

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta
za gradbeništvo
in geodezijo



Jamova cesta 2
1000 Ljubljana, Slovenija
<http://www3.fgg.uni-lj.si/>

DRUGG – Digitalni repozitorij UL FGG
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

To je izvirna različica zaključnega dela.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujete na bibliografske podatke, kot je navedeno:

Hamzić, R. 2012. Dopolnitev modela PCFLOW2D s k-e modelom turbulence za nestalni tok. Diplomaska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. (mentor Četina, M., somentor Krzyk, M.): 47 str.

University
of Ljubljana

Faculty of
Civil and Geodetic
Engineering



Jamova cesta 2
SI – 1000 Ljubljana, Slovenia
<http://www3.fgg.uni-lj.si/en/>

DRUGG – The Digital Repository
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

This is original version of final thesis.

When citing, please refer to the publisher's bibliographic information as follows:

Hamzić, R. 2012. Dopolnitev modela PCFLOW2D s k-e modelom turbulence za nestalni tok. B.Sc. Thesis. Ljubljana, University of Ljubljana, Faculty of civil and geodetic engineering. (supervisor Četina, M., co-supervisor Krzyk, M.): 47 pp.

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta za
*gradbeništvo in
geodezijo*



Jamova 2
1000 Ljubljana, Slovenija
telefon (01) 47 68 500
faks (01) 42 50 681
fgg@fgg.uni-lj.si

UNIVERZITETNI ŠTUDIJ
GRADBENIŠTVA
HIDROTEHNIČNA SMER

Kandidat:

ROK HAMZIĆ

**DOPOLNITEV MODELA PCFLOW2D S k - ϵ MODELOM
TURBULENCE ZA NESTALNI TOK**

Diplomska naloga št.: 3259/HS

**UPGRADE OF PCFLOW2D MODEL WITH k - ϵ
TURBULENCE MODEL FOR UNSTEADY FLOW**

Graduation thesis No.: 3259/HS

Mentor:

prof. dr. Matjaž Četina

Predsednik komisije:

izr. prof. dr. Janko Logar

Somentor:

asist. dr. Mario Krzyk

Član komisije:

Ljubljana, _____

POPRAVKI

Stran z napako

Vrstica z napako

Namesto

Naj bo

IZJAVA O AVTORSTVU

Podpisani **ROK HAMZIĆ** izjavljam, da sem avtor diplomske naloge z naslovom: »**Dopolnitev modela PCFLOW2D s k- ϵ modelom turbulence za nestalni tok**«.

Izjavljam, da je elektronska različica v vsem enaka tiskani različici.

Izjavljam, da dovoljujem izjavo elektronske različice v repozitoriju UL FGG.

Ljubljana, 1.10.2012

(podpis)

IZJAVE O PREGLEDU NALOGE

Nalogo so si ogledali učitelji hidrotehnične smeri:

BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

UDK:	532.5:626/627(043.2)
Avtor:	Rok Hamzić
Mentor:	Prof. dr. Matjaž Četina
Somentor:	Asist. dr. Mario Krzyk
Naslov:	Dopolnitev modela PCFLOW2D s k-ϵ modelom turbulence za nestalni tok
Tip dokumenta:	Diplomska naloga – univerzitetni študij
Obseg in oprema:	47 str., 8 pregl., 8 sl., 3 graf., 45 en., 39 pril.
Ključne besede:	matematični model, PCFLOW2D, k-ϵ model turbulence, model Smagorinsky, metoda končnih volumnov, hibridna shema, nestalni tok, numerična difuzija, PGI Visual Fortran

Izveček:

V diplomski nalogi so predstavljeni osnovni matematični modeli in numerične sheme, ki se uporabljajo za izračun turbulentnih tokov pri nas in po svetu. Osredotočili smo se na model Smagorinsky in k- ϵ model turbulence za nestalni tok, ki smo ju tudi vgradili v program PCFLOW2D. Program PCFLOW2D je napisan v programskem jeziku Fortran 77 in izhaja iz programa TEACH. PCFLOW2D je dvodimenzionalni matematični model globinsko povprečnega toka s prosto gladino. Za izračun parcialnih diferencialnih enačb nestalnega toka program uporablja metodo končnih volumnov Patankarja in Spaldinga. Posodobitve programa smo preizkusili na primeru laboratorijskega kanala z bočnim vtokom in primeru tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu. Oba primera smo izračunali z modelom konstantne efektivne viskoznosti, modelom Smagorinsky in k- ϵ modelom turbulence pri hibridni numerični shemi in pri laboratorijskem kanalu primerjali tokovne slike z eksperimentom. Iz analize smo ugotovili, da vgrajeni model turbulence deluje in prikaže fizikalno realne rezultate. Vendar dobimo zaradi povečane numerične difuzije v določenih predelih toka premajhno dolžino recirkulacije. Problem smo poskusili rešiti z zgoščevanjem numerične mreže, vendar numerične difuzije nismo uspeli popolnoma odpraviti. Preiskusili smo tudi novejši Fortranov prevajalnik, PGI Visual Fortran in ugotovili, da skrajša računske čase v primerjavi z dosedanjim prevajalnikom v povprečju za 45%.

BIBLIOGRAFIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION

UDC: 532.5:626/627(043.2)
Author: Rok Hamzić
Supervisor: Prof. Matjaž Četina, Ph.D.
Co supervisor: Teaching Assist. Mario Krzyk, Ph.D.
Title: Upgrade of PCFLOW2D model with k-ε turbulence model for unsteady flow
Document type: Graduation Thesis – University studies
Scope and tools: 47 pag., 8 tab., 8 fig., 3 graph., 45 eq., 39 ann.
Key Words: mathematical model, PCFLOW2D, k-ε turbulence model, Smagorinsky model, finite volume method, hybrid scheme, unsteady flow, numerical diffusion, PGI Visual Fortran

Abstract:

This thesis presents basic mathematical models used in calculation of turbulent flows worldwide. We upgraded the PCFLOW2D program with the Smagorinsky model and the k-ε turbulence model for unsteady flow. PCFLOW2D is derived from the TEACH program and is written in the Fortran 77 programming language. PCFLOW2D is a two-dimensional depth-averaged model which calculates turbulent flow in open channels. It uses finite volume method of Patankar and Spalding to calculate partial differential equations for unsteady flow. We utilised our upgrades on the mathematical model with hybrid numerical scheme to calculate unsteady flow in a laboratory channel with a side discharge and on a kayaking track on the river Soča near Solkan. Both study cases were calculated using the model of constant effective viscosity, the Smagorinsky model and the k-ε model and the results were compared. Analysis shows that while the new model works, it has some problems with numerical diffusion. It produces physically realistic results, with insufficient length of recirculation, due to increased numerical diffusion. We attempted to solve the problem by condensing the numerical grid, but were unable to entirely remove the numerical diffusion. We also tested an up-to-date Fortran compiler, PGI Visual Fortran, that compared to the current compiler, reduced computational times by 45% on average.

ZAHVALA

Rad bi se zahvalil družini, ki me je vedno vzpodbujala in mi stala ob strani. Prav tako bi se zahvalil vsem prijateljem, predvsem pa Tomažu, Petru in Žigi za tehnično pomoč in znanje, ki mi je močno olajšala delo.

Posebno se želim zahvaliti svojemu učitelju in mentorju prof. Četini, ki mi je s svojim znanjem in neprecenljivimi izkušnjami vedno znal pomagati.

KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 1: Empirične konstante pri k-ε modelu	9
Preglednica 2: Empirične konstante pri globinsko povprečnem k-ε modelu turbulence.....	10
Preglednica 3: Tok v laboratorijskem kanalu z bočnim vtokom - pregled izračunanih primerov in rezultatov	30
Preglednica 4: Primerjava računskih časov med posameznimi modeli turbulence in prevajalnikoma za numerično mrežo velikosti 24 x 50 točk	36
Preglednica 5: Primerjava računskih časov med posameznimi modeli turbulence in prevajalnikoma za numerično mrežo velikosti 48 x 100 točk	36
Preglednica 6: Primerjava računskih časov med posameznimi modeli turbulence in prevajalnikoma za numerično mrežo velikosti 96 x 200 točk	37
Preglednica 7: Izboljšanje računskih časov modelov in numeričnih mrež glede na izbiro prevajalnika	37
Preglednica 8: Izboljšanje računskih časov posameznih modelov turbulence glede na velikost numerične mreže	37

KAZALO GRAFIKONOV

Grafikon 1: Primerjava računskih časov med prevajalnikoma Microsoft Powerstation 4.0 in PGI Visual Fortran pri modelu konstantne efektivne viskoznosti	38
Grafikon 2: Primerjava računskih časov med prevajalnikoma Microsoft Powerstation 4.0 in PGI Visual Fortran pri modelu Smagorinsky	38
Grafikon 3: Primerjava računskih časov med prevajalnikoma Microsoft Powerstation 4.0 in PGI Visual Fortran pri k- ϵ modelu turbulence	39

KAZALO SLIK

Slika 3.1: Diskretizacija računskega področja (Povzeto po [2]: str. 32)	14
Slika 3.2: Cikcakasto polje hitrost (Povzeto po [2]: str. 33)	15
Slika 3.3: Spreminjanje odvisne spremenljivke Φ v časovni smeri (Povzeto po [3]: str. 20)	16
Slika 3.4: Spreminjanje odvisne spremenljivke Φ znotraj končnega volumna (Povzeto po [2]: str. 33)	17
Slika 3.5: Končni volumen za u (Povzeto po [3]: str. 21)	19
Slika 3.6: Končni volumen za v (Povzeto po [3]: str. 21)	20
Slika 3.7: Končni volumen za h(P), k, ε in φ_S (Povzeto po [3]: str. 21)	20
Slika 5.1: Shema laboratorijskega kanala z bočnim vtokom (Povzeto po [6]: str. 67)	28

KAZALO VSEBINE

1	UVOD.....	1
2	MODELI TURBULENCE.....	3
2.1	BREZ-ENAČBNI MODELI TURBULENCE	3
2.1.1	Modeli konstantne turbulentne viskoznosti / difuzije.....	3
2.1.2	Modeli mešalne dolžine.....	4
2.1.3	Prandtlov model proste strižne plasti.....	4
2.1.4	Model Smagorinsky.....	5
2.2	ENO-ENAČBNI MODELI TURBULENCE.....	6
2.2.1	Eno-enačbni modeli, ki uporabljajo koncept turbulentne viskoznosti.....	6
2.2.2	Model Bradshaw.....	7
2.3	DVO-ENAČBNI MODELI TURBULENCE	8
2.3.1	Enačbe za določitev dolžinskega merila turbulence	8
2.3.2	k- ϵ model turbulence za visoka Reynoldsova števila	8
2.3.3	Globinsko povprečni k- ϵ model turbulence	9
2.3.4	Ostali dvo-enačbni modeli turbulence	11
3	METODA REŠEVANJA	12
3.1	NUMERIČNE METODE	12
3.1.1	Metoda končnih elementov.....	12
3.1.2	Metoda robnih elementov	12
3.1.3	Metoda končnih razlik	13
3.1.4	Diskretizacija računskega področja	14
3.2	NUMERIČNE SCHEME.....	15
3.2.1	Interpolacija v časovni smeri	16
3.2.2	Interpolacija v prostorski smeri	17
3.3	DISKRETIZACIJA ENAČB	19
3.3.1	Sistem algebraskih enačb in njihovo reševanje	21

4	PROGRAM PCFLOW2D.....	22
4.1	FORTRAN.....	22
4.1.1	Zgodovina programskega jezika Fortran.....	22
4.1.2	Standardizacija Fortrana.....	22
4.1.3	Prednosti in slabosti Fortrana 77.....	22
4.2	OPIS PROGRAMA PCFLOW2D.....	23
4.2.1	Delovanje programa PCFLOW2D.....	24
4.2.2	PCFLOW2D in programsko okolje.....	24
4.2.3	Nadgradnja programa PCFLOW2D.....	25
5	TURBULENTNI TOK V KANALU Z BOČNIM VTOKOM.....	28
5.1	PODATKI IN IZRAČUNANI PRIMERI.....	28
5.2	ROBNI POGOJI.....	29
5.3	REZULTATI IN PRIMERJAVA Z EKSPERIMENTOM.....	29
6	TOK V KAJAKAŠKI PROGI NA SOČI PRI SOLKANU.....	33
6.1	PODATKI IN IZRAČUNANI PRIMERI.....	33
6.2	ROBNI POGOJI.....	34
6.3	REZULTATI.....	34
7	OPTIMIZACIJA RAČUNSKIH ČASOV.....	36
8	ZAKLJUČKI.....	40
9	NAPOTKI ZA NADALJNJE DELO.....	41
9.1	RAZISKAVE MATEMATIČNIH MODELOV TURBULENCE.....	41
9.2	OPTIMIZACIJA IN DOPOLNITVE PROGRAMA PCFLOW2D.....	41
	VIRI.....	42
	PRILOGE.....	46

SEZNAM PRILOG:

- PRILOGA A.1:** Organizacija glavnega podprograma contro v PCFLOW2D
- PRILOGA A.2:** Shematski potek programa PCFLOW2D - stalni tok
- PRILOGA A.3:** Shematski potek programa PCFLOW2D - nestalni tok
- PRILOGA B:** Tok v laboratorijskem kanalu z bočnim vtokom, numerična mreža 24 x 50, hibridna shema, model konstantne efektivne viskoznosti, $\nu_t = 0,0002 \text{ m}^2/\text{s}$
- PRILOGA C:** Tok v laboratorijskem kanalu z bočnim vtokom, numerična mreža 24 x 50, hibridna shema, model Smagorinsky
- PRILOGA Č:** Tok v laboratorijskem kanalu z bočnim vtokom, numerična mreža 24 x 50, hibridna shema, k-ε model turbulence
- PRILOGA D:** Tok v laboratorijskem kanalu z bočnim vtokom, numerična mreža 48 x 100, hibridna shema, model konstantne efektivne viskoznosti, $\nu_t = 0,0002 \text{ m}^2/\text{s}$
- PRILOGA E:** Tok v laboratorijskem kanalu z bočnim vtokom, numerična mreža 48 x 100, hibridna shema, model Smagorinsky
- PRILOGA F:** Tok v laboratorijskem kanalu z bočnim vtokom, numerična mreža 48 x 100, hibridna shema, k-ε model turbulence
- PRILOGA G:** Tok v laboratorijskem kanalu z bočnim vtokom, numerična mreža 96 x 200, hibridna shema, model konstantne efektivne viskoznosti, $\nu_t = 0,0002 \text{ m}^2/\text{s}$
- PRILOGA H:** Tok v laboratorijskem kanalu z bočnim vtokom, numerična mreža 96 x 200, hibridna shema, model Smagorinsky
- PRILOGA I:** Tok v laboratorijskem kanalu z bočnim vtokom, numerična mreža 96 x 200, hibridna shema, k-ε model turbulence
- PRILOGA J:** Tok v laboratorijskem kanalu z bočnim vtokom, numerična mreža 168 x 380, hibridna shema, k-ε model turbulence
- PRILOGA K.1:** Prikaz razmerja numerične difuzije in efektivne viskoznosti na numerični mreži velikosti 24 x 50
- PRILOGA K.2:** Prikaz razmerja numerične difuzije in efektivne viskoznosti na numerični mreži velikosti 48 x 100
- PRILOGA K.3:** Prikaz razmerja numerične difuzije in efektivne viskoznosti na numerični mreži velikosti 96 x 200
- PRILOGA K.4:** Prikaz razmerja numerične difuzije in efektivne viskoznosti na numerični mreži velikosti 168 x 380
- PRILOGA L:** Obravnavano območje, umestitev v prostor (Povzeto iz [24])
- PRILOGA M.1:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model konstantne efektivne viskoznosti, $\nu_t = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$
- PRILOGA M.2:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model konstantne efektivne viskoznosti, $\nu_t = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$, detajl 1
- PRILOGA M.3:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model konstantne efektivne viskoznosti, $\nu_t = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$, detajl 2
- PRILOGA N.1:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model Smagorinsky
- PRILOGA N.2:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model Smagorinsky, detajl 1

- PRILOGA N.3:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model Smagorinsky, detajl 2
- PRILOGA O.1:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, k-ε model turbulence
- PRILOGA O.2:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, k-ε model turbulence, detajl 1
- PRILOGA O.3:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, k-ε model turbulence, detajl 2
- PRILOGA P.1:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model konstantne efektivne viskoznosti, $\nu_t = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$
- PRILOGA P.2:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model konstantne efektivne viskoznosti, $\nu_t = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$, detajl 1
- PRILOGA P.3:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model konstantne efektivne viskoznosti, $\nu_t = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$, detajl 2
- PRILOGA R.1:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model Smagorinsky
- PRILOGA R.2:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model Smagorinsky, detajl 1
- PRILOGA R.3:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model Smagorinsky, detajl 2
- PRILOGA S.1:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, k-ε model turbulence
- PRILOGA S.2:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, k-ε model turbulence, detajl 1
- PRILOGA S.3:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, k-ε model turbulence, detajl 2
- PRILOGA Š.1:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, sedanje stanje, primerjava modelov turbulence, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, detajl 1
- PRILOGA Š.2:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, končno stanje, primerjava modelov turbulence, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, detajl 1
- PRILOGA T:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, prikaz razmerja numerične difuzije in efektivne viskoznosti, sedanje in končno stanje

1 UVOD

Gibanja tekočinskih delcev v naravi so naključna, nestalna, tridimenzionalna in zapletena. Taka turbulentna gibanja nas v dinamiki tekočin zanimajo, jih je pa zaradi svoje turbulentne narave težko točno matematično opisati. Dinamiko gibanja delcev skušamo čimbolje zajeti s hidravličnimi modeli (fizičnimi ali matematičnimi). Fizični modeli so zelo dragi in njihova izgradnja zamudna, zato se največkrat zatečemo k matematičnim modelom za izračune hidravličnih količin turbulentnega gibanja. Matematični modeli na nekaterih področjih stroke že postajajo prevladujoča vrsta hidravličnih modelov, predvsem na račun razvoja informacijske tehnologije. Fizični in matematični model imata veliko skupnega. Za oba je značilna konceptualna faza, v kateri določimo fizikalne pojave, ki naj jih model simulira. Tudi gradnjo fizičnega modela v laboratoriju lahko primerjamo z izdelavo računalniškega programa. Oba modela upoštevata modelne predpostavke ter aproksimacije in morata biti prilagojena realnim razmeram v naravi. Razlika med modeloma pa ostaja v tem, da matematični model zahteva nabor matematičnih enačb, ki opisujejo tok, medtem ko za fizični model zadošča, da pravilno določimo vplivne dejavnike in iz njih formuliramo parametre modelne podobnosti (merilo, hrapavost podlage, ipd.).

Kljub vsemu napredku v informacijski tehnologiji je poljubne primere turbulentnih tokov izredno težko matematično modelirati s točnimi metodami, čeprav so točne enačbe turbulentnega gibanja znane. Računski časi so še vedno preveliki ali pa zajamejo premajhna področja, ki niso uporabna za prakso. Zato se inženirji poslužujejo numeričnih, empiričnih in pol-empiričnih metod, ki pojav turbulence še vedno dovolj natančno opišejo pri močno skrajšanih računskih časih. Tak pristop nam omogoča izračune več različnih variant istega primera ter poda hitro in optimalno rešitev.

Ker nas velikokrat zanima turbulenca samo v določenih smereh, lahko uporabimo globinsko povprečni dvodimenzionalni model turbulence, kar model poenostavi in občutno skrajša računske čase. V diplomski nalogi smo se omejili na dvodimenzionalni globinsko povprečni model turbulence v odprtih kanalih, zajet v računalniškemu programu PCFLOW2D. Program je bil razvit na Katedri za mehaniko tekočin z laboratorijem fakultete za gradbeništvo in geodezijo ter izvira iz programa TEACH. Uporablja premaknjeno numerično mrežo, hibridno shemo (kombinacija centralno-diferenčne sheme in sheme gorvodnih razlik – »upwind« sheme) in iterativni postopek popravkov globin Patankarja in Spaldinga. Računalniški program PCFLOW2D je do sedaj vseboval model konstantne efektivne viskoznosti za stalni in nestalni tok ter k-ε model turbulence za stalni tok. Program smo nadgradili še z modelom Smagorinsky in s k-ε modelom turbulence za nestalni tok.

V diplomski nalogi so predstavljeni različni dvodimenzionalni matematični modeli in numerične metode s poudarkom na matematičnih modelih in numeričnih metodah, ki jih uporablja program PCFLOW2D. Nato je podrobno opisan računalniški program PCFLOW2D in posodobitve matematičnih modelov v programu PCFLOW2D. Primer toka laboratorijskega kanala z bočnim vtokom smo izračunali z modelom konstantne efektivne viskoznosti, modelom Smagorinsky in k-ε modelom turbulence za nestalni tok, ter rezultate primerjali med seboj. Primeru smo zgostili numerično mrežo in preverili vpliv zgoščene mreže na rezultate. Za primerjavo smo uporabili še rezultate stalnega toka in rezultate eksperimenta tega primera, ki so pomagali verificirati matematični model turbulence. Zaključili smo z uporabo dopolnjenega programa na praktičnem primeru toka v kajakaški progji na Soči pri Solkanu. Program PCFLOW2D smo prevedli s prevajalnikom Microsoft

Powerstation 4.0 in z novejšim prevajalnikom PGI Visual Fortran ter primerjali računske čase. Na koncu smo na podlagi hitrostnega polja, tokovnic in računskih časov analizirali natančnost posameznega modela turbulence ter predlagali nadaljnjo učinkovito razvojno pot programa.

2 MODELI TURBULENCE

Modele turbulence razvrščamo glede na število transportnih enačb, ki jih uporabimo za izvedenost količin v fazi turbulence. Modele turbulence je natančno opisal Rodi [22]. Osredotočili smo se na globinsko povprečne dvodimenzionalne modele turbulence, ki računajo hidravlične količine v ravnini x-y, ravnino z (globino) pa povprečimo. V grobem modele turbulence delimo na:

- brez-enačbne modele,
- eno-enačbne modele,
- dvo-enačbne modele,
- modele turbulentnih napetosti.

Poleg tega moramo omeniti še t.i. pod mrežne modele, ki jih uporabljamo za modeliranje mikroturbulence, ki jo navadna numerična mreža ne mora zajeti.

2.1 Brez-enačbni modeli turbulence

Ti enostavni modeli ne vsebujejo transportnih enačb turbulentne in temeljijo na konceptu turbulentne viskoznosti, pri čemer se viskoznost določi na podlagi poskusov, statističnih metod, empiričnih izrazov, ali pa preko porazdelitve povprečne hitrosti.

2.1.1 Modeli konstantne turbulentne viskoznosti / difuzije

Za izračun hidrodinamičnih količin v tekoči vodi nam model s konstantno viskoznostjo / difuzijo malokrat da realne rezultate. Pri gibanjih velikih vodnih teles po navadi turbulentne člene zanemarimo, kadar so pa le-ti pomembni, se model pogosto izkaže za pregroba in ne opiše turbulence na dober način. Koncept konstantne turbulentne viskoznosti / difuzije je najbolj pomemben za globinsko povprečne modele, kjer obravnavamo predvsem horizontalni transport (vertikalni transport je zajet preko trenja ob dno). Globinsko povprečno viskoznost $\bar{\nu}_t$ in difuzijo $\bar{\Gamma}$ uporabimo, da povežemo globinsko povprečne vzgonske člene in spremembe temperature z gradienti globinsko povprečnih hitrosti in temperature.

Model s konstantno difuzijo je omejen na račun polja temperatur in koncentracij v t.i. daljnem polju, kjer imamo paraboličen tok. Kadar je turbulenca v odprtih kanalih generirana predvsem s trenjem ob dno, se globinsko povprečna difuzija horizontalnega transporta dobro ujema s produktom trenjske hitrosti u_* in višine vode h :

$$\bar{\Gamma} = C u_* h \quad (2.1)$$

C predstavlja geometrijsko odvisno empirično konstanto. Turbulenca v jezerih in morjih pa se pojavi zaradi fluktuacij recirkulacijskih tokov, vetra in vpliva valov. Najbolj pogosta enačba v uporabi je:

$$\bar{\Gamma} = A l_m^{4/3} \quad (2.2)$$

A predstavlja parameter disipacije in l_m mešalno dolžino.

2.1.2 Modeli mešalne dolžine

Prvi pravi model turbulence je predlagal Prandtl leta 1925 in ga imenujemo Prandtlova hipoteza mešalne dolžine [26]. Predpostavil je, da je turbulentna viskoznost ν_t proporcionalna fluktuaciji hitrosti v' in mešalni dolžini l_m (enačba (2.3)). Pri upoštevanju strižnih plasti z eno samo turbulentno napetostjo ($\bar{u}\bar{v}$) in gradientom hitrosti $\frac{\partial u}{\partial y}$ dobimo izraz:

$$v' = l_m \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \quad \text{iz katerega sledi} \quad \nu_t = l_m v' = l_m^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \quad (2.3)$$

Tako dobimo posplošeno enačbo za turbulentno viskoznost:

$$\nu_t = l_m^2 \sqrt{\left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \frac{\partial u}{\partial y} \right]} \quad (2.4)$$

Neznana količina v tem primeru je mešalna dolžina, ki je unikatna za vsak primer in jo je treba vsakič eksperimentalno določati, kar je velika pomanjkljivost modela. Prandtlova hipoteza mešalne dolžine se je izkazala za zelo uspešno pri enostavnih tokovih, kot so npr. strižne mejne plasti. Mešalna dolžina je konstantna po celotni plasti in sorazmerna lokalni širini plasti. Ta sorazmernost se za različne vrste tokov določa z različnimi koeficienti. Enačba (2.4) se v praksi ne uporablja pogosto, saj je zapleteno določiti mešalno dolžino za poljubne vrste tokov, razen za tiste s strižnimi plastmi. Ena glavnih pomanjkljivosti modela mešalne dolžine se pokaže v primeru, ko je gradient hitrosti $\frac{\partial u}{\partial y}$ enak nič, saj sta tedaj tako ν_t kot Γ enaka nič. Model ni primeren za kompleksne tokove in primere, ko so procesi konvekcijskega ali difuzijskega transporta pomembni. Posledice so lahko npr. hipni nastanki tokov, krožni tokovi in prenos toplote v ravnini z gradientom hitrosti, ki je enak nič.

2.1.3 Prandtlov model proste strižne plasti

Predpostavi se, da je ν_t konstanta v vsakem prečnem prerezu plasti, dolžinsko merilo turbulence L je sorazmerno širini plasti δ , hitrost v' pa sorazmerna največji razliki hitrosti $|u_{max} - u_{min}|$ v plasti. Sledi:

$$\nu_t = C\delta |u_{max} - u_{min}| \quad (2.5)$$

C predstavlja empirično konstanto, ki je odvisna od vrste toka. Model se je izkazal pri modeliranju mešanja plasti, curkov in brazd toka, ki se navadno pojavljajo za premikajočim se togim telesom, kot so npr. čolni, ipd.

2.1.4 Model Smagorinsky

Smagorinsky [25] je leta 1963 prvi predlagal model za izračun napetosti v pod mrežnem merilu oz SGS napetosti (SGS - sub grid scale). Model predpostavi, da strižne napetosti v pod mrežnem merilu sledijo gradient-difuzijskemu procesu, podobno kot je molekularno gibanje. Tako je strižne napetosti τ_{ij} definiral kot:

$$\tau_{ij} = 2\nu_t S_{ij}, \quad \text{kjer je} \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right), \quad \text{iz tega sledi:} \quad (2.6)$$

$$\nu_t = \rho(C_s \Delta)^2 |S_{ij}| = \rho(C_s \Delta)^2 \sqrt{S_{ij} S_{ij}} \quad ; \quad \Delta = \sqrt{\Delta x \Delta y} \quad (2.7)$$

ν_t predstavlja Smagorinsky-jevo turbulentno viskoznost, C_s pa Smagorinsky-jev brezdimenzionalni empirični koeficient, ki variira od toka do toka, podobno kot empirična konstanta pri modelu mešalne dolžine. Uporablja se vrednost nekje v mejah od $0,10 < C_s < 0,24$. Največja prednost modela je v njegovi preprostosti in računski stabilnosti, saj vsebuje le en spremenljiv parameter. Poleg tega je model Smagorinsky zelo uspešen, ker proizvaja ustrezno difuzijo in disipacijo, ki stabilizirata numerično reševanje. Lilly leta 1966 pokaže, da daje model Smagorinsky zadovoljive rezultate pri homogeni in izotropni simulaciji turbulence velikih vrtincev (LES - large eddy simulation) [1], z $C_s \cong 0,17$, vendar proizvaja prevelike izgube v sloju ob stenah zaradi prevelike turbulentne viskoznosti, ki prihaja iz glavnega toka [16]. Ker predpostavljena Smagorinsky-jeva turbulentna viskoznost ni enaka nič v laminarnih plasteh, model generira preveliko disipacijo energije, ki duši naraščanje motenj v toku in posledično turbulenco, ki bi iz le-teh imela potencial nastati [20]. Zato je Germano leta 1991 skušal izboljšati Smagorinsky-jev model z vpeljavo dinamičnega Smagorinsky-jevega koeficienta, kar bi razširilo uporabnost modela za več tokov in izboljšalo računsko natančnost [8], [9]. Dinamični pristop bi brez dvoma izboljšal sposobnost Smagorinsky-jevega modela, ki bi bil odvisen od prostora in časa $C_s = C_s(x, t)$ in bi bil ob stenah enak nič, kar bi bolje simuliralo dejansko stanje toka [19]. Seveda pa zaradi dinamičnega koeficienta izgubimo na numerični stabilnosti in podaljšamo računske čase, zato se nismo odločili vgraditi dinamičnega Smagorinsky-jevega koeficienta v naš računalniški program. Tako se pri računih, ki zahtevajo višjo raven natančnosti, raje poslužujemo eno-enačbnih ali dvo-enačbnih modelov, za grobe izračune pa uporabimo Smagorinsky-jev model s konstantnim Smagorinsky-jevim koeficientom.

2.2 Eno-enačbni modeli turbulence

Zaradi omejitev, ki se pojavijo s Prandtlovo hipotezo mešalne dolžine, so se razvili modeli, ki temeljijo na transportnih enačbah turbulentnih količin. Ti modeli izvednotijo parcialne diferencialne transportne enačbe s povezavo med gradienti povprečne hitrosti in velikostjo pulzacij hitrosti.

2.2.1 Eno-enačbni modeli, ki uporabljajo koncept turbulentne viskoznosti

Pulzacije hitrosti opišemo s \sqrt{k} , kjer k predstavlja kinetično energijo turbulence na enoto mase in je merilo za velikost pulzacij v prostoru za turbulenco večjih razsežnosti. Ko uporabimo tako merilo dobimo:

$$v_t = C'_\mu \sqrt{k} L \quad (2.8)$$

C'_μ predstavlja empirično konstanto modela. Ta izraz predstavlja Kolmogorov-Prandtlovo enačbo, katere natančnost se izboljša s porazdelitvijo k. Transportno enačbo za k za visoka Reynoldsova števila izpeljemo iz Navier-Stokesove enačbe. Točna transportna enačba je v modelih turbulence neuporabna, saj tvori odprt sistem enačb, za zaprt oz. rešljiv sistem pa potrebujemo modelne predpostavke. Transportna enačba za visoka Reynoldsova števila je:

$$\underbrace{\frac{\partial k}{\partial t}}_{\text{nestalni člen}} + \underbrace{u \frac{\partial k}{\partial x}}_{\text{konvekcijski transport}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right)}_{\text{difuzivni transport}} + \underbrace{v_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \frac{\partial u}{\partial y}}_{\text{prenos kinetične energije na turbulentno energijo}} + \underbrace{\beta g_i \frac{v_t}{\sigma_t} \frac{\partial \phi}{\partial x}}_{\text{vzgonski člen}} - \underbrace{C_D \frac{\sqrt{k^3}}{L}}_{\text{ε disipacija energije}} \quad (2.9)$$

σ_k je empirična difuzijska konstanta, C_D pa empirična konstanta. Zadnji člen enačbe (2.9) predstavlja disipacijo kinetične turbulentne energije ϵ , pri čemer predpostavimo, da je difuzijski tok kinetične energije turbulence sorazmeren gradientu kinetične energije turbulence. V večini eno-enačbnih modelov je produkt $C'_\mu \cdot C_D$ približno enak 0,08 in σ_k približno enak 1 ($C'_\mu \cdot C_D \cong 0,08$; $\sigma_k \cong 1$). Model je do te točke omejen le na tokove z visokim Reynoldsovim številom in ni primeren za strižne mejne plasti. Faktor L v Kolmogorov-Prandtlovi enačbi in v transportni enačbi za k je eden najpomembnejših dejavnikov za zaključen model turbulence. Določi se ga na podlagi empiričnih enačb, podobno kot za mešalno dolžino l_m .

Poseben primer hipoteze mešalne dolžine dobimo, če sta v transportni enačbi (2.9) tako nestalni člen kot difuzijski transport zanemarljiva. Takrat je generacija kinetične turbulentne energije v ravnatežju z disipacijo kinetične turbulentne energije. Model mešalne dolžine je primeren za take primere tokov.

Tako so nekateri avtorji razvili različne metode za določitev L za različne vrste tokov:

- Bernard in sod. : V primerih mejnih plasti tokov s prosto gladino in prostih curkov se kombinira dve vrsti dolžinskih meril. Za turbulenco, kjer prevladuje produkcija, uporabimo oznako L_p ter L_c za turbulenco, kjer prevladuje konvekcija. Kasneje se dolžinski merili kombinirata v t.i. efektivni L .
- Bobyleve in sod. : Dolžinsko merilo se pridobi iz modificiranih lokalnih izpeljav hitrosti (velja le za tokove, kjer poteka turbulenca pretežno v eni smeri).
- Gawain in Pritchett : Upošteva se vpliv uteži v vsaki točki polja (velja le za 2D-tok s prosto gladino in osnosimetrični tok, ki se meša z statično ali dinamično okolico).

2.2.2 Model Bradshaw

Bradshaw je z sodelavci leta 1967 razvil model strižnih plasti [27], ki ne vključuje koncepta turbulentne viskoznosti, temveč izhaja iz reševanja transportne enačbe za strižne napetosti $\bar{u}\bar{v}$, katero so izpeljali iz transportne enačbe za k (enačba (2.9)). Pri izpeljavi so predpostavili, da so normalne napetosti določene s strižnimi napetostmi. Prvotni model se je izkazal za uporabnega samo za stenske mejne plasti in poizkusi po pokazali, da velja:

$$\frac{\bar{u}\bar{v}}{k} = a_1 \approx konst \approx 0,3 \quad (2.10)$$

Iz tega pa sledi:

$$u \frac{\partial \bar{u}\bar{v}}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{u}\bar{v}}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y} [G\bar{u}\bar{v}\sqrt{(\bar{u}\bar{v})_{max}}] - \bar{u}\bar{v} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\sqrt{(\bar{u}\bar{v})^3}}{L} \quad (2.11)$$

V strižnih tokovih, kjer strižna napetost menja predznak (tok v ceveh, curki, ipd.) enačba (2.10) ne velja, saj kinetična energija ne menja predznaka. Za tokove s prosto gladino pa se je pojavilo nekaj različnih pristopov, kot je npr. sorazmernost $|\bar{u}\bar{v}|$ s k ali pa obravnavanje tokov kot prehajajoče strižne plasti, tako da se enačba (2.11) uporablja v vsaki plasti.

Eno-enačbni modeli so nadgradnja modelov, ki temeljijo na hipotezi mešalne dolžine, njihova uporabnost pa se kaže v primerih, ko mejne plasti s hipnim spreminjanjem toka niso v ravnotežju: v primerih mejnih plasti s turbulenco in prenosom toplote, kjer je $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$ in v primerih krožnih oz. cirkulacijskih tokov. Kljub temu pa se pogosteje uporablja t.i. dvo-enačbne modele, kjer ni težav z določitvijo dolžinskih meril pri bolj kompleksnih tokovih, saj jih pridobimo iz dodatne transportne enačbe.

2.3 Dvo-enačbni modeli turbulence

Tovrstni modeli uporabljajo dvojje transportnih enačb: eno transportno enačbo za kinetično turbulentno energijo in drugo za določitev dolžinskega merila turbulence, pri čemer sta najpogosteje v uporabi turbulentna viskoznost in Kolmogorov-Prandtlova relacija.

2.3.1 Enačbe za določitev dolžinskega merila turbulence

Znotraj enačb velja izraz $Z = k^m L^n$, saj je k znan iz transportne enačbe za k, kar pa tudi pomeni, da L ni več odvisna spremenljivka. Iz te predpostavke je izhajalo več avtorjev, splošno obliko enačbe zapišemo takole:

$$\underbrace{\frac{\partial Z}{\partial t}}_{\text{nestalni člen}} + \underbrace{v \frac{\partial Z}{\partial y}}_{\text{konvekcijski člen}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\sqrt{k} L}{\sigma_z} \frac{\partial Z}{\partial x} \right)}_{\text{difuzijski člen}} + \underbrace{C_{Z1} \frac{Z}{k} P}_{\text{vzgonski člen oz. produkcija}} - \underbrace{C_{Z2} Z \frac{\sqrt{k}}{L} + S}_{\text{disipacija oz. destrukcija}} \quad (2.12)$$

σ_z , C_{Z1} in C_{Z2} so empirično pridobljene konstante, P je produkcija kinetične energije, kot jo poznamo iz enačbe (2.8), S pa predstavlja (sekundarni) izvorni člen, ki se spreminja od odvisnosti izbire spremenljivke Z. Če izvzamemo difuzijski člen in izvorni člen S, ki velja v primerih tokov ob steni, vidimo podobnost s transportno enačbo za k. Razlika je zanemarljiva v primeru toka s prosto gladino, le ob stenah velja izraz $Z = \varepsilon$ za primernejšega.

2.3.2 k-ε model turbulence za visoka Reynoldsova števila

Pri tokovih z visokimi Reynoldsovimi števili, kjer prevladuje lokalna izotropnost, je stopnja disipacije energije ε enaka produktu molekularne kinematične viskoznosti in pulzirajoče vrtinčnosti $\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$. Točno transportno enačbo pridobimo iz Navier-Stokesovih enačb za pulzirajočo vrtinčnost in posledično za disipacijo ε . Sama enačba vsebuje kompleksne korelacije, kar nas sili v drastične modelne predpostavke. Zato je potrebno člene, ki sestavljajo difuzijo, produkcijo in disipacijo predstaviti z modelom. Rezultat je poenostavljena oblika transportne enačbe za ε , ki skupaj s transportno enačbo za k predstavlja t.i. k-ε model turbulence, ki velja za najbolj razširjeni model turbulence danes.

V nadaljevanju so prikazane enačbe, ki tvorijo jedro k-ε modelov. V enačbi (2.15) je namesto Z v enačbi faktor disipacije energije ε , zaradi tega pa lahko za ta primer zanemarimo izvorni člen S.

$$v_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad ; \quad \Gamma = \frac{v_t}{\sigma_t} \quad (2.13)$$

$$\underbrace{\frac{\partial k}{\partial t}}_{\text{nestalni člen}} + \underbrace{\frac{\partial (uk)}{\partial x}}_{\text{konvekcijski člen}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right)}_{\text{difuzijski člen}} + \underbrace{v_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \frac{\partial u}{\partial y}}_{\text{produkcija P}} + \underbrace{\beta g \frac{v_t}{\sigma_t} \frac{\partial \Phi}{\partial x}}_{\text{destrukcija G}} - \varepsilon \quad (2.14)$$

$$\underbrace{\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}}_{\text{nestalni člen}} + \underbrace{\frac{\partial(u\varepsilon)}{\partial x}}_{\text{konvekcijski člen}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right)}_{\text{difuzijski člen}} + \underbrace{C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (P + G)}_{\text{produkcija}} - \underbrace{C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k}}_{\text{destrukcija}} \quad (2.15)$$

2.3.2.1 Določitev empiričnih konstant

V primeru mrežne turbulence sta faktorja P (produkcija) in G (destrukcija) enaka 0, tako da je $C_{2\varepsilon}$ edina empirična konstanta, ki se pojavi v enačbah (2.14) in (2.15) in se giblje v mejah med 1,8 in 2,0. Vrednost konstante C_μ v enačbi (2.13) je približno 0,09. V območjih blizu sten prevladuje logaritemski hitrostni profil. Tam je produkcija P skoraj enaka disipaciji ε , konvekcija pa zanemarljiva.

$$C_{1\varepsilon} = C_{2\varepsilon} - \frac{\chi^2}{\sigma_\varepsilon \sqrt{C_\mu}} \quad (2.16)$$

Vrednosti empiričnih konstant, predlaganih s strani Launderja in Spaldinga [13], so podane v preglednici 1.

Preglednica 1: Empirične konstante pri k-ε modelu turbulence

$C_{1\varepsilon}$	$C_{2\varepsilon}$	σ_k	σ_ε	C_μ
1,44	1,92	1,0	1,3	0,09

K-ε model s fiksnimi empiričnimi konstantami se uspešno uporablja za izračun dvodimenzionalnih stenskih mejnih plasti, tokov v odprtih kanalih, curkov, ipd. Za ostale vrste tokov pa so potrebne dodatne modifikacije modela, kot je npr. zamenjava konstant s primernimi funkcijami toka. Model, kot smo ga opisali do sedaj, velja le za tokove z visokim Reynoldsovim številom in ni primeren za laminarne plasti ob stenah. Modele za nizka Reynoldsova števila sta opisala Jones in Launder [11].

2.3.3 Globinsko povprečni k- ε model turbulence

Rastogi in Rodi [21] sta razvila osnovno verzijo k- ε modela turbulence za globinsko povprečni tok s prosto gladino v pravokotnih kanalih (parabolični tok), McGuirk in Rodi [15] pa sta to verzijo modela uporabila pri modeliranju bočnega izpusta v pravokotni laboratorijski kanal s horizontalnim dnom (eliptični tok). Pavlovič [18] je razvil globinsko povprečni k-ε model toka za naravne rečne struge. Računal je stalne eliptične tokove in širjenje toplote v bližini izpustov tople vode v rekah. V dovolj veliki razdalji od izpusta je uporabil parabolični postopek. Za različne konfiguracije iztokov je s takšnim matematičnim modelom dobil za prakso povsem zadovoljive rezultate. Globinsko povprečni k-ε model je prirejen za uporabo pri globinsko povprečnih računih turbulence, kjer je potrebno določiti globinsko povprečne turbulentne napetosti in toplotne tokove.

V program PCFLOW2D je vgrajena osnovna verzija k-ε modela turbulence za stalni tok, v naši nalogi pa smo dodali nestalne člene transportnima enačbama in dopolnili model še za nestalni tok. Stanje turbulence v določeni vertikali je opisano z vrednostjo turbulentne kinetične energije \tilde{k} in stopnjo

njene disipacije $\tilde{\varepsilon}$, ki sta povezani s koeficientom efektivne viskoznosti preko osnovnih enačb k-ε modela turbulence:

$$\nu_{ef} = \nu + \nu_t = \nu + \rho C_\mu \frac{\tilde{k}^2}{\tilde{\varepsilon}} \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial(h\tilde{k})}{\partial t} + \frac{\partial(h\bar{u}\tilde{k})}{\partial x} + \frac{\partial(h\bar{v}\tilde{k})}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\tilde{\nu}_{ef}}{\sigma_k} \frac{\partial \tilde{k}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\tilde{\nu}_{ef}}{\sigma_k} \frac{\partial \tilde{k}}{\partial y} \right) + hG - C_D h \tilde{\varepsilon} + hP_{kv} \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial(h\tilde{\varepsilon})}{\partial t} + \frac{\partial(h\bar{u}\tilde{\varepsilon})}{\partial x} + \frac{\partial(h\bar{v}\tilde{\varepsilon})}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\tilde{\nu}_{ef}}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\tilde{\nu}_{ef}}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial y} \right) + C_1 \frac{\tilde{\varepsilon}}{\tilde{k}} hG - C_2 \frac{\tilde{\varepsilon}^2}{\tilde{k}} h + hP_{\varepsilon v} \quad (2.19)$$

$$G = \nu_{ef} \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)^2 \right\} \quad (2.20)$$

G predstavlja produkcijo turbulentne kinetične energije zaradi horizontalnih gradientov hitrosti osnovnega toka. \tilde{k} , $\tilde{\varepsilon}$, $\tilde{\nu}_{ef}$ pa niso strogo definirane kot globinsko povprečne vrednosti, zato so označene z vijugo. Izvorna člena P_{kv} in $P_{\varepsilon v}$ sta posledica produkcije turbulence zaradi trenja ob rečno dno, zato sta definirana preko t.i. trenjske hitrosti u_* :

$$P_{kv} = C_k \frac{u_*^3}{h} \quad ; \quad P_{\varepsilon v} = C_\varepsilon \frac{u_*^4}{h^2} \quad (2.21)$$

$$u_* = \sqrt{C_f (\bar{u}^2 + \bar{v}^2)} \quad ; \quad C_k = \frac{1}{\sqrt{C_f}} \quad ; \quad C_\varepsilon = C_{\varepsilon r} C_2 \sqrt{C_\mu} \frac{1}{C_f^{3/4}} \quad (2.22)$$

Koeficient $C_{\varepsilon r}$ ima vrednost 3,6 za laboratorijske kanale in 2,0 za naravne rečne struge. C_f pa predstavlja koeficient trenja, ki je z Manningovim koeficientom povezan po relaciji:

$$C_f = n_G^2 \frac{g}{h^{1/3}} \quad (2.23)$$

Empirične konstante za globinsko povprečni k-ε model turbulence so zbrane v preglednici 2 in so univerzalne za različne vrste tokov ter se le rahlo razlikujejo od empiričnih konstant, ki sta jih predlagala Launder in Spalding [13].

Preglednica 2: Empirične konstante pri globinsko povprečnem k-ε modelu turbulence

C_D	C_μ	C_1	C_2	σ_k	σ_ε
1,00	0,09	1,44	1,92	1,00	1,21

Globinsko povprečni modeli se največkrat uporabljajo za račun tokov s prosto gladino, kjer prihaja do intenzivnega mešanja v vertikalni smeri zaradi trenja ob dno. Glavni prednosti modela sta:

- Empirične konstante so večinoma veljavne za različne vrste tokov
- Relativna enostavnost modela v primerjavi s kompleksnejšimi modeli s transportnimi enačbami neposredno za Reynoldsove napetosti

2.3.4 Ostali dvo-enačbni modeli turbulence

Obstajajo še drugi modeli turbulence, ki se v določenih vidikih razlikujejo od standardnega k- ϵ modela. Model Saffman-Wilcox [14], ki uporablja koncept turbulentne viskoznosti in princip Kolmogorov-Prandtl, ki določa hitrost in dolžinsko merilo iz hevristično pridobljenih enačb za t.i. virtualno energijo in virtualno vrtinčnost. Slednji model je uporaben v primeru stenskih mejnih plasti. Model Jeandal [28] uporablja standardne enačbe za k, ne pa tudi koncepta turbulentne viskoznosti. Tudi ta model je uporaben le v primeru stenskih mejnih plasti, mešalnih plasti in prostih curkov.

Dvo-enačbni modeli ne upoštevajo le merila turbulentne hitrosti v transportnih enačbah, temveč tudi mešalno dolžino. Tako predstavljajo enostavne modele za tokove, katerim mešalno dolžino težko empirično pripišemo. Dvo-enačbni modeli pokažejo svojo moč pri recirkulacijskih tokovih in zapletenih tokovih ob stenah.

3 METODA REŠEVANJA

3.1 Numerične metode

Navier-Stokesove enačbe [2] predstavljajo sistem nelinearnih parcialnih diferencialnih enačb drugega reda. Brez zanemarjanja posameznih členov in ob upoštevanju poljubnih robnih pogojev, sistem enačb analitično ni rešljiv. Razvoj uspešnih numeričnih metod in zmogljivih računalnikov nam omogočata numerično reševanje, pri čemer v primeru dvodimenzionalnih turbulentnih tokov uporabimo še princip povprečenja po času ter prevedbo na Reynoldsove enačbe. Upoštevamo še Boussinesquov pristop turbulentnih hitrosti, da dobijo Reynoldsove enačbe podobno strukturo kot Navier-Stokesove enačbe, le da veljajo za časovno povprečene vrednosti hitrosti in tlakov. Numerične metode, ki se uporabljajo v svetu, lahko razdelimo na tri velike skupine:

- metodo končnih elementov,
- metodo robnih elementov,
- metodo končnih razlik.

Opise metod, prednosti in slabosti posameznih metod je podrobno podal že Četina [2], zato bomo tu na kratko navedli le njihove osnovne značilnosti. Podrobneje bomo opisali le metodo končnih volumnov, izpeljanko metode končnih razlik, katero se na področju hidrotehnike najpogosteje uporablja. Metodo končnih volumnov uporablja tudi program PCFLOW2D, s katerim bomo opravljali naše račune.

3.1.1 Metoda končnih elementov

Pri metodi končnih elementov uporabimo poljubno oblikovane končne elemente (trikotniki, četverokotniki, ipd.) pri razdelitvi računskega področja. Znotraj teh končnih elementov preko oblikovne funkcije predpostavimo porazdelitev odvisne spremenljivke Φ . Nadaljujemo z izpeljavo diskretizacijskih enačb s pomočjo variacijskega računa ali Galerkinove metode. Največja prednost metode končnih elementov leži v njeni izredni prilagodljivosti nepravilnim geometrijskim oblikam računskega področja. Metoda je izredno priljubljena v drugih vejah mehanike (statika) in je zato preverjena metoda z bogatimi zbirkami programskih knjižnic. Pomanjkljivost metode v mehaniki tekočin predstavljajo nelinearni konveksijski členi, katerih numerična formulacija še ni povsem ustrezno rešena. Princip premaknjene mreže je pri nepravilnih končnih elementih lahko neprimeren, saj robovi niso nujno vzporedni s koordinatnimi osmi. Fizikalna interpretacija posameznih korakov diskretizacije je nekoliko nejasna, kar je pri iskanju vzrokov nestabilnosti pomembno. Pri metodi končnih elementov direktno rešujemo kontinuitetno enačbo in transportni enačbi, kar pa je bolj zamudno od iterativnega reševanja metode končnih razlik. Prav tako metoda zahteva več računalniškega spomina in računskega časa kot pri metodi robnih elementov in metodi končnih razlik.

3.1.2 Metoda robnih elementov

Metoda robnih elementov je izpeljanka metode končnih elementov, pri kateri zmanjšamo dimenzionalnost primera za eno stopnjo in s tem zmanjšamo potrebo po računskem spominu in času. Princip diskretizacije je nato podoben kot pri metodi končnih elementov. Tak pristop se trenutno največ uporablja pri simulaciji različnih vrst potencialnih tokov (obtekanje ovir, tok v porozni sredini,

ipd.). Za reševanje splošnih enačb turbulentnega toka se še iščejo ustrezne rešitve pri formulaciji nelinearnih konveksijskih členov.

3.1.3 Metoda končnih razlik

Metoda končnih razlik ima zaradi enostavnosti, jasne fizikalne interpretacije posameznih korakov diskretizacije in majhne porabe računalniškega spomina najdaljšo tradicijo v mehaniki tekočin. Pomanjkljivost metode leži v slabši prilagodljivosti nepravilnim geometrijskim oblikam računskega področja. Kljub uvajanju krivočrtnih koordinatnih sistemov je tu metoda končnih elementov še vedno v prednosti.

3.1.3.1 Metoda končnih volumnov

Če v metodo končnih razlik vpeljemo princip diskretizacije na osnovi končnih volumnov, ki je značilna za metodo končnih elementov, dobimo izpeljanko metode, metodo končnih volumnov. To metodo so modificirali za globinsko povprečni model in jo uporablja tudi program PCFLOW2D. V naslednjem podpoglavju bomo bolj podrobno opisali delovanje metode končnih volumnov in oznake, ki so upoštewane v programu PCFLOW2D.

3.1.3.2 Metoda končnih volumnov v programu PCFLOW2D

Sistem parcialnih diferencialnih enačb rešujemo numerično z metodo končnih volumnov Patankarja in Spaldinga. Osnovne značilnosti so premaknjena numerična mreža, uporaba hibridne sheme (kombinacija centralno-diferenčne sheme in »upwind« sheme) in iterativno popravljanje polja globin. Sistem enačb iterativno rešujemo, dokler niso izpolnjene kontinuitetna enačba in dinamični enačbi. Kot kriterij konvergence upoštevamo, da je vsota napak v vseh točkah mreže zaradi neizpoljenosti kontinuitetne in dinamičnih enačb manjša od predpisane vrednosti (običajno 0,5-1,0% celotnega pretoka skozi področje). Za numerično reševanje je prikladneje, če transportne enačbe za dvodimenzijski tok s hitrostima u in v , ter turbulentno kinetično energijo k in stopnjo njene disipacije ϵ izrazimo v poenoteni obliki.

$$\frac{\partial(h\Phi)}{\partial t} + \frac{\partial(h\bar{u}\Phi)}{\partial x} + \frac{\partial(h\bar{v}\Phi)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(h \Gamma_{\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \Gamma_{\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + S_{\Phi} \quad (3.1)$$

Φ lahko predstavlja u , v , k ali ϵ , Γ_{Φ} predstavlja efektivno viskoznost ν_{ef} ali $\frac{\nu_{ef}}{\sigma_k}$ oz. $\frac{\nu_{ef}}{\sigma_{\epsilon}}$, h predstavlja globino vode, S_{Φ} pa izvorni člen. Kontinuitetna enačba v posplošeni obliki:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial(\omega \bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial(\omega \bar{v})}{\partial y} = 0 \quad (3.2)$$

ω predstavlja gostoto ρ .

Izvorni člen S_Φ zapišemo takole:

$$S_\Phi = S_{\Phi C} + S_{\Phi P} \Phi \quad (3.3)$$

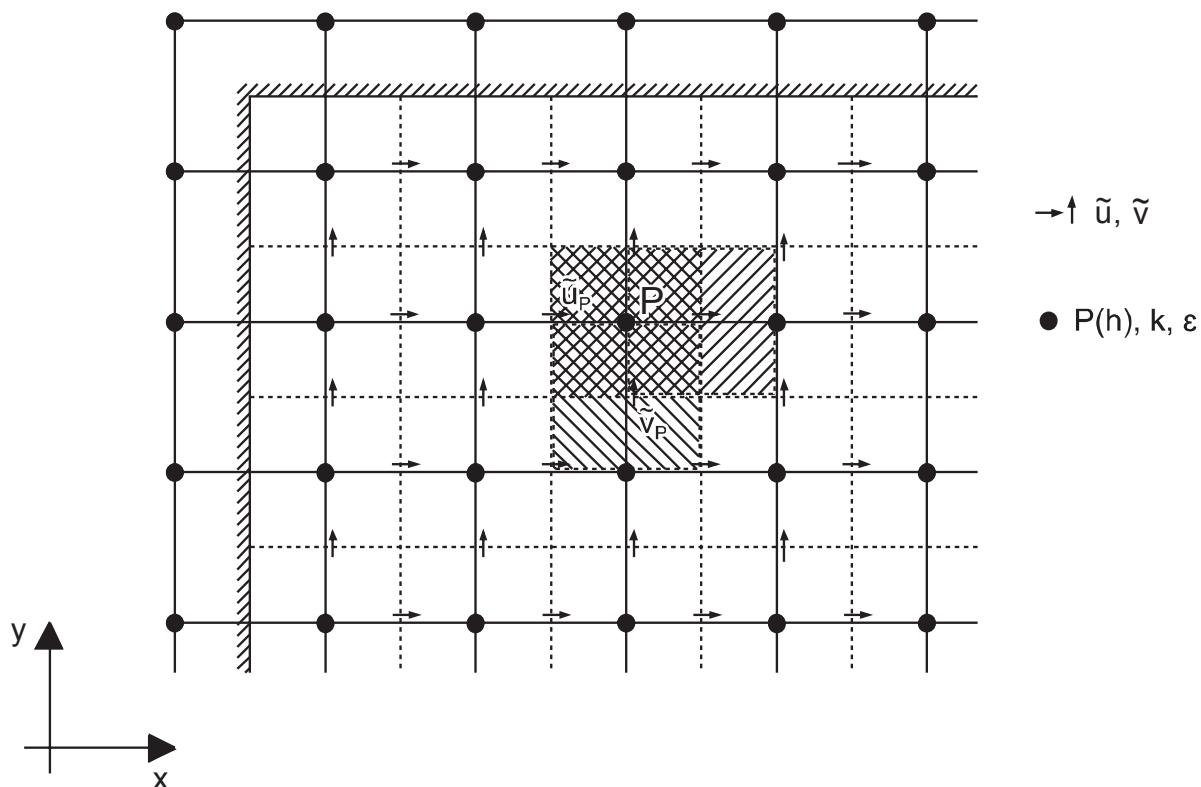
Pri enačbah globinsko povprečnega toka pa je pomen oznak naslednji: ω je globina h , \bar{u} je globinsko povprečna hitrost \bar{u} , \bar{v} je globinsko povprečna hitrost \bar{v} , Φ je \bar{u} ali \bar{v} , Γ_Φ je ν_t , kjer je ν_t koeficient turbulentne viskoznosti, izvorni člen S pa je enak (enačba 3.4 velja za $\Phi = \bar{u}$ in enačba 3.5 za $\Phi = \bar{v}$):

$$S_{\Phi C} = -gh \frac{\partial h}{\partial x} - gh \frac{\partial z_b}{\partial x} \quad \text{in} \quad S_{\Phi P} = -ghn_G^2 \frac{\bar{u}\sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}}{h^{4/3}} \quad (3.4)$$

$$S_{\Phi C} = -gh \frac{\partial h}{\partial y} - gh \frac{\partial z_b}{\partial y} \quad \text{in} \quad S_{\Phi P} = -ghn_G^2 \frac{\bar{v}\sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}}{h^{4/3}} \quad (3.5)$$

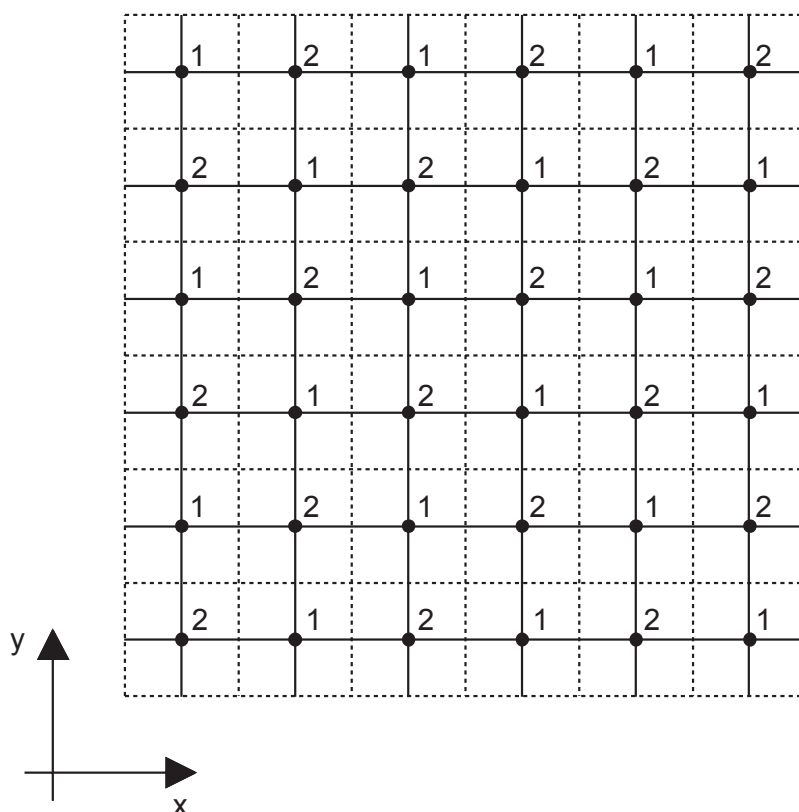
3.1.4 Diskretizacija računskega področja

Računsko področje diskretiziramo oz. razdelimo na mrežo končnih volumnov s postavitvijo mreže računskih točk, ki je lahko poljubno zgoščena v x ali y smeri. Meje končnih volumnov postavimo na sredino le-teh. Tako nam na robovih ostane po en niz točk izven računskega področja, kamor zapišemo vrednosti spremenljivk in konstant, ki so potrebne za upoštevanje ustreznih robnih pogojev. Znotraj končnih volumnov nato osnovne enačbe integriramo ob ustrezni predpostavki spreminjanja odvisne spremenljivke Φ , tako da dobimo sistem algebrajskih enačb.



Slika 3.1: Diskretizacija računskega področja (Povzeto po [2], str. 32)

Iz slike 3.1 vidimo, da hitrosti in tlakov oz. globin ne računamo na istih mestih. Končni volumni so premaknjeni za \tilde{u} in \tilde{v} , v primerjavi z ostalimi količinami ($h(P)$, k , ϵ), ker se s tem izognemo t.i. cikcakastemu polju hitrosti, kot vidimo na sliki 3.2. Cikcakasto polje hitrosti kljub neenakomernemu polju hitrosti prehitro izpolni kontinuiteto. Pri premaknjeni mreži pa do takšnega polja ne more priti, saj nastopajo hitrosti pri reševanju kontinuitetne enačbe na izračunanih pozicijah, kjer potem kontinuiteta ni izpolnjena. Razlika tlakov oz. globin uravnava račun hitrosti, ki jih računamo na meji končnih volumnov med točkami mreže. To preprečuje, da bi bile izpolnjene dinamične enačbe. Princip premaknjene mreže je uveljavljen pristop v numeričnih shemah pri reševanju dvodimenzionalnih problemov.



Slika 3.2: Cikcakasto polje hitrosti (Povzeto po [2], str. 33)

3.2 Numerične sheme

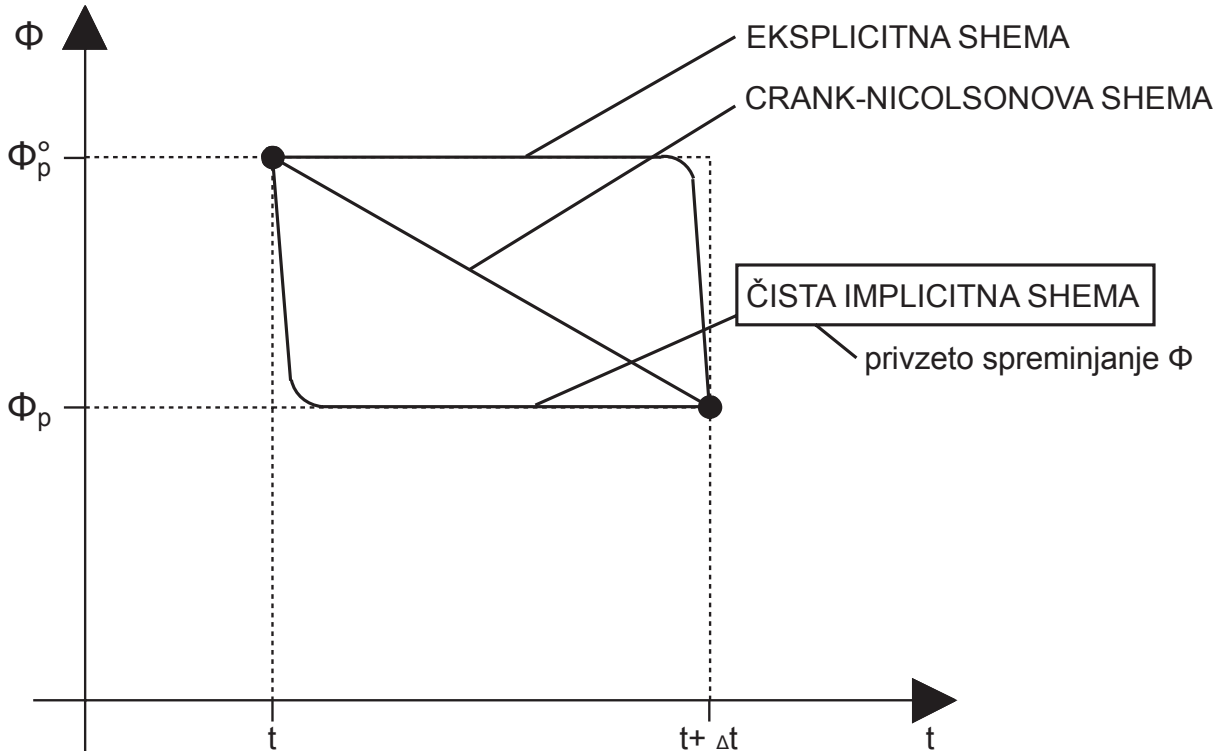
Numerične sheme delimo glede na interpolacijo v prostorski ali časovni smeri. Posamezna numerična shema predstavlja predpostavko o porazdelitvi oz. poteku odvisne spremenljivke Φ znotraj končnega volumna v časovni ali prostorski smeri, tako da po integraciji osnovnih parcialnih diferencialnih enačb dobimo algebrajske enačbe za vsak končni volumen okrog točke P v obliki:

$$a_{\Phi P} \Phi_P = a_{\Phi E} \Phi_E + a_{\Phi W} \Phi_W + a_{\Phi N} \Phi_N + a_{\Phi S} \Phi_S + b_{\Phi P} \quad (3.6)$$

$b_{\Phi P}$ predstavlja izvorni člen, $a_{\Phi E}$, $a_{\Phi W}$, $a_{\Phi N}$, $a_{\Phi S}$ pa predstavljajo konvekcijske ali difuzijske koeficiente glede na sredinsko točko P.

3.2.1 Interpolacija v časovni smeri

Nekaj možnih numeričnih shem znotraj časovnega intervala Δt je prikazanih na sliki (3.3).



Slika 3.3: Spreminjanje odvisne spremenljivke Φ v časovni smeri (Povzeto po [3], str. 20)

EksPLICITNA shema je enostavna za programiranje, vendar je časovni korak Δt omejen s Courantovim stabilnostnim pogojem ($C_r < 1$).

$$\frac{u_x \Delta t}{\Delta x} + \frac{u_y \Delta t}{\Delta y} \leq C_r < 1 \quad (3.7)$$

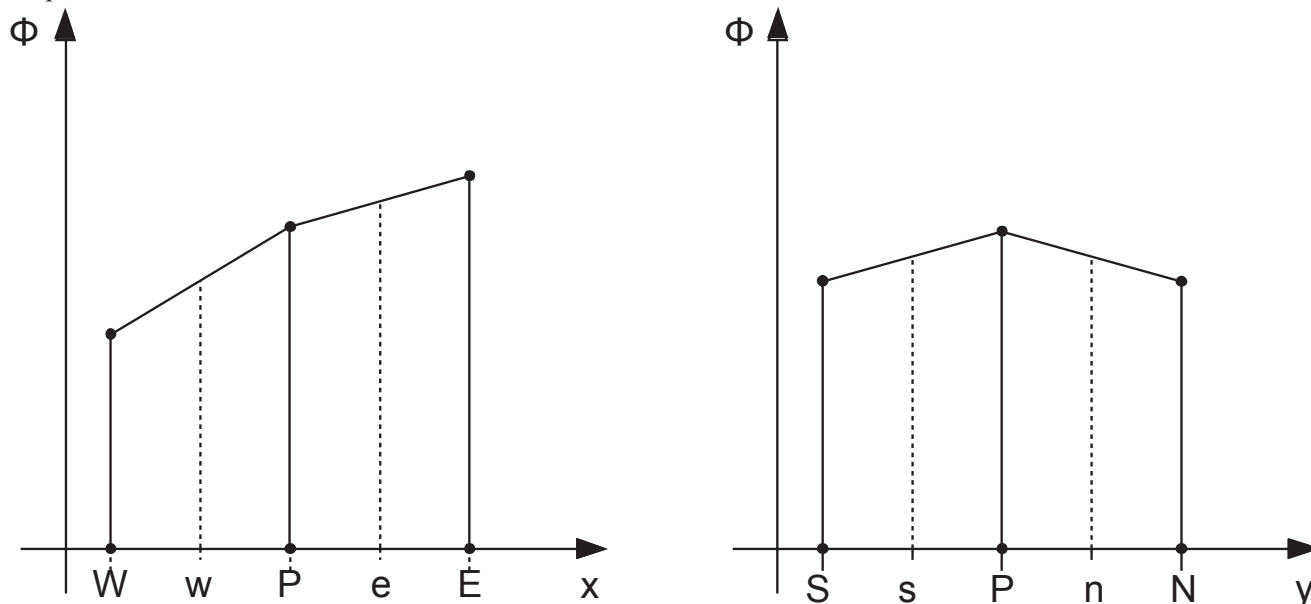
Crank-Nicolsonova shema je matematično stabilna za vsak časovni korak Δt , vendar daje v določenih primerih fizikalno nerealne rezultate. Pri zelo majhnih časovnih korakih Δt je točnejša od čiste implicitne sheme, ker je spreminjanje odvisne spremenljivke Φ od t do $t + \Delta t$ zelo blizu linearnemu poteku. Implicitna shema je stabilna tudi pri $C_r > 1$, vendar moramo reševati sisteme algebrajskih enačb, kar naredi programiranje zahtevnejše. Program PCFLOW2D uporablja čisto implicitno shemo, ki jo priporoča Patankar [17]. V splošnem za numerične sheme s časovno interpolacijo zapišemo:

$$\int_t^{t+\Delta t} \Phi_P dt = [f \Phi_P + (1 - f)\Phi_P^0] dt \quad (3.8)$$

Koeficient f ima pri eksPLICITNI shemi vrednost 0 pri Crank-Nicolsonovi shemi 0,5 in pri čisti implicitni shemi vrednost 1.

3.2.2 Interpolacija v prostorski smeri

Privzeli smo linearno spreminjanje odvisne spremenljivke Φ v prostorskih smereh x in y, kot je prikazano na sliki 3.4.



Slika 3.4: Spreminjanje odvisne spremenljivke Φ znotraj končnega volumna v smereh x in y (Povzeto po [2], str. 33)

Shema je v prostorski smeri drugega reda točnosti zaradi dodatnih vmesnih točk med osnovnimi točkami mreže. Interpolacije s polinomi višjega reda so bolj natančne, vendar je že Patankar [17] z linearnimi aproksimacijami dobil razmeroma dobre rezultate. Vrednosti spremenljivke Φ in njenih odvodov v vmesnih točkah (npr. za točko e) izrazimo takole:

$$\Phi_e = \frac{1}{2}(\Phi_E + \Phi_P) \quad (3.9)$$

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_e = \frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta x_{PE}} \quad (3.10)$$

Enačbi (3.9) in (3.10) predstavlja t.i. centralno-diferenčno shemo, ki je ustrezna za diskretizacijo difuzijskih členov v enačbi (3.1), pri konvekcijskih členih pa odpove, saj lahko dobimo fizikalno nerealne rezultate [17]. Zato pri formulaciji konvekcijskih členov uporabimo hibridno shemo. Hibridna shema je kombinacija centralno-diferenčne sheme in »upwind« sheme (shema gorvodnih razlik). Po kateri shemi bo hibridna shema formulirala konvekcijske in difuzijske člene, je odvisno od razmerja med konvekcijskim in difuzijskim transportom, t.i. Pecletovega števila:

$$P_e = \frac{F}{\Gamma_\Phi} \quad (3.11)$$

F predstavlja konvekcijo, Γ_Φ pa difuzijo v x ($F = h\tilde{u}$) ali y ($F = h\tilde{v}$) smeri.

Pri hibridni shemi sedaj upoštevamo:

$|P_e| \leq 2$ - konvekcijski členi: centralno-diferenčna shema
- difuzijski členi: centralno-diferenčna shema

$|P_e| > 2$ - konvekcijski členi: »upwind« shema
- difuzijski členi: difuzijo zanemarimo

Koeficienti a_ϕ so definirani na naslednji način:

$$a_{\phi E} = \left[\text{MAX} \left(0.5(\tilde{h})_E \Delta y ; \frac{\Gamma_{\phi e}}{\Delta x_e} \right) \right] - 0.5(\tilde{h})_E \Delta y \quad (3.12)$$

$$a_{\phi W} = \left[\text{MAX} \left(0.5(\tilde{h})_W \Delta x ; \frac{\Gamma_{\phi w}}{\Delta x_w} \right) \right] + 0.5(\tilde{h})_W \Delta x \quad (3.13)$$

$$a_{\phi N} = \left[\text{MAX} \left(0.5(\tilde{h})_N \Delta y ; \frac{\Gamma_{\phi n}}{\Delta x_n} \right) \right] - 0.5(\tilde{h})_N \Delta y \quad (3.14)$$

$$a_{\phi S} = \left[\text{MAX} \left(0.5(\tilde{h})_S \Delta x ; \frac{\Gamma_{\phi s}}{\Delta x_s} \right) \right] + 0.5(\tilde{h})_S \Delta x \quad (3.15)$$

$$a_{\phi P}^0 = \frac{h_P \Delta x \Delta y}{\Delta t} \quad (3.16)$$

$$b_{\phi P} = S_{\phi c} \Delta x \Delta y + a_{\phi P}^0 \Phi_P^0 \quad (3.17)$$

$$a_{\phi P} = a_{\phi E} + a_{\phi W} + a_{\phi N} + a_{\phi S} + a_{\phi P}^0 - S_{\phi P} \Delta x \Delta y \quad (3.18)$$

Numerična difuzija predstavlja velik problem pri obravnavi večdimenzionalnih problemov, zlasti pri shemah prvega reda točnosti (»upwind« shema) in postane pomembna pri velikih P_e številih. Osnovni vzrok zanjo najdemo v lokalnem enodimenzionalnem obravnavanju toka (v x in y smeri) in je največja, kadar tok ni vzporeden s koordinatnimi osmi (npr. 45° glede na os x) [2]. Numerična difuzija ni fizikalna količina in predstavlja napako sheme prvega reda, ki pa se računsko obnaša kot difuzija. Približna ocena numerične difuzije je podana z empiričnim izrazom:

$$\tilde{\nu}_{num} = \frac{V \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot |\sin 2\alpha|}{4 \cdot (\Delta y \cdot |\sin \alpha|^3 + \Delta x \cdot |\cos \alpha|^3)} \quad (3.19)$$

V predstavlja velikost vektorja hitrosti v določeni točki, α predstavlja kot, ki ga vektor hitrosti oklepa z x osjo, Δx in Δy pa predstavljata velikosti končnega volumna. Natančnost rešitev lahko izboljšamo z zgoščevanjem numerične mreže ali uporabo popravljenih centralno-diferenčnih shem. Dve alternativni numerični shemi sta na kratko podani v nadaljevanju, bolj natančen opis pa podaja Četina [2], [7].

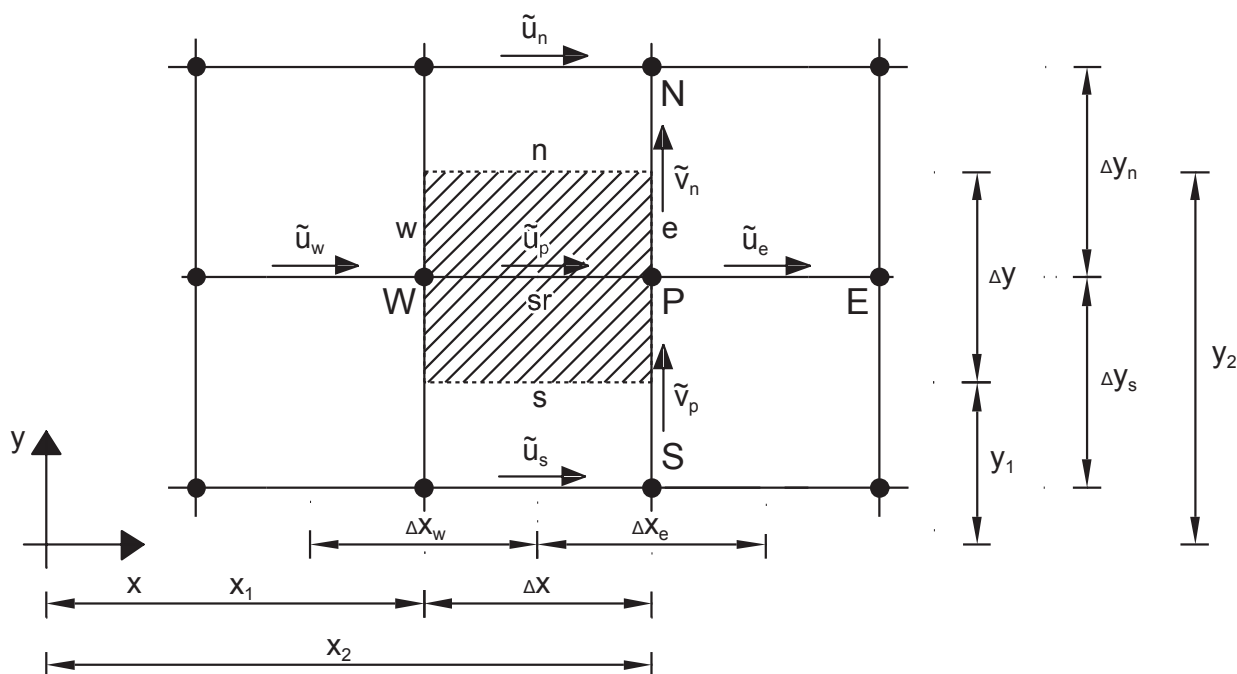
CONDIF shema [23] skuša izločiti nestabilnosti pri velikih P_e številih in hkrati ohranjati dobre lastnosti centralno-diferenčne sheme, kot so enostavnost, relativno dobra natančnost in nizka numerična difuzija. Koeficiente a_ϕ izrazimo s centralno diferenčno shemo za vsa P_e števila. V enačbi (3.20) podajamo izraz za koeficient $a_{\phi E}$, za ostale smeri W, N, S okrog točke P pa velja analogno:

$$a_{\phi E} = \frac{\Gamma_{\phi h E}}{\Delta x_E} \Delta y - 0,5(h\tilde{u})_E \Delta y \quad (3.20)$$

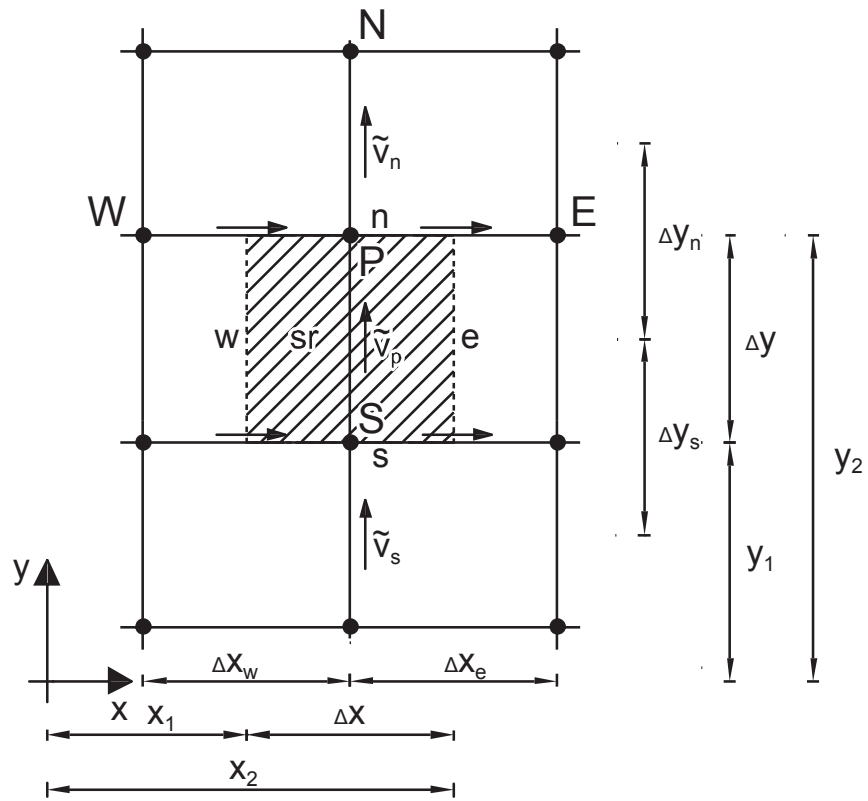
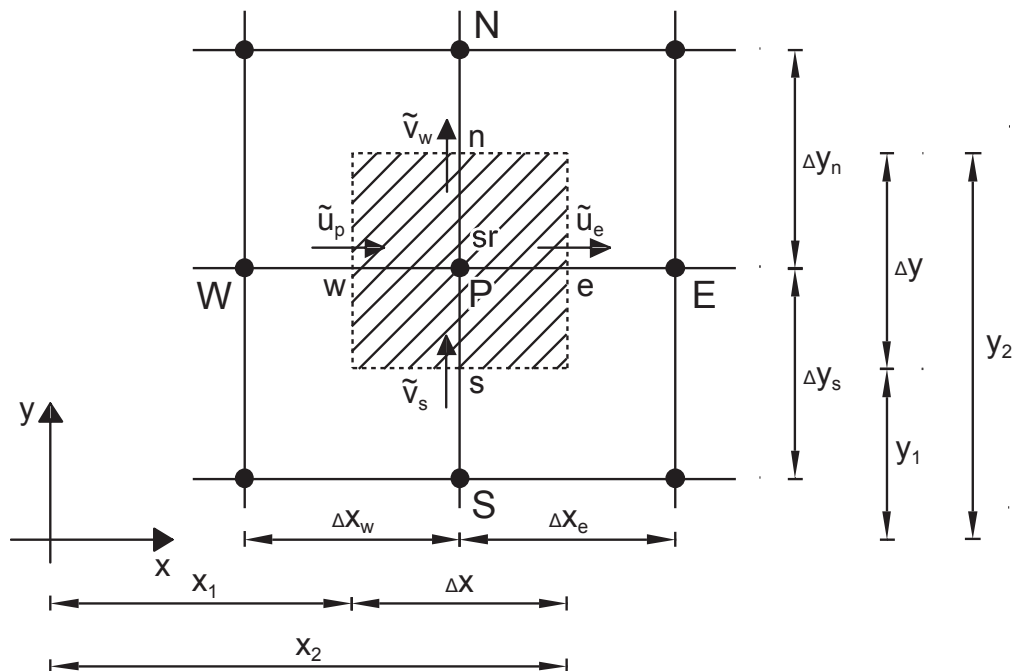
NONDIF shema [10] je izboljšana CONDIF shema, ki se v primeru lokalne nemonotonosti funkcije v večdimenzionalnih situacijah izogne »upwind« shemi tako, da neugoden vpliv prenese na katerokoli drugo smer.

3.3 Diskretizacija enačb

Po integraciji osnovnih parcialnih diferencialnih enačb v času in prostoru znotraj končnih volumnov dobimo sistem algebraskih enačb. Upoštevamo premaknjeno numerično mrežo (različne kontrolne volumne za posamezne enačbe) ter nestalni tok ($a_\phi^0 \neq 0$). Pri dinamični enačbi v x smeri za hitrost \tilde{u} upoštevamo končni volumen, ki je prikazan na sliki 3.5, pri dinamični enačbi v y smeri za hitrost \tilde{v} upoštevamo končni volumen na sliki 3.6, pri kontinuitetni enačbi in transportnih enačbah za k , ϵ (ϕ_s v primeru, da upoštevamo konvektivsko-difuzijske enačbe) pa upoštevamo končni volumen na sliki 3.7. Točke so označene z zemljepisnimi oznakami North, South, East, West in sredina končnega volumna s točko P. Celotna izpeljava diskretizirane transportne in kontinuitetne enačbe ter vrednosti koeficientov je podana v [2], zato jo tu ne navajamo.



Slika 3.5: Končni volumen za \tilde{u} (Povzeto po [3], str. 21)

Slika 3.6: Končni volumen za \tilde{v} (Povzeto po [3], str. 21)Slika 3.7: Končni volumen za $h(P)$, k , ϵ in φ_s (Povzeto po [3], str. 21)

3.3.1 Sistem algebrajskih enačb in njihovo reševanje

Vrednost Φ v algebrajski enačbi (3.6) je odvisna od štirih sosednjih vrednosti. Uporabimo iteracijski postopek reševanja sistema enačb (na osnovi popravkov tlakov oz. globin), zato bi bilo direktno reševanje sistema enačb zamudno in nesmiselno. V programu PCFLOW2D je uporabljena vrstična metoda iteracijskega reševanja, kjer sistem vedno rešujemo v eni vrstici (bodisi po horizontalah, bodisi po vertikalah, ali pa smeri alterniramo, da se vpliv robnih pogojev učinkoviteje prenese v notranjost računskega področja), vrednosti iz predhodne in naslednje vrstice pa privzamemo iz prejšnje iteracije. S takšnim pristopom preidemo na reševanje tridiagonalne matrike sistema enačb, saj so vrednosti v vsaki točki sedaj odvisne le od dveh neznanih vrednosti v isti vrstici. Reševanje takega sistema enačb je v svetu že zelo razvito (Gaussova eliminacija z delnim pivotiranjem, postopek rekurzivne substitucije, ipd.) in sam postopek reševanja je stabilen in enostaven, zato ga uporablja tudi PCFLOW2D. Celoten opis postopka je v celoti podan v [2].

4 PROGRAM PCFLOW2D

4.1 Fortran

Fortran je eden najpogosteje uporabljenih programskih jezikov za numerične in znanstvene izračune, zato je uporaben tudi kot programska podlaga za program PCFLOW2D. Pojavil se je pred ostalimi pomembnimi programskimi jeziki, se neprestano razvijal in pridobival nove funkcije oz. lastnosti, ki so znanstvenikom in inženirjem olajšale delo. Fortran je skoraj pol stoletja igral pomembno vlogo tudi na drugih računsko intenzivnih področjih, kot so napoved vremena, analiza končnih elementov, fizika in kemija.

4.1.1 Zgodovina programskega jezika Fortran

Programski jezik Fortran je napisala ekipa IBM-a, ki je leta 1957 proizvedla prvi prevajalnik Fortrana za računalnik IBM 704. Fortran je sestavljena iz besed »formula translation«, kar pomeni prevod formul. Bil je eden prvih programskih jezikov, ki je vključeval kontrolne strukture in objekte za vhod/izhod (input/output – I/O). Do leta 1963 so vsi večji proizvajalci strojne opreme ugotovili prednosti in uporabe Fortrana in ustvarili več ducatov različnih prevajalnikov za Fortran, nekatere celo bolj zmogljive od originalnega prevajalnika. To pa je povzročilo zmedo v programski sintaksi, kar je leta 1966 popravil Ameriški nacionalni standard. Postavil je standard za Fortran, imenovan Fortran 66 in tako prvi na svetu postavil standard za programski jezik. Ker pa standard ni omejeval dodajanja dodatnih funkcij, je ponovno prišlo do zmede. Zato so morali standard ponovno definirati, kar je pripeljalo do verzije Fortran 77.

4.1.2 Standardizacija Fortrana

Ena najpomembnejših lastnosti Fortranovih programov je v njihovi prenosljivosti. Vsaka generacija strojne opreme nasledi prejšnjo generacijo vsakih nekaj let, medtem ko dobri programski jeziki trajajo dlje. Da dosežemo prenosljivost programskega jezika moramo poskrbeti, da je standardizirana oblika programskega jezika sprejemljiva povsod. Standard Fortran 77 je leta 1978 potrdil komite Ameriškega inštituta za nacionalne standarde (American National Standards Institute – ANSI), ki ga je privzela tudi mednarodna organizacija za standarde (International Standards Institute – ISO). Definicija standarda je bila objavljena kot:

- ANSI X3.9-1978. Programming language Fortran
- ISO 1539-1980. Programming languages - Fortran

Tako je Fortran postal eden najbolj uporabljenih programskih jezikov na svetu, s prevajalniki za skoraj vsak tip računalnika na tržišču. Kasneje se je pojavilo še nekaj standardov, kot sta npr. Fortran 90 in Fortran 95, ki so prinesli veliko izboljšav osnovnemu standardu Fortran 77.

4.1.3 Prednosti in slabosti Fortrana 77

Fortran 77 je dovolj preprost, da se ga naučimo uporabljati relativno hitro. Fortran 77 neodvisno združuje programske enote tako, da lahko posamezne programske enote ponovno uporabimo v drugem programskem sklopu, ter tako tvorimo kompleksne programe. Zaradi široke uporabe programskega

jezika so programi napisani v Fortranu, lažje prenosljivi kot programi, napisani za ostale večje programske jezike. Vendar tudi Fortran 77 ni brez svojih pomanjkljivosti, kot so npr.:

- omejitev imen spremenljivk na 6 znakov
- fiksno določena dolžina vrstice
- uporaba oznak vrstic za nekatere ukaze

Fortran ima dokaj liberalna sintaktična pravila in obsežen sistem privzetih vrednosti, kar zna povzročati težave pri odpravljanju programskih napak. Prav tako mu manjkajo različne kontrole in podatkovne strukture, kar so naknadno popravili s standardoma Fortran 90 in Fortran 95. Čeprav je Fortran 77 v primerjavi z sodobnimi programskimi jeziki zastarel, je zaradi svoje preprostosti in splošne razširjenosti še vedno eden izmed vodilnih programskih jezikov, ki ga uporabljajo znanstveniki in inženirji po celem svetu.

4.2 Opis programa PCFLOW2D

Računalniški program PCFLOW2D ([2],[3],[4],[5],[6],[7]), je dvodimenzionalni matematični model globinsko povprečnega toka vode s prosto gladino z uporabo modificirane verzije k-ε modela turbulence, napisan v programskem jeziku Fortran 77 in izvira iz računalniškega programa TEACH. Z njim računamo polja globlin in hitrosti za stalni in nestalni tok.

Program je sestavljen iz:

- vhodnih datotek,
- glavnega podprograma CONTROL,
- računskih podprogramov,
- izhodnih datotek.

Za zagon programa potrebujemo tri vhodne datoteke:

- geometrijsko vhodno datoteko,
- konfiguracijsko vhodno datoteko,
- vhodno datoteko za definicijo mreže končnih volumnov.

Geometrijska vhodna datoteka vsebuje matriko sodelujočih in nesodelujočih končnih volumnov (sodelujoči končni volumni imajo vrednost 1, nesodelujoči pa vrednost 0), matriko kot dna (vrednosti podamo v metrih) ter matriko Manningovih koeficientov hrapavosti. Vse tri matrike morajo biti enakih velikosti in ta velikost je podana v konfiguracijski datoteki.

Konfiguracijska datoteka vsebuje vse ostale parametre primera, ki jih nastavimo za vsak računski primer. Tu določamo velikost računskega področja, mesto vtoka vode na področje, morebitne stranske dotoke, vrednost konstant, začetne in robne pogoje, dodatne izvire ter ponore, računski čas, dopustno napako izračuna, največje dovoljeno število iteracij, model turbulence, način in pogostost izpisa, parametre za kontrolo konvergentnosti procesa, itd.

V vhodni datoteki za definicijo mreže končnih volumnov podamo razdalje (vrednosti podamo v metrih) med središči končnih volumnov v x in y smeri. Tako lahko tvorimo mrežo končnih volumnov, ki je lahko na določenih mestih poljubno zgoščena. Program nato sam poišče mejo med končnimi volumni.

4.2.1 Delovanje programa PCFLOW2D

Računski del programa tvorijo podprogrami, ki se nahajajo v sklopu pripadajočih datotek. Glavni podprogram CONTRO vodi postopek in kliče posamezne računske podprograme (priloga A.1). Po branju vhodnih datotek in izpisu osnovnih podatkov sledi inicializacija spremenljivk (podprogram INIT). Sledi izračun gostote ρ in viskoznosti μ (podprogram PROPS) in postavitve začetnih pogojev v času $t = 0$. Nato začnemo nov cikel iteracij v novem časovnem koraku $t + \Delta t$. Definiramo robne pogoje, ki so funkcije časa (plima, veter – podprogram HTINT), nato pa začnemo s sklopom iteracij znotraj časovnega koraka. Najprej se izračunajo hitrosti u (podprogram CALCU; korekcijo robnih pogojev izvrši podprogram PROMU), nato hitrost v (podprogram CALCV; korekcijo robnih pogojev izvrši PROMV). Račun popravkov gladine h poteka po implicitnem postopku in se izvrši v podprogramu CALCH, ki kliče ustrezen podprogram za postavitve robnih pogojev PROMH. Račun transportne enačbe za kinetično turbulentno energijo k se izračuna v podprogramu CALCTE, ki kliče PROMTE za postavitve ustreznih robnih pogojev. Podobno naredi podprogram CALCED za izračun transportne enačbe za disipacijo energije ϵ , ki kliče podprogram PROMED. CALCTE in CALCED predstavljata k-ε model turbulence, ki izračuna nove vrednosti za k in ϵ , ki jih nato s podprogramom PROPS uporabimo za ponovni izračun efektivne viskoznosti. Sledijo možnosti za izpis rezultatov v numerični obliki in kot priprava za izris. Nato sledijo pogoji prekinitve računa, ki ugotovijo ali je račun konvergiral, ali je t_{max} presežen in ali je napaka manjša od dovoljene. Če pogoji niso izpolnjeni preidemo na nov časovni korak $t + \Delta t$, preimenujemo vrednosti spremenljivk in ponavljamo zgoraj opisani postopek toliko časa, da je pogojem zadoščeno. Na koncu zapremo vse aktivne datoteke in zaključimo podprogram CONTRO. Shematski potek programa PCFLOW2D za stalni tok je prikazan na prilogi A.2, za nestalni tok pa na prilogi A.3.

4.2.2 PCFLOW2D in programsko okolje

Program je napisan v programskem jeziku FORTRAN 77 in teče na osebnih računalnikih s pomočjo prevajalnika Microsoft Powerstation 4.0. Za primerjavo računskih časov in optimizacije programa smo program prevedli še s prevajalnikom nove generacije PGI Visual Fortran, ki je ustrezen za visoko zmogljive 32 in 64-bitne Fortran programe z uporabo Microsoft Visual Studia 10. PGI Visual Fortran prevede program za dandanašnje (32-bit in 64-bit) procesorje, prevajalnik Microsoft Powerstation pa za (32-bit) procesorje, ki so bili aktualni okoli leta 1995 (prve generacije procesorjev Intel Pentium). Prevajalnik Microsoft Powerstation ima določene omejitve, kot so: uporaba samo enega procesorskega jedra, vnaprej določena omejitev uporabljenega pomnilnika RAM, odsotnost uporabniškega vmesnika, ipd. Prevajalnik PGI Visual Fortran omogoča uporabo večjedrnih procesorjev, premestitev del intenzivnih izračunov iz procesorja (CPU) na grafično kartico (GPU) oz. CUDA tehnologijo (Compute Unified Device Architecture), ki izkorišča paralelno delovanje procesorja in grafične kartice za doseg optimalnih računskih časov. Oba prevajalnika sta naložena na osebnem računalniku, ki se nahaja na Katedri za mehaniko tekočin z laboratorijem (KMTe).

4.2.3 Nadgradnja programa PCFLOW2D

Obstoječo verzijo računalniškega programa PCFLOW2D (verzija T957) smo nadgradili z modelom Smagorinsky (verzija T958) in dopolnili k-ε model turbulence še za nestalni tok (verzija T959). Program smo dopolnili še s podprogramom za izračun numerične difuzije in Pecletovega števila ter z dodatnimi datotekami izpisov matrik viskoznosti, hitrosti u in v , k in ε , numerične difuzije in Pecletovih števil (verzija T960). Program smo dopolnili tudi z izpisom razmerja med numerično difuzijo in efektivno viskoznostjo (verzija T961). Ustvarili smo dve novi vrstici v konfiguracijski datoteki; prva (METODA) določa metodo izračuna efektivne viskoznosti ν_{ef} . Če je METODA = 0, potem program uporabi model konstantne efektivne viskoznosti in viskoznost ponastavi s podano vrednostjo TURVIS ($\mu = \nu_{ef} \cdot \rho = (\nu + \nu_t) \cdot \rho$); če je METODA = 1 potem program uporabi model Smagorinsky, oz. če je METODA = 2 program izbere k-ε model turbulence. Druga vrstica pa predstavlja kontrolne spremenljivke za vklop in izklop dodatnih izpisov (VISPIS, PISUV, PISKE, VISNU, PESTV). Za nadgradnjo programa z modelom Smagorinsky smo v podprogramu PROPS dodali empirično enačbo (2.7), ki jo program uporabi, kadar je kontrolna spremenljivka METODA enaka 1. Do sedaj je PCFLOW2D znal izračunati hitrostno polje po modelu konstantne efektivne viskoznosti za stalni in nestalni tok, ter po k-ε modelu turbulence samo za stalni tok. Dodali smo nestalne člene $a_{\Phi P}^0$ v transportni enačbi za k (podprogram CALCTE) in ε (podprogram CALCED). Dodani členi se pojavijo tudi v izvornem členu $b_{\Phi P}$ (enačba 3.17) in v izrazu za $a_{\Phi P}$ (enačba 3.18). S tem smo dopolnili k-ε model turbulence tudi za nestalni tok.

Predvidevamo, da bo model Smagorinsky potreboval približno enako računskega časa kot model konstantne efektivne viskoznosti. Rezultati naj bi bili bolj natančni, predvsem na račun spremenljivega polja viskoznosti, ki se skozi iteracije sam popravlja. k-ε model turbulence bo potreboval znatno več računskega časa od zgornjih modelov zaradi dveh dodatnih podprogramov (dve dodatni transportni enačbi), vendar bodo rezultati tokovnih slik in vseh hidrodinamičnih parametrov bolj natančni in zanesljivi, če le numerična difuzija ne bo prevelika.

Poleg vgradnje modelov smo uredili tudi nekatere izpise datotek, ki bodo uporabnikom olajšale delo. Uredili smo zapis v izhodni datoteki za zapis časa, ki sedaj poleg začetnega in končnega časa računa zapiše še ustrezen datum. Dodali smo podprogram za izračun numerične difuzije NUMDIF, ki v izhodno datoteko (visnum.rez) zapiše matriko numerične difuzije za vsak časovni korak Δt . Izpis vklopimo ali izklopimo s kontrolno spremenljivko VISNU v konfiguracijski datoteki. Prav tako smo dodali izpise Pecletovih števil, preko katerih vidimo kateri končni volumni so uporabili centralno-diferenčno shemo in kateri shemo gorvodnih razlik. Dodali smo dodatne izpise za efektivno viskoznost, hitrosti u in v ter k in ε za vsak časovni korak Δt . Izpis vklopimo ali izklopimo s kontrolnimi spremenljivkami VISPIS (za efektivno viskoznost), PISUV (za hitrosti u in v) in PISKE (za k in ε). Dodali smo tudi izpis razmerja numerične difuzije in efektivne viskoznosti v izhodno datoteko (visraz.rez), ki so nam pomagala določiti predele toka, kjer je numerična difuzija pridodala napako v model. Naredili smo različico programa PCFLOW2D, ki lahko uporablja 12 kontrolnih (monitoring) točk, s katerimi spremljamo spremembe hidravličnih količin v točkah, ki jih določi uporabnik.

Največja prednost programa PCFLOW2D se kaže v njegovi prilagodljivosti. Ker je bil program razvit na UL FGG, ga lahko neprestano dopolnjujemo. Noben komercialni program za izračun turbulentnih tokov nam ne dopušča takšne svobode, so pa uporabnikom bolj prijazni na račun uporabniškega vmesnika in grafičnih izrisov rezultatov. Praksa je pokazala, da je bolje imeti polno funkcionalen prilagodljiv program brez uporabniškega vmesnika kot pa uporabniku prijazen a neprilagodljiv program, ki v določenih primerih zataji.

4.2.3.1 Pomembni podprogrami in njihove funkcije

- **INIT**: skrbi za inicializacijo dvodimenzionalnih polj ($\tilde{u}, \tilde{v}, h, k, \varepsilon, \mu, \rho, D\tilde{u}, D\tilde{v}, S_{\Phi_c}, S_{\Phi_p}$) in izračuna vse potrebne geometrijske parametre mreže (možno je računati tudi v cilindričnem koordinatnem sistemu $x - r$, $\text{INCOS} = 2$, osnosimetrični primeri).
- **PROPS**: računa spremenljive lastnosti tekočine (npr. ρ) ali toka (v_{ef}) v polju. V primeru modela konstantne efektivne viskoznosti, nastavi viskoznost s podano vrednostjo iz konfiguracijske datoteke (TURVIS), v primeru upoštevanja modela Smagorinsky turbulentno viskoznost izračuna s pomočjo enačbe (2.7) in v primeru upoštevanja k-ε modela uporabimo enačbo (2.17) za izračun turbulentne viskoznosti.
- **LISOLV**: podprogram za izračun algebraičnih enačb v obliki tridiagonalne matrike s pomočjo rekurzivne substitucije.
- **CALCU**: podprogram za račun koeficientov algebraične enačbe za hitrost \tilde{u} , ki kliče podprogram PROMU za popravke zaradi robnih pogojev in nato preko LISOLV njihovo rešitev.
- **CALCV**: podprogram za račun koeficientov algebraične enačbe za račun \tilde{v} .
- **CALCH**: podprogram za račun globin h oz. popravkov tlakov.
- **CALCTE**: podprogram za račun koeficientov transportne enačbe za kinetično turbulentno energijo k .
- **CALCED**: podprogram za račun koeficientov transportne enačbe za disipacijo energije ε .
- **CALCM**: podprogram za račun koeficientov za skalar φ (koncentracija snovi, temperatura, ipd.). Tega podprograma pri računu naših konkretnih primerov nismo potrebovali. Brez posebnih težav pa lahko tudi CALCM vključimo v račun in s tem dobimo razpored φ_s v polju.
- **NUMDIF**: podprogram za račun numerične difuzije.
- **PRINT, IZPIS**: podprograma za izpis rezultatov.
- **CAS**: podprogram za zapis datuma in časa začetka in konca računskega procesa

4.2.3.2 Spremenljivke za kontrolo iteracij

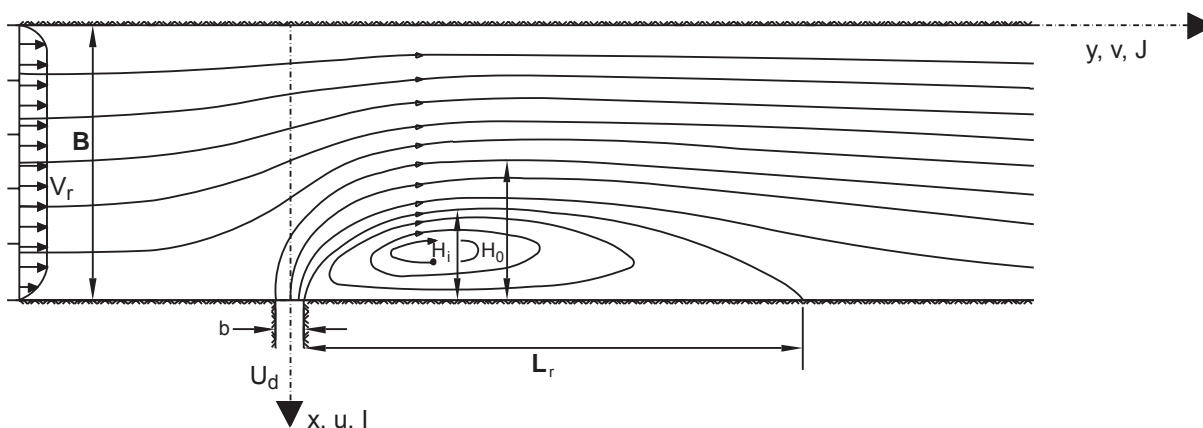
- **IMON, JMON**: vrednosti vseh odvisnih spremenljivk v tej monitoring točki se izpišejo v vsakem časovnem koraku.
- **INPRT**: vsakih INPRT časovnih korakov Δt se izpišejo odvisne spremenljivke v vseh točkah.
- **INPRI**: vsako iteracijo (pri stalnem toku) ali vsak časovni korak (pri nestalnem toku) se izpišejo odvisne spremenljivke v vseh točkah
- **RESORM, RESORU, RESORV**: ostanki zaradi netočno izpolnjene kontinuitetne enačbe in obeh dinamičnih enačb
- **SORMAX**: največje dopustna relativna vrednost vsote ostankov (navadno 0,01 oz. 1%)
- **MAXIT**: največje dopustno število iteracij v posameznem časovnem koraku (če je preseženo, gremo v naslednji časovni korak)
- **NITER**: trenutno število iteracij

4.2.3.3 Oznake v diagramu poteka programa

- **NI, NJ**: maksimalno število točk v smeri osi x (I) in osi y (J)
- **N, S, E, W**: geografske oznake točk, ki obkrožajo sredinsko točko P(I,J)
- **SEW(I), SNS(J)**: dimenzije kontrolnega volumna ($\Delta x, \Delta y$) okrog točke P(I,J)
- **DYNP(J), DYPS(J), DXEP(I), DXPW(I)**: razdalje med točko P(I,J) in geografskimi točkami, ki jo obkrožajo
- **X(I), Y(J)**: razdalje v x in y smeri od koordinatnih osi do točke P
- **XU(I), YV(J)**: razdalje v x in y smeri od koordinatnih osi do mej kontrolnega volumna okrog točke P(I,J)
- **AP(I,J), AP0(I,J)**: $a_{\Phi P}, a_{\Phi P}^0$
- **AN(I,J), AS(I,J)**: $a_{\Phi N}, a_{\Phi S}$
- **AE(I,J), AW(I,J)**: $a_{\Phi E}, a_{\Phi W}$
- **SP(I,J), SU(I,J)**: $S_{\Phi P}, S_{\Phi C}$
- **U(I,J), V(I,J)**: globinsko povprečne hitrosti \tilde{u} in \tilde{v}
- **H(I,J), HH(I,J)**: globina h in popravki te globine h'
- **TE(I,J), ED(I,J)**: k, ϵ
- **DEN(I,J), VIS(I,J)**: gostota ρ in efektivna viskoznost ν_{ef}
- **G(I,J)**: polje sodelujočih in nesodelujočih končnih volumnov, preko katerega lahko vstavljamo nepravilno geometrijo
 $G(I,J) = 1$... končni volumen sodeluje v računu
 $G(I,J) = 0$... končni volumen je izločen iz računov
- **CMU, CD, C1, C2**: empirične konstante C_μ, C_D, C_1, C_2
- **CAPPA, ELOGS, ELOGR**: von Karmanova konstanta κ , empirični konstanti za gladke in hrapave stene
- **URFU, URFV, URFH**: podrelaksacijski faktorji za \tilde{u}, \tilde{v}, h
- **URFK, URFE, URFVIS**: podrelaksacijski faktorji za k, ϵ in viskoznost ν_{ef}

5 TURBULENTNI TOK V KANALU Z BOČNIM VTOKOM

V prejšnjih poglavjih opisane dopolnitve programa PCFLOW2D smo preizkusili na primeru turbulentnega toka v kanalu z bočnim vtokom. Izbrali smo primer pravokotnega laboratorijskega kanala, ki so ga obravnavali že McGuirk in Rodi [15], ter Četina [2],[6]. Čeprav so ti avtorji obravnavali stalni tok, mi pa nestalni tok, bomo lahko primerjali tokovne slike v zadnjem časovnem koraku, ko se hitrosti ne spreminjajo več. Tloris laboratorijskega kanala je skupaj s shematičnim potekom tokovnic prikazan na sliki 5.1.



Slika 5.1: Shema laboratorijskega kanala z bočnim vtokom (Povzeto po [6]: str. 67)

5.1 Podatki in izračunani primeri

McGuirk in Rodi [15] sta izvršila račune za različna razmerja b/B in razmerja gibalnih količin stranskega in glavnega toka (M), od katerega je odvisna oblika in velikost recirkulacijskega področja za bočnim vtokom:

$$M = \frac{U_d^2 b}{V_r^2 B} \quad (5.1)$$

Rezultate svojega modela sta primerjala z laboratorijskimi eksperimentalnimi podatki različnih avtorjev. Četina [6] je za namen primerjave modelov turbulence za stalni tok izbral primer, ki so ga eksperimentalno izvajali že Mikhail in ostali (1975), zato bomo isti primer obravnavali tudi mi. Uporabili smo naslednje parametre:

$$\begin{aligned} B &= 0,61 \text{ m} \\ b &= 0,064 \text{ m} \quad (\text{oz. } b/B = 0,105) \\ V_r &= 0,1 \text{ m/s} \\ U_d &= 0,309 \text{ m/s} \quad (\text{oz. } M=1) \\ h_0 &= 0,05 \text{ m} \quad (\text{globina vode v kanalu}) \\ n_G &= 0,0106 \text{ sm}^{-\frac{1}{3}} \quad (\text{Manningov koeficient hrapavosti}) \end{aligned}$$

Pretok v glavnem kanalu je $Q_{in} = 0,00305 \text{ m}^3/\text{s}$, stranski dotok $Q_d = 0,001012 \text{ m}^3/\text{s}$, skupni pa $Q_{tot} = 0,004062 \text{ m}^3/\text{s}$. Numerična mreža osnovnega primera je bila v prečni (x) smeri enakomerna in je imela 24 točk, v vzdolžni (y) smeri pa 50 točk in je bila zgoščena v področju bočnega vtoka.

Račune smo izvršili z modelom konstantne efektivne viskoznosti, modelom Smagorinsky in k-ε modelom turbulence za nestalni tok na osnovnem primeru in primerih z zgoščenimi mrežami, da bi ugotovili vpliv zgoščenosti numerične mreže na rezultate pri posameznih modelih turbulence.

5.2 Robni pogoji

Za reševanje enačb osnovnega toka in enačb modela turbulence so nujni robni pogoji. Ker obravnavamo eliptičen tok, potrebujemo robne pogoje na vseh robovih računskega področja. Pri paraboličnem toku pa bi bili robni pogoji potrebni le na bočnih stenah, saj pri njem v gorvodni smeri ne prihaja do nikakršnih učinkov. Na vtoku je bila predpisana enakomerna vzdolžna hitrost $v = V_r$, prečna hitrost $u = 0$ ter $\frac{\partial k}{\partial y} = 0$ in $\frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 0$, v področju bočnega vtoka pa $u = -U_d$, $\frac{\partial v}{\partial x} = 0$, $\frac{\partial k}{\partial x} = 0$ in $\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0$. Na iztoku je tok že paraboličen in je dovolj daleč, da ne moti več tokovne slike. Tu so bili gradienti vseh odvisnih spremenljivk $\frac{\partial}{\partial y}$ po celotnem prečnem profilu enaki 0. Ob trdnih stenah je prečna hitrost enaka 0. Za vzdolžno hitrost pa smo v primeru uporabe k-ε modela turbulence upoštevali logaritemski zakon, v primeru modela konstantne efektivne viskoznosti in modela Smagorinsky pa poenostavljen pogoj drseče vrednosti $\frac{\partial v}{\partial x} = 0$. Za k in ε ob stenah velja pogoj lokalnega ravnotežja, da je produkcija enaka disipaciji $G \cong \tilde{\varepsilon}$ [4], [5], tako da dobimo:

$$\tilde{k}_w = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}} \quad \text{in} \quad \tilde{\varepsilon}_w = \frac{u_\tau^3}{\kappa \cdot y_p}, \quad (5.2)$$

u_τ je strižna hitrost ob steni, κ je von Kármánova konstanta (0,42), y_p pa razdalja od stene. Če so bregovi položni, potem na robovih področja ne potrebujemo posebnih robnih pogojev, saj robni končni volumni iz pravokotnika degenerirajo v trikotnik (v prečnem prerezu).

5.3 Rezultati in primerjava z eksperimentom

Pregled izvršenih izračunov skupaj s pomembnejšimi parametri recirkulacijskega področja prikazuje preglednica 3. Predvsem smo želeli primerjati delovanje k-ε modela turbulence in modela Smagorinsky z modelom konstantne turbulentne viskoznosti v nestalnem toku ter dobljene rezultate primerjati z rezultati stalnega toka Četine ter Mikhail-a in ostalih. Pri vseh primerih smo uporabili hibridno numerično shemo, ki se po izkušnjah dobro obnese pri turbulentnih tokovih s prosto gladino. Uporabili smo časovni korak $\Delta t = 0,1 \text{ s}$ in računsko obdobje $TMAX = 3600 \text{ s}$, kar pomeni 36000 časovnih korakov z največ 60 notranjih iteracij v posameznem koraku (MAXIT = 60). Dopustna relativna napaka v kontinuiteti je bila 0,5% referenčnega pretoka (SORMAX = 0,005).

Poleg osnovnega primera z numerično mrežo velikosti 24 x 50 točk (1200 numeričnih točk) smo obravnavali primere z numeričnimi mrežami 48 x 100 (4800 numeričnih točk), 96 x 200 (19200 numeričnih točk) in 168 x 380 točk (63840 numeričnih točk). Zaradi dolgih računskih časov smo

primer z mrežo 168 x 380 numeričnih točk izjemoma izračunali samo z k-ε modelom turbulence. Rezultate smo primerjali z eksperimentom, ki ga je izvršil Mikhail (1975), kot je prikazano v preglednici 3.

Preglednica 3: Tok v laboratorijskem kanalu z bočnim vtokom – pregled izračunanih primerov in rezultatov

Tok v laboratorijskem kanalu z bočnim vtokom - pregled izračunanih primerov in rezultatov										
Primer	Velikost numerične mreže	Značilnosti	REZULTATI							
			Hi/B	Lr/B	Hi/Lr	(Ho-Hi)/Lr	(Hi)num/ (Hi)eks	(Lr)num/ (Lr)eks	Prikaz rezultatov	Priloga
Mikhail in ostali (1975)	-	Eksperiment	0.380	3.62	0.105	0.074	-	-	-	-
KANAL 1 Četina (1992)	24 x 50	HIBRIDNA shema, $\nu_t = 0.0002m^2/s$	0.391	2.10	0.163	0.066	1.029	0.580	-	-
KANAL 2 Četina (1992)	24 x 50	HIBRIDNA shema, k-ε model za stalni tok	0.325	2.14	0.152	0.086	0.855	0.591	-	-
KANAL 3	24 x 50	HIBRIDNA shema, $\nu_t = 0.0002m^2/s$	0.400	2.642	0.151	0.060	1.052	0.730	Hitrosti	B a)
									Tokovnice	B b)
KANAL 4	24 x 50	HIBRIDNA shema, model Smagorinski	0.412	2.927	0.141	0.053	1.085	0.809	Hitrosti	C a)
									Tokovnice	C b)
KANAL 5	24 x 50	HIBRIDNA shema, k-ε model za nestalni tok	0.315	2.057	0.153	0.090	0.828	0.568	Hitrosti	Č a)
									Tokovnice	Č b)
KANAL 6	48 x 100	HIBRIDNA shema, $\nu_t = 0.0002m^2/s$	0.452	3.466	0.130	0.041	1.189	0.957	Hitrosti	D a)
									Tokovnice	D b)
KANAL 7	48 x 100	HIBRIDNA shema, model Smagorinski	0.493	3.379	0.146	0.038	1.299	0.933	Hitrosti	E a)
									Tokovnice	E b)
KANAL 8	48 x 100	HIBRIDNA shema, k-ε model za nestalni tok	0.385	2.338	0.165	0.067	1.013	0.646	Hitrosti	F a)
									Tokovnice	F b)
KANAL 9	96 x 200	HIBRIDNA shema, $\nu_t = 0.0002m^2/s$	0.452	4.137	0.109	0.034	1.190	1.143	Hitrosti	G a)
									Tokovnice	G b)
KANAL 10	96 x 200	HIBRIDNA shema, model Smagorinski	0.514	4.124	0.125	0.029	1.352	1.139	Hitrosti	H a)
									Tokovnice	H b)
KANAL 11	96 x 200	HIBRIDNA shema, k-ε model za nestalni tok	0.391	2.290	0.171	0.065	1.028	0.633	Hitrosti	I a)
									Tokovnice	I b)
KANAL 12	168 x 380	HIBRIDNA shema, k-ε model za nestalni tok	0.419	2.382	0.176	0.057	1.102	0.658	Hitrosti	J a)
									Tokovnice	J b)

Primeri KANAL 3, KANAL 4 in KANAL 5 so izračunani na numerični mreži 24 x 50 točk. Model konstantne efektivne viskoznosti (KANAL 3) precej dobro simulira recirkulacijsko področje, vendar je dolžina recirkulacije L_r podcenjena v primerjavi z eksperimentom. Podobne rezultate dobimo tudi z modelom Smagorinsky (KANAL 4). Pri k-ε modelu turbulence (KANAL 5) je dolžina mešanja močno podcenjena. Deloma zaradi konceptualnih napak globinsko povprečnega k-ε modela turbulence [15], deloma pa zaradi prevelike numerične difuzije (priloge Č in K.1). Numerična difuzija je največja pri interakciji curka bočnega vtoka z glavnico toka, oz. na mestu kjer se začne formirati vrtinec. Numerično difuzijo smo skušali zmanjšati z zgoščevanjem numerične mreže. Zanimiv podatek predstavlja maksimalna tokovnica na posamezni prilogi, ki predstavlja odstotek celotnega pretoka, ki se je ujel v recirkulacijo. Pri primeru KANAL 3 se je v recirkulacijo ujelo 12,97% celotnega pretoka, pri primeru KANAL 4 14,56% in 7,20% pri primeru KANAL 5.

Primeri KANAL 6, KANAL 7 in KANAL 8 so izračunani na numerični mreži 48 x 100 točk. Zaradi zgoščene numerične mreže so se parametri modela konstantne efektivne viskoznosti (KANAL 6) in modela Smagorinsky (KANAL 7) kvalitativno močno približali rezultatom eksperimenta. Numerična difuzija pri k-ε modelu turbulence (KANAL 8) se je zmanjšala glede na prejšnjo numerično mrežo (prilogi F in K.2), vendar je še vedno prisotna, tako da je dolžina recirkulacije L_r še vedno podcenjena. Večja dolžina L_r in širina H_i recirkulacijskega področja namreč pomenita manjšo numerično difuzijo. Pri primeru KANAL 6 se je v recirkulacijo ujelo 15,12% celotnega pretoka, pri primeru KANAL 7 21,12% in 9,42% pri primeru KANAL 8.

Primeri KANAL 9, KANAL 10 in KANAL 11 so izračunani na numerični mreži velikosti 96 x 200 točk. Parametri modela konstantne efektivne viskoznosti (KANAL 9) in modela Smagorinsky (KANAL 10) so še vedno blizu rezultatom eksperimenta. Dolžina recirkulacije je dobro zastopana, širina recirkulacije pa je rahlo prevelika, kar lahko pripišemo nenatančnosti brez-enačbnih modelov. Numerična difuzija je pri k-ε modelu turbulence (KANAL 11) še vedno prevelika v posameznih področjih (prilogi I in K.3), zato se dolžina recirkulacije ni bistveno izboljšala, vendar je pa širina recirkulacije H_i dobro predstavljena. Pri primeru KANAL 9 se je v recirkulacijo ujelo 13,77% celotnega pretoka, pri primeru KANAL 10 20,36% in 8,59% pri primeru KANAL 11.

Primer KANAL 12 je izračunan s k-ε modelom turbulence na numerični mreži velikosti 168 x 380 točk. To je edini primer, pri katerem smo numerično mrežo neenakomerno zgostili. Glede na barvno sliko velikosti numerične difuzije (priloga K.4) smo zgostili le začetni del numerične mreže v vzdolžni (y) smeri, prečno (x) smer pa smo zgostili enakomerno. Numerična difuzija se je skozi zgoščevanje numeričnih točk primera močno manjšala, vendar je nismo uspeli popolnoma odpraviti (priloga J), tako da je dolžina recirkulacije še vedno podcenjena (34,5% manjša dolžina recirkulacije kot izmerjena pri eksperimentu). Nadaljnje zgostitve primera so sicer možne, vendar so računski časi preveliki, da bi jih izvajali (približno tri tedne za en izračun). Pri primeru KANAL 12 se je v recirkulacijo ujelo 9,35% celotnega pretoka.

Pri vsakem primeru smo izrisali vektorje hitrosti in tokovnice (priloge B - J). Tokovnice so izrisane v brezdimenzijski obliki, vrednosti so deljene z referenčnim pretokom Q_{ref} , za katerega smo privzeli pretok skozi celotno področje Q_{tot} . Brezdimenzijska tokovnica $\Psi' = 1,0$ pomeni notranjo mejo vtočnega curka in hkrati zunanjo mejo recirkulacijskega področja, tokovnica $\Psi' = 0,75$ pa zunanjo mejo vtočnega curka (vrednost je zaokrožena na dve decimalni mesti; dejanska vrednost te tokovnice je $\Psi' = \frac{Q_{in}}{Q_{in}+Q_d} = \frac{Q_{in}}{Q_{tot}} = 0,7508616$). Tokovnice znotraj turbulentnega vrtinca nam povedo, koliko pretoka se je ujelo v recirkulacijo. Tako tokovnica $\Psi' = 1,05 = \frac{Q_{in}}{Q_{tot}} = 5,0\%$ pomeni, da se je med tokovnico $\Psi' = 1,0$ in $\Psi' = 1,05$ ujelo 5,0% celotnega pretoka, itd.

Iz rezultatov vidimo, da vgrajeni k-ε model turbulence na hibridni numerični shemi deluje, vendar ga ovira numerična difuzija v nekaterih predelih toka. Analitične rešitve tega primera nimamo, za primerjavo pa imamo le meritve fizičnega modela in račune stalnega toka. Opazili smo, da so Pecletova števila redkokdaj manjša od 2 in posledično primer skoraj vedno računamo po shemi prvega reda («upwind» shema). Zaradi tega je pri k-ε modelu turbulence izračunana difuzija velikokrat manjša od numerične difuzije in račun manj natančen. Numerične difuzije nam ni uspelo zmanjšati do

te mere, da ne bi vplivala na račun. Na prilogah K.1-K.4 vidimo, da se numerična difuzija manjša pri zgoščevanju numerične mreže. Na prilogi K.1 je na mestu interakcije glavnega in stranskega toka velik del kanala podvržen močni numerični difuziji. Na prilogi so prikazana razmerja med numerično difuzijo in efektivno viskoznostjo. Na prilogi K.4 vidimo, da se je to razmerje v primerjavi z prilogo K.1 tudi do desetkrat manjše (numerične točke smo zgostili za faktor 53). Po trendu manjšanja numerične difuzije z zgoščevanjem mreže lahko sklepamo, da bi bilo potrebno numerično mrežo zgostiti vsaj še štirikrat. Takrat bi po naših ocenah bila numerična mreža dovolj gosta, da prisotna numerična difuzija ne bi vplivala na račune. Smotrno bi bilo preizkusiti modele na numeričnih shemah višjega reda točnosti, kjer numerična difuzija ne bi bila prisotna, vendar bi s tem tudi znatno podaljšali računske čase.

6 TOK V KAJAKAŠKI PROGI NA SOČI PRI SOLKANU

Zaradi aktualnega projekta sanacije kajakaške proge na Soči pri Solkanu smo z našimi posodobitvami modela PCFLOW2D izračunali reprezentativen primer toka vode skozi kajakaško progo. Naši vhodni podatki so se zgledovali po elaboratu za PGD, ki ga je Katedra za mehaniko tekočin z laboratorijem UL FGG (KMTe) pripravila za naročnika [24]. Opis stanja kajakaške proge, vključno z hidrološkimi podatki in vplivom sanacije na HE Solkan je podrobno naveden v elaboratu, zato tu navajamo samo osnovne značilnosti študijskega primera. V elaboratu so hidravlični podatki povzeti po Hidravlični študiji kajak proge v Solkanu (FGG, 2012) in hidrološki podatki po Hidrološki študiji reke Soče – Zvezek 1 (VGI – Ljubljana, 1982).

Kajakaška proga ob starem jezcu se nahaja približno 1,5 km dolvodno od HE Solkan. Nova ureditev kajakaške proge in pripadajočih objektov zajema: zožanje kajakaškega kanala, preureditev otoka, ki ločuje kajakaško progo in desni obtočni kanal, izgradnja regulacij objekta na vtoku in preureditev krone prelivnega pragu na konstantni nivo. V sklopu študije sta bila izdelana dva hidrološka modela: enodimenzionalen model, ki obravnava vpliv predvidenih ureditev kajakaške proge na spodnjo vodo HE Solkan in dvodimenzionalen model (naš primer), ki obravnava ožje območje kajakaške proge in pripadajočih objektov. Umestitev kajakaške proge v prostor vidimo na prilogi L (povzeto po viru [24]).

Predvideno stanje kajakaške proge dopušča približno $1 \text{ m}^3/\text{s}$ pretoka v desnem kanalu preko ribje steze do spodnje vode. Ta pretok je v skladu z zahtevami objekta in dovaja minimalen pretok v spodnjo vodo, ki ga kajakaši lahko izkoristijo za povratek na štart. Po ureditvi bi bila krona prelivnega pragu sanirana, tako da bo izpust pretoka v spodnjo vodo pri večjih pretokih kontroliran. Na ta način lahko zagotovimo konstanten pretok skozi kajakaško progo, ki bo ustrezal tekmovalnim pogojem.

6.1 Podatki in izračunani primeri

Kote terena in koeficienti hrapavosti so bili vneseni v model v 36972 točkah numerične mreže, ki je imela 178 točk v prečni (x) smeri in 474 točk v vzdolžni (y) smeri ($\Delta x = \Delta y = 1 \text{ m}$). Predvidene ovire so bile dodane naknadno po pripravi površine terena in same proge. Ovire bodo ustvarile bolj razgiban tok vode, primeren za vse potrebe kajakašev. Uporabili smo optimalni pretok proge $35 \text{ m}^3/\text{s}$, kar zadostuje za trening slaloma in nacionalna tekmovanja v mladinski konkurenci. Namen te naloge je vgrajeni k-ε model turbulence za nestalni tok preiskusiti na primeru iz narave, zato računov pri pretokih pri visokih in nizkih vodah v okviru diplomske naloge nismo izvršili. Primer smo izračunali z modelom konstantne efektivne viskoznosti, modelom Smagorinsky in k-ε modelom turbulence za nestalni tok. Dopustna relativna napaka v kontinuiteti je bila 1% referenčnega pretoka (SORMAX = 0,01).

6.2 Robni pogoji

Na vtoku v progo smo podali začetni pretok $Q_0 = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, iz katerega se v vsaki iteraciji izračuna vtočna hitrost, pri pogoju $\frac{\partial h'}{\partial y} = 0$. Na iztoku smo podali koto gladine z ter upoštevali, da so vzdolžni gradienti hitrosti enaki 0, torej $\frac{\partial v}{\partial y} = 0$ in $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$. Na vseh trdnih robovih so prečne hitrosti enake 0. Za vzdolžno hitrost pa smo v primeru uporabe k-ε modela turbulence upoštevali logaritemski zakon, v primeru modela konstantne efektivne viskoznosti in modela Smagorinsky pa pogoj drseče vrednosti podobno kot pri toku v laboratorijskem kanalu. Robni pogoji za k in ϵ so podrobneje navedeni v [5].

6.3 Rezultati

Primer smo izračunali z vsemi tremi modeli turbulence, za sedanje in predvideno stanje. Pretoka skozi ribjo stezo nismo simulirali. Primer sedanjega stanja dopušča določeno izgubo pretoka preko pregrade v spodnjo vodo. Zaradi pomanjkanja ovir v toku in močnih poškodb proge se na progi tvori dosti manj recirkulacijskih območij, kot pri končnem stanju. Model konstantne efektivne viskoznosti in model Smagorinsky skoraj sovpadata, medtem ko pride pri k-ε modelu turbulence do rahlih razlik vektorjev hitrosti v recirkulacijah (priloge M-O). Razlike med modeli turbulence lahko spremljamo tudi z odstotki pretoka, ki se na posameznih mestih ujamejo v recirkulacijo. Največji odstotek pretoka, ki se je ujel v recirkulacijo levega brega je velik 3,11% pri modelu konstantne efektivne viskoznosti, 3,09% pri modelu Smagorinsky in 3,07% pri k-ε modelu turbulence. Za desni breg veljajo vrednosti 9,08% pri modelu konstantne efektivne viskoznosti, 9,14% pri modelu Smagorinsky in 4,75% pri k-ε modelu turbulence (lokacije teh maksimalnih tokovnic lahko variirajo). Pri sedanjem stanju predstavlja tokovnica $\Psi' = 0,0$ konturo levega brega in tokovnica $\Psi' = 1,0$ konturo desnega brega spodnje vode, saj se zaradi izpusta dela pretoka čez pregrado celotni pretok razdelil med kajakaško progo in spodnjo vodo. Tokovnice v recirkulacijah smo zgostili, da se bolje vidi, kolikšen odstotek pretoka se je v njih ujelo (vrednosti odstotkov smo zaokrožili).

Pri primeru končnega stanja kajakaške proge smo predpostavili, da gre celotni pretok skozi progo. Model konstantne efektivne viskoznosti in model Smagorinsky za končno stanje, sta izračunala hitrosti zelo podobno (priloge P in R). Recirkulacije, ki se na novi kajakaški progi tvorijo ob levem in desnem bregu, sovpadajo. Sredine vrtincev so tudi postavljene na ista mesta. Največji odstotek pretoka, ki se je ujel v recirkulacijo levega brega je velik 12,01% pri modelu konstantne efektivne viskoznosti in 11,99% pri modelu Smagorinsky. Največji odstotek pretoka, ki se je ujel v recirkulacijo desnega brega je velik 7,02% pri modelu konstantne efektivne viskoznosti in 6,58% pri modelu Smagorinsky. Pri k-ε modelu turbulence vidimo rahle odklone v hitrostnem polju, predvsem v recirkulacijskih območjih (priloge S). Tu so poleg različnih smeri hitrostnih vektorjev, različne tudi velikosti le-teh. Zaradi tega recirkulacije niso vedno na istih mestih. Največji odstotek pretoka, ki se je pri k-ε modelu turbulence ujel v recirkulacijo levega brega znaša 11,20%, za desni breg pa 6,76%. Reprezentativen prikaz sprememb polja hitrosti na izbranem delu proge smo prikazali na prilogi prilogi Š.1 za sedanje stanje in Š.2 za končno stanje, kjer smo med seboj primerjali vse tri modele turbulence. Na prilogah Š.1 in Š.2 predstavlja črna barva model konstantne efektivne viskoznosti, zelena barva model Smagorinsky in rdeča barva k-ε model turbulence. Opazili smo, da je k-ε model turbulence na določenih mestih upošteval dodatni končni volumen, ki je pri ostalih dvema ostal neaktiven. Razlika v številu aktivnih končnih volumnov je tudi eden od razlogov za različno tokovno

sliko med modeli turbulence. Tokovne slike celotnega področja so prikazane na prilogah M-S. Pri končnem stanju tokovnica $\Psi' = 0,0$ predstavlja konturo levega brega in tokovnica $\Psi' = 1,0$ konturo desnega. Vsaka nadaljnja tokovnica pomeni dodatnih 2,5% celotnega pretoka, ki se je ujel v recirkulacijo.

Pri sedanjem in končnem stanju smo model konstantne efektivne viskoznosti prikazali s podlogo okolice, da bi bolje prikazali umestitev objekta v prostor (priloge M.1 in R.1). Ostale priloge zaradi preglednosti te podloge nimajo (priloge N.1, O.1, P.1 in S.1). Pri sedanjem in končnem stanju smo izbrali dva dela kajakaške proge (detajl 1 in detajl 2), ki smo jih izrisali v manjšem merilu.

Naredili smo tudi barvno sliko numerične difuzije preko celotnega področja, podobno kot pri primeru laboratorijskega kanala, kar je prikazano v prilogi T. Iz nje vidimo, da je numerična difuzija prisotna po skoraj celotnem področju, najmočnejša pa je ravno okoli turbulentnih recirkulacij. Zaradi velikosti primera numerične mreže nismo nadalje gostili, saj bi izračuni trajali predolgo.

7 OPTIMIZACIJA RAČUNSKIH ČASOV

Do sedaj smo se osredotočali na natančnost in zanesljivost rezultatov, kar predstavlja osnovo vseh uspešnih matematičnih modelov. Ključnega pomena pa so tudi računski časi teh matematičnih modelov. Tudi najpopolnejši matematični modeli so neuporabni, če na rezultate izračunov čakamo predolgo. Krajši računski časi dopuščajo več preračunov istega primera z različnimi parametri in tako lahko pridobimo več variacij rezultatov v razmeroma kratkem času. Prav to pa je lahko odločilna prednost matematičnih modelov v primerjavi s fizičnimi modeli. Računski časi matematičnih modelov so odvisni predvsem od procesorske moči, obsežnosti samega programa, zahtevnosti njegove vsebine, podanega časovnega koraka Δt ter končnega časa TMAX. V samo kodo programa z optimizacijami (akceleratorji, CUDA, ipd.) nismo posegali.

Primerjavo računskih časov smo vršili na primeru laboratorijskega kanala z bočnim vtokom. Za numerične mreže velikosti 24 x 50, 48 x 100 in 96 x 200 smo primerjali računske čase za posamezne modele turbulence med prevajalnikoma Microsoft Powerstation 4.0 in PGI Visual Fortran. Ker pri numeričnih mrežah večjih velikosti računski časi trajajo par dni, smo primer s 168 x 380 numeričnimi točkami izračunali le s prevajalnikom PGI. V preglednici 4 navajamo računske čase posameznih modelov turbulence za primer laboratorijskega kanala z bočnim vtokom velikosti 24 x 50 točk, v preglednici 5 za zgoščeno numerično mrežo velikosti 48 x 100 točk, v preglednici 6 pa za zgoščeno numerično mrežo velikosti 96 x 200 točk.

Preglednica 4: Primerjava računskih časov med posameznimi modeli turbulence in prevajalnikoma za numerično mrežo velikosti 24 x 50 točk.

24 x 50	model konstantne efektivne viskoznosti		model Smagorinsky		k-ε model turbulence	
	[s]	[ure:min:sek]	[s]	[ure:min:sek]	[s]	[ure:min:sek]
MPF	1946	0:32:26	740	0:12:20	4091	1:08:11
PGI	1108	0:18:28	397	0:06:37	2130	0:35:30
Razlika	838	0:13:58	343	0:05:43	1961	0:32:41

Preglednica 5: Primerjava računskih časov med posameznimi modeli turbulence in prevajalnikoma za numerično mrežo velikosti 48 x 100 točk.

48 x 100	model konstantne efektivne viskoznosti		model Smagorinsky		k-ε model turbulence	
	[s]	[ure:min:sek]	[s]	[ure:min:sek]	[s]	[ure:min:sek]
MPF	8172	2:16:12	2888	0:48:08	16215	4:30:15
PGI	4926	1:22:06	1778	0:28:16	8504	2:21:44
Razlika	3246	0:54:06	1110	0:19:52	7711	2:08:31

Preglednica 6: Primerjava računskih časov med posameznimi modeli turbulence in prevajalnikoma za numerično mrežo velikosti 96 x 200 točk.

96 x 200	model konstantne efektivne viskoznosti		model Smagorinsky		k-ε model turbulence	
	[s]	[ure:min:sek]	[s]	[ure:min:sek]	[s]	[ure:min:sek]
MPF	45107	12:31:47	23741	6:35:41	87586	24:19:46
PGI	26167	7:16:07	12525	3:28:44	42596	11:49:56
Razlika	18940	5:15:40	11216	3:06:57	44990	12:29:50

Preglednica 7: Izboljšanje računskih časov modelov in numeričnih mrež glede na izbiro prevajalnika.

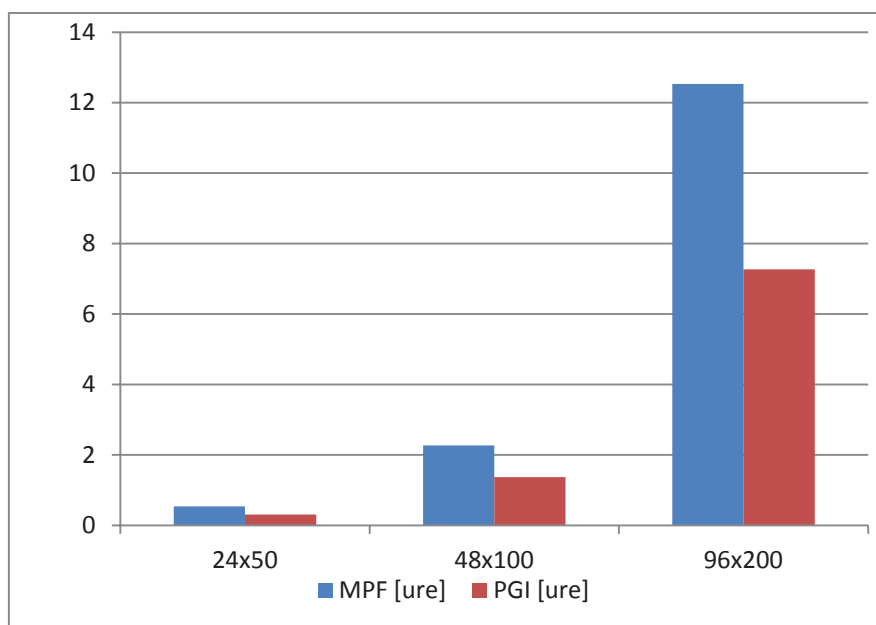
NUMERIČNA MREŽA	PRIMER	Razlika [s]	Razlika [%]
24 x 50	model konst. viskoznosti	838	43.06
	model Smagorinsky	343	46.35
	k-ε model	1961	47.93
48 x 100	model konst. viskoznosti	3246	39.72
	model Smagorinsky	1110	38.43
	k-ε model	7711	47.55
96 x 200	model konst. viskoznosti	18940	41.99
	model Smagorinsky	11216	47.24
	k-ε model	44990	51.37
Povprečna razlika [%]			44.85

Preglednica 8: Izboljšanje računskih časov posameznih modelov turbulence glede na velikost numerične mreže.

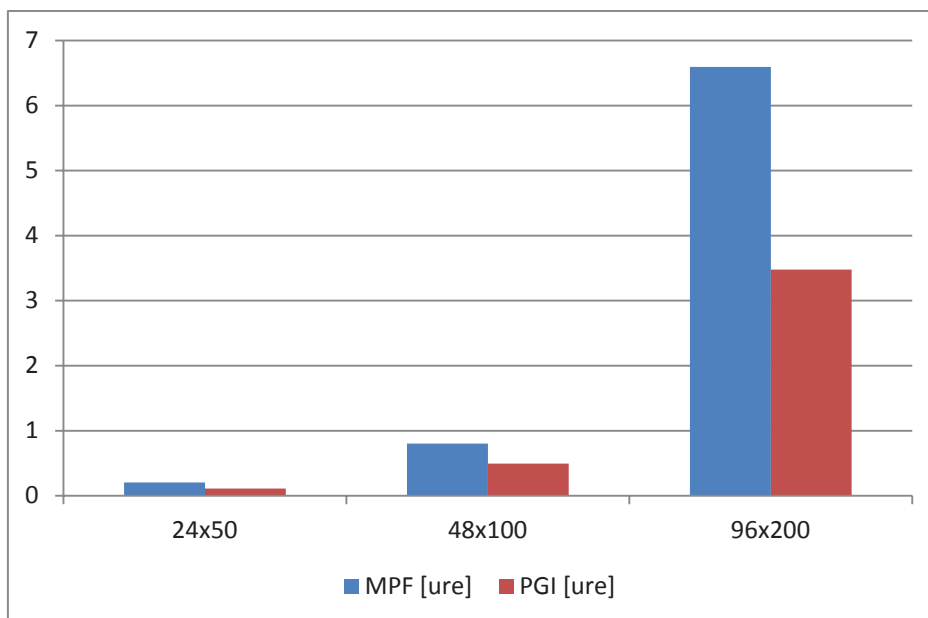
Primer	model konstantne efektivne viskoznosti		model Smagorinsky		k-ε model turbulence	
	Razlika [s]	Razlika [%]	Razlika [s]	Razlika [%]	Razlika [s]	Razlika [%]
24x50	838	43.06	343	46.35	1961	47.93
48x100	3246	39.72	1110	38.43	7711	47.55
96x200	18940	41.99	11216	47.24	44990	51.37
	Povprečje [%]	41.59	Povprečje [%]	42.39	Povprečje [%]	47.74

Kot lahko vidimo v preglednici 7 je prevajalnik PGI Visual Fortran skrajšal računske čase za kar 44,85% (v povprečju). V preglednici 8 vidimo skrajšane računske čase posameznih modelov turbulence. PGI Visual Fortran nam prihrani veliko računskega časa, saj lahko v enakem računskem

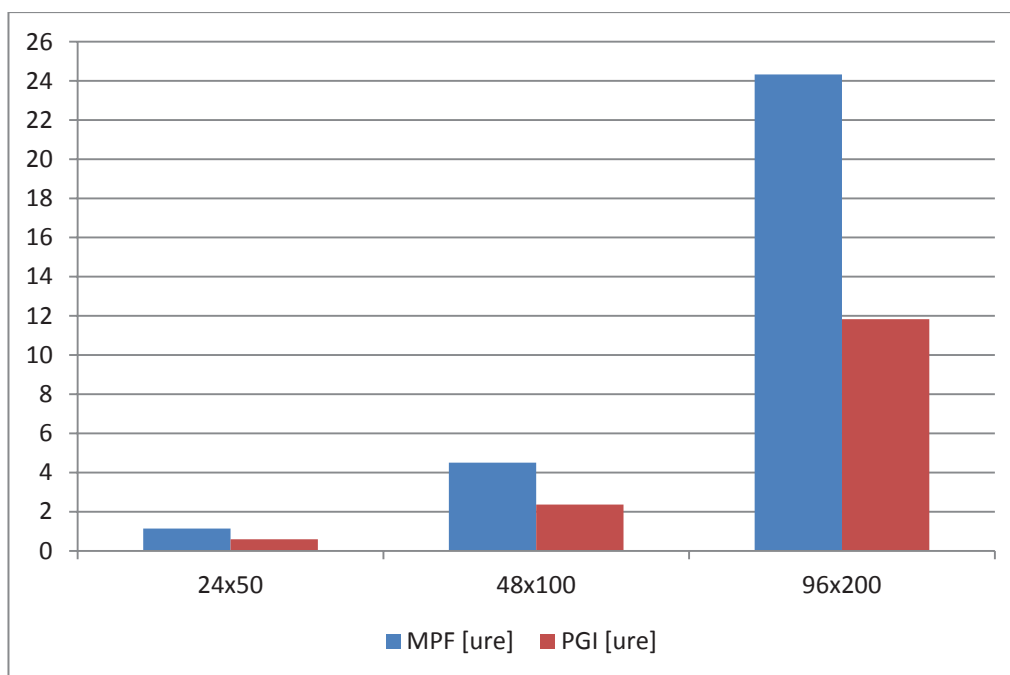
času izračunamo skoraj dva primera. Opazili smo tudi, da so se pri k- ϵ modelu računski časi povprečno izboljšali še za dodatnih 5%. Največ pa nam hitrejši prevajalnik PGI Visual Fortran pomaga, kadar imamo veliko ali pa zelo gosto numerično mrežo, saj lahko računanje primera traja tudi več dni.



Grafikon 7.1: Primerjava računskih časov med prevajalnikoma Microsoft Powerstation 4.0 in PGI Visual Fortran pri modelu konstantne efektivne viskoznosti.



Grafikon 7.2: Primerjava računskih časov med prevajalnikoma Microsoft Powerstation 4.0 in PGI Visual Fortran pri modelu Smagorinsky.



Grafikon 7.3: Primerjava računskih časov med prevajalnikoma Microsoft Powerstation 4.0 in PGI Visual Fortran pri k-ε modelu turbulence.

Glede na velik prihranek časa, ki ga pridobimo s prevajalnikom PGI, lahko numerično mrežo dodatno zgostimo in tako pridobimo bolj natančne rezultate v istem času, zato smo pri vseh računih uporabljali prevajalnik PGI.

8 ZAKLJUČKI

V diplomski nalogi smo dopolnili dvodimenzijski program PCFLOW2D s k-ε modelom turbulence za nestalni tok, ki smo ga dodali že vgrajenemu globinsko povprečnemu modelu konstantne efektivne viskoznosti. Na začetku diplomske naloge smo opisali matematične modele turbulence, s poudarkom na globinsko povprečnih modelih, ki smo jih tudi uporabili za izračune. V nadaljevanju smo opisali numerične metode, s poudarkom na metodi končnih volumnov, ki jo uporablja program PCFLOW2D. Prav tako smo opisali diskretizacijo področja in enačb, delovanje programa PCFLOW2D, njegove značilnosti in spremenljivke. Program PCFLOW2D smo dopolnili z nestalnimi členi v transportnih enačbah za k (kinetična turbulentna energija) in ε (disipacija kinetične turbulentne energije). Dodali smo tudi brez-enačbni model Smagorinsky in vgrajene modele turbulence preizkusili na »teoretičnem« primeru toka v laboratorijskem kanalu in primeru toka v kajakaški progi na Soči pri Solkanu kot primeru toka iz narave.

Pri primeru toka v laboratorijskem kanalu smo osnovno numerično mrežo večkrat zgostili, vendar nam ni uspelo popolnoma odpraviti numerične difuzije pri uporabi k-ε modela turbulence za nestalni tok in hibridni shemi. Tako je dolžina recirkulacijskega področja pri tem modelu še vedno podcenjena (približno 34%), čeprav smo skozi zgoščevanje numerične mreže opazili rahlo izboljšavo rezultatov. Računski časi primera z numerično mrežo velikosti 168 x 380 so narasli na par dni, kar je v primerjavi z računskimi časi pri primeru z numerično mrežo velikosti 24 x 50, ki znašajo par minut, 190-kratno podaljšanje računskega časa. Iz tega lahko sklepamo, da k-ε model turbulence za nestalni tok z uporabo hibridne sheme v primeru laboratorijskega kanala ni prinesel bistvenega izboljšanja rezultatov in ekonomsko ni učinkovit, ker dobimo sicer grobe, a zadovoljive rezultate že z modeloma konstantne efektivne viskoznosti in modelom Smagorinsky v krajšem računskem času. Vendar je iz literature znano, da je k-ε model turbulence natančnejši in bolj univerzalen od prvih dveh, zato sklepamo, da bi se z odpravo preostale numerične difuzije to tudi pokazalo. Numerično difuzijo bi lahko zmanjšali ali odpravili z nadaljnjo zgostitvijo numerične mreže, vendar bi na ta način drastično podaljšali računske čase. Zato vidimo rešitev v tem, da bomo vgrajene modele turbulence podrobno testirali tudi z uporabo numeričnih shem višjega reda, ki imajo znatno manjšo numerično difuzijo, računski časi pa se ne podaljšajo bistveno.

Primer kajakaške proge na Soči pri Solkanu smo izračunali z vsemi tremi modeli turbulence. Med modelom konstantne efektivne viskoznosti in modelom Smagorinsky nismo opazili večjih razlik. Pri k-ε modelu turbulence smo opazili manjše razlike le pri recirkulacijskih področjih, kjer ima model turbulence največjo vlogo. Poleg vektorjev hitrosti smo na prilogah izrisali tudi tokovnice, na katerih vidimo na desni strani kajakaške proge desnosučne vrtince in na levi strani levosučne vrtince. Pri primeru končnega stanja kajakaške proge dobimo zanimivejši tok z več recirkulacijskimi področji.

Preizkusili smo prevajalnik PGI Visual Fortran in ugotovili, da poganja program PCFLOW2D v povprečju skoraj 45% hitreje kot prevajalnik Microsoft Powerstation, kar predstavlja velik prihranek časa, saj nam pri praktičnih izračunih veliko pomenijo že 5-10% prihranki.

9 NAPOTKI ZA NADALJNJE DELO

9.1 Raziskave matematičnih modelov turbulence

Ko bodo na voljo še zmogljivejši računalniki, bomo lahko numerično mrežo nadalje gostili, dokler numerične difuzije ne bomo dokončno odpravili in takrat primerjali rezultate z eksperimentom. S tem bi določili uspešnost k-ε modela turbulence za nestalni tok ob uporabi hibridne sheme brez numerične difuzije.

K-ε model turbulence za nestalni tok bi bilo potrebno podrobno testirati tudi na numeričnih shemah višjega reda kot sta npr. CONDIF, NONDIF ipd.

Primerjava med modelom Smagorinsky in modelom konstantne efektivne viskoznosti bi bila prav tako koristna, saj bi lahko takšna študija na večjem številu vzorcev pokazala, kateri od teh dveh brez-enačbnih modelov je bolj uspešen.

Vgradili bi lahko tudi kakšen računsko ekonomičen eno-enačbni model turbulence, ki bi služil kot »vmesni korak« med brez-enačbnima modeloma in k-ε modelom turbulence.

9.2 Optimizacija in dopolnitve programa PCFLOW2D

Predlagamo prepis programa PCFLOW2D iz standarda Fortran 77 na standard Fortran 95, kar bi imelo več prednosti: imena spremenljivk ne bodo več omejena z šestimi črkami, tako da bodo lahko postala bolj opisna, delovna vrstica programa bi postala neomejena, napredni programerski objekti in programske strukture bi bile dodane, itd. Pri tem bi lahko program priredili za uporabo več procesorskih jeder in 64-bitno delovno okolje. Program bi lahko prepisali tudi v kakšen drug programski jezik, v katerem bi strojne in programske rešitve morda lažje optimizirali.

Trenutno se vsi izračuni vršijo v opravljeni vrstici, vhodne datoteke se pripravljajo ročno in navodila za uporabo so pisana strokovno, kot komentarji v samem programu. Grafični uporabniški vmesnik, ki bi pomagal pripraviti vhodne geometrijske datoteke in nastaviti konfiguracijsko datoteko, je zato logičen naslednji korak. Grafični uporabniški vmesnik bi lahko vseboval tudi programe za interpretacijo rezultatov, izris rezultatov, dokumentacijo o vseh verzijah in dopolnitvah programa, opis delovanja programa in posameznih podprogramov, ter pomoč uporabnikom.

Pri optimizaciji programske kode bi lahko uporabili napredne rešitve sodobnih prevajalnikov. Pravjalnik Microsoft Powerstation 4.0 bi lahko zamenjali novodobni prevajalniki kot so PGI Visual Fortran, HP Fortran Compiler ali Intel Fortran Compiler.

VIRI

- [1] Bombač, M. 2007. Opis različnih modelov turbulence s poudarkom na LES modelih (model Smagorinskega). Seminarska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Katedra za mehaniko tekočin z laboratorijem, Univerzitetni študij, Hidrotehnična smer: 17 str.
- [2] Četina, M. 1988. Matematično modeliranje dvodimenzionalnih turbulentnih tokov. Magistrsko delo. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.
- [3] Četina, M. 1988. Matematično modeliranje dvodimenzionalnih turbulentnih tokov. Acta hydrotechnica št. 5, 6: 27 str.
- [4] Četina, M., Marinček, M., Rajar, R. 1989. Dvodimenzionalni matematični model Save pri Tacnu, Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.
- [5] Četina, M. 1989. Uporaba k- ϵ modela turbulence pri računu toka vode s prosto gladino. Kuhljevi dnevi '89, Zbornik del, Rogla: str. 253-262.
- [6] Četina, M. 1992. Tridimenzionalni matematični baroklini model za izračun tokov v jezerih in morju. Doktorska disertacija. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.
- [7] Četina, M. 1998. Dvodimenzijski program PCFLOW2D za račun toka s prosto gladino. Študijsko gradivo: Inženirsko modeliranje naravnih procesov, Podiplomski študij. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Oddelek za hidrotehniko, Univerzitetni študij, Hidrotehnična smer.
- [8] Cottet, G.H., Vasilyev, O.V. 1998. Comparison of dynamic Smagorinsky and anisotropic subgrid-scale models, Stanford, Center for Turbulence Research: str. 389-397.
<http://www-ljk.imag.fr/membres/Georges-Henri.Cottet/ref5b.pdf> (Pridobljeno 4.7.2012.)
- [9] Germano, M. 1992. Turbulence: The filtering approach. J. Fluid. Mech. 238: str. 325-336.
<http://www.ams.jhu.edu/~eyink/Turbulence/classics/Germano92.pdf>
(Pridobljeno 15. 6. 2012.)
- [10] Hedberg, P.K.M. 1989. NONDIF: A Method to Avoid Numerical Diffusion and Over-and Under-Shoots. Numerical Methods in Laminar and Turbulent Flows: str.193-202.
- [11] Jones, W.P., Launder, B.E. 1972. The Prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. Int. J. Heat and Mass Transfer 15: 301 str.

- [12] Kuzmin, D., Mierka, O. 2006. On the implementation of the k-ε turbulence model in incompressible flow solvers based on finite element discretization. Institute of Applied Mathematics (LS III), University of Dortmund, Dortmund, Germany: 8 f.
- <http://num.math.uni-goettingen.de/bail/documents/proceedings/mierka.pdf>
(Pridobljeno 15. 6. 2012.)
- [13] Launder, B.E., Spalding, D.B. 1974. The numerical Computation of Turbulent flows. *Comp. Meth. in Appl. Mech. Engng.* 3: str. 269-289.
- [14] Saffman, P.G., Wilcox, D.C. 1974. Turbulence-model predictions for turbulent boundary layers. *AIAA J.* 12: str. 541-564.
- [15] McGuirk, J.J., Rodi, W. 1978. A Depth-Averaged Mathematical Model for the Near Field of side Discharges into Open-Channel Flow. *J. Fluid Mech.* vol. 86, part 4: str. 761-781.
- [16] Moin, P., Kim, J. 1982. Numerical investigation of turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.* vol. 118: str. 341-377.
- [17] Patankar, S.V. 1980. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. McGraw-Hill Book Company.
- [18] Pavlović, R. 1982. Proračun transporta toplote i materije u rekama uz primenu matematskog modela sa jednačinama osrednjenim po dubini toka. *Godišnjak Vode Vojvodine*.
- [19] Piomelli, U. 1993. High Reynolds number calculations using the dynamic subgrid-scale stress model. *Phys. Fluids A* 5, 6: str. 1484.
- [20] Piomelli, U., Zang, T.A. 1991. Large-eddy simulation of transitional channel flow. *Comput. Phys. Commun.* 65: str. 224-230.
- [21] Rastogi, A.K., Rodi, W. 1978. Predictions of heat and mass transfer in open channels. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, no. HY3: str. 397-420.
- [22] Rodi, W. 1993. Turbulence models and their applications in hydraulics: A state-of-the-art review. Institut für Hydromechanik, University of Karlsruhe, Karlsruhe: 104 str.
- [23] Runchal, A.K. 1987. CONDIF: A Modified Central-Difference Scheme for Convective Flows. *International Journal for Numerical Methods and Engineering* 24: str. 1593-1608.
- [24] Mestna občina Nova Gorica. 2012. Hidravlična študija - izvleček. Elaborat za PGD. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Katedra za mehaniko tekočin z laboratorijem: 25 f.

- [25] Smagorinsky, J. 1963. General circulation experiments with the primitive equations. Mon. Wea. Rev. 91: str. 99-164.
<http://docs.lib.noaa.gov/rescue/mwr/091/mwr-091-03-0099.pdf> (Pridobljeno 8.5.2012.)
- [26] Prandtl, L. 1925. Über die ausgebildete Turbulenz, ZAMM 5: str. 136-139.
- [27] Bradshaw, P., Ferriss, D.H., Atwell, N.P. 1967. Calculation of boundary layer development using the turbulent energy equation. J. Fluid Mech. 28: str. 593-616.
- [28] Jeandel, D. 1976. Une approche phenomenologique des écoulements turbulents inhomogens. Ph.D. thesis. Université Claude Bernard de Lyon.

OSTALI VIRI

Courantov pogoj za eksplisitne sheme (angleški jezik).

http://en.wikipedia.org/wiki/Courant-Friedrichs-Lewy_condition (Pridobljeno 4.7.2012.)

Dinamični Smagorinskyjev koeficient (angleški jezik).

<http://www.scorec.rpi.edu/REPORTS/2004-4.pdf> (Pridobljeno 4.7.2012.)

Fortran Prevajalniki (angleški jezik).

<http://www.fortran.com/compilers.html> (Pridobljeno 4.7.2012.)

Implementacija k-ε modela v program z metodo končnih elementov za nestisljivo tekočino.
(angleški jezik)

<http://num.math.uni-goettingen.de/bail/documents/proceedings/mierka.pdf> (Pridobljeno 4.7.2012.)

Matematično modeliranje toka Soče na območju iztoka HE Plave II.

<ftp://ksh.fgg.uni-lj.si/acta/a33mc.pdf>

PGI Visual Fortran (angleški jezik).

<http://www.pgroup.com/> (Pridobljeno 4.7.2012.)

Pregled turbulentnih tokov (angleški jezik).

<http://www.princeton.edu/~lam/Turbulence.pdf> (Pridobljeno 15.6.2012.)

Programerski priročnik za Fortran 77 (angleški jezik).

<http://www.star.le.ac.uk/~cgp/prof77.html> (Pridobljeno 4.7.2012.)

Simulacija ločenih tokov s k-ε modelom (angleški jezik).

<http://ctr.stanford.edu/ResBriefs01/poroseva2.pdf> (Pridobljeno 4.7.2012.)

Vloga hidravličnih modelov v vodarski inženirski praksi.

<http://mvd20.com/LETO2003/R26.pdf> (Pridobljeno 1.9.2012.)

Zgodovina računalniškega jezika Fortran (angleški jezik).

<http://www.ibiblio.org/pub/languages/fortran/ch1-1.html> (Pridobljeno 4.7.2012.)

<http://inventors.about.com/od/computersoftware/a/Fortran.htm> (Pridobljeno 4.7.2012.)

http://en.wikipedia.org/wiki/Intel_80386 (Pridobljeno 24.9.2012.)

Leveque, E., Toschi, F., Shao, L., Bataglio, J.P. 2006. Shear-improved Smagorinsky model for large-eddy simulation of wall-bounded turbulent flows. *Journal of Fluid Mechanics* 570: str. 491-502.

http://perso.ens-lyon.fr/emmanuel.leveque/les/Shear_improved_smagorinsky.pdf

(Pridobljeno 15.6.2012.)

ANSI. Programski jezik – Fortran (angleški jezik).

<http://www.fh-jena.de/~kleine/history/languages/ansi-x3dot9-1978-Fortran77.pdf>

(Pridobljeno 25.9.2012.)

Prandtlova hipoteza mešalne dolžine (angleški jezik).

http://web2.clarkson.edu/projects/fluidflow/courses/me639/downloads/32_Prandtl.pdf

(Pridobljeno 9.5.2012.)

Modeliranje turbulence (angleški jezik).

http://en.wikipedia.org/wiki/Turbulence_modeling

(Pridobljeno 25.9.2012.)

PRILOGE

SEZNAM PRILOG:

PRILOGA A.1: Organizacija glavnega podprograma contro v PCFLOW2D

PRILOGA A.2: Shematski potek programa PCFLOW2D - stalni tok

PRILOGA A.3: Shematski potek programa PCFLOW2D - nestalni tok

PRILOGA B: Tok v laboratorijskem kanalu z bočnim vtokom, numerična mreža 24 x 50, hibridna shema, model konstantne efektivne viskoznosti, $\nu_t = 0,0002 \text{ m}^2/\text{s}$

PRILOGA C: Tok v laboratorijskem kanalu z bočnim vtokom, numerična mreža 24 x 50, hibridna shema, model Smagorinsky

PRILOGA Č: Tok v laboratorijskem kanalu z bočnim vtokom, numerična mreža 24 x 50, hibridna shema, k-ε model turbulence

PRILOGA D: Tok v laboratorijskem kanalu z bočnim vtokom, numerična mreža 48 x 100, hibridna shema, model konstantne efektivne viskoznosti $\nu_t = 0,0002 \text{ m}^2/\text{s}$

PRILOGA E: Tok v laboratorijskem kanalu z bočnim vtokom, numerična mreža 48 x 100, hibridna shema, model Smagorinsky

PRILOGA F: Tok v laboratorijskem kanalu z bočnim vtokom, numerična mreža 48 x 100, hibridna shema, k-ε model turbulence

PRILOGA G: Tok v laboratorijskem kanalu z bočnim vtokom, numerična mreža 96 x 200, hibridna shema, model konstantne efektivne viskoznosti, $\nu_t = 0,0002 \text{ m}^2/\text{s}$

PRILOGA H: Tok v laboratorijskem kanalu z bočnim vtokom, numerična mreža 96 x 200, hibridna shema, model Smagorinsky

PRILOGA I: Tok v laboratorijskem kanalu z bočnim vtokom, numerična mreža 96 x 200, hibridna shema, k-ε model turbulence

PRILOGA J: Tok v laboratorijskem kanalu z bočnim vtokom, numerična mreža 168 x 380, hibridna shema, k-ε model turbulence

PRILOGA K.1: Prikaz razmerja numerične difuzije in efektivne viskoznosti na numerični mreži velikosti 24 x 50

PRILOGA K.2: Prikaz razmerja numerične difuzije in efektivne viskoznosti na numerični mreži velikosti 48 x 100

PRILOGA K.3: Prikaz razmerja numerične difuzije in efektivne viskoznosti na numerični mreži velikosti 96 x 200

PRILOGA K.4: Prikaz razmerja numerične difuzije in efektivne viskoznosti na numerični mreži velikosti 168 x 380

PRILOGA L: Obravnavano območje, umestitev v prostor (Povzeto iz [24])

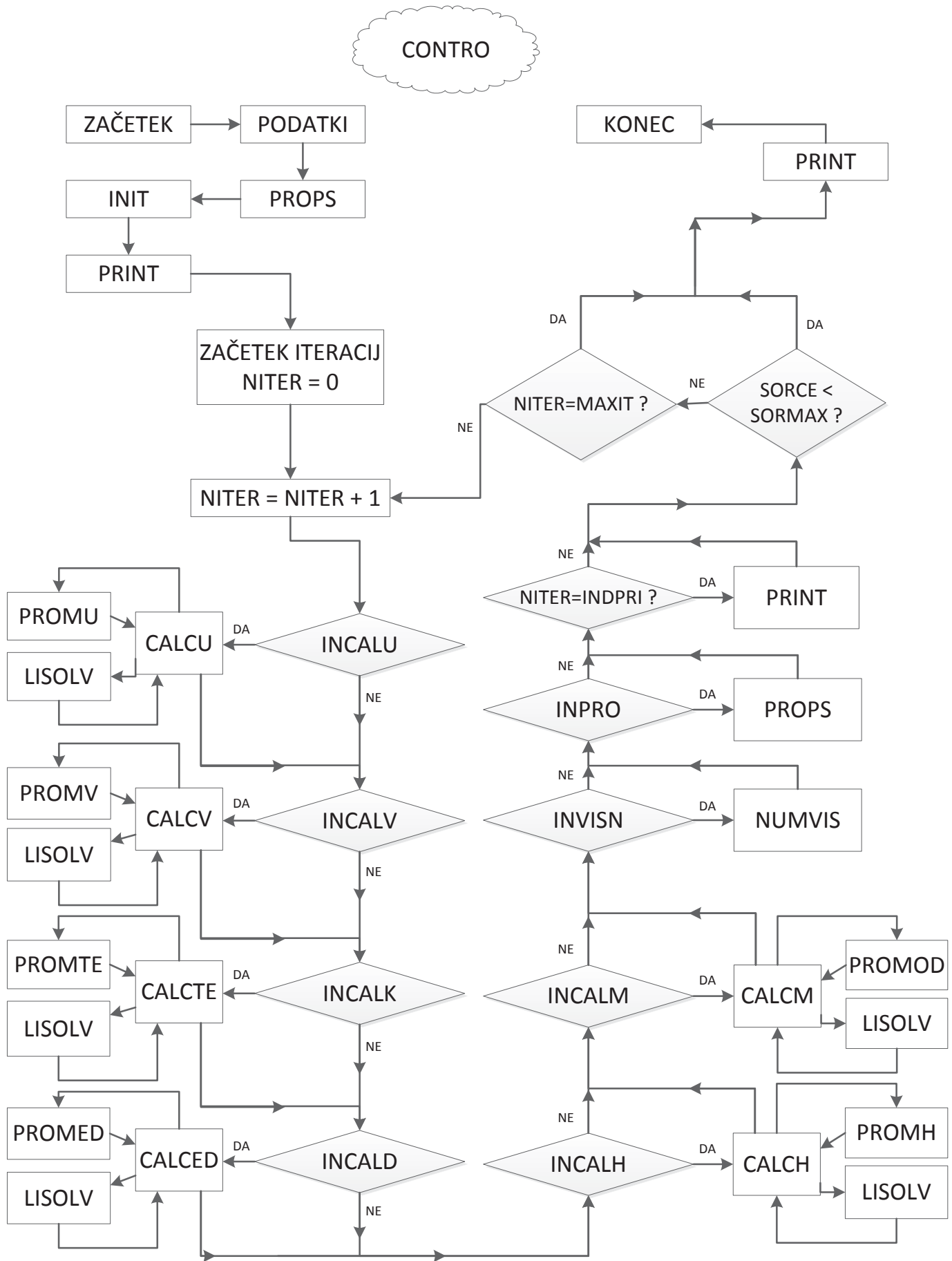
PRILOGA M.1: Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model konstantne efektivne viskoznosti, $\nu_t = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$

PRILOGA M.2: Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model konstantne efektivne viskoznosti, $\nu_t = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$, detajl 1

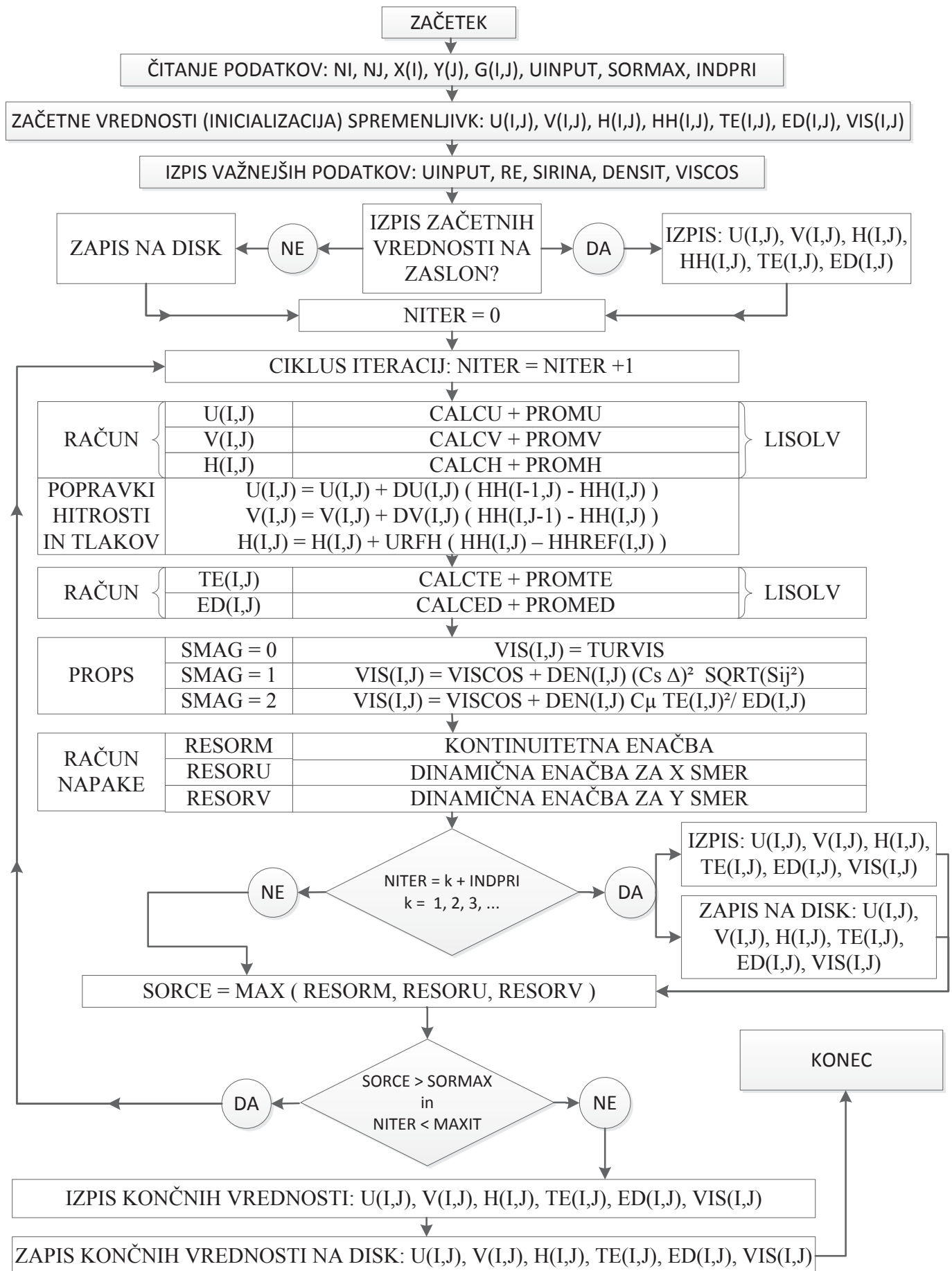
PRILOGA M.3: Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model konstantne efektivne viskoznosti, $\nu_t = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$, detajl 2

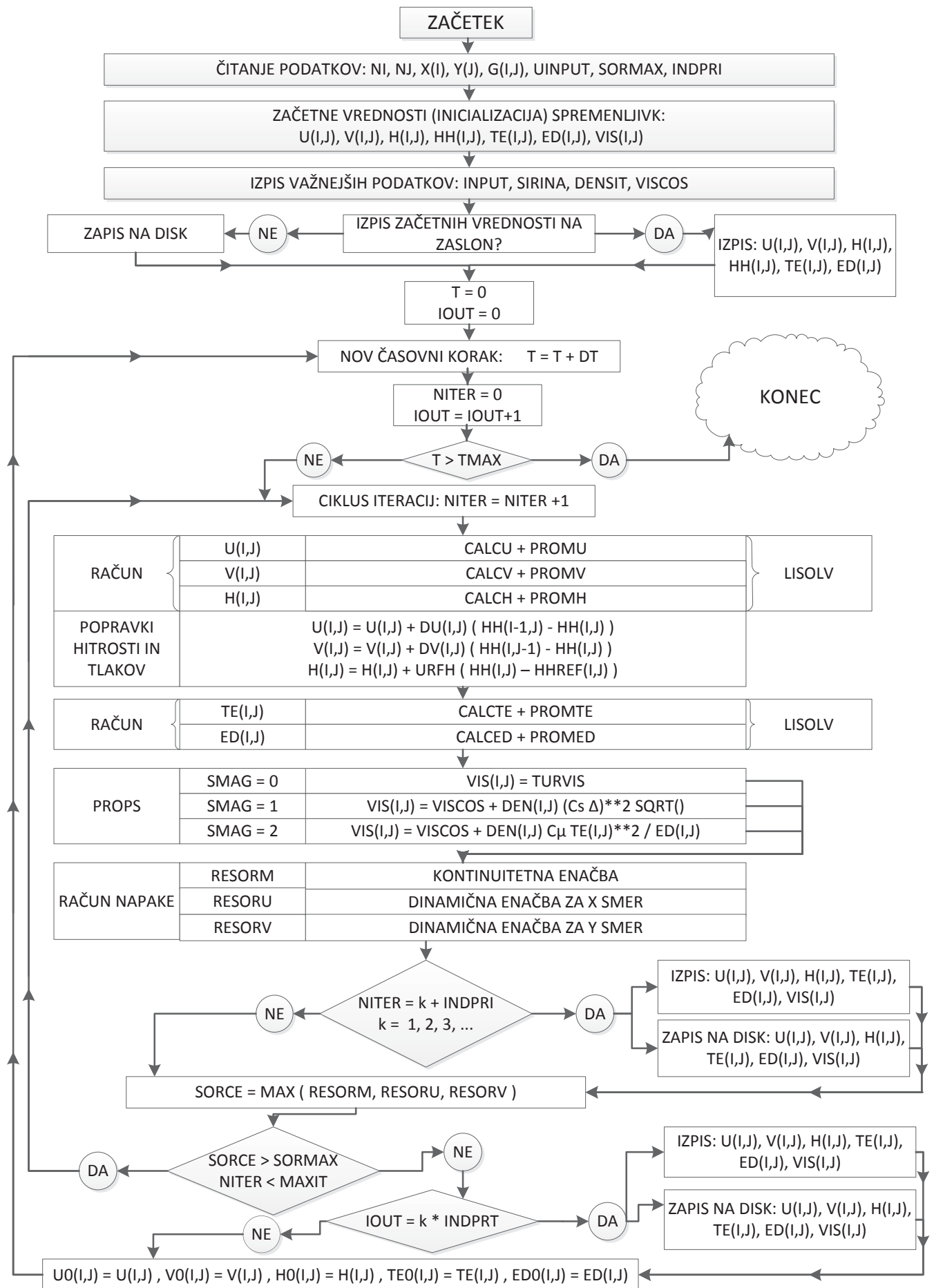
PRILOGA N.1: Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model Smagorinsky

- PRILOGA N.2:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model Smagorinsky, detajl 1
- PRILOGA N.3:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model Smagorinsky, detajl 2
- PRILOGA O.1:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, k-ε model turbulence
- PRILOGA O.2:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, k-ε model turbulence, detajl 1
- PRILOGA O.3:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, k-ε model turbulence, detajl 2
- PRILOGA P.1:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model konstantne efektivne viskoznosti, $\nu_t = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$
- PRILOGA P.2:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model konstantne efektivne viskoznosti, $\nu_t = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$, detajl 1
- PRILOGA P.3:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model konstantne efektivne viskoznosti, $\nu_t = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$, detajl 2
- PRILOGA R.1:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model Smagorinsky
- PRILOGA R.2:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model Smagorinsky, detajl 1
- PRILOGA R.3:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model Smagorinsky, detajl 2
- PRILOGA S.1:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, k-ε model turbulence
- PRILOGA S.2:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, k-ε model turbulence, detajl 1
- PRILOGA S.3:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, k-ε model turbulence, detajl 2
- PRILOGA Š.1:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, primerjava modelov turbulence, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, detajl 1
- PRILOGA Š.2:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, primerjava modelov turbulence, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, detajl 2
- PRILOGA T:** Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, prikaz razmerja numerične difuzije in efektivne viskoznosti, sedanje in končno stanje



Organizacija glavnega podprograma CONTROL v PCFLOW2D

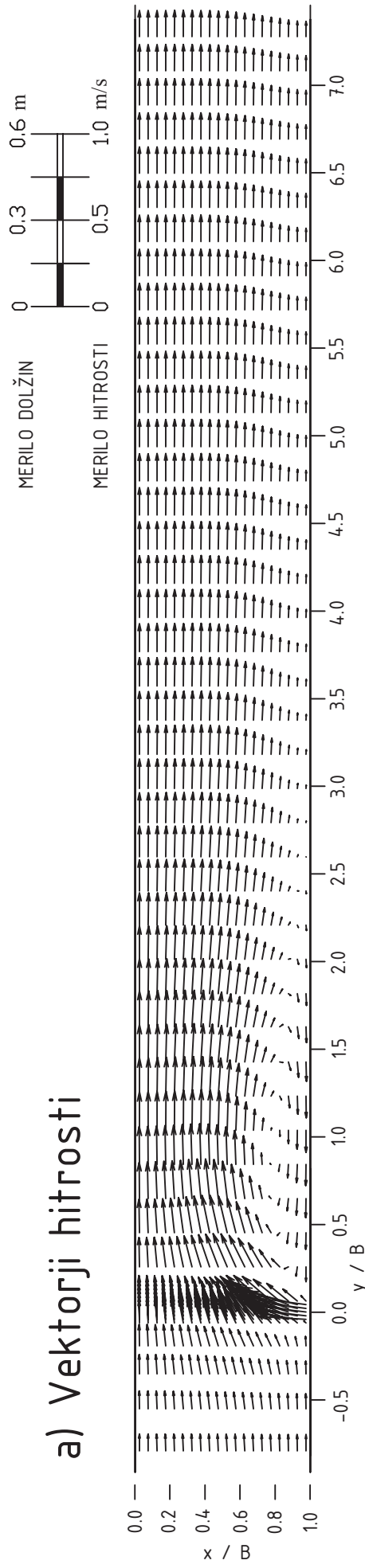




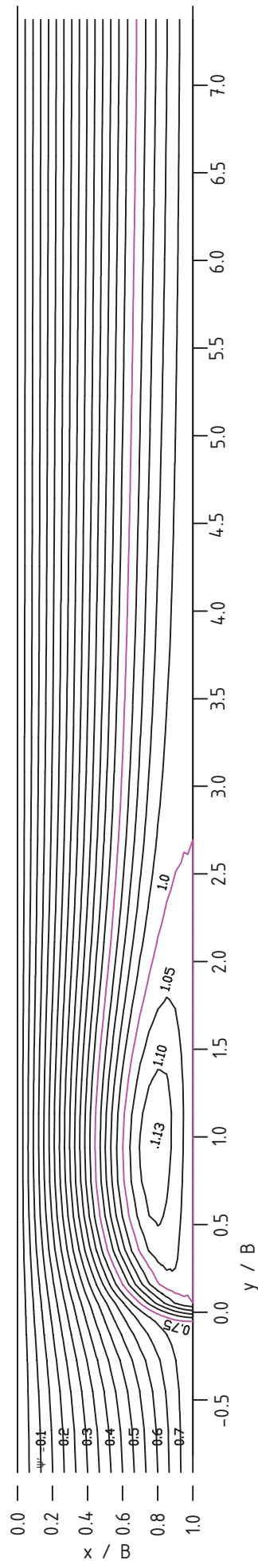
Shematski potek programa PCFLOW2D – nestalni tok

TOK V LABORATORIJSKEM KANALU Z BOČNIM VTOKOM
 numerična mreža 24 x 50, hibridna shema,
 model konstantne efektivne viskoznosti, $\nu_t = 0,0002 \text{ m}^2/\text{s}$

a) Vektorji hitrosti



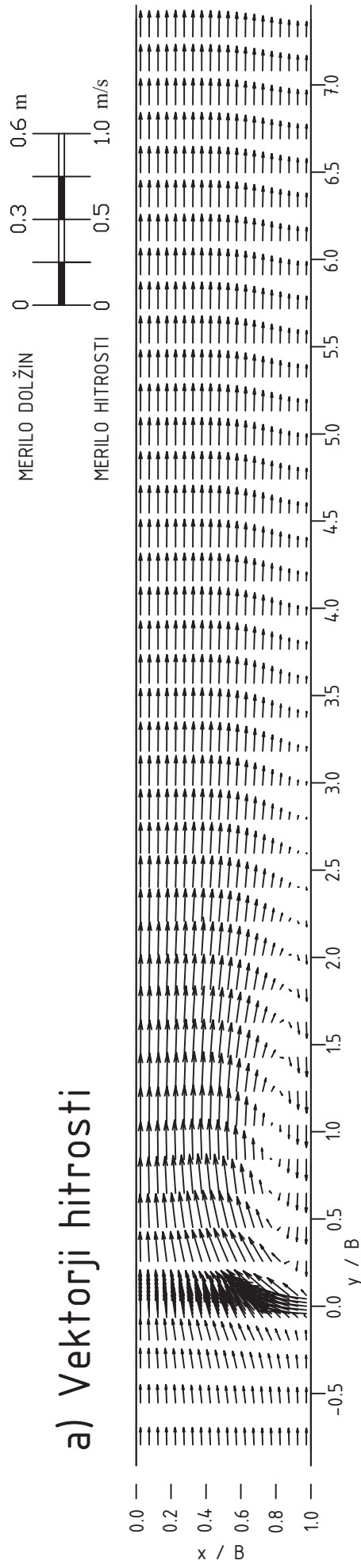
b) Brezdimenzijska tokovna funkcija ψ'



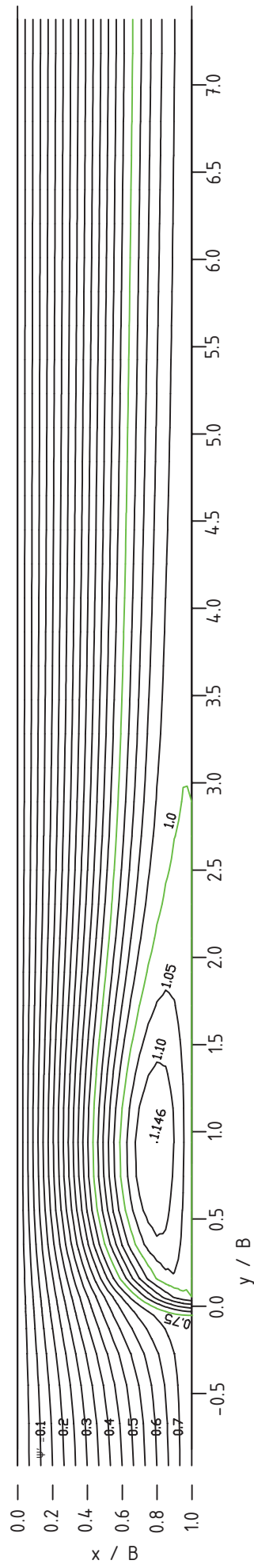
TOK V LABORATORIJSKEM KANALU Z BOČNIM VTOKOM

numerična mreža 24 x 50, hibridna shema, model Smagorinsky

a) Vektorji hitrosti



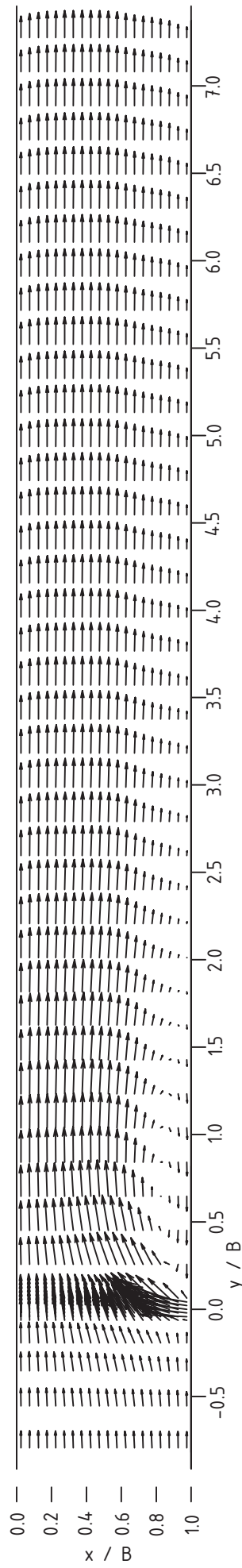
b) Brezdimenzijska tokovna funkcija ψ'



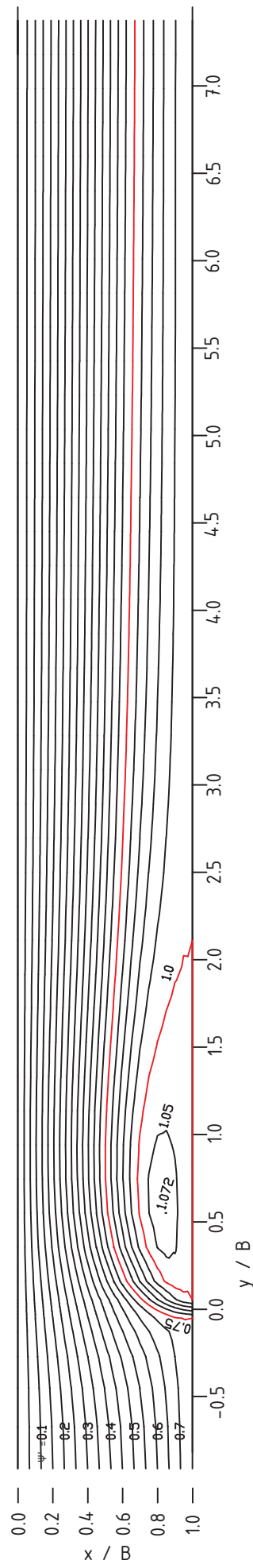
TOK V LABORATORIJSKEM KANALU Z BOČNIM VTKOM

numerična mreža 24 x 50, hibridna shema, k-ε model turbulence

a) Vektorji hitrosti

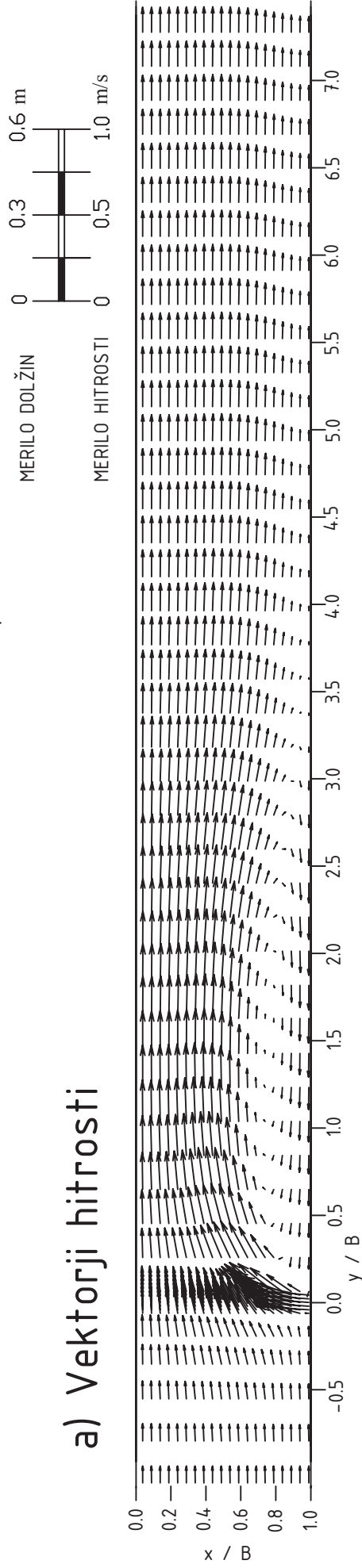


b) Brezdimenzijska tokovna funkcija ψ'

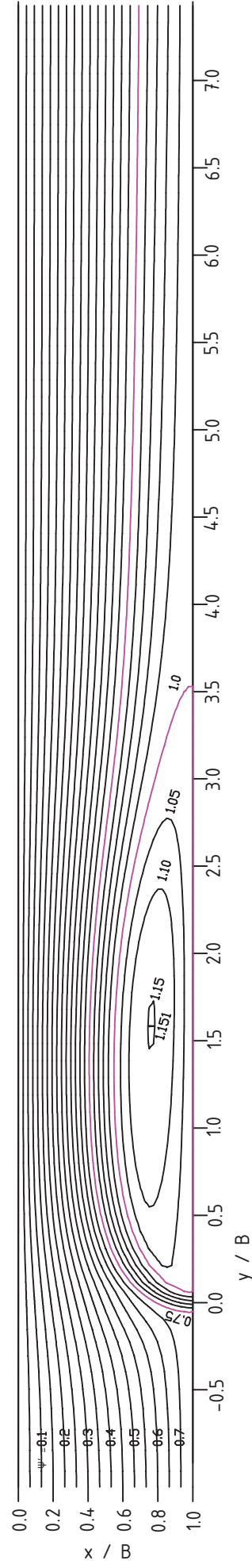


TOK V LABORATORIJSKEM KANALU Z BOČNIM VTOKOM
 numerična mreža 48 x 100, hibridna shema,
 model konstantne efektivne viskoznosti, $\nu_t = 0,0002 \text{ m}^2/\text{s}$

a) Vektorji hitrosti



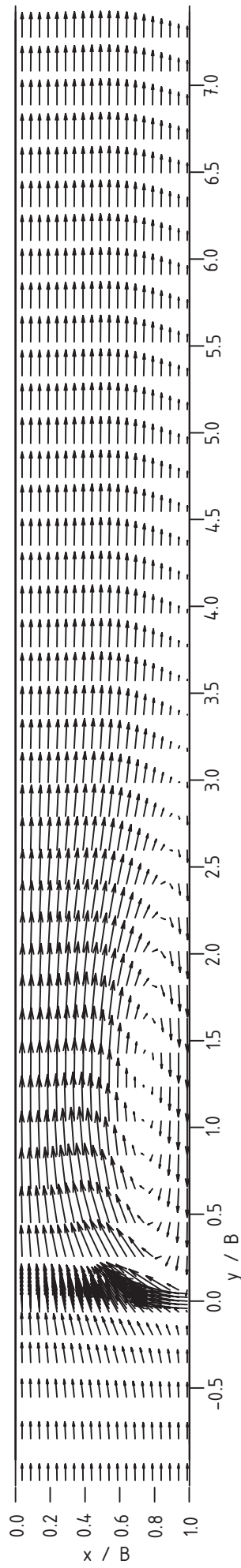
b) Brezdimenzijska tokovna funkcija ψ'



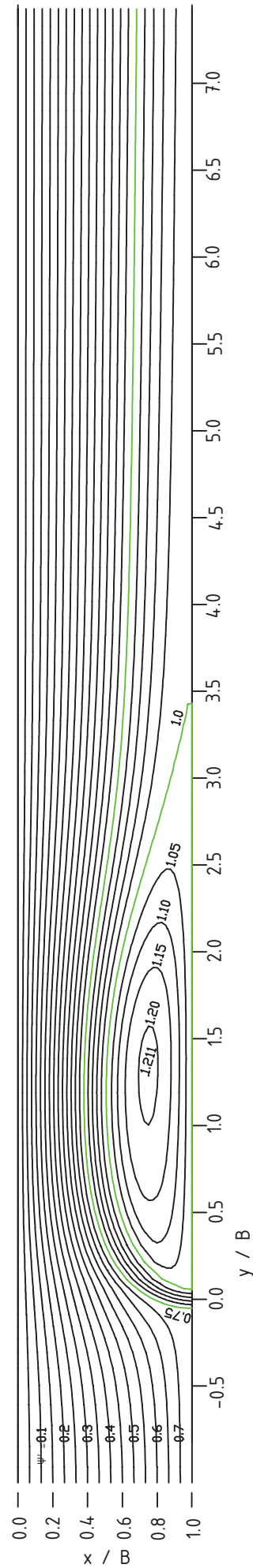
TOK V LABORATORIJSKEM KANALU Z BOČNIM VTKOM

numerična mreža 48 x 100, hibridna shema,
model Smagorinsky

a) Vektorji hitrosti

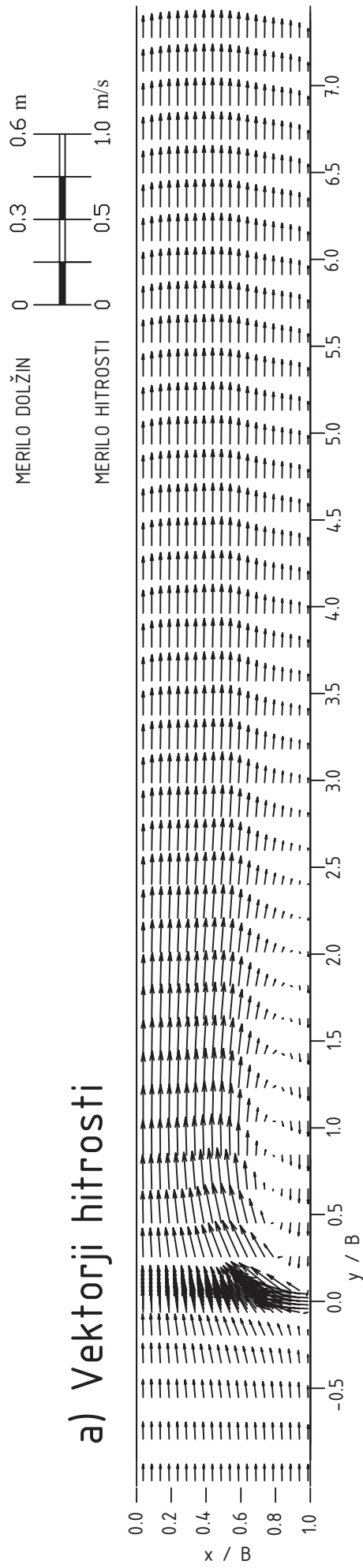


b) Brezdimenzijska tokovna funkcija ψ'

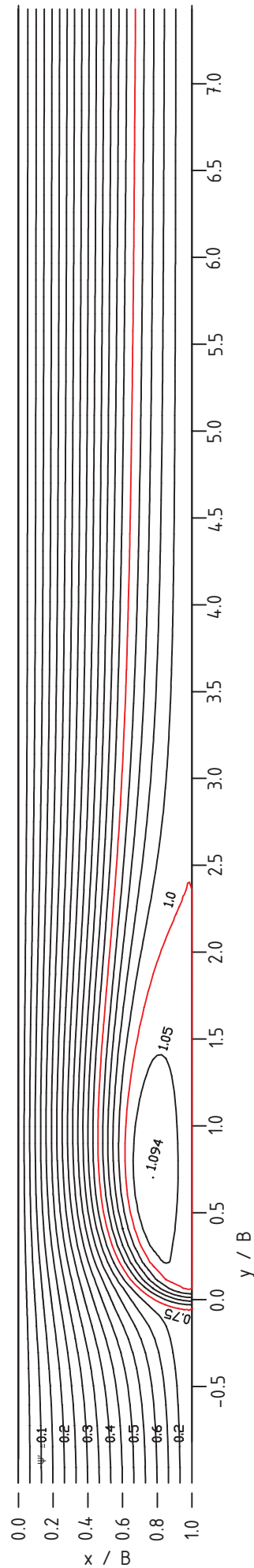


TOK V LABORATORIJSKEM KANALU Z BOČNIM VTOKOM

numerična mreža 48 x 100, hibridna shema,
k-ε model turbulence

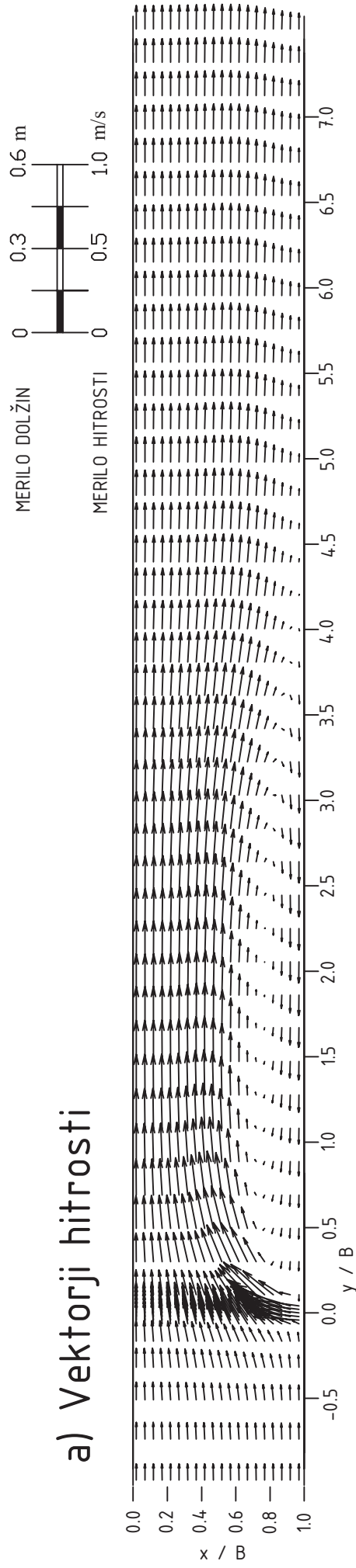


b) Brezdimenzijska tokovna funkcija ψ'

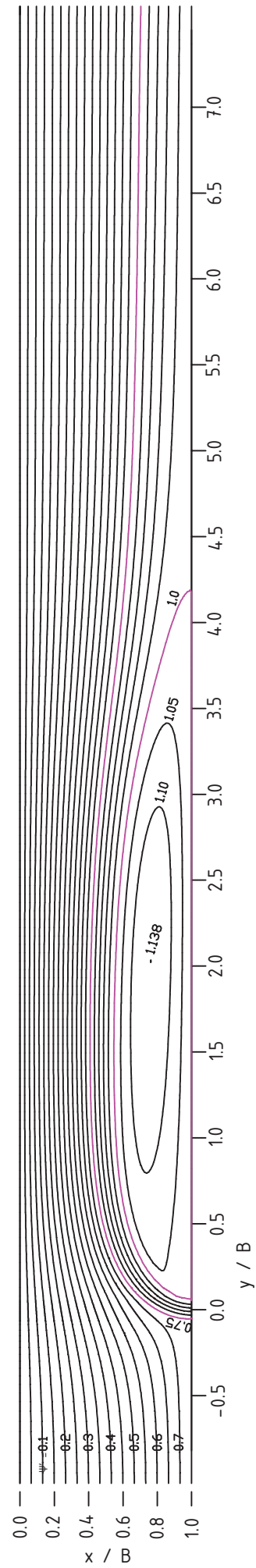


TOK V LABORATORIJSKEM KANALU Z BOČNIM VTOKOM
 numerična mreža 96 x 200, hibridna shema,
 model konstantne efektivne viskoznosti, $\nu_t = 0,0002 \text{ m}^2/\text{s}$

a) Vektorji hitrosti

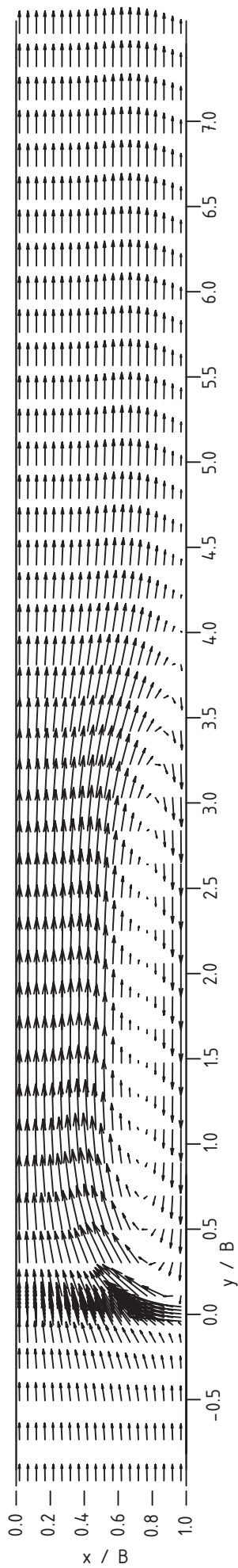


b) Brezdimenzijska tokovna funkcija ψ'

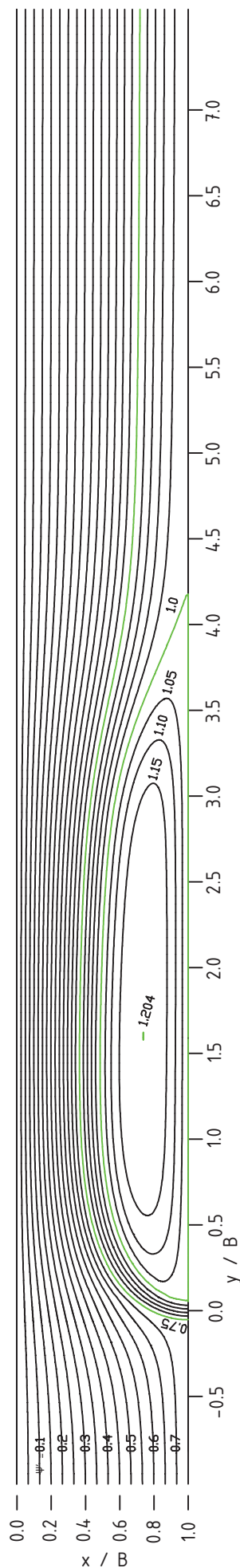


TOK V LABORATORIJSKEM KANALU Z BOČNIM VTOKOM
numerična mreža 96 x 200, hibridna shema,
model Smagorinsky

a) Vektorji hitrosti



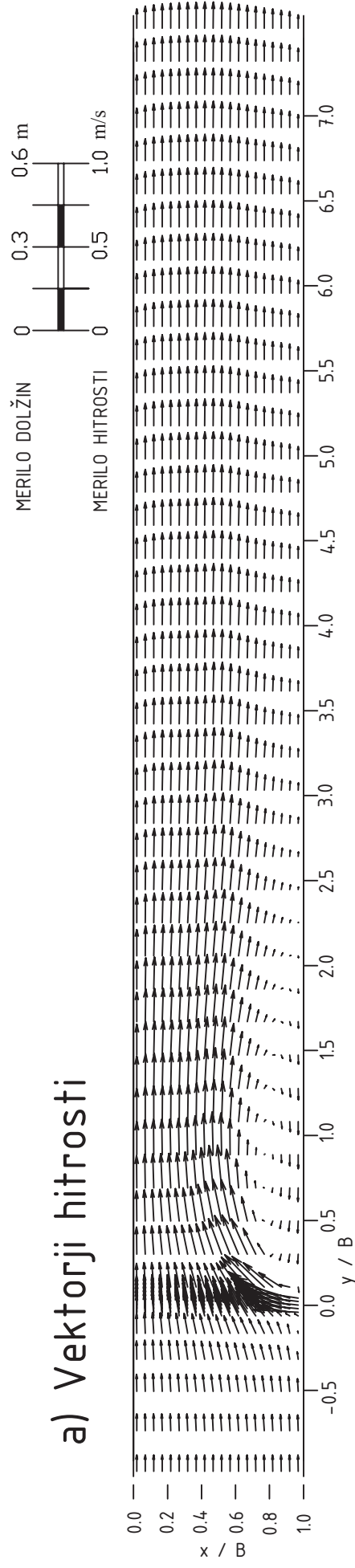
b) Brezdimenzijska tokovna funkcija ψ'



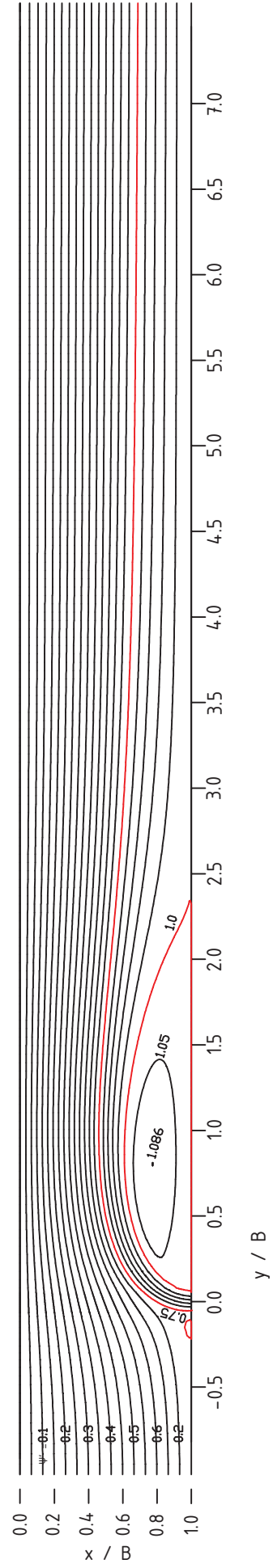
TOK V LABORATORIJSKEM KANALU Z BOČNIM VTOKOM

numerična mreža 96 x 200, hibridna shema,
k-ε model turbulence

a) Vektorji hitrosti



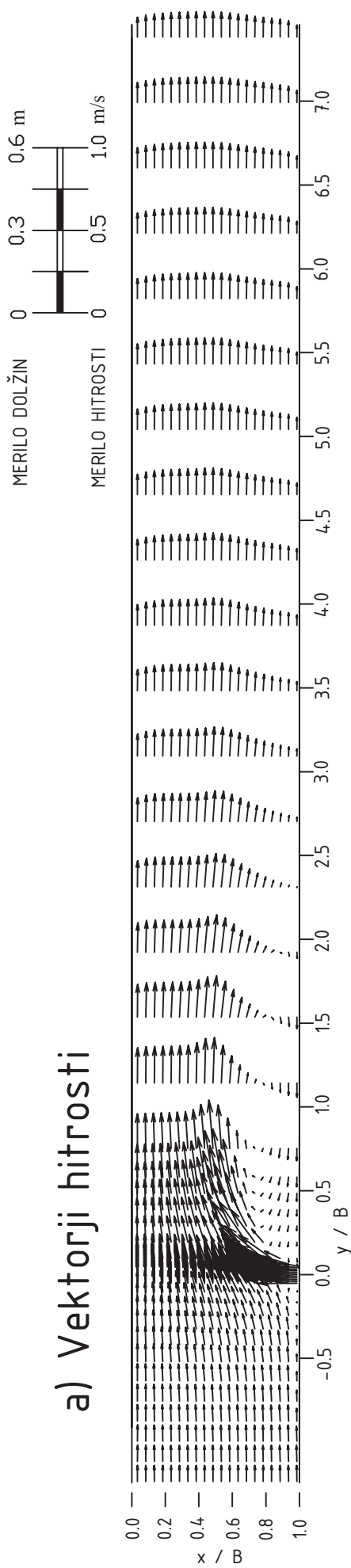
b) Brezdimenzijska tokovna funkcija ψ'



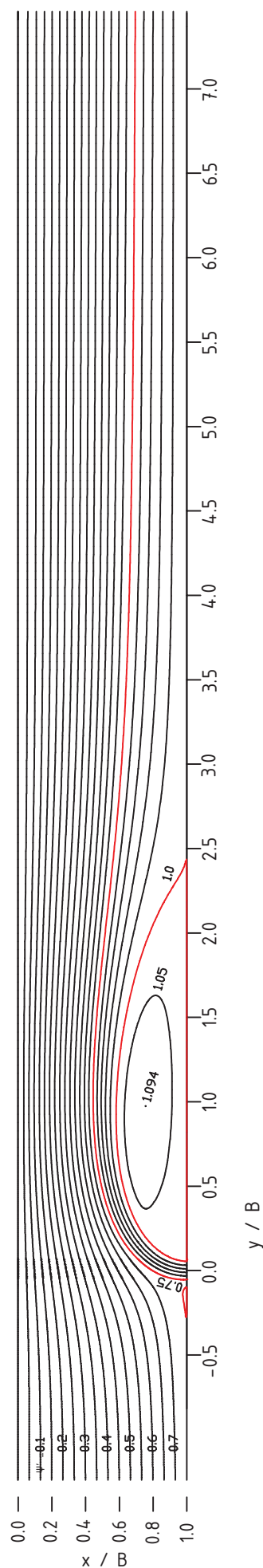
TOK V LABORATORIJSKEM KANALU Z BOČNIM VTOKOM

numerična mreža 168 x 380, hibridna shema, k-ε model turbulence

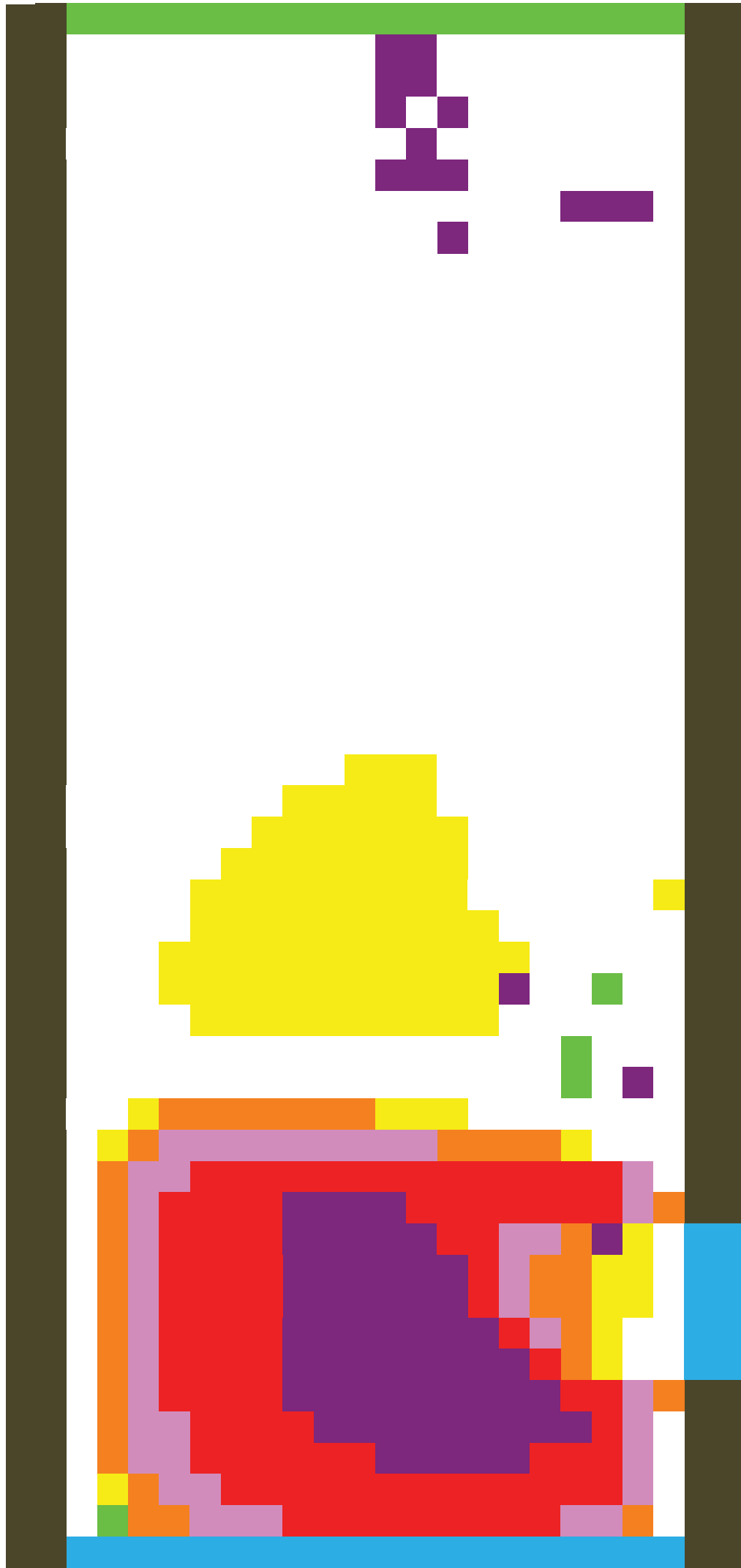
a) Vektorji hitrosti










b) Brezdimenzijska tokovna funkcija ψ'



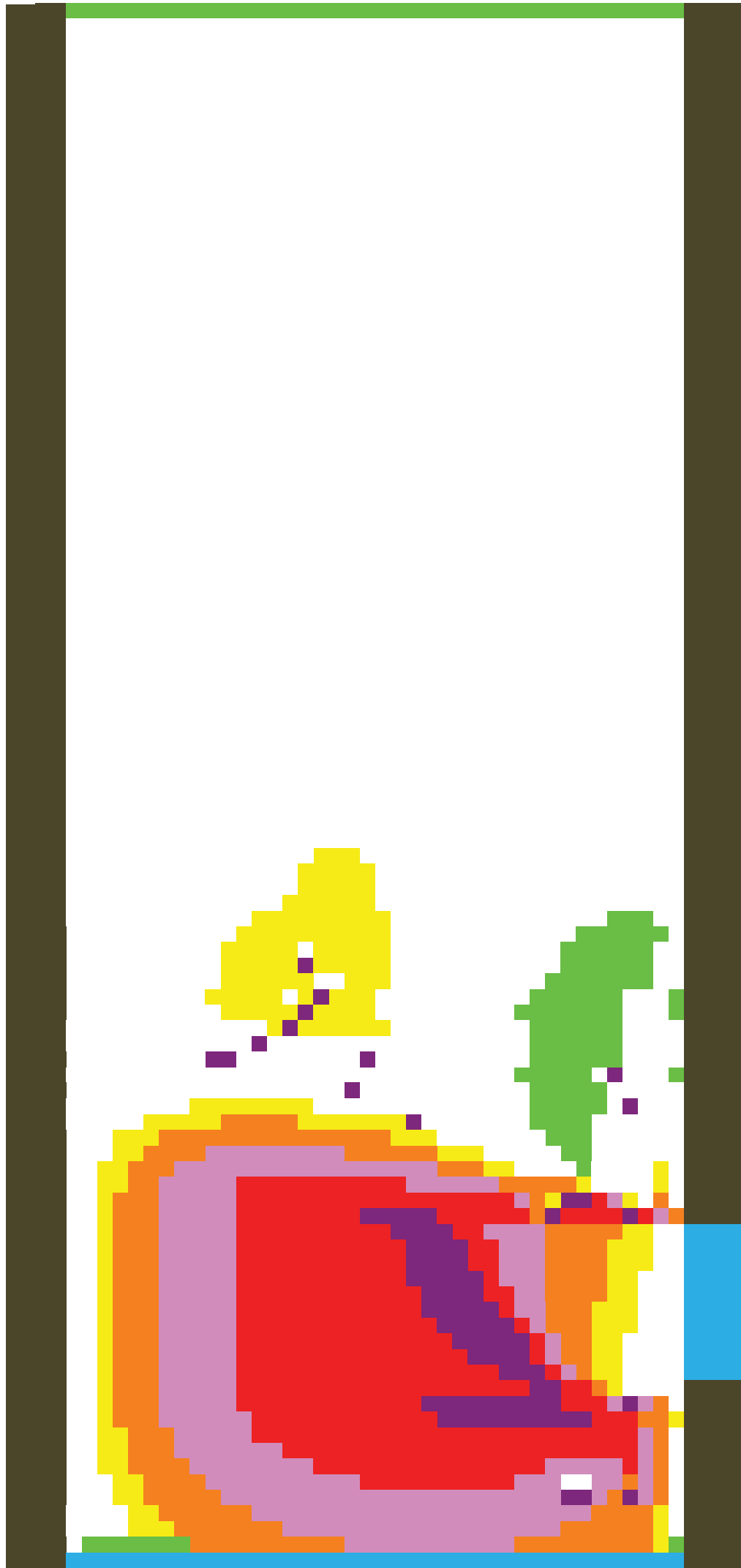
Prikaz razmerja numerične difuzije in efektivne viskoznosti na numerični mreži velikosti 24 x 50









LEGENDA:

-  Numerična difuzija je enaka 0
-  Numerična difuzija ne moti modela turbulence
-  Numerična difuzija je dvakrat večja kot efektivna viskoznost
-  Numerična difuzija je približno enaka efektivni viskoznosti
-  Numerična difuzija je štirikrat večja kot efektivna viskoznost
-  Numerična difuzija je osemkrat večja kot efektivna viskoznost
-  Numerična difuzija je desetkrat večja kot efektivna viskoznost

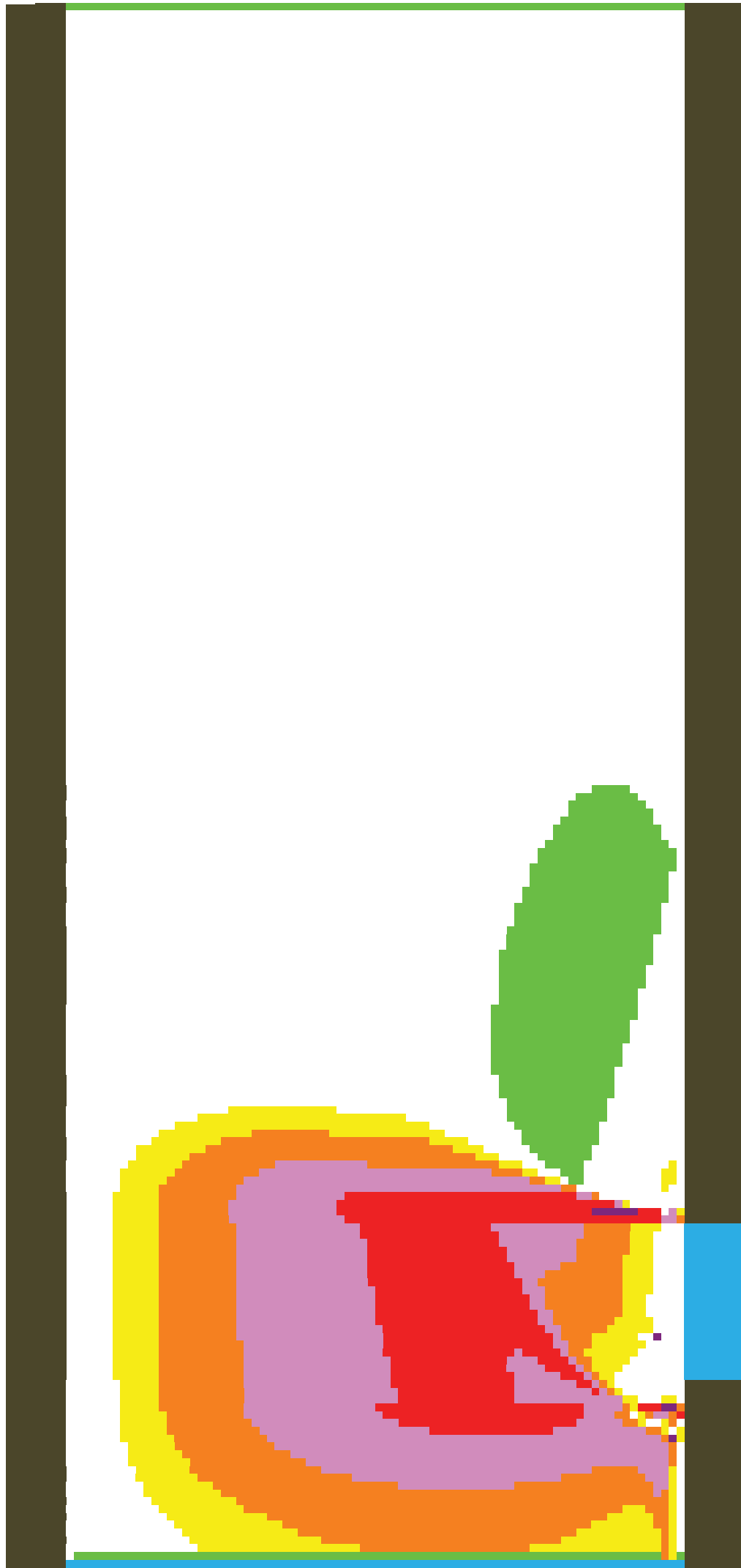
Prikaz razmerja numerične difuzije in efektivne viskoznosti na numerični mreži velikosti 48 x 100



LEGENDA:

-  Numerična difuzija je enaka 0
-  Numerična difuzija ne moti modela turbulence
-  Numerična difuzija je dvakrat večja kot efektivna viskoznost
-  Numerična difuzija je približno enaka efektivni viskoznosti
-  Numerična difuzija je štirikrat večja kot efektivna viskoznost
-  Numerična difuzija je desetkrat večja kot efektivna viskoznost

Prikaz razmerja numerične difuzije in efektivne viskoznosti na numerični mreži velikosti 96 x 200










LEGENDA:

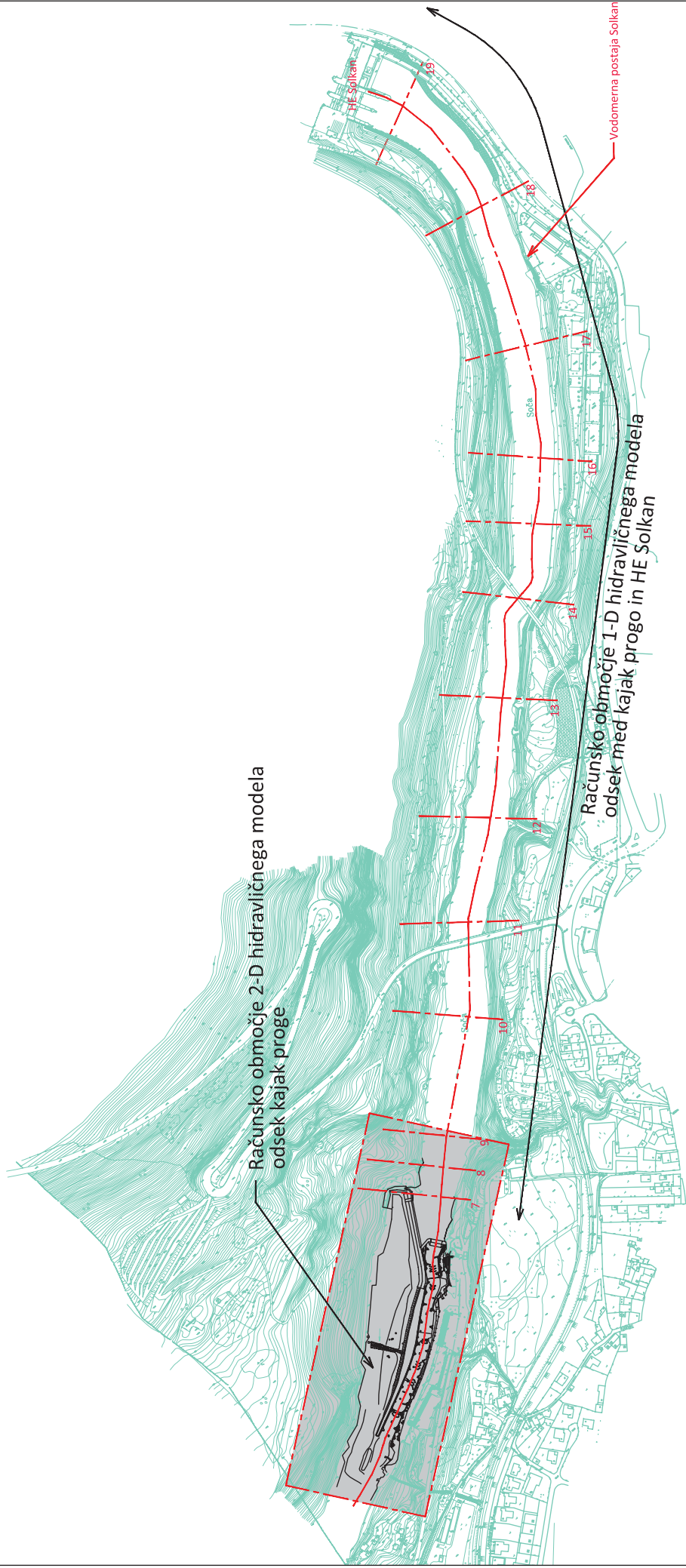
- Numerična difuzija je enaka 0
- Numerična difuzija ne moti modela turbulence
- Numerična difuzija je približno enaka efektivni viskoznosti
- Numerična difuzija je dvakrat večja kot efektivna viskoznost
- Numerična difuzija je osemkrat večja kot efektivna viskoznost
- Numerična difuzija je štirikrat večja kot efektivna viskoznost
- Numerična difuzija je desetkrat večja kot efektivna viskoznost

Prikaz razmerja numerične difuzije in efektivne viskoznosti na numerični mreži velikosti 168 x 380



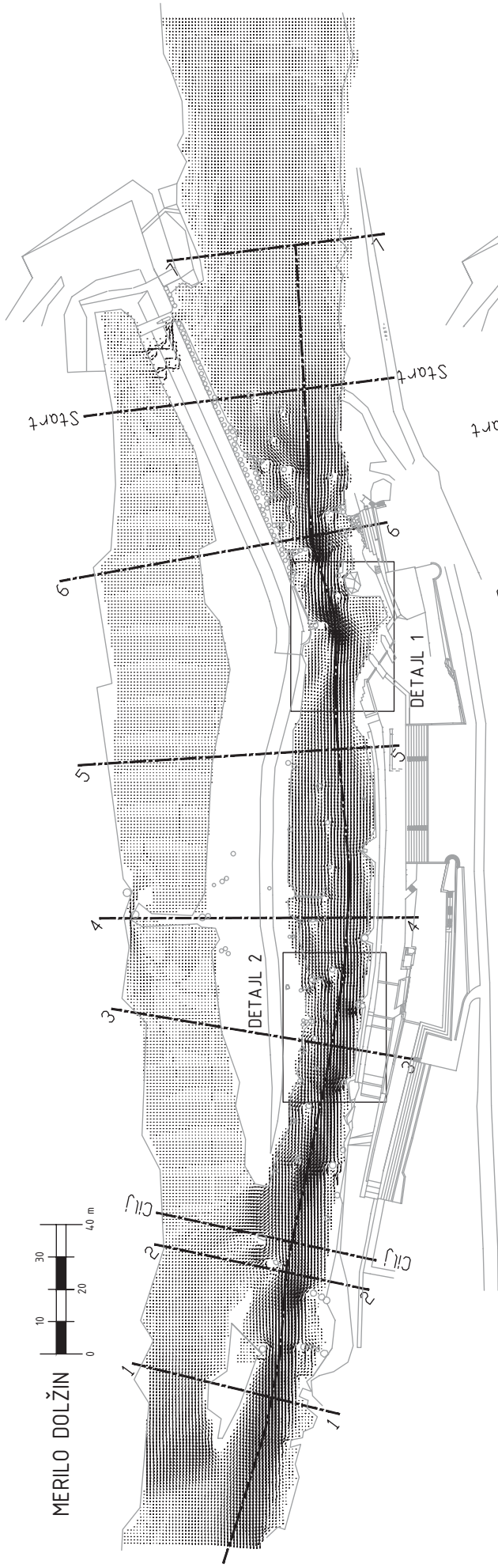
LEGENDA:

-  Numerična difuzija je enaka 0
-  Numerična difuzija je približno enaka efektivni viskoznosti
-  Numerična difuzija je dvakrat večja kot efektivna viskoznost
-  Numerična difuzija je osemkrat večja kot efektivna viskoznost
-  Numerična difuzija je desetkrat večja kot efektivna viskoznost
-  Numerična difuzija je štirikrat večja kot efektivna viskoznost
-  Numerična difuzija je osemkrat večja kot efektivna viskoznost



OBRAVNAVANO OBMOČJE, UMESTITEV V PROSTOR
(POVZETO IZ [24])

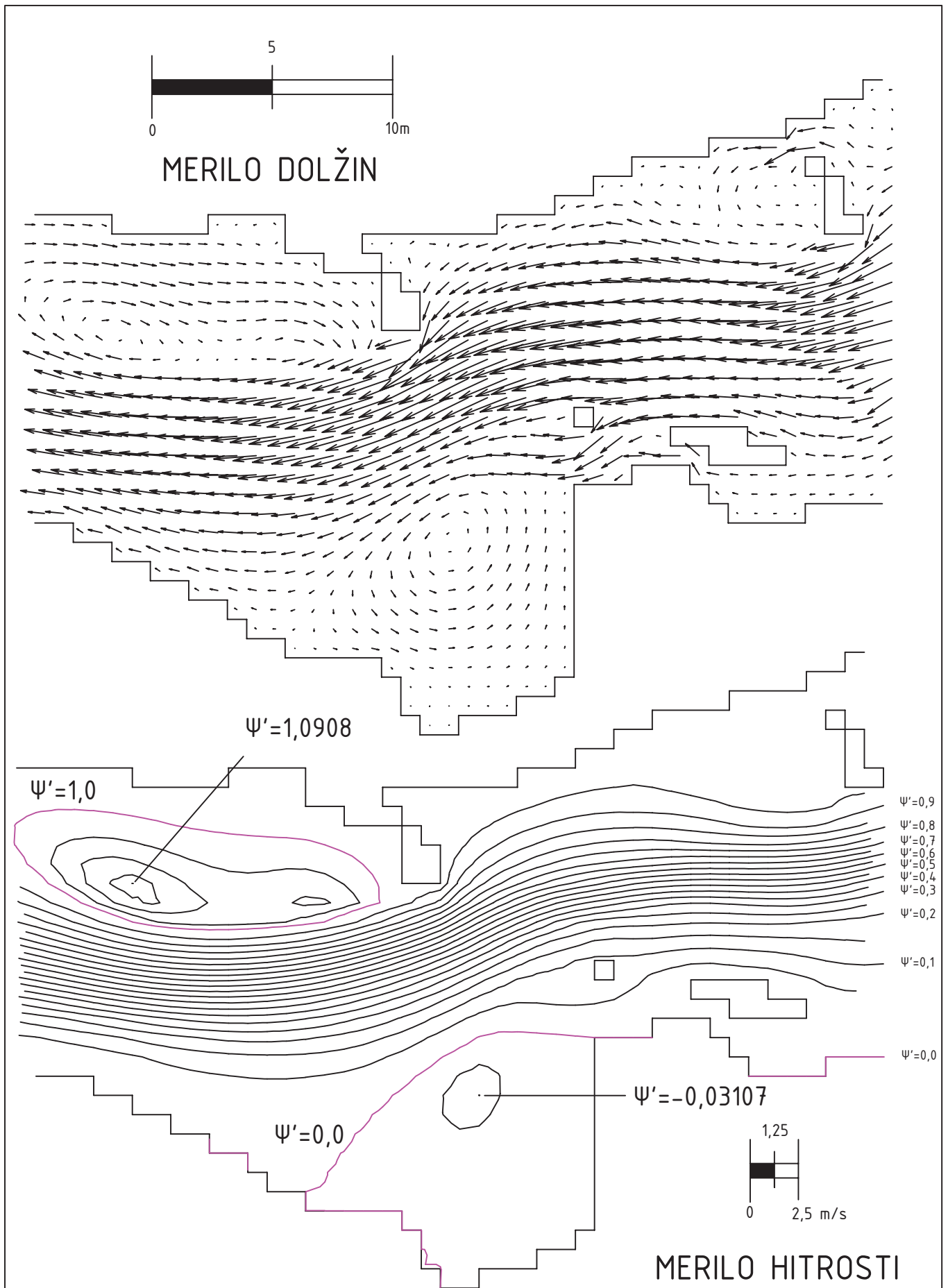
MERILO DOLŽIN



$Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$

MERILO HITROSTI

Naslov priloge:		Revidiral:	Datum revizije:	Priloga:
Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model konstantne efektivne viskoznosti, $\nu_e = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$		Matjaž Četina	21.9.2012	M.1
UL, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo		Izdatal:	Datum izdelave:	Merilo:
		Rok Hamzic	29.8.2012	1:1000

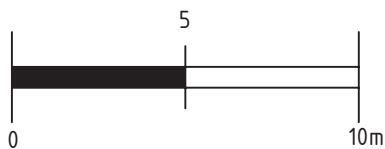
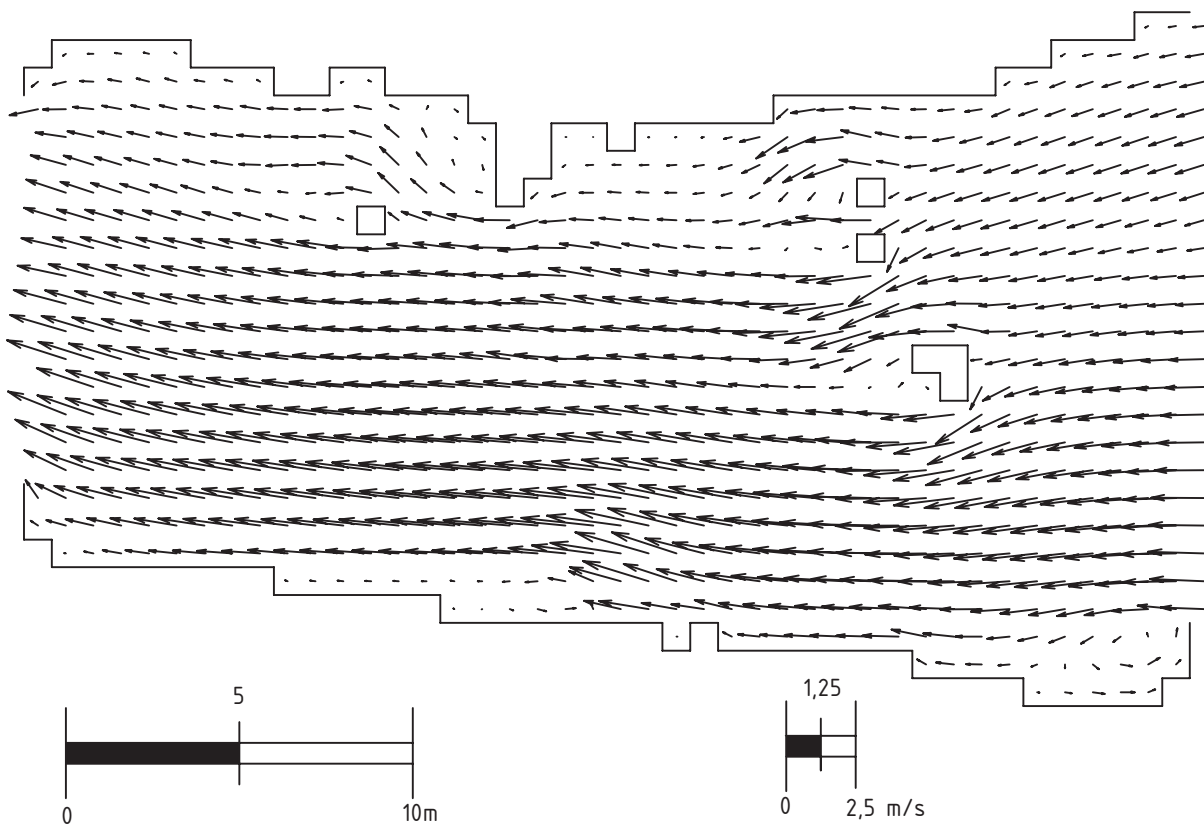


Naslov priloge:

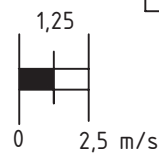
Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu,
 sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema,
 model konst. ef. viskoznosti, $\nu_t = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$, detajl 1

UL, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

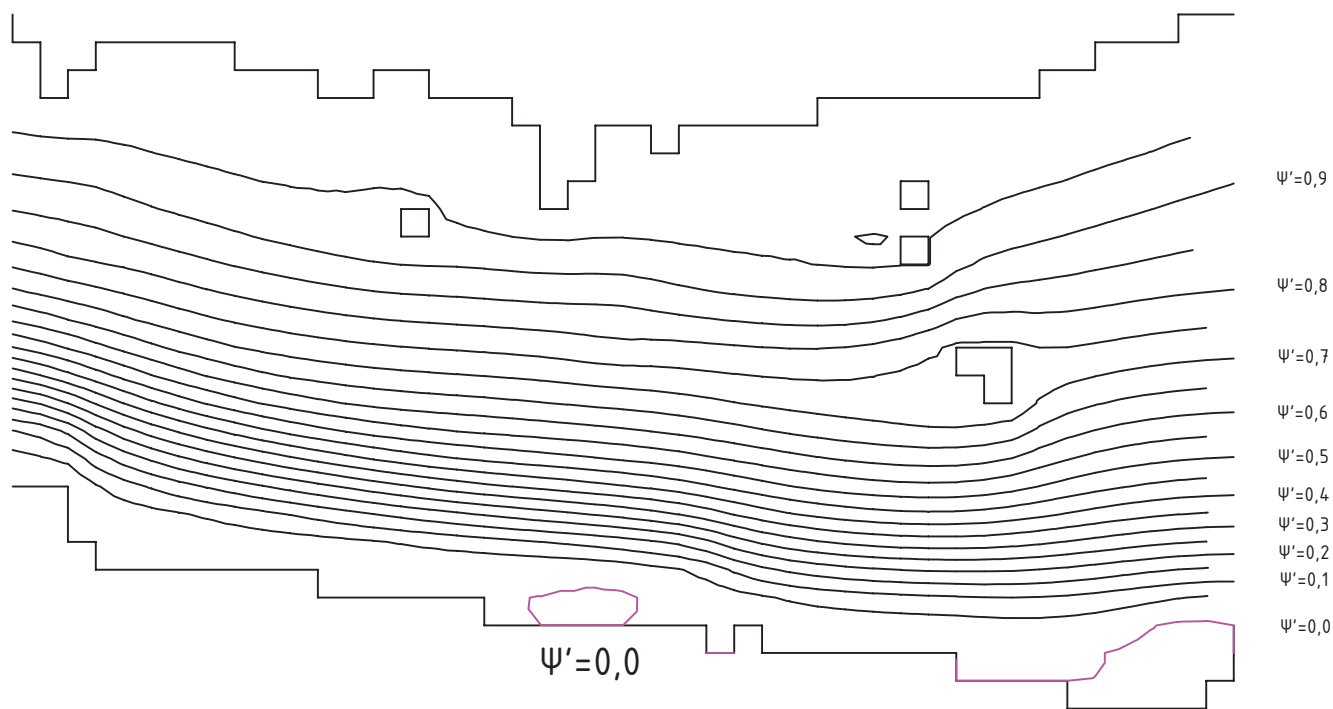
Revidiral:	Datum revizije:	Priloga:
Matjaž Četina	21.9.2012	M.2
Izdelal:	Datum izdelave:	Merilo:
Rok Hamzić	29.8.2012	1:250



MERILO DOLŽIN



MERILO HITROSTI



Naslov priloge:

Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu,
sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema,
model konst. ef. viskoznosti, $\nu_t = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$, detajl 2

UL, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

Revidiral:

Matjaž Četina

Izdelal:

Rok Hamzić

Datum revizije:

21.9.2012

Datum izdelave:

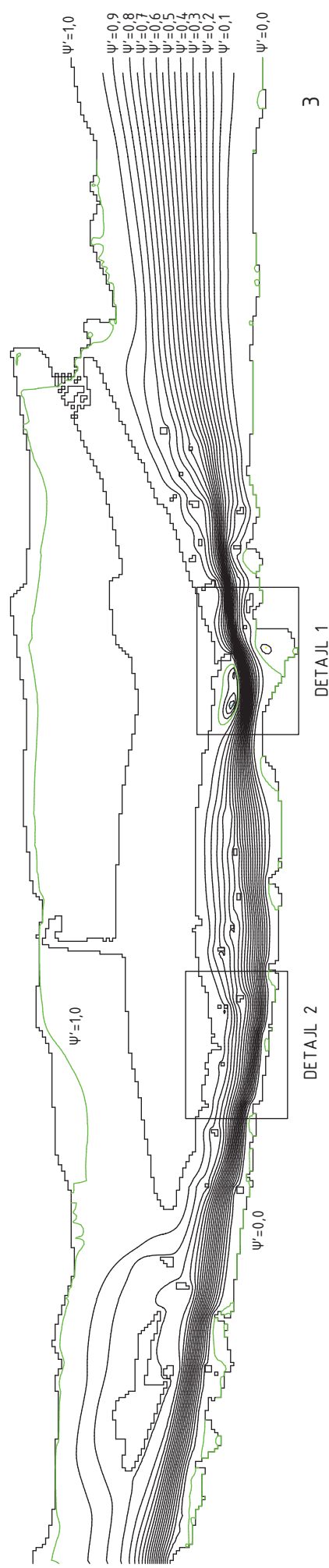
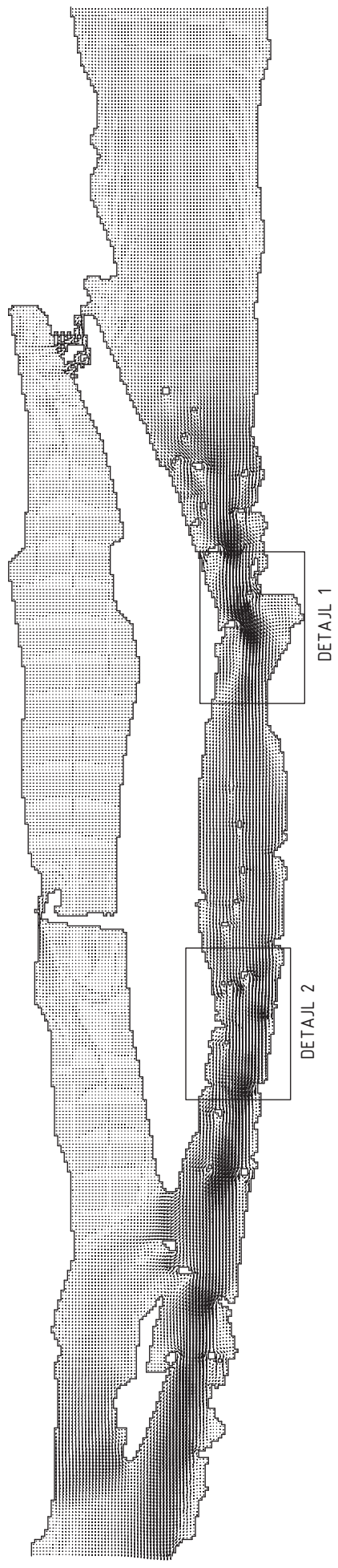
29.8.2012

Priloga:

M.3

Merilo:

1:250

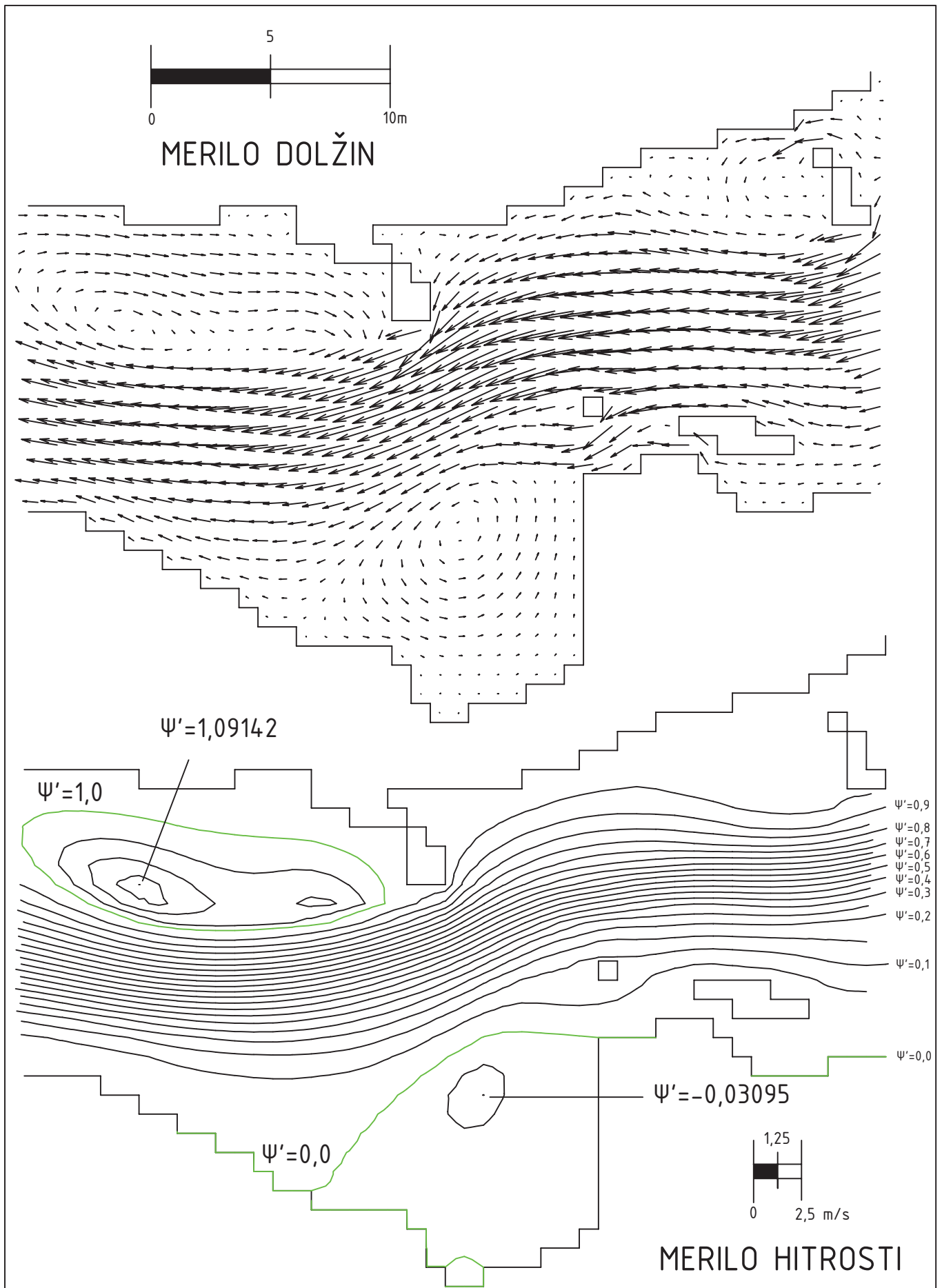


3

Q = 35 m/s



Naslov priloge:		Revidiral:	Datum revizije:	Priloga:
Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, sedanje stanje, pretok Q = 35 m ³ /s, hibridna shema, model Smagorinsky		Matjaž Četina	21.9.2012	N.1
		Izdatal:	Datum izdelave:	Merilo:
UL, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo		Rok Hamzic	29.8.2012	1:1000



Naslov priloge:

Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu,
sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema,
model Smagorinsky, detajl 1

UL, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

Revidiral:

Matjaž Četina

Izdelal:

Rok Hamzić

Datum revizije:

21.9.2012

Datum izdelave:

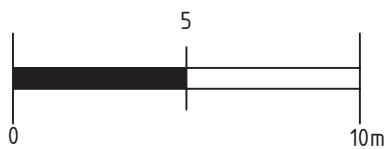
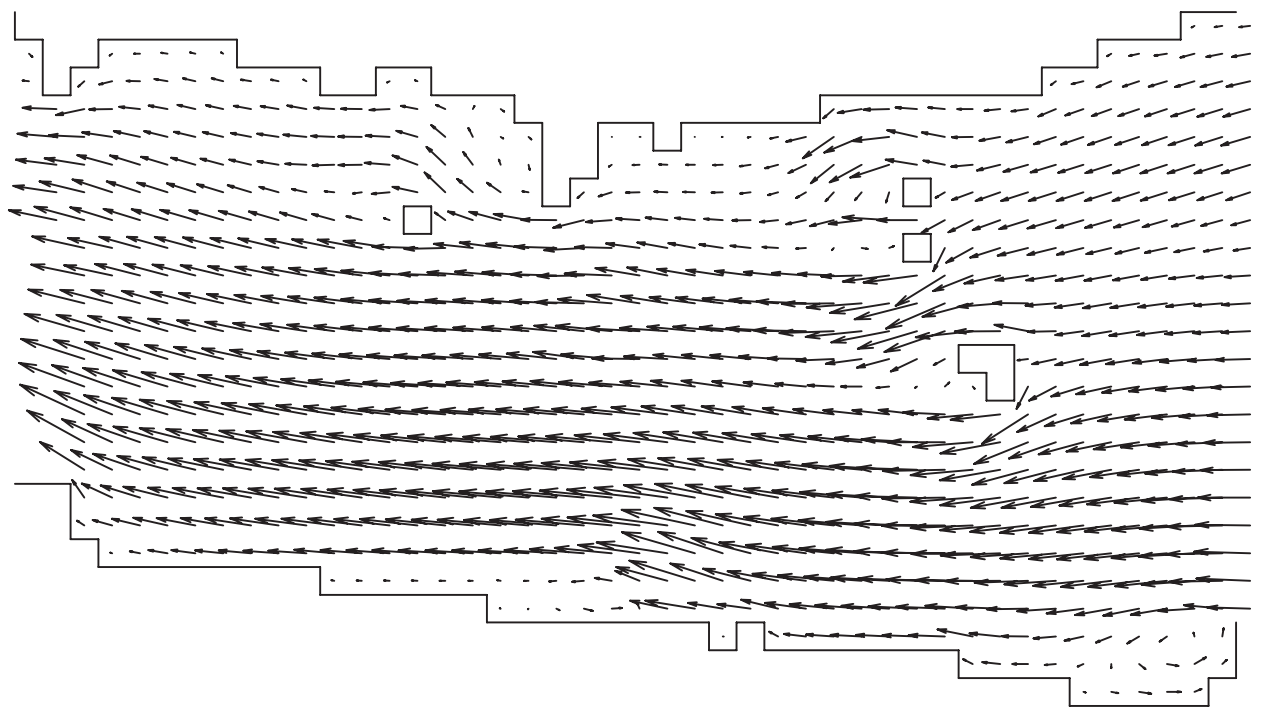
29.8.2012

Priloga:

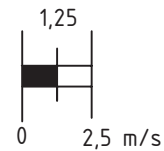
N.2

Merilo:

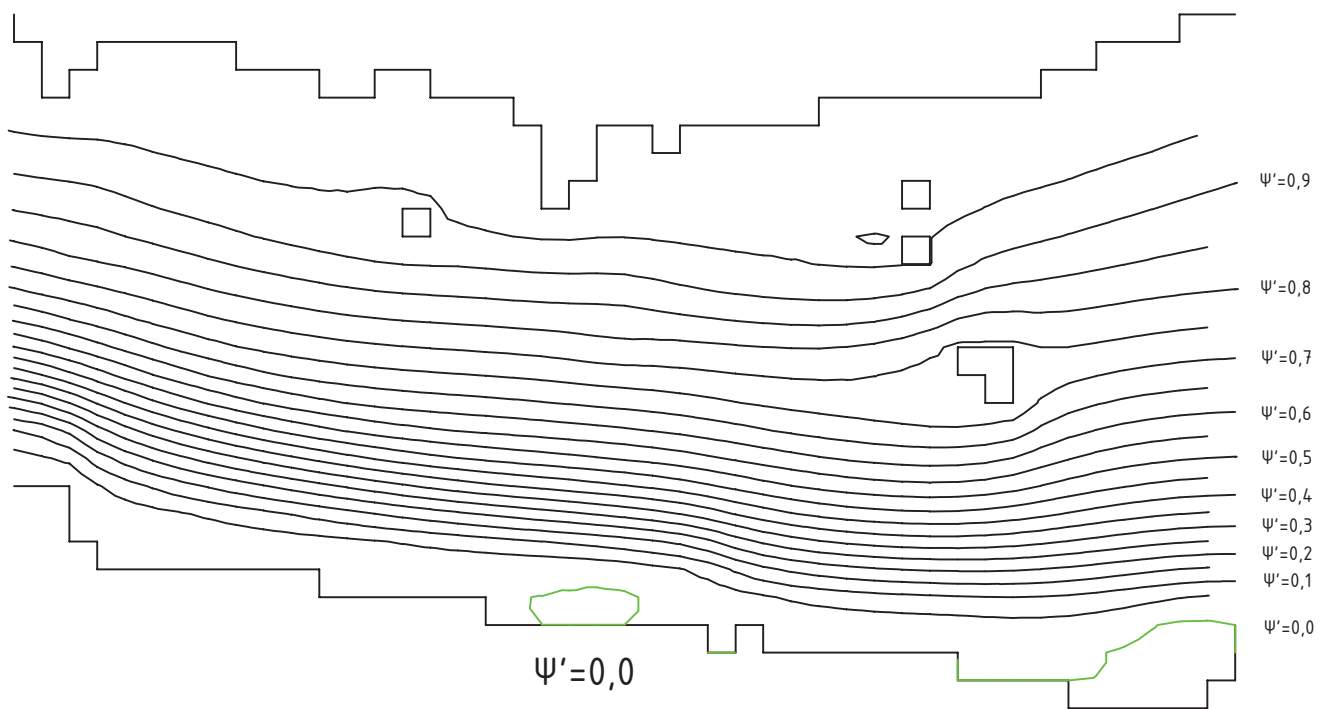
1:250



MERILO DOLŽIN



MERILO HITROSTI



Naslov priloge:

Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu,
sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema,
model Smagorinsky, detajl 2

UL, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

Revidiral:

Matjaž Četina

Izdelal:

Rok Hamzić

Datum revizije:

21.9.2012

Datum izdelave:

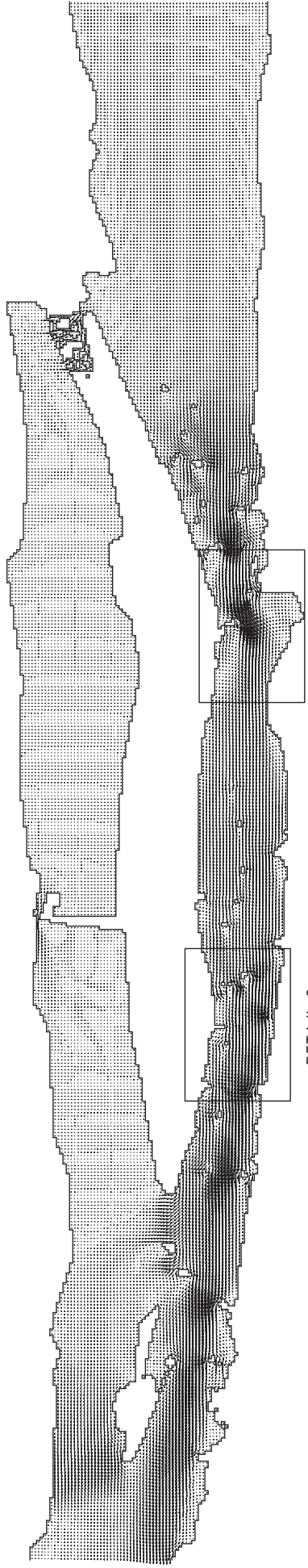
29.8.2012

Priloga:

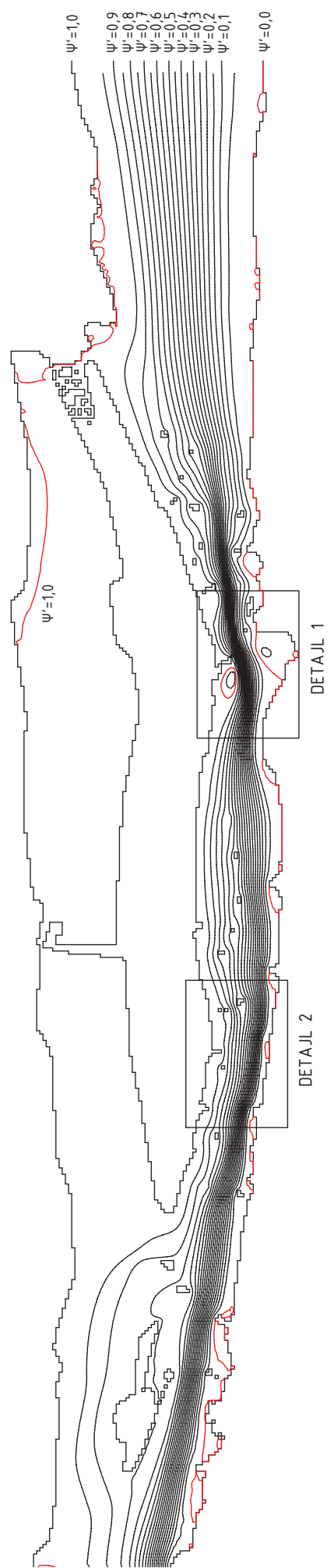
N.3

Merilo:

1:250



DETAJL 1
DETAJL 2

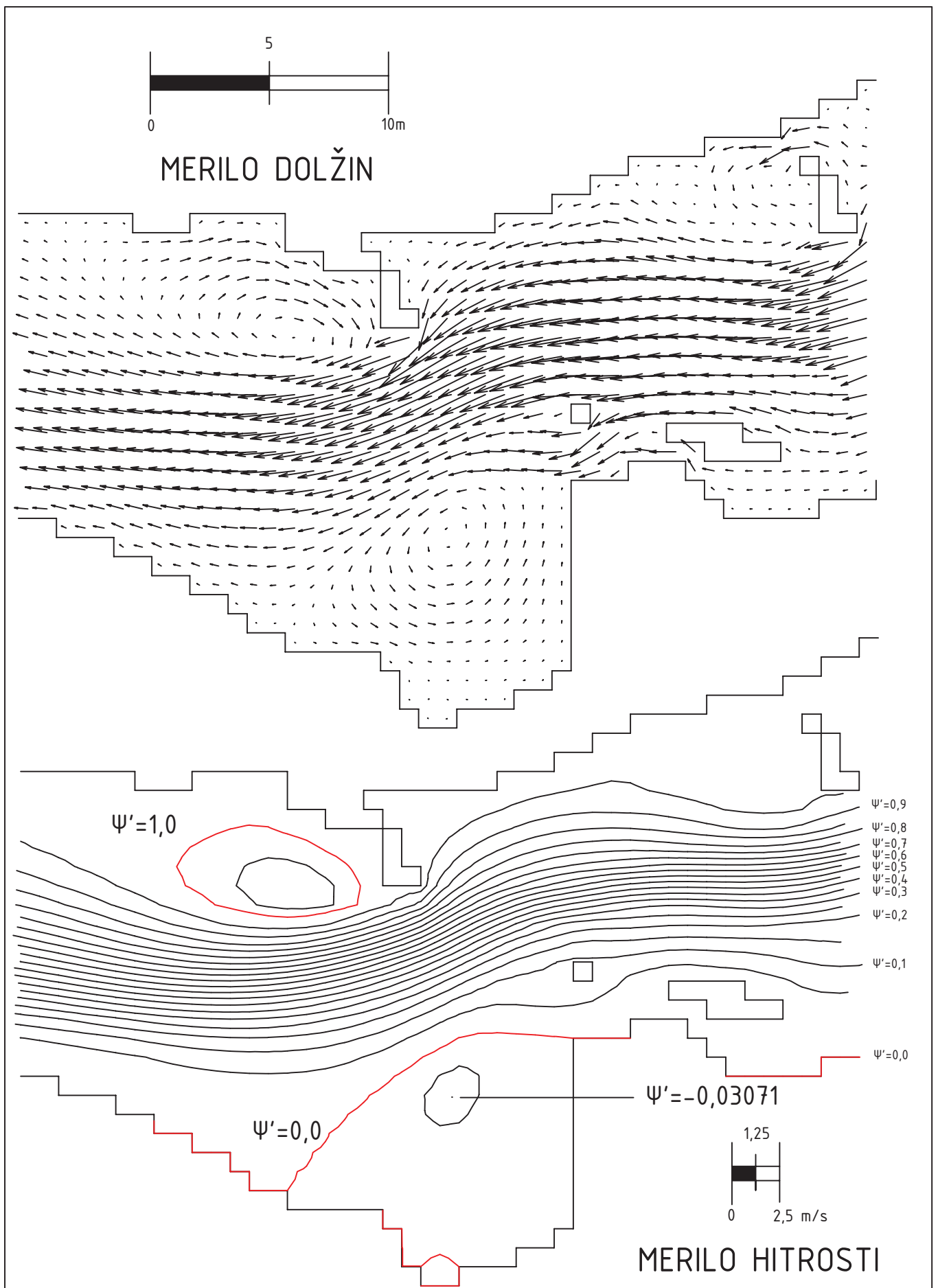


$Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$

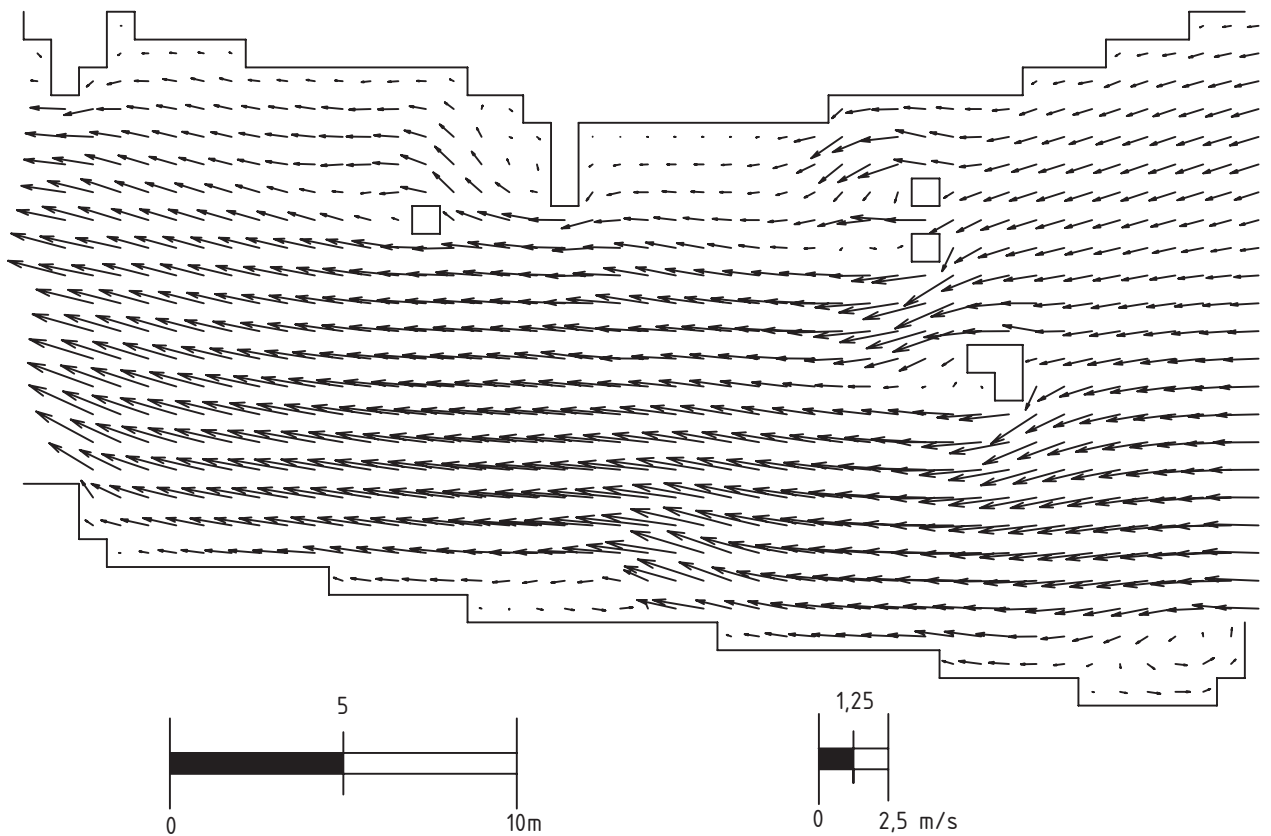


Naslov priloge:

Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, k- ϵ model turbulence, $\nu_t = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$		Revidiral:	Datum revizije:	Priloga:
UL, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo		Matjaž Četina	21.9.2012	0.1
		Izdatal:	Datum izdelave:	Merilo:
		Rok Hamzic	29.8.2012	1:1000

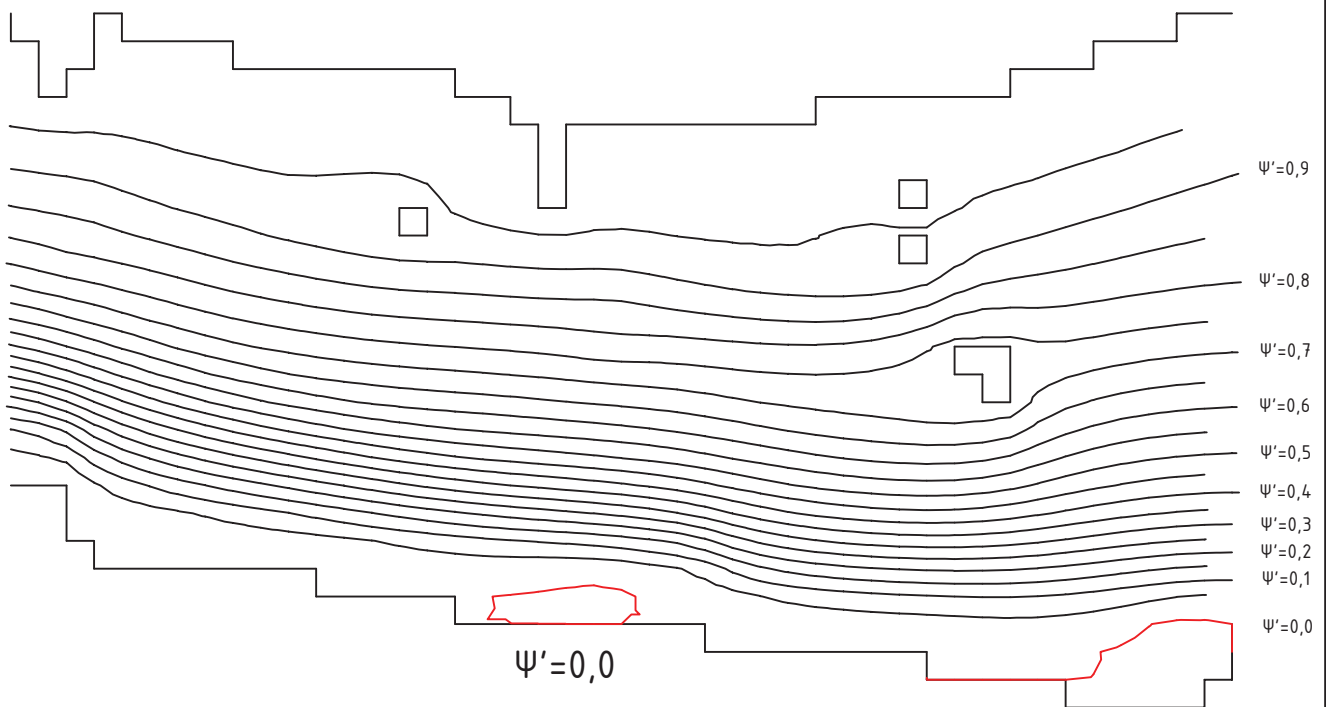


Naslov priloge:			
Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema $k-\epsilon$ model turbulence, detajl 1	Revidiral:	Datum revizije:	Priloga:
	Matjaž Četina	21.9.2012	0.2
	Izdelal:	Datum izdelave:	Merilo:
UL, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo	Rok Hamzić	29.8.2012	1:250

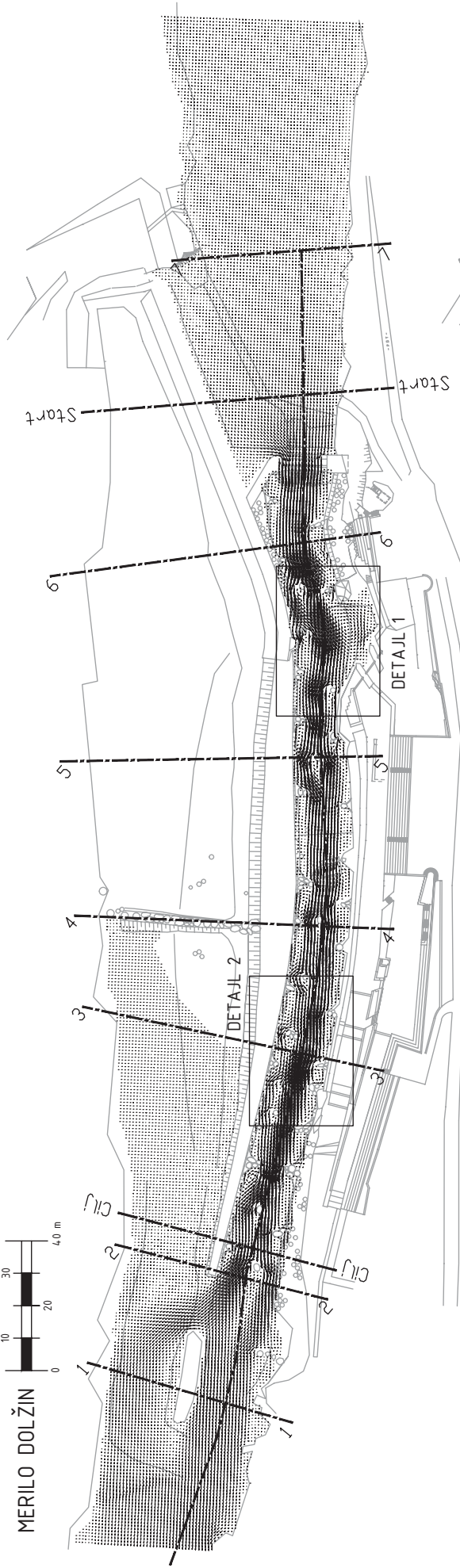


MERILO DOLŽIN

MERILO HITROSTI



Naslov priloge:			
Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, sedanje stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema $k-\epsilon$ model turbulence, detajl 2	Revidiral:	Datum revizije:	Priloga:
	Matjaž Četina	2.9.2012	0.3
UL, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo	Izdelal:	Datum izdelave:	Merilo:
	Rok Hamzić	29.8.2012	1:250

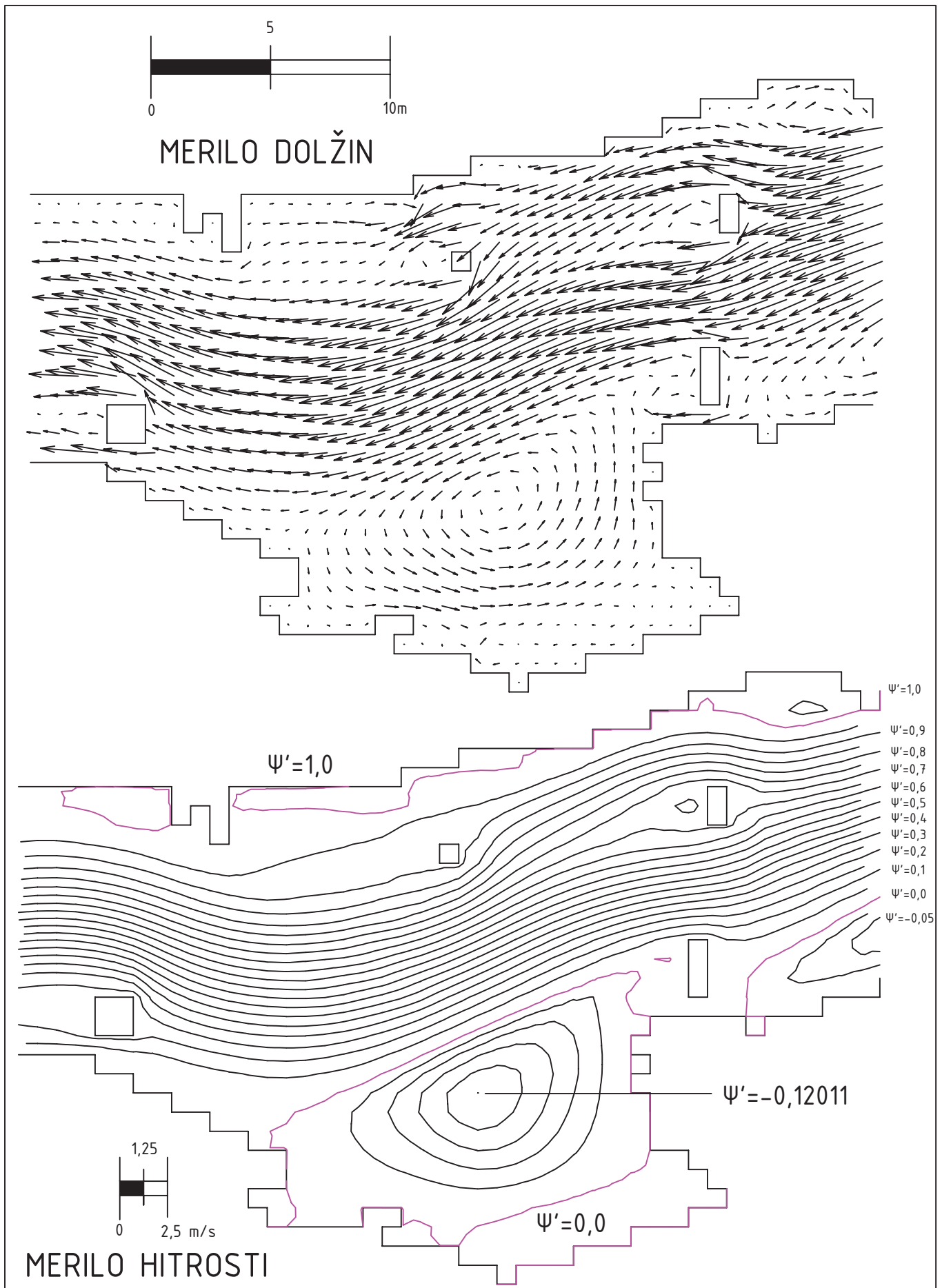


$Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$



Naslov priloge:

Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model konstantne efektivne viskoznosti, $\nu_e = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$	Revidiral:	Datum revizije:	Priloga:
UL, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo	Matjaž Četina	21.9.2012	P.1
	Izdatal:	Datum izdelave:	Merilo:
	Rok Hamzic	29.8.2012	1:1000



Naslov priloge:

Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu,
 končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema,
 model konst. ef. viskoznosti, $\nu_t = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$, detajl 1

UL, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

Revidiral:

Matjaž Četina

Izdelal:

Rok Hamzić

Datum revizije:

21.9.2012

Datum izdelave:

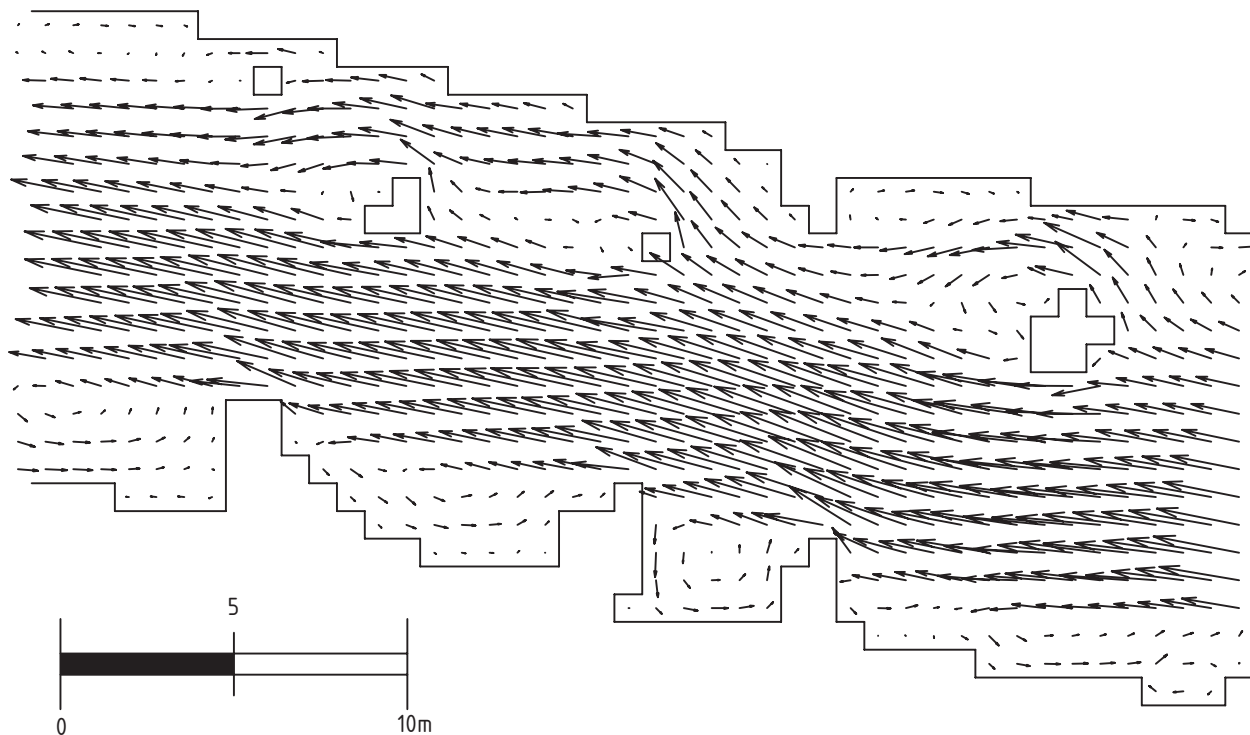
29.8.2012

Priloga:

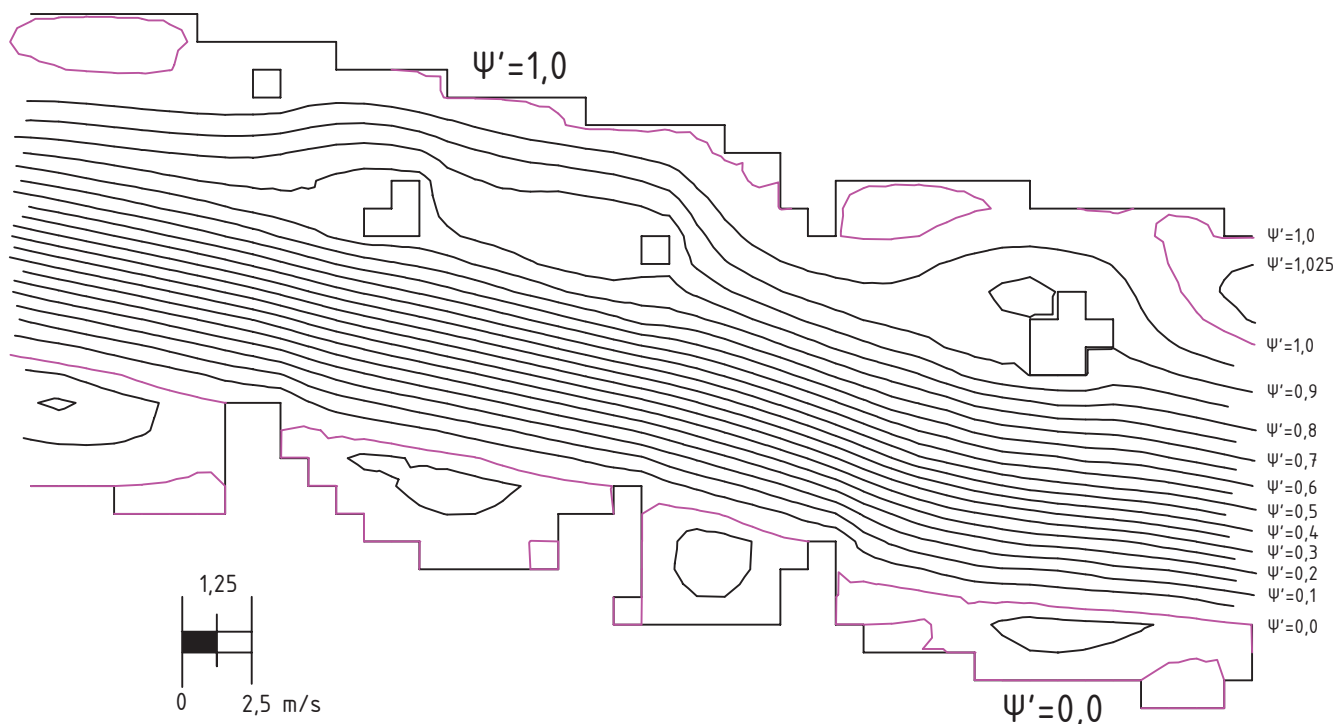
P.2

Merilo:

1:250



MERILO DOLŽIN



MERILO HITROSTI

Naslov priloge:

Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu,
končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema,
model konst. ef. viskoznosti, $\nu_t = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$, detajl 2

UL, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

Revidiral:

Matjaž Četina

Izdelal:

Rok Hamzić

Datum revizije:

21.9.2012

Datum izdelave:

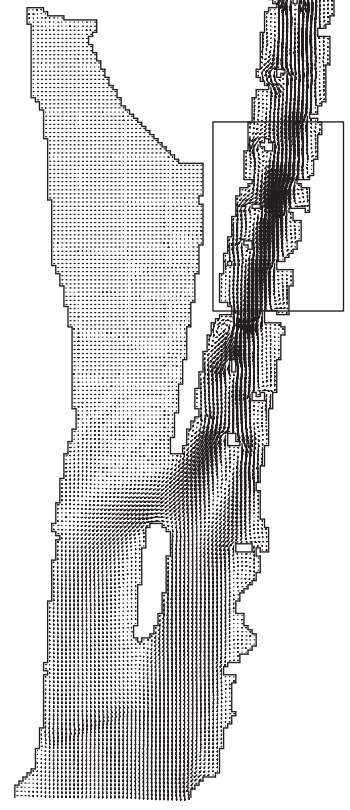
29.8.2012

Priloga:

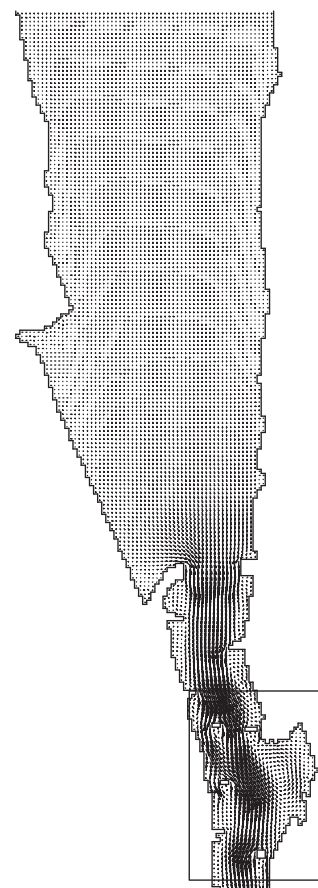
P.3

Merilo:

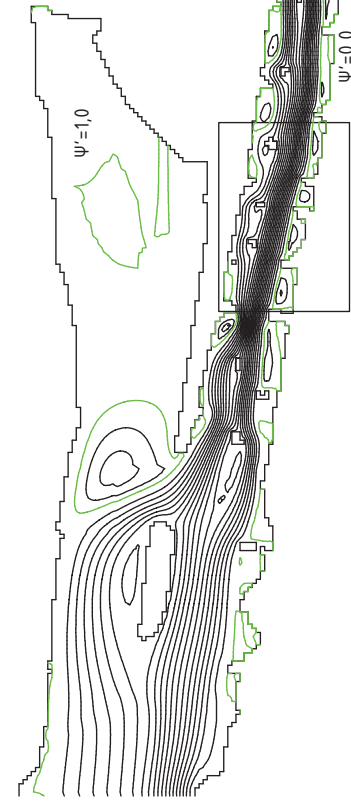
1:250



DETAJL 2



DETAJL 1



DETAJL 2



DETAJL 1

$Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$

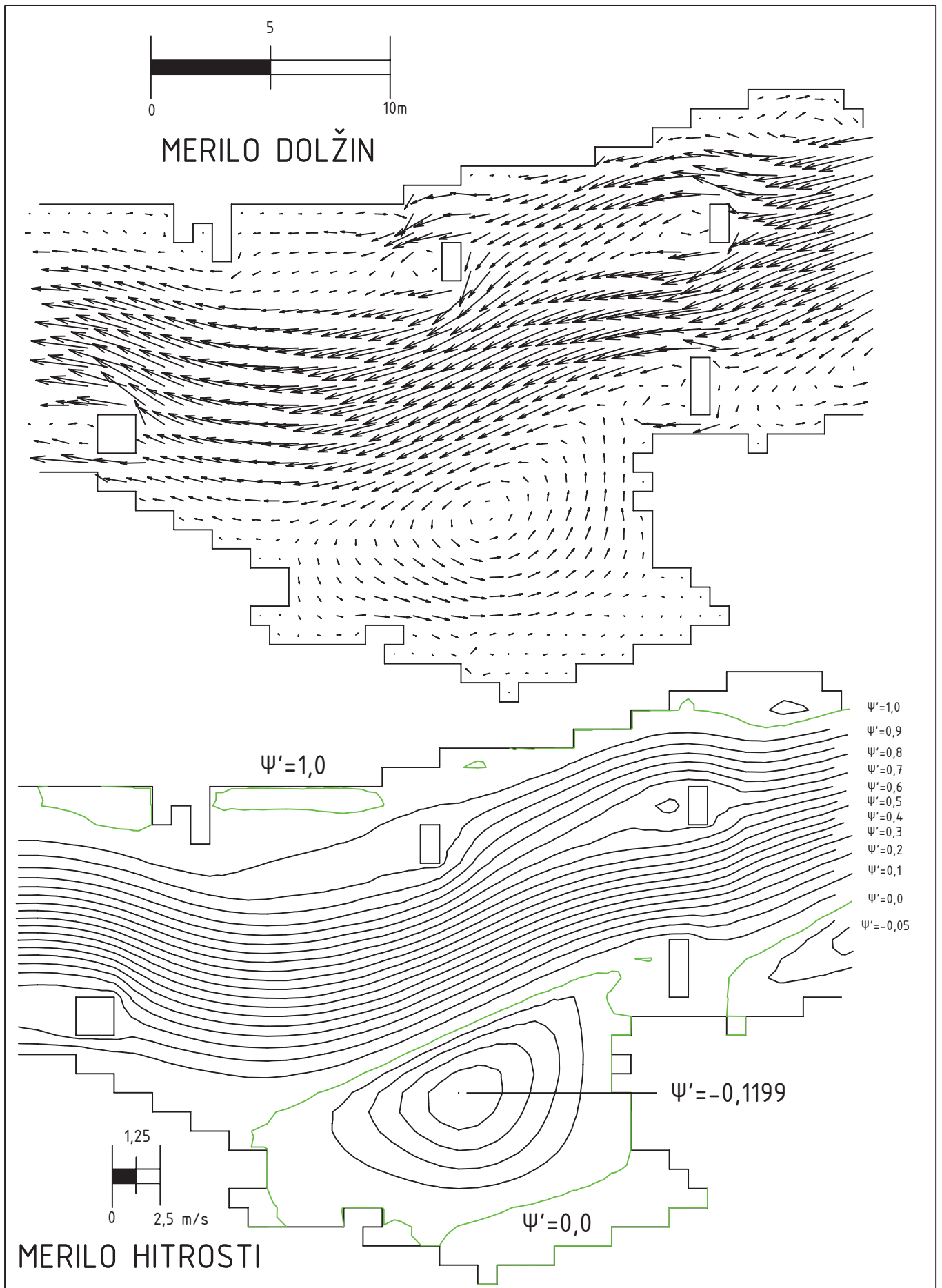


Nastav prilože:

Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model Smagorinsky

Revidiral:	Datum revizije:	Priloga:
Matjaž Četina	21.9.2012	R.1
Izdatal:	Datum izdelave:	Merilo:
Rok Hamzic	29.8.2012	1:1000

UL, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo



Naslov priloge:

Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu,
končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema,
model Smagorinsky, detajl 1

UL, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

Revidiral:

Matjaž Četina

Izdelal:

Rok Hamzić

Datum revizije:

21.9.2012

Datum izdelave:

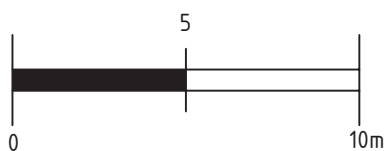
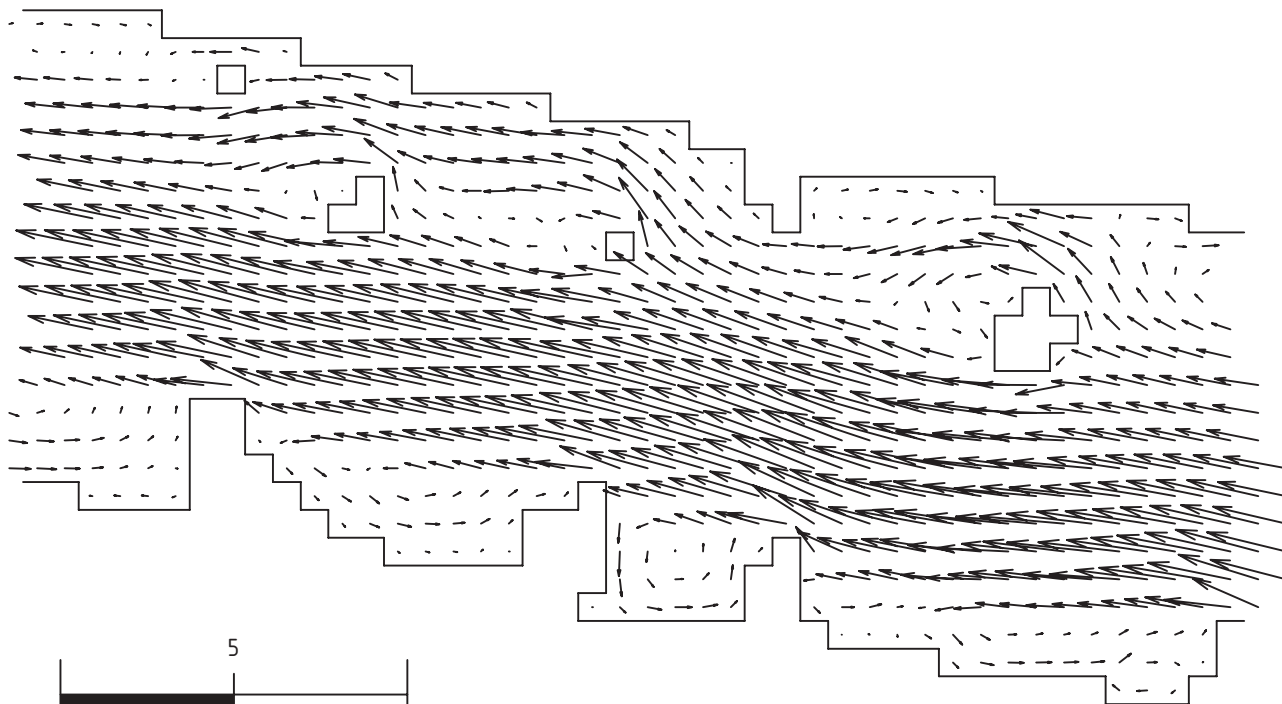
29.8.2012

Priloga:

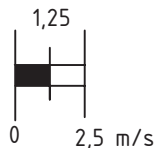
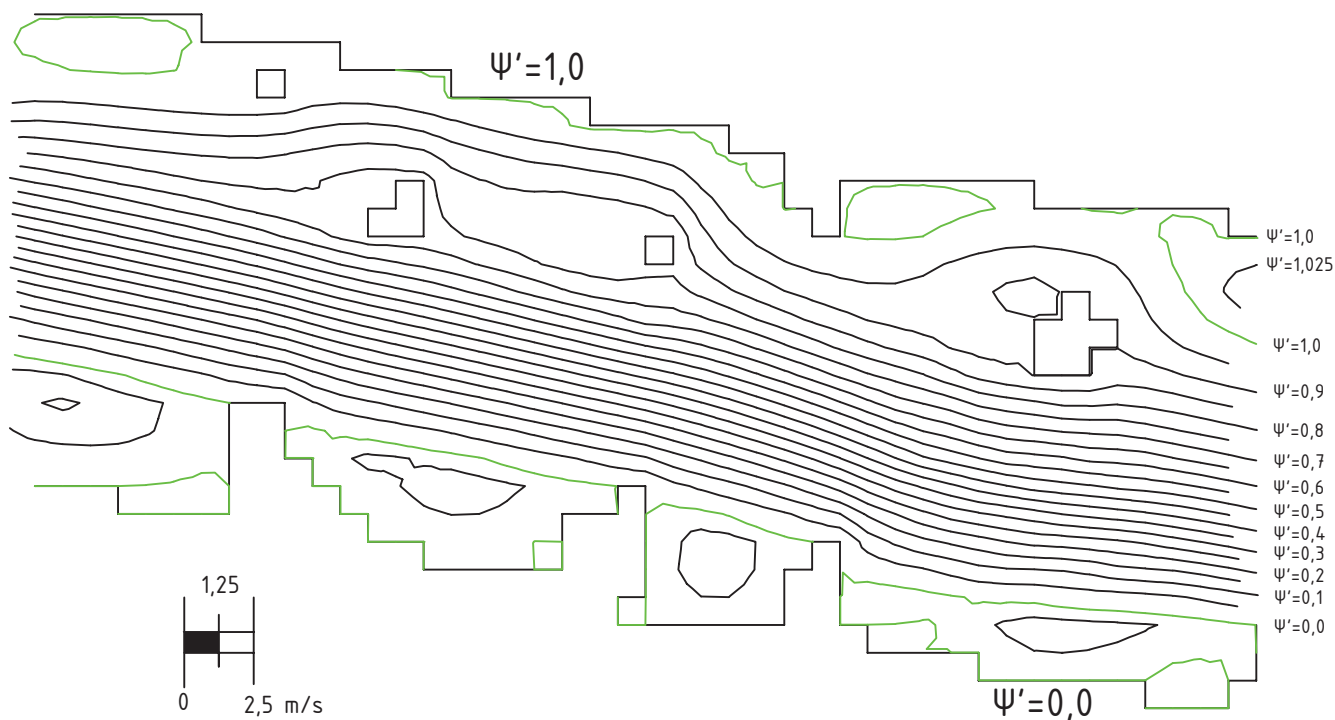
R.2

Merilo:

1:250

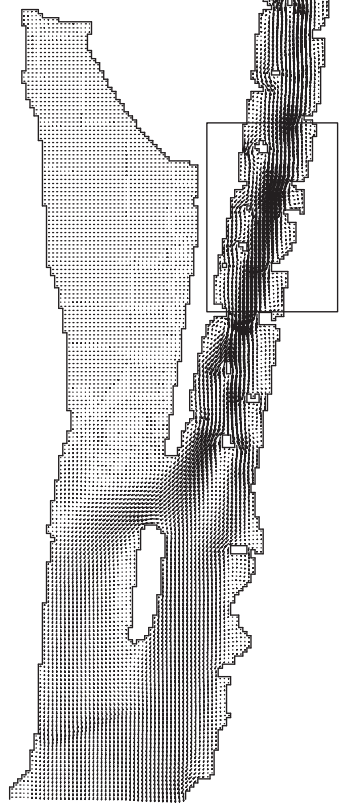


MERILO DOLŽIN

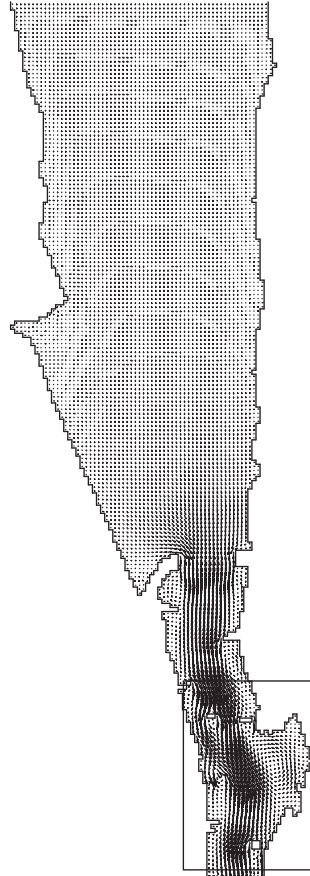


MERILO HITROSTI

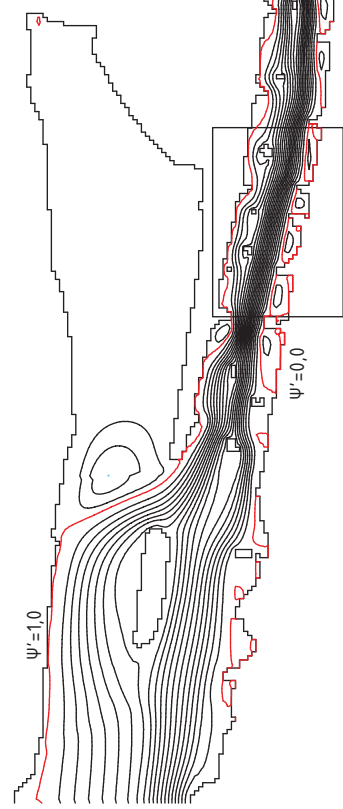
Naslov priloge:			
Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, model Smagorinsky, detajl 2	Revidiral:	Datum revizije:	Priloga:
	Matjaž Četina	21.9.2012	R.3
UL, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo	Izdelal:	Datum izdelave:	Merilo:
	Rok Hamzić	29.8.2012	1:250



DETAJL 2



DETAJL 1



DETAJL 2



DETAJL 1

$Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$

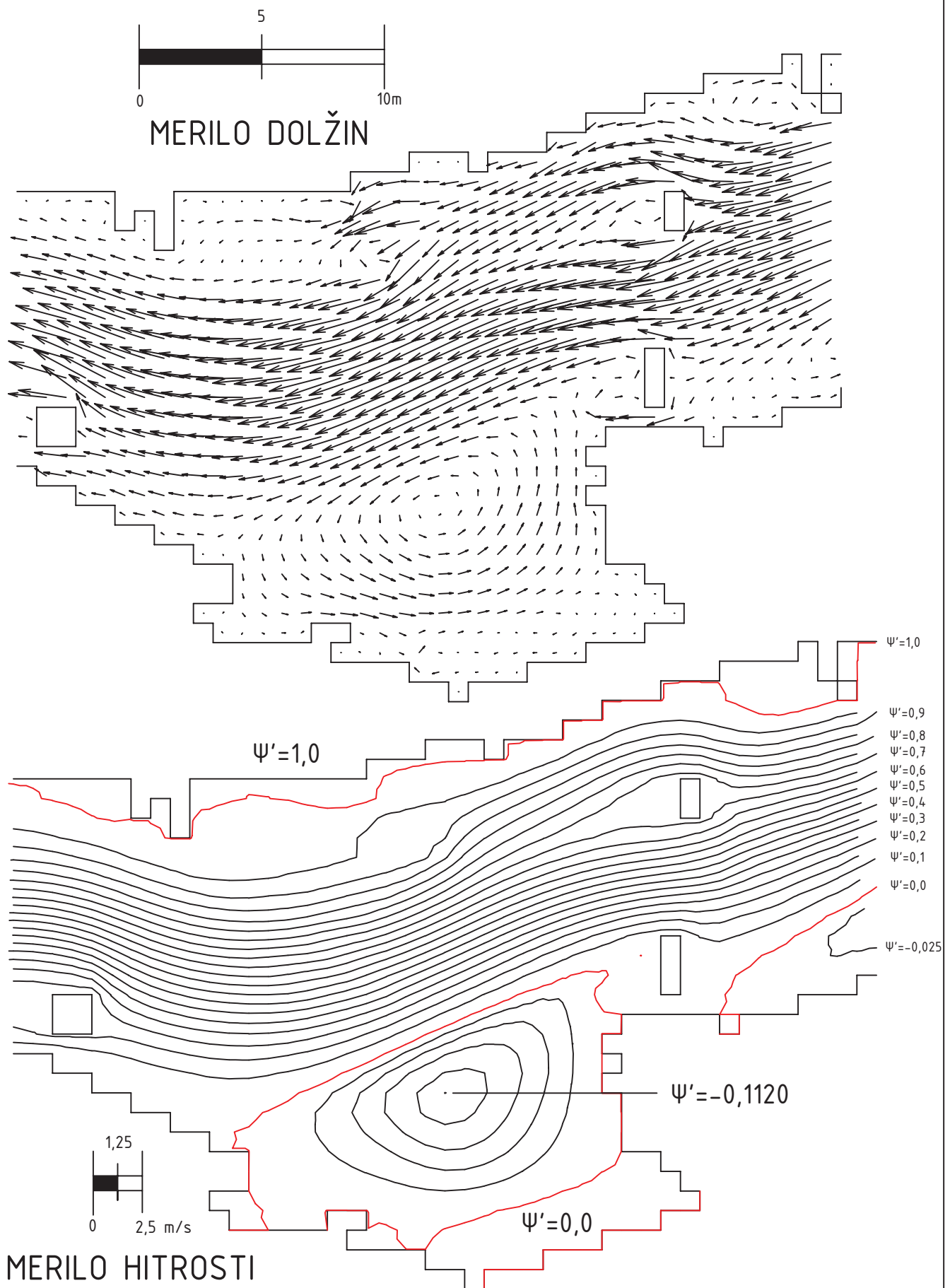


Naslov priloge:

Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, k-ε model turbulence

UL, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

Revidiral:	Datum revizije:	Priloga:
Maijaž Četina	21.9.2012	S.1
Izdela:	Datum izdelave:	Merilo:
Rok Hamzic	29.8.2012	1:1000



Naslov priloge:

Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu,
končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema,
k- ϵ model turbulence, detajl 1

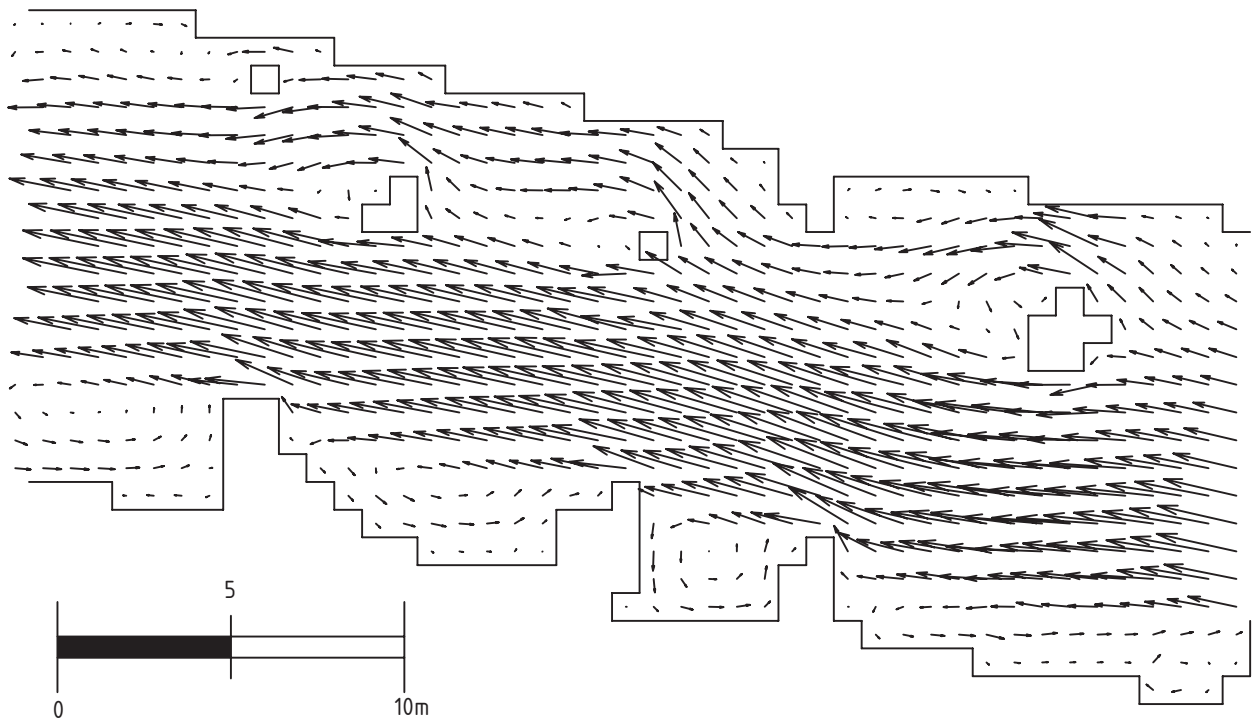
Revidiral: Datum revizije: Priloga:

Matjaž Četina 21.9.2012 S.2

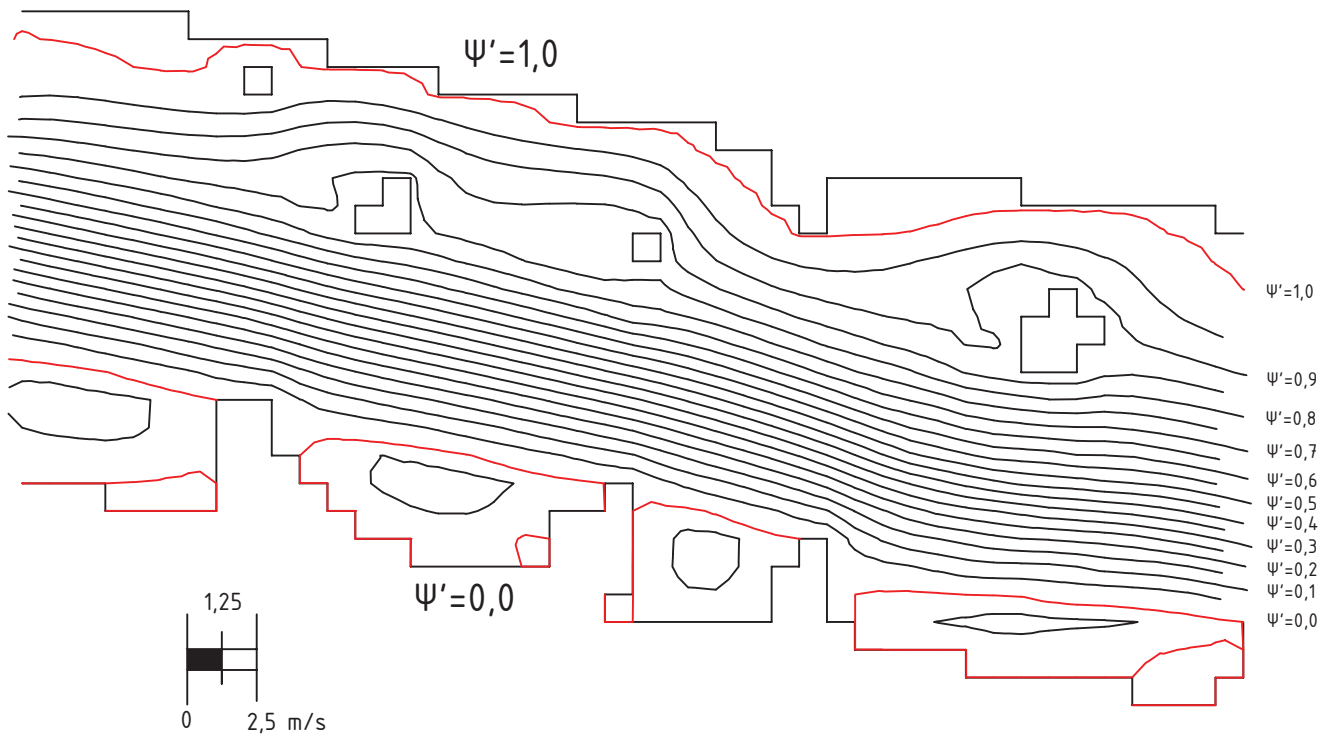
Izdelal: Datum izdelave: Merilo:

UL, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

Rok Hamzić 29.8.2012 1:250



MERILO DOLŽIN



MERILO HITROSTI

Naslov priloge:

Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu,
končno stanje, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema,
 $k-\epsilon$ model turbulence, detajl 1

UL, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

Revidiral:

Matjaž Četina

Izdelal:

Rok Hamzić

Datum revizije:

21.9.2012

Datum izdelave:

29.8.2012

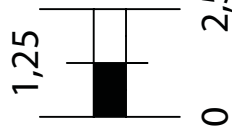
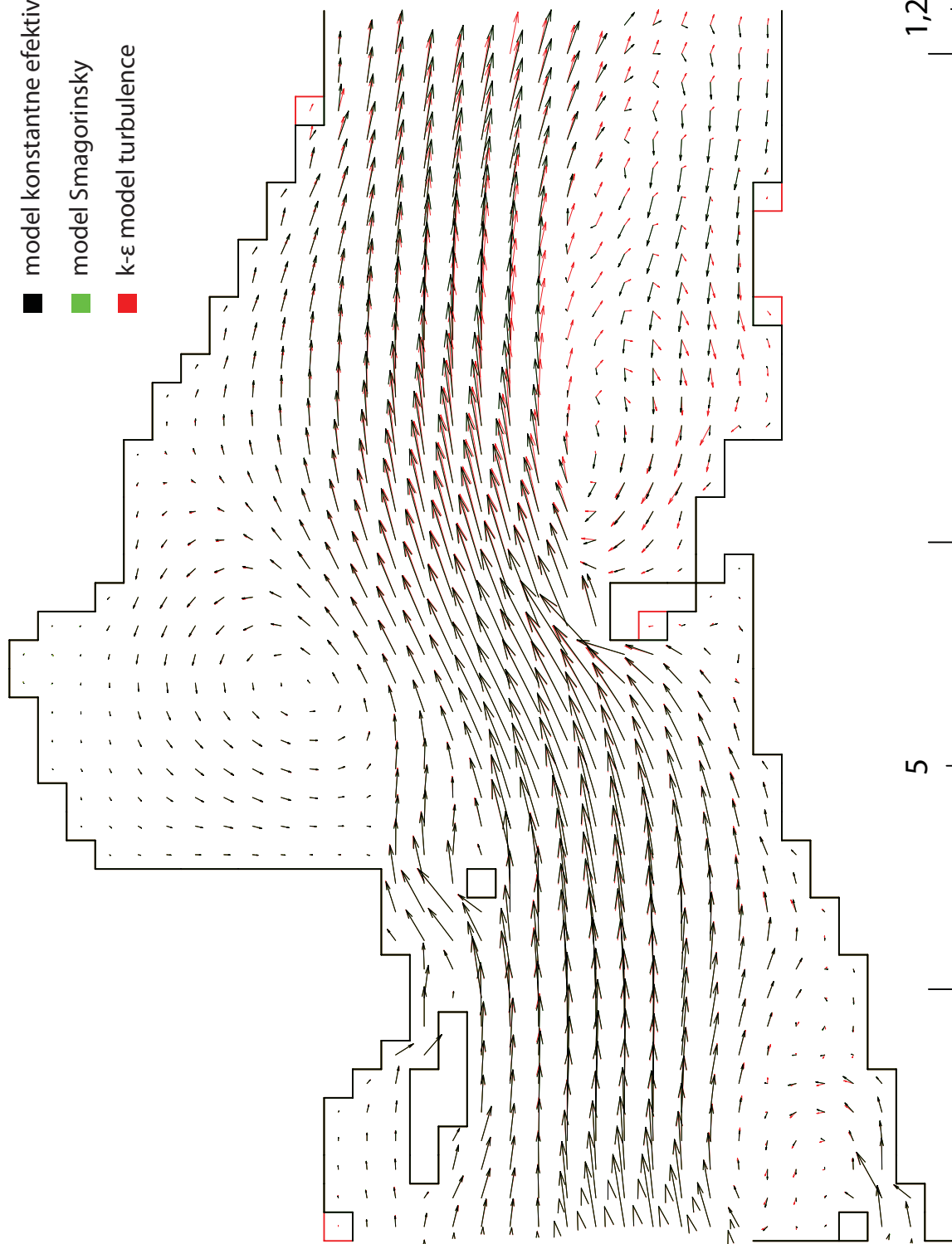
Priloga:

S.3

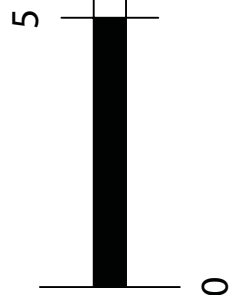
Merilo:

1:250

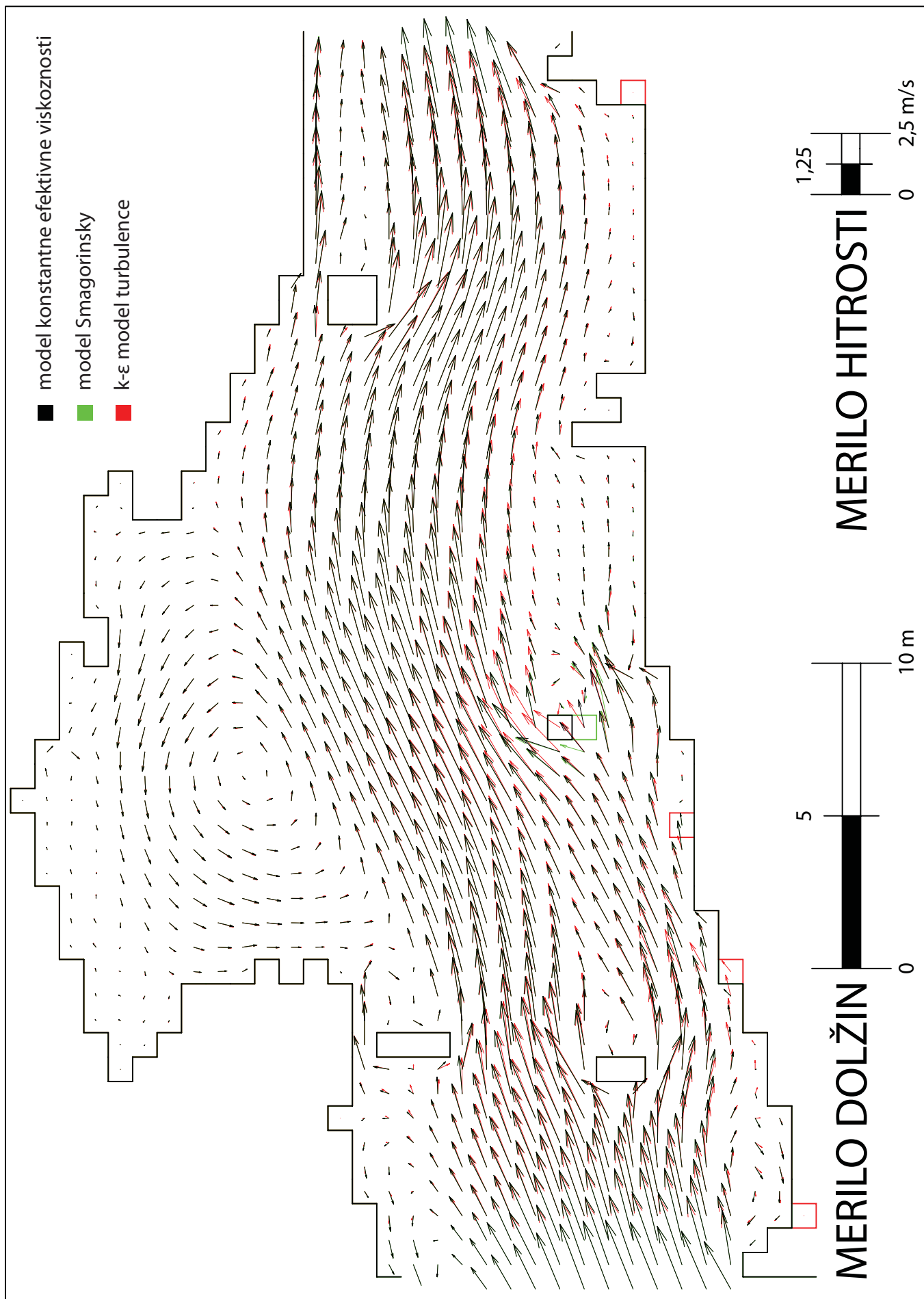
- model konstantne efektivne viskoznosti
- model Smagorinsky
- k-ε model turbulence



10 m



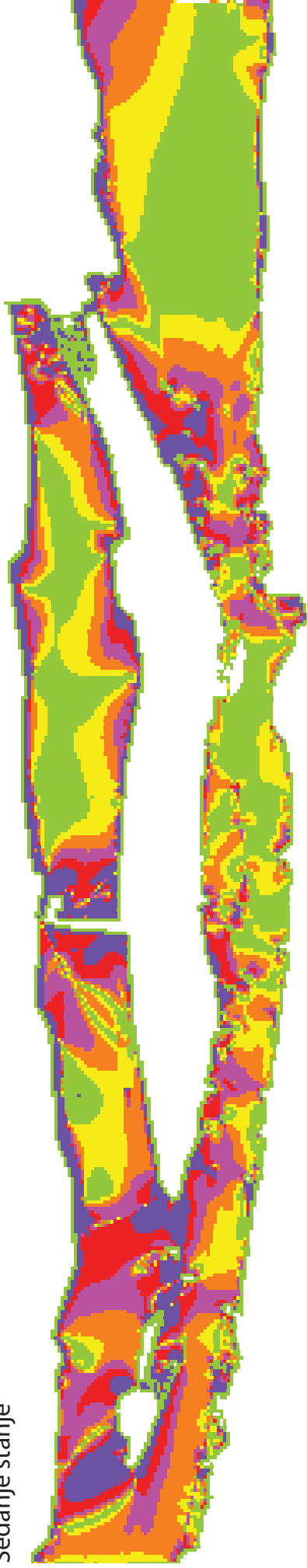
Naslov priloge:	Revidiral:	Datum revizije:	Priloga:
Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, sedanje stanje, primerjava modelov turbulence, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, detajl 1	Matjaž Četina	2.9.2012	Š.1
	Izdelal:	Datum izdelave:	Merilo:
UL, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo	Rok Hamzić	29.8.2012	1:200



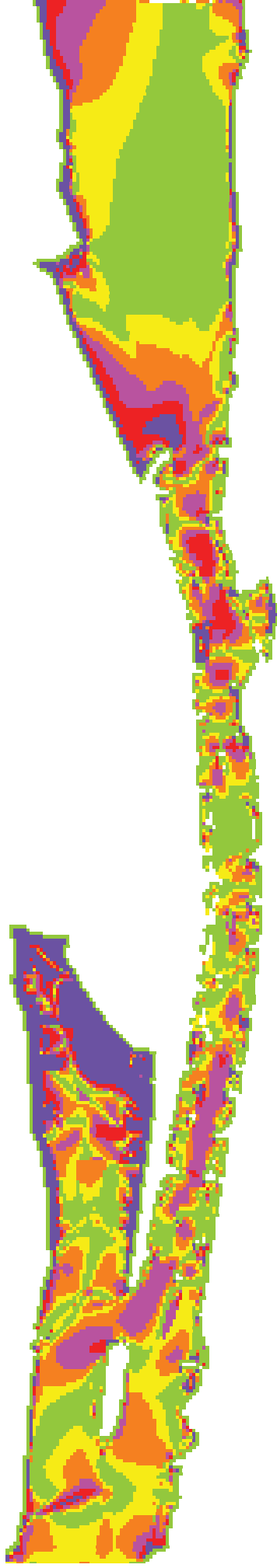
Naslov priloge:	Revidiral:	Datum revizije:	Priloga:
Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, končno stanje, primerjava modelov turbulence, pretok $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$, hibridna shema, detajl 1	Matjaž Četina	2.9.2012	Š.2
	Izdelal:	Datum izdelave:	Merilo:
UL, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo	Rok Hamzić	29.8.2012	1:200

Tok v kajakaški progi na Soči pri Solkanu, prikaz razmerja numerične difuzije in efektivne viskoznosti, sedanje in končno stanje









Sedanje stanje



Končno stanje



LEGENDA:

-  Numerična difuzija je enaka 0
-  Numerična difuzija je približno enaka efektivni viskoznosti
-  Numerična difuzija je dvakrat večja kot efektivna viskoznost
-  Numerična difuzija ne moti modela turbulence
-  Numerična difuzija je približno enaka efektivni viskoznosti
-  Numerična difuzija je osemkrat večja kot efektivna viskoznost
-  Numerična difuzija je štrikrat večja kot efektivna viskoznost
-  Numerična difuzija je desetkrat večja kot efektivna viskoznost