b>doc. dr. Mojca Kosmatin Fras</b>
<b>Somentorja:</b>	<b>prof. Norbert Pfeifer, Anja Vrečko, univ. dipl. inž. geod.</b>
<b>Naslov:</b>	<b>Ekstrakcija oblike debla iz terestričnega laserskega oblaka točk z uporabo algoritma RANSAC</b>
<b>Tip dokumenta:</b>	<b>Diplomska naloga – univerzitetni študij</b>
<b>Obseg in oprema:</b>	<b>81 str., 23 pregl., 35 sl., 12 en., 1 pril.</b>
<b>Ključne besede:</b>	<b>algoritem RANSAC, ekstrakcija oblike debla, oblak točk drevesa, terestrično lasersko skeniranje, model debla</b>

### **Izvleček**

V diplomski nalogi je predstavljen postopek za ekstrakcijo oblike ter izračun parametrov abstraktnega modela drevesnega debla iz terestričnega laserskega oblaka točk drevesa. Geometrijo drevesnega debla smo poenostavili, tako da smo jo modelirali z enim in z večimi valji. Pri reševanju problema smo uporabili dva algoritma. Za določitev približnih vrednosti parametrov debla in ekstrakcijo točk, ki predstavljajo obliko debla smo uporabili algoritem RANSAC, za oceno parametrov valja/valjev s pripadajočimi natančnostmi ter izračun odstopanj med modelom in ekstrahiranim oblakom točk pa metodo najmanjših kvadratov. Deblo smo razrezali na rezine različnih debelin ter za vsako rezino izračunali parametre valja ter ekstrahirali pripadajoče točke. Eksperimentalno smo obravnavali eno, sedem in štirinajst rezin. Rezultati so bili različni 3D modeli debla, sestavljeni iz različnega števila manjših valjev. Dobljene 3D modele debla smo primerjali s pripadajočim ekstrahiranim oblakom točk vizualno ter grafično. Dokazali smo, da z večanjem števila rezin podrobneje opišemo obliko debla ter da lahko posamezno rezino debla dobro aproksimiramo z geometrijskim telesom valjem.

**BIBLIOGRAPHIC – DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRACT**

**UDC:** 528.7(043.2)  
**Author:** Kaja Kandare  
**Supervisor:** Assist. Prof. Mojca Kosmatin Fras, Ph.D.  
**Co-advisors:** Prof. Norbert Pfeifer, Ph.D., Anja Vrečko, B.Sc. of Geodesy  
**Title:** Extraction of tree trunk shape from a terrestrial laser scanning point cloud using the RANSAC algorithm  
**Document type:** Graduation thesis – University studies  
**Notes:** 81 p., 23 tab., 35 fig., 12 eq., 1 ann.  
**Key words:** RANSAC algorithm, extraction of trunk shape, tree point cloud, terrestrial laser scanning, trunk model

**Abstract**

This thesis deals with a procedure for the extraction of a trunk shape and the calculation of the trunk parameters from a terrestrial laser point cloud of a tree. The tree trunk geometry has been simplified, so that it was modelled with a single and multiple cylinders. Two algorithms were employed for solving the problem: we used the RANSAC algorithm for the determination of the approximate values of the parameters and the extraction of the points which represent the trunk shape, and the least squares method for the estimation of the parameters of the cylinder/cylinders with associated accuracies and for the calculation of the deviation between the model and the extracted point cloud. The process was carried out in different situations. The trunk was cut into partitions of different lengths, and for each partition, the parameters of the cylinder were calculated and the points which best fit the cylinder were extracted. Experimentally, we analysed one, seven, and fourteen slices. The results were different 3D models of the trunk, composed of a different number of smaller cylinders. The resulting 3D models of the trunk were visually and graphically compared with the corresponding extracted point cloud. We have proved that by increasing the number of slices, we can describe the trunk shape more precisely, and that a trunk slice can be approximated well with the geometrical shape cylinder.

## ZAHVALA

Za strokovno usmerjanje in vodenje, pomoč ter podporo pri izdelavi diplomske naloge se iskreno zahvaljujem mentorici doc. dr. Mojci Kosmatin Fras.

Izredna zahvala gre univ.dipl.inž.geod. Anji Vrečko, somentorici, za uporabne napotke pri izdelavi diplomske naloge. Anja si je vedno vzela čas za nešteta vprašanja in mi bila vedno na voljo, ko sem potrebovala pomoč.

*I want to thank Prof. Norbert Pfeifer from the Vienna University of Technology, Department of Geodesy and Geoinformation, for supervising the entire practical process of my thesis. His advice, suggestions and comments were always very valuable and helped me to guide my work in the right direction. I am grateful that I have had the opportunity to stay at the Vienna University of Technology, work in a friendly and collaborative environment and gain a great experience in research work. I would also like to thank Lothar Eysn for all the advice and professional assistance.*

Lepo bi se zahvalila asist. mag. Oskarju Sterletu za nasvete in strokovno pomoč pri izvedbi praktičnega dela naloge.

Zahvaljujem se tudi vsem mojim bližnjim za podporo v času študija.

(stran je namenoma prazna)



## KAZALO VSEBINE

<b>1</b>	<b>UVOD</b> .....	<b>1</b>
1.1	Motivacija.....	1
1.2	Pregled sorodnih del.....	3
1.2.1	Houghova transformacija.....	4
1.2.2	Rast regije.....	5
1.2.3	RANSAC.....	6
1.3	Oprelitev problema, cilja in hipotez naloge.....	6
1.4	Struktura naloge.....	10
<b>2</b>	<b>TERESTRIČNO LASERSKO SKENIRANJE</b> .....	<b>11</b>
2.1	Terestrično 3D lasersko skeniranje.....	11
2.1.1	Opis tehnologije.....	12
2.1.2	Prednosti TLS.....	12
2.2	Registracija in georeferenciranje oblaka točk.....	12
<b>3</b>	<b>IZBRANE TEORETIČNE TEME IN ORODJA ZA IZVEDBO NALOGE</b> .....	<b>14</b>
3.1	Gram-Schmidtov postopek.....	14
3.2	Uvod v RANSAC.....	15
3.3	Določitev števila iteracij.....	17
3.4	Izven ležeče točke.....	18
3.5	Ekstrakcija valja iz neorganiziranega oblaka točk z metodo RANSAC.....	18
<b>4</b>	<b>PRAKTIČNA IZVEDBA NALOGE</b> .....	<b>23</b>
4.1	Območje zajema podatkov.....	23
4.2	Tehnični podatki skenerja.....	24
4.3	Kratek opis zajemanja podatkov na terenu.....	24
4.4	Priprava podatkov za uporabo.....	27
4.5	Razvoj programa za ekstrakcijo drevesnega debla iz oblaka točk.....	29
4.5.1	Dodatni pogoj pri izbiri naključnega vzorca treh točk.....	30
4.5.2	Eliminacija točk brez zadostne podpore, odstranitev šuma.....	31
4.5.3	Razdelitev debla na rezine.....	31
4.5.4	Ocena parametrov debla z uporabo MNK.....	36
<b>5</b>	<b>REZULTATI IN RAZPRAVA</b> .....	<b>37</b>
5.1	Delitev drevesnega debla na eno rezino – celo deblo.....	37
5.1.1	Prvi primer celega debla.....	37

---

5.1.2	Drugi primer celega debla .....	40
5.1.3	Primerjava prvega in drugega primera celega debla .....	41
5.2	Delitev drevesnega debla na sedem rezin.....	44
5.2.1	Rezultati algoritma RANSAC .....	46
5.2.2	Rezultati rezin po izravnavi z MNK.....	50
5.3	Delitev drevesnega debla na štirinajst rezin .....	51
5.3.1	Rezultati algoritma RANSAC .....	52
5.3.2	Rezultati rezin po izravnavi z MNK.....	58
5.4	Primerjava različnih delitev debla na rezine .....	59
5.4.1	Oblak točk drevesnega debla.....	59
5.4.2	3D model drevesnega debla .....	61
5.4.3	Interpretacija odstopanj <i>nop</i> točk v oblaku točk od modela valja .....	66
5.4.4	Grafična primerjava eksperimentalnih parametrov .....	71
5.4.5	Skupna razprava vseh rezultatov in ugotovitev .....	74
<b>6</b>	<b>ZAKLJUČEK .....</b>	<b>76</b>
<b>VIRI</b>	<b>.....</b>	<b>78</b>

## KAZALO SLIK

Slika 1: Primeri oblik dreves (levo) in krošnj (desno) (Mizarstvo Horvat, 2012). .....	2
Slika 2: Primeri vrste skorij (Mizarstvo Horvat, 2012). .....	2
Slika 3: Pravo drevo v naravi (levo), oblak točk drevesa (sredina), abstraktni model debla (desno) (prikaz v orodju Slikar).....	7
Slika 4: Deblo aproksimirano s stožcem (levo) in ga razdelimo na manjše izseke (na sredini). Posamezne rezine aproksimiramo z valjem (desno) (povzeto po Chiba, 2000 in TutorVista, 2012, prikaz v orodju Slikar).....	8
Slika 5: Deblo aproksimirano s stožcem (levo) in deblo razdelimo na manjše valje (desno) (prikaz v orodju Slikar). .....	8
Slika 6: Princip delovanja laserskih skenerjev (Vežočanik in sod., 2008). .....	11
Slika 7: Različne oblike umetnih tarč (Abdelhafiz, 2009). .....	13
Slika 8: Gram-Schmidtov proces v ravnini (povzeto po Bigsigma, 2012). .....	15
Slika 9: Neuspešnost metode pri obravnavanju grobe napake v podatkovnih točkah (Povzeto po Fischler, Bolles, 1981, str. 382). .....	16
Slika 10: Parametri valja (povzeto po Vežočanik in sod., 2008).....	19
Slika 11: Simuliran primer valja s 500 točkami, višine 3 m (prikaz v programu Matlab).....	21
Slika 12: Območje snemanja in prikaz dreves v občini Tharandt (elektronska komunikacija, 2013). .....	23
Slika 13: a) Laserski skener Z+F IMAGER 5006i, b) Ploskovna tarča, c) Sferne tarče (elektronska komunikacija, 2012). .....	25
Slika 14: Potek meritev na terenu v Nemčiji (elektronska komunikacija, 2012).....	26
Slika 15: Osnovni oblak točk s presekom (levo) in reduciran oblak točk s presekom (desno) (prikaz v programu FugroViewer). .....	28
Slika 16: a) Algoritem RANSAC uporabljen pri iskanju premice skozi 2 točki. b) Program smo petkrat zagnali in s tem preverili zanesljivost postopka (prikaz v programu Matlab). .....	29
Slika 17: a) Točke na ravnini, z enako višinsko komponento, b) Enakostranični trikotnik znotraj kroga (prikaz v orodju Slikar). .....	30
Slika 18: Primerjava stožca z valjem (povzeto po CK-12 Foundation, 2012).....	36
Slika 19: Izbrana kombinacija treh najboljših točk $P_1P_2P_3$ ( $x, y, z$ ) z orientacijo valja s (prikaz v programu Matlab). .....	38
Slika 20: Prikaz ekstahiranega oblaka točk rezine drevesa iz različnih zornih kotov (prikaz v programu FugroViewer). .....	39
Slika 21: Primer slabo ekstrahiranega oblaka točk rezine drevesa s strožjimi parametri, iz različnih zornih kotov (prikaz v programu FugroViewer).....	41
Slika 22: Primerjava normal oziroma smernih vektorjev ravnin v prostoru iz treh zornih kotov (prikaz v programu Matlab). .....	42
Slika 23: Primer slabega rezultata 4. rezine, zaradi slabo določenih parametrov (levi prikaz v programu FugroViewer, desni prikaz v programu Matlab – z zeleno prikazanih le 10 % vseh točk iz ekstrahiranega oblaka točk). .....	45

Slika 24: Prikaz horizontalne delitve debla na rezine ter tlorisni pogled 7 rezin (prikaz v programu FugroViewer).....	49
Slika 25: Prikaz horizontalne delitve debla na rezine ter tlorisni pogled 14 rezin (prikaz v programu FugroViewer).....	57
Slika 26: a) Ekstrahiran oblak točk ene (levo), sedmih (sredina), štirinajstih (desno) rezin, b) Primerjava oblaka točk ene rezine z oblakom točk sedmih rezin (levo) ter primerjava oblaka točk sedmih rezin z oblakom točk štirinajstih rezin (desno) (prikaz v programu Geomagic Studio 12).....	60
Slika 27: 3D model debla ene rezine (levo), sedmih rezin (na sredini) in štirinajstih rezin (desno) (prikaz v programu Geomagic Studio 12).....	62
Slika 28: Primerjava ujemanja 3D modela valja z ekstrahiranim oblakom točk ene rezine (levo – spodnji del, sredina – srednji del, desno – zgornji del drevesa) (prikaz v programu Geomagic Studio 12). ....	63
Slika 29: Primerjava ujemanja 3D modela valja z ekstrahiranim oblakom točk sedmih rezin (levo – spodnji del, sredina – srednji del, desno – zgornji del drevesa) (prikaz v programu Geomagic Studio 12). ....	64
Slika 30: Primerjava ujemanja 3D modela valja z ekstrahiranim oblakom točk štirinajstih rezin (levo – spodnji del, sredina – srednji del, desno – zgornji del drevesa) (prikaz v programu Geomagic Studio 12).	65
Slika 31: Dejavniki, ki vplivajo na odstopanje modela od oblaka točk. 1) Vpliv napake registracije, 2) Vpliv definicije abstraktnega modela, 3) Vpliv drevesnega lubja (prikaz v orodju Slikar).....	67
Slika 32: Vektorji odstopanj <i>nop</i> točk od radija modela valja (prikaz v programu Matlab). ....	68
Slika 33: Prikaz <i>nop</i> točk in smernih vektorjev za eno rezino debla na relativni višini 6 m (levo) in relativni višini 7 m (desno) (prikaz v programu Matlab). ....	70
Slika 34: Graf 7 rezin v odvisnosti od števila iteracij, števila uspešnih poskusov in časa računanja vsake rezine (prikaz v programu Matlab). ....	71
Slika 35: Graf 14 rezin v odvisnosti od števila iteracij, števila uspešnih poskusov in časa računanja vsake rezine (prikaz v programu Matlab). ....	72

## KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 1: Tehnični podatki (Zoller + Fröhlich, 2009). .....	24
Preglednica 2: Shematski prikaz uporabe algoritma RANSAC v primeru razdelitve debla na rezine. ....	32
Preglednica 3: Fiksno izbrane, eksperimentalne vrednosti parametrov, uporabljene pri eksperimentu ene rezine. ....	37
Preglednica 4: Spreminjajoči se, eksperimentalni parametri v primeru ene rezine. ....	37
Preglednica 5: Najboljša kombinacija treh točk, prikazana na sliki 19. ....	38
Preglednica 6: Rezultati ene rezine z uporabo algoritma RANSAC. ....	38
Preglednica 7: Fiksno izbrane, eksperimentalne vrednosti parametrov, uporabljene pri eksperimentu ene rezine. ....	40
Preglednica 8: Spreminjajoči se, eksperimentalni parametri v primeru ene rezine. ....	40
Preglednica 9: Najboljša kombinacija treh točk. ....	40
Preglednica 10: Rezultati ene rezine z uporabo algoritma RANSAC. ....	40
Preglednica 11: Ocene parametrov valja ter pripadajoče natančnosti ene rezine po izravnavi z MNK. ....	43
Preglednica 12: Fiksno izbrane, eksperimentalne vrednosti parametrov, uporabljene pri eksperimentu sedmih rezin. ....	44
Preglednica 13: Spreminjajoči se, eksperimentalni parametri v primeru sedmih rezin. ....	44
Preglednica 14: Primer slabo določenih eksperimentalnih parametrov v primeru 4. rezine. ....	45
Preglednica 15: Rezultati algoritma RANSAC za delitev na sedmih rezin. ....	46
Preglednica 16: Ocene parametrov valja ter pripadajoče natančnosti sedmih rezin po izravnavi z MNK. ....	50
Preglednica 17: Fiksno izbrane, eksperimentalne vrednosti parametrov, uporabljene pri eksperimentu štirinajstih rezin. ....	51
Preglednica 18: Spreminjajoči se, eksperimentalni parametri v primeru štirinajstih rezin. ....	51
Preglednica 19: Rezultati algoritma RANSAC za delitev na štirinajst rezin. ....	52
Preglednica 20: Ocene parametrov valja ter pripadajoče natančnosti štirinajstih rezin po izravnavi z MNK. ....	58
Preglednica 21: Največje vrednosti odstopanj $d$ , v vseh treh primerih delitve debla na rezine. ....	68
Preglednica 22: Standardne deviacije v vseh treh primerih delitve debla na rezine – za posamezno rezino. ....	69
Preglednica 23: Primerjava fiksno določenih vrednosti eksperimentalnih parametrov rezin. ....	73

## KAZALO PRILOG

Preglednica A1: Odstopanja $d$ od vsake točke $nop$ do radija valja v primeru ene rezine. ....	1
Preglednica A2: Odstopanja $d$ od vsake točke $nop$ do radija valja v primeru sedmih rezin. ....	3
Preglednica A3: Odstopanja $d$ od vsake točke $nop$ do radija valja v primeru štirinajstih rezin. ....	9

**OKRAJŠAVE IN SIMBOLI**

2D	Dvorazsežni, tudi dvodimenzionalen: npr. dvodimenzionalen prostor
3D	Trirazsežni, tudi tridimenzionalen: npr. tridimenzionalen prostor
4D	Štirirazsežni, tudi štiridimenzionalen: npr. štiridimenzionalen prostor
LiDAR	Laserski skener (angl. Light detection and ranging)
MNK	Metoda najmanjših kvadratov
RANSAC	Soglasje naključnega vzorca (angl. The RANdom SAmple Consensus)
RGB	Rdeča, zelena, modra (angl. Red, Green, Blue)
RTK	Kratica za kinematično metodo GNSS-izmere v realnem času (angl. Real Time Kinematic)
TLS	Terestrično lasersko skeniranje, tudi terestrični laserski skener (angl. Terrestrial Laser Scanning, tudi Terrestrial Laser Scanner)

## SLOVARČEK IZRAZOV

**Izven ležeče točke (angl. outliers)** imenujemo tudi odstopajoče točke. Opisujejo takšne točke, ki izrazito odstopajo od ostalih točk določenega vzorca ali modela.

**Znotraj ležeče točke (angl. inliers)** imenujemo tudi pripadajoče ali prilegajoče točke. Opisujejo takšne točke, ki pripadajo ter ustrezajo določenemu vzorcu ali modelu.

**RTK metoda** izmere je relativna metoda izmere z GNSS tehnologijo. Na podlagi faznih opazovanj omogoča določitev položaja zelo visoke kakovosti, z natančnostjo horizontalnega položaja do nekaj centimetrov (<http://www.gu-signal.si>).



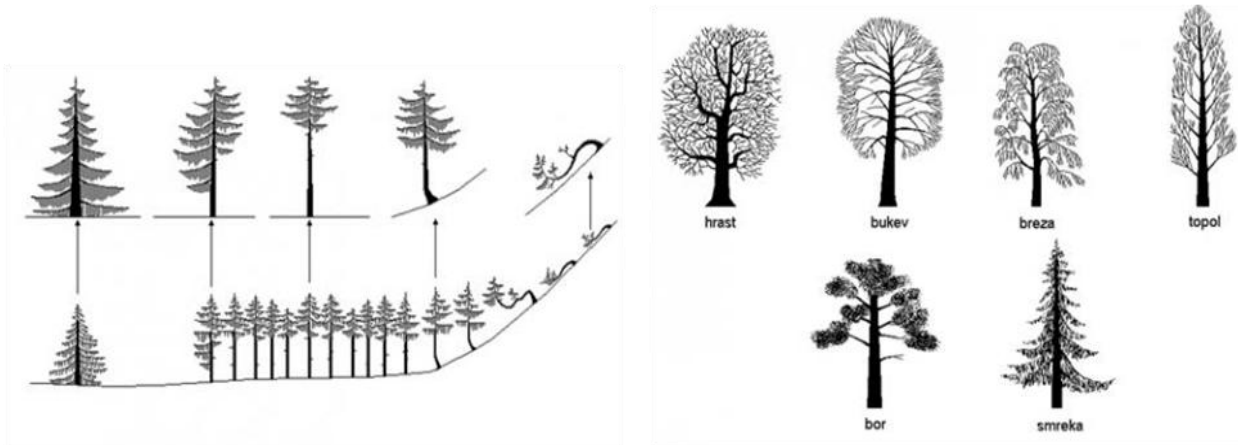


## 1 UVOD

### 1.1 Motivacija

Gozdne površine pokrivajo približno četrtno svetovne površine, zato igrajo pomembno vlogo v našem življenju. Gozdove raziskujemo in nadzorujemo z iskanjem različnih gozdnih parametrov, ki jih med drugim ocenjujemo tudi s fotogrametričnimi in daljinskimi tehnikami: optičnimi in radarskimi satelitskimi sistemi daljinskega zaznavanja, letalskim snemanjem, laserskim skeniranjem ali lidarjem (angl. light detection and ranging, okrajšava LiDAR) ter s terestričnimi meritvami (Pfeifer in sod., 2004). Tehnologija terestričnega laserskega skeniranja (angl. terrestrial laser scanning, v nadaljevanju krajše TLS) je novejša metoda geodetskih opazovanj, s katero med drugim lahko merimo in določamo parametre posameznega drevesa. Njena glavna prednost je, da v kratkem času pridobimo ogromno meritev, iz katerih lahko rekonstruiramo obravnavan objekt (Kastelic, 2010).

V gozdu so preiskave posameznih dreves in pridobitev njihovih parametrov tako v ekološkem (raziskave habitatov, študije vpliva in reakcije rasti glede na veter in druge okoljske vplive, itd.) kot tudi v ekonomskem (ocena volumna lesa za lesno proizvodnjo, odkrivanje in kvantizacija napak in poškodb med procesom rasti, itd.) interesu. Eden od ciljev takšnih raziskav je zajeti geometrijski vidik drevesa: dolžino in premer debla ter posameznih veje drevesa, spremembe polmera vzdolž debla in vej ter podobne meritve. Vse zgoraj navedene parametre lahko samodejno določimo na podlagi podatkov TLS. V gozdu imamo težje pogoje za skeniranje zaradi nepravilne strukture, oblike in površine dreves, kar lahko poslabša rekonstrukcijo oblike dreves (slika 1). Vedeti moramo tudi, da se vrste dreves med seboj razlikujejo po različnih skorjah, nekaj primerov je prikazanih na sliki 2. Poleg tega moramo upoštevati, da gostota podatkov laserskega skeniranja ni enakomerna po celi površini drevesa. Veje drevesa lahko geometrično aproksimiramo z različnimi valji, kjer so glavni parametri radij ter smer in lokacija osi posameznega valja. Opišemo lahko niz algoritmov za avtomatsko prileganje in sledenje valjev vzdolž vej in na ta način rekonstruiramo celotno drevo (Pfeifer in sod., 2004).



Slika 1: Primeri oblik dreves (levo) in krošnj (desno) (Mizarstvo Horvat, 2012).



Slika 2: Primeri vrste skorij (Mizarstvo Horvat, 2012).

## 1.2 Pregled sorodnih del

Pridobivanje in obdelava digitalnega 3D oblaka laserskih točk je vzbudilo veliko zanimanja raziskovalcev v zadnjih letih. Ker neobdelan oblak točk eksplicitno ne podaja urejene strukture kot tudi ne vseh semantičnih<sup>1</sup> informacij, je ekstrakcija semantične vsebine iz 3D oblaka točk zelo pomembna naloga za različne aplikacije, tako v arhitekturi in kulturni dediščini kot v 3D rekonstrukciji modelov mest. Oblak točk je osnovni rezultat laserskega skeniranja in prikazuje splošen diskretiziran prikaz skeniranega območja, brez interpretacije podatkov. Z različnimi metodami lahko v oblaku točk zaznamo in izločimo najrazličnejše enostavne 3D geometrijske oblike, kot je npr. ravnina ali stožec. Problem, ki pri tem nastopi, je velika količina nepotrebnih informacij v oblaku točk. Prenasičenost informacij onemogoči neposredno obdelavo posamezne točke na učinkovit način. Za vsako vsebino ali geometrijsko obliko, ki jo želimo zaznati v oblaku točk, potrebujemo ustrezen model, katerega bo računalnik zmožen poiskati v vhodnih podatkih oblaka točk. Eden izmed enostavnih načinov za izdelavo modela je uporaba parametrizirane oblike zapisa enostavnih geometričnih gradnikov modela. Z različnimi spodaj omenjenimi metodami ponavadi iščemo in poskušamo zaznati najrazličnejše geometrijske preproste oblike kot so ravnine, krogle, valji, stožci, itd. Takšne enostavne oblike omogočajo abstrakcijo podatkov iz oblaka točk in tako zmanjšajo prenasičenost prvotnih podatkov v njem. Poleg tega lahko iz enostavnih geometrijskih oblik sestavimo značilne konfiguracije višje semantične ravni, kot so na primer okna, streha, stebri, itd. Zaključimo lahko, da enostavne oblike omogočajo zelo prilagodljiv in razširljiv način prikaza, ki omogoča opis najrazličnejših oblik na geometrijskem nivoju. V zadnjih nekaj letih so bile preizkušene najrazličnejše metode za detekcijo geometrijskih oblik, najpomembnejše so Houghova transformacija, rast regije (angl. region growing) in algoritem RANSAC (angl. The random sample consensus, angl. okrajšava RANSAC) (Schnabel in sod., 2007).

Z metodami, ki so podrobneje opisane v podpoglavjih 1.2, lahko zaznavamo enostavne oblike v oblaku točk. V diplomski nalogi je predmet zanimanja prepoznavanje geometrijskega telesa, in sicer valja, v neorganiziranem oblaku točk, zajetim s TLS. Pri iskanju njegovih parametrov je predvsem pomembna obdelava oblaka točk. Vse obravnavane metode so uporabne za oceno parametrov valja, vendar pod različnimi pogoji.

Yan (2010) v svojem članku razkriva metodo prileganja z uporabo rasti regije. Pri tej metodi računamo normale za vsako točko na osnovi najbližjih sosedov in razdalje točk od površine kot omejitveni kriterij rasti regije. Oblikujemo regijo, znotraj katere uporabimo Gaussovo podobo (angl. Gauss Image) za prvotno oceno parametrov. Vsako točko preslikamo na enotsko kroglo, na ravnino

---

<sup>1</sup> Semantika oziroma pomenoslovje je veda, ki se ukvarja s pomensko platjo jezikovnega znaka, kodo ali kakšne druge oblike predstavnosti.

enotske normale te točke, kar imenujemo Gaussova preslikava (angl. Gauss map). Geometrijsko rečemo, da gre za preslikavo površine v Evklidskem prostoru  $R^3$  na enotsko kroglo, ki jo v našem primeru imenujemo Gaussova normalna krogla. Za primer valja je Gaussova podoba veliki krog na Gaussovi krogli. Torej je Gaussova podoba valja presek Gaussove krogle z ravnino, katero smo dobili s prilaganjem (angl. fitting) ravnine enotskim normalam točk na površini. Normala te ravnine pa je enaka usmerjenosti valja. Ko enkrat poznamo smer valja, projiciramo vse točke vzdolž osi valja na pravokotno ravnino. Projekcija valja v tej ravnini je krog, katerega radij in središče lahko izračunamo. Na ta način ocenimo vse parametre valja. Za zanesljivo in robustno rekonstrukcijo valja lahko uporabimo algoritem RANSAC, ki je iterativen postopek.

Ling in Jie (2008) v svojem članku uporabljata metodo rasti regije, kjer so podatki v oblaku točk urejeni v kd-drevesno (angl. kd-tree) strukturo. Proces segmentacije temelji na povezovalnem pogoju (angl. connected constraint), na osnovi katerega lahko posamezno drevo razdelimo v podskupine. Algoritem lahko ekstrahira posamezno deblo ali krošnjo. RANSAC in Gaussova podoba sta uporabljena za detekcijo valja v 3D oblaku točk. Vsak cilinder je parametriziran s svojo orientacijo in radijem, ki sta ocenjena iterativno.

Chaperon in Goulette (2001) v svojem delu navajata postopek za ekstrakcijo valja iz neobdelanega oblaka točk brez uporabe segmentacije. V prvem delu sta uporabila Gaussovo podobo za pridobitev smeri valja, v drugem pa sta določila položaj in velikost valja. V obeh korakih sta uporabila algoritem RANSAC. Metoda je zelo uporabna tudi za iskanje cevi v velikih industrijskih digitaliziranih okoljih, ki so sestavljeni iz neorganiziranih nizov 3D točk z neenakomerno gostoto.

Najbolj razširjeni metodi za ekstrakcijo oblike v računalniškem vidu (angl. computer vision) sta RANSAC (Bolles, Fischler, 1981) in Houghova transformacija (Hough, 1962). Obe metodi sta bili dokazano uspešni pri odkrivanju in detekciji oblik v 2D in 3D prostoru. Metodi sta zanesljivi tudi ob prisotnosti velikega deleža izven ležečih točk. Kljub temu pa je njuna glavna pomanjkljivost še vedno v visoki porabi pomnilnika (Illingworth, Kittler, 1988).

### 1.2.1 Houghova transformacija

Houghova transformacija (angl. Hough transformation) je algoritem iskanja različnih oblik, ki temelji na glasovanju. Natančneje je preslikava točke iz določene krivulje (premice, kroga, elipse, itd.) slikovnega prostora v eno samo točko parametričnega prostora, ki ga imenujemo akumulator (Štruc, 2005). Akumulator je večdimenzionalno polje, ki vsebuje vrednosti parametrov. Preden začnemo izvajati algoritem, moramo sliko pretvoriti v binarno obliko ter vrednosti v akumulatorju nastaviti na nič. V primeru iskanja kroga govorimo o 3D akumulatorju, v katerega shranjujemo tri parametre

krožnice (središče krožnice  $(x,y)$  in polmer kroga). Točke posebej premikamo skozi binarno sliko. Za vsako točko, ki ima vrednost ena, predpostavimo, da predstavlja rob kroga. Izračunamo vsa možna središča za vse možne polmere ter na položajih, ki predstavljajo potencialno krožnico, povečamo vrednost akumulatorja. Po končanem pregledu slike pregledamo akumulator. Položaji v akumulatorju, ki presegajo v naprej določen prag, predstavljajo najdeno krožnico. Slabost tega algoritma je časovna zamudnost, ker moramo pregledati celotno sliko, točko po točko, ter za vsako robno točko izračunati vse možne krožnice. Zaradi tega postavimo vmesne omejitve, s katerimi omejimo število operacij za določanje minimalnega ali maksimalnega polmera ter prag za pomanjšanje velikosti slike (Krel, 2011). Houghova transformacija tudi ni najbolj primerna metoda za geometrijske oblike z velikim številom parametrov, na primer torus. Hough navaja, da je transformacija najbolj uporabna v 2D prostoru, kjer je število parametrov precej manjše (Hough, 1962). Štruc (2005) v svoji diplomski nalogi uporablja Houghovo transformacijo za iskanje elipse, ki se najbolje prilega konturi iskanega obraza. V primeru elipse je parametrični prostor Houghove transformacije 4D. Avtor navaja, da se prednost uporabe Houghove transformacije kaže v zmanjšanju velikosti področja, na katerem se bo kasneje določevala lega oči na obrazu. Slabost transformacije pa je njena računaska zahtevnost (Štruc, 2005).

### 1.2.2 Rast regije

Za uspešno prepoznavanje objektov v oblaku točk je predhodno potrebno izvesti segmentacijo točk. Cilj segmentacije je razdeliti oblak točk na številne podskupine, katere so med seboj disjunktne. Vsaka podregija je prostorsko povezana ter si podobna v lastnostih površine (npr. normala, gradient, glavne ukrivljenosti, itd.). Podobne podskupine se kasneje povežejo v regije. Točke v regiji morajo biti povezane v nekem vnaprej določenem smislu (Ling, Jie, 2008). Delitev na regije mora biti popolna, kar pomeni, da mora vsaka točka pripadati neki regiji (Wikipedia, 2012c). Rast regije je enostavna metoda za segmentacijo oblaka točk, ki temelji na regijah. Prav tako je opredeljena kot pikselna metoda segmentacije oblaka točk, kjer gre za izbor »začetnih semenskih točk« (angl. initial seed points) v podatkih, za katere iščemo najbolj ustrezen približek oblike geometrijskega telesa, najpogosteje ravnino. Takšen pristop segmentacije obravnava sosednje piksele »začetnih semenskih točk« in določa, ali naj se sosednji piksli dodajo v regijo ali ne. Rast regije se nadaljuje, dokler približek oblike telesa še vedno zagotavlja veljavno aproksimacijo. Maksimalna velikost regije je dosežena in enostavna krivulja se prilega izbranim točkam v regiji, če ta omogoča nadaljnjo širitev regije. Na ta način so podatki združeni v regijah in odgovarjajo približku enostavne geometrijske oblike ali krivulje. Problem, ki lahko nastane, je, da izbor »začetnih semenskih točk« in kvaliteta začetnega približka enostavne krivulje, močno vplivata na posledično nastalo regijo. Zaradi šuma je pogosto tudi težko določiti, ali je regija nadalje razširljiva ali ne (Schnabel in sod., 2007). Načela o razširitvi osnovne rasti regije je opisal Leonardis skupaj s sodelavci (1995), kjer hkrati raste več neodvisnih regij, ki se kot rezultat kažejo v morebitno prekrivajočih se gručah. Glede na aproksimacijo

vseh podatkov izberemo podmnožico vseh gruč in istočasno minimiziramo vrednostno funkcijo (angl. cost function). Takšen pristop nam pogosto ponudi boljše rezultate segmentacije, vendar pa imamo lahko še zmeraj težave s šumom v podatkih.

### 1.2.3 RANSAC

Soglasje naključnega vzorca ali kratko RANSAC je paradigma, ki sta jo prvič opisala in poimenovala Fischler in Bolles (1981). RANSAC sta razvila za robustno prileganje parametričnega modela glede na podatke, ki vsebujejo visoko stopnjo šuma in izven ležečih točk (angl. outliers). Njun pristop temelji na ekstrakciji enostavne geometrijske oblike z uporabo naključno izbranega vzorca točk. Vsak vzorec vsebuje minimalno število točk, ki so potrebne za definiranje primerka enostavne geometrijske oblike. Ekstrakcija je izvedena z iterativnim postopkom. Na koncu postopka imamo večje število naključno izbranih vzorcev z različnim naborom točk. Tisti vzorec, ki nabere največje število točk, je zmagovalni in vse točke, ki jih ta vsebuje, izločimo iz oblaka točk, saj te pripadajo naši iskani enostavni geometrijski obliki (Bolles, Fischler, 1981). Metoda se je zaradi robustnosti izkazala kot zelo uporabna za obdelavo podatkov laserskega skeniranja. Metoda kljub prisotnosti veliko šuma omogoča zanesljiv rezultat (Yan, 2010). Glavna slabost te metode je, da je časovno potratna, še posebej v primeru zaznavanja majhnih teles v velikem oblaku točk (Schnabel in sod., 2007). Čas računanja lahko omejimo s številom iteracij, to je z določitvijo števila kombinacij minimalnega števila točk. Problem pri omejitvi s številom iteracij je, da izračunan rezultat ni nujno optimalen (Wikipedia. 2012b).

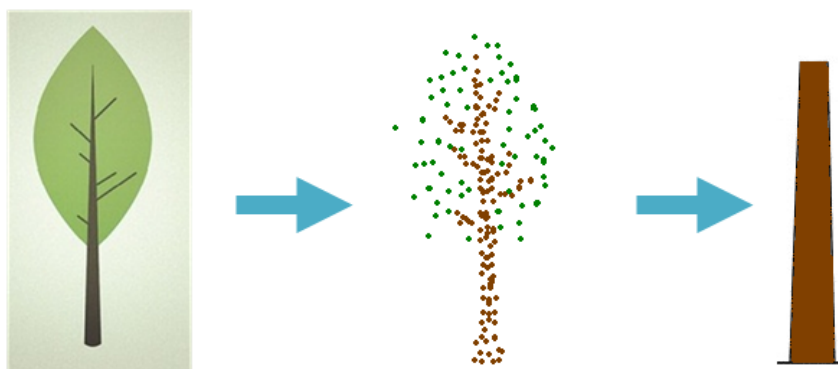
### 1.3 Opredelitev problema, cilja in hipotez naloge

V diplomski nalogi bom predstavila metodo za avtomatsko rekonstrukcijo drevesnega debla s podatki zajetimi s terestričnim laserskim skenerjem. Cilj naloge je poiskati parametre za opis modela izbranega debla ter ga ekstrahirati iz neorganizirane množice 3D točk s pomočjo metode RANSAC.

Praktični del diplomske naloge sem opravljala na Dunajskem Inštitutu za fotogrametrijo in daljinsko zaznavanje. Moj somentor, profesor Norbert Pfeifer, mi je najprej predstavil idejo projekta ter za začetek predlagal nekaj angleškega študijskega gradiva o algoritmu RANSAC. Vsebina naloge mi je bila neznana, zato sem se lotila prebiranja, prevajanja in iskanja dodatne literature, s katero sem si lahko razjasnila nove pojme, preden sem se lotila analitičnega reševanja problema v izbranem programskem paketu. Naloga mi je predstavljala odličen izziv, saj sem pri vsem tem izboljšala svoje analitične sposobnosti, postala bolj inovativna ter se spopadla s kompleksnostjo podatkov. Med drugim sem nadgradila znanje iz programiranja, obnovila znanje linearne algebre ter vse skupaj uporabila v programskem paketu za numerično analizo in programski jezik četrte generacije - Matlab. Precejšno mero časa sem namenila osvojitvi novega znanja in se skozi nalogo spoznavala z novimi

problemi. Pri tem sem razvila algoritem za ekstrakcijo valja in izračun njegovih parametrov iz neorganiziranega oblaka točk, ki je plod mojega dela in somentorjevega usmerjanja ter skupnih idej. Za rešitev problema bi bilo ustreznih več tehnik, vendar sva se s somentorjem odločila za tehnologijo RANSAC, ker naju je zanimalo, kako se ta tehnika vede pri avtomatskem zaznavanju geometrijskih vidikov posameznega drevesa.

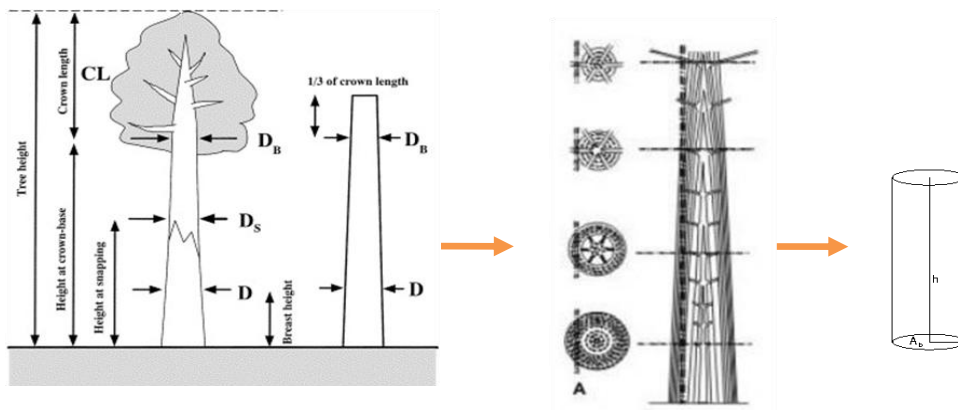
V diplomski nalogi smo sprejeli nekaj poenostavitev. Ker nimamo natančnih informacij o pravem drevesu, predpostavljamo, da se posneti oblak laserskih točk najbolj približa realni obliki drevesa. Torej je oblak točk v našem primeru naloge najboljši približek dejanskemu drevesu. Ker je naš predmet zanimanja deblo, se ne bomo ukvarjali s krošnjo drevesa. Torej bomo glede na poznavanje dejanske oblike drevesnega debla definirali abstraktni model debla (slika 3).



Slika 3: Pravo drevo v naravi (levo), oblak točk drevesa (sredina), abstraktni model debla (desno) (prikaz v orodju Slikar).

Iz splošnega poznavanja oblike smreke ((*Picea abies*) vemo, da se deblo proti vrhu zožuje, kar pomeni, da se premer debla zmanjšuje. V abstraktnem modelu bomo deblo zato aproksimirali s prisekanim stožcem (slika 3, desno), del rezine debla z valjem, horizontalni prerez pa s krogom. Pri tem predpostavljamo, da je vertikalnost drevesa določena znotraj definirane parametra *toleranca* (glej podpoglavje 3.5). Vse te poenostavitve sprejmemo zaradi enostavnejšega računanja in razvoja programa za ekstrakcijo debla iz oblaka točk (glej podpoglavje 3.5).

V eksperimentalnem delu bomo obravnavali oblak točk debla enega drevesa. Na ta način je vhodni oblak točk omejen na eno samo celoto in primernejši za testiranje eksperimentalnih vrednosti programa. Za podrobnejši prikaz oblike debla ter enostavnejše računanje bomo deblo razdelili na več delov. Prvič bomo deblo razstavili na sedem rezin in drugič na štirinajst rezin. Vsako rezino debla aproksimiramo z valjem (slika 4). Tako lahko z zlaganjem valjev enega na drugega opišemo obliko debla, ki je v osnovi podobna prisekanemu stožcu (slika 5). Torej več manjših valjev imamo, večja je podobnost med geometrijskima telesoma, to je prisekanim stožcem in valjem.



Slika 4: Deblo aproksimirano s stožcem (levo) in ga razdelimo na manjše izseke (na sredini). Posamezne rezine aproksimiramo z valjem (desno) (povzeto po Chiba, 2000 in TutorVista, 2012, prikaz v orodju Slikar).



Slika 5: Deblo aproksimirano s stožcem (levo) in deblo razdelimo na manjše valje (desno) (prikaz v orodju Slikar).

Govorili bomo o postopku avtomatskega določanja parametrov valja ter njegove oblike iz oblaka točk. Pri postopku zaznavanja parametrov valja bomo najprej uporabili algoritem RANSAC za določitev pripadajočih točk valju ter približno oceno neznanih parametrov, šele nato pa metodo najmanjših kvadratov (okrajšava MNK) za fino oceno parametrov valja s pripadajočimi natančnostmi.

Ideja robustne metode RANSAC je, da iz neorganiziranega oblaka točk, ob prisotnosti šuma, določi parametre modela (valja), ki najbolje opisujejo obliko debla. Pri tem se iz oblaka točk definira minimalno število vhodnih točk, potrebnih za oceno parametrov modela. Iterativno izbiramo naključne vhodne točke, iz katerih se določi model. Nato istemu modelu prilegamo vse točke iz oblaka točk. Pri tem štejemo, koliko točk pade znotraj določenih kriterijev ter se sproti testira, ali so te točke kompatibilne z ocenjenim modelom. Tiste točke, ki ustrezajo kriterijem, pripadajo modelu. Postopek se ponavlja. Na koncu se najboljšemu modelu pripiše največja množica prilegajočih se točk ter



najboljša kombinacija vhodnih točk, iz katere izračunamo parametre modela. Tako pridobljena množica prilegajočih se točk modelu tvori ekstrahiran oblak točk, ki opisuje obliko debla. Izračunane približne vrednosti parametrov z algoritmom RANSAC opisujejo točko na osi valja, njegovo orientacijo ter radij horizontalnega preseka valja. Po eliminaciji večjega deleža šuma iz oblaka točk, lahko pridobljene rezultate iz metode RANSAC uporabimo kot vhodne podatke pri izravnavi z MNK. Kot opazovanja smo uporabili le določeno število točk iz ekstrahiranega oblaka točk, kot približne vrednosti neznank pa parametre valja. Z MNK smo določili izravnane ocene parametrov valja in njihove natančnosti ter izračunali vektorje odstopanja  $d$  ekstrahiranega oblaka točk od modela. Na podlagi parametrov, ki jih izračunamo iz vsakega odseka oziroma rezine valja, smo opisali geometrično obliko debla v naravi ter ustvarili 3D model debla. Kot rezultat modeliranja dobimo valj ali več valjev, ki tvorijo prisekan stožec. Na koncu primerjamo model debla z ekstrahiranim oblakom točk.

V gozdu se srečamo z različnimi vrstami, oblikami, barvami, skorjami in strukturami dreves. Nekatera drevesa imajo zelo razbrazdano, nekatera zelo gladko lubje, zato je zelo težko definirati površino oziroma skorjo debla. Pri tem imamo dve možnosti, kajti lahko definiramo notranji ali pa zunanji plašč debla. Poleg tega pa imamo lahko še prisotno napako registracije, saj je bil oblak točk debla zajet iz različnih stojišč. Iz tega razloga lahko predpostavimo, da pride do odstopanj med oblakom točk ter geometrijskim opisom oblike debla. V konkretnem primeru rešujemo enostaven geometrijski primer oblike drevesa, saj predpostavljamo, da je deblo v abstraktnem modelu enostavne in sorazmerno pravilne oblike. Vse naštetu, tudi natančnost inštrumenta, vpliva na določitev splošne kakovosti modela.

### **Hipoteze diplomske naloge:**

- Abstraktni model debla v obliki odsekanega stožca lahko dovolj dobro opišemo z več manjšimi rezinami v obliki valjev.
- Z večanjem števila rezin debla, katerih obliko aproksimiramo z valjem, dosežemo boljše ujemanje oblike celotnega debla z abstraktnim modelom.
- Za ekstrakcijo točk, iz katerih zgradimo model debla, je primerna uporaba algoritma RANSAC tudi v primeru velikega števila odstopajočih točk od modela in neznanih približnih vrednosti parametrov modela.

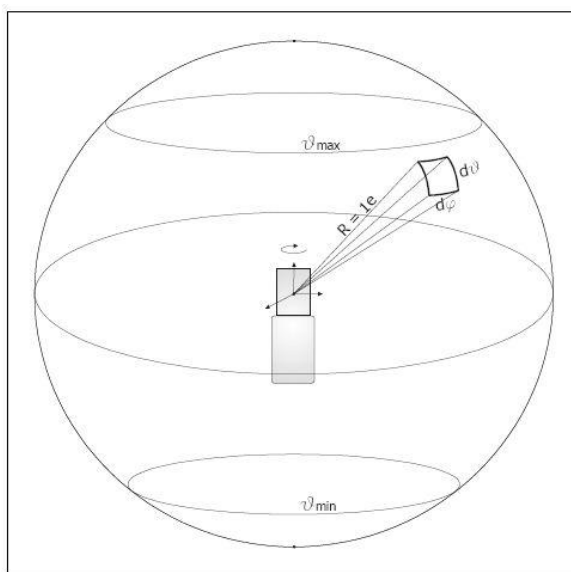
## 1.4 Struktura naloge

Diplomska naloga je razdeljena na šest glavnih poglavij. V omenjenem prvem poglavju predstavimo motivacijo, pregled sorodnih del, opredelimo cilje in hipoteze diplomske naloge. V poglavju dve govorimo o uporabljeni merski metodi in o osnovah terestričnega laserskega skeniranja. V poglavju tri opredelimo izbrane teoretične teme in orodja za izvedbo obravnavanega problema t.j. definicija izven ležečih točk, določitev števila iteracij, teorija Gram-Schmidtove ortogonalizacije ter opišemo osnove metode RANSAC. Praktično izvedbo naloge predstavimo v poglavju štiri, kjer najprej opišemo študijsko območje ter poleg uporabljenega inštrumenta še kratek opis zajema podatkov. Nato pisno in shematsko predstavimo potek delovanja sestavljenega algoritma za rešitev naloge. Predstavitev, razprava ter vrednotenje rezultatov sledi v poglavju pet. Na koncu tudi primerjamo različne pristope reševanja problema. V zadnjem poglavju podamo še zaključek ter predloge za nadaljnjo delo. Na koncu diplomskega dela je naveden seznam uporabljene literature.

## 2 TERESTRIČNO LASERSKO SKENIRANJE

### 2.1 Terestrično 3D lasersko skeniranje

Tehnologija laserskega skeniranja je novejša, tehnološko visoko učinkovita metoda skeniranja prostorskih podatkov, ki omogoča učinkovit, enostaven, brez kontakten in celovit način zajema prostorskih podatkov (Kastelic, 2010). TLS je aktivna merska tehnologija, neodvisna od sončnega ali umetnega vira svetlobe, ki omogoča hiter zajem prostorskih podatkov iz fiksnega stojišča (Pfeifer in sod., 2004). Merska tehnika uporablja lastni vir laserske svetlobe za merjenje položaja in razsežnosti objekta v 3D prostoru. Inštrument za usmerjanje laserskega žarka (svetlobnega impulza) v različne smeri, preko vrteče se prizme ali zrcal, imenujemo laserski skener (Wikipedia, 2012). Laserski skener avtomatsko meri točke v horizontalnem in vertikalnem polju, od leve proti desni. Preko oddajnega sistema zmogljivi optično-mehanski senzor odda svetlobni impulz v oddani smeri ter ga po vrnitvi nazaj registrira s sprejemnim sistemom. (Višnjar, 2012). Rezultat skeniranja na posameznem stojišču imenujemo oblak točk (angl. point clouds). Kota  $d\varphi$  in  $dv$  na sliki 6 sta konstantni vrednosti, določeni s kotno ločljivostjo zajema. V primeru projekcije točk z enotske krogle na objekt točke niso več urejene v pravilni mreži, ker so prostorske razdalje do posameznih točk objekta različne. Posledično se to kaže pri nepravilnih dimenzijah osnovnih celic pravilne mreže na enotski krogli. Se pravi, za vsako izmerjeno točko poleg dolžine registriramo še horizontalni in vertikalni kot. Na podlagi teh meritev izračunamo prostorske 3D koordinate točke  $(X,Y,Z)$  v lokalnem koordinatnem sistemu skenerja. Gostota skeniranja opazovanega objekta je lahko zelo velika (tudi do 20 milijonov meritev na posameznem stojišču) ter je nastavljiva znotraj inštrumenta (Vezočnik in sod. 2008).



Slika 6: Princip delovanja laserskih skenerjev (Vezočnik in sod., 2008).

### 2.1.1 Opis tehnologije

Laserski skener je sestavljen iz laserskega razdaljemera, optično mehanskega skenerja in naprave za nadzor in beleženje podatkov. Glede na način merjenja evklidske razdalje inštrument – objektna točka lahko razdelimo laserske razdaljemere na diskretne ali impulzne (angl. time of flight) in valovne ali fazne (angl. phase shift) (Vežočanin in sod., 2008). Oba načina določanja razdalj je opisala Kastelic (2010) v svoji diplomski nalogi.

### 2.1.2 Prednosti TLS

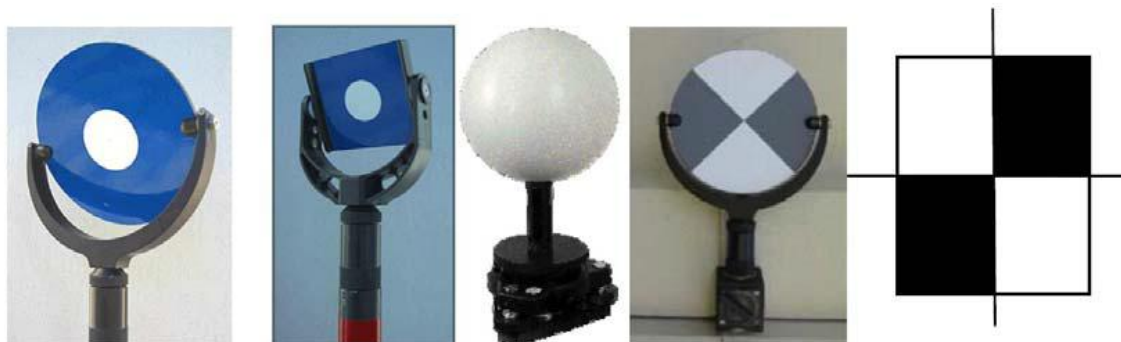
Glavna prednost TLS je hitrost meritev, saj v zelo kratkem času (v nekaj minutah) lahko pridobimo ogromne količine informacij (milijone točk) o skeniranem objektu. S tem skrajšamo čas meritev napram klasičnim metodam in posledično zmanjšamo stroške meritev. Visoka gostota posnetih točk nam podaja zelo dober približek dejanskega stanja v naravi. Z manipulacijo teh podatkov lahko pridobimo in prikažemo zelene objekte iz oblaka točk. Z ogromno količino skeniranih podatkov zagotavljamo nadštevilske meritve in večjo natančnost modeliranja. Omogoča brezkontaktni zajem objektov, kar nam še posebej pride prav na nevarnih in nedostopnih območjih (Višnjar, 2012). Možna je tudi integracija laserskega skenerja z drugimi tehnologijami, večkratna uporabnost oblaka točk ter brezhibno delovanje v temi (Kastelic, 2010). Oblak točk vsebuje informacije o prostorskih koordinatah ( $X, Y, Z$ ) in o intenziteti odboja. Če ima laserski skener pritrjen še fotoaparat, lahko pridobimo barvne komponente (RGB) in oblak točk obarvamo z barvami v vidnem spektru (Kastelic, 2010).

## 2.2 Registracija in georeferenciranje oblaka točk

Skeniranje se izvaja z več stojišč in iz različnih zornih kotov, z namenom pridobitve podatkov celotnega objekta. Za vsako stojišče dobimo svoj oblak točk v skenerjevem koordinatnem sistemu. Izvedemo postopek registracije, kar pomeni, da vse oblake točk združimo v skupni lokalni koordinatni sistem, pri čemer si kot referenčni koordinatni sistem izberemo enega od skenerjevih koordinatnih sistemov. Nato združen oblak točk georeferenciramo. Gre za prenos združenega oblaka točk iz lokalnega (skenerjevega) koordinatnega sistema v absolutni (referenčni) koordinatni sistem. Pri tem moramo izmeriti koordinate vsaj treh točk v obeh koordinatnih sistemih, da lahko oblak točk transformiramo iz lokalnega v referenčni koordinatni sistem.

Poznamo različne metode za registracijo oblakov točk, v našem primeru je bila uporabljena metoda povezovalnih točk. Na območju skeniranja postavimo umetne tarče in skeniramo njihovo površino, saj z laserskim skenerjem ne moremo posneti točno določene točke. Umetne tarče razporedimo po območju skeniranja tako, da kasneje omogočajo združevanje oblakov točk. Laserske tarče so narejene

tako, da se od njih laserski žarek odlično odbije ter jih je v oblaku točk enostavno najti. Njihova oblika je odvisna od terestričnega laserskega skenerja in proizvajalca. Najpogostejše oblike so predstavljene na sliki 7. Po obliki ločimo sferne, cilindrične in ploskovne tarče. Ploskovne tarče so pravokotne ali okrogle oblike in po diagonali črno-bele barve (Kastelic, 2010).



Slika 7: Različne oblike umetnih tarč (Abdelhafiz, 2009).

Povezovalne tarče morajo biti vidne z več stojišč ter skenirane s fino ločljivostjo. Nato se s posebnimi algoritmi izračuna center tarče ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ). V oblaku točk potrebujemo najmanj tri identične tarče, da lahko izračunamo transformacijske parametre. Večje kot je število tarč, večja je zanesljivost transformacije. Govorimo o šest parametrični 3D Helmertovi transformaciji, kjer nastopajo tri rotacije in tri translacije (Kastelic, 2010).

### 3 IZBRANE TEORETIČNE TEME IN ORODJA ZA IZVEDBO NALOGE

#### 3.1 Gram-Schmidtov postopek

Za pridobitev ortonormalne baze podprostora  $W$  v prostoru skalarnega produkta<sup>2</sup>  $V$  (angl. inner product space) uporabimo Gram-Schmidtov postopek, s katerim skonstruiramo ortogonalno bazo in vsak vektor normaliziramo.

$V$  je končno dimenzionalen prostor skalarnega produkta (tudi unitarni prostor) in  $W$  je  $m$ -dimenzionalni podprostor (angl. subspace) prostora  $V$ , kjer je  $m \geq 1$ .

Dano imamo poljubno bazo  $T = \{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \dots, \vec{u}_m\}$  podprostora  $W$ . Z Gram-Schmidtovim algoritmom ustvarimo ortogonalno bazo  $\vec{T} = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_m\}$  podprostora  $W$ . Gram-Schmidtov algoritem končni množici linearno neodvisnih vektorjev  $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \dots, \vec{u}_m\}$  za  $m \leq n$  priredi ortogonalne vektorje  $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_m\}$ , ki natenjajo isti  $m$ -dimenzionalni podprostor  $W$  prostora  $\mathbb{R}^n$ .

Postopek računanja je naslednji (prirejeno po Dawkins, 2003 in lastnih zapiskih):

$$\vec{v}_1 = \vec{u}_1 \quad (1)$$

$$\vec{v}_2 = \vec{u}_2 - \text{proj}_{\vec{v}_1} \vec{u}_2 = \vec{u}_2 - \frac{\langle \vec{u}_2, \vec{v}_1 \rangle}{\langle \vec{v}_1, \vec{v}_1 \rangle} \vec{v}_1 \quad (2)$$

$$\vec{v}_3 = \vec{u}_3 - \text{proj}_{\vec{v}_1} \vec{u}_3 - \text{proj}_{\vec{v}_2} \vec{u}_3 = \vec{u}_3 - \frac{\langle \vec{u}_3, \vec{v}_1 \rangle}{\langle \vec{v}_1, \vec{v}_1 \rangle} \vec{v}_1 - \frac{\langle \vec{u}_3, \vec{v}_2 \rangle}{\langle \vec{v}_2, \vec{v}_2 \rangle} \vec{v}_2 \quad (3)$$

...

$$\vec{v}_m = \vec{u}_m - \sum_{l=1}^{m-1} \text{proj}_{\vec{v}_l} \vec{u}_m = \vec{u}_m - \sum_{l=1}^{m-1} \frac{\langle \vec{u}_m, \vec{v}_l \rangle}{\langle \vec{v}_l, \vec{v}_l \rangle} \vec{v}_l \quad (4)$$

$$\vec{e}_1 = \frac{\vec{u}_1}{\|\vec{u}_1\|} \quad (5)$$

$$\vec{e}_2 = \frac{\vec{u}_2}{\|\vec{u}_2\|} \quad (6)$$

$$\vec{e}_3 = \frac{\vec{u}_3}{\|\vec{u}_3\|} \quad (7)$$

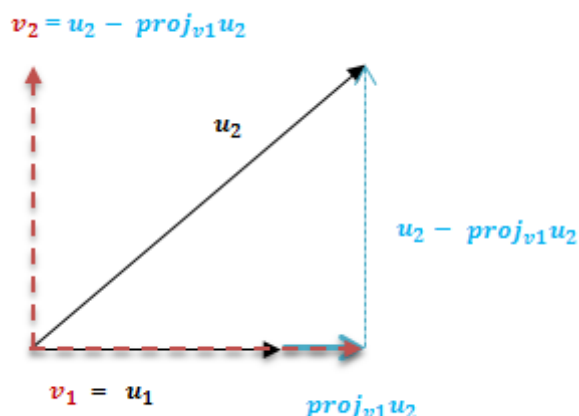
...

$$\vec{e}_m = \frac{\vec{u}_m}{\|\vec{u}_m\|} \quad (8)$$

<sup>2</sup> Prostor skalarnega produkta je vektorski prostor z dodatno operacijo, ki jo imenujemo skalarni produkt.

$\vec{T} = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_m\}$  so ortogonalni vektorji in predstavljajo ortogonalno bazo. Niz  $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_m\}$  predstavlja normalizirane vektorje pridobljene iz  $\vec{T}$ . Tako dobimo niz vektorjev  $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_m\}$ , ki predstavlja ortonormalno bazo prostora  $V$  (Dawkins, 2003).

Izračun vektorjev  $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_m\}$  iz enačb (1), (2), (3) in (4) imenujemo Gram-Schmidtova ortogonalizacija, medtem ko je izračun niza  $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_m\}$  iz enačb (5), (6), (7) in (8) znan kot normalizacija (Wikipedia, 2012a). Praktični primer postopka Gram-Schmidtove ortogonalizacije za bazo z dvema vektorjema si lahko ogledamo na sliki 8.



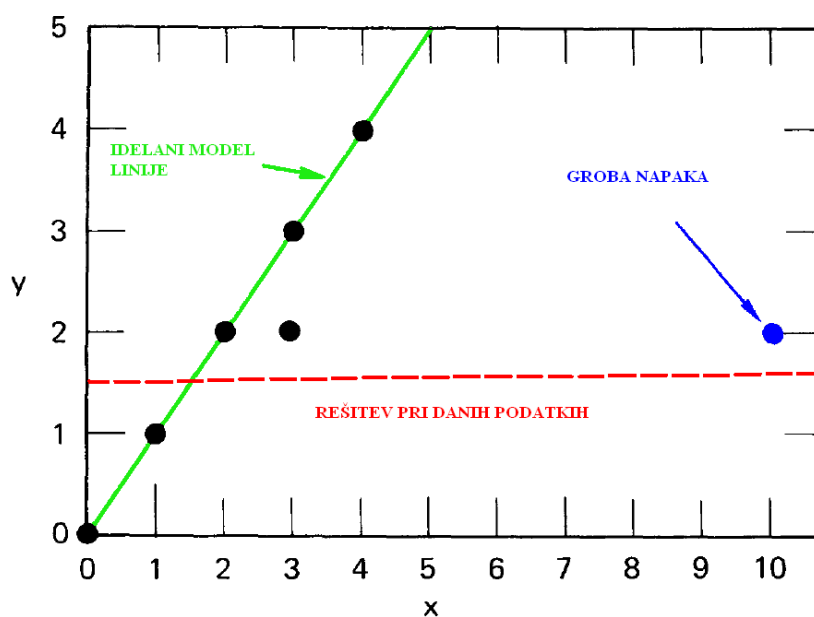
Slika 8: Gram-Schmidtov proces v ravnini (povzeto po Bigsigma, 2012).

### 3.2 Uvod v RANSAC

V mnogih znanstvenih problemih moramo dane podatke (npr. oblak točk) interpretirati v smislu vnaprej definiranih modelov. Takšna interpretacija vključuje dva podproblema. Prvi je iskanje najboljšega ujemanja med danimi podatki in enim od modelov oziroma pravim modelom. Govorimo o problemu razvrščanja. Drugi problem je iskanje najboljših vrednosti parametrov (v smislu odstopanja) izbranega »najboljšega« modela. Govorimo o problemu določitve ocene parametrov. V praksi sta oba problema medsebojno odvisna, kjer rešitev drugega ponavadi zahteva rešitev prvega (Fischler, Bolles, 1981).

Najpogosteje uporabljene tehnike za oceno parametrov so metoda najmanjših kvadratov (okrajšano MNK) ali ocena največje verjetnosti (angl. Maximum Likelihood Estimation), itd. Takšne metode pa imajo eno pomanjkljivost in sicer ocenjujejo parametre na podlagi vseh podatkov in nimajo notranjega mehanizma za zaznavanje grobih napak (angl. gross errors). Metode temeljijo na predpostavki, da bo, ne glede na velikost množice podatkov, vedno obstajalo zadostno število »dobrih« vrednosti, ki bodo zgladila groba odstopanja. Vendar pa v nekaterih praktičnih primerih ocenjevanja parametrov ta

predpostavka ne drži, podatki lahko vsebujejo več grobih napak. Pri reševanju takšnega problema so bile predlagane številne hevristične<sup>3</sup> metode. Najpogosteje uporabljena variacija hevristične tehnike je naslednji postopek. Izračunamo parametre modela na podlagi vseh danih točk. Nato lociramo točke modela, ki se najmanj ujemajo s predlaganim modelom in jih odstranimo. Pri tem se predpostavlja, da je groba napaka odstranjena med iterativnim procesom. Postopek ponavljamo dokler ni skupno odstopanje manjše od predhodno določene mejne vrednosti ali pa imamo premalo podatkov za nadaljevanje postopka. Seveda pa zlahka dokažemo, da ena sama groba napaka pomešana z nizom dobrih vrednosti, lahko povzroči neuspeh zgoraj opisanega hevrističnega modela, predstavljenega na sliki 9. Metoda zato ni primerna za uporabo na nepreverjenih podatkih (Fischler, Bolles, 1981).



Slika 9: Neuspešnost metode pri obravnavanju grobe napake v podatkovnih točkah (Povzeto po Fischler, Bolles, 1981, str. 382).

Algoritem RANSAC sta leta 1981 v svojem članku prvič predstavila Fischler in Bolles (1981). Metoda je zelo razširjena v računalniškem vidu, saj je zelo uporabna pri ujemanju v slikah, kalibraciji sistemov kamer ter do neke mere tudi v sledenju (Čehovin, 2010). Z drugimi besedami je soglasje naključnega vzorca iterativna metoda za oceno parametrov matematičnega modela. Algoritem oceni splošne parametre modela, kljub prisotnosti velikega števila izven ležečih točk v vhodnih podatkih (Fischler, Bolles, 1981). Običajne tehnike glajenja delujejo v nasprotni smeri kot procedura RANSAC. Ponavadi tehnike glajenja temeljijo na izločanju točk iz prvotne rešitve, ki temelji na čim več točkah. Pri algoritmu RANSAC pa je ravno obratno, ta začne z minimalno prvotno množico, kateri dodaja točke na podlagi določenih kriterijev (Stergaršek Kuzmič, 2010). RANSAC je tudi segmentacijski algoritem, ki zaznava različne geometrične oblike v oblaku točk. Meritve zmeraj vsebujejo

<sup>3</sup> Hevristika je nauk o metodah raziskovanja in pridobivanja novih spoznanj (SSKJ).



pripadajoče in odstopajoče točke. Algoritem vedno poskuša poiskati v vseh možnih iteracijah čim več pripadajočih točk modela in čim manj odstopajočih (Zuliani, 2012, str. 8).

Zuliani (2012) v svojem članku predstavi RANSAC algoritem v dveh korakih (hipoteza in test), ki se ponovita v vsaki iteraciji. Vzorec točk vsebuje minimalno število točk, ki jih potrebujemo za definiranje parametrov izbranega modela.

Hipoteza: Naključno izberemo vzorec z minimalnim številom točk ( $s$ ) iz vhodnih podatkov. Parametri modela so izračunani le na podlagi vzorca točk, za razliko od MNK, kjer uporabimo vse vhodne vrednosti.

Test: RANSAC preveri skladnost vseh točk iz vhodnih podatkov z modelom, katerega parametri so bili določeni v prvem koraku. Točke, ki pripadajo modelu, imenujemo množica pripadajočih točk.

Po vsaki iteraciji se naključnemu vzorcu točk izračuna pripadajoča množica točk. Na koncu postopka dobimo več naključnih vzorcev z različnimi pripadajočimi množicami točk. Tisti vzorec, ki vsebuje največjo množico pripadajočih točk, je zmagovalen, množico takšnih točk pa imenujemo zmagovalna množica. Točke iz zmagovalne množice pripadajo iskanemu modelu oziroma opisujejo njegovo geometrijsko obliko (Zuliani, 2012).

RANSAC ima torej tri glavne parametre (Zuliani, 2012):

- število iteracij ( $i$ ),
- kriterij, ki določa skladnost točke s predlaganim modelom,
- prag, ki določa pravilnost modela.

### 3.3 Določitev števila iteracij

Rezultati metode RANSAC so v veliki meri odvisni od izbranih parametrov. Parameter  $i$  nam poda število iteracij, ki jih določimo teoretično. In sicer je njegoa formulacija zasnovana tako, da nam za določeno vrednost točno pove, kakšna je verjetnost, da najdemo optimalne parametre modela (Čehovin, 2010). Iz vhodnih podatkov določimo minimalno število točk  $s$ , ki jih potrebujemo za določitev parametrov modela. Iz minimalnega števila točk  $s$  določimo model, kateremu nato prilagamo vhodne podatke, to so točke. Postopek iterativno ponavljamo z različnimi kombinacijami  $s$  točk. Pri tem naj bo  $p$  verjetnost, da algoritem RANSAC iz vhodnih podatkov v vsaj eni iteraciji izbere samo takšne točke iz vhodnih podatkov, ki se prilagajo modelu. Vrednost  $p$  podaja verjetnost, da nam algoritem zagotovi razumljiv rezultat. Pri tem  $W$  predstavlja odstotek prilagajočih se točk modelu, določenih iz vhodnih podatkov. Ker  $W$  ni predhodno definiran, upoštevamo samo njegovo okvirno

vrednost (grobo oceno). Če predpostavljamo, da je množica  $s$  točk izbrana naključno, je  $W^s$  verjetnost, da so vse točke iz množice  $s$  pripadajoče točke modela. Potem sledi, da je  $1 - W^s$  verjetnost, da je vsaj ena točka iz množice  $s$  odstopajoča točka modela (primer, ki nakazuje na slab model, ocenjena iz  $s$  točk). Verjetnost, da algoritem nikoli ne izbere takšne množice  $s$ , kjer bi bile vse točke znotraj ležeče, lahko zapišemo z izrazom  $1 - p$ . Iz vsega tega sledita enačbi (9) in (10) (prirejeno po Čehovin, 2010 in Wikipedia, 2012b):

$$1 - p = (1 - W^s)^i, \quad (9)$$

ki jo logaritmiramo in preoblikujemo v enačbo, ki določa število iteracij (prav tam):

$$i = \frac{\log(1-p)}{\log(1-W^s)}. \quad (10)$$

### 3.4 Izven ležeče točke

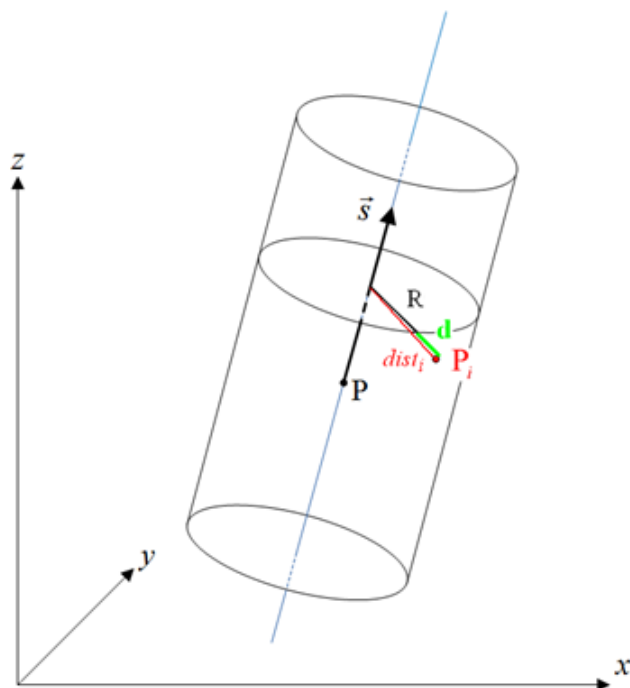
Izven ležeče točke tudi imenujemo odstopajoče točke (angl. outliers). Uradna definicija za odstopajoče točke ne obstaja, lahko pa jih poskušamo definirati kot točke, ki ne ustrezajo obravnavanemu modelu in se ne prilegajo njegovi obliki. Z drugimi besedami lahko rečemo, da so odstopajoče točke tiste točke, ki ne opisujejo površine obravnavanega modela ter nimajo zadostne podpore sosednjih točk. V strokovni literaturi najdemo različna poimenovanja za angleški izraz »outliers«: odstopajoči primerki (Čehovin, 2010, str. 71), odstopajoče točke (Stergaršek Kuzmič, 2010, str. 38) in izven ležeče točke (Kastelic, 2010, str. 55). Obratni izraz »inliers« definira znotraj ležeče točke, ki pripadajo modelu. V nadaljevanju jih bomo poimenovali kot znotraj ležeče točke, pripadajoče ali prilegajoče se točke.

Odstotek odstopajočih točk, ki jih obravnava RANSAC, lahko presega tudi 50% celotne množice danih vrednosti (Zuliani, 2011, str. 12). Poznamo kar nekaj metod, ki tega ne omogočajo, na primer MNK (Zuliani, M. 2011).

### 3.5 Ekstrakcija valja iz neorganiziranega oblaka točk z metodo RANSAC

Valj lahko enolično opišemo z naslednjimi parametri (Vezočnik in sod., 2008, str. 179):

- $P(x_0, y_0, z_0)$  – točka na osi valja,
- $R$  – radij preseka valja,
- $\vec{s}(a, b, c)$  – smerni vektor osi valja ali orientacija valja.



Slika 10: Parametri valja (povzeto po Vežočanin in sod., 2008).

**Komentar slike 10:** Na sliki je narisano tudi odstopanje  $d$  – evklidska razdalja od radija valja do točke  $P_i(x_i, y_i, z_i)$  v oblaku točk. Izračunamo ga v petem poglavju z MNK.

Minimalno število točk, ki jih v splošnem potrebujemo za določitev parametrov valja, je torej pet. V našem primeru bomo obravnavali samo skoraj vertikalne valje, zato bomo postopek poenostavili kot je opisano v nadaljevanju. Za definiranje parametrov valja po našem postopku je minimalno število potrebnih točk tri. Pri tem morajo te tri točke ustrezati dvema dodatnima pogojema. Prvič, višinska koordinata  $z$  izbranih treh točk mora ležati na približno isti višinski razliki z dovoljenim absolutnim odstopanjem *toleranca*. Drugič, kot med trojico točk na horizontalni ravnini mora meriti  $60^\circ$  z dovoljenim absolutnim odstopanjem  $15^\circ$ . Vsako trojico točk, ki ustreza zgornjima kriterijema, posamezno obravnavamo v naslednjem koraku.

Torej zanimajo nas točka na osi valja, radij ter orientacija valja. Iz vhodne množice točk  $i$ -krat naključno izberemo vzorec, ki vsebuje tri točke  $P_1, P_2, P_3$ . Skozi izbrane tri točke  $P_1(x_1, y_1, z_1), P_2(x_2, y_2, z_2), P_3(x_3, y_3, z_3)$  definiramo ravnino ter jim določimo središčno točko  $P_{sr}(x_{sr}, y_{sr}, z_{sr})$ . Odštejemo istoležne komponente izbranih treh točk s središčno točko  $P_{sr}$  in tako dobimo novo koordinatno izhodišče prestavljenega oblaka točk. Od izhodišča  $P_{sr}$  do točk  $P_1$  in  $P_2$  določimo vektorja, definirana kot vektorja  $\vec{a}_1 = \overline{P_{sr}P_1}$  in  $\vec{a}_2 = \overline{P_{sr}P_2}$ . Vektorja  $\vec{a}_1$  in  $\vec{a}_2$  ortogonaliziramo s pomočjo Gram-Schmidtovega postopka. Z njunim vektorskim produktom pridobimo vektor  $\vec{a}_3 = \vec{a}_1 \times \vec{a}_2$ , ki je pravokoten na vektorja  $\vec{a}_1$  in  $\vec{a}_2$ . Tako pridelamo pravokotni koordinatni sistem vektorjev  $(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3)$

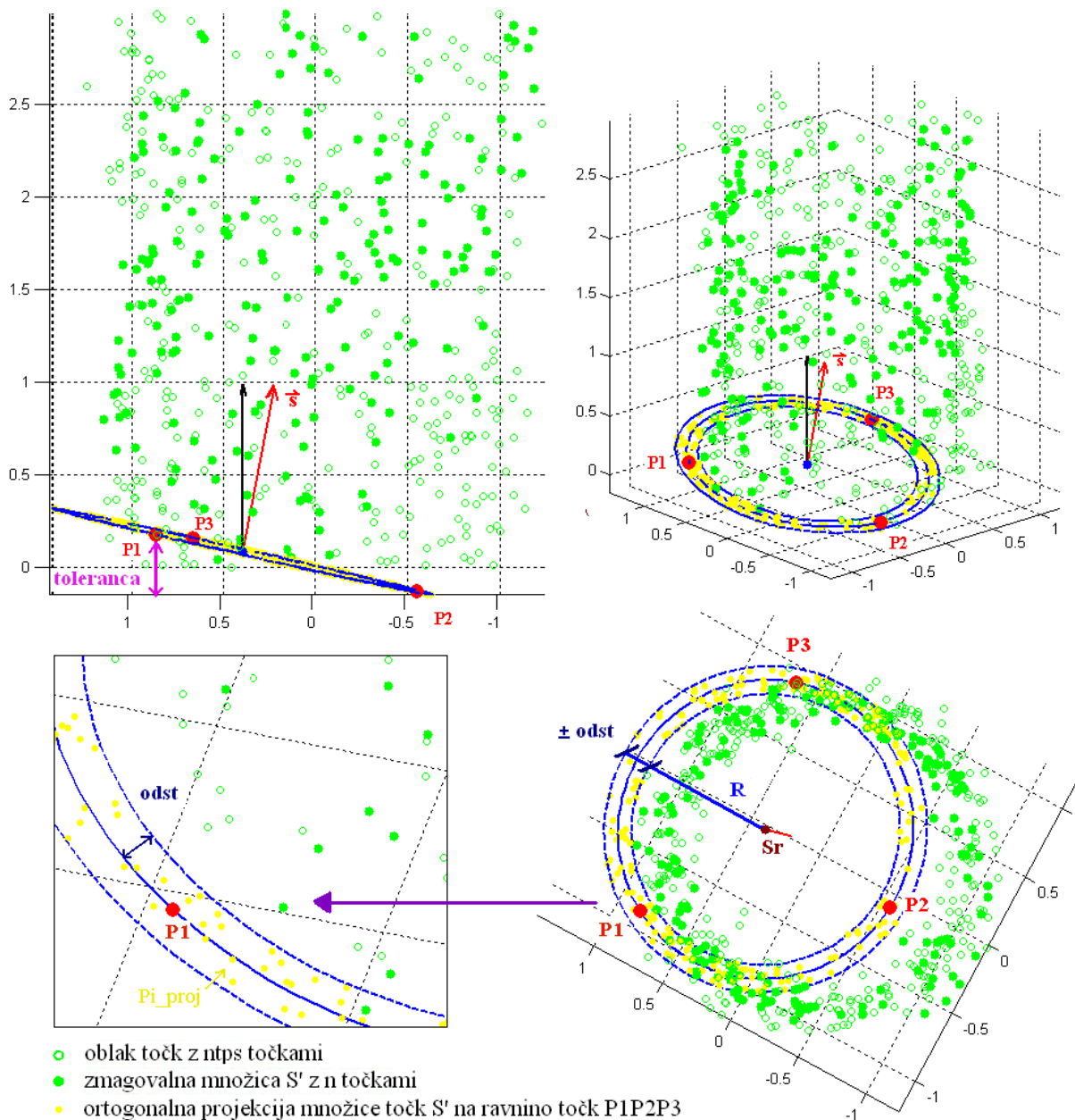
z izhodiščem  $A$ . Naredimo prehod iz baze  $A$  na novo ortogonalno bazo  $E$  tako, da pomnožimo točke  $P_1, P_2, P_3$  z matriko prehoda, katere stolpci so vektorji nove baze  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ . Točke  $P_1, P_2, P_3$  tako dobimo v novem pravokotnem lokalnem koordinatnem sistemu ter jim določimo krog s središčem  $Sr(x,y)$  in pripadajočim radijem  $R$ . Če se radij nahaja znotraj določenih mej  $min\_R < R < max\_R$ , postopek nadaljujemo. Z matriko prehoda nato pomnožimo še vse ostale vhodne točke. Vhodne točke v novi bazi projiciramo pravokotno na ravnino točk  $P_1, P_2, P_3$  ter izračunamo evklidske razdalje  $dist$  od središča kroga  $Sr$  do vseh projiciranih točk v 2D ravnini. Upoštevamo naslednji kriterij, kjer se morajo vse razdalje  $dist$  nahajati znotraj definiranega kolobarja  $R \pm odst$ . Razdalje  $dist$ , ki ustrezajo kriteriju, predstavljajo neko (vzorčno) množico rešitev  $S'$  znotraj ležečih točk  $n$ . Postopek ponovimo za vnaprej določeno število iteracij  $i$  oziroma  $i$ -krat kombinacij treh točk. Končna rešitev je tista, ki z največ točkami  $n$  najbolje opiše plašč valja. Zmagovalni množici  $S'$  z  $n$ -timi točkami pripišemo še najboljšo kombinacijo treh točk, tem pa izračunamo središče v 3D prostoru  $P$  (predstavlja točko na osi valja) ter pripišemo središče kroga  $Sr$  v 2D prostoru in radij  $R$ . Tako naj bi se zmagovalni množici z  $n$  točkami najbolj prilagajal predlagan model, to je valj.

Orientacijo valja v prostoru določimo iz zmagovalne množice  $S'$  z  $n$  točkami. Pri tem si pomagamo z lastnimi vrednostmi in lastnimi vektorji. Koordinate vseh znotraj ležečih točk  $n$  smo zložili v matriko  $M$ . Nato smo transponirano matriko  $M^T$  pomnožili z matriko  $M$ . Kot rezultat smo dobili kvadratno kovariančno matriko, za katero lahko poiščemo lastne vektorje in lastne vrednosti. Izračunamo matriko, kjer stolpci predstavljajo lastne vektorje, ter matriko, kjer diagonalni elementi predstavljajo lastne vrednosti. Lastne vrednosti nam v 3D prostoru povedo, kako so točke razpršene vzdolž njihovih osi, lastni vektorji, ki so pravokotni med seboj, pa smer osi. V našem primeru najmanjša lastna vrednost pripada takšnemu lastnemu vektorju, ki opisuje usmerjenost osi valja v prostoru. Tak lastni vektor predstavlja orientacijo valja  $\vec{s} = (a, b, c)$ .

Kot rešitev problema dobimo:

- $P(x_0, y_0, z_0)$  – približno vrednost točke na osi valja,
- $R$  – približni radij preseka valja,
- $\vec{s} (a, b, c)$  – približno vrednost orientacije valja, smernega vektorja,
- $n$  – število pripadajočih točk valja s koordinatami  $(x, y, z)$ .

S pomočjo simuliranega valja na sliki 11 bomo podrobneje razložili eksperimentalna parametra (*toleranca* in *odst*), s katerima določamo parametre modela.



Slika 11: Simuliran primer valja s 500 točkami, višine 3 m (prikaz v programu Matlab).

**Komentar slike 11:** Zeleni prazni krogi predstavljajo *oblak točk* v 3D prostoru, zeleni polni krogi pa vse točke v 3D prostoru, ki pripadajo plašču valja. Rdeče točke predstavljajo zmagovalno kombinacijo treh najboljših točk  $P_1, P_2, P_3$ . Skoznje definiramo ravnino, na kateri določimo krog modre barve s središčem v točki  $S_r$ . *Oblak točk* z *ntps* točkami pravokotno projiciramo na ravnino treh rdečih točk. Okoli modrega kroga definiramo kolobar (na sliki označen s črtkano modro barvo), ki od radija  $R$  odstopa za parameter  $\pm odst$ . Vse *ntps* točke, ki se projicirajo znotraj kolobarja na ravnino treh rdečih točk, so obarvane rumeno, rečemo jim  $Pi\_proj$ . Vsi rumeni krogi na ravnini so v 3D prostoru predstavljeni z zelenimi polnimi krogi. Na sliki nisem prikazala vseh *ntps* točk projiciranih na ravnino treh rdečih točk zaradi preglednosti prikaza. Rdeči vektor prikazuje normalo  $\vec{s}$  na ravnino treh

rdečih točk, ki hkrati predstavlja usmerjenost valja. Črni vektor prikazuje normalo na horizontalno ravnino, vzporedno s tlemi. Na ta način si najlažje vizualno predstavljamo nagnjenost valja glede na horizontalno ravnino.

Parameter *toleranca* (slika 11) nam določa maksimalno razliko višinske komponente med tremi najboljšimi točkami  $P_1, P_2, P_3$ . Skozi najboljše tri točke definiramo ravnino, na njej pa krog s središčem  $S_r$  in radijem  $R$ . Kadar ta ravnina ni horizontalna, obstaja *toleranca*, ki nam pove, za koliko je ravnina najboljših treh točk lahko nagnjena glede na horizontalno ravnino. Točke oblaka pravokotno projiciramo na definirano ravnino. Pri določanju vrednosti *toleranca* moramo paziti, kajti prevelika nagnjenost ravnine treh točk se hitro pozna pri pravokotni projekciji oblaka točk nanjo. To se opazi tako, da se točke oblaka projicirajo izven definiranega kolobarja. S parametrom *odst* določimo velikost kolobarja okoli kroga (slika 11). Parametra *max\_R* in *min\_R* pa poskrbita, da se radij  $R$  nahaja znotraj dovoljenih vrednosti.

## 4 PRAKTIČNA IZVEDBA NALOGE

### 4.1 Območje zajema podatkov

Za študijsko območje smo izbrali gozdni sestoj, blizu Tharandt, v severni Nemčiji ( $50^{\circ}57'45.31''\text{N}$ ,  $13^{\circ}33'54.82''\text{E}$ ,  $\sim 397$  m n.m.v). Gozdni sestoj sestavljajo zelo stare smreke (*Picea abies*), nekatere z višino večjo od 30 m, kjer se razvejanost začne na zgornji polovici drevesa. Proučevano območje velikosti okoli  $100 \times 65 \text{ m}^2$  prikazuje gostoto  $\sim 240$  debel/ha. Na sliki 12 je označeno območje terenske izmere.



Slika 12: Območje snemanja in prikaz dreves v občini Tharandt (elektronska komunikacija, 2013).

## 4.2 Tehnični podatki skenerja

Snemanje je bilo izvedeno s faznim skenerjem Z+F IMAGER 5006i nemškega proizvajalca Zoller + Fröhlich. Tehnične karakteristike inštrumenta so povzete v preglednici 1.

Preglednica 1: Tehnični podatki (Zoller + Fröhlich, 2009).

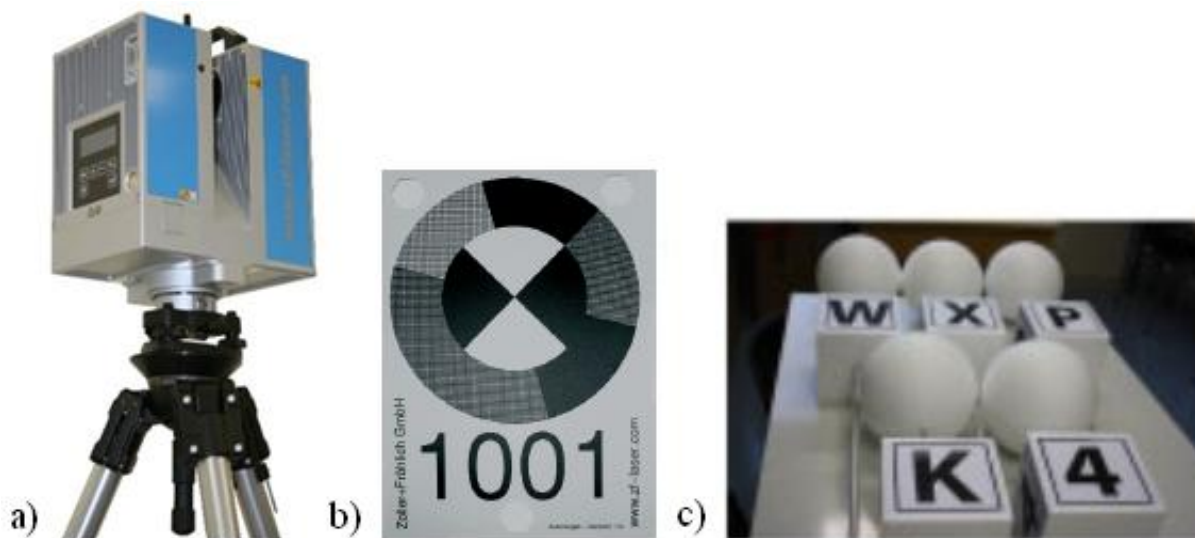
<b>Domet</b>	79 m
<b>Minimalna razdalja</b>	0,4 m
<b>Ločljivost merjene razdalje</b>	0,1 mm
<b>Število meritev na enoto časa</b>	≤ 508000 točk/sekundo
<b>Gostota skeniranja na razdalji 10 m</b>	16 točk/cm <sup>2</sup>
<b>Velikost laserske pike na razdalji 1 m</b>	3 mm
<b>Vidno polje</b>	360° (Hz) in 310° (V)
<b>Ločljivost prikaza kotov (Hz in V)</b>	0,0018°
<b>Natančnost merjenja kotov (Hz in V)</b>	0,007° RMS (1 cm na razdalji 80 m)
<b>Laserska svetloba</b>	Vidna svetloba
<b>Divergenca laserskega žarka</b>	0,22 mrad
<b>Teža</b>	14 kg
<b>Temperaturno območje delovanja</b>	-10°C – 45°C

## 4.3 Kratek opis zajemanja podatkov na terenu

Tehnologija TLS se lahko s pridom uporablja v najrazličnejših nalogah. Na Dunaju so sodelavci meritve uporabili pri raziskovanju orientacije oblaka točk, pri ekstrakciji 3D modela dreves na osnovi ekvivalentne cilindrične projekcije, pri klasifikaciji oblaka točk ter pri evidentiranju oblike dreves v gozdu (Eysn in sod., 2012). V nadaljevanju bomo na kratko opisali potek zajemanja teh podatkov v gozdu s terestričnim laserskim skenerjem.

Ekipa z Inštituta za fotogrametrijo in daljinsko zaznavanje na Dunaju se je podala na teren v Nemčijo, jugozahodno od mesta Dresden. Na obravnavanem območju je v dveh dneh posnela 34 oblakov točk. Pri meritvah s terestričnim laserskim skenerjem je bilo uporabljenih 24 Z+F ploskovnih preciznih tarč ter 25 ročno izdelanih sfernih tarč. Našteta oprema je prikazana na sliki 13. Tarče so bile posnete in georeferencirane z elektronskim tahimetrom. Na vsakem stojišču se je ekipa s skeniranjem zamudila okoli 10 minut, vključno s posnetimi barvnimi slikami. Velikost datoteke enega oblaka točk je zavzemala približno 800MB. Gostota skeniranja na razdalji 10 m je znašala 16 točk/cm<sup>2</sup>. Velikost laserske pike oziroma odtis laserskega žarka je bil premera 3 mm na razdalji 1 m.





Slika 13: a) Laserski skener Z+F IMAGER 5006i, b) Ploskovna tarča, c) Sferne tarče (elektronska komunikacija, 2012).

Tarče so bile izmerjene s prostega stojišča. Sferne tarče so služile za registracijo 34 oblakov točk. Njihova prednost pred ploskovnimi tarčami je ta, da jih ni potrebno obračati proti operaterju, saj se vidijo z vseh stojišč enako in imajo vedno center v sredini sfere. Na skenogramih oblakov jih ločujemo po črkah, ki so nameščene pod sferami, kar je razvidno iz slike 14, posnete na terenu. Po združitvi vseh skenogramov so dobili združen oblak točk v skenerjevem, lokalnem koordinatnem sistemu. Z namenom georeferenciranja združenega oblaka točk so tarče izmerili še z RTK metodo, s katero so omogočili transformacijo oblaka točk v absolutni koordinatni sistem.

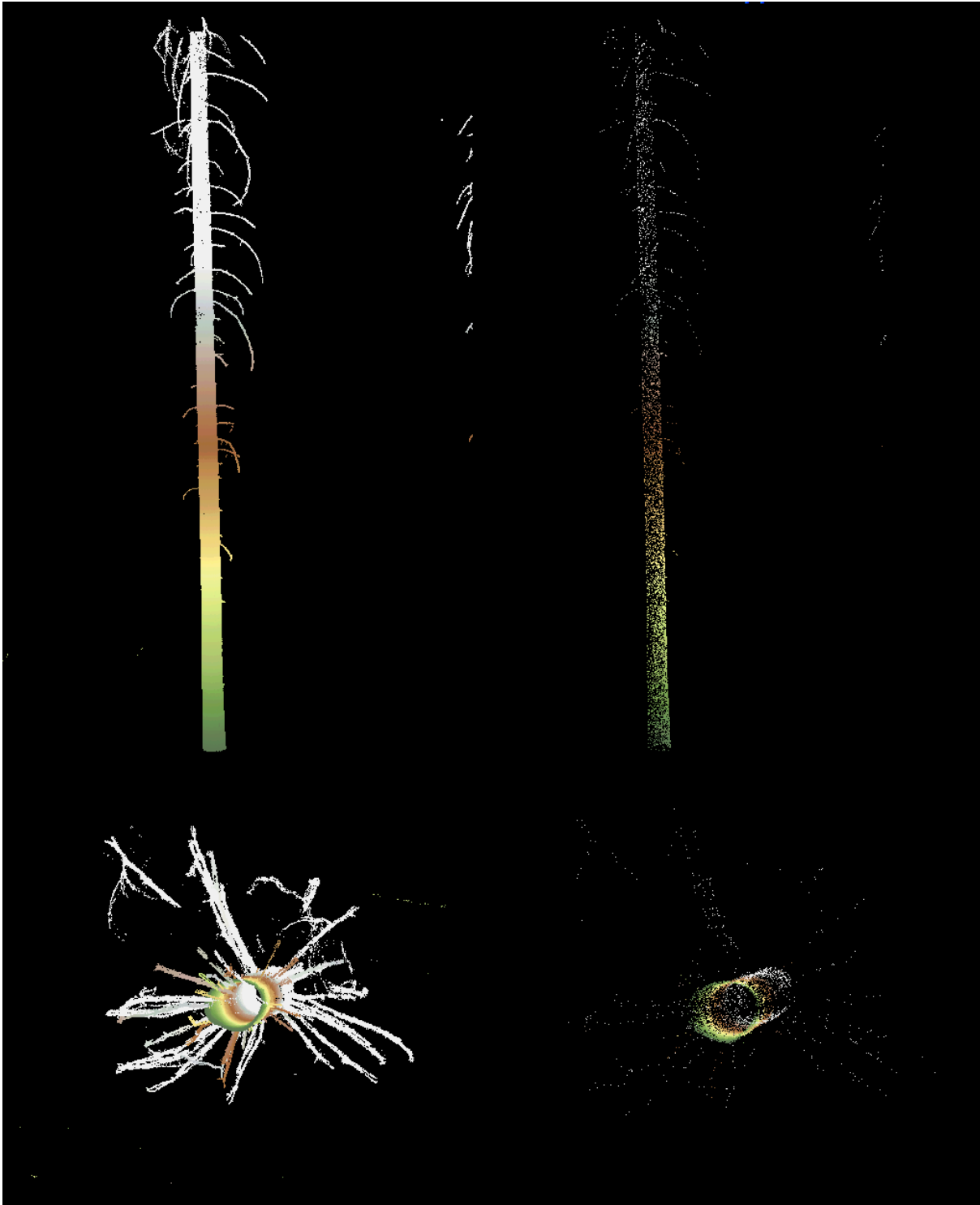
Pri vsem tem moramo opozoriti na določene napake, ki so nastale pri zajemanju oblaka točk. Povprečno odstopanje ploskovnih tarč glede na podatke elektronskega tahimetra je 5 mm. Relativne orientacije kažejo povprečno odstopanje od tarč 4 mm. Poleg napak registracije in georeferenciranja na natančnost določitve oblaka točk vplivajo še: vpliv vetra na meritve, interakcija skorje – lubja z lasersko svetlobo, vpliv laserskega žarka na hrapavo površino, itd. Iz napisanega lahko predvidevamo, da se natančnost skeniranega drevesa giblje v rangu cm (elektronska komunikacija, 2013).



Slika 14: Potek meritev na terenu v Nemčiji (elektronska komunikacija, 2012).

#### 4.4 Priprava podatkov za uporabo

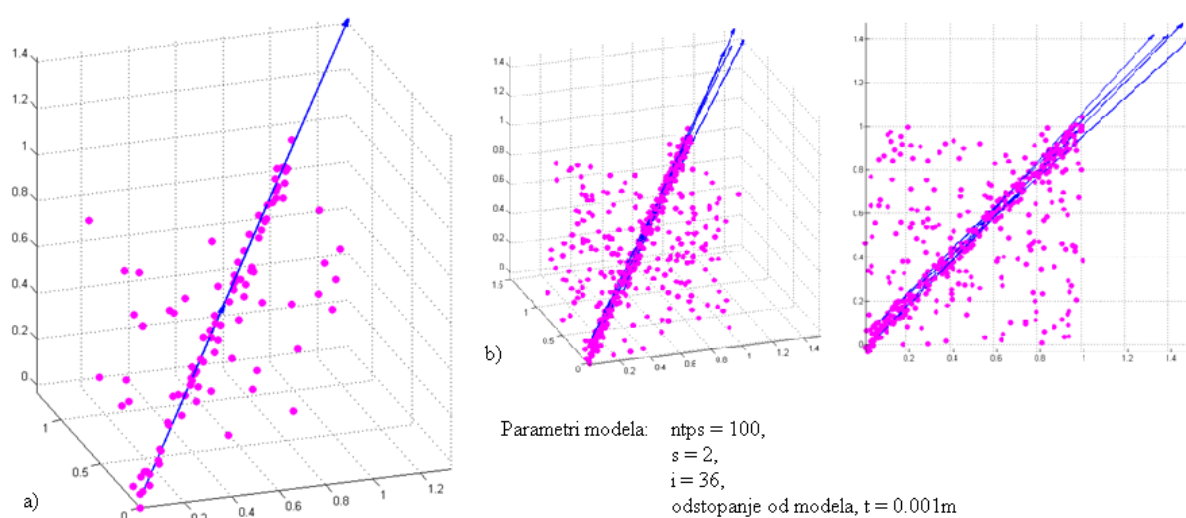
Moji vzorčni podatki so prevzeti iz štirih združenih skenogramov, kjer so drevesa približno locirana na  $50^{\circ}57'45.88''\text{N}$  in  $13^{\circ}33'54.96''\text{E}$ , na elipsoidu WGS84. Zaradi ogromne količine 3D točk na združenem skenogramu smo se odločili preurediti oblak točk ter ga poenostaviti. Iz celotnega posnetka smo si izbrali eno samo drevo. Drevesu smo v programu OPALS v prvem koraku odstranili tla ter v drugem koraku krošnjo drevesa. Tako smo dobili nov nabor podatkov, osnovni oblak točk, ki zajema 1719712 točk (slika 15, levo). Vsaka točka ima naslednjo obliko koordinat: (33399230,975 m; 5646634,304 m; 382,883 m). Na osnovi vseh koordinat osnovnega oblaka točk smo izračunali srednjo vrednost, ki predstavlja novo koordinatno izhodišče, ter jo vsaki posamezni točki odšteli. Tako smo vse točke iz starega koordinatnega izhodišča premaknili v novega. V nadaljevanju bodo imele obravnavane koordinate sledečo obliko zapisa: (-0,06853; -0,07438; -3,08778) v metrih. Takšno odločitev smo sprejeli, ker se podatki v programu Matlab računajo hitreje in enostavneje ter zavzamejo manj pomnilniškega prostora. Torej, obravnavani oblak točk debla predstavlja množica točk s koordinatami (x,y,z), v kateri se nahaja približno 2 milijona točk. Ker je gostota točk velika in bi postopek računanja presešel zmožnosti spominskega obsega, smo zmanjšali gostoto oblaka točk. Pri tem smo predpostavili, da se oblika in obris drevesnega debla bistveno ne spremenita. Iz osnovnega oblaka točk smo naključno izbrali 40 % točk, kar predstavlja približno 800.000 točk. Tako dobljen reduciran oblak točk (slika 15, desno) bomo obravnavali v naslednjih korakih in bo predstavljal vhodno množico točk v naš algoritem.



Slika 15: Osnovni oblak točk s presekom (levo) in reduciran oblak točk s presekom (desno) (prikaz v programu FugroViewer).

#### 4.5 Razvoj programa za ekstrakcijo drevesnega debla iz oblaka točk

Sprva sem se lotila algoritma RANSAC na simuliranih podatkih za premico (slika 16) in ravnino v programu Matlab. Ko sem spoznala princip delovanja RANSAC, sem v programu Matlab simulirala podatke za valj in napisala kompleksnejši program. Pri tem sem sestavila nekaj lastnih funkcij za izračun števila iteracij, Gram-Schmidtovo ortogonalizacijo in projekcijo točk na ravnino, določitev središča in radija kroga (te sem združila v funkcijo RANSAC) ter eliminacijo točk. Tudi vse slike sem izrisala sama. Ostale uporabljene funkcije so v Matlabu že obstajale. Največ časa sem porabila pri nastavljanju vrednosti parametrov, ki sem jih poiskala empirično.



Slika 16: a) Algoritem RANSAC uporabljen pri iskanju premice skozi 2 točki. b) Program smo petkrat zagnali in s tem preverili zanesljivost postopka (prikaz v programu Matlab).

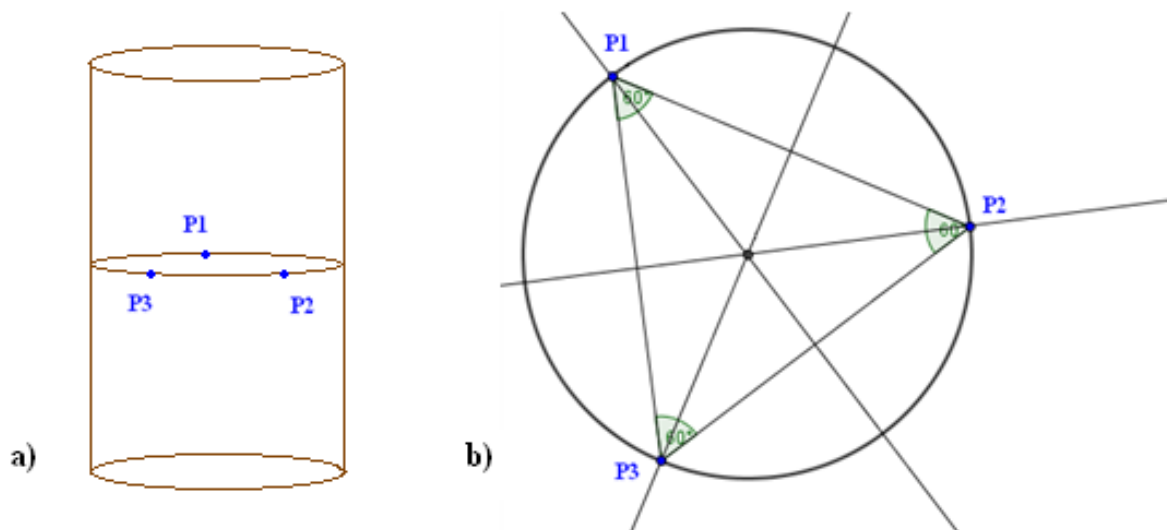
Na simuliranih podatkih sem torej preizkušala pravilnost in uporabnost sestavljenega programa. Njegovo zanesljivost in robustnost sem preverila v primeru treh simuliranih valjev, ki smo jih zarotirali za različne kote. Ko je program zaznal prvi valj, se je ponovno lotil postopka od začetka z novim oblakom točk, zmanjšanim za pripadajoče točke prvega valja, in tako zaznal drugi valj ter ga odstranil iz tedanjega oblaka točk. Nato je zaznal še tretji valj v oblaku točk, zmanjšanim za točke iz prvega in drugega valja.

Ko smo se prepričali o brezhibnem delovanju ustvarjenega programa, smo se lotili pravih terenskih podatkov. Izbrali smo si eno deblo. Sprva smo nastavili eksperimentalne parametre tako, da so ustrezali zaznavi celotnega debla, in nato še za posamezne rezine debla. V obeh primerih je enak postopek računanja, razlikujeta se le v vhodnih podatkih in nastavitvah eksperimentalnih parametrov. V naslednjih podpoglavjih bomo predstavili idejo ustvarjenega algoritma za izračun parametrov valja ter ekstrakcijo pripadajočih točk. Za lažje razumevanje bomo program predstavili pisno in shematsko

(preglednica 2), v primeru celega drevesnega debla in v primeru delitve debla na rezine. Program smo preizkusili v dveh primerih. V prvem primeru smo poskušali ekstrahirati celotno deblo naenkrat in poiskati parametre valja, ki se najboljše prilagajajo površini debla. V drugem primeru smo deblo razdelili na rezine in iskali parametre valja za posamezno rezino debla.

#### 4.5.1 Dodatni pogoj pri izbiri naključnega vzorca treh točk

Pri izbiri naključnega vzorca treh točk  $P_1, P_2, P_3$  iz reduciranega oblaka točk smo se omejili na takšno trojico, ki ustreza naslednjima kriterijema. Prvič, izbrane tri točke morajo ustrezati kriteriju višinske razlike. V najboljšem primeru bi te imele enako  $z$  koordinato (slika 17, a). Po tem merilu se točke po višinski komponenti razlikujejo za največ 5 cm v primeru ene rezine ter za največ 2,5 cm v primeru sedmih in štirinajstih rezin. Te vrednosti so v ustvarjenem programu določene s parametrom *toleranca*. S tem kriterijem poskušamo zagotoviti čim bolj horizontalno ravnino, katero definira trojica točk. Drugič, točke  $P_1, P_2, P_3$  morajo zagotoviti enakomerno razporeditev po ravnini. V idealnem primeru bi povezava med točkami tvorila enakostranični trikotnik (slika 17, b). V našem programu je dovoljeno odstopanje od kota  $60^\circ$  v vogalu trikotnika  $\pm 15^\circ$ . Vsako trojico točk, ki ustreza obema kriterijema, obravnavamo z metodo RANSAC za izračun približnih vrednosti parametrov valja.



Slika 17: a) Točke na ravnini, z enako višinsko komponento, b) Enakostranični trikotnik znotraj kroga (prikaz v orodju Slikar).

#### 4.5.2 Eliminacija točk brez zadostne podpore, odstranitev šuma

V podpoglavjih poglavja 3.5 Ekstrakcija valja iz neorganiziranega oblaka točk z metodo RANSAC, smo opisali postopek izračuna parametrov valja ter ekstrakcije točk, ki se najbolje prilegajo modelu valja. Enak pristop uporabimo tudi na našem konkretnem primeru debla (v programu za ekstrakcijo drevesnega debla iz oblaka točk), le da dodamo še dodaten postopek odstranitve morebitnega šuma iz zmagovalne množice  $S'$  z  $n$  točkami.

V koraku podpoglavja 3.5.1 smo pridobili vse točke, ki pripadajo iskani površini valja  $n$ . Za vsako točko v množici  $n$  moramo v radiju  $r$  poiskati  $Knn$  najbližjih sosedov. Točke, ki tega ne izpolnjujejo, v tem koraku izločimo in ne upoštevamo več pri nadaljnjem računanju. Tako ostanejo le tiste točke  $m$ , ki imajo zadostno podporo sosednjih točk ter jih zbiramo v novi zmagovalni množici  $S''$ . Na takšen način izločimo robne točke in dobimo bolj gladko površino debla. Pri tem moramo paziti pri izbiri mejnih vrednosti ( $r$  in  $Knn$ ), saj hitro lahko predoločimo ali poddoločimo število prilegajočih se točk valju. Z zgornjima mejnima vrednostima tako odstranimo nekaj šuma vzdolž drevesnega debla. Zaradi ne odstranjenih vej v višjih legah debla del šuma ostaja. V tem koraku tako definiramo novo zmagovalno množico  $S''$  z  $m$  točkami, ki opisujejo znotraj ležeče točke modela valja oziroma določajo ekstrahiran oblak točk.

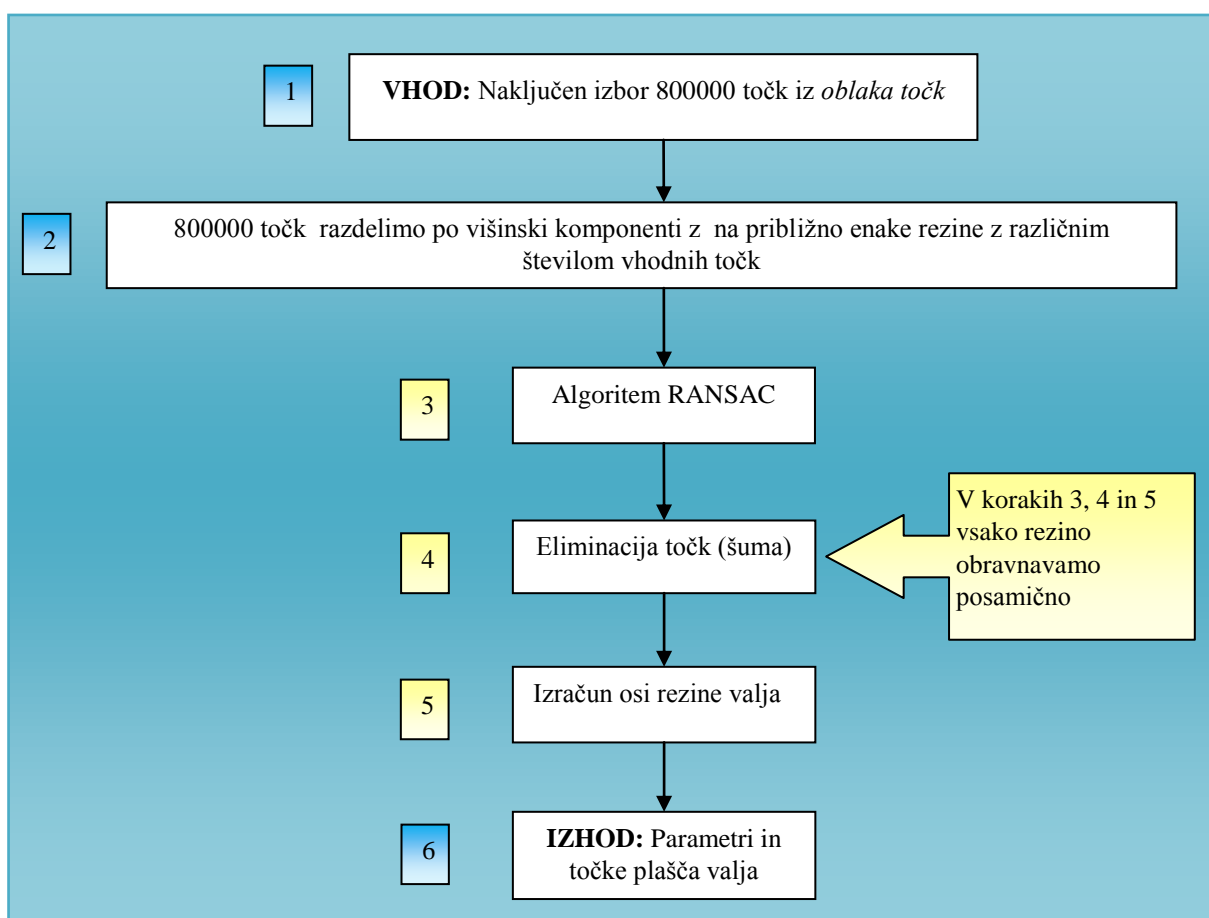
#### 4.5.3 Razdelitev debla na rezine

Zgornji postopek iterativno izvedemo za celotno deblo ter ga aproksimiramo z valjem. Sedaj bomo predstavili še natančnejšo aproksimacijo debla z manjšimi valji tako, da bomo celo deblo razdelili na manjše rezine in za vsak del izračunali parametre valja. Razlika od zgoraj opisanega postopka je le v vhodnih podatkih, kjer najprej obravnavamo manjšo rezino, na primer od 0 m do 2 m relativne višine. Za izbrano rezino bomo z algoritmom RANSAC iterativno poiskali parametre valja in najboljšo množico prilegajočih točk pripadajočemu izseku debla ter mu eliminirali šum. Na koncu bomo dobili zmagovalno množico  $S''$  prilegajočih točk valja in postopek ponovili še za vse ostale rezine debla.

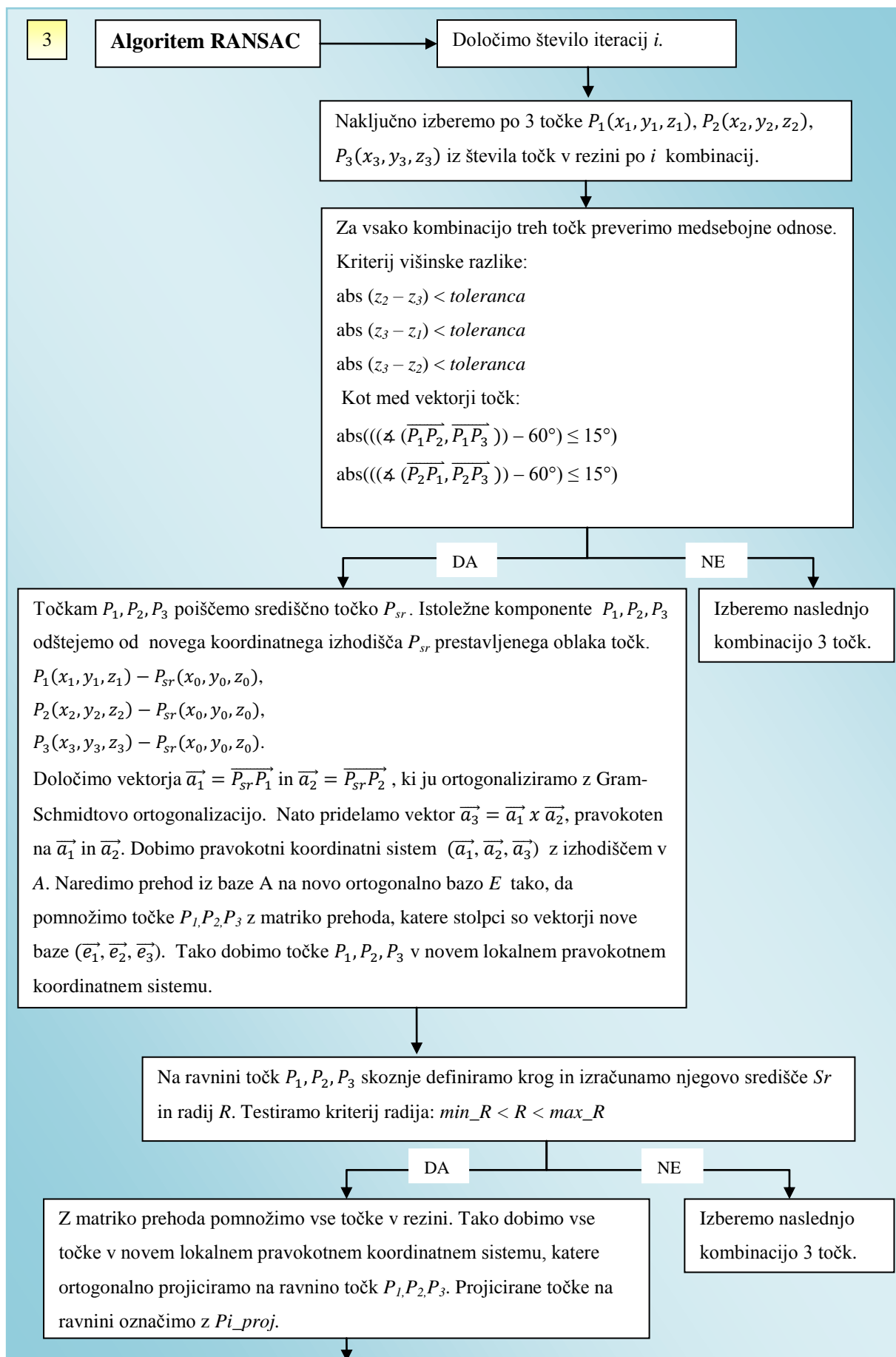
Zmagovalni množici  $S'$  in  $S''$  najboljših točk modela ali z drugimi besedami pravilnost modela testiramo s pragom  $Min\_points\_cyl$ , ki smo ga določili empirično ter po vizualni analizi oblaka točk.

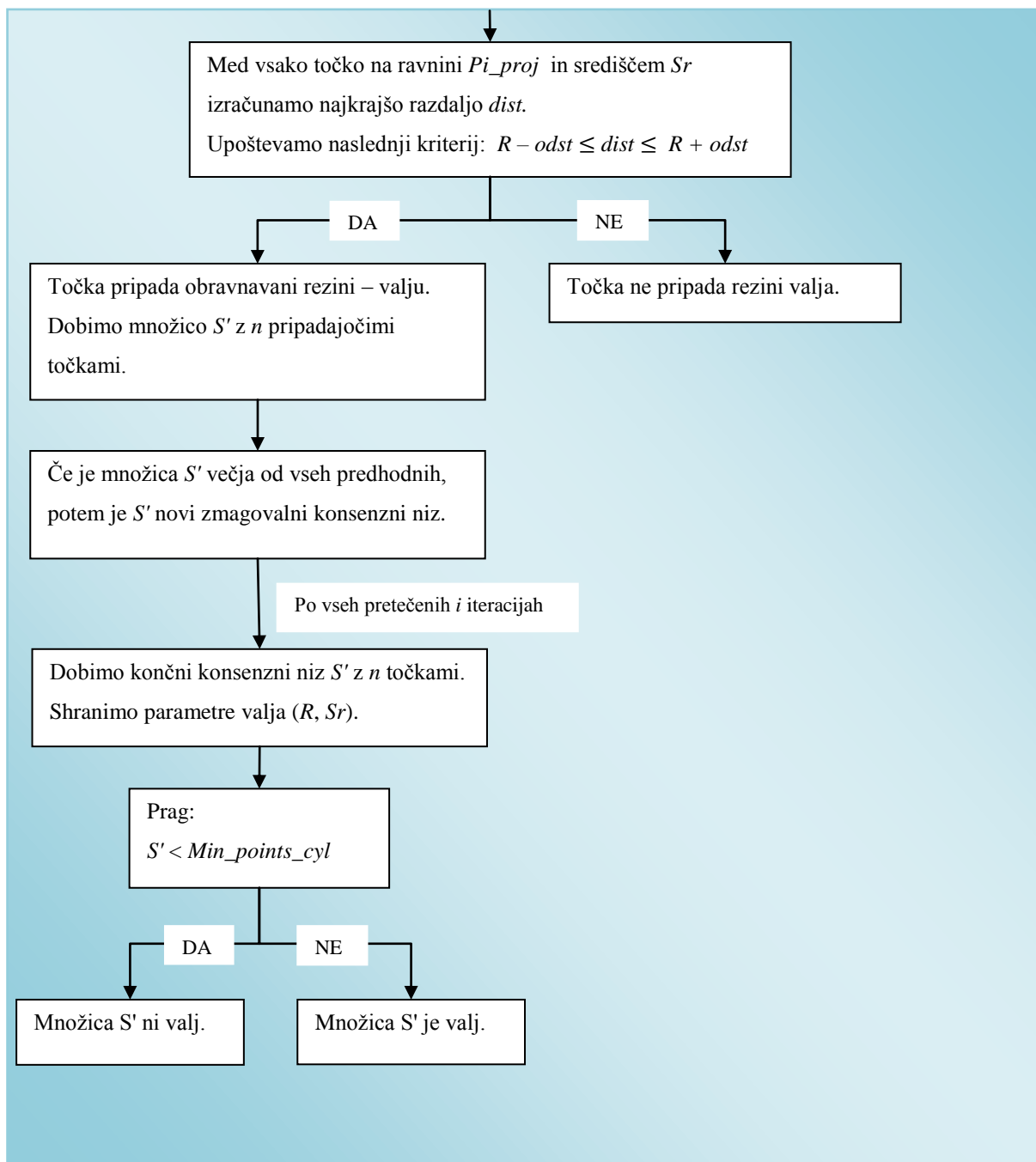
Deblo horizontalno razdelimo na približno enakomerne rezine. Dobimo več manjših »valjev«. Pomagamo si z višinsko komponento  $z$ . Razpon  $z$  koordinate v lokalnem koordinatnem sistemu se nahaja v naslednjem intervalu  $[-5, 9]$ . V eksperimentalnem delu smo poskusili več različnih delitev debela na rezine. Obravnavali bomo primer 1, 7 in 14 rezin. V primeru ene rezine obravnavamo celotno deblo. Pri sedmih rezinah definiramo valje po višinskih intervalih  $[-5, -3]$ ,  $[-3, -1]$ ,  $[-1, 1]$ ,  $[1, 3]$ ,  $[3, 5]$ ,  $[5, 7]$ ,  $[7, 9]$ , pri štirinajstih rezinah pa jih definiramo po naslednjih višinskih intervalih  $[-5, -4]$ ,  $[-4, -3]$ ,  $[-3, -2]$ ,  $[-2, -1]$ ,  $[-1, 0]$ ,  $[0, 1]$ ,  $[1, 2]$ ,  $[2, 3]$ ,  $[3, 4]$ ,  $[4, 5]$ ,  $[5, 6]$ ,  $[6, 7]$ ,  $[7, 8]$ ,  $[8, 9]$ . Vsako rezino sestavlja različno število točk.

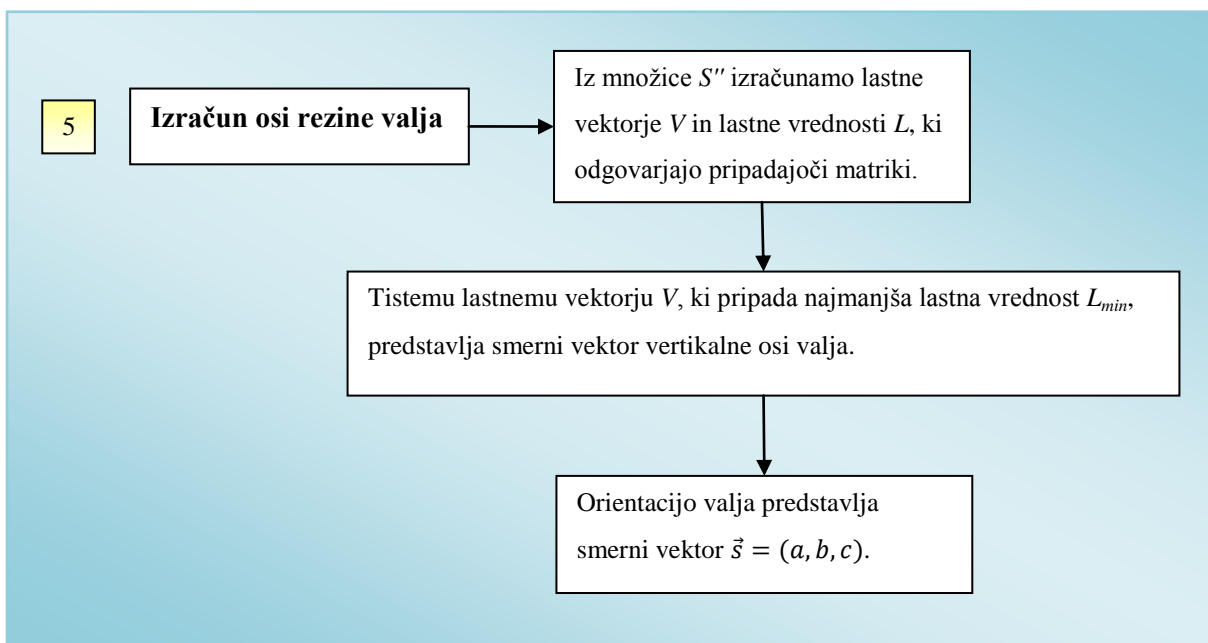
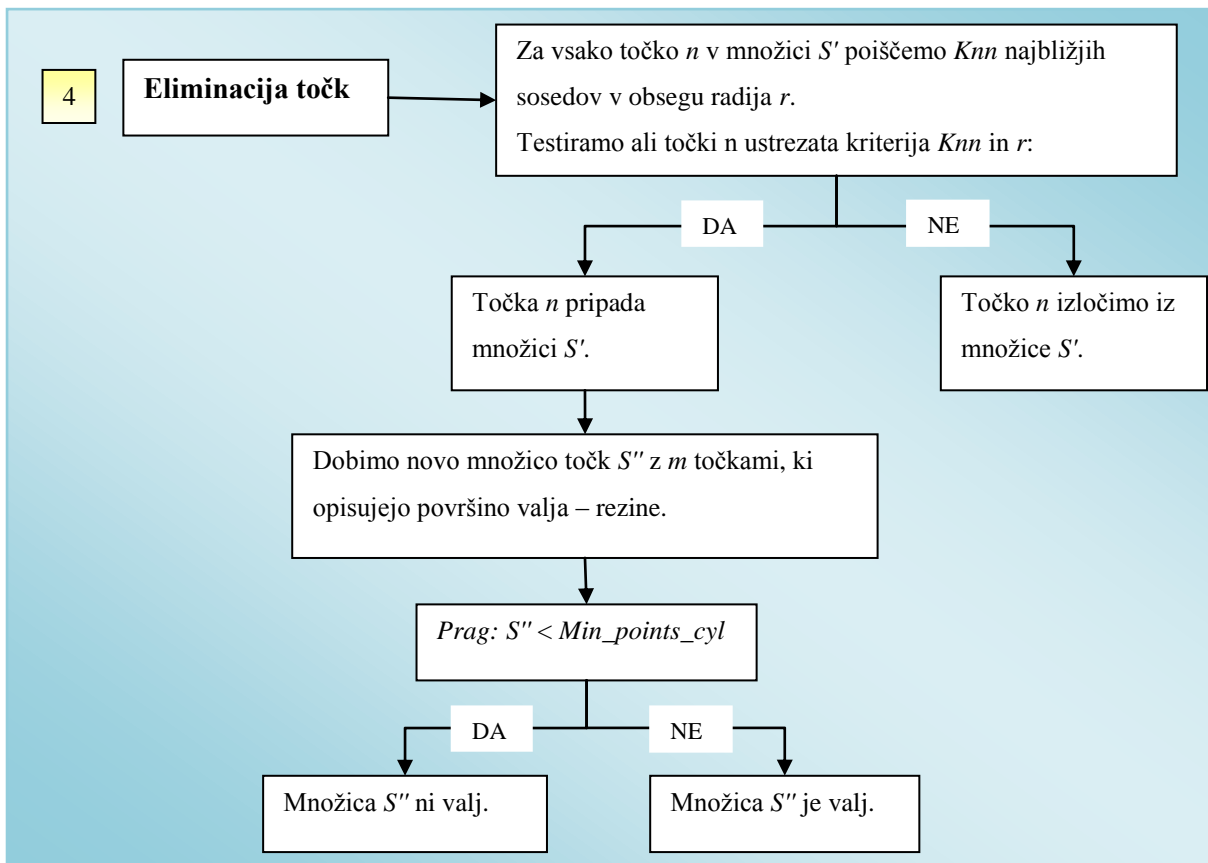
Preglednica 2: Shematski prikaz uporabe algoritma RANSAC v primeru razdelitve debela na rezine.











#### 4.5.4 Ocena parametrov debla z uporabo MNK

Do sedaj izračunane vrednosti z metodo RANSAC so le približna ocena določitve parametrov valja, ki smo jih uporabili kot vhodni podatek za izravnavo po MNK. Dokončno smo izračunali le zmagovalno množico pripadajočih točk valja, ki definira ekstrahiran oblak točk.

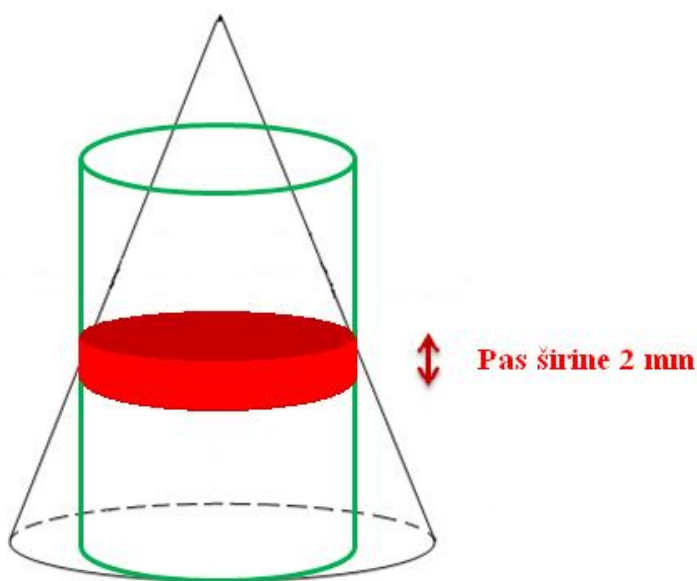
Vhodne približne vrednosti neznank:

- $P(x, y, z)$  – točka na osi valja v prostoru,
- $R$  – radij kroga v ravnini,
- $\vec{s}(a, b, c)$  – ocena orientacije vertikalne osi valja.

Vhodna opazovanja:

- $m$  – število pripadajočih točk valja s koordinatami  $(x, y, z)$ .

Približne vrednosti neznank so določene na podlagi najboljše kombinacije treh točk  $P_1, P_2, P_3$  na višini ravnine teh točk. Kot rezultat pa nas zanima ocena parametrov valja na sredini (po višini) vsake rezine. Pri tem izračunamo maksimalno in minimalno vrednost višinske komponente obravnavane rezine (valja) ter na osnovi tega izračunamo srednjo višino valja (rdeči prerez na sliki 18). Na srednji višini valja nato določimo pas širine  $\pm 1$  mm. Vse  $m$  točke, ki padejo znotraj tega pasu, imenujemo *nop*. Takšna odločitev sledi iz dejstva, da sta si horizontalno odsekan stožec in valj po polmeru najbolj primerljiva prav na sredini (slika 18).



Slika 18: Primerjava stožca z valjem (povzeto po CK-12 Foundation, 2012).

## 5 REZULTATI IN RAZPRAVA

V tem poglavju bomo predstavili praktične rezultate različnih načinov delitve debla na rezine. S programom za ekstrakcijo drevesnega debla iz oblaka točk smo pridobili informacije o obliki in parametrih drevesnega debla. Višino drevesa smo opredelili tako, da smo iz vhodnih podatkov, kjer se nahaja 800.000 točk, poiskali največjo (8,6392) in najmanjšo (-4,3598) vrednost višinske komponente  $z$ . Tako smo določili, da je obravnavano drevo visoko 12,999 m.

Deblo smo razdelili na tri načine ter ga obravnavali kot eno, sedem in štirinajst rezin. Za vsako rezino debla so v prihodnjih preglednicah prikazane empirično določene, fiksne in spreminjajoče se eksperimentalne vrednosti parametrov. V bodočih preglednicah so za vsako delitve debla na rezine prikazani rezultati z uporabo algoritma RANSAC in rezultati po izravnavi z MNK. Postopek izravnavo po MNK se v računskem delu nanaša na naslednji vir (LSGE, 2013). Zatem sledijo prikazi 3D modelov debel vseh treh obravnavanih primerov ter njihova vizualna primerjava.

### 5.1 Delitev drevesnega debla na eno rezino – celo deblo

#### 5.1.1 Prvi primer celega debla

Preglednica 3: Fiksno izbrane, eksperimentalne vrednosti parametrov, uporabljene pri eksperimentu ene rezine.

<i>min_R</i> [m]	0,130
<i>max_R</i> [m]	0,190
<i>toleranca</i> [m]	0,050
<i>odst</i> [m]	0,200

Preglednica 4: Spreminjajoči se, eksperimentalni parametri v primeru ene rezine.

Rezina	Število točk	<i>i</i>	<i>ii</i>	<i>Knn</i>	<i>r</i> [m]	<i>Min_points_cyl</i>
1.	800000	3437094	15	10	0,030	600000

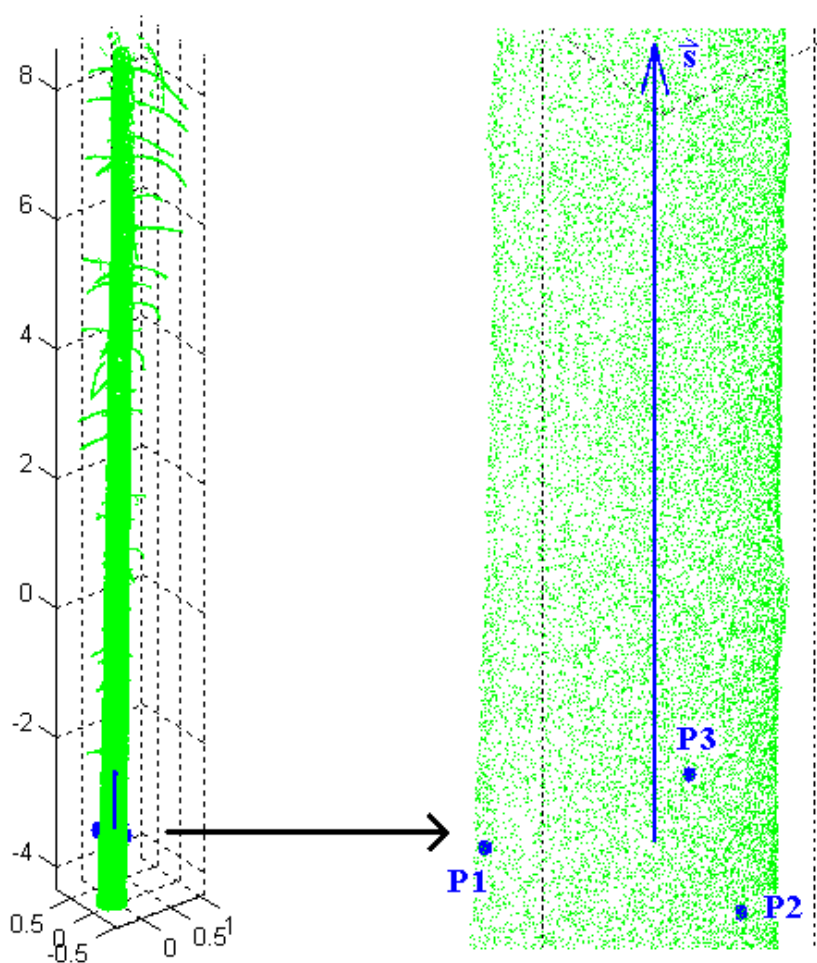
\* *ii* – število uspešnih poskusov izbranih med *i* iteracij, ki ustrezajo vsem kriterijem v algoritmu Ransac.

**Komentar preglednice 4:** Opazimo, da je število iteracij *i* zelo majhno glede na velikost množice točk v rezini. Posledično je tudi zelo majhno število uspešnih poskusov *ii*, kar pomeni, da so dodatni pogoji zelo strogi. Imeti bi morali več uspešnih poskusov, izmed katerih bi izbrali tistega, ki izbere največji nabor prilegajočih se točk modelu. Takšen rezultat bi bil bolj zanesljiv in reprezentativen. Problem, ki bi nastal pri povečanju števila iteracij, je čas računanja. V primeru manj strogih, fiksno izbranih eksperimentalnih vrednostih (še posebej parametra *toleranca*) bi dobili večje število uspešnih

poskusov, vendar pa bi bila možnost za znatno poslabšanje končnega rezultata večja, če bi v *ii* iteracijah algoritem izbral takšno zmagovalno trojico točk, katerih toleranca bi bila večja od 0,05 m.

Preglednica 5: Najboljša kombinacija treh točk, prikazana na sliki 19.

Točke	$x$	$y$	$z$
$P_1$	-0,1375	0,2226	-3,2728
$P_2$	0,1315	0,1806	-3,2638
$P_3$	0,0075	-0,0784	-3,2598

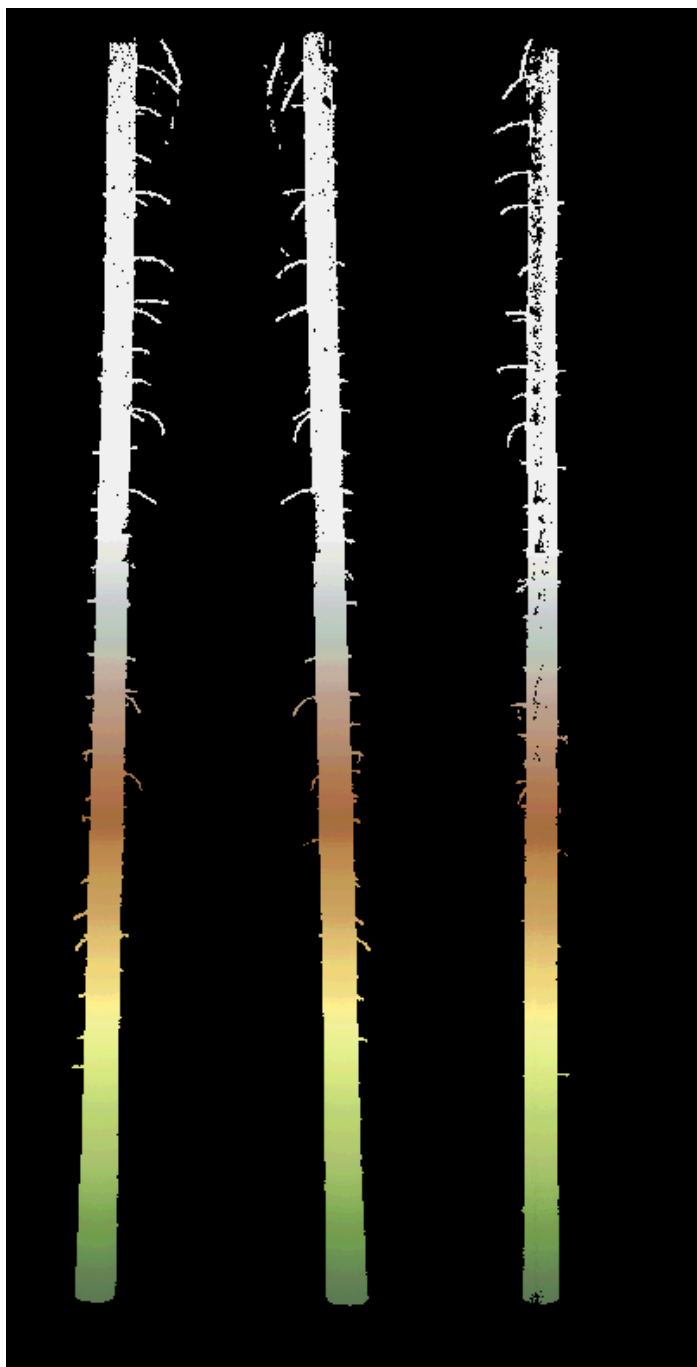


Slika 19: Izbrana kombinacija treh najboljših točk  $P_1, P_2, P_3$  ( $x, y, z$ ) z orientacijo valja  $\vec{s}$  (prikaz v programu Matlab).

Preglednica 6: Rezultati ene rezine z uporabo algoritma RANSAC.

Rezina	$S_r(x,y)$ [m]	$R$ [m]	Smerni vektor $\vec{s}(a,b,c)$	$S'$ [št točk]	$S''$ [št točk]	$S'-S''$
1.	-0,0191 0,1551	0,1743	0,0182 0,0219 0,9996	740325	739471	1059

Na sliki 20 je prikazan končni rezultat – ekstrahiran oblak točk, pridobljen z algoritmom RANSAC v primeru ene rezine. V preglednici 6 pa so prikazani izračunani parametri valja, ki jih kasneje uporabimo kot vhodni podatek pri MNK. Razlika med  $S'$  in  $S''$  nam pove, koliko točk je bilo eliminiranih v postopku iskanja najboljše oblike debla. Čas računanja v programu Matlab je znašal 11,8 ur.



Slika 20: Prikaz ekstrahiranega oblaka točk rezine drevesa iz različnih zornih kotov (prikaz v programu FugroViewer).

### 5.1.2 Drugi primer celega debla

Preglednica 7: Fiksno izbrane, eksperimentalne vrednosti parametrov, uporabljene pri eksperimentu ene rezine.

<i>min_R</i> [m]	0,170
<i>max_R</i> [m]	0,180
<i>toleranca</i> [m]	0,030
<i>odst</i> [m]	0,500

Preglednica 8: Spreminjajoči se, eksperimentalni parametri v primeru ene rezine.

Rezina	Število točk	<i>i</i>	<i>ii</i>	<i>Knn</i>	<i>r</i> [m]	<i>Min_points_cyl</i>
1.	800000	3437094	1	15	0,03	22000

\* *ii* – število uspešnih poskusov izbranih med *i* iteracij, ki ustrezajo vsem kriterijem v Algoritmu Ransac.

Preglednica 9: Najboljša kombinacija treh točk.

Točke	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
	[m]		
<i>P<sub>1</sub></i>	-0,2055	-0,0014	-3,7208
<i>P<sub>2</sub></i>	-0,0865	0,2436	-3,7018
<i>P<sub>3</sub></i>	0,0725	-0,0434	-3,7138

Preglednica 10: Rezultati ene rezine z uporabo algoritma RANSAC.

Rezina	<i>Sr</i> ( <i>x,y</i> ) [m]	<i>R</i> [m]	Smerni vektor ( <i>a,b,c</i> )	<i>S'</i> [št točk]	<i>S''</i> [št točk]	<i>S'-S''</i>
1.	-0,1160 -0,1346	0,1717	0,0204 0,0184 0,9996	725879	724180	1699

Čas računanja v programu Matlab je znašal 11,7 ure.

Na sliki 21 opazimo, da je v drugem primeru rezine odrezan zgornji del debla. Na podlagi zelo majhnega števila uspešnih poskusov *ii* v preglednici 8 in velikega števila eliminiranih točk (*S'-S''*) iz preglednice 10 opazimo, da začetne eksperimentalne vrednosti parametrov v preglednici 7 niso dobro izbrani. Največja višinska razlika med tremi točkami (preglednica 9), ki tvorijo ravnino, na katero se ortogonalno projicirajo vse točke iz 3D prostora, znaša 0,019 m. Dovoljeno višinsko razliko pa določa parameter *toleranca*, ki znaša 0,030 m. To pomeni, da se takšna nagnjenost ravnine pri projekciji točk nanjo močno občuti pri končnem rezultatu, čeprav vrednost 0,019 m ustreza parametru *toleranca*. K temu pa pripomore še dovoljeno odstopanje *odst*, ki definira velikost kolobarja, na katerega se projicirajo vse pripadajoče točke debla. Če bi povečali parameter *odst*, bi s tem pridobili manjkajoče točke drevesa v zgornjem delu debla, s tem pa posledično tudi še več vej.





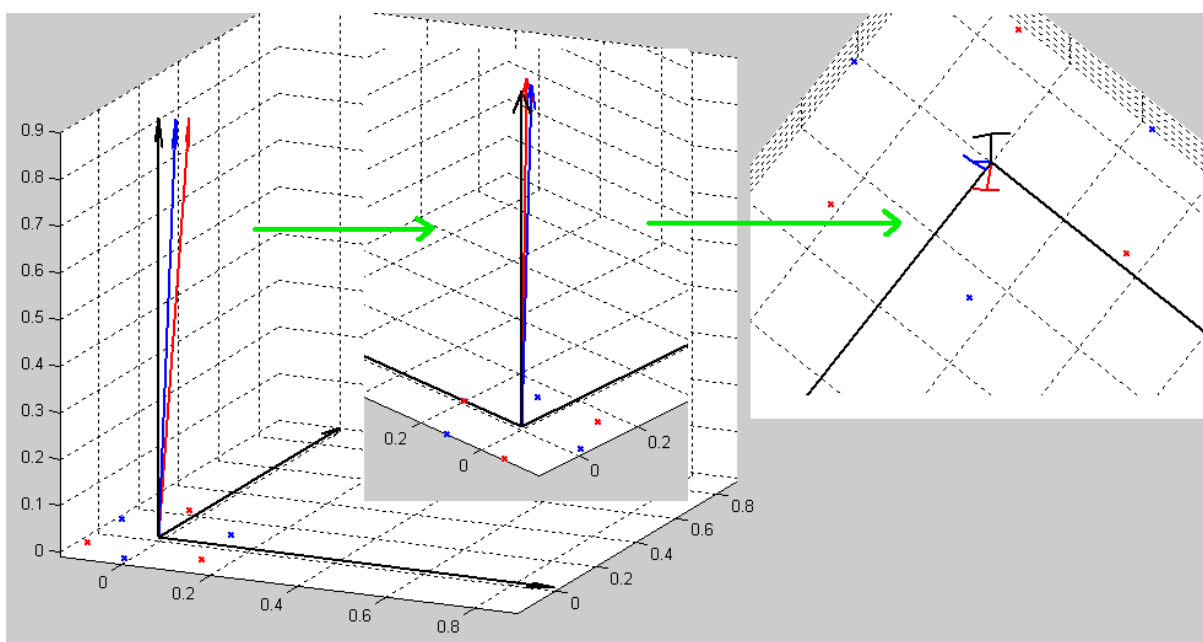
Slika 21: Primer slabo ekstrahiranega oblaka točk rezine drevesa s strožjimi parametri, iz različnih zornih kotov (prikaz v programu FugroViewer).

### 5.1.3 Primerjava prvega in drugega primera celega debla

V prvem primeru dobimo kot rezultat algoritma oblak točk debla, vendar ta še zmeraj vsebuje dobršen del vej. Da bi se temu izognili, smo poskušali v drugem primeru, z enakim številom iteracij, zaostri fiksn izbrane eksperimentalne parametre in povečati število najbližjih sosedov  $Knn$ . S to odločitvijo smo le zreducirali število točk na površini debla. Zaradi poskusa zaostritve parametrov smo izmed

vseh možnih iteracij pridelali le en uspešen poskus najboljših treh točk, kar pa ni dovolj reprezentativen rezultat.

Višinska razlika med tremi točkami v prvem primeru znaša 1,3 cm, v drugem primeru pa 1,9 cm. To bi lahko pomenilo, da na rezultat ekstrakcije oblike debla zelo vpliva nagnjenost ravnine treh točk  $P_1, P_2, P_3$  glede na horizontalno ravnino, ki je vzporedna z  $xy$  ravnino. Na ravnino  $P_1, P_2, P_3$  pravokotno projiciramo vse točke v oblaku točk. Bolj kot bo ravnina treh točk nagnjena, večja bo možnost za izpad 3D točk izven definiranega kolobarja na ravnini pri projiciranju na to ravnino. Za primerjavo smo na sliki 22 narisali oba smerna vektorja iz koordinatnega izhodišča 0. Tako si najlažje, vizualno predstavljamo nagnjenost ravnine treh najboljših točk glede na horizontalno ravnino v prostoru.



Slika 22: Primerjava normal oziroma smernih vektorjev ravnin v prostoru iz treh zornih kotov (prikaz v programu Matlab).

**Komentar slike 22:** Modra barva predstavlja prvi primer rezine, rdeča drugi primer rezine in črna standardno bazo prostora. Obe normali smo narisali iz koordinatnega izhodišča 0. Tudi točke  $P_1, P_2, P_3$  smo projicirali na  $xy$  ravnino standardne baze prostora. Iz slike vidimo, da se normala v drugem primeru (rdeča) bolj odklanja od vertikalne ravnine oziroma  $z$  koordinate standardne baze (črna), kot v prvem primeru (modra).

Če bi želeli izboljšati rezultat v prvem primeru in eliminirati še večjo količino vej drevesa, bi bilo to časovno zamudno, saj smo že v prikazanih primerih potrebovali približno 12 h za posamezen izračun v programu Matlab. Iz tega razloga smo se odločili, da bomo drevo razdelili na več rezin in tako

pridelali manjše valje z manjšo vhodno množico točk. V spodnjih dveh podpoglavjih 5.2 in 5.3 so prikazani izračunani rezultati sedmih in štirinajstih rezin.

V obeh primerih obravnavanih celih dreves so rezultati parametrov po izravnavi z MNK enaki. Ekstrahiran oblak točk nam prikazuje obliko debla, ki je boljša v 1. primeru, parametri debla pa nam podajo primerljive rezultate v obeh primerih, saj smo te računali na približno enaki višinski razliki, na višini kombinacije treh najboljših točk. Če bi izravnavo opravili za oba primera tudi v višjih legah, ne bi dobili enakih izravnanih vrednosti parametrov, saj je v 2. primeru opazen primanjkljaj točk. Pri izravnavi z MNK nismo obravnavali vseh ekstrahiranih točk drevesa  $S''$ , ampak le omejeno število *nop* točk, ki ležijo v pasu  $\pm 1$  mm na sredini (po višini) valja. Glede na ta kriterij smo dobili znotraj pasu 96 točk na podlagi katerih smo izravnali iskane vrednosti. Izračunali smo tudi vektor evklidske razdalje  $d$  vsake točke *nop* znotraj pasu do plašča valja (rezultati  $d$  so prikazani v Prilogi A). Ta nam prikazuje, kako se točke *nop* prilegajo plašču valja. Maksimalno odstopanje od vsake točke *nop* do plašča valja, definiranega z  $R'$ , znaša v obeh primerih 1,10 cm. V preglednici 11 so prikazani rezultati po izravnavi z MNK.

Preglednica 11: Ocene parametrov valja ter pripadajoče natančnosti ene rezine po izravnavi z MNK.

Rezina	<i>nop</i> [št. točk]	$P_0(x,y,z)$ [m] $\sigma_{P_0}$ [m]	$R'$ [m] $\sigma_{R'}$ [m]	Smerni vektor $\vec{s}'(a,b,c)$ $\sigma_{\vec{s}'}$
1.	96	0,08943 0,13084 2,13974	0,15123	0,00107 -0,00003 1,00000
		0,00053 0,00037 0,00031	0,01747	0,00344 0,00248 0,00000

**Komentar preglednice 11:** Kot vidimo, dobimo v obeh primerih enake ocene parametrov valja na sredini drevesnega debla, ne glede na izbrane fiksne eksperimentalne vrednosti parametrov. V primeru modeliranja debla drevesa bi bili rezultati v obeh primerih ustrezni. To pomeni, da bi končni model predstavljal en sam valj. Vendar pa pri izrisu končnega oblaka točk na slikah 20 in 21 opazimo primanjkljaj točk v višjih legah debla. Iz tega sledi, da če bi ocenili parametre valja na različnih relativnih višinah debla, bi zagotovo dobili, še posebej v višjih legah debla, različne rezultate parametrov v 1. in 2. primeru. Pri tem bi ugotovili, da v 2. primeru eksperimentalne vrednosti parametrov niso ustrezno določene pri nadaljnjem deljenju drevesa na več rezin. Zanesljive fiksne eksperimentalne vrednosti parametrov nam poda 1. primer, na katere se bomo osredotočili ter zanašali pri določevanju eksperimentalnih parametrov pri delitvi na 7 in 14 rezin v podpoglavjih 5.2 in 5.3.

## 5.2 Delitev drevesnega debla na sedem rezin

Deblo bomo razdelili na 7 rezin tako, da bomo točke glede na  $z$  koordinato razvrstili v 7 razredov.

Preglednica 12: Fiksno izbrane, eksperimentalne vrednosti parametrov, uporabljene pri eksperimentu sedmih rezin.

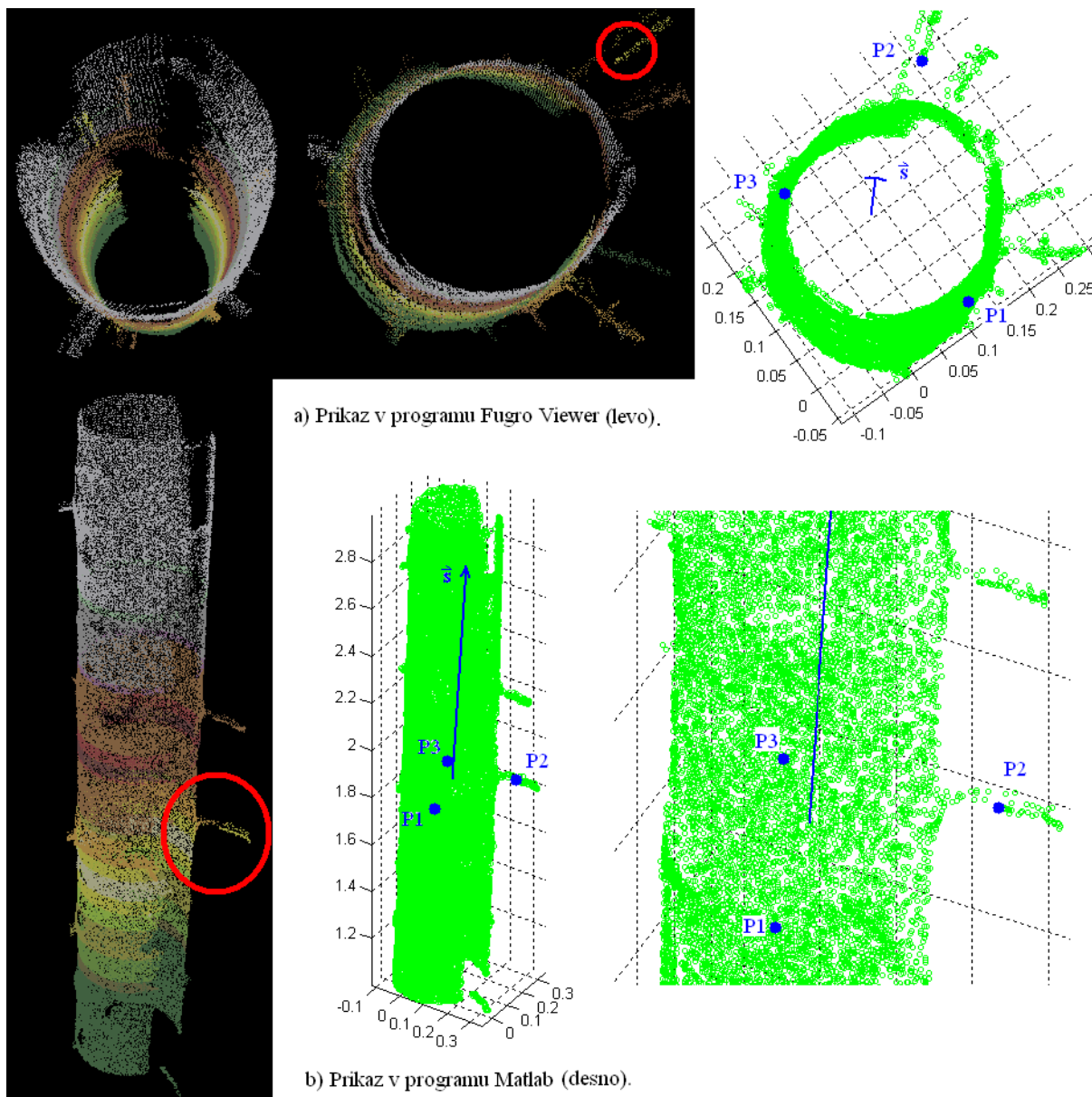
<i>min_R</i> [m]	0,130
<i>max_R</i> [m]	0,185
<i>toleranca</i> [m]	0,025
<i>odst</i> [m]	0,080

Preglednica 13: Spreminjajoči se, eksperimentalni parametri v primeru sedmih rezin.

Rezina	Število točk	<i>i</i>	<i>ii</i>	<i>Knn</i>	<i>r</i> [m]	<i>Min_points_cyl</i>
1.	189854	1479813	31	15	0,015	17000
2.	208122	768786	12	13	0,015	17000
3.	138743	1822112	22	10	0,015	17000
4.	93527	2584039	61	15	0,025	17000
5.	66953	3541945	52	13	0,025	17000
6.	61123	3339245	23	10	0,025	30000
7.	41678	4241305	41	7	0,030	30000

\* *ii* – število uspešnih poskusov izbranih med *i* iteracij, ki ustrezajo vsem kriterijem v Algoritmu Ransac.

**Komentar preglednice 13:** Prva in druga rezina še ne vsebujeta vej, zato ne potrebujemo velikega števila iteracij *i*, saj nimamo nikakršne možnosti, da bi katerakoli od naključno izbranega vzorca treh točk  $P_1, P_2, P_3$  ležala na veji in bi s tem zamaknila celotno projekcijo ter kolobar v horizontalni smeri. Tega pa ne moremo trditi pri ostalih rezinah, ki vsebujejo veje. Zato moramo zagotoviti dovolj veliko število iteracij, da bomo sposobni določiti čim večje število uspešnih poskusov ob zgoraj fiksno določenih eksperimentalnih vrednostih. Iz takega reprezentativnega vzorca bi morali dobiti ustrezno rešitev. V primeru slabo določenih parametrov posledično ne dobimo dobrega rezultata, kar je razvidno iz slike 23.



Slika 23: Primer slabega rezultata 4. rezine, zaradi slabo določenih parametrov (levi prikaz v programu FugroViewer, desni prikaz v programu Matlab – z zeleno prikazanih le 10 % vseh točk iz ekstrahiranega oblaka točk).

Preglednica 14: Primer slabo določenih eksperimentalnih parametrov v primeru 4. rezine.

Število točk	$i$	$ii$	$Knn$	$r$ [m]	$Min\_R$ in $Max\_R$ [m]	$toleranca$ [m]	$odst$ [m]
93527	1415300	3	15	0,025	0,17 in 0,19	0,03	0,08

\*  $ii$  – število uspešnih poskusov izbranih med  $i$  iteracij, ki ustrezajo vsem kriterijem v Algoritmu Ransac.

**Komentar slike 23 in preglednice 14:** Zaradi slabe določitve eksperimentalnih vrednosti v primeru 4. rezine z 81692 pripadajočimi točkami ne dobimo dobro ekstrahirane rezine debla. Zaradi majhnega števila iteracij  $i$  glede na velikost rezine ter ozkega intervala  $min\_R$  in  $max\_R$  ne dobimo velikega števila uspešnih poskusov  $ii$ . Ker 4. rezina vsebuje veje, je toliko večja verjetnost, da bo ob tako

majhnem številu uspešnih poskusov izbrana napačna kombinacija treh točk. Zmagovalni niz treh točk je bil očitno izbran iz ene točke na veji (označeno z rdečim krogom na sliki 23), na kar nakazuje tudi prevelik radij  $R$ , ki znaša 0,1771 m. Posledica se kaže pri manjkajočem delu valja. Kljub večjemu parametru *toleranca* znaša največja višinska razlika med dvema točkama 0,9 cm in najmanjša 0,1 cm. To pomeni, da je ravnina treh najboljših točk dobro določena. Slab rezultat bi popravili s povečanjem intervala  $min\_R$  in  $max\_R$ , s katerim bi zagotovili več uspešnih poskusov, ter s povečanjem parametra *odst*, s katerim bi dobili večji kolobar na ravnini treh najboljših točk, na katerega bi se ortogonalno preslikale točke.

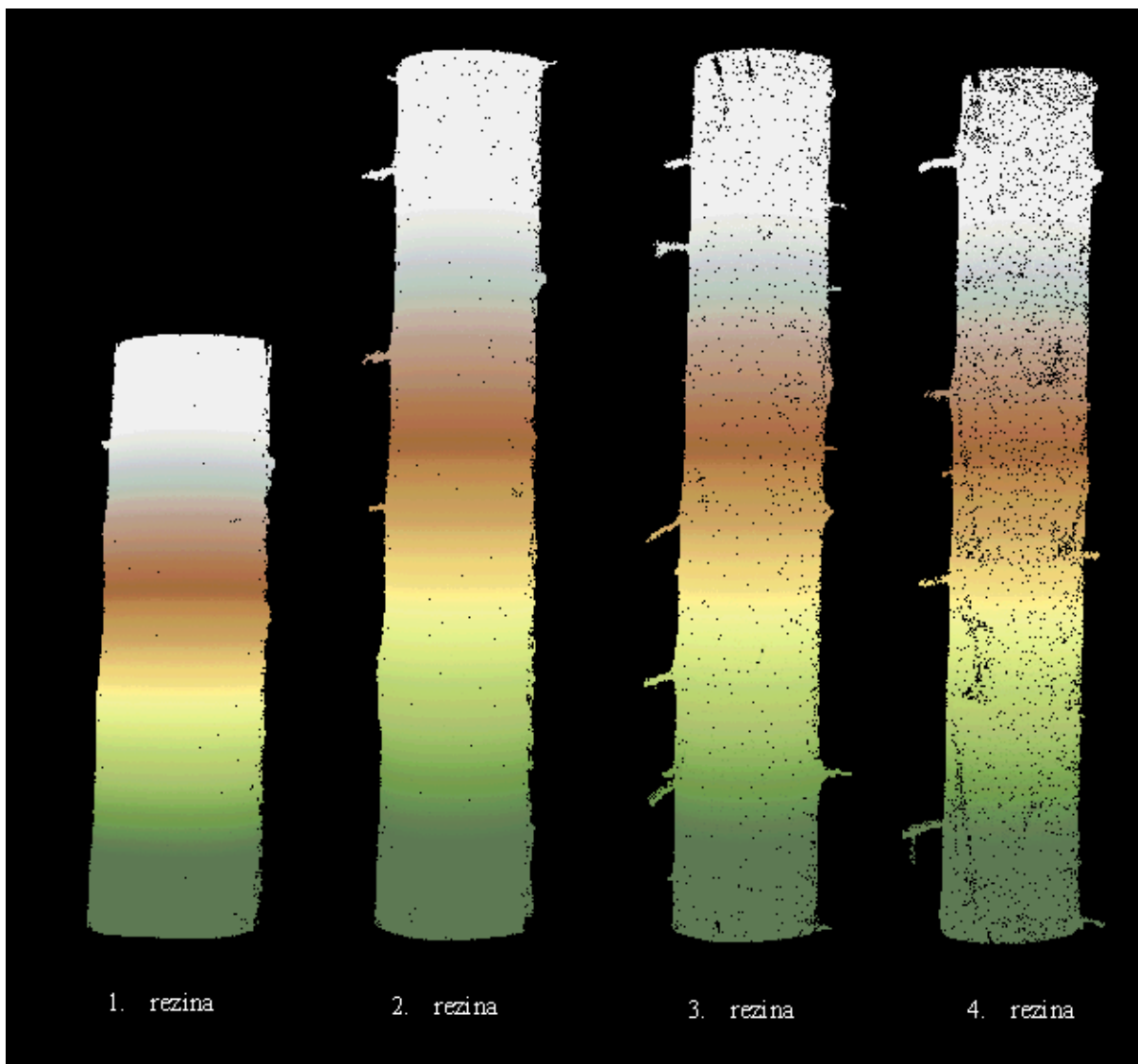
### 5.2.1 Rezultati algoritma RANSAC

Preglednica 15: Rezultati algoritma RANSAC za delitev na sedmih rezin.

Rezina	$Sr(x,y)$ [m]	$R$ [m]	Smerni vektor $\vec{s}(a,b,c)$	$S'$ [št točk]	$S''$ [št točk]	$S'-S''$
1.	0,0772 0,1764	0,1654	-0,0145 -0,0040 0,9999	189838	188665	1173
2.	-0,0030 0,0579	0,1700	-0,0067 0,0079 0,9999	207777	206694	1083
3.	-0,0170 -0,1082	0,1625	-0,0153 0,0090 0,9998	135975	135389	586
4.	0,0261 -0,0047	0,1585	0,0365 0,0504 0,9981	87746	87462	284
5.	0,0051 -0,2039	0,1511	-0,0347 0,0264 0,9990	53438	53161	277
6.	-0,0712 -0,0971	0,1511	-0,0342 0,0281 0,9990	36577	36201	376
7.	-0,0968 0,0266	0,1634	0,0080 -0,0386 0,9992	20749	20586	163

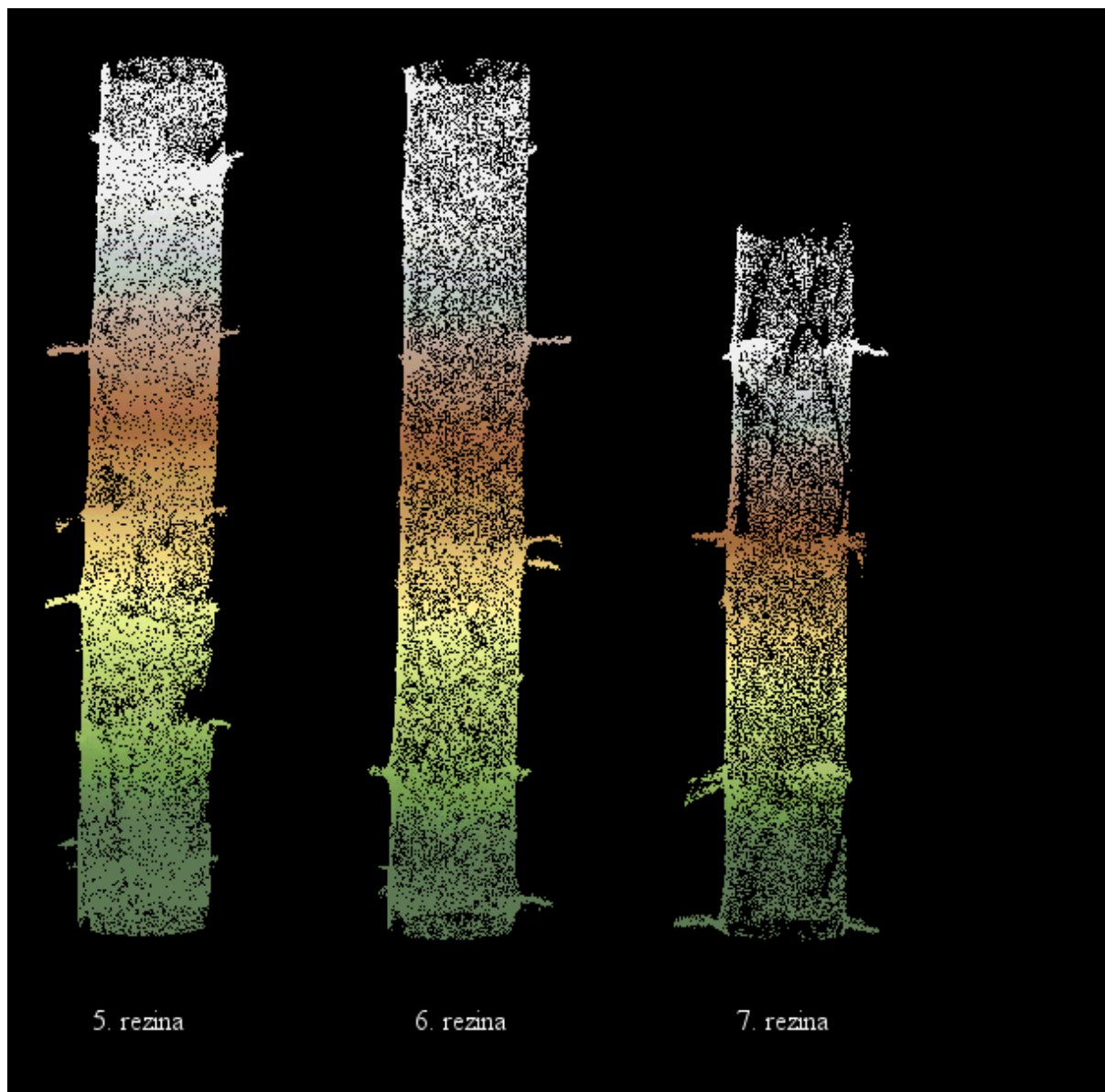
**Komentar preglednice 15:** Pričakovali smo, da se bo radiji rezin  $R$  z vsako višjo rezino zmanjševal, vendar temu ni tako. Vzrok je, da s fiksnima parametroma  $min\_R$  in  $max\_R$  dopuščamo večji razpon dovoljenih vrednosti za radij  $R$ , izračunanega na podlagi kombinacije treh točk. V zadnjem stolpcu  $S'-S''$  lahko iz primerjave  $S'$  in  $S''$  rečemo, da gostota točk v oblaku točk z višino drevesa pada. Vidimo, da v vsaki nadaljnji rezini algoritem izloči manj točk. Množica točk  $S''$  nam tudi pove, koliko  $m$  točk se najbolje prilega modelu valja in jo imenujemo ekstrahiran oblak točk.

Na sliki 24 so prikazani rezultati ekstrakcije drevesnega debla sedmih rezin iz oblaka točk z uporabo algoritma RANSAC.



se nadaljuje...

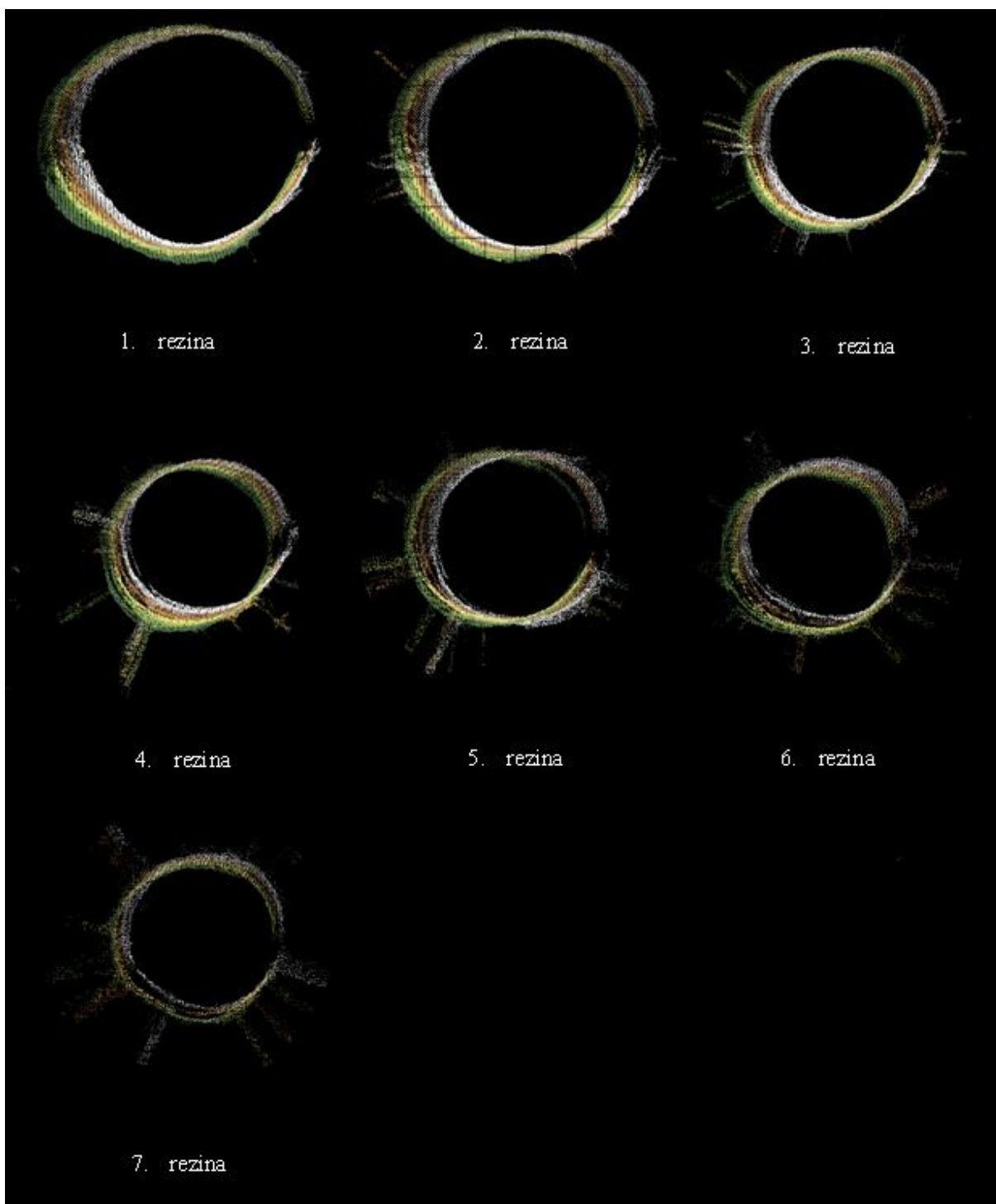
... nadaljevanje slike 24



se nadaljuje...



... nadaljevanje slike 24



Slika 24: Prikaz horizontalne delitve debla na rezine ter tlorisni pogled 7 rezin (prikaz v programu FugroViewer).

**Komentar slike 24:** Na sliki opazimo, da pri horizontalni delitvi debla gostota točk z višino pada. Na zgornjem delu drevesa, od 3 rezine naprej, opazimo primanjkljaj točk. Za izgubo točk so odgovorne sence vej in listja v trenutku zajemanja podatkov. Iz tlorisnih pogledov rezin lahko sklepamo na dejansko obliko debla. Pri tlorisu prve in druge rezine opazimo, da horizontalni prerez ni okrogle

oblike ampak ovalne, torej pride do odstopanj med definiranim abstraktnim modelom in »dejansko« obliko debla. Vsi horizontalni prerezi imajo zadebeljen tlorisni rob in s tem nakazujejo na rahlo stožčasto obliko rezine debla. Prerezi rezin so v programu proporcionalno usklajeni glede na velikost prikazanega objekta. Zato so na sliki rezine s krajšimi vejami večje dimenzije kot rezine z daljšimi vejami.

### 5.2.2 Rezultati rezin po izravnavi z MNK

V preglednici 16 so podane ocenjene vrednosti in natančnosti parametrov valja vsake rezine z MNK. Odstopanja  $d$  so prikazana v prilogi A.

Preglednica 16: Ocene parametrov valja ter pripadajoče natančnosti sedmih rezin po izravnavi z MNK.

Rezina	nop [št. točk]	$P_0(x,y,z)$ [m]			$R'$ [m] $\sigma_{R'}$ [m]	Smerni vektor $\vec{s}'(a,b,c)$		
		$\sigma_{P_0}$ [m]				$\sigma_{\vec{s}'}$		
1.	284	-0,04151	0,08615	-3,68025	0,17464	-0,00056	0,00012	1,00000
		0,00040	0,00038	0,00031	0,01761	0,00227	0,00223	0,00000
2.	171	-0,00033	0,08877	-2,00024	0,16417	-0,00038	0,00021	1,00000
		0,00051	0,00041	0,00035	0,01858	0,00308	0,00255	0,00000
3.	106	0,03569	0,10669	-0,00032	0,15906	0,00013	-0,00022	1,00000
		0,00061	0,00042	0,00035	0,01872	0,00379	0,00265	0,00000
4.	98	0,08809	0,12903	1,99983	0,15067	0,00012	-0,00048	1,00000
		0,00049	0,00033	0,00027	0,01652	0,00317	0,00220	0,00000
5.	37	0,13002	0,15318	3,99969	0,14669	-0,00143	-0,00111	1,00000
		0,00116	0,00073	0,00060	0,02445	0,00768	0,00495	0,00001
6.	27	0,18835	0,16338	6,00071	0,14277	0,00130	0,00097	1,00000
		0,00065	0,00067	0,00054	0,02321	0,00453	0,00475	0,00001
7.	16	0,20570	0,19255	7,81983	0,13420	-0,00062	0,00189	1,00000
		0,00191	0,00116	0,00118	0,03441	0,01384	0,00871	0,00002

**Komentar preglednice 16:** Iz preglednice je razvidno, da gostota  $nop$  točk na sredini vsake rezine, v pasu  $\pm 1$  mm, z višino drevesa pada in prav tako se z višino drevesa zmanjšuje radij  $R'$  drevesa. Prav tako pa se z manjšanjem števila  $nop$  slabša natančnost določitve točke na osi valja  $P_0$ , orientacije valja  $\vec{s}'$  in radija valja  $R'$ . Vzrok za ta pojav lahko pojasnimo z enačbama (11) in (12). Z večanjem nadštevilnih opazovanj se umetno povečuje imenovalc in s tem posledično tudi ocene parametrov, kar je razvidno iz enačbe (11) za referenčno varianco a-posteriori (Grigillo, Stopar, 2003, 389 str):

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{d^T P d}{r} \quad (11)$$

$$r = n - n_0, \quad (12)$$

kjer je  $r$  število nadštevilnih opazovanj,  $n$  – število opazovanj in  $n_0$  – minimalno število opazovanj potrebnih za enolično rešitev problema.  $P$  – matrika uteži vektorja opazovanj in  $d$  – vektor popravkov opazovanj.

Maksimalna vrednost odstopanja  $d$  znaša 1,66 cm pri prvi in 1,77 cm pri drugi rezini. Najmanjša vrednost odstopanja  $d$  znaša 0,03 cm pri šesti in 0,04 cm pri sedmi rezini (glej Priloga A).

### 5.3 Delitev drevesnega debla na štirinajst rezin

V tem podpoglavju deblo podrobneje razdelimo na 14 rezin po intervalu višinske komponente  $z$  od -5 do 9. Pri tem opazamo, da si lahko pri delitvi na 14 rezin »privoščimo« veliko večje število iteracij kot pri delitvi na 7 rezin, saj je že osnovna množica števila točk v vsaki rezini manjša.

Preglednica 17: Fiksno izbrane, eksperimentalne vrednosti parametrov, uporabljene pri eksperimentu štirinajstih rezin.

<i>min_R</i> [m]	0,130
<i>max_R</i> [m]	0,185
<i>toleranca</i> [m]	0,025
<i>odst</i> [m]	0,070

Preglednica 18: Spreminjajoči se, eksperimentalni parametri v primeru štirinajstih rezin.

Rezina	Število točk	$i$	$ii$	$Knn$	$r$ [m]	$Min\_points\_cyl$
1.	52790	2709946	485	15	0,015	40000
2.	137064	1756758	92	15	0,015	100000
3.	115062	2029867	107	15	0,015	90000
4.	93060	2545524	148	10	0,015	80000
5.	77424	3115647	213	10	0,015	70000
6.	61319	3190897	207	10	0,015	50000
7.	50810	3545726	271	15	0,025	40000
8.	42717	4186140	314	15	0,025	30000
9.	34086	4632895	223	15	0,025	20000
10.	32867	4153407	271	10	0,025	15000
11.	33980	4589807	160	10	0,025	15000
12.	27143	5755714	88	10	0,030	12000
13.	25549	7816109	231	10	0,030	8000
14.	16129	5591061	243	5	0,030	5000

\*  $ii$  – število uspešnih poskusov izbranih med  $i$  iteracij, ki ustrezajo vsem kriterijem v Algoritmu Ransac.

**Komentar preglednice 18:** Prve tri rezine ne vsebujejo vej, zato ne potrebujemo velikega števila iteracij  $i$ . Tega pa ne moremo trditi pri ostalih rezinah, zato v teh primerih zagotovimo dovolj veliko število iteracij in posledično dovolj veliko število uspešnih poskusov  $ii$  ob fiksno določenih eksperimentalnih vrednostih (Preglednica 17). Iz takega reprezentativnega vzorca pričakujemo ustrezno rešitev.

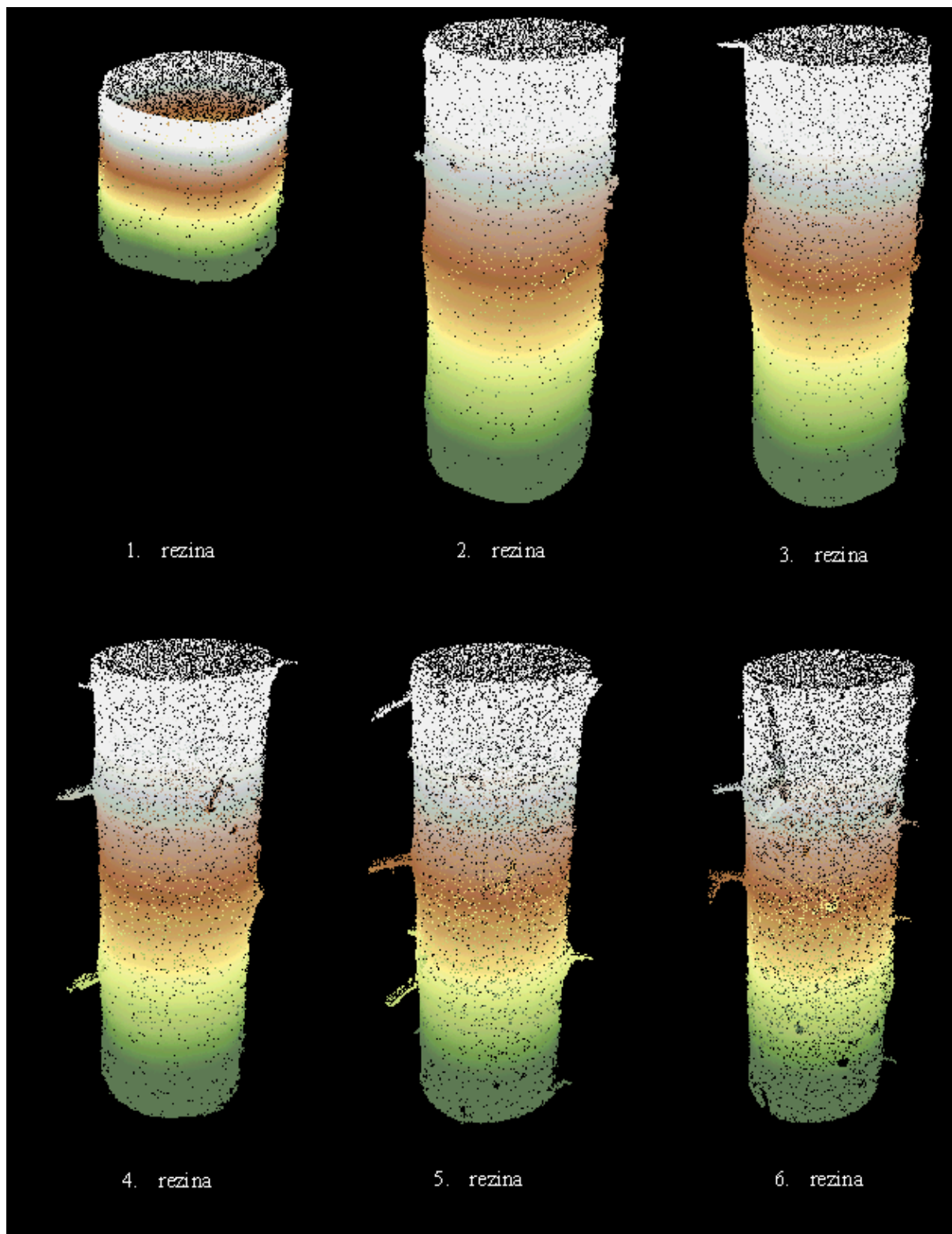
### 5.3.1 Rezultati algoritma RANSAC

Preglednica 19: Rezultati algoritma RANSAC za delitev na štirinajst rezin.

Rezina	$Sr(x,y)$ [m]	$R$ [m]	Smerni vektor $\vec{s}(a,b,c)$	$S'$ [št točk]	$S''$ [št točk]	$S'-S''$
1.	-0.3992 -0.0537	0,1772	-0.0172 -0.0037 0.9998	52790	52407	383
2.	0.1348 0.1646	0.1743	0.0130 0.0046 0.9999	137048	136212	836
3.	0.2933 0.0609	0.1696	-0.0081 0.0066 0.9999	114791	113920	871
4.	-0.0981 -0.0825	0.1631	-0.0014 0.0148 0.9999	93053	92806	247
5.	0.0937 0.0468	0.1762	0.0168 0.0661 0.9977	76072	75803	269
6.	0.0751 0.0883	0.1583	-0.0581 -0.1122 0.9920	59996	59761	235
7.	-0.0467 -0.0514	0.1694	0.0434 0.0592 0.9973	47645	47496	149
8.	-0.1771 0.2118	0.1537	0.0362 0.0452 0.9983	39953	39820	133
9.	0.2093 -0.2896	0.1727	-0.0363 0.0190 0.9992	27093	26871	222
10.	0.1297 -0.1317	0.1741	-0.0334 0.0310 0.9990	26617	26559	58
11.	-0.1010 0.1447	0.1574	-0.0360 0.0259 0.9990	20874	20733	141
12.	-0.5318 0.4522	0.1418	0.0244 0.0371 0.9990	15739	15651	88
13.	0.3846 -0.0259	0.1591	0.0028 -0.0399 0.9992	13889	13753	136
14.	-0.1683 0.0244	0.1611	0.0076 -0.0386 0.9992	6558	6508	50

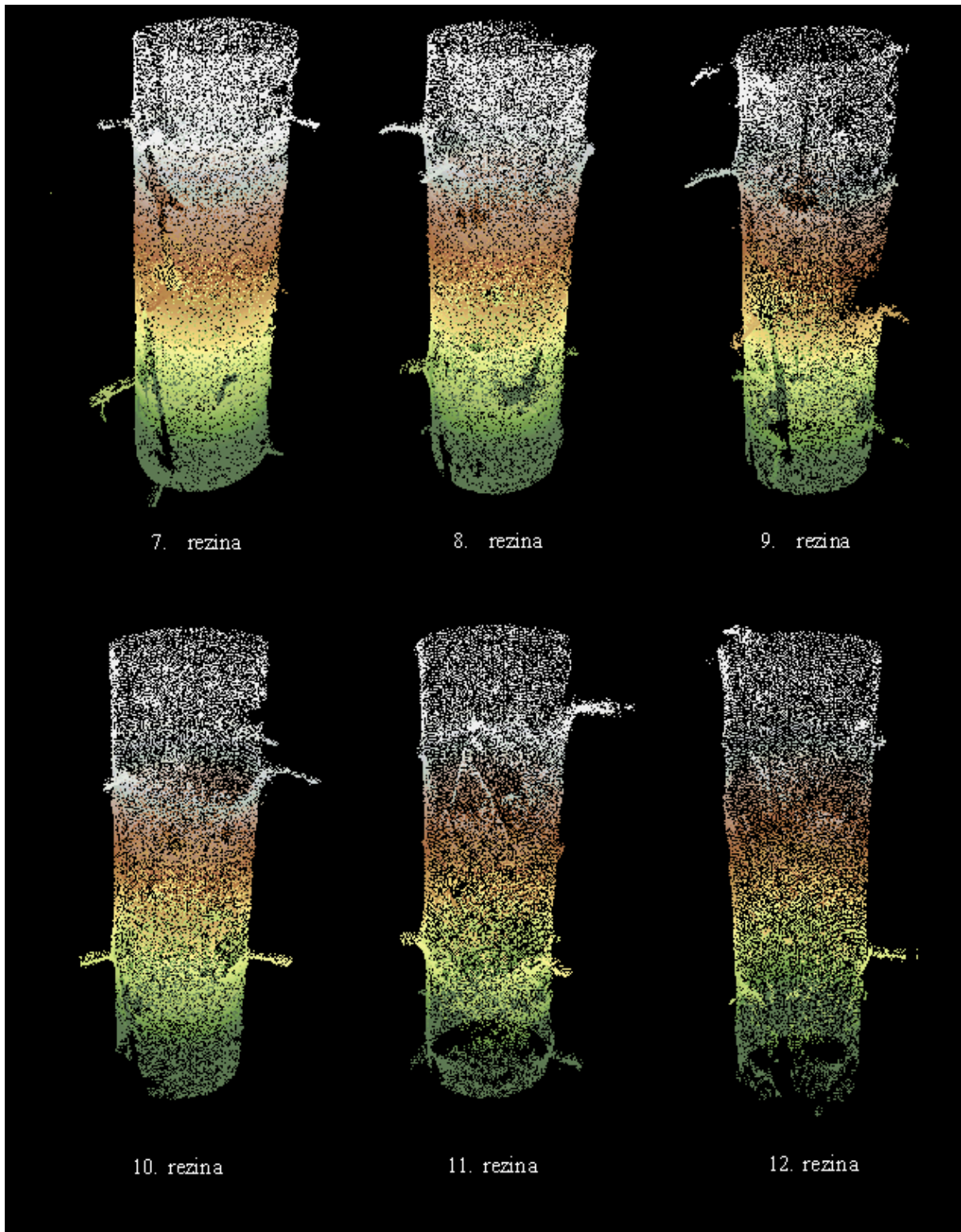
**Komentar preglednice 19:** Tudi tukaj so podobna opažanja kot jih opisujemo v preglednici 15, razen v primeru stolpca  $S'-S''$ . Iz primerjave med  $S'$  in  $S''$  ne moremo reči, da gostota točk v oblaku točk z višino drevesa pada. Vrednosti  $S''$  so v veliki meri odvisne od izbire parametrov  $Knn$  in  $r$ .

Na sliki 25 so prikazani rezultati ekstrakcije oblike debla iz oblaka točk z uporabo algoritma RANSAC.



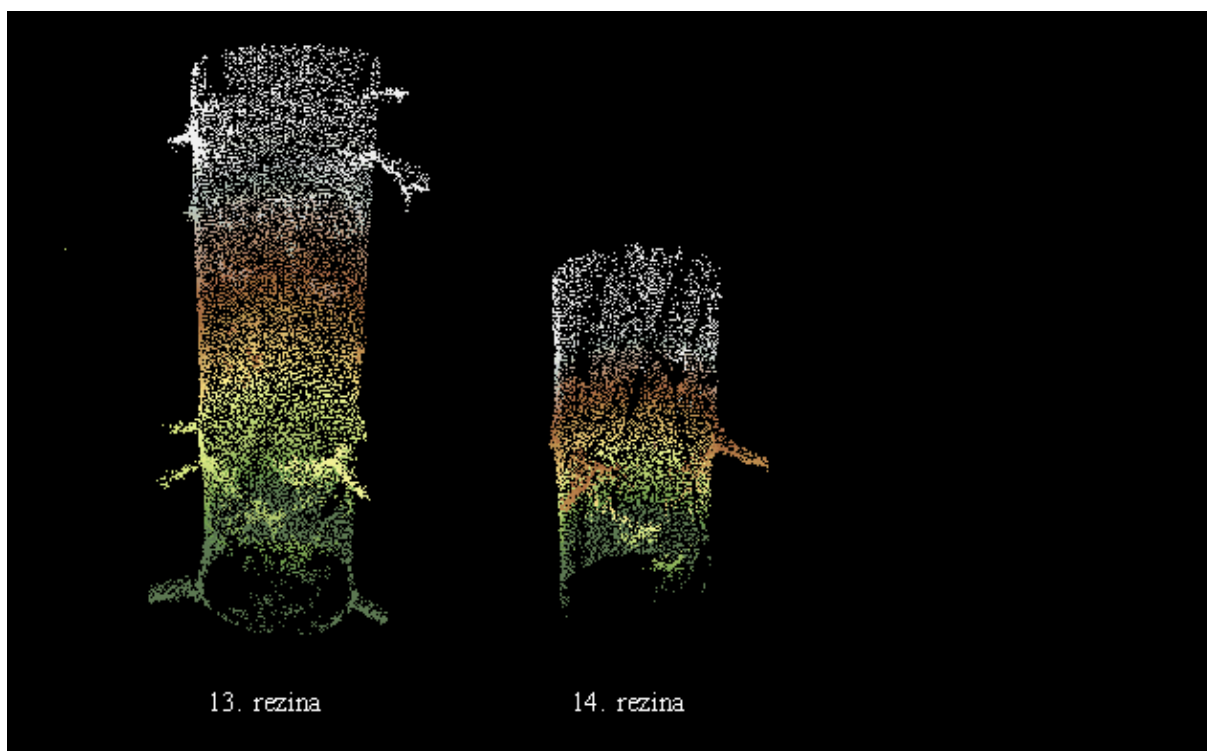
se nadaljuje...

... nadaljevanje slike 25



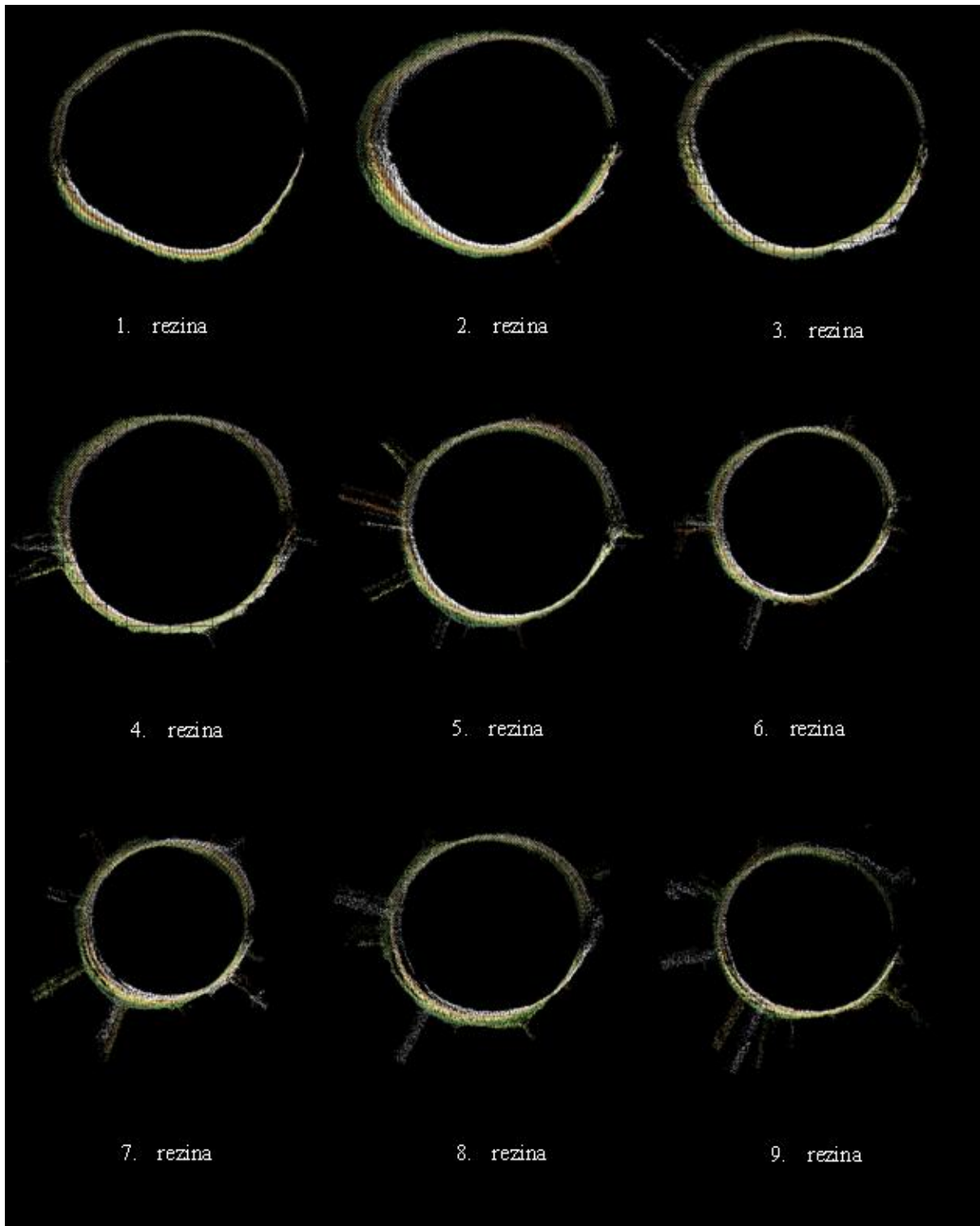
se nadaljuje...

... nadaljevanje slike 25



se nadaljuje...

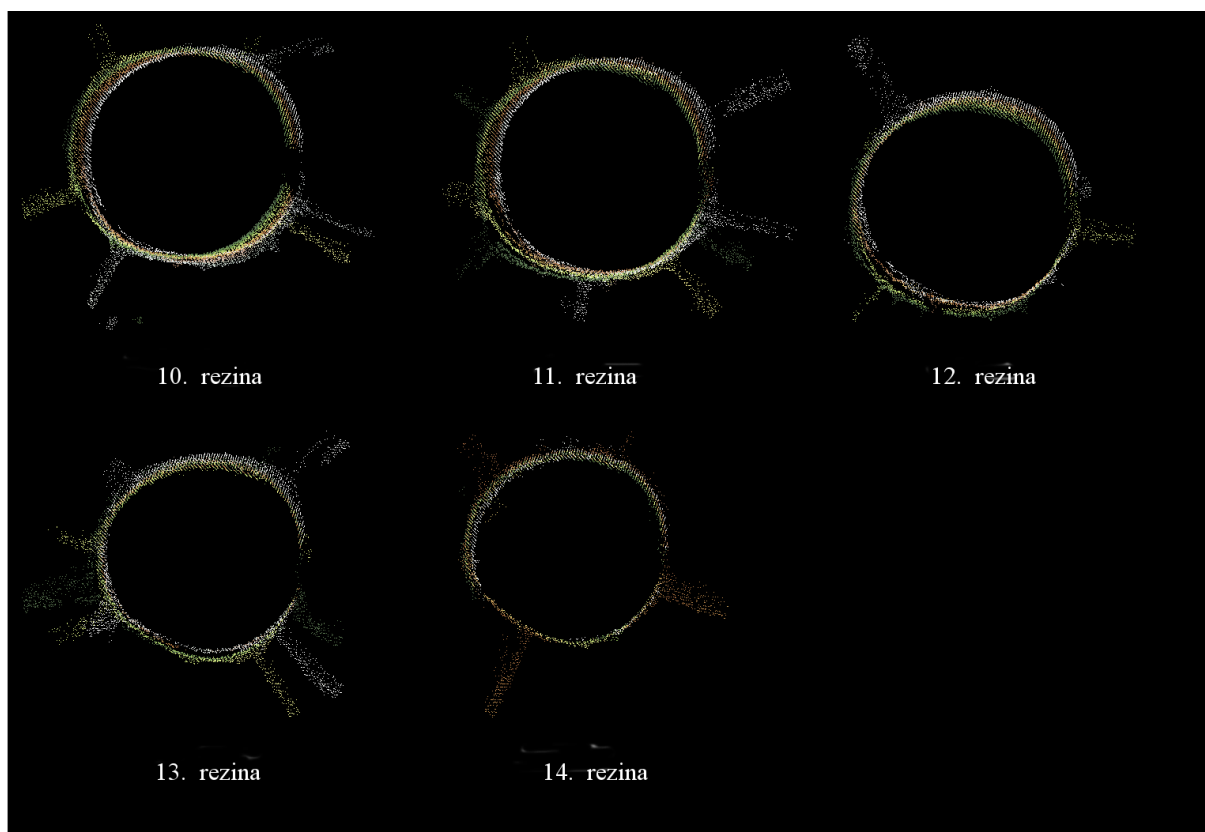
... nadaljevanje slike 25



se nadaljuje...



... nadaljevanje slike 25



Slika 25: Prikaz horizontalne delitve debla na rezine ter tlorisni pogled 14 rezin (prikaz v programu FugroViewer).

**Komentar slike 25:** Na sliki smo vizualno predstavili ekstrahirane oblake točk vseh 14 rezin s pripadajočimi preseki. Tudi tukaj so enaka opažanja kot pri sliki 24. Gostota točk se z višino drevesa zmanjšuje. Od 6. rezine naprej so na deblu opazne luknje, ki se stopnjujejo z višino drevesa. Do lukenj v obdelanem oblaku točk pride zaradi vej in listja ter njihovih senc. Iz tlorisnih pogledov rezin sklepamo na obliko valja. Pri tlorisu prve in druge rezine opazimo odstopanja horizontalnega prereza od kroga. Vsi horizontalni prerezi, razen v primeru druge rezine, imajo tanek tlorisni rob in s tem nakazujejo na valjasto obliko rezine debla. Dobljeni rezultati kažejo, da se z delitvijo debla na več rezin bolje približamo dejanski obliki debla, če posamezno rezino aproksimiramo z valjem. Prerezi rezin so v programu proporcionalno usklajeni glede na velikost prikazanega objekta. Zato so na sliki rezine s krajšimi vejami večje dimenzije kot rezine z daljšimi vejami.

### 5.3.2 Rezultati rezin po izravnavi z MNK

V preglednici 20 so podane ocenjene vrednosti in ocene natančnosti parametrov valja vsake rezine z MNK. Odstopanja  $d$  so prikazana v prilogi A.

Preglednica 20: Ocene parametrov valja ter pripadajoče natančnosti štirinajstih rezin po izravnavi z MNK.

Rezina	nop [št. točk]	$P_0(x,y,z)$ [m]			$R'$ [m]	Smerni vektor $\vec{s}'(a,b,c)$		
		$\sigma_{P_0}$ [m]			$\sigma_{R'}$ [m]	$\sigma_{\vec{s}'}$		
1.	251	-0.05716	0.08050	-4.18025	0.18171	0.00004	0.00035	1.00000
		0.00066	0.00054	0.00045	0.02115	0.00352	0.00302	0.00000
2.	228	-0.03594	0.08420	-3.50014	0.17266	-0.00049	-0.00092	1.00000
		0.00047	0.00050	0.00041	0.02018	0.00265	0.00293	0.00000
3.	224	-0.01499	0.08770	-2.50030	0.16378	0.00056	0.00028	1.00000
		0.00047	0.00038	0.00032	0.01773	0.00278	0.00235	0.00000
4.	171	0.01046	0.09232	-1.50020	0.16195	-0.00035	-0.00053	1.00000
		0.00049	0.00042	0.00034	0.01839	0.00297	0.00267	0.00000
5.	134	0.02355	0.10145	-0.50028	0.15901	0.00052	0.00071	1.00000
		0.00045	0.00033	0.00027	0.01656	0.00278	0.00209	0.00000
6.	105	0.04792	0.10828	0.49965	0.15681	0.00042	0.00079	1.00000
		0.00058	0.00046	0.00038	0.01939	0.00370	0.00293	0.00000
7.	105	0.07340	0.12081	1.49970	0.15756	0.00069	-0.00066	1.00000
		0.00072	0.00049	0.00041	0.02013	0.00450	0.00309	0.00000
8.	73	0.09696	0.13736	2.49972	0.14893	0.00001	-0.00007	1.00000
		0.00056	0.00043	0.00035	0.01862	0.00370	0.00291	0.00000
9.	22	0.11394	0.15248	3.50010	0.14790	-0.00354	-0.00198	0.99999
		0.00114	0.00079	0.00077	0.02748	0.00783	0.00544	0.00004
10.	46	0.14658	0.15225	4.49978	0.14524	-0.00012	0.00143	1.00000
		0.00059	0.00045	0.00036	0.01892	0.00398	0.00313	0.00000
11.	50	0.17221	0.16119	5.49975	0.14223	0.00028	0.00024	1.00000
		0.00053	0.00038	0.00031	0.01765	0.00371	0.00269	0.00000
12.	19	0.19497	0.17705	6.49998	0.13865	-0.00076	0.00232	1.00000
		0.00085	0.00109	0.00083	0.02869	0.00612	0.00793	0.00002
13.	21	0.20813	0.18063	7.49984	0.14084	0.00068	-0.00049	1.00000
		0.00100	0.00159	0.00119	0.03424	0.00712	0.01144	0.00001
14.	19	0.22125	0.20307	8.32087	0.13444	-0.00094	0.00186	1.00000
		0.00128	0.00117	0.00090	0.02996	0.00934	0.00883	0.00002

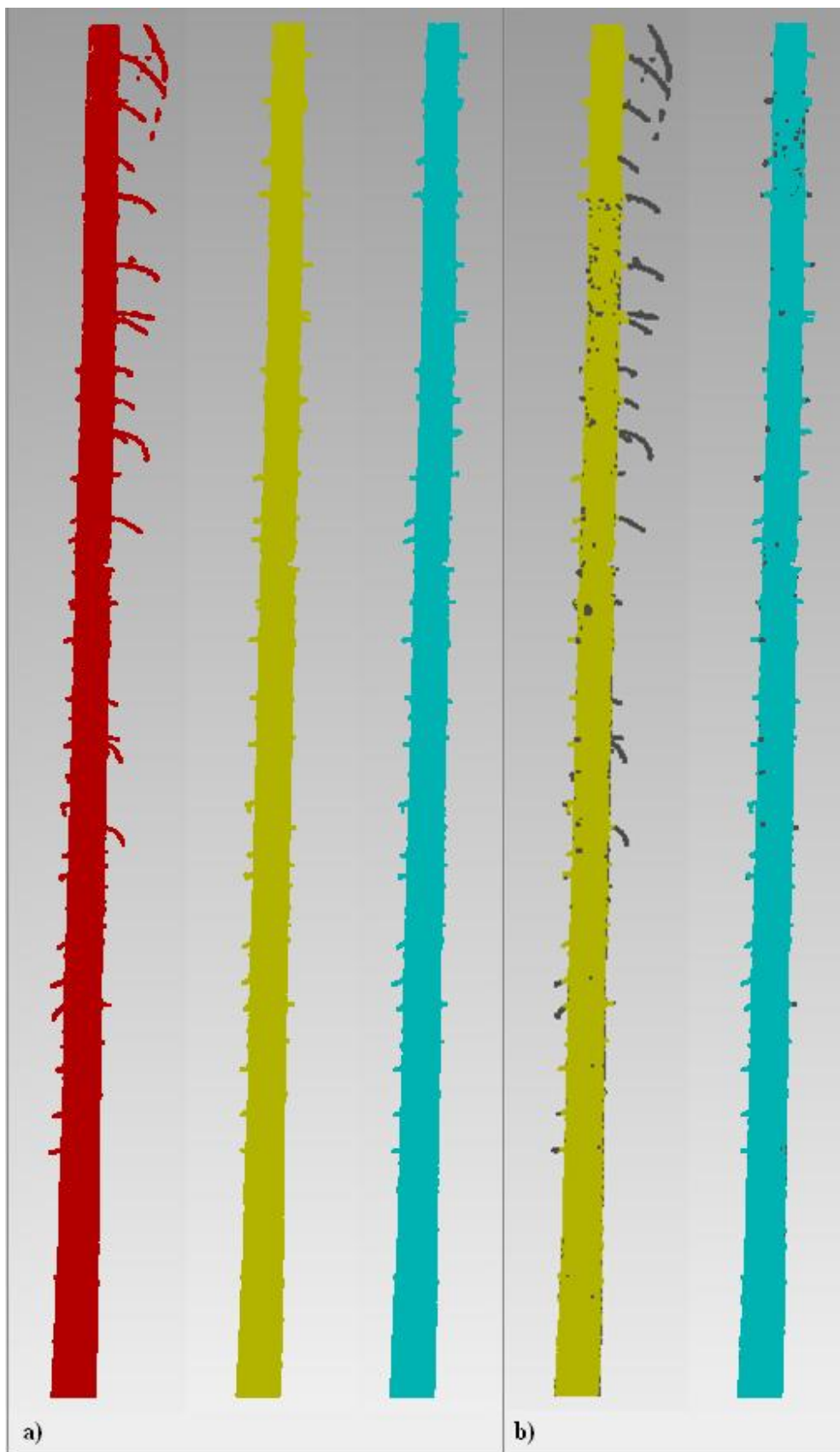
**Komentar preglednice 20:** Pri rezini 12 pride do manjšega premera  $R'$  kot pri naslednji rezini 13. Če bi milimetrski pas po višinski komponenti premaknili že za samo 1 mm dol ali gor, bi takoj dobili malenkost drugačne vrednosti radija. Če bi ga premaknili navzdol, bi radij  $R'$  po izravnavi znašal 0,14024 m in bi bil izračunan na podlagi 27 točk (nop). Podobno velja za 12., 13. in 14. rezino, saj imajo zelo malo nop točk. Iz tega tudi sledi slabša določitev in ocena natančnosti ( $\sigma_{R'}$ ,  $\sigma_{P_0}$  in  $\sigma_{\vec{s}'}$ ) parametrov rezin. Ostala opazanja so enaka kot v preglednici 16.

Maksimalna vrednost odstopanja  $d$  znaša 2,23 cm pri prvi in 2,24 cm pri četrti rezini. Najmanjša vrednost pa znaša 0,002 cm pri dvanajsti in 0,03 cm pri trinajsti rezini (glej Priloga A).

## **5.4 Primerjava različnih delitev debla na rezine**

### **5.4.1 Oblak točk drevesnega debla**

V programu Geomagic studio smo prikazali končne rezultate ekstrahiranih oblakov točk v primeru ene, sedmih in štirinajstih rezin (slika 26). To pomeni, da smo posamezne rezine ekstrahiranih oblakov točk 7 in 14 rezin med seboj združili in dobili prikaz ekstrahiranega oblaka točk celotnega debla. Kot lahko opazimo iz slike 26, se rezultata v drugem in tretjem primeru ne razlikujeta tako očitno, kot se prvi rezultat napram obema. Za podrobnejši prikaz smo prekrili oblak točk pridobljen iz ene rezine z oblakom točk sedmih rezin (slika 26b, levo) ter oblak točk pridobljen iz sedmih rezin z oblakom točk štirinajstih rezin (slika 26b, desno). Pri tem je oblak točk ene rezine obarvan sivo, oblak točk sedmih rezin pa s temno zeleno (levo), oblak točk sedmih rezin s sivo in oblak točk štirinajstih rezin z modro barvo (desno). Na sliki 26b torej s sivo barvo prikažemo neskladja med ekstrahiranimi oblaki točk, pridobljenimi na različne načine.



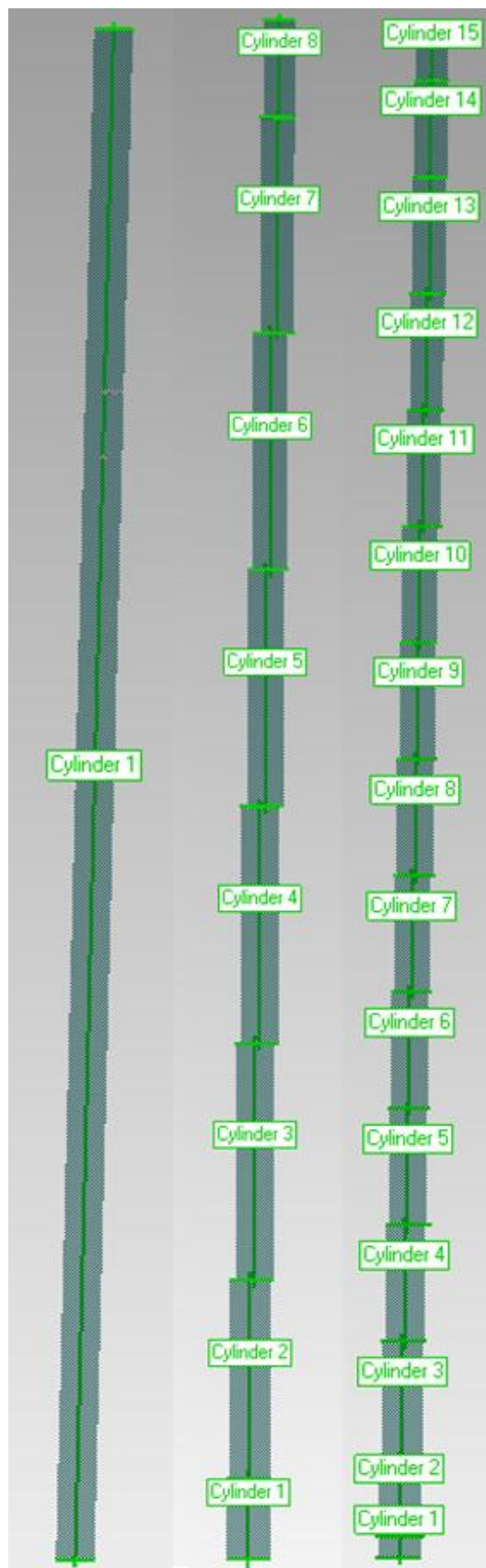
Slika 26: a) Ekstrahiran oblak točk ene (levo), sedmih (sredina), štirinajstih (desno) rezin, b) Primerjava oblaka točk ene rezine z oblakom točk sedmih rezin (levo) ter primerjava oblaka točk sedmih rezin z oblakom točk štirinajstih rezin (desno) (prikaz v programu Geomagic Studio 12).

**Komentar slike 26:** Iz slike se opazi bistvena razlika, v prisotnosti vej med oblakom točk 1 rezine napram 7 in 14 rezin. Oblaka točk 7 in 14 rezin sta zelo primerljiva med seboj in vsebujeta skoraj enako količino neodstranjenih vej, zato smo ju na sliki 26b (desno) med seboj vizualno primerjali. Kljub veliki podobnosti so opazna minimalna odstopanja. Torej lahko rečemo, da z delitvijo debla na več rezin omogočimo točnejšo ekstrakcijo 3D točk debla iz osnovnega oblaka točk ter večjo eliminacijo vej (šuma). Iz tega lahko sklepamo, da še pri preciznejši delitvi debla na rezine lahko pridelamo takšen oblak točk debla, ki vsebuje še manj vej kot v primeru oblaka točk s 14 rezinami.

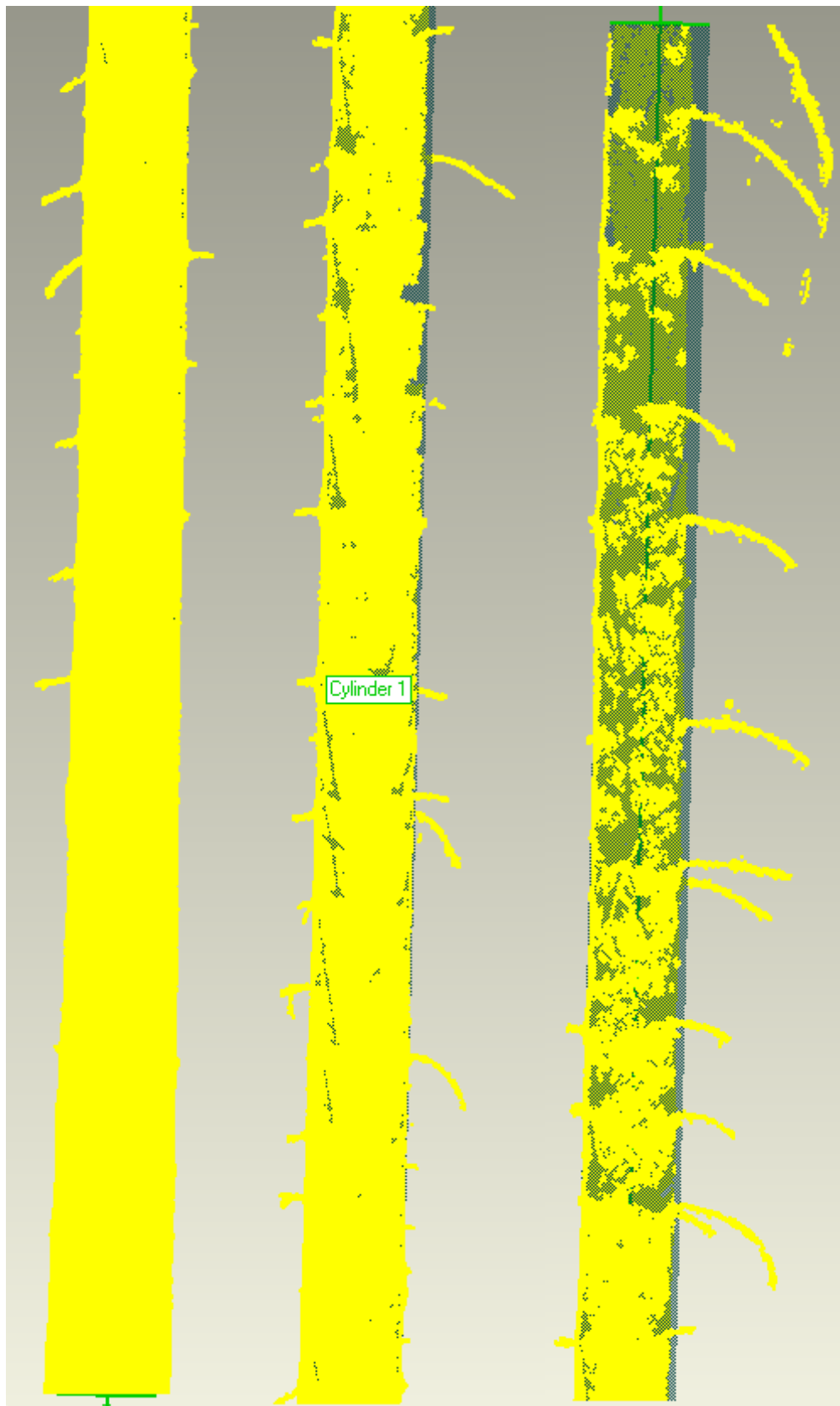
#### 5.4.2 3D model drevesnega debla

Programska oprema Geomagic Studio 12 ponuja možnost parametričnega modeliranja kot tudi funkcije preciznega ujemanja geometrije modela. Omogoča pretvorbo skeniranih 3D podatkov v natančen digitalni 3D model. Za nas je Geomagic Studio pomembno orodje za »pretvorbo« oblaka točk v prostorninski model. Na podlagi ocen parametrov po MNK v programu Matlab smo izdelali izris 3D modela valja. Odločili smo se, da bomo v Matlabu na sredini (po višini) vsake rezine debla ter na najnižji in najvišji točki dela debla izračunali pripadajoče parametre valja. Nato smo s pomočjo izračunanih parametrov ustvarili dva različna 3D model drevesnega debla v programu Geomagic Studio. Prvič smo za primer ene rezine uporabili funkcijo »Best Fit«, ki prilega valj izbrani regiji točk. Drugič, za primer sedmih in štirinajstih rezin, smo uporabili »Base and Height« način modeliranja, kjer so elementi valja določeni z izhodiščno točko  $P_0$ , vektorjem v smeri njene osi  $\vec{s}$ , premerom ( $2 \cdot R$ ) ter z višino rezine debla.

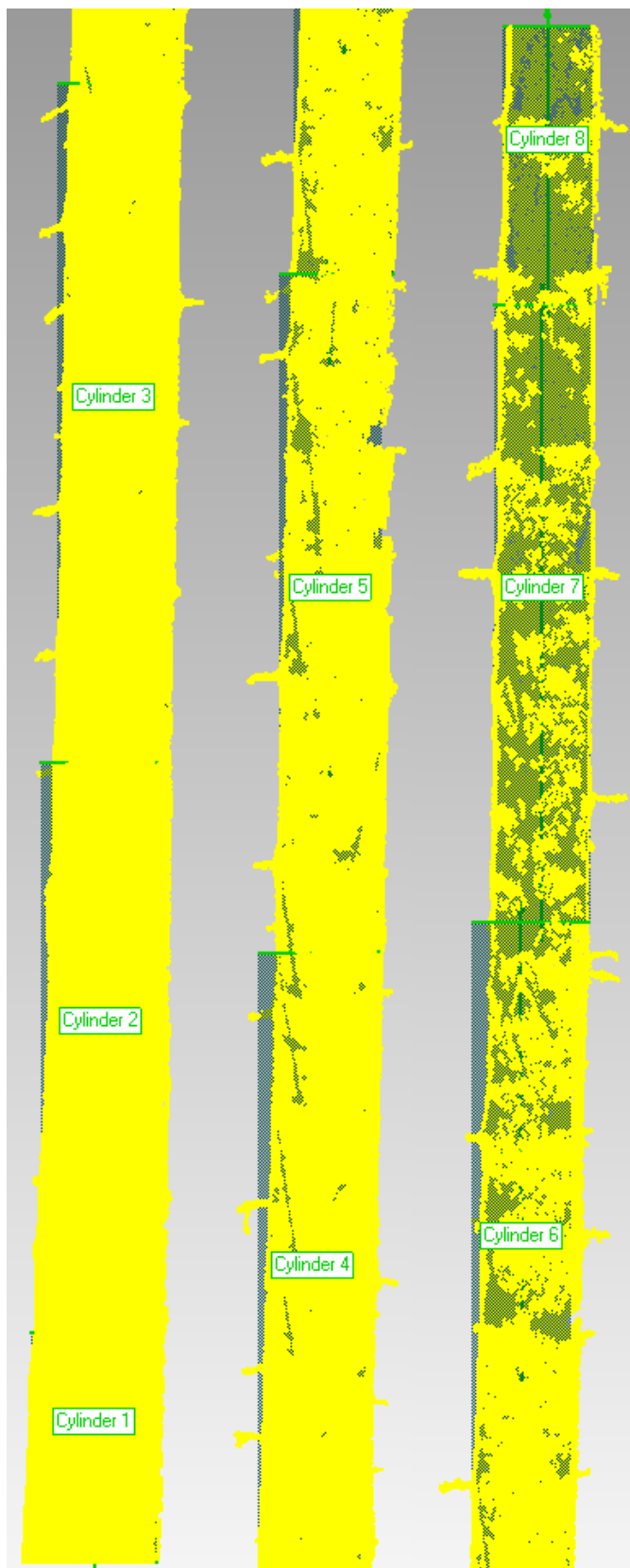
Primerjava izdelanih 3D modelov debla je prikazana na sliki 27. Nakar smo primerjali ujemanje 3D modela valja z ekstrahiranim oblakom točk debla, pridobljenim z algoritmom RANSAC. Iz slik 28, 29 in 30 opazimo, da so najmanjša odstopanja posamezne rezine med 3D modelom valja in ekstrahiranim oblakom točk debla najboljša pri delitvi debla na 14 rezin (slika 30). Tukaj smo vizualno predstavili odstopanja med oblakom točk ter abstraktnim modelom debla. V nadaljevanju pa bomo to odstopanje 3D točk od modela še numerično predstavili s pomočjo odstopanj  $d$ .



Slika 27: 3D model debla ene rezine (levo), sedmih rezin (na sredini) in štirinajstih rezin (desno) (prikaz v programu Geomagic Studio 12).

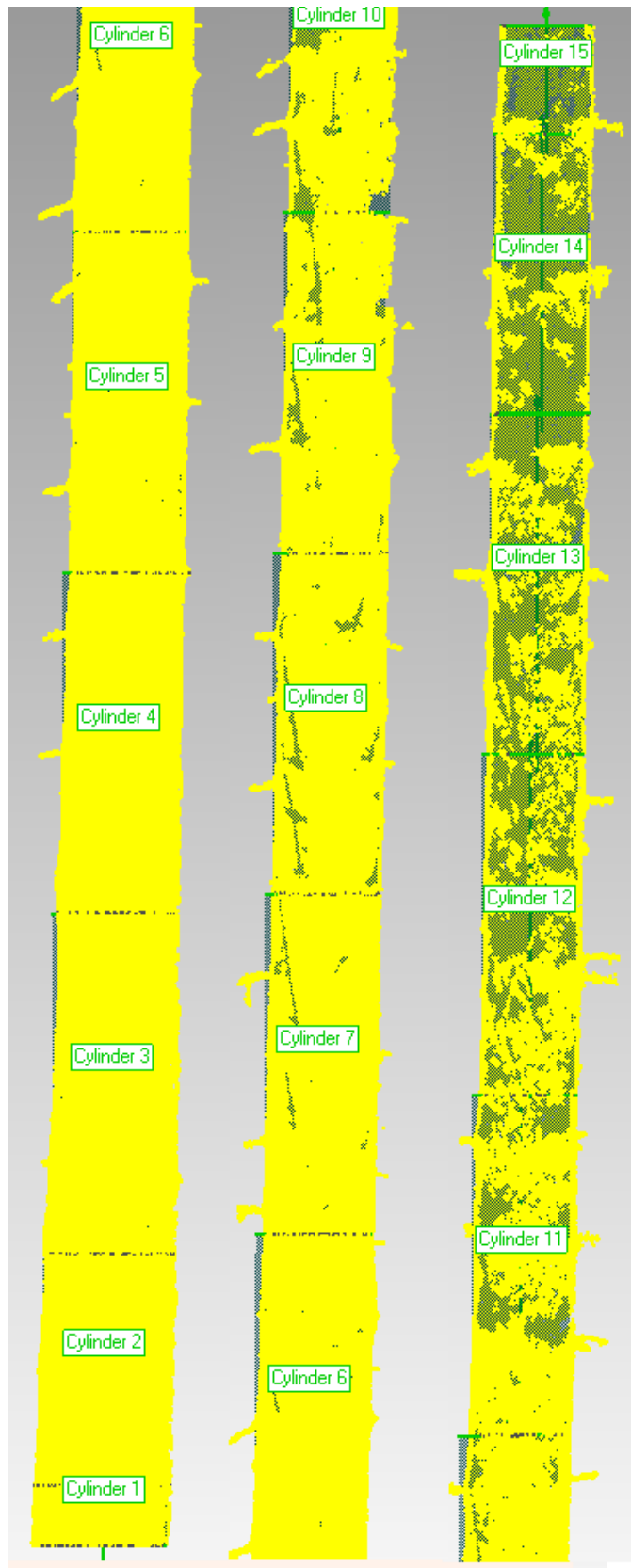


Slika 28: Primerjava ujemanja 3D modela valja z ekstrahiranim oblakom točk ene rezine (levo – spodnji del, sredina – srednji del, desno – zgornji del drevesa) (prikaz v programu Geomagic Studio 12).



Slika 29: Primerjava ujemanja 3D modela valja z ekstrahiranim oblakom točk sedmih rezin (levo – spodnji del, sredina – srednji del, desno – zgornji del drevesa) (prikaz v programu Geomagic Studio 12).





Slika 30: Primerjava ujemanja 3D modela valja z ekstrahiranim oblakom točk štirinajstih rezin (levo – spodnji del, sredina – srednji del, desno – zgornji del drevesa) (prikaz v programu Geomagic Studio 12).

**Komentar slike 27:** Rezultati 3D modelov debla so pokazali, da drevo ni strogo vertikalno, ampak se iz naše perspektive pogleda minimalno nagiba glede na horizontalna tla. To je še bolj poudarjeno pri delitvi debla na več rezin. S slike je tudi razvidno, da z večanjem števila valjev omogočimo podrobnejši prikaz »dejanske« oblike debla.

**Komentar slik 28, 29 in 30:** Primerjava ekstrahiranega oblaka točk s 3D modelom debla kaže, da z geometrijskim telesom valjem lahko opišemo »dejansko« obliko dela debla. To hipotezo tukaj prikažemo slikovno z vizualnimi odstopanji med valjem in ekstrahiranim oblakom točk dela debla.

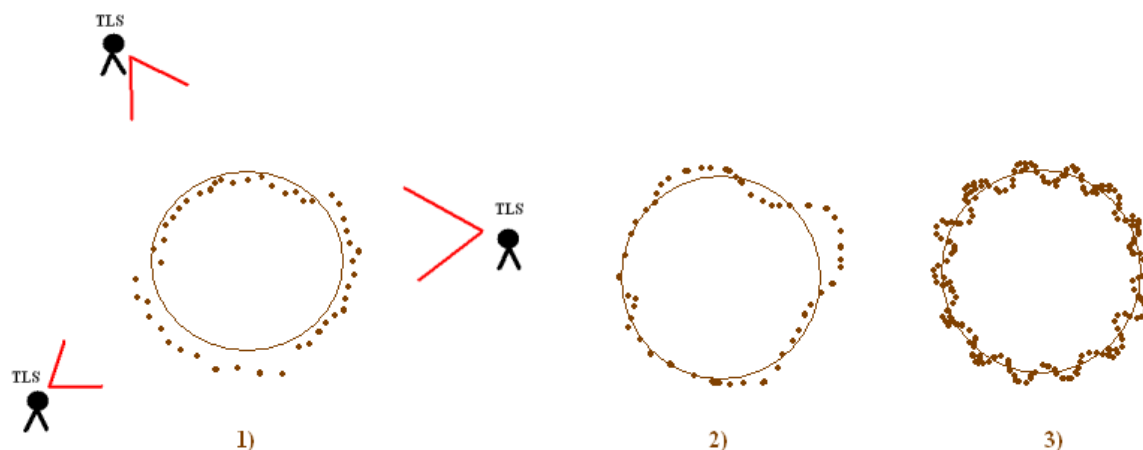
Na slikah 28, 29 in 30 opazimo, da je najslabše ujemanje oblike med ekstrahiranim oblakom točk in modelom debla v primeru 1 rezine, najboljše ujemanje posameznega dela debla z obliko valja pa v primeru 14 rezin. Iz slike 26 pa je razvidno, da dobimo najtočnejši prikaz 3D modela debla pri delitvi na 14 rezin. Z dobljenimi prikazi na slikah smo vizualno dokazali, da z delitvijo debla na več manjših valjev dobimo boljše ujemanje med ekstrahirano obliko in modelom debla. To pojasnimo tako, da pri manjših rezinah nagnjenost ravnine treh najboljših točk ne vpliva tako močno na končni rezultat kot pri večjih rezinah, zato zagotovo dobimo boljše rezultate pri delitvi debla na 7 in 14 rezin kot pri delitvi na 1 rezino. Vpliv parametra *toleranca* se zmanjšuje z manjšanjem višine valja ali debeline rezine. Iz tega sledi, da v eksperimentu dobimo najboljši 3D model drevesnega debla v primeru 14 rezin.

#### 5.4.3 Interpretacija odstopanj *nop* točk v oblaku točk od modela valja

Z MNK smo izračunali odstopanja  $d$  v pasu širine 2 cm, kjer se nahaja *nop* točk. Odstopanja  $d$  opisujejo oddaljenost vsake *nop* točke do površine valja. Torej vrednosti  $d$  nosijo informacijo o odstopanju ekstrahiranega oblaka točk od abstraktnega modela.

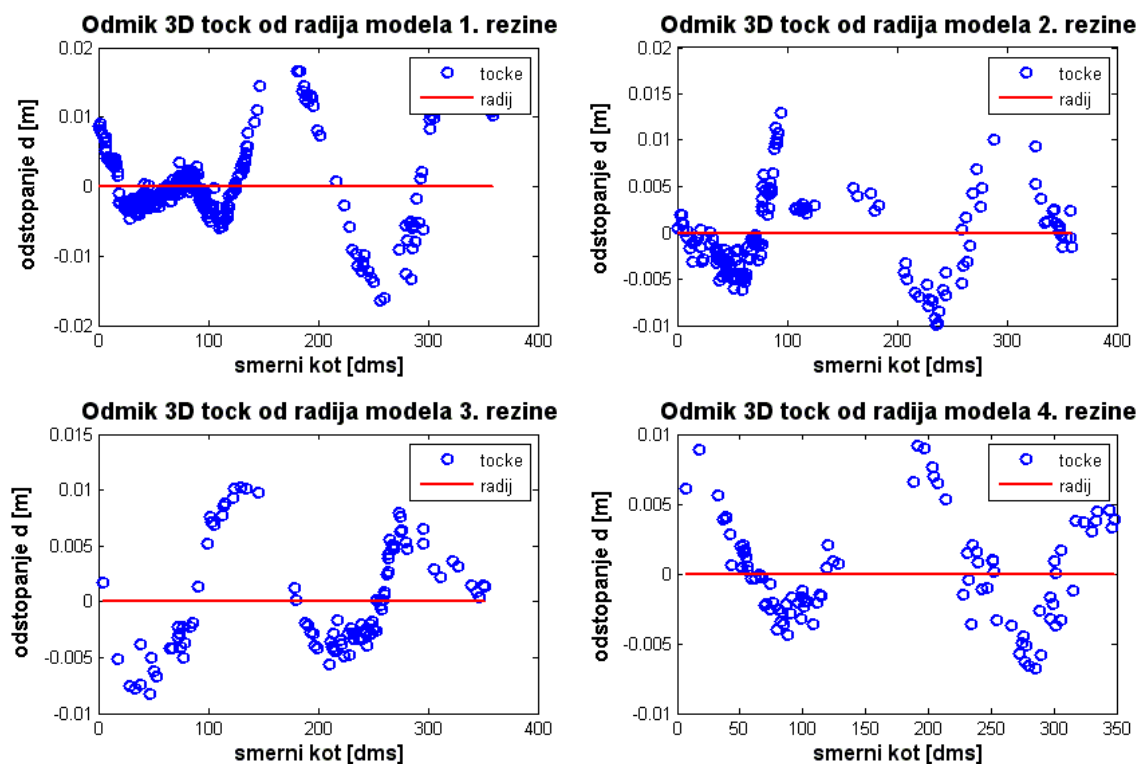
Na odstopanja  $d$  vplivajo naslednji dejavniki:

- natančnost inštrumenta in meritev,
- napaka registracije (slika 31, 1)),
- poenostavitve – definicija abstraktnega modela,
  - horizontalni presek debla je krog (slika 31, 2)),
  - rezina debla je valj,
- lubje drevesnega debla (slika 31, 3)),
- neodstranjene veje.



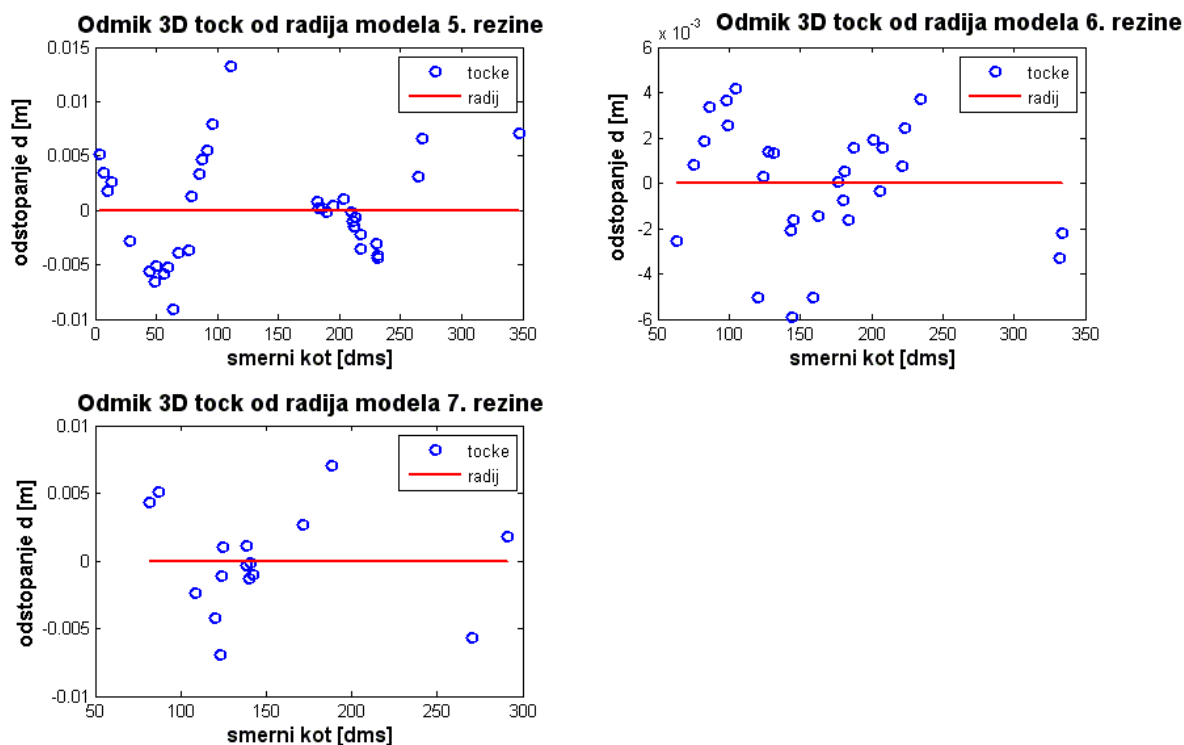
Slika 31: Dejavniki, ki vplivajo na odstopanje modela od oblaka točk. 1) Vpliv napake registracije, 2) Vpliv definicije abstraktnega modela, 3) Vpliv drevesnega lubja (prikaz v orodju Slikar).

Odstopanja  $d$  smo prikazali v odvisnosti od smernega kota. Grafi za primer delitve debla na sedem rezin so na sliki 32.



se nadaljuje...

... nadaljevanje slike 32



Slika 32: Vektorji odstopanj *nop* točk od radija modela valja (prikaz v programu Matlab).

**Komentar slike 32:** Iz razporeditve točk okoli radija (rdeča črta) lahko zaznamo, da ni prišlo do napake registracije, saj ni vidnih zveznih prehodov krivulje, tvorjene iz točk. Tam, ker so točke tako na gosto skupaj, da jih med seboj ne moremo ločiti, se kaže vpliv lubja ali drevesne skorje (primer 1. rezine). Kjer točke sledijo sinusni krivulji, gre za neodstranjen vpliv neznanih dejavnikov na meritve (primer 5. rezine). Pri 6. rezini iz razporeditve točk okoli radija sklepamo na prisotnost vej. Tudi iz teh prikazov je opazno, da gostota točk z višino pada.

Iz priloge A smo prepisali največje vrednosti odstopanj  $d$  v preglednici 21.

Preglednica 21: Največje vrednosti odstopanj  $d$ , v vseh treh primerih delitve debla na rezine.

	1 rezina	7 rezin	14 rezin
$d_{max}$ [cm]	1,10	1,77	2,24

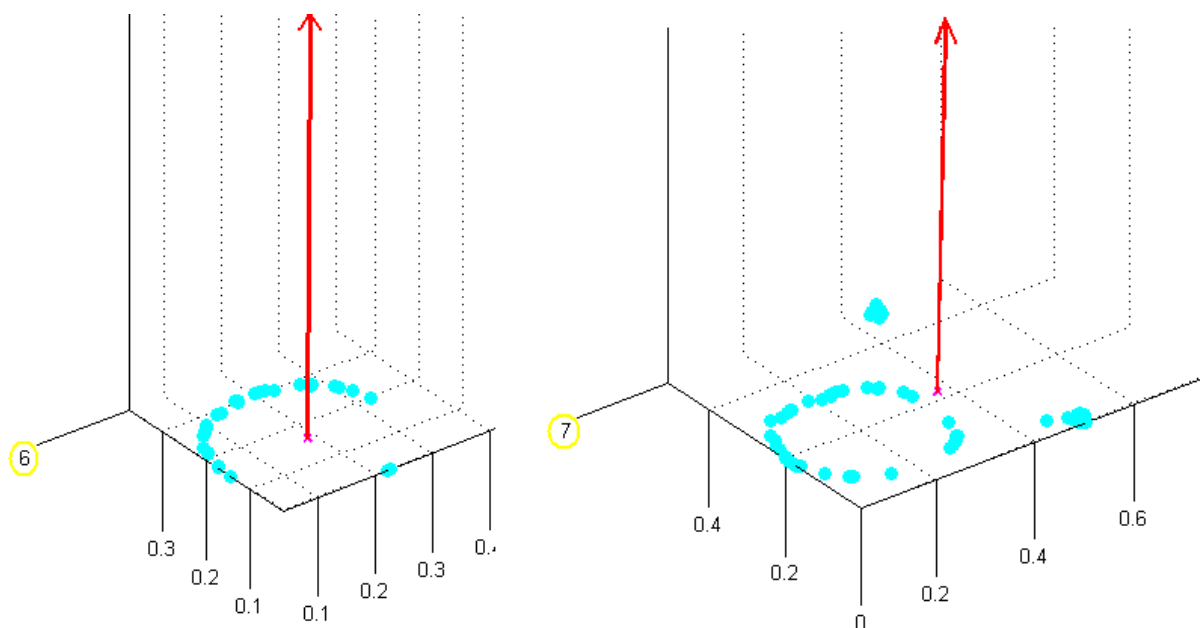
**Komentar preglednice 21:** Iz maksimalnih vrednosti odstopanj  $d$  lahko rečemo, da se ekstrahiran oblak točk in model debla razlikujeta za maksimalno 2,24 cm na določenem delu izseka debla.

Preglednica 22: Standardne deviacije v vseh treh primerih delitve debla na rezine – za posamezno rezino.

Rezina	St. deviacija [cm]		
	1 rezina	7 rezin	14 rezin
1.	0,30	0,40	0,58
2.	-	0,37	0,40
3.	-	0,34	0,39
4.	-	0,26	0,38
5.	-	0,35	0,29
6.	-	0,20	0,34
7.	-	0,29	0,40
8.	-	-	0,28
9.	-	-	0,19
10.	-	-	0,24
11.	-	-	0,22
12.	-	-	0,24
13.	-	-	0,27
14.	-	-	0,36

**Komentar preglednice 22:** Na podlagi izračunanih standardnih deviacij lahko zagotovimo, da je splošna kakovost modela določena z natančnostjo boljše od 0,30 cm v primeru ene, 0,40 cm v primeru sedmih in 0,58 cm v primeru štirinajstih rezin. Pri tem pa moramo vzeti v zakup dejstvo, da so natančnosti izračunane le iz omejenega števila točk – *nop*, zato ta izračun ni povsem skladen z rezultati iz vizualnih prikazov na slikah 28, 29 in 30.

**Komentar preglednice 21 in 22:** Natančnost ene rezine ni dovolj reprezentativna, saj je izračunana le na sredini debla na relativni višini 2,13 m, kjer je predvideno najboljše ujemanje med horizontalno odsekanem stožcem in valjem (slika 18). Če bi obe vrednosti iz preglednic izračunali v pasu 2 mm na relativni višini 7 m (*nop* = 63), bi dobili vrednosti  $d_{max} = -13,85$  cm in *St. deviacija* = 5,10 cm, medtem ko na relativni višini 6 m (*nop* = 29) vrednosti znašajo  $d_{max} = -0,59$  cm in *St. deviacija* = 0,20 cm. Oba položaja sta predstavljena na sliki 33. Do podobnih ugotovitev bi prišli v primeru sedmih in štirinajstih rezin, zato ne moremo na podlagi teh izračunanih vrednosti trditi, da je najboljša kakovost modela v primeru sedmih rezin.



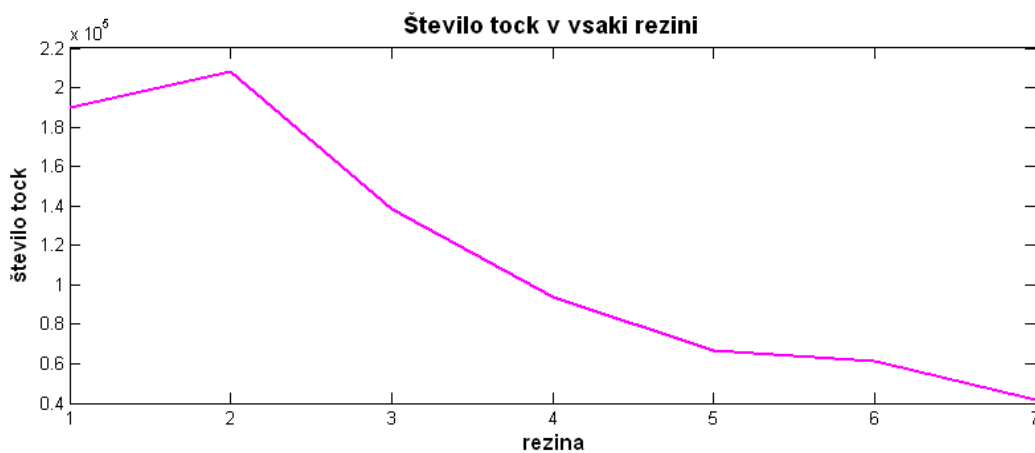
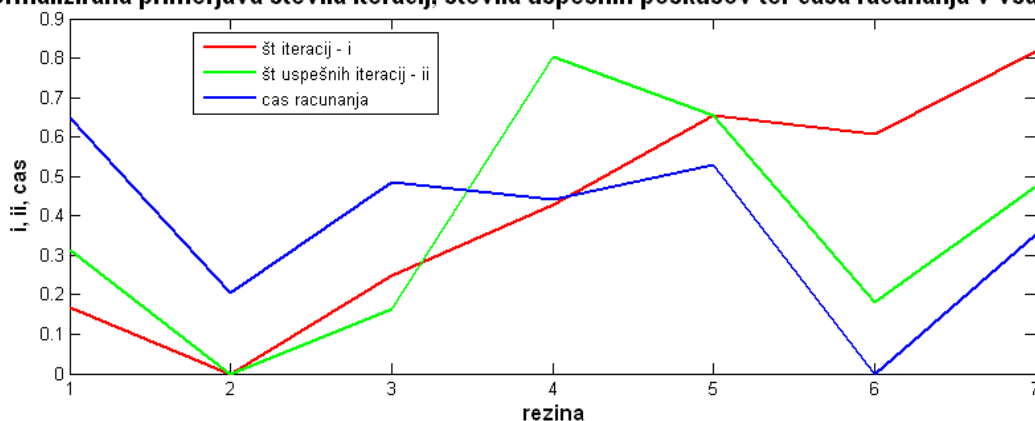
Slika 33: Prikaz *nop* točk in smernih vektorjev za eno rezino debla na relativni višini 6 m (levo) in relativni višini 7 m (desno) (prikaz v programu Matlab).

Z odstopanji  $d$  lahko analiziramo obliko drevesnega debla ter določimo splošno kakovost modela. Kakovost modela nam pove, kako dobro se točke ekstrahiranega oblaka točk ujemajo z abstraktnim modelom valja. V našem primeru pa lahko kakovost modela ocenimo le za omejeno število točk v pasu 2 mm na sredini (po višini) vsake rezine. Iz tega razloga odstopanja  $d$  in standardne deviacije niso zmeraj kompatibilne z vizualnimi prikazi na slikah 28, 29 in 30. Iz vizualnih prikazov bi pričakovali najmanjša maksimalna odstopanja in najmanjše standardne deviacije pri delitvi debla na 14 rezin, vendar nam numerični rezultati podajo drugačne vrednosti od pričakovanih. Vzrok je v omejenem številu *nop* točk za izračun odstopanj in standardnih deviacij ter v prisotnosti vej vzdolž debla. Po vsej verjetnosti smo si v večini primerov, pri delitvi na 14 rezin, izbrali 2 mm pas prav na takšni višini debla, kjer je bila prisotnost vej neizbežna. Bolj pristen rezultat bi dobili, če bi odstopanja in standardne deviacije izračunali na osnovi vseh točk znotraj obravnavane rezine.

#### 5.4.4 Grafična primerjava eksperimentalnih parametrov

Na slikah 34 in 35 so prikazani grafi, primerov delitve debla na 7 in 14 rezin v odvisnosti od časa računanja (*čas*), števila iteracij (*i*) ter števila uspešnih poskusov (*ii*). Te tri vrednosti smo normalizirali ter s tem omogočili prikaz vseh treh spremenljivk hkrati na osi y. Takšen graf je zelo koristen za primerjavo obeh načinov delitve debla na rezine ter za primerjavo rezin znotraj posamezne delitve debla.

Normalizirana primerjava števila iteracij, števila uspešnih poskusov ter časa računanja v vsaki rezini

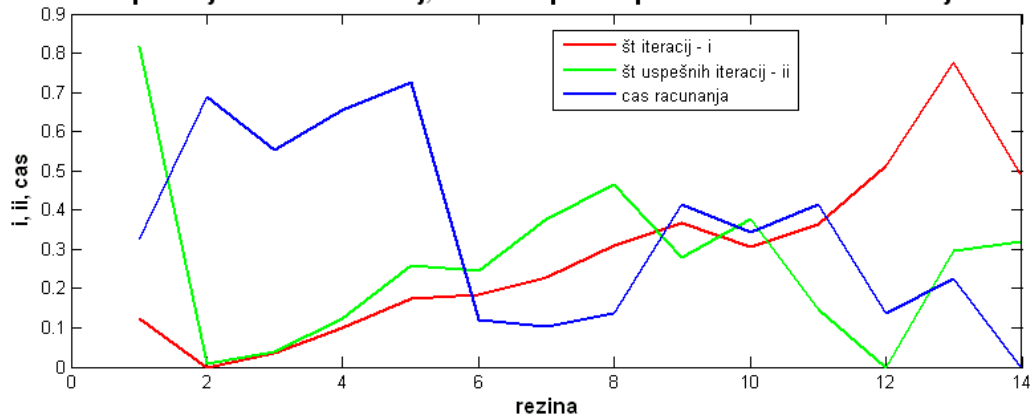


Slika 34: Graf 7 rezin v odvisnosti od števila iteracij, števila uspešnih poskusov in časa računanja vsake rezine (prikaz v programu Matlab).

**Komentar slike 34:** Največje število točk v rezini in najmanjše število iteracij vsebuje 2. rezina, najmanjše število točk v rezini in največ iteracij pa 7. rezina. Z grafa je razviden trend, da število iteracij narašča z zmanjšanjem števila točk v rezini. Tudi čas računanja je pogojen s številom iteracij in številom točk v rezini. Logično bi bilo sklepati, da z večanjem števila iteracij tudi narašča število uspešnih poskusov. Vendar temu ni vedno tako, saj je število uspešnih poskusov tudi odvisno od

oblike drevesa in razporeditve števila točk znotraj rezine v prostoru. Več vej ima drevo, večja je verjetnost, da bo program pri izbiri najboljših treh točk izbral prav eno izmed teh na veji drevesa.

**Normalizirana primerjava števila iteracij, števila uspešnih poskusov ter časa računanja v vsaki rezini**



Slika 35: Graf 14 rezin v odvisnosti od števila iteracij, števila uspešnih poskusov in časa računanja vsake rezine (prikaz v programu Matlab).

**Komentar slike 35:** Pri delitvi drevesa na 14 rezin opazimo, da število točk v rezini pada od 2. rezine naprej. Enako kot v primeru 7 rezin ima največje število točk v rezini in najmanjše število iteracij 2. rezina, najmanjše število točk v rezini in največ iteracij pa 14. rezina. Tudi tukaj velja enak trend kot pri sliki 33, da število iteracij narašča z zmanjšanjem števila točk v rezini. Čas računanja je odvisen od števila iteracij, števila točk v rezini ter od razporeditve točk v prostoru.

Ugotovitve, razvidne iz slik 34 in 35, so zelo podobne. Opazimo, da so rezine debla (s številom točk v rezini) tanjše pri delitvi na 14 rezin kot pri delitvi na 7 rezin. Zato si lahko pri delitvi debla na 14 rezin privoščimo večje število iteracij s skoraj enako porabljenim časom računanja kot v primeru delitve na 7 rezin. Pri vsem tem je tudi število uspešnih poskusov, izbranih izmed vseh iteracij, večje. Tudi iz



preglednic 13 in 18 vidimo, da se število uspešnih poskusov pri 7 rezinah giblje v intervalu [12, 61], pri 14 rezinah pa v mnogo večjem intervalu [92, 485].

Preglednica 23: Primerjava fiksno določenih vrednosti eksperimentalnih parametrov rezin.

	1 rezina	7 rezin	14 rezin
<i>min_R</i> [cm]	13,0	13,0	13,0
<i>max_R</i> [cm]	19,0	18,5	18,5
<i>toleranca</i> [cm]	5,0	2,5	2,5
<i>odst</i> [cm]	20,0	8,0	7,0

**Komentar preglednice 23:** Parametri v preglednici imajo izreden pomen v eksperimentalnem delu naloge, in sicer pri določanju oblike drevesnega debla. Od teh vrednosti je v večji meri odvisna uspešnost ekstrakcije oblike debla iz oblaka točk drevesa. Iz preglednice razberemo, da z delitvijo debla na več rezin omogočamo strožjo določitev eksperimentalnih parametrov. To je še posebej opazno pri parametru *odst*, kjer takšna odločitev vrednosti sledi zaradi večjega reduciranja vej drevesa iz oblaka točk. Radij debla se lahko skozi višino zelo spreminja, zato moramo vedno dopuščati vse možnosti spreminjanja oblike debla. Ker s prostim očesom težko določimo spremembo obsega debla v centimetrih, smo vrednosti parametrov *max\_R* in *min\_R* nastavili v vseh treh primerih zelo podobno. Ker se vpliv parametra *toleranca* zmanjšuje z manjšanjem debeline rezine, bi lahko pri delitvi na 7 in 14 rezin uporabili manj strog kriterij parametra in s tem ustvarili še večje število uspešnih poskusov. Vendar pa to v našem primeru ni bilo potrebno, saj so te rezine že v osnovi zajemale majhno število točk (glede na 1 rezino), iz katerih smo pridobili ustrezno število iteracij in število uspešnih poskusov, na podlagi katerih smo določili zadovoljive rezultate.

Zelo pomemben je parameter *toleranca*. Ta nam določa največjo še dovoljeno (relativno) višinsko razliko med izbranimi tremi točkami, skozi katere definiramo ravnino. Kadar ta ravnina ni horizontalna, obstaja *toleranca*, ki nam pove, za koliko se ta ravnina razlikuje od horizontalne ravnine. S pomočjo normal na obe ravnini bi lahko izračunali nagnjenost ravnine treh točk glede na horizontalno ravnino. Problem, ki nastane pri preveliki *toleranci*, je pravokotna projekcija oblaka točk na ravnino treh točk. Zaradi prevelike nagnjenosti te ravnine lahko nekatere točke oblaka pri pravokotni projekciji padejo izven območja kolobarja, definirane s parametrom *odst*. Torej manjša je višina valja, manj bo nagnjenost ravnine vplivala na pravokotno preslikovanje točk na ravnino. To pomanjkljivost pa bi lahko rešili s povečanjem vrednosti parametra *odst*, s katerim določimo velikost kolobarja okoli kroga z radijem *R*. Na žalost pa se tukaj pojavi naslednja nevšečnost, veje. Pri večanju kolobarja to pomeni tudi večanje števila projiciranih točk, ki predstavljajo veje, šum. S tem bi končni rezultat, ekstrahiran oblak točk, vseboval še več vej, kar pa ni v našem interesu. Zelo pomembno je, da se s parametroma *max\_R* in *min\_R* ne omejimo pri določanju razpona njunih vrednosti, katerima mora

ustrezati radij  $R$ . Od tega je odvisno število uspešnih poskusov. Še posebej v primeru, ko je premer drevesa neznan, moramo ta parametra nastaviti na širši interval predvidenih vrednosti obsega drevesnega debla. Na podlagi povedanega smo določili fiksne vrednosti eksperimentalnih parametrov. Eksperimentalne parametre bi lahko za vsako rezino debla, znotraj obravnavane delitve, določili posebej in tako dobili še boljši opis oblike drevesnega debla. Pri vsem tem pa bi proces računanja še dodatno zapletli v časovnem smislu.

#### 5.4.5 Skupna razprava vseh rezultatov in ugotovitev

Slike iz podpoglavja 5.4.2 pokažejo, da z delitvijo debla na več manjših rezin podrobneje ekstrahiramo obliko debla. Na več rezin kot bomo torej razrezali deblo, točnejši 3D model debla bomo ustvarili. Odstopanja  $d$  v preglednici 21, ki za posamezno rezino prikazujejo odmik ekstrahirane oblike debla od modela debla, na prvi pogled nasprotujejo temu. Vendar sovrednosti odstopanj  $d$  izračunane samo za točke v sredini posamezne rezine, kar obrazložimo v komentarju preglednic 21 in 22 ter na sliki 33. Da bi tudi numerično podrli hipotezo, bi morali na isti način izračunati odstopanja za vse točk.

V podpoglavju 5.4.1 smo na podlagi slike 26 potrdili drugo hipotezo, ki pravi, da lahko z enostavnim geometrijskim telesom – valjem opišemo »dejansko« obliko debla. Ujemanje posameznega valja z ekstrahiranim oblakom točk tudi pokažemo s slikami podpoglavja 5.4.2.

Zanesljivost algoritma RANSAC smo dokazali pri delitvi drevesnega debla na eno rezino. V podpoglavjih 5.1.1 in 5.1.2 obravnavamo primera dobro in slabo nastavljenih eksperimentalnih parametrov. V prvem primeru seveda dobimo boljšo zmagovalno množico točk ( $S''$ ), ki se prilega modelu valja bolje kot v drugem primeru. Kljub temu pa nam v obeh primerih rezultati izravnave podajo enake ocene in natančnosti izračunanih parametrov. Robustnost metode RANSAC se je pokazala s tem, da je program, kljub neznanim vrednostim parametrov in ob veliki prisotnosti šuma v podatkih (veje), izračunal približne vrednosti parametrov modela. Potrdimo lahko, da je algoritem RANSAC v našem primeru ob pravilni nastavitvi eksperimentalnih parametrov vedno podal smiselne rezultate.

Splošna kakovost modela debla je določena z relativno natančnostjo, na katero vplivajo odstopanja  $d$ . Lahko rečemo, da natančnost določitve 3D modela debla, izračunanega iz omejenega števila *nop* točk iz oblaka točk, ni slabša od 0,58 cm. Srednja odstopanja se gibljejo v vrednosti okrog centimetra, maksimalno odstopanje pa znaša 2,3 cm. Parametri debla so določeni z natančnostjo boljšo od 3,45 cm. Oceno parametrov in kakovost modela bi lahko še izboljšali, če bi pri izravnavi z MNK upoštevali širši pas *nop* točk ali pa kar vse točke v obravnavani rezini.

Na podlagi odstopanj  $d$  in natančnosti določenih prametrov ne moremo trditi, da je model debla z eno rezino bistveno slabši od modela s štirinajstimi rezinami. S prikazanimi rezultati v podpoglavjih 5.4.1 in 5.4.2 lahko trdimo, da je metoda ekstrakcije oblike drevesnega debla najboljša v primeru štirinajstih rezin, iz podpoglavja 5.1 pa lahko rečemo, da je metoda v primeru ene same rezine najbolj časovno zamudna.

Iz zgornjih ugotovitev potrjujem moje hipoteze iz uvoda.

## 6 ZAKLJUČEK

V diplomski nalogi smo predstavili razvoj programa za ekstrakcijo oblike debla iz oblaka točk drevesa terestričnega laserskega skeniranja. Pri tem smo se skoncentrirali na določen tip dreves v naravi, v mojem primeru je to bila stara smreka (*Picea abies*). Glede na splošna poznavanja oblike drevesa ter iz terenskih slik smo definirali abstraktni model. V abstraktnem modelu smo predpostavili, da je obravnavano drevo enostavne oblike. Obliko debla smo aproksimirali z valjem, tlorisni prerez s krogom, vertikalnost drevesa pa definirali s parametrom *toleranca*. Vse poenostavitve v abstraktnem modelu smo sprejeli zaradi lažjega računanja vrednosti parametrov valja (točka na osi valja, orientacija valja in radij preseka valja) ter ekstrakcije oblike debla iz oblaka točk. Pri sestavi programa smo uporabili idejo delovanja algoritma RANSAC ter metodo izravnave po MNK. Pri tem sem uporabila svojo kreativnost, analitično ter matematično znanje. Najtežji del sestave programa je bila implementacija algoritma RANSAC za konkretno nalogo. Največ časa sem porabila za določitev primernih eksperimentalnih vrednosti in kriterijev. Ustvarjen program deluje tako, da na podlagi naključno izbranega minimalnega števila točk, potrebnega za definiranje parametrov valja, izračunane približne vrednosti parametrov valja prilega oblaku točk debla. Tiste točke oblaka, ki se najbolj prilegajo parametrom valja, imenujemo prilegajoče točke. Postopek se ponavlja za določeno število iteracij ali kombinacij naključnega izbora minimalnega števila točk. Tisti parametri valja, ki po vseh pretečenih iteracijah naberejo največje število prilegajočih točk valju iz oblaka točk, predstavljajo najboljše približne vrednosti parametrov valja, zmagovalna množica prilegajočih točk pa opisuje ekstrahiran oblak točk. Tako dobljene približne vrednosti parametrov valja smo izravnali na podlagi omejenega števila opazovanj v ekstrahiranem oblaku točk z MNK. Z ocenjenimi parametri valja smo ustvarili 3D model debla v programu Geomagic Studio 12. Primerjali smo ujemanje med ekstrahiranim oblakom točk iz algoritma RANSAC in modelom debla, skonstruiranim na podlagi ocenjenih parametrov iz MNK. Odstopanja med njima nam podajo informacijo o relativni (geometrični) točnosti določitve modela drevesnega debla iz oblaka točk. Z modeliranjem debla smo hkrati omogočili vizualno predstavitev numeričnih rezultatov ter prav tako vizualno analiziranje oblike drevesnega debla glede na njegovo obliko v naravi (predpostavimo, da nam to informacijo poda oblak točk).

Na podlagi dobljenih in prikazanih rezultatov lahko zaključimo, da je ustvarjen program za ekstrakcijo oblike drevesnega debla ustrezen za obravnavan primer debla. Z dobljenimi rezultati smo dokazali, da z delitvijo debla na več manjših rezin omogočimo točnejše ujemanje med (ekstrahiranim) oblakom točk in modelom debla. Pokazali smo tudi, kako zelo kakovostno lahko del debla opišemo z enostavnim geometrijskim telesom – valjem. Iz dobljenih rezultatov lahko potrdimo zanesljivost in robustnost metode RANSAC.

Izračunane parametre drevesnega debla bi lahko s pridom uporabili v gozdarstvu. Gozdovom bi na podlagi prevladujočih vrst dreves izračunali volumen lesa. Na podlagi meritev bi lahko tudi določali kakovostne razrede za razvrščanje hlodovine. Iz rezultatov našega ustvarjenega algoritma bi lahko opisali natančno obliko debla (ovalnost, koničnost, krivost, žlebatost) in določili njegov absolutni/relativni položaj v naravi.

Predstavljen program bi lahko prilagodili še za drugačne tipe dreves v naravi. Program v večji meri ustreza vertikalnim drevesom, ampak samo do določenega dovoljenega odstopanja. Lahko bi razmišljali v smeri, kako bi program prilagodili nevertikalnim drevesom. V primeru različnih oblik debel bi pravo obliko debla lahko prilegali tudi drugim geometrijskim krivuljam – elipsoidu. Program bi lahko tudi prilagodili avtomatskemu iskanju vej v oblaku točk ter njihovi ekstrakciji s pomočjo ozkih valjev ali drugih geometrijskih teles, ki bi opisovale obliko vej drevesa. Torej je možnosti za optimizacijo programa še veliko in lahko predstavlja dobro izhodišče za nadaljnje delo na tem področju.

## VIRI

Adelhafiz, A. 2009. Intergrating Digital Photogrammetry and Terrestrial Laser Scanning.

Dissertationen. Germany, Technischen Universität Braunschweig: 111 f.

<http://dgk.badw.de/docs/c-631.pdf> (Pridobljeno 28.7.2012.)

Bolles, R. C., Fischler, M. A. 1981. A ransac based approach to model fitting and its application to finding cylinders in range data. International Joint Conference on Artificial Intelligence, letnik 2: str. 637–643.

Chaperon, T., Goulette, F. 2001. Extracting cylinders in full 3D data using a random sampling method and the Gaussian image. Proceedings of the Vision Modeling and Visualization Conference: str. 35–42.

Čehovin, L. 2010. Vizualno sledenje netogim objektom. Magisterska naloga. Ljubljana, Fakulteta za računalništvo in informatiko: 87 f.

Dawkins, P. 2003. Paul's Online Math Notes.

<http://tutorial.math.lamar.edu/Classes/LinAlg/OrthonormalBasis.aspx> (Pridobljeno 30.8.2012.)

Eysn, L., Ressel, C., Grafl, A., idr. 2012. Extraction of 3D tree models based on equirectangular projections of terrestrial laser scanning data. Vienna University of Technology, Institute of Photogrammetry and Remote sensing.

[http://www.ipf.tuwien.ac.at/images/ipfimages/misc/eysn\\_et\\_al\\_silvilaser\\_2012\\_poster\\_reallysmall\\_2000px.jpg](http://www.ipf.tuwien.ac.at/images/ipfimages/misc/eysn_et_al_silvilaser_2012_poster_reallysmall_2000px.jpg) (Pridobljeno 29.10.2012.)

Fischler M. A., Bolles R. C. 1981. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. Communications of the ACM, letnik 24, št. 6: 381–395.

doi:[10.1145/358669.358692](https://doi.org/10.1145/358669.358692)

Google Earth, 2012. <http://www.google.com/earth/index.html> (Pridobljeno 7.11.2012.)

Grigillo, D., Stopar, B. 2003. Metode odkrivanja grobih pogreškov v geodetskih opazovanjih. Geodetski vestnik letnik 47, št. 4: 387–403.

[http://www.geodetski-vestnik.com/47/4/gv47-4\\_387-403.pdf](http://www.geodetski-vestnik.com/47/4/gv47-4_387-403.pdf) (Pridobljeno 28.1.2013.)

Hough, P. 1962. Method and means for recognizing complex patterns. United States Patent 3069654.  
<http://www.freepatentsonline.com/3069654.html> (Pridobljeno 28.7.2012.)

Illingworth, J., Kittler, J. 1988. A survey of the Hough transform. Computer Vision, Graphics, and Image Processing, letnik 44, št. 1: 87–116. [http://dx.doi.org/10.1016/S0734-189X\(88\)80033-1](http://dx.doi.org/10.1016/S0734-189X(88)80033-1)  
(Pridobljeno 28.7.2012.)

Kastelic, M. 2010. Obdelava podatkov laserskega skeniranja v programu Geomagic na primeru Mislejevega portala. Diplomsko naloga. Ljubljana, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Oddelek za geodezijo, Geodetska smer: 95 f.

Krel, T. 2011. Določanje položaja okroglih cestno-prometnih znakov s postopki znakov s postopki računalniškega vida. Diplomsko naloga. Maribor, Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko: 104 f.

Leonardis, A., Gupta, A., Bajcsy, R. 1995. Segmentation of range images as the search for geometric parametric models. International Journal of Computer Vision, letnik 14, št.3: 253–277.  
<http://www.springerlink.com/content/h521n5748thv6555/> (Pridobljeno 16.7.2012.)

Ling, Z., Jie, Z. 2008. Obtaining three-dimensional forest canopy structure using TLS. V: Remote Sensing and Modeling of Ecosystems for Sustainability. Gao, W. (ur), Wang, H. (ur). Proceedings of the SPIE. Letnik 7083, članek id. 708307, 10 f.  
doi:10.1117/12.793280  
<http://144.206.159.178/ft/CONF/16420412/16420417.pdf> (Pridobljeno 16.7.2012.)

LSGE: The Least Squares Geometric Elements library consists of MatLab functions to find ..., 2013.  
[http://www.eurometros.org/gen\\_report.php?category=distributions&pkey=14&subform=yes](http://www.eurometros.org/gen_report.php?category=distributions&pkey=14&subform=yes)  
(Pridobljeno 9.5.2013.)

Pfeifer, N., Gorte, B., Winterhalder, D. 2004. Automatic reconstruction of single trees from terrestrial laser scanner data. V: International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. Istanbul, Turkey, 12.–23. Julij. Letnik XXXV, št. 5, del B: 114–119.  
<http://personeel.ewi.tudelft.nl/live/binaries/3b390ae29b554cbc8255da55928dd925/doc/automatic%20reconstruction.pdf> (Pridobljeno 1.5.2012.)

Schnabel, R., Wessel, R., Wahl, R., Klein, R. 2007. Shape Recognition in 3D Point Clouds. Computer graphics technical report. Germany, Universität Bonn, Institut für Informatik II: 18 f.

<http://www.google.si/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CCkQFjAA&url=http%3A%2F%2Fciteseerx.ist.psu.edu%2Fviewdoc%2Fdownload%3Fdoi%3D10.1.1.92.2344%26rep%3Drep1%26type%3Dpdf&ei=djWRUe6NLozKtAa9iIGwDA&usg=AFQjCNGu6N5HZBt1LGHGZFDURbaKooeQ&sig2=rYPfCO72ILXF5Q5gnyT6PA&bvm=bv.46340616,d.Yms> (Pridobljeno 15.7.2012.)

Stergaršek Kuzmič, E. 2010. Odkrivanje novih predmetov in grajenje njihovih modelov z aktivnim robotskim sistemom. Magistersko delo. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za računalništvo in informatiko: 64 f.

Štruc, V. 2005. Ovrednotenje sistemov za samodejno razpoznavanje obrazov. Diplomski naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko: 103 f.

Zoller + Fröhlich. 2009. Technical data Z+F IMAGER 5006i.

[http://sluzby.geodis.cz/uploads/dokumenty/laserove\\_skenovani/Datenblatt\\_IMAGER5006i\\_E.pdf](http://sluzby.geodis.cz/uploads/dokumenty/laserove_skenovani/Datenblatt_IMAGER5006i_E.pdf)  
(Pridobljeno 30.10.2012.)

Vežočanik, R., Gvozdanović, T., Smole, D. 2008. Terestrično lasersko skeniranje in njegova uporaba pri spremljanju plazov. V: Zborniki posvetovanj slovenskih geotehnikov. Nova Gorica, Slovenija, 12.–14. Junij. 5. razprava: 301–308.

<http://www.sloged.si/LinkClick.aspx?fileticket=ohlD6BzKfpU%3d&tabid=122> (Pridobljeno 20.10.2012.)

Višnjari, M. 2012. Izdelava informacijskega modela Linhartove dvorane Cankarjevega doma na osnovi podatkov terestričnih laserskih skenerjev. Diplomski naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Oddelek za geodezijo, smer Prostorska informatika: 60 f.

Wikipedia. 2012a. Gram–Schmidt process.

[http://en.wikipedia.org/wiki/Gram%E2%80%93Schmidt\\_process](http://en.wikipedia.org/wiki/Gram%E2%80%93Schmidt_process) (Pridobljeno 30.8.2012.)

Wikipedia. 2012b. RANSAC.

<http://en.wikipedia.org/wiki/RANSAC> (Pridobljeno 30.8.2012.)

Wikipedia. 2012c. Region growing.

[http://en.wikipedia.org/wiki/Region\\_growing](http://en.wikipedia.org/wiki/Region_growing) (Pridobljeno 22.7.2012.)



Wikipedia. 2012d. 3D - Terrestrial laser scanning.

[http://wiki.awf.forst.uni-goettingen.de/wiki/index.php/3D- Terrestrial\\_laser\\_scanning](http://wiki.awf.forst.uni-goettingen.de/wiki/index.php/3D- Terrestrial_laser_scanning) (Pridobljeno 26.7.2012.)

Yan, L., Xie, H., Zhao, Z. 2010. A new method of cylinder reconstruction based on unorganized point cloud. V: The 18th International Conference on Geoinformatics: GIScience in Change, Geoinformatics. Beijing, China, 18.–20. Junij: str. 1–5.

doi: 10.1109

Zuliani, M. 2012. RANSAC for Dummies. GNU Free Documentation License: 101 str.

<http://vision.ece.ucsb.edu/~zuliani/Research/RANSAC/docs/RANSAC4Dummies.pdf> (Prodobljeno 24.8.2012.)

## OSTALI VIRI

Bigsigma, The sum of math. 2012. Gram Schmidt process in plane.

<http://www.bigsigma.com/en/demo/gram-schmidt-plane> (Pridobljeno 2.8.2012.)

Chiba, Y. 2000. Modelling stem breakage caused by typhoons in plantation CRYPTOMERIA JAPONICA forests. V: Forest Ecology and Management, letnik 135, št.1–3: 123–131.

<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378112700003042> (Pridobljeno 2.8.2012.)

CK-12 Foundation. 2012.

<http://www.ck12.org/section/Surface-Area-and-Volume-of-a-Cone> (Pridobljeno 26.1.2013.)

TutorVista. 2012.

<http://calculator.tutorvista.com/cylinder-calculator.html> (Pridobljeno 2.8.2012.)

Derpanis, K., G. 2010. Overview of the RANSAC Algorithm.

[http://www.cse.yorku.ca/~kosta/CompVis\\_Notes/ransac.pdf](http://www.cse.yorku.ca/~kosta/CompVis_Notes/ransac.pdf) (Pridobljeno 2.8.2012.)

Eysn, L. 2012. Elektronsko sporočilo osebe Lothar Eysn, 29.10.2012. Osebna komunikacija.

Eysn, L. 2013. Elektronsko sporočilo osebe Lothar Eysn, 22.4.2013. Osebna komunikacija.

Mizarstvo Horvat, 2012.

<http://www.hrovat.net/o-lesu/drevo/> (Pridobljeno 4.10.2012.)



## **SEZNAM PRILOG**

Priloga A:      Odstopanja  $d$



## Priloga A: Odstopanja $d$

Preglednica A1: Odstopanja  $d$  od vsake točke  $nop$  do radija valja v primeru ene rezine.

$d$ [m]	
Primer 1	Primer 2
-0,0052	-0,0052
-0,0018	-0,0018
-0,0011	-0,0011
-0,0047	-0,0047
0,0025	0,0025
0,0040	0,0040
0,0021	0,0021
-0,0018	-0,0018
-0,0003	-0,0003
-0,0051	-0,0051
-0,0006	-0,0006
-0,0059	-0,0059
0,0014	0,0014
-0,0008	-0,0008
-0,0049	-0,0049
0,0056	0,0056
0,0110	0,0110
-0,0061	-0,0061
-0,0028	-0,0028
-0,0015	-0,0015
0,0003	0,0003
-0,0048	-0,0048
0,0033	0,0033
-0,0046	-0,0046
-0,0003	-0,0003
0,0055	0,0055
0,0020	0,0020
0,0041	0,0041
0,0006	0,0006
0,0031	0,0031
0,0045	0,0045
0,0038	0,0038
-0,0013	-0,0013
-0,0051	-0,0051
-0,0035	-0,0035
0,0037	0,0037
0,0021	0,0021
0,0018	0,0018
0,0031	0,0031
-0,0042	-0,0042
0,0014	0,0014
-0,0002	-0,0002
-0,0021	-0,0021
0,0029	0,0029
0,0068	0,0068
-0,0066	-0,0066

... se nadaljuje

... nadaljevanje Preglednice A1

<b>Primer 1</b>	<b>Primer 2</b>
0,0035	0,0035
0,0029	0,0029
-0,0044	-0,0044
-0,0049	-0,0049
-0,0017	-0,0017
-0,0021	-0,0021
-0,0037	-0,0037
-0,0016	-0,0016
-0,0022	-0,0022
0,0048	0,0048
-0,0037	-0,0037
-0,0011	-0,0011
-0,0040	-0,0040
0,0078	0,0078
0,0077	0,0077
-0,0010	-0,0010
0,0028	0,0028
-0,0059	-0,0059
-0,0000	-0,0000
-0,0068	-0,0068
0,0023	0,0023
-0,0049	-0,0049
-0,0065	-0,0065
0,0034	0,0034
0,0071	0,0071
0,0006	0,0006
0,0086	0,0086
-0,0008	-0,0008
-0,0041	-0,0041
0,0079	0,0079
-0,0014	-0,0014
-0,0065	-0,0065
-0,0002	-0,0002
0,0038	0,0038
0,0056	0,0056
0,0000	0,0000
0,0057	0,0057
-0,0043	-0,0043
-0,0026	-0,0026
0,0003	0,0003
-0,0030	-0,0030
-0,0005	-0,0005
0,0011	0,0011
0,0033	0,0033
-0,0037	-0,0037
0,0008	0,0008
-0,0020	-0,0020
-0,0035	-0,0035
0,0066	0,0066
0,0001	0,0001

Preglednica A2: Odstopanja  $d$  od vsake točke  $nop$  do radija valja v primeru sedmih rezin

Preglednica se nadaljuje do strani A/8

1. rezina	2. rezina	3. rezina	4. rezina	5. rezina	6. rezina	7. rezina
-0,0012	0,0023	-0,0020	0,0015	-0,0056	0,0034	-0,0069
-0,0041	0,0093	-0,0035	-0,0019	0,0080	-0,0004	-0,0057
-0,0004	-0,0072	-0,0050	-0,0037	0,0046	-0,0016	-0,0013
-0,0017	-0,0018	-0,0029	0,0007	-0,0035	-0,0050	0,0070
-0,0019	-0,0007	-0,0022	-0,0001	0,0018	-0,0026	0,0051
0,0102	0,0048	0,0029	0,0016	0,0034	0,0008	-0,0010
-0,0058	0,0025	0,0049	-0,0052	0,0132	0,0013	-0,0003
0,0040	-0,0013	0,0064	-0,0045	-0,0030	-0,0021	-0,0001
-0,0078	-0,0042	0,0093	-0,0036	0,0002	0,0026	-0,0024
0,0112	0,0091	-0,0020	0,0012	0,0026	-0,0015	0,0010
-0,0029	0,0011	0,0048	0,0077	0,0034	0,0001	0,0011
0,0002	0,0020	-0,0042	-0,0020	-0,0028	0,0005	0,0043
0,0116	-0,0056	0,0076	-0,0015	0,0071	0,0018	-0,0042
-0,0009	0,0114	-0,0078	-0,0034	-0,0039	0,0016	0,0027
0,0010	0,0108	-0,0016	0,0008	0,0055	-0,0033	0,0018
0,0031	-0,0047	-0,0032	-0,0021	0,0010	0,0019	-0,0011
-0,0009	-0,0018	-0,0028	0,0017	-0,0006	0,0003	
0,0015	0,0069	-0,0029	-0,0063	0,0031	0,0037	
-0,0034	0,0031	-0,0023	-0,0017	-0,0010	-0,0016	
-0,0052	-0,0045	0,0069	0,0061	0,0012	-0,0059	
0,0123	0,0010	-0,0033	-0,0040	0,0066	-0,0050	
-0,0000	-0,0079	-0,0040	-0,0020	-0,0051	-0,0008	
-0,0020	-0,0026	0,0086	0,0009	-0,0090	-0,0022	
0,0006	-0,0010	0,0047	0,0010	-0,0001	0,0025	
-0,0007	-0,0044	0,0015	-0,0021	-0,0052	0,0042	
-0,0020	-0,0012	0,0015	0,0069	0,0002	0,0037	
-0,0007	0,0005	-0,0044	0,0007	-0,0042	0,0016	
-0,0044	-0,0060	-0,0026	-0,0032	0,0052		
-0,0023	-0,0048	0,0102	0,0010	-0,0058		
0,0096	-0,0065	-0,0040	-0,0023	-0,0014		
0,0132	0,0020	0,0066	0,0046	-0,0043		
0,0110	-0,0007	0,0053	0,0030	-0,0022		
0,0127	0,0021	-0,0028	-0,0032	-0,0065		
0,0036	0,0050	0,0006	0,0040	0,0004		
-0,0026	0,0025	0,0002	0,0038	-0,0002		
0,0043	0,0153	-0,0076	-0,0015	0,0008		
0,0146	0,0043	-0,0049	-0,0049	-0,0037		
-0,0011	-0,0049	0,0050	-0,0019			
-0,0036	-0,0014	-0,0019	0,0041			
-0,0013	-0,0031	-0,0039	0,0020			
-0,0011	0,0030	-0,0040	-0,0034			
0,0002	0,0028	0,0018	-0,0025			
0,0081	0,0025	0,0008	-0,0000			
-0,0004	-0,0046	-0,0028	-0,0068			
0,0094	-0,0005	-0,0030	0,0002			
0,0011	-0,0017	0,0014	0,0015			

1. rezina	2. rezina	3. rezina	4. rezina
0,0128	-0,0031	0,0051	-0,0022
-0,0090	0,0002	-0,0041	-0,0017
-0,0137	0,0040	0,0031	0,0005
-0,0011	0,0036	-0,0034	-0,0011
-0,0008	-0,0036	0,0052	0,0028
-0,0019	-0,0068	0,0039	0,0090
0,0003	0,0012	0,0102	0,0045
-0,0017	-0,0036	0,0022	-0,0029
0,0001	-0,0030	-0,0028	0,0004
-0,0019	0,0023	-0,0007	0,0092
-0,0030	-0,0061	-0,0051	-0,0012
-0,0011	-0,0015	-0,0003	-0,0059
0,0043	-0,0020	-0,0029	-0,0027
0,0020	-0,0047	0,0052	-0,0037
-0,0024	0,0024	0,0027	0,0039
-0,0000	-0,0019	0,0001	0,0019
-0,0052	-0,0055	0,0004	-0,0024
-0,0091	0,0002	0,0076	-0,0036
0,0032	0,0063	-0,0062	-0,0021
-0,0060	-0,0048	0,0101	0,0000
0,0022	0,0054	-0,0037	-0,0012
0,0027	-0,0036	0,0037	-0,0021
0,0039	0,0010	-0,0057	0,0021
-0,0122	-0,0029	0,0079	-0,0015
-0,0018	-0,0009	-0,0041	0,0004
-0,0079	0,0002	0,0042	-0,0005
-0,0028	-0,0031	-0,0050	-0,0010
0,0166	-0,0006	-0,0047	0,0039
0,0120	0,0147	-0,0067	0,0002
0,0063	0,0037	-0,0074	0,0065
-0,0008	0,0048	-0,0039	-0,0043
0,0006	0,0019	0,0063	-0,0017
-0,0062	0,0004	-0,0028	-0,0036
-0,0030	-0,0025	0,0009	-0,0026
0,0144	-0,0085	0,0098	0,0089
0,0004	0,0027	-0,0023	-0,0033
-0,0019	-0,0043	-0,0033	-0,0066
-0,0031	0,0028	-0,0026	0,0017
0,0028	0,0103	0,0071	-0,0003
-0,0004	0,0007	0,0077	0,0033
0,0015	0,0017	0,0055	-0,0057
0,0017	-0,0015	0,0013	-0,0003
-0,0012	-0,0018	-0,0038	0,0066
0,0010	-0,0030	0,0001	0,0021
0,0018	0,0027	-0,0042	0,0053
-0,0024	0,0176	0,0002	0,0037
-0,0011	-0,0032	-0,0038	-0,0003
-0,0052	-0,0009	-0,0033	0,0056
0,0001	-0,0050	-0,0018	-0,0007
-0,0006	-0,0030	-0,0025	0,0009



1. rezina	2. rezina	3. rezina	4. rezina
-0,0001	-0,0029	-0,0029	-0,0027
-0,0011	-0,0049	-0,0032	0,0038
-0,0050	-0,0005	0,0012	
-0,0007	-0,0035	-0,0023	
0,0032	0,0008	-0,0021	
0,0016	0,0027	0,0025	
0,0015	0,0029	-0,0041	
-0,0125	-0,0098	-0,0019	
0,0099	0,0097	-0,0082	
-0,0038	-0,0017	0,0088	
-0,0051	-0,0052		
-0,0019	-0,0047		
0,0007	-0,0048		
0,0130	-0,0002		
0,0130	0,0024		
-0,0033	-0,0003		
-0,0006	0,0000		
-0,0020	0,0101		
0,0069	-0,0020		
-0,0010	-0,0073		
-0,0014	-0,0044		
-0,0042	-0,0044		
-0,0005	0,0064		
-0,0009	-0,0030		
-0,0008	-0,0049		
0,0022	0,0045		
-0,0030	-0,0021		
-0,0033	0,0048		
0,0015	-0,0022		
0,0041	0,0026		
-0,0040	-0,0019		
-0,0010	-0,0016		
0,0012	0,0023		
0,0002	-0,0051		
-0,0036	-0,0100		
-0,0030	0,0012		
0,0108	0,0023		
0,0005	0,0148		
-0,0006	-0,0029		
-0,0021	-0,0042		
-0,0027	-0,0009		
-0,0006	0,0042		
-0,0021	-0,0069		
-0,0003	-0,0051		
-0,0007	-0,0017		
-0,0026	0,0097		
-0,0006	-0,0033		
0,0166	-0,0028		
-0,0027	-0,0010		
-0,0008	-0,0010		

1. rezina	2. rezina
0,0031	-0,0026
0,0163	-0,0005
0,0008	0,0049
-0,0030	-0,0031
-0,0038	0,0041
0,0071	0,0004
-0,0016	-0,0010
-0,0049	-0,0092
-0,0048	-0,0061
0,0015	-0,0012
-0,0002	-0,0028
-0,0115	-0,0029
-0,0017	-0,0006
0,0035	0,0130
-0,0121	0,0053
-0,0057	-0,0049
0,0008	0,0028
0,0004	-0,0006
0,0014	-0,0033
0,0039	-0,0005
-0,0039	-0,0015
-0,0030	0,0045
0,0033	-0,0015
0,0051	0,0177
-0,0020	0,0048
-0,0029	
-0,0012	
0,0082	
-0,0025	
0,0025	
-0,0032	
0,0006	
0,0040	
-0,0091	
-0,0059	
0,0041	
-0,0017	
0,0003	
0,0003	
0,0077	
0,0070	
0,0004	
-0,0011	
0,0082	
0,0058	
-0,0001	
-0,0107	
-0,0022	
-0,0005	
-0,0056	

<b>1. rezina</b>
-0,0032
-0,0005
-0,0034
-0,0016
-0,0052
-0,0161
0,0010
0,0054
0,0010
-0,0031
-0,0134
-0,0045
0,0091
-0,0165
-0,0026
0,0004
-0,0021
0,0017
-0,0020
-0,0132
-0,0056
0,0130
-0,0046
-0,0049
-0,0023
0,0020
0,0131
0,0034
-0,0029
-0,0022
0,0035
0,0103
0,0018
-0,0035
0,0074
0,0125
0,0126
0,0023
-0,0032
-0,0045
-0,0027
-0,0011
-0,0025
-0,0025
-0,0097
0,0032
-0,0002
-0,0004
0,0137
-0,0115

1. rezina
-0,0013
0,0038
-0,0026
0,0077
0,0086
-0,0022
-0,0052
0,0070
0,0017
-0,0020
0,0048
-0,0027
-0,0011
-0,0027
0,0030
0,0002
-0,0022
-0,0019
-0,0026
0,0008
-0,0015
-0,0012
-0,0043
-0,0045
-0,0028
-0,0001
0,0019
-0,0032
0,0057
-0,0018
-0,0010
-0,0022
0,0021
-0,0024
-0,0013
-0,0006
-0,0027

Preglednica A3: Odstopanja  $d$  od vsake točke  $nop$  do radija valja v primeru štirinajstih rezin

Preglednica se nadaljuje do strani A/15

$d$ [m]						
1. rezina	2. rezina	3. rezina	4. rezina	5. rezina	6. rezina	7. rezina
0,0054	-0,0009	-0,0022	-0,0029	-0,0027	-0,0050	-0,0034
0,0150	0,0004	0,0117	0,0152	-0,0032	-0,0043	0,0046
-0,0107	-0,0010	-0,0034	-0,0052	0,0037	0,0046	0,0029
-0,0065	0,0025	0,0053	0,0013	0,0035	-0,0001	0,0124
-0,0093	-0,0098	0,0137	0,0082	-0,0026	0,0036	-0,0057
-0,0094	-0,0011	0,0078	-0,0015	-0,0013	-0,0042	-0,0014
-0,0033	-0,0018	-0,0012	0,0025	0,0029	0,0116	0,0079
-0,0083	-0,0020	-0,0015	0,0057	-0,0035	0,0030	-0,0070
-0,0087	0,0060	0,0068	-0,0032	-0,0032	0,0011	0,0046
0,0016	-0,0051	-0,0050	-0,0057	0,0007	-0,0000	0,0058
0,0054	0,0153	-0,0040	0,0003	0,0023	-0,0020	-0,0065
0,0046	-0,0007	0,0002	-0,0039	0,0011	-0,0022	-0,0054
-0,0094	-0,0048	-0,0014	0,0033	0,0027	-0,0046	-0,0079
-0,0108	0,0045	-0,0009	0,0016	0,0032	0,0124	-0,0064
-0,0015	0,0060	0,0101	-0,0028	0,0002	0,0042	0,0050
-0,0085	-0,0002	-0,0031	0,0001	-0,0000	-0,0029	0,0044
0,0044	-0,0008	0,0001	-0,0035	0,0023	-0,0030	0,0187
-0,0064	-0,0008	-0,0029	-0,0023	0,0018	0,0121	0,0059
-0,0001	-0,0045	0,0068	-0,0022	0,0075	0,0024	-0,0061
-0,0064	-0,0008	-0,0020	-0,0041	0,0023	0,0032	-0,0048
0,0175	0,0010	-0,0007	0,0036	0,0028	-0,0036	0,0002
-0,0078	-0,0005	-0,0034	0,0007	-0,0061	0,0114	-0,0027
-0,0091	-0,0020	-0,0018	-0,0055	-0,0038	-0,0045	0,0016
0,0212	0,0002	-0,0010	0,0017	0,0012	-0,0045	0,0007
-0,0068	-0,0125	-0,0013	-0,0016	0,0010	-0,0007	-0,0004
-0,0070	-0,0044	0,0055	0,0086	0,0043	-0,0022	0,0003
0,0033	-0,0002	0,0056	0,0050	0,0015	-0,0029	0,0011
-0,0048	-0,0014	-0,0076	0,0040	0,0002	-0,0015	-0,0015
0,0224	-0,0023	-0,0057	0,0173	0,0019	-0,0026	0,0015
0,0153	-0,0010	-0,0044	-0,0052	-0,0035	0,0128	0,0051
-0,0095	-0,0004	0,0040	0,0049	0,0010	-0,0059	-0,0018
0,0034	-0,0051	0,0013	-0,0071	-0,0034	-0,0037	0,0042
-0,0041	-0,0026	-0,0098	-0,0007	-0,0021	0,0014	-0,0002
-0,0004	-0,0010	0,0008	-0,0063	0,0018	0,0011	-0,0009
-0,0126	-0,0012	0,0050	-0,0039	-0,0001	-0,0006	-0,0042
-0,0075	0,0012	0,0151	-0,0073	0,0038	-0,0046	-0,0052
-0,0005	-0,0020	0,0054	-0,0016	0,0027	0,0009	-0,0048
-0,0070	-0,0003	-0,0031	0,0011	-0,0069	-0,0037	-0,0071
-0,0003	-0,0003	-0,0047	0,0047	-0,0058	0,0012	-0,0001
0,0021	0,0124	0,0084	-0,0055	-0,0005	0,0046	0,0036
-0,0024	-0,0019	0,0000	-0,0051	0,0032	-0,0044	-0,0010
0,0038	-0,0123	-0,0018	0,0136	-0,0058	0,0036	0,0005
-0,0132	0,0066	-0,0015	0,0035	-0,0018	0,0036	-0,0055
-0,0021	0,0158	-0,0061	-0,0051	-0,0021	0,0029	0,0017
0,0059	-0,0009	-0,0046	-0,0063	-0,0030	-0,0043	-0,0072
-0,0026	-0,0109	-0,0049	0,0047	-0,0040	-0,0013	0,0072
0,0036	-0,0004	-0,0026	0,0005	0,0030	-0,0022	-0,0034
-0,0088	-0,0020	0,0094	0,0003	0,0015	-0,0017	0,0027
-0,0105	0,0008	0,0041	-0,0051	-0,0010	0,0108	-0,0060
-0,0099	0,0186	-0,0003	0,0012	-0,0027	-0,0041	0,0164
0,0100	-0,0020	0,0099	0,0042	-0,0058	-0,0061	0,0033

1. rezina	2. rezina	3. rezina	4. rezina	5. rezina	6. rezina	7. rezina
-0,0108	-0,0020	-0,0055	-0,0037	-0,0037	0,0044	0,0046
-0,0086	-0,0040	-0,0036	-0,0024	-0,0058	0,0037	0,0052
-0,0087	0,0146	0,0030	0,0042	0,0019	-0,0048	0,0017
-0,0093	-0,0053	-0,0049	-0,0060	-0,0039	-0,0052	0,0059
0,0034	-0,0017	0,0041	-0,0008	-0,0037	-0,0035	-0,0012
-0,0012	-0,0006	-0,0028	-0,0065	-0,0023	0,0041	0,0043
-0,0008	0,0011	0,0051	0,0001	0,0089	0,0040	-0,0005
0,0009	0,0002	-0,0016	0,0012	0,0027	-0,0069	0,0015
0,0047	-0,0010	0,0075	-0,0075	-0,0041	0,0099	0,0032
-0,0001	0,0028	-0,0024	-0,0067	0,0033	0,0001	0,0004
-0,0084	0,0131	0,0081	0,0034	0,0021	-0,0050	0,0073
-0,0128	-0,0045	-0,0069	-0,0052	0,0046	-0,0064	0,0011
0,0046	-0,0113	-0,0023	-0,0027	-0,0061	-0,0004	-0,0057
-0,0011	0,0044	-0,0066	-0,0031	0,0003	0,0044	-0,0077
0,0105	0,0000	-0,0094	0,0040	0,0036	-0,0042	-0,0040
-0,0054	-0,0039	-0,0000	-0,0011	0,0014	-0,0010	-0,0088
0,0080	-0,0038	-0,0051	0,0042	-0,0014	-0,0008	0,0042
0,0124	0,0029	0,0103	-0,0058	0,0000	0,0007	0,0066
-0,0054	-0,0004	-0,0016	-0,0041	0,0071	-0,0007	-0,0004
-0,0104	-0,0015	-0,0006	0,0050	-0,0028	0,0016	0,0024
0,0027	0,0001	-0,0006	0,0021	0,0108	0,0041	-0,0070
-0,0042	0,0024	-0,0031	-0,0022	-0,0032	0,0033	-0,0043
0,0047	0,0000	0,0091	0,0034	-0,0016	0,0013	-0,0087
-0,0011	0,0010	0,0091	-0,0040	-0,0002	-0,0020	0,0045
-0,0002	0,0019	-0,0015	-0,0029	0,0010	-0,0013	-0,0054
-0,0084	-0,0029	0,0035	0,0036	0,0013	-0,0029	-0,0068
0,0069	-0,0026	-0,0027	-0,0028	-0,0050	-0,0039	0,0068
-0,0104	0,0128	-0,0001	-0,0046	-0,0029	0,0052	-0,0021
-0,0095	-0,0027	0,0062	0,0005	0,0026	0,0037	-0,0033
0,0047	0,0006	0,0053	0,0050	-0,0011	-0,0050	-0,0032
-0,0018	-0,0043	-0,0037	-0,0053	-0,0056	-0,0016	-0,0046
-0,0030	0,0001	0,0004	-0,0056	0,0038	0,0044	-0,0050
-0,0093	-0,0022	0,0010	0,0015	0,0031	0,0003	-0,0068
0,0055	0,0005	-0,0069	-0,0003	0,0017	0,0021	-0,0033
0,0067	-0,0000	-0,0106	-0,0030	-0,0019	0,0026	-0,0035
0,0009	-0,0024	-0,0020	0,0052	-0,0035	0,0024	-0,0049
0,0064	0,0004	-0,0044	-0,0074	-0,0029	-0,0015	-0,0053
0,0175	-0,0025	-0,0021	0,0040	0,0006	-0,0006	-0,0054
0,0050	-0,0004	0,0033	-0,0054	0,0011	-0,0018	0,0180
0,0149	-0,0029	0,0021	-0,0045	0,0078	-0,0008	0,0067
-0,0098	-0,0007	-0,0011	-0,0047	-0,0017	-0,0075	0,0044
-0,0028	-0,0039	-0,0004	0,0037	0,0007	-0,0017	0,0055
0,0048	-0,0100	-0,0040	-0,0003	-0,0022	-0,0021	0,0059
0,0059	-0,0018	0,0048	-0,0009	0,0004	0,0039	0,0020
0,0124	-0,0023	0,0005	0,0028	-0,0036	0,0004	-0,0044
-0,0114	0,0131	0,0081	-0,0030	0,0108	-0,0082	-0,0052
-0,0094	0,0162	0,0084	-0,0003	-0,0025	-0,0050	-0,0077
-0,0003	-0,0002	0,0023	-0,0074	0,0028	-0,0041	0,0027
0,0003	0,0013	-0,0010	-0,0049	0,0031	-0,0046	-0,0053
0,0039	-0,0050	-0,0039	0,0048	0,0003	-0,0011	0,0024
-0,0082	-0,0016	-0,0009	0,0044	-0,0032	0,0137	-0,0030
0,0027	-0,0003	-0,0006	0,0057	0,0037	0,0029	0,0014
0,0040	0,0138	0,0004	-0,0054	-0,0019	-0,0032	0,0047
-0,0092	-0,0133	-0,0018	0,0104	-0,0034	-0,0045	0,0046
-0,0086	-0,0021	0,0095	-0,0040	-0,0046		
0,0120	-0,0001	-0,0038	-0,0058	0,0124		
0,0161	0,0028	-0,0020	0,0012	0,0026		

1. rezina	2. rezina	3. rezina	4. rezina	5. rezina
-0,0127	-0,0021	0,0057	-0,0036	-0,0063
0,0023	-0,0011	-0,0016	0,0043	0,0044
0,0000	-0,0006	-0,0098	-0,0051	-0,0054
0,0018	0,0010	-0,0012	-0,0051	0,0032
0,0133	0,0145	-0,0020	0,0079	0,0034
0,0068	0,0167	0,0121	-0,0061	0,0024
0,0049	-0,0024	-0,0017	-0,0051	-0,0041
-0,0103	-0,0031	-0,0027	0,0045	0,0007
0,0193	-0,0025	0,0067	-0,0061	0,0122
-0,0078	-0,0020	-0,0027	-0,0026	-0,0080
-0,0048	-0,0019	0,0041	0,0010	-0,0027
-0,0000	-0,0013	0,0017	-0,0028	-0,0036
0,0030	0,0013	-0,0034	0,0043	-0,0027
-0,0142	-0,0010	-0,0016	0,0064	-0,0023
-0,0094	-0,0009	-0,0056	-0,0042	-0,0011
0,0230	-0,0005	0,0029	0,0040	0,0102
0,0072	0,0050	-0,0032	0,0035	0,0043
-0,0001	0,0070	-0,0078	-0,0054	-0,0019
0,0034	-0,0017	-0,0065	-0,0008	-0,0065
0,0034	-0,0010	-0,0045	0,0080	0,0006
0,0068	-0,0006	-0,0010	-0,0040	0,0027
0,0049	0,0004	-0,0060	-0,0033	-0,0045
-0,0014	-0,0054	-0,0044	0,0001	0,0022
-0,0090	0,0007	-0,0020	0,0016	-0,0027
0,0055	-0,0024	0,0044	0,0037	-0,0003
0,0001	-0,0044	0,0167	-0,0069	-0,0049
-0,0038	-0,0007	0,0015	0,0014	
0,0112	-0,0020	-0,0089	0,0194	
-0,0088	-0,0012	-0,0024	0,0035	
-0,0070	-0,0016	0,0102	-0,0034	
0,0040	0,0167	0,0000	-0,0061	
0,0038	-0,0011	0,0013	-0,0035	
-0,0083	-0,0050	0,0037	0,0064	
-0,0099	-0,0009	0,0163	0,0055	
-0,0093	0,0011	-0,0053	0,0076	
0,0094	0,0103	0,0048	0,0041	
0,0036	-0,0031	-0,0000	-0,0056	
-0,0063	0,0003	-0,0006	0,0049	
-0,0016	0,0158	0,0035	0,0008	
-0,0112	0,0004	-0,0017	-0,0021	
-0,0054	-0,0018	0,0076	0,0027	
0,0050	0,0079	-0,0020	-0,0054	
0,0027	-0,0011	-0,0069	-0,0002	
-0,0079	-0,0004	0,0012	0,0024	
0,0009	-0,0021	-0,0042	-0,0024	
-0,0093	-0,0006	0,0105	0,0038	
0,0042	0,0052	-0,0006	-0,0012	
-0,0006	-0,0017	-0,0016	0,0038	
-0,0055	-0,0052	-0,0048	-0,0029	
0,0116	-0,0018	-0,0013	-0,0056	
-0,0041	0,0003	0,0040	-0,0029	
0,0049	-0,0021	-0,0009	0,0224	
0,0127	0,0069	-0,0011	-0,0024	
-0,0057	-0,0002	-0,0063	0,0024	
0,0011	-0,0003	-0,0012	0,0027	
0,0002	-0,0001	0,0041	-0,0025	
0,0132	-0,0020	-0,0088	-0,0019	

1. rezina	2. rezina	3. rezina	4. rezina
0,0008	-0,0028	-0,0003	-0,0065
0,0130	-0,0118	-0,0001	-0,0053
-0,0006	-0,0024	-0,0041	0,0040
-0,0099	-0,0020	-0,0037	0,0028
-0,0015	0,0069	-0,0014	0,0014
-0,0009	-0,0015	-0,0038	0,0153
-0,0140	0,0071	-0,0074	
-0,0004	-0,0004	-0,0053	
-0,0009	0,0015	0,0088	
-0,0071	-0,0010	0,0080	
-0,0081	-0,0047	-0,0098	
0,0067	-0,0018	-0,0027	
0,0018	-0,0007	-0,0024	
0,0005	0,0147	0,0073	
-0,0100	-0,0005	-0,0092	
0,0168	-0,0091	-0,0039	
0,0063	0,0115	-0,0033	
-0,0122	-0,0006	0,0117	
0,0006	0,0000	0,0107	
0,0040	-0,0012	-0,0038	
0,0093	0,0002	0,0085	
-0,0063	-0,0011	0,0045	
0,0026	-0,0028	0,0072	
0,0015	-0,0028	-0,0015	
-0,0017	-0,0016	0,0021	
0,0176	0,0008	-0,0020	
0,0039	-0,0042	-0,0046	
-0,0025	0,0059	0,0000	
0,0017	-0,0010	-0,0100	
0,0007	-0,0014	-0,0040	
0,0050	-0,0121	-0,0005	
-0,0090	0,0103	0,0052	
-0,0087	-0,0008	0,0021	
0,0107	-0,0030	0,0019	
-0,0025	-0,0020	0,0053	
-0,0093	-0,0010	-0,0073	
-0,0021	-0,0004	-0,0006	
-0,0092	-0,0022	-0,0012	
-0,0099	0,0007	0,0120	
0,0067	-0,0015	0,0003	
-0,0090	-0,0121	-0,0038	
-0,0071	0,0047	0,0063	
0,0068	-0,0014	0,0026	
0,0003	0,0097	-0,0008	
0,0027	-0,0141	-0,0014	
0,0059	-0,0009	0,0028	
-0,0049	-0,0002	-0,0090	
-0,0103	-0,0011	-0,0042	
-0,0066	-0,0030	-0,0013	
0,0215	-0,0022	-0,0034	
-0,0051	0,0024	-0,0079	
0,0028	-0,0050	-0,0054	
0,0009	-0,0020	-0,0039	
0,0047	0,0111	-0,0016	
-0,0032	0,0008	-0,0054	
-0,0096	0,0097	0,0028	
-0,0019	0,0028	-0,0078	



1. rezina	2. rezina	3. rezina
0,0022	0,0019	0.0028
0,0023	-0,0020	-0.0063
0,0027	-0,0114	
-0,0014	-0,0010	
-0,0059	0,0008	
0,0142	-0,0022	
0,0025		
-0,0005		
0,0124		
-0,0137		
-0,0029		
-0,0006		
0,0041		
0,0136		
0,0173		
0,0046		
0,0027		
0,0037		
-0,0005		
-0,0074		
0,0007		
-0,0092		
0,0168		
0,0102		
-0,0012		
0,0053		
0,0174		
0,0012		
0,0062		

... se nadaljuje

... nadaljevanje Preglednice A3

<i>d</i> [m]						
8. rezina	9. rezina	10. rezina	11. rezina	12. rezina	13. rezina	14. rezina
0,0094	-0,0009	-0,0025	-0,0010	-0,0001	-0,0074	0,0013
0,0007	0,0011	0,0006	0,0003	-0,0014	0,0020	-0,0017
-0,0022	0,0026	-0,0036	0,0032	0,0042	0,0043	0,0038
0,0006	-0,0021	-0,0032	0,0041	0,0030	0,0012	-0,0015
-0,0054	-0,0010	-0,0040	0,0014	-0,0001	0,0040	0,0002
-0,0027	-0,0019	0,0032	0,0050	0,0015	-0,0049	0,0003
-0,0043	-0,0059	0,0041	-0,0033	0,0002	0,0019	-0,0010
0,0066	-0,0034	0,0033	-0,0012	-0,0031	-0,0015	0,0022
0,0018	0,0042	-0,0001	-0,0009	0,0031	0,0010	0,0019
-0,0057	0,0017	0,0001	-0,0006	0,0041	-0,0052	0,0045
-0,0004	-0,0015	0,0018	0,0008	-0,0005	0,0033	0,0066
-0,0001	0,0052	0,0018	-0,0008	-0,0020	0,0051	0,0063
-0,0001	0,0012	0,0044	-0,0028	-0,0045	-0,0059	0,0063
-0,0016	-0,0016	0,0002	-0,0024	-0,0048	0,0020	-0,0009
-0,0022	-0,0004	0,0017	0,0041	0,0002	-0,0024	-0,0073
0,0046	-0,0006	-0,0022	0,0026	-0,0070	-0,0018	-0,0090
0,0036	0,0011	-0,0022	0,0012	0,0016	-0,0014	-0,0060
-0,0021	0,0036	0,0021	0,0019	0,0041	0,0016	0,0018
0,0033	0,0002	0,0040	-0,0030	0,0015	0,0001	-0,0077
-0,0036	-0,0011	0,0042	0,0021		0,0002	
-0,0006	-0,0002	0,0042	0,0032		0,0038	

8. rezina	9. rezina	10. rezina	11. rezina
-0,0013	-0,0003	0,0006	-0,0003
-0,0004		0,0038	0,0010
-0,0023		-0,0015	0,0030
-0,0060		0,0003	0,0010
0,0023		-0,0005	0,0009
0,0056		0,0007	0,0040
0,0025		0,0022	-0,0054
-0,0010		0,0008	-0,0033
-0,0056		-0,0044	-0,0028
-0,0059		-0,0059	-0,0009
0,0028		-0,0017	-0,0062
0,0038		-0,0071	-0,0038
-0,0008		-0,0066	0,0038
-0,0008		-0,0002	-0,0017
0,0018		-0,0044	0,0015
-0,0020		-0,0026	0,0017
-0,0012		-0,0009	-0,0027
-0,0026		0,0044	0,0014
0,0088		-0,0022	0,0013
0,0049		-0,0063	0,0030
-0,0024		0,0049	0,0027
0,0047		0,0001	-0,0042
-0,0002		0,0033	-0,0067
-0,0016		0,0021	0,0016
0,0069		0,0030	0,0002
-0,0021			0,0027
-0,0026			-0,0062
0,0035			0,0010
-0,0031			-0,0007
0,0013			
0,0079			
0,0009			
-0,0030			
0,0014			
-0,0027			
-0,0026			
-0,0031			
-0,0015			
0,0042			
0,0070			
-0,0031			
-0,0005			
0,0035			
-0,0028			
-0,0067			
0,0010			
-0,0053			
-0,0038			
-0,0013			
-0,0022			
0,0091			
-0,0036			