

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta
*za gradbeništvo
in geodezijo*



Jamova cesta 2
1000 Ljubljana, Slovenija
<http://www3.fgg.uni-lj.si/>

DRUGG – Digitalni repozitorij UL FGG
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

To je izvirna različica zaključnega dela.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujete na bibliografske podatke, kot je navedeno:

Tisovec, G. 2012. Dimenzioniranje armiranobetonskih lupinastih elementov. Diplomski naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. (mentor Lopatič, J.): 111 str.

University
of Ljubljana

Faculty of
*Civil and Geodetic
Engineering*



Jamova cesta 2
SI – 1000 Ljubljana, Slovenia
<http://www3.fgg.uni-lj.si/en/>

DRUGG – The Digital Repository
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

This is original version of final thesis.

When citing, please refer to the publisher's bibliographic information as follows:

Tisovec, G. 2012. Dimenzioniranje armiranobetonskih lupinastih elementov. B.Sc. Thesis. Ljubljana, University of Ljubljana, Faculty of civil and geodetic engineering. (supervisor Lopatič, J.): 111 pp.

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta za
*gradbeništvo in
geodezijo*



Jamova 2
1000 Ljubljana, Slovenija
telefon (01) 47 68 500
faks (01) 42 50 681
fgg@fgg.uni-lj.si

UNIVERZITETNI ŠTUDIJ
GRADBENIŠTVA
KONSTRUKCIJSKA SMER

Kandidat:

GAŠPER TISOVEC

**DIMENZIONIRANJE ARMIRANOBETONSKIH
LUPINASTIH ELEMENTOV**

Diplomska naloga št.: 3245/KS

**DESIGN OF REINFORCED CONCRETE SHELL
ELEMENTS**

Graduation thesis No.: 3245/KS

Mentor:

izr. prof. dr. Jože Lopatič

Član komisije:

doc. dr. Vlatko Bosiljkov

Predsednik komisije:

izr. prof. dr. Janko Logar

Ljubljana, 25. 09. 2012

STRAN ZA POPRAVKE**Stran z napako****Vrstica z napako****Namesto****Naj bo**

IZJAVE

Podpisani Gašper Tisovec izjavljam, da sem avtor diplomskega dela z naslovom »Dimenzioniranje armiranobetonskih lupinastih elementov«.

Izjavljam, da je elektronska različica v vsem enaka tiskani različici.

Izjavljam, da dovoljujem objavo elektronske različice v repozitoriju UL FGG.

Ljubljana, 3.9.2012

Gašper Tisovec

BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

UDK:	624.012.45:624.04:624.074.4(043.2)
Avtor:	Gašper Tisovec
Mentor:	izr. prof. dr. Jože Lopatič
Naslov:	Dimenzioniranje armiranobetonskih lupinastih elementov
Obseg in oprema:	111 str., 6 pregl., 42 sl., 3 graf., 252 en.
Ključne besede:	Dimenzioniranje, armiran beton, lupine, armatura

Izvleček

Namen predstavljenega diplomskega dela je primerjava različnih pristopov k dimenzioniranju lupinastih konstrukcij oz. elementov. Ker je uporaba lupinastih konstrukcij v gradbeništvu zanemarljivo majhna v primerjavi z drugimi oblikami konstrukcij, je tudi razmeroma malo različnih postopkov, s katerimi lahko dimenzioniramo lupinaste elemente. Zato je v tem diplomskem delu predstavljenih devet različnih pristopov, od katerih je pet namenjenih dimenzioniranju lupinastih elementov na kombinacijo membranskih in upogibnih obremenitev, štiri pa so namenjene dimenzioniranju lupinastih elementov glede na strižno obremenitev pravokotno na osrednjo ravnino obravnavanega elementa.

Poleg opisa vsakega od pristopov v drugem delu, lahko v tretjem delu diplomskega dela najdemo primerjave opisanih pristopov s sedaj veljavnimi standardi Evrokod 2.

Za praktično uporabo je bil izdelan tudi računalniški program, katerega namen je avtomatično dimenzioniranje splošno obremenjenega lupinastega elementa. Primere uporabe tega programa lahko najdemo v petem delu, kjer je narejena tudi primerjava s komercialnimi programi, ki se vsakodnevno uporabljajo v inženirski praksi.

BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION

UDC:	624.012.45:624.04:624.074.4(043.2)
Author:	Gašper Tisovec
Supervisor:	Assoc. Prof. Jože Lopatič, Ph. D.
Title:	Design of reinforced concrete shell elements
Notes:	111 p., 6 tab., 42 fig., 3 graph., 252 eq.
Key words:	Design, reinforced concrete, shells, reinforcement

Abstract

The aim of the diploma thesis is presentation of different approaches how to design shell structures or elements. As the use of shell structures in construction is negligibly small in comparison to other forms of construction, there are also relatively few different approaches how to design shell elements. Therefore in thesis nine different approaches, of which five of them are for designing shell elements on the combination of membrane and bending loads and four for designing the shell elements according to the shear loads perpendicular to the central plane of the element are presented.

Besides the description of each of the approaches in the second part, in the third part of the thesis, comparison of the presented approaches with the applicable regulation Eurocode 2 can be found.

For practical use computer program has been designed for automatic design of the general load of shell element. Examples of this program can be found in part five of the thesis, where a comparison with the commercial software used in daily engineering practice is presented.

ZAHVALA

Zahvaljujem se vsem, ki so mi na kakršenkoli način pomagali pri študiju in pri diplomski nalogi.

KAZALO VSEBINE

1	UVOD	1
2	PREDLOGI ZA DIMENZIONIRANJE LUPINASTIH ELEMENTOV	4
2.1	Dimenzioniranje na kombinacijo upogibnih in membranskih sil	4
2.1.1	Predlog Ajaya K. Gupta	4
2.1.2	Predlog Paulo B. Lourenço in Joaquim A. Figueiras	13
2.1.3	Predlog CEB-FIP MODEL CODE 1990	23
2.1.4	Predlog CEB-FIP MODEL CODE 2010	27
2.1.5	Predlog iz SIST EN 1992-2 – DODATEK LL, DODATEK F	33
2.2	Dimenzioniranje na prečne sile	48
2.2.1	Postopek po predlogu Petra Martija	48
2.2.2	Postopek po predlogu iz modelnih predpisov CEB-FIP MODEL CODE 1990	56
2.2.3	Postopek po predlogu iz modelnih predpisov CEB-FIP MODEL CODE 2010	61
2.2.4	Predlog iz SIST EN 1992-2 - POGLAVJE 6.2, DODATEK MM	67
2.2.5	Detajliranje strižne armature v lupinastih elementih	72
3	PRIMERJAVA RAZLIČNIH METOD DIMENZIONIRANJA LUPINASTIH ELEMENTOV Z METODO ZA DIMENZIONIRANJE V SKLADU S STANDARDOM SIST EN 1992-2	74
3.1	Primerjava predlogov za dimenzioniranje lupinastih elementov na kombinacijo upogibnih in membranskih sil	74
3.1.1	Primerjava z Guptovim predlogom za dimenzioniranje	74
3.1.2	Primerjava s predlogom Lourença in Figueirasa	77
3.1.3	Primerjava s predlogom iz modelnih predpisov CEB-FIP MODEL CODE 1990	80
3.1.4	Primerjava s predlogom iz modelnih predpisov CEB-FIP MODEL CODE 2010	83
3.2	Primerjava predlogov za dimenzioniranje na strig zaradi prečnih sil s predlogom iz SIST EN 1992-2	88
3.2.1	Primerjava s predlogom Petra Martija	88
3.2.2	Primerjava s predlogom iz modelnih predpisov CEB-FIP MODEL CODE 1990	90
3.2.3	Primerjava s predlogom iz modelnih predpisov CEB-FIP MODEL CODE 2010	92

4.	RAČUNALNIŠKI PROGRAM ZA DIMENZIONIRANJE LUPINASTIH ELEMENTOV	95
5.	RAČUNSKI PRIMERI	100
5.1	Na vseh štirih robovih vrtljivo podprta plošča	100
5.2	Delno vpeta plošča z enim prostim robom	104
6.	ZAKLJUČEK	109
	VIRI	112

KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 1: Notranje sile dobljene s programom Sofistik	102
Preglednica 2: Potrebna armatura za armiranje plošče izračunana s pomočjo lastnega programa	102
Preglednica 3: Potreben prečni prerez armature za armiranje plošče v izbranih točkah določen z različnimi programi	103
Preglednica 4: Notranje sile dobljene s programom Sofistik	106
Preglednica 5: Potrebna armatura za armiranje plošče izračunana s pomočjo lastnega programa	106
Preglednica 6: Potreben prečni prerez armature za armiranje plošče v izbranih točkah določen z različnimi programi	107

KAZALO GRAFIKONOV

Grafikon 1: Korigirana projektna tlačna trdnost betona	82
Grafikon 2: Primerjava projektne tlačne trdnosti betona v primeru dveh tlačnih sil v elementu	86
Grafikon 3: Primerjava tlačne trdnosti betona v primeru, ko armatura ne doseže meje tečenja in je vsaj ena glavna napetost natezna	87

KAZALO SLIK

Slika 1: Obremenitev na del elementa (Gupta, 1986)	4
Slika 2: Prikaz lege armiranih plasti v elementu (Gupta, 1986)	5
Slika 3: Smeri razpok: a) zgornji sloj; b) spodnji sloj (Gupta, 1986)	6
Slika 4: Model plošče: a) Membranske sile v plošči; b) Razporeditev armature; c) Razporeditev sil v betonu (Lourenço in Figueiras, 1993)	14
Slika 5: Obremenitev z upogibom in membranskimi silami na enoto dolžine	16
Slika 6: Model lupinastega elementa: a) Lupinasti element z armaturo; b) Notranje sile	17
Slika 7: Ravnotežje sil v elementu: a) Sile v betonu; b) Sile v armaturi v zgornjem sloju; c) Sile v armaturi v spodnjem sloju (Lourenço in Figueiras, 1993)	20
Slika 8: Troplastni model elementa po predlogu CEB-FIP MODELCODE 1990	23
Slika 9: Razpored notranjih sil in ročice sil v troplastnem modelu	23
Slika 10: Razmerje med obremenitvijo in sistemom odpornosti elementa	25
Slika 11: Troplastni model z rezultantami napetosti (CEB-FIP MODELCODE 2010, str. 361)	28
Slika 12: Sile v posameznih plasteh troplastnega modela (CEB-FIP MODELCODE 2010, str. 362)	29
Slika 13: Prenos prečne sile v nerazpokanem in razpokanem jedru elementa	30
Slika 14: Napetosti v plasti armiranobetonskega elementa (CEB-FIP MODELCODE 2010, str. 362)	31
Slika 15: Splošna obremenitev lupinastega elementa (SIST EN 1992-2, 2005, str. 68)	34
Slika 16: "Sendvič" model (SIST EN 1992-2, 2005, str. 69)	36
Slika 17: Osne sile v zunanjih plasteh zaradi upogibnih in normalnih osnih komponent vektorja obremenitve lupine (SIST EN 1992-2, 2005, str. 71)	37
Slika 18: Membranske strižne sile v zunanjih plasteh zaradi torzijskih in strižnih komponent obremenitve lupinastega elementa (SIST EN 1992-2, 2005, str. 71)	38
Slika 19: Membranski element (SIST EN 1992-2, 2005, str. 34)	43
Slika 20: Rezultante napetosti v elementu (Marti, 1990)	48
Slika 21: "Sendvič" model (Marti, 1990)	49
Slika 22: Čisti strig v nerazpokanem jedru (Marti, 1990)	51
Slika 23: Tlačne razpore v razpokanem jedru (Marti, 1990)	52
Slika 24: Membranske sile, ki uravnotežijo $v_0 \cot \theta$ (Marti, 1990)	53
Slika 25: Sile, ki obremenjujejo zunanji plasti (Marti, 1990)	54
Slika 26: Model nadomestnega paličja (CEB-FIP MODELCODE 1990, 1993, str. 154)	58
Slika 27: Tlak v betonu v srednji plasti elementa (CEB-FIP MODELCODE 1990, 1993, str. 156)	60
Slika 28: Nateg v strižni armaturi (CEB-FIP MODELCODE 1990, 1993, str. 156)	60

Slika 29: Prenos strižnih sil v nerazpokanem (levo) in rapokanem jedru (desno)	61
Slika 30: Položaj in dolžina kontrolnega prereza v primeru prostega in vpetega roba	62
Slika 31: Definicije ročic v prerezu elementa in potek deformacij ($i = x, y$)	63
Slika 32: Lupinasti element (SIST EN 1992-2, 2005, str. 70)	68
Slika 33: Ustrezno zasidrana vzdolžna armatura (SIST EN 1992-1-1, 2005, str. 88)	70
Slika 34: Različne oblike prečne armature (Marti, 1990)	73
Slika 35: Okno programa za dimenzioniranje lupinastih elementov	95
Slika 36: Levi del okna programa	97
Slika 37: Primer zapisa tekstovne datoteke	98
Slika 38: Desni del okna programa	98
Slika 39: Računski model plošče v programu Sofistik	100
Slika 40: Izbrane obravnavane točke	101
Slika 41: Računski model plošče v programu Sofistik	104
Slika 42: Izbrane obravnavane točke	105

1 UVOD

Ameriški predpisi ACI definirajo tanko lupino kot »tridimenzionalno prostorsko konstrukcijo, sestavljeno iz ene ali več ukrivljenih plošč, katere debelina je majhna v primerjavi z njenimi drugimi dimenzijami. Za tanke lupine je značilno tridimenzionalno prenašanje obtežbe, katero je določeno z njihovo geometrijo glede na to kako so podprte in glede na naravo njihove obtežbe.« Koncept lupinastih konstrukcij je bil v osnovi zamišljen kot nadgradnja osnovnih ukrivljenih konstrukcijskih elementov kot so npr. kamniti in zidani oboki. Kasnejši razvoj betona in armiranega betona je doprinesel k razvoju lupinastih elementov in njihovi uporabi. Uporaba armiranega betona je namreč lupinaste konstrukcije naredila uporabnejše in enostavnejše za izvedbo, poleg tega pa so take konstrukcije zagotavljale velike nosilnosti ob manjši porabi materiala. Na žalost pa se take konstrukcije niso pretirano uveljavile v gradbeništvu predvsem zaradi njihove zahtevnosti tako v fazi projektiranja, kot tudi v fazi izvedbe.

Ob misli na besedo lupinasta konstrukcija takoj pomislimo na tanke ukrivljene elemente, katerih debelina je majhna v primerjavi z njenimi ostalimi dimenzijami kot so razpetina in radij ukrivljenosti. Običajno je razmerje debelina-radij okoli $1/100$ do $1/500$. V naravi lahko najdemo lupine vseh oblik in dimenzij. Običajno so ukrivljene okoli obeh osi in ne oblikujejo določenega geometrijskega vzorca. V matematični teoriji o lupinastih elementih, ki je uporaben za inženirsko dimenzioniranje, omejimo študije samo na lupine, ki so oblikovane na podlagi določenega geometrijskega lika kot je krog, parabola, hiperbola in elipsa.

Uporaba lupinastih konstrukcij v gradbeništvu je zanemarljivo majhna v primerjavi z drugimi oblikami ploskovnih konstrukcij. Ta razlika je v veliki meri posledica v splošnem manjše raziskanosti teh konstrukcij v primerjavi z npr. ploščami ali stenami. Zaradi splošnega pomanjkanja metod za dimenzioniranje oz. njihovih slabše raziskanih izrazov za izračun, se projektanti raje odločajo za uporabo enostavnejših oblik konstrukcij, za katere lahko najdemo enačbe za dimenzioniranje na vsakem koraku oz. še lažjih poti, kjer namesto fizičnega preračunavanja enačb za izračun notranjih sil in potreb dimenzioniranja to delo opravljajo močni računalniški programi. Zaradi pomanjkanja uveljavljenih metod za dimenzioniranje lupinastih elementov in njihovega nepoznavanja, je v tem delu obravnavanih devet različnih metod. Od vseh devetih jih je pet namenjenih dimenzioniranju lupinastih elementov v primeru upogibne in membranske obremenitve, štiri pa so namenjene preverjanju elementov v primeru strižnih obremenitev.

Dimenzioniranje oz. projektiranje lupinastih konstrukcij izvajamo zelo podobno kot ostale konstrukcijske elemente. Na podlagi razponov, uporabljenih materialov, načinov gradnje in izkušenj

projektanta, se določijo začetne dimenzije vseh konstrukcijskih elementov, ki naj bi zadostile dvema mejnima stanjema; mejnem stanju nosilnosti in mejnem stanju uporabnosti. V nadaljevanju se izdelata nadomestni model konstrukcije v računalniškem programu, ki temelji na metodi končnih elementov. S programom izvedemo celotno globalno analizo konstrukcije, ki temelji na predpostavki linearno elastičnega obnašanja konstrukcije. Z globalno analizo konstrukcije dobimo za vsak končni element notranje sile. Iz dobljenih količin za notranje sile preverimo, ali smo za začetne dimenzije konstrukcijskih elementov izbrali dovolj velike količine. Če izbrane dimenzije zadostijo pogojem, lahko izračunamo potrebno količino armature, ki je sposobna prevzeti izračunane notranje sile iz globalne analize konstrukcije. Na koncu, v primeru neobičajnih velikosti ali oblik lupinastega elementa, po potrebi naredimo še nelinearno analizo dimenzioniranih elementov.

Nelinearna analiza je zelo močno orodje, ki zagotavlja na vsaki obtežni stopnji ravnotežje in kompatibilnost pomikov. Z realističnimi konstitutivnimi zakoni betona in jekla lahko celotno obnašanje konstrukcije simuliramo vse do porušitve. Takšna analiza v splošnem zahteva uporabo računalniških pripomočkov in obdelavo enormnih količin podatkov. Taka analiza zahteva tudi definiranje začetne geometrije in armature. Zato je ne smemo šteti kot orodje za dimenzioniranje ampak kot natančno orodje za potrditev potrebne varnosti konstrukcije za obe mejni stanji (mejno stanje nosilnosti in mejno stanje uporabnosti).

Postopek dimenzioniranja pri vseh petih opisanih metodah, ki obravnavajo obremenitev s kombinacijo upogiba in membranskih sil, je v osnovi zelo podoben. Iz globalne analize konstrukcije dobimo vrednosti za notranje sile. Naloga je, da iz dobljenih količin izračunamo notranje sile v zunanjih (armiranih) plasteh in iz teh notranjih sil določimo potreben prečni prerez armature, postavljene v med seboj ortogonalnih smereh. Poseben problem na tem mestu je izračun notranjih sil v zunanjih »membranskih« plasteh, saj so le te odvisne od različnih parametrov, katere zaradi kompleksnosti izračuna običajno poenostavimo, da enačbe postanejo primernejše za obravnavo.

Pri ostalih štirih predstavljenih metodah, katere obravnavajo dimenzioniranje lupinastih elementov obremenjenih s strigom, je postopek projektiranja v osnovi enak. Najprej se na osnovi notranjih sil, dobljenih iz globalne analize konstrukcije opravi preverjanje razpokanosti elementa, nato se na osnovi te kontrole postopa z dimenzioniranjem elementa v skladu z predstavljeno metodo. Namen vseh metod je preverjanje, ali ima element zadostno strižno nosilnost brez strižne armature. Če sam element ne zadošča pri prevzemu strižnih sil, se v element namesti strižna armatura.

Diplomska naloga ima poleg uvodnega poglavja in seznama literature še štiri vsebinsko zaokrožena poglavja.

V drugem poglavju predstavljam devet različnih metod za dimenzioniranje lupinastih elementov. V prvem delu drugega poglavja so zbrane metode, ki se nanašajo na dimenzioniranje lupinastih elementov v primeru splošne kombinacije membranske in upogibne obremenitve. Od tega sta dve metodi dveh različnih avtorjev, objavljeni v mednarodno priznanih strokovnih revijah, dve metodi izvirata iz evropskih modelnih predpisov in kot zadnja je metoda iz veljavnih evropskih predpisov, kateri veljajo tudi v Sloveniji. V drugem delu drugega poglavja so zbrane štiri metode, ki se nanašajo na dimenzioniranje strižno obremenjenih elementov. Od tega sta dve metodi iz modelnih predpisov, ena iz mednarodne priznane strokovne revije, zadnja metoda pa iz veljavnih evropskih predpisov, kateri veljajo v Sloveniji.

V tretjem poglavju vse opisane metode primerjam z metodo iz v Sloveniji veljavnih standardov. V prvem delu tretjega poglavja so opisane primerjave metod, ki se nanašajo na dimenzioniranje lupinastih elementov v primeru splošne kombinacije membranske in upogibne obremenitve, z metodo z enako obremenitvijo, ki jo predpisujejo v Sloveniji veljavni standardi. V drugem delu tretjega poglavja pa so opisane primerjave različnih metod, ki se nanašajo na dimenzioniranje strižno obremenjenih elementov z metodo, ki jo predpisujejo v Sloveniji veljavnimi standardi za tovrstno obremenitev.

V četrtem poglavju je prikazan računalniški program za dimenzioniranje lupinastih elementov. Opisana in prikazana je osnovna zasnova programa ter uporabljene enačbe. Poleg tega je opisano še, kako se program uporablja in kako interpretiramo rezultate.

V petem poglavju sta narejena računski primera, s katerima je prikazana uporaba izdelanega lastnega računalniškega programa za dimenzioniranje armiranobetonskih lupinastih elementov skladno s standardom SIST EN 1992-2 v povezavi z SIST EN 1992-1-1.

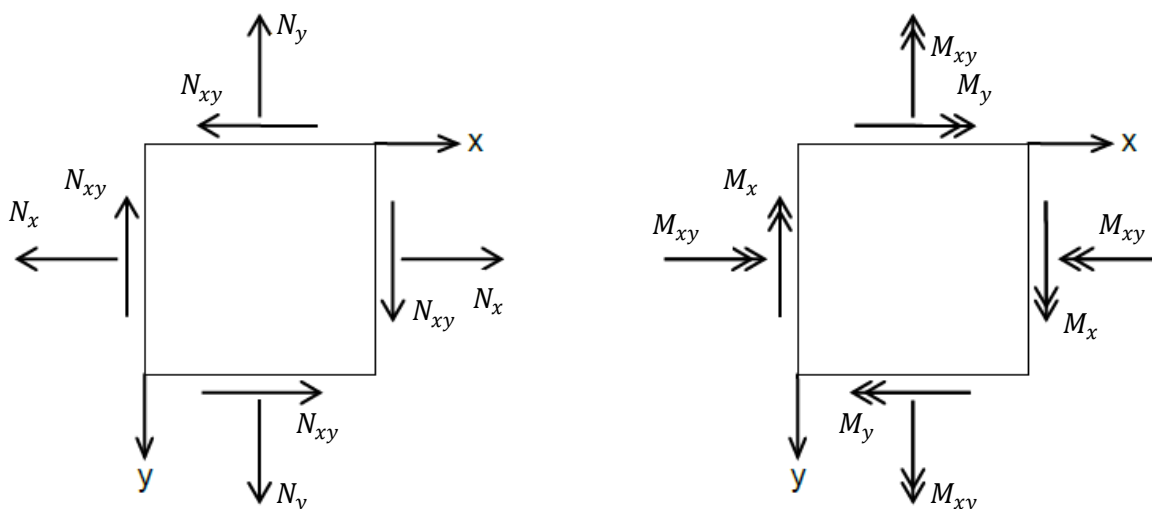
V zaključku so povzete glavne ugotovitve predstavljene diplomske naloge.

2 PREDLOGI ZA DIMENZIONIRANJE LUPINASTIH ELEMENTOV

2.1 Dimenzioniranje na kombinacijo upogibnih in membranskih sil

2.1.1 Predlog Ajaya K. Gupta

V splošnem so plošče in lupine izpostavljene membranskim silam N_x, N_y, N_{xy} in momentom M_x, M_y, M_{xy} .



Slika 1: Obremenitev na del elementa (Gupta, 1986)

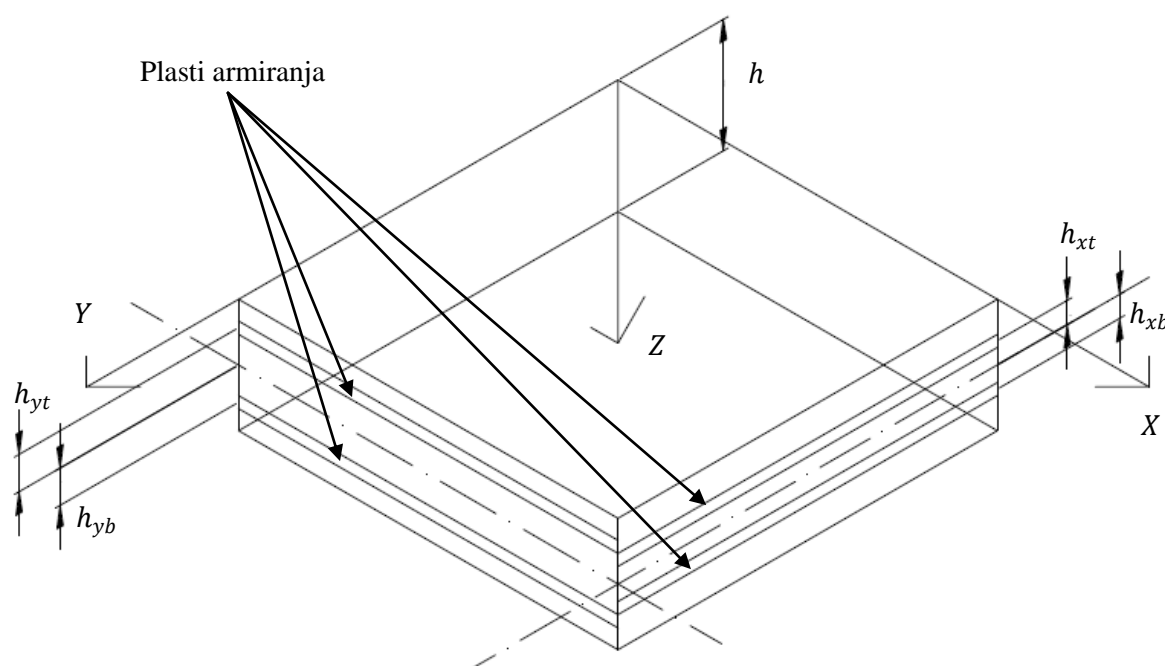
Glavne smeri membranskih sil in upogibnih momentov v splošnem ne sovpadajo.

Do leta 1986 je bil edini praktični postopek reševanja tega problema samo kratko poročilo prof. Brondum-Nielsena (1974). Poročilo je zajemalo postopek reševanja, kjer so sile in momenti uravnoteženi z rezultantami nateznih sil v zgornjih in spodnjih slojih armature in s tlačnimi silami, ustvarjenimi v tlačni coni betona. Vendar pa poročilo ni zajemalo postopka dimenzioniranja elementov. Baumann je v svojem delu (Bauman, T., »Zur Frage der Netzbewehrung von Flächentragwerken,« Der Bauingenieur, Vol 47, No. 10, 1972, pp. 367-377) predlagal, da se sile in momenti nadomestijo s silami v zgornji in spodnji plasti ob uporabi približka za ročico notranjih sil $0,8 * h$, kjer je h debelina lupinastega elementa. (Gupta, 1986)

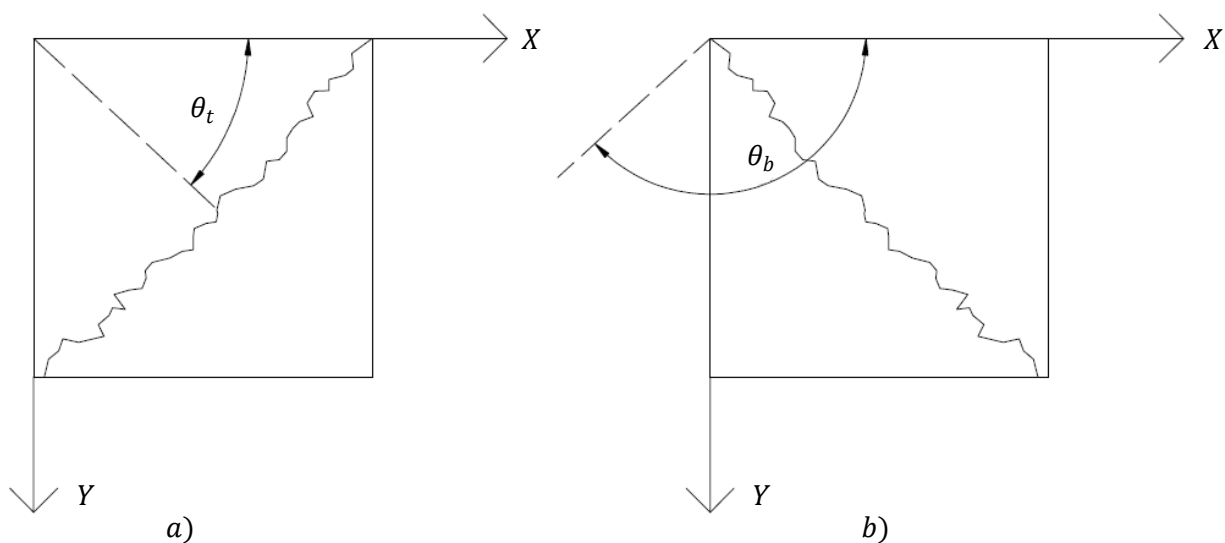
V nadaljevanju so prikazane detaljne enačbe za izračun nosilnosti zgornjih in spodnjih plasti armature v med seboj ortogonalnih smereh x in y na osnovi ravnotežnih pogojev. Te enačbe so namenjene za direktno dimenzioniranje elementov. V posebnem primeru, kjer ne nastopajo membranske sile, je pokazano, da lahko prikazane metode podcenijo potrebno količino armature za prevzem momentov.

Račun notranjih sil v posamezni plasti

Slika 2 prikazuje dve plasti armature, obe v smereh x in y . Nosilnost teh ojačanih plasti označimo z N_{xt}^* , N_{xb}^* , N_{yt}^* , N_{yb}^* , kjer indeksa x in y označujeta smeri, indeksa t in b pa označujeta zgornjo (top) in spodnjo (bottom) plast. Vertikalna ravnina razpoke, katere normala oklepa kot θ_t z x osjo v xy ravnini, poteka skozi zgornjo plast. Beton je tlačno obremenjen vzporedno z to razpoko. Globino tlačno obremenjenega betonskega dela a_t predpostavimo. Pripadajoča smer razpoke na spodnji plasti je označena z θ_b in debelino te plasti označimo z a_b (Gupta, 1986). Privzeto je, da pozitivni momenti povzročajo natege na spodnji strani elementa.



Slika 2: Prikaz lege armiranih plasti v elementu (Gupta, 1986)



Slika 3: Smeri razpok: a) zgornji sloj; b) spodnji sloj (Gupta, 1986)

Vsote sil in momentov, s katerimi armatura zagotavlja odpornost v x in y smeri, so podane z naslednjimi enačbami:

$$\begin{aligned} N_x^* &= N_{xt}^* + N_{xb}^* \\ N_y^* &= N_{yt}^* + N_{yb}^* \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} M_x^* &= -N_{xt}^* h_{xt} + N_{xb}^* h_{xb} \\ M_y^* &= -N_{yt}^* h_{yt} + N_{yb}^* h_{yb} \end{aligned} \quad (2)$$

Če je tlačna napetost v betonu σ^c , sta rezultirajoča sila in moment v zgornji betonski plasti:

$$\begin{aligned} N_t^c &= -a_t \sigma_t^c \\ M_t^c &= -\frac{1}{2}(h - a_t)N_t^c \end{aligned} \quad (3)$$

in za spodnjo betonsko plast:

$$\begin{aligned} N_b^c &= -a_b \sigma_b^c \\ M_b^c &= \frac{1}{2}(h - a_b)N_b^c \end{aligned} \quad (4)$$

Enačbe (1) – (4) predstavljajo reakcijske sile in momente. Te sile in momenti so v ravnotežju z akcijskimi silami in momenti.

$$\begin{aligned}N_x &= N_x^* + N_t^c \sin^2 \theta_t + N_b^c \sin^2 \theta_b \\N_y &= N_y^* + N_t^c \cos^2 \theta_t + N_b^c \cos^2 \theta_b \\N_{xy} &= -N_t^c \sin \theta_t \cos \theta_t - N_b^c \sin \theta_b \cos \theta_b \\M_x &= M_x^* + M_t^c \sin^2 \theta_t + M_b^c \sin^2 \theta_b \\M_y &= M_y^* + M_t^c \cos^2 \theta_t + M_b^c \cos^2 \theta_b \\M_{xy} &= -M_t^c \sin \theta_t \cos \theta_t - M_b^c \sin \theta_b \cos \theta_b\end{aligned}\tag{5}$$

Iz enačb (3), (4) in (5) dobimo:

$$\begin{aligned}-N_t^c &= \frac{(h - a_b)N_{xy} - 2M_{xy}}{h_c \sin 2\theta_t} \\-N_b^c &= \frac{(h - a_t)N_{xy} + 2M_{xy}}{h_c \sin 2\theta_b}\end{aligned}\tag{6}$$

kjer je

$$h_c = h - \frac{(a_t + a_b)}{2}.$$

Iz enačb (1) – (6) dobimo

$$\begin{aligned}N_{xt}^* &= N_{xt} + N_{xyt} C_{xtt} \tan \theta_t + N_{xyb} C_{xtb} \tan \theta_b \\N_{yt}^* &= N_{yt} + N_{xyt} C_{ytt} \cot \theta_t + N_{xyb} C_{ytb} \cot \theta_b \\N_{xb}^* &= N_{xb} + N_{xyt} C_{xbt} \tan \theta_t + N_{xyb} C_{xbb} \tan \theta_b \\N_{yb}^* &= N_{yb} + N_{xyt} C_{ybt} \cot \theta_t + N_{xyb} C_{ybb} \cot \theta_b\end{aligned}\tag{7}$$

v katerih je

$$\begin{aligned}N_{xt} &= \frac{h_{xb}}{h_x} N_x - \frac{M_x}{h_x} \\N_{xb} &= \frac{h_{xt}}{h_x} N_x + \frac{M_x}{h_x} \\N_{yt} &= \frac{h_{yb}}{h_y} N_y - \frac{M_y}{h_y} \\N_{yb} &= \frac{h_{yt}}{h_y} N_y + \frac{M_y}{h_y} \\N_{xyt} &= \frac{(h - a_b)N_{xy} - 2M_{xy}}{2h_c}\end{aligned}\tag{8}$$

$$N_{xyb} = \frac{(h - a_t)N_{xy} + 2M_{xy}}{2h_c}$$

$$C_{xtt} = \frac{h_{xb} + \frac{1}{2}(h - a_t)}{h_x}$$

$$C_{xtb} = \frac{h_{xb} - \frac{1}{2}(h - a_b)}{h_x}$$

$$C_{ytt} = \frac{h_{yb} + \frac{1}{2}(h - a_t)}{h_y}$$

$$C_{ytb} = \frac{h_{yb} - \frac{1}{2}(h - a_b)}{h_y}$$

$$C_{xbt} = \frac{h_{xt} - \frac{1}{2}(h - a_t)}{h_x} \tag{9}$$

$$C_{xbb} = \frac{h_{xt} + \frac{1}{2}(h - a_b)}{h_x}$$

$$C_{ybt} = \frac{h_{yt} - \frac{1}{2}(h - a_t)}{h_y}$$

$$C_{ybb} = \frac{h_{yt} + \frac{1}{2}(h - a_b)}{h_y}$$

$$h_x = h_{xt} + h_{xb}$$

$$h_y = h_{yt} + h_{yb}$$

Enačbe (7) tvorijo iskane izraze za dimenzioniranje in izračun armature v plasteh. Če so koeficienti C_{xtb} , C_{xbt} , C_{ytb} in C_{ybt} enaki nič, lahko privzamemo splošen lupinasti element kot element, sestavljen iz dveh membranskih plasti. Iz prvih dveh enačb iz skupine enačb (7) lahko izračunamo potrebno armaturo za zgornjo membransko plast, iz ostalih dveh enačb pa potrebno armaturo za spodnjo membransko plast. Pogoji prereza so napisani, ker armatura v x in y smeri ni razporejena centrično ($h_{xt} \neq h_{yt}$, $h_{xb} \neq h_{yb}$) in ker težišče betonske plasti v tlaku ni v težišču armature (Gupta, 1986). Tlačne sile v betonu lahko dobimo iz enačb (6) in (8) in so

$$-N_t^c = \frac{2N_{xyt}}{\sin 2\theta_t}$$

$$-N_b^c = \frac{2N_{xyb}}{\sin 2\theta_b} \tag{10}$$

Tlačne napetosti lahko izrazimo iz enačb (3) in (4)

$$\sigma_t^c = \frac{1}{a_t} \frac{2N_{xyt}}{\sin 2\theta_t} \quad (11)$$

$$\sigma_b^c = \frac{1}{a_b} \frac{2N_{xyb}}{\sin 2\theta_b} \quad (12)$$

Metoda dimenzioniranja

Najbolj pomembne količine za dimenzioniranje armature so nosilnosti ojačanih plasti N_{xt}^* , N_{xb}^* , N_{yt}^* , N_{yb}^* . Ostale neznanke so a_t , a_b in θ_t , θ_b . Te količine izberemo tako, da so nosilnosti ojačanih plasti minimalne, saj na ta način dobimo minimalne količine armature za armiranje.

Da poenostavimo enačbe za dimenzioniranje, upoštevamo naslednje:

$$h_{xt} = h_{yt} = h_{xb} = h_{yb} = 0,5h_x = 0,5h_y = 0,4h \quad (13)$$

To pomeni, da smo določili lego armature in njene ročice sil v obeh smereh x in y in na obeh straneh elementa.

Enačbe (7) postanejo

$$\begin{aligned} N_{xt}^* &= N_{xt} + N_{xyt} C_{tt} \tan \theta_t + N_{xyb} C_{tb} \tan \theta_b \\ N_{yt}^* &= N_{yt} + N_{xyt} C_{tt} \cot \theta_t + N_{xyb} C_{tb} \cot \theta_b \\ N_{xb}^* &= N_{xb} + N_{xyt} C_{bt} \tan \theta_t + N_{xyb} C_{bb} \tan \theta_b \\ N_{yb}^* &= N_{yb} + N_{xyt} C_{bt} \cot \theta_t + N_{xyb} C_{bb} \cot \theta_b. \end{aligned} \quad (14)$$

Iz enačb (8) dobimo

$$\begin{aligned} N_{xt} &= 0,5N_x - \frac{M_x}{0,8h} \\ N_{xb} &= 0,5N_x + \frac{M_x}{0,8h} \\ N_{yt} &= 0,5N_y - \frac{M_y}{0,8h} \\ N_{yb} &= 0,5N_y + \frac{M_y}{0,8h}. \end{aligned} \quad (15)$$

Enačbi za N_{xyt} in N_{xyb} se ne spremenita. Na podlagi poenostavitve (13) dobimo iz enačb (9) naslednje količine

$$\begin{aligned}
 C_{tt} &= C_{xtt} = C_{ytt} = 1,125 - \frac{0,625a_t}{h} \\
 C_{tb} &= C_{xtb} = C_{ytb} = -0,125 + \frac{0,625a_b}{h} \\
 C_{bt} &= C_{xbt} = C_{ybt} = -0,125 + \frac{0,625a_t}{h} \\
 C_{bb} &= C_{xbb} = C_{ybb} = 1,125 - \frac{0,625a_b}{h}.
 \end{aligned} \tag{16}$$

V naslednjih korakih je potrebno iteracijsko določiti a_t in a_b . V prvi iteraciji lahko vzamemo $a_t = a_b = 0,2h$, s katero izničimo koeficienta C_{tb} in C_{bt} in velja še $C_{tt} = C_{bb} = 1$. Enačbe (12) preidejo v:

$$\begin{aligned}
 N_{xt}^* &= N_{xt} + N_{xyt} \tan \theta_t \\
 N_{yt}^* &= N_{yt} + N_{xyt} \cot \theta_t \\
 N_{xb}^* &= N_{xb} + N_{xyb} \tan \theta_b \\
 N_{yb}^* &= N_{yb} + N_{xyb} \cot \theta_b.
 \end{aligned} \tag{17}$$

Enačbe (15) so zelo uporabne za dimenzioniranje obeh membranskih plasti. Da dosežemo minimalne odpornosti posamezne plasti, vzamemo vrednosti velikosti kotov za smer razpoke v zgornji plasti $\theta_t = \pm \frac{\pi}{4}$ in za smer razpoke v spodnji plasti $\theta_b = \pm \frac{\pi}{4}$. Predznaka vrednosti θ_t in θ_b sta odvisna od predznakov sil N_{xyt} in N_{xyb} . Če da vrednost kota $\frac{\pi}{4}$ negativno nosilnost, določimo nosilnost plasti kot vrednost nič in izračunamo ustrezen pripadajoči kot. Možno je tudi, da ima ena ali več predhodnih nosilnosti vrednost nič (Gupta, 1986).

Ko ocenimo kota θ_t in θ_b , lahko izračunamo tlačne sile v betonu iz enačb (10). Nato izračunane vrednosti N_t^c in N_b^c uporabimo v enačbah (3) in (4), kjer tlačni napetosti σ_t^c in σ_b^c nadomestimo z dovoljeno vrednostjo tlačne napetosti v betonu $f_{dovoljeno}^c$, kar prinese nove vrednosti a_t in a_b .

Nato se spet vrnemo v enačbe (12) – (14) z novimi vrednostmi a_t in a_b , izračunamo nosilnosti armature, tlačne sile v betonu iz enačb (10) in če je potrebno tudi nove vrednosti a_t in a_b iz enačb (3) in (4). Če se vrednosti a_t in a_b razlikujejo od prejšnjih, jih moramo zopet vstaviti v enačbe (12) – (14) in tako nadaljujemo z iteracijami naprej. Na koncu imamo nosilnosti armature v skladu z vrednostmi h_{xt} , h_{yt} , h_{xb} , h_{yb} , h_x in h_y , katere smo predpostavili v enačbi (11). Dejanske vrednosti h_{xt} , h_{yt} , h_{xb} , h_{yb} , h_x in h_y so drugačne in zato morajo biti nosilnosti armature ustrezno prilagojene (Gupta, 1986).

Recimo, da so za vrednosti h'_{xt} , h'_{yt} , h'_{xb} , h'_{yb} , h'_x in h'_y izračunane nosilnosti $N_{xt}^{*'} , N_{xb}^{*'} , N_{yt}^{*'} , N_{yb}^{*'}$. Želimo pa izračunati $N_{xt}^* , N_{xb}^* , N_{yt}^* , N_{yb}^*$ za vrednosti h_{xt} , h_{yt} , h_{xb} , h_{yb} , h_x in h_y . Potrebno transformacijo lahko dosežemo s pomočjo uporabe enačb (1) in (2). Vemo tudi, da enačbe za N_x^* , N_y^* in M_x^* , M_y^* ostanejo iste za oba primera. Tako imamo

$$\begin{cases} N_{xt}^* \\ N_{xb}^* \end{cases} = \frac{1}{h_x} \begin{bmatrix} h_{xb} - h'_{xt} & h_{xb} - h'_{xb} \\ h_{xt} - h'_{xt} & h_{xt} - h'_{xb} \end{bmatrix} \begin{cases} N_{xt}^{*' } \\ N_{xb}^{*' } \end{cases} \\ \begin{cases} N_{yt}^* \\ N_{yb}^* \end{cases} = \frac{1}{h_y} \begin{bmatrix} h_{yb} - h'_{yt} & h_{yb} - h'_{yb} \\ h_{yt} - h'_{yt} & h_{yt} - h'_{yb} \end{bmatrix} \begin{cases} N_{yt}^{*' } \\ N_{yb}^{*' } \end{cases} \end{cases} \quad (18)$$

Če se pokaže, da je katera od novih nosilnosti negativna, moramo ponoviti izračune tako, da se izognemo negativnim vrednostim.

Uporaba metode dimenzioniranja pri čisti membranski obremenitvi

Če je lupina obremenjena samo z membranskimi silami ($M_x = M_y = M_{xy} = 0$), bo lupinasti element prečkala samo ena vertikalna razpoka. V elementu je na sredini v x in y smeri potreben samo en sloj armature za vsako smer. V enačbah (6) lahko uporabimo $N_t^c = N^c$, $a_t = h$, $\theta_t = 0$ in $N_b^c = 0$, $a_b = 0$; zato

$$-N^c = \frac{2N_{xy}}{\sin 2\theta} \quad (19)$$

Enačbe (5) dajo skupaj z enačbo (17)

$$\begin{aligned} N_x^* &= N_x + N_{xy} \tan \theta \\ N_y^* &= N_y + N_{xy} \cot \theta. \end{aligned} \quad (20)$$

Enačbe (20) so enačbe za dimenzioniranje elementov, obremenjenih samo s silami N_x , N_y in N_{xy} in so enake tistim za dimenzioniranje membranskih elementov.

Uporaba metode dimenzioniranja pri čisti upogibni obremenitvi

V tem primeru so membranske notranje sile $N_x = N_y = N_{xy} = 0$. Iz enačb (8) dobimo

$$\begin{aligned}
-N_{xt} = N_{xb} &= \frac{M_x}{h_x} \\
-N_{yt} = N_{yb} &= \frac{M_y}{h_y} \\
-N_{xyt} = N_{xyb} &= \frac{M_{xy}}{h_c}.
\end{aligned} \tag{21}$$

Enačbe (7) preidejo v:

$$\begin{aligned}
N_{xt}^* &= -\frac{M_x}{h_x} - \frac{M_{xy}}{h_c} C_{xtt} \tan \theta_t + \frac{M_{xy}}{h_c} C_{xtb} \tan \theta_b \\
N_{yt}^* &= -\frac{M_y}{h_y} - \frac{M_{xy}}{h_c} C_{ytt} \cot \theta_t + \frac{M_{xy}}{h_c} C_{ytb} \cot \theta_b \\
N_{xb}^* &= \frac{M_x}{h_x} - \frac{M_{xy}}{h_c} C_{xbt} \tan \theta_t + \frac{M_{xy}}{h_c} C_{xbb} \tan \theta_b \\
N_{yb}^* &= \frac{M_y}{h_y} - \frac{M_{xy}}{h_c} C_{ybt} \cot \theta_t + \frac{M_{xy}}{h_c} C_{ybb} \cot \theta_b.
\end{aligned} \tag{22}$$

Enačbe (22) dajo skupaj z enačbami (9) enačbe, ki so podloga za določitev armature v spodnjem sloju

$$\begin{aligned}
M_{xb}^* &= \Delta M_{xb}^* + M_x + M_{xy} \tan \theta_b \\
M_{yb}^* &= \Delta M_{yb}^* + M_y + M_{xy} \cot \theta_b
\end{aligned} \tag{23}$$

in za določitev armature v zgornjem sloju

$$\begin{aligned}
M_{xt}^* &= \Delta M_{xt}^* + M_x + M_{xy} \tan \theta_t \\
M_{yt}^* &= \Delta M_{yt}^* + M_y + M_{xy} \cot \theta_t,
\end{aligned} \tag{24}$$

kjer velja

$$\begin{aligned}
M_{xb}^* &= C_{xtt} h_x N_{xb}^* \\
M_{yb}^* &= C_{ytt} h_y N_{yb}^* \\
M_{xt}^* &= -C_{xbb} h_x N_{xt}^* \\
M_{yt}^* &= -C_{ybb} h_y N_{yt}^* \\
\Delta M_{xb}^* &= C_{xbt} h_x N_{xt}^* \\
\Delta M_{yb}^* &= C_{ybt} h_y N_{yt}^* \\
\Delta M_{xt}^* &= -C_{xtb} h_x N_{xb}^*
\end{aligned} \tag{25}$$

$$\Delta M_{yt}^* = -C_{ytb} h_y N_{yb}^*.$$

Ko računamo upogibno nosilnost, običajno člene ΔM^* ne upoštevamo. Upoštevanje vrednosti ΔM^* je konzervativno, kar je očitno iz enačb (23) in (24). Izrazi za ΔM^* predstavljajo efekt interakcije med zgornjo in spodnjo armaturo, ki ležita v isti smeri. Ta efekt je običajno zanemarjen. Če pa je potrebna samo zgornja ali samo spodnja armatura, interakcija ne obstaja in je predstavljen postopek reševanja v takem primeru pravilen (Gupta, 1986).

2.1.2 Predlog Paulo B. Lourenço in Joaquim A. Figueiras

V nadaljevanju je prikazan osnovni koncept izračuna potrebne armature za armiranje v ploščah in lupinah, ki so armirane z ortogonalno armaturo, kot ga predstavljata avtorja Lourenço in Figueiras. Sile v betonu in armaturi so izračunane iz ravnotežja za vsak posamezen element (tj. vzorčna točka). Predpostavljeno je idealno plastično obnašanje obeh materialov. Debelina betonskih plasti in količina armature je določena tako, da so napetosti v posameznem materialu manjše od zahtevane odpornosti. Za dimenzioniranje in izračun nosilnosti betona uporabljata avtorja izraze za vrednost f_c iz modelnega predpisa CEB-FIP MODEL CODE 1990. Ta pravi, da se za razpokane in nerazpokane cone v elementu uporablja različne tlačne trdnosti betona.

Za nerazpokan beton je to vrednost

$$f_{cd1} = 0,85 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] f_{cd}, \quad (26)$$

za razpokan beton pa

$$f_{cd2} = 0,60 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] f_{cd}. \quad (27)$$

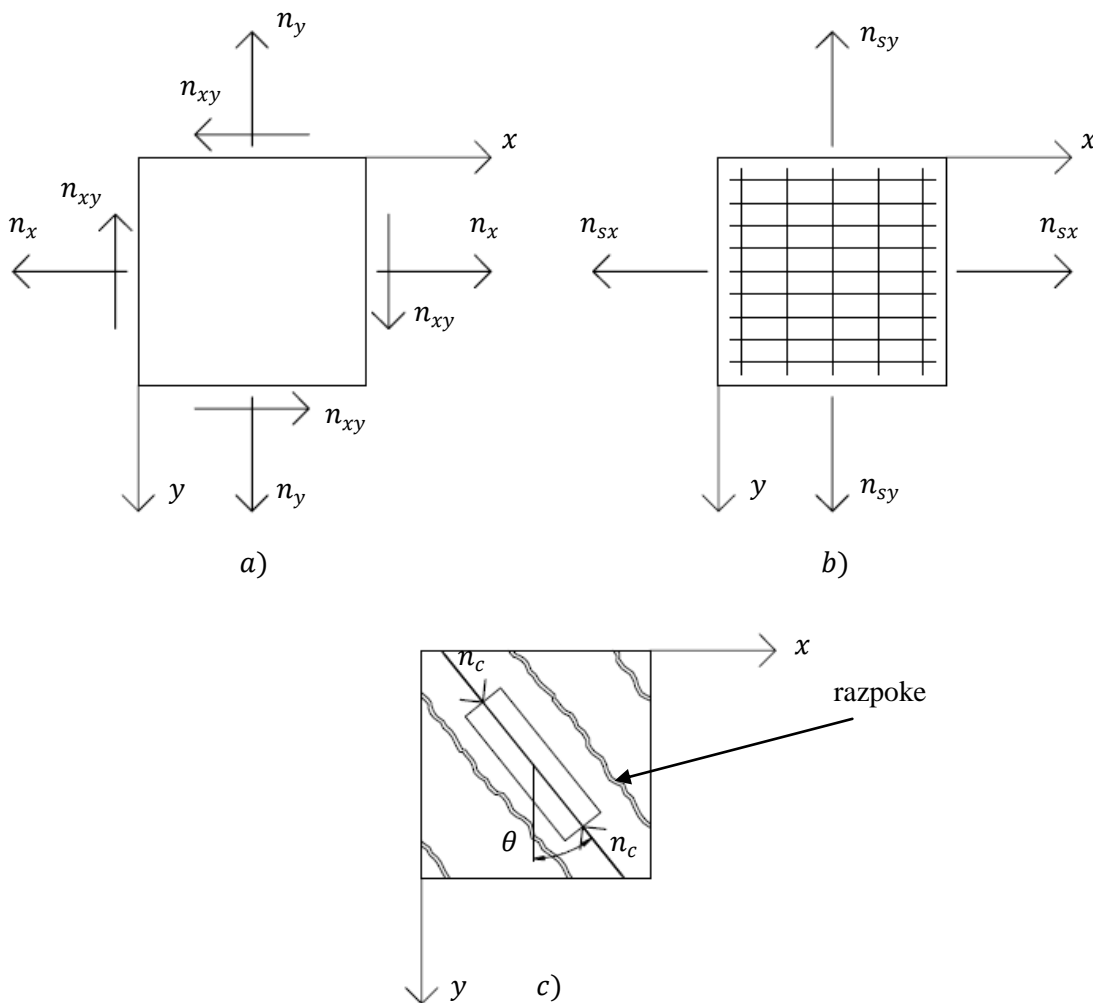
Za beton, ki je dvoosno tlačno obremenjen, lahko nosilnost povečamo za faktor K na vrednost $K * f_{cd1}$, kjer je

$$K = \frac{1 + 3,65\alpha}{(1 + \alpha)^2} \quad (28)$$
$$\alpha = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}.$$

V nadaljevanju in v običajnem primeru v praksi zanemarimo natezno trdnost betona zaradi zelo majhnega prispevka k nosilnosti.

Dimenzioniranje plošč

V tem razdelku je na kratko predstavljeno dimenzioniranje plasti, ki so izpostavljene obremenitvi v svoji ravnini, zaradi kasnejše razširitve enačb za dimenzioniranje lupin. Dimenzioniranje tako obremenjenih elementov je bilo razvito že v 70-ih letih 20. stoletja in nekaj avtorjev je dalo svoj prispevek k temu področju (npr. Nielsen 1964, 1971; Baumann 1972; Braestrup in Nielsen 1983) (Lourenço in Figueiras, 1993).



Slika 4: Model plošče: a) Membranske sile v plošči; b) Razporeditev armature; c) Razporeditev sil v betonu (Lourenço in Figueiras, 1993)

Slika 4 kaže element plošče z debelino h , ki je izpostavljena skupini akcijskih membranskih sil (na enoto dolžine) označenimi z oznakami n_x , n_y in n_{xy} . Armatura je postavljena v dveh ortogonalnih smereh in sestoji iz skupin palic, ki so vzporedne x oz. y osi. Sile v armaturi označimo z oznakami n_{sx} in n_{sy} .

Akcijske sile so uravnotežene z vsoto odpornosti armature in odpornosti betona. V izbranem koordinatnem sistemu x, y je strižna odpornost armature enaka nič. Predpostavljeno je tudi, da beton nima natezne odpornosti. Zato lahko napišemo naslednje ravnotežne pogoje:

$$n_x = n_{sx} + n_c \sin^2 \theta \quad (29)$$

$$n_y = n_{sy} + n_c \cos^2 \theta \quad (30)$$

$$n_{xy} = -n_c \sin \theta \cos \theta \quad (31)$$

pri pogoju

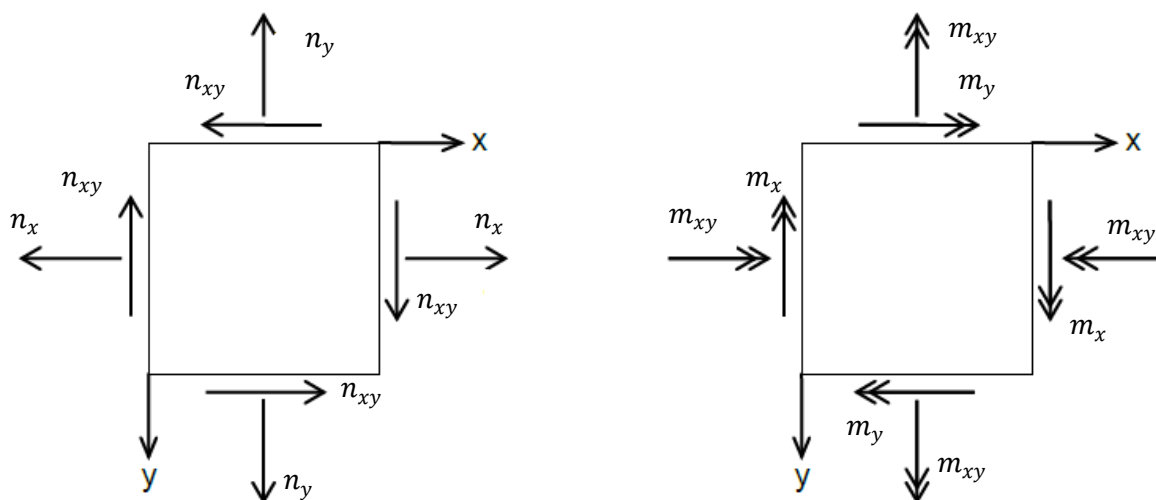
$$n_c \geq -hf_c, \quad (32)$$

kjer je f_c tlačna trdnost betona in θ kot med betonsko tlačno diagonalo in y osjo (slika 4). V splošnem je izbira vrednosti za f_c izredno težavna in variira med 0,6 in $0,8f_{cyl}$ za razpokan enoosno obremenjen beton, in od 1,0 do $1,25f_{cyl}$ za dvoosno obremenjen beton, kjer je f_{cyl} enoosna tlačna trdnost betona merjena na cilindru.

Pri reševanju ravnotežnih enačb veljajo običajne formule za dimenzioniranje plasti, ki so obremenjene v svoji ravnini. Dobimo nedoločen sistem enačb s tremi enačbami (29) – (31) in štirimi neznankami (n_{sx}, n_{sy}, n_c in θ). To pomeni, da lahko vrednost kota θ izberemo poljubno. Če je potrebno armiranje v smeri osi x in y lahko pokažemo, da za vrednost $\theta = \pm \frac{\pi}{4}$ dobimo minimalni potrebni količini armature za armiranje (Lourenço in Figueiras, 1993).

Predlog metode za dimenzioniranje lupin

Kot je prikazano na sliki 5 nastopata v vsaki točki elementa istočasno dva različna tipa notranjih sil: sile, ki ustrezajo membranskemu stanju (n_x, n_y, n_{xy}) in sile, ki so povezane z upogibom lupine (m_x, m_y, m_{xy}).



Slika 5: Obremenitev z upogibom in membranskimi silami na enoto dolžine

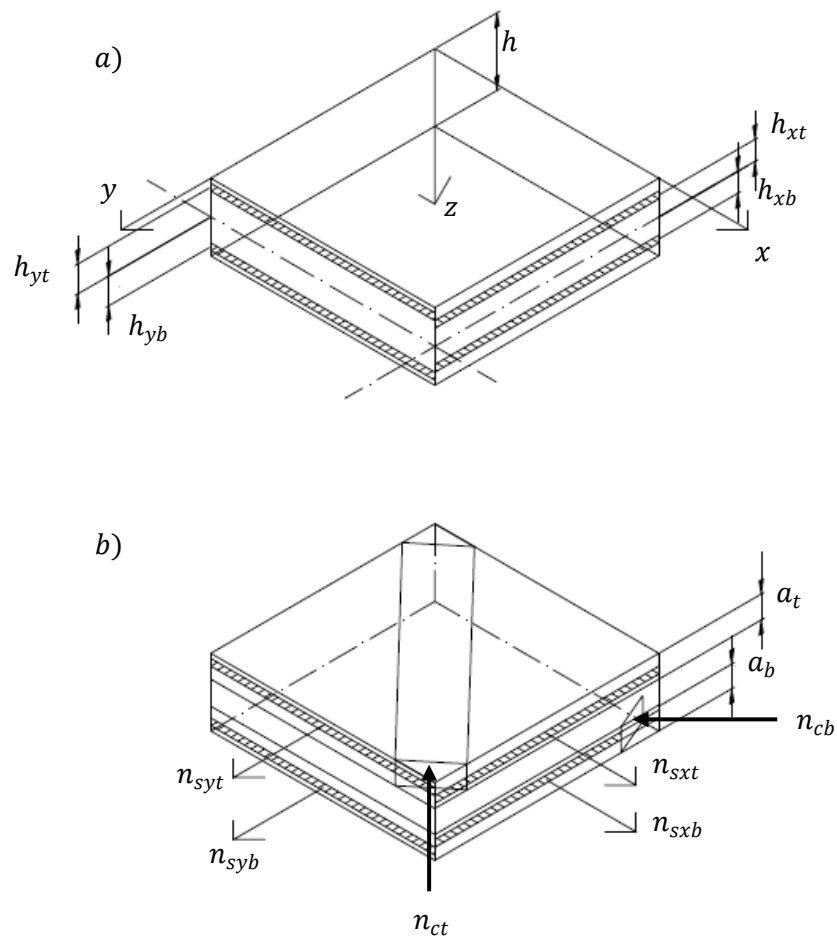
(Lourenço in Figueiras, 1993)

Razširitev enačb za reševanje lupinastih elementov zahteva iterativni in kompleksnejši pristop od metodologije reševanja plasti, ki so obremenjene v svoji ravnini. Iščejo ravnotežje akcijskih sil in momentov z odpornostjo armature in betona.

V nadaljevanju je predstavljena iterativna metoda določanja ročice sil za vse notranje sile. Avtorja predstavljata rešitev problema dimenzioniranja lupin, v katerem je element lupine analiziran globalno in ne kot dve membranski plasti. Tak omejen pristop je prvotno obravnaval Gupta leta 1986 in je polno razvit v nadaljevanju.

Tipični lupinasti element debeline h je obremenjen s kombinacijo membranskih in upogibnih sil (slika 5). V splošnem smeri glavnih membranskih sil in glavnih upogibnih momentov ne sovpadajo. Kot je bilo prikazano za plasti obremenjene v svoji ravnini, je nujno zagotavljanje ravnotežnih pogojev za vse sile (Lourenço in Figueiras, 1993).

Slika 6 prikazuje lupinasti element z armaturo vzporedno z x in y osjo. Natezne sile v armaturi so označene z n_{sxt} , n_{syt} , n_{sxb} in n_{syb} , kjer so oznake x in y povezane s pripadajočimi osmi, oznake t (top) in b (bottom) pa označujejo lego armature v zgornji ali spodnji plasti.



Slika 6: Model lupinastega elementa: a) Lupinasti element z armaturo; b) Notranje sile
(Lourenço in Figueiras, 1993)

V zgornjem sloju se pojavi vertikalna razpoka, katere normala oklepa kot θ_t z x osjo v x, y ravnini. Beton je obremenjen s tlačnimi napetostmi vzporedno z razpoko. Debelina tlačnega dela betona označimo z a_t in predpostavimo konstanten potek napetosti v prerezu. Podobno se v spodnjem sloju pojavi vertikalna razpoka, katere normala oklepa kot θ_b z x osjo v x, y ravnini. Z a_b označimo debelino v prerezu, kjer napetosti potekajo konstantno (Lourenço in Figueiras, 1993).

Tako formulacijo problema je predstavil Gupta leta 1986 vendar je obravnaval le primer, v katerem potrebujemo armaturo v obeh plasteh in je taka metoda neprimerna za uporabo v drugačnih primerih. Ker pa se lahko potreba po armaturi pojavi v štirih različnih primerih (primer, kjer je armatura potrebna v obeh zunanjih plasteh; primer, kjer je armatura potrebna samo v spodnji plasti; primer, kjer je armatura potrebna samo v zgornji plasti; primer, kjer ni potrebe po dodatnem armiranju), je potrebno te primere analizirati in obravnavati ločeno.

Avtorja Lourenço in Figueiras sta leta 1993 predstavila popolno formulacijo problema, ki je predstavljena v nadaljevanju.

Armatura potrebna v obeh zunanjih plasteh

Za armaturo so odpornostne sile in momenti v smereh x in y podane z

$$\begin{aligned} n_{sx} &= n_{sxt} + n_{sxb} \\ n_{sy} &= n_{syt} + n_{syb} \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} m_{sx} &= -n_{sxt} h_{xt} + n_{sxb} h_{xb} \\ m_{sy} &= -n_{syt} h_{yt} + n_{syb} h_{yb} \end{aligned} \quad (34)$$

in za beton

$$\begin{aligned} n_{ct} &= -a_t f_c \\ n_{cb} &= -a_b f_c \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} m_{ct} &= -\frac{1}{2}(h - a_t)n_{ct} \\ m_{cb} &= \frac{1}{2}(h - a_b)n_{cb}. \end{aligned} \quad (36)$$

Iz enačb (33) – (36) dobimo notranje sile in momente v armaturi in betonu. Ravnotežje z notranjimi silami in momenti vodi k naslednjim enačbam

$$n_x = n_{sx} + n_{ct} \sin^2 \theta_t + n_{cb} \sin^2 \theta_b \quad (37)$$

$$n_y = n_{sy} + n_{ct} \cos^2 \theta_t + n_{cb} \cos^2 \theta_b \quad (38)$$

$$n_{xy} = -n_{ct} \sin \theta_t \cos \theta_t - n_{cb} \sin \theta_b \cos \theta_b \quad (39)$$

$$m_x = m_{sx} + m_{ct} \sin^2 \theta_t + m_{cb} \sin^2 \theta_b \quad (40)$$

$$m_y = m_{sy} + m_{ct} \cos^2 \theta_t + m_{cb} \cos^2 \theta_b \quad (41)$$

$$m_{xy} = -m_{ct} \sin \theta_t \cos \theta_t - m_{cb} \sin \theta_b \cos \theta_b. \quad (42)$$

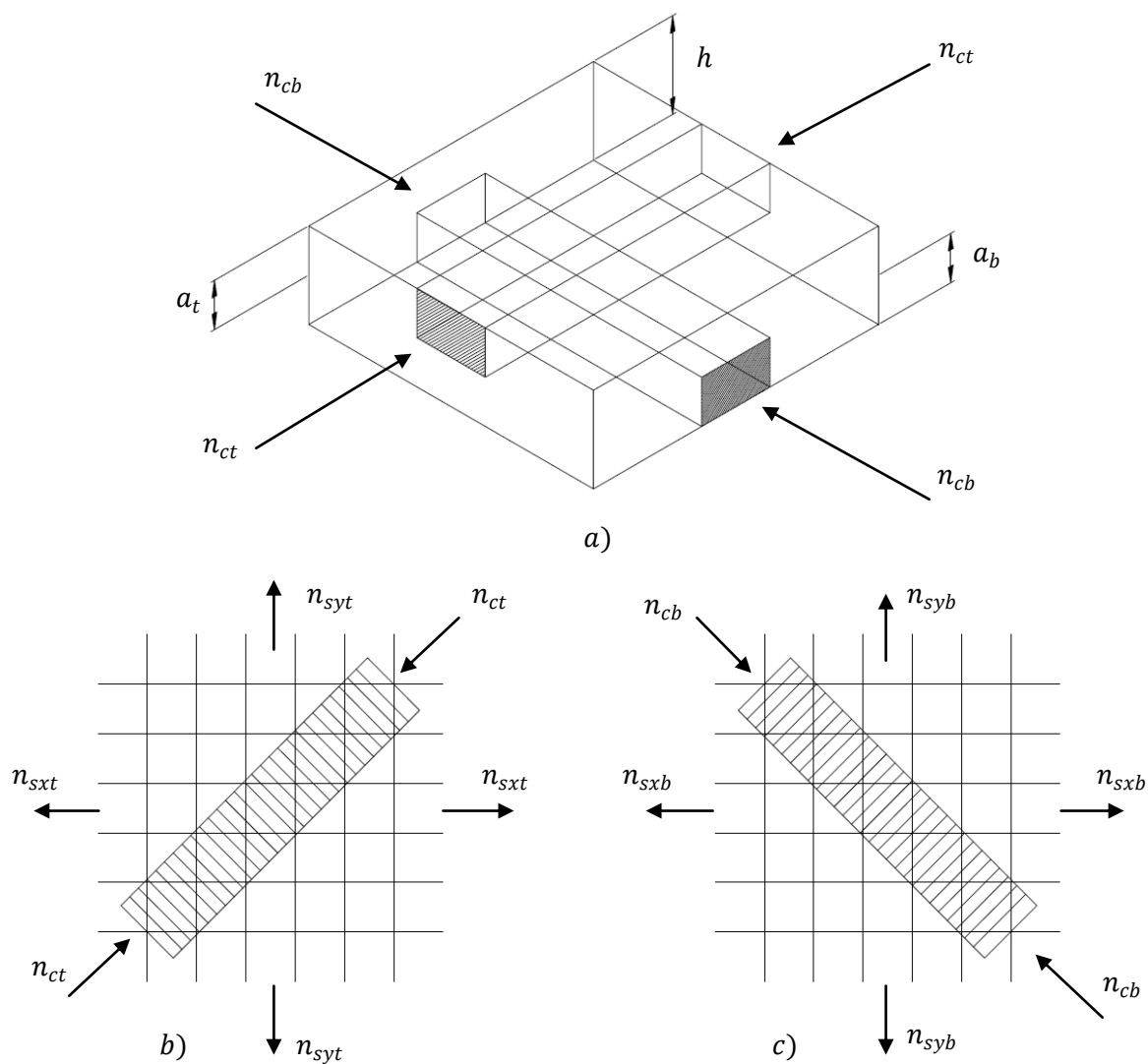
Za sile v betonu dobimo enačbi

$$-n_{ct} = \frac{(h - a_b)n_{xy} - 2m_{xy}}{h_c \sin 2\theta_t} \quad (43)$$

$$-n_{cb} = \frac{(h - a_t)n_{xy} + 2m_{xy}}{h_c \sin 2\theta_b}. \quad (44)$$

Na podlagi rešitev enačb (37) – (42) dobimo potrebno količino armature. Cilj je izračunati neznanke n_{sxt} , n_{syt} , n_{sxb} in n_{syb} . Ostale neznanke so a_t , a_b , θ_t in θ_b . Tak sistem šestih enačb vsebuje osem neznank. To pomeni, da izberemo vrednosti za θ_t in θ_b tako, da je vsota potrebne armature minimizirana. Predlagana rešitev je, da za začetne približke velikosti neznank θ_t in θ_b predpostavimo velikost $\theta_t = \theta_b = \pm \frac{\pi}{4}$ in $a_t = a_b = 0,2h$. Predpostavka, da za vrednosti θ vzamemo $\pm \frac{\pi}{4}$ izhaja iz tega, da pri tej vrednosti kota minimiziramo vsoto potrebne armature. Za dosego boljših začetnih približkov velikosti neznank upoštevamo v računu vrednosti zunanjih sil in momentov (Lourenço in Figueiras, 1993).

Vrednosti spremenljivk postopoma prilagajamo z iterativnim postopkom dokler niso izpolnjeni ravnotežni pogoji.



Slika 7: Ravnotežje sil v elementu: a) Sile v betonu; b) Sile v armaturi v zgornjem sloju; c) Sile v armaturi v spodnjem sloju (Lourenço in Figueiras, 1993)

Dvoosni tlak v zgornji plasti; armatura potrebna le v spodnji plasti

V primeru dvoosnega tlaka v zgornji plasti je potrebna armatura le v spodnji plasti. Predpostavimo, da so sile v betonu v zgornji plasti enake n_{cxt} , n_{cxt} in n_{cxyt} . Sile in momenti, katere prevzame armatura so

$$\begin{aligned} n_{sx} &= n_{sxb} \\ n_{sy} &= n_{syb} \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} m_{sx} &= n_{sxb} h_{xb} \\ m_{sy} &= n_{syb} h_{yb}, \end{aligned} \quad (46)$$

ter sile in momenti, ki jih prevzame beton v spodnji plasti

$$n_{cb} = -a_b f_c \quad (47)$$

$$m_{cb} = \frac{1}{2}(h - a_b)n_{cb}. \quad (48)$$

Ravnotežje z notranjimi silami in momenti vodi k naslednjim enačbam

$$n_x = n_{sx} + n_{cxt} + n_{cb} \sin^2 \theta_b \quad (49)$$

$$n_y = n_{sy} + n_{cyt} + n_{cb} \cos^2 \theta_b \quad (50)$$

$$n_{xy} = n_{cxyt} - n_{cb} \sin \theta_b \cos \theta_b \quad (51)$$

$$m_x = m_{sx} + m_{cxt} + m_{cb} \sin^2 \theta_b \quad (52)$$

$$m_y = m_{sy} + m_{cyt} + m_{cb} \cos^2 \theta_b \quad (53)$$

$$m_{xy} = m_{cxyt} - m_{cb} \sin \theta_b \cos \theta_b \quad (54)$$

kjer so

$$\begin{aligned} m_{cxt} &= -\frac{1}{2}(h - a_t)n_{cxt} \\ m_{cyt} &= -\frac{1}{2}(h - a_t)n_{cyt} \\ m_{cxyt} &= -\frac{1}{2}(h - a_t)n_{cxyt}. \end{aligned} \quad (55)$$

V tem primeru še vedno nastopa osem neznank; sile v armaturi (n_{sxb} in n_{syb}), a_t , a_b , θ_b , n_{cxt} , n_{cyt} in n_{cxyt} . Poleg šestih ravnotežnih enačb (49) – (54) pa imamo v tem primeru še eno dodatno enačbo, ki opisuje dvoosno napetostno stanje v betonu v zgornji plasti.

$$n_{ct} = -a_t f_c = \frac{n_{cxt} + n_{cyt}}{2} - \sqrt{\left(\frac{n_{cxt} + n_{cyt}}{2}\right)^2 + n_{cxyt}^2} \quad (56)$$

V tem primeru ima vrednost f_c večjo vrednost zaradi dvoosnega napetostnega stanja. Kljub temu dobimo sistem sedmih enačb in osmih neznank. To pomeni, da izberemo takšno vrednost za θ_b , da je vsota potrebne armature minimalna (Lourenço in Figueiras, 1993).

Dvoosni tlak v spodnji plasti; armatura potrebna le v zgornji plasti

Primer, kjer se pojavi dvoosni tlak v spodnji plasti je identičen primeru, kjer se pojavi dvoosni tlak v zgornji plasti. Postopek računa je enak.

Dvoosni tlak v zgornji in spodnji plasti; ni potrebno dodatno armiranje

V primeru, kjer se pojavi dvoosni tlak tako v zgornji kot v spodnji plasti, ni potrebno dodatno armiranje lupinastega elementa. Neznanke predstavljajo samo sile v betonu.

Dimenzioniranje

Na osnovi izračunanih notranjih sil na mestih armature lahko izračunamo potreben prečni prerez armature za armiranje elementa. Dimenzioniranje se izvede tako, da izračunane notranje sile (projektne vrednosti) na mestih armature n_{sxt} , n_{sxb} , n_{syt} in n_{syb} delimo s projektno natezno trdnostjo uporabljenega jekla f_y (oznaka f_y je uporabljena iz literature in označuje projektno natezno trdnost jekla) in dobimo za zgornjo plast

$$a_{sxt} = \frac{n_{sxt}}{f_y} \quad (57)$$

$$a_{syt} = \frac{n_{syt}}{f_y} \quad (58)$$

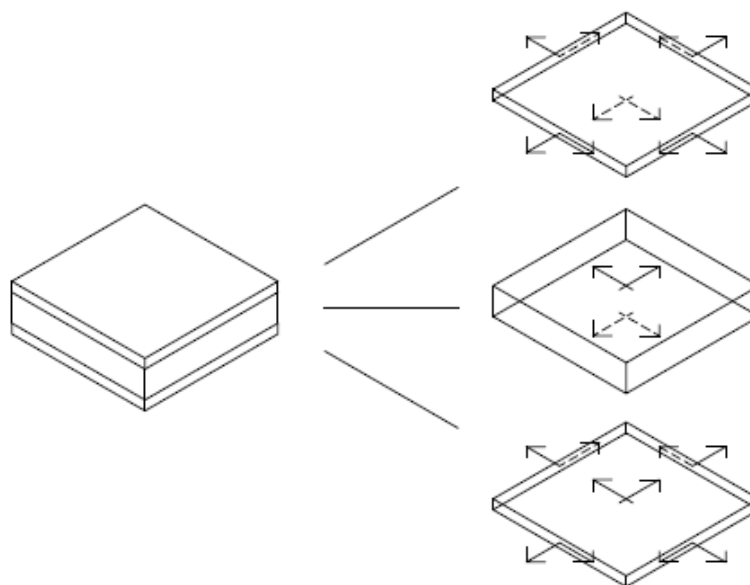
in podobno za spodnjo plast

$$a_{sxb} = \frac{n_{sxb}}{f_y} \quad (59)$$

$$a_{syb} = \frac{n_{syb}}{f_y}. \quad (60)$$

2.1.3 Predlog CEB-FIP MODEL CODE 1990

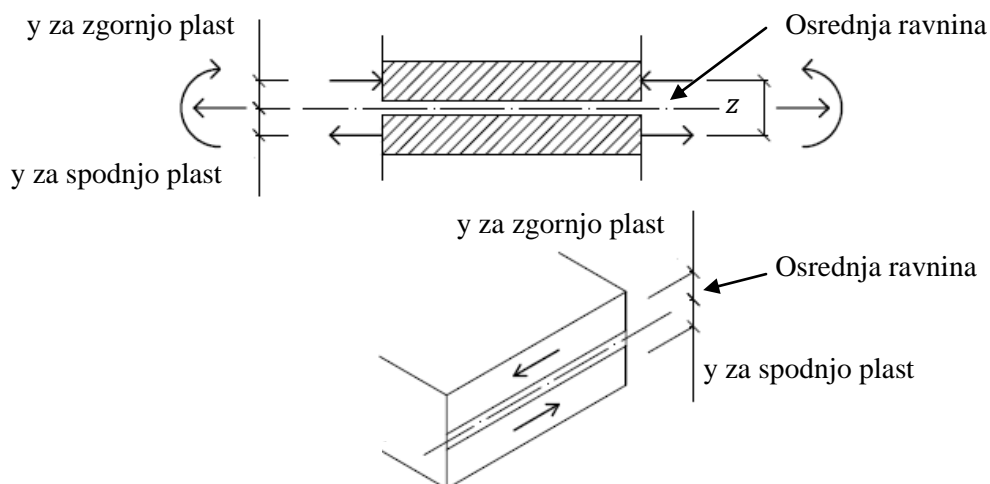
Za razliko od do sedaj predstavljenih postopkov, modelni predpis CEB-FIP MODEL CODE 1990 pravi, da lahko element modeliramo kot da je sestavljen iz treh plasti (troplastni model). Zunanji plasti zagotavljata odpornost glede upogibnih in torzijskih momentov ter membranskih sil, notranja plast pa zagotavlja prenos strižnih sil med zunanjsima plastema.



Slika 8: Troplastni model elementa po predlogu CEB-FIP MODEL CODE 1990
(CEB-FIP MODEL CODE 1990, 1993, str. 190)

Na osnovi zunanjih obremenitev na ploskev elementa dobimo notranje sile v obliki momentov in sil na enoto širine v smereh vzporedno z ortogonalno armaturo:

$$m_{Sdx}, m_{Sdy}, m_{Sdxy}, n_{Sdx}, n_{Sdy}, v_{Sd}$$



Slika 9: Razpored notranjih sil in ročice sil v troplastnem modelu
(CEB-FIP MODEL CODE 1990, 1993, str. 190)

Na podlagi zunanjih obremenitev na element lahko izračunamo notranje sile v zunanji plasti na enoto širine elementa. Za zgornjo plast elementa dobimo:

$$\begin{aligned} n_{pSdx}^t &= n_{Sdx} \frac{(z_x - y)}{z_x} - \frac{m_{Sdx}}{z_x} \\ n_{pSdy}^t &= n_{Sdy} \frac{(z_y - y)}{z_y} - \frac{m_{Sdy}}{z_y} \\ v_{pSd}^t &= v_{Sd} \frac{(z_v - y)}{z_v} + \frac{m_{Sdxy}}{z_v}, \end{aligned} \quad (61)$$

za spodnjo plast elementa pa dobimo

$$\begin{aligned} n_{pSdx}^b &= n_{Sdx} \frac{(z_x - y)}{z_x} + \frac{m_{Sdx}}{z_x} \\ n_{pSdy}^b &= n_{Sdy} \frac{(z_y - y)}{z_y} + \frac{m_{Sdy}}{z_y} \\ v_{pSd}^b &= v_{Sd} \frac{(z_v - y)}{z_v} - \frac{m_{Sdxy}}{z_v}, \end{aligned} \quad (62)$$

kjer so z_x in z_y ročice normalnih sil v x in y smereh ter z_v ročica za strižne sile. Vrednost y je razdalja od osrednje ravnine elementa do obravnavane sile. Zgornja indeksa t in b označujeta, ali sila pripada zgornji (top) ali spodnji (bottom) plasti elementa.

Poleg tega moramo paziti, da nobena od vrednosti ročic notranjih sil ni večja od razdalje med ravninama armiranja na vsaki strani elementa.

Zavedati se moramo, da je točen izračun vrednosti y in z kompleksen in zahteva iteracije, saj sta odvisni od lege armature v posamezni plasti in od debeline betonskih plasti. Kot začetno vrednost je smiselno vzeti za vrednost $z = \frac{2h}{3}$, kjer je h debelina elementa, za člene $\frac{(z-y)}{z}$ pa vrednost $\frac{1}{2}$ (CEB-FIP MODELCODE 1990).

Modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 1990 pravi, da lahko za dimenzioniranje zunanji plasti elementa smiselno uporabimo enačbe za dimenzioniranje elementov, ki so obremenjeni v ravnini.

Dimenzioniranje zunanji plasti

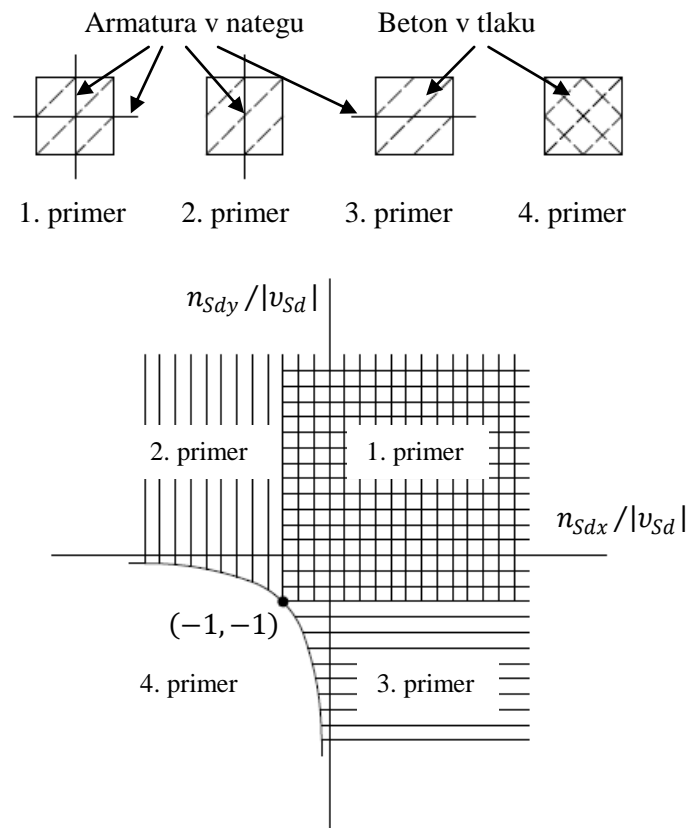
Kot sem že omenil, lahko dimenzioniramo zunanji plasti elementa s pomočjo izrazov za dimenzioniranje ravninsko obremenjenih elementov. Obremenitve takih elementov lahko opišemo s silami na enoto širine n_{Sdx} , n_{Sdy} in v_{Sd} , kjer so x in y osi izbrane tako, da sovpadajo s smermi

ortogonalne armature. V našem primeru opišemo obremenitev posamezne plasti elementa s komponentami n_{pSdx}^t , n_{pSdy}^t in v_{pSd}^t za zgornjo plast in komponentami n_{pSdx}^b , n_{pSdy}^b in v_{pSd}^b za spodnjo plast, kjer zgornja indeksa t in b predstavljata, ali se sila nahaja v zgornji (top) ali spodnji (bottom) plasti (CEB-FIP MODEL CODE 1990).

Sistem notranjih sil, ki zagotavljajo odpornost obremenitvam v ravnini, je lahko štirih različnih tipov, in sicer:

- 1. primer: Nateg v armaturi v dveh smereh in poševna smer tlačnih napetosti v betonu
- 2. primer: Nateg v armaturi v y -smeri in poševna smer tlačnih napetosti v betonu
- 3. primer: Nateg v armaturi v x -smeri in poševna smer tlačnih napetosti v betonu
- 4. primer: Dvoosni tlak v betonu

Zveza med notranjimi silami in sistemom sil, ki zagotavljajo odpornost je prikazana na sliki 10.



Slika 10: Razmerje med obremenitvijo in sistemom odpornosti elementa
(CEB-FIP MODEL CODE 1990, 1993, str. 189)

Vrednost θ je kot med x osjo in smerjo tlačne napetosti. V primerih 1. do 3. lahko kot θ izberemo poljubno vendar tako, da je smer tlačnih napetosti nagnjena najmanj 15° glede na smer armature. Najmanjšo količino potrebne armature za armiranje dobimo pri kotu $\theta = 45^\circ$.

Projektne trdnosti betona oz. armature v mejnem stanju nosilnosti so:

- za armaturo f_{ytd} ali $f_{pyd,net}$
- za beton v primerih 1. do 3. f_{cd2} oz. tlačna trdnost razpokanega betona
- za beton v 4. primeru f_{cd1} oz. tlačna trdnost nerazpokanega betona ali $K * f_{cd1}$, kjer je koeficient K razmerje med enoosno in dvoosno trdnostjo betona

Vrednosti za f_{cd1} in f_{cd2} dobimo iz enačb (26) in (27), vrednost koeficienta K pa iz enačbe (28).

Zunanji plasti troplastnega modela v primeru, ko velja $n_{Sdx}/|u_{Sd}| \geq -1$ in $n_{Sdy}/|u_{Sd}| \geq -1$, dimenzioniramo v skladu z naslednjimi enačbami:

Preverimo napetosti v betonu:

$$\sigma_c t = \frac{v_{pSd}^i}{\sin \theta \cos \theta} \leq f_{cd2} t \quad (63)$$

$i = t, b.$

Potrebni odpornosti armature za zgornjo plast v x in y smeri

$$n_{pRdx}^t = n_{pSdx}^t + v_{pSd}^t \cot \theta \quad (64)$$

$$n_{pRdy}^t = n_{pSdy}^t + \frac{v_{pSd}^t}{\cot \theta} \quad (65)$$

Potrebni odpornosti armature za spodnjo plast v x in y smeri

$$n_{pRdx}^b = n_{pSdx}^b + v_{pSd}^b \cot \theta \quad (66)$$

$$n_{pRdy}^b = n_{pSdy}^b + \frac{v_{pSd}^b}{\cot \theta} \quad (67)$$

Če je kontroli napetosti v betonu zadoščeno, lahko izračunamo potreben prečni prerez armature za zgornjo plast:

$$a_{sx}^t = \frac{n_{pRdx}^t}{f_{yd}} \quad (68)$$

$$a_{sy}^t = \frac{n_{pRdy}^t}{f_{yd}}, \quad (69)$$

in za spodnjo plast

$$a_{sx}^b = \frac{n_{pRdx}^b}{f_{yd}} \quad (70)$$

$$a_{sy}^b = \frac{n_{pRdy}^b}{f_{yd}}. \quad (71)$$

Če se zgodi, da je katera od vrednosti n_{pRdx}^t , n_{pRdy}^t , n_{pRdx}^b ali n_{pRdy}^b negativna, potem ni potrebno armiranje elementa v tisti smeri in v tisti plasti, na katero se nanaša ta vrednost. Lahko pa se zgodi, da sta obe računski odpornosti v isti plasti negativni. V takem primeru ne potrebujemo armature v nobeni smeri, vendar moramo narediti kontrolo v smeri glavne tlačne sile:

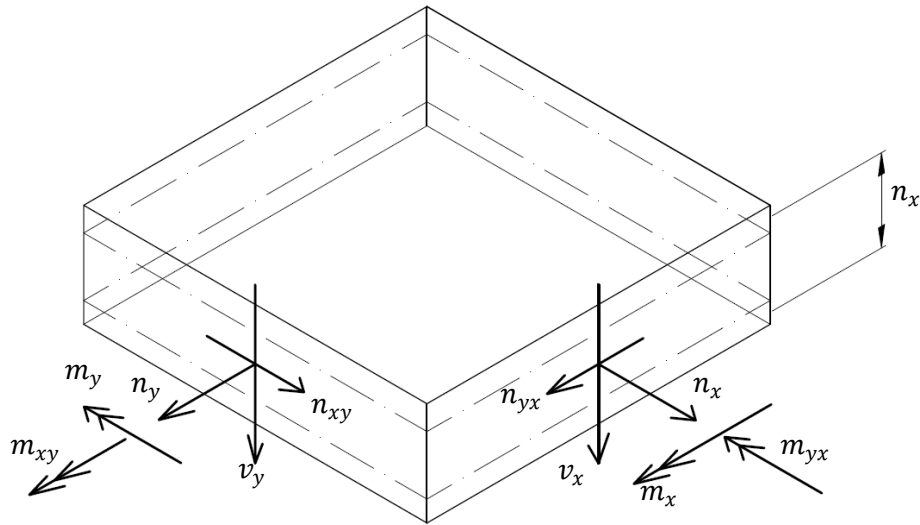
$$\sigma_{ct} = \frac{n_{pSdx}^i + n_{pSdy}^i}{2} + \sqrt{\frac{(n_{pSdx}^i - n_{pSdy}^i)^2}{4} + v_{psd}^i{}^2} \leq K f_{cd1} t. \quad (72)$$

Če v enačbi (72) za koeficient K vzamemo vrednost $K = 1,0$, smo na varni strani. Lahko pa upoštevamo vpliv dvoosnega napetostnega stanja v betonu in vrednost koeficienta K izračunamo s pomočjo enačbe (28) ter povečamo projektno tlačno trdnost betona (CEB-FIP MODEL CODE 1990).

Notranjo plast elementa preverjamo in dimenzioniramo v skladu s poglavjem 2.2.2.

2.1.4 Predlog CEB-FIP MODEL CODE 2010

Predlog modelnega predpisa CEB-FIP MODEL CODE 2010 modelira lupinasti element enako kot njegov predhodni modelni predpis MODEL CODE 1990 in predpisuje, da lupinasti element obravnavamo, kot da je sestavljen iz treh plasti (Slika 11: Troplastni model z rezultantami napetosti). Zunanji plasti elementa zagotavljata odpornost glede ravninskih obremenitev, ki izvirajo iz upogibnih in membranskih sil v elementu, notranja plast pa zagotavlja prenos striga med zunanjsima plastema (CEB-FIP MODEL CODE 2010).



Slika 11: Troplastni model z rezultantami napetosti (CEB-FIP MODELCODE 2010, str. 361)

Notranje sile, ki nastanejo zaradi zunanjih obremenitev na elementu, so izražene z osmimi komponentami. Od tega so tri komponente upogiba na enoto širine, tri komponente osnih sil na enoto širine in dve prečni sili na enoto širine. Vse obravnavane komponente morajo biti vzporedne z izbrano ortogonalno armaturo.

Komponente obremenitve m_x , m_y , m_{xy} , n_x , n_y , n_{xy} , v_x in v_y povzročajo membranske sile v posamezni plasti elementa na enoto širine (Slika 12: Sile v posameznih plasteh troplastnega modela). Predpostavljeno je, da pozitivni momenti na elementu povzročajo natege v spodnji plasti (CEB-FIP MODELCODE 2010).

Za zgornjo oz. »višjo« (superior) plast so membranske sile v izrazih označene s spodnjim indeksom *sup* in so

$$n_{x \text{ sup}} = \frac{n_x}{2} - \frac{m_x}{z} + \frac{v_x^2}{2v_0} \cot \theta \quad (73)$$

$$n_{y \text{ sup}} = \frac{n_y}{2} - \frac{m_y}{z} + \frac{v_y^2}{2v_0} \cot \theta \quad (74)$$

$$n_{xy \text{ sup}} = \frac{n_{xy}}{2} - \frac{m_{xy}}{z} + \frac{v_x v_y}{2v_0} \cot \theta. \quad (75)$$

Za spodnjo oz. »nižjo« (inferior) plast so membranske sile v izrazih označene s spodnjim indeksom *inf* in so

$$n_{x\ inf} = \frac{n_x}{2} + \frac{m_x}{z} + \frac{v_x^2}{2v_0} \cot \theta \quad (76)$$

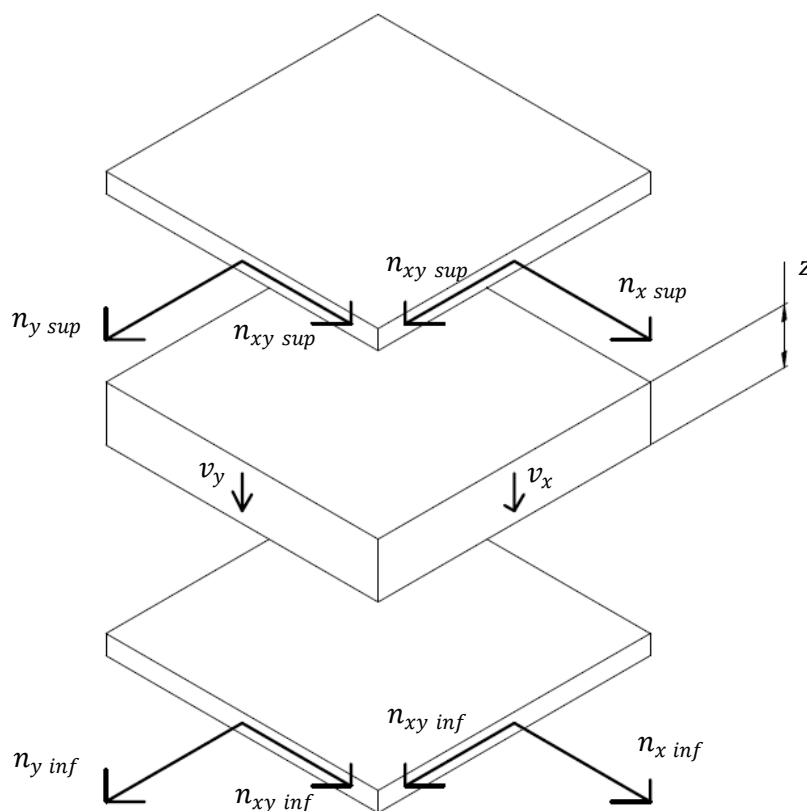
$$n_{y\ inf} = \frac{n_y}{2} + \frac{m_y}{z} + \frac{v_y^2}{2v_0} \cot \theta \quad (77)$$

$$n_{xy\ inf} = \frac{n_{xy}}{2} + \frac{m_{xy}}{z} + \frac{v_x v_y}{2v_0} \cot \theta, \quad (78)$$

kjer so:

- θ naklon tlačnih diagonal v srednji plasti elementa (jedra),
- z ročica notranjih sil za x in y smeri v zgornji in spodnji plasti elementa ter efektivna strižna debelina,
- v_0 pa glavna prečna strižna sila na enoto širine in jo izračunamo z izrazom (79)

$$v_0 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \quad (79)$$

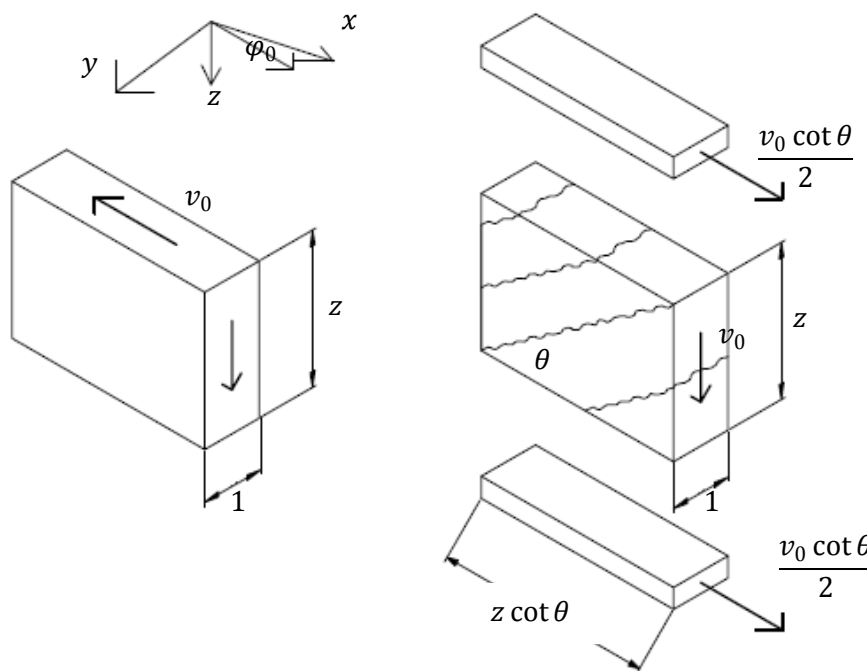


Slika 12: Sile v posameznih plasteh troplastnega modela (CEB-FIP MODEL CODE 2010, str. 362)

Modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 2010 pravi, da lahko za efektivno strižno debelino z vzamemo vrednost $0,9d$, kjer je d statična višina prereza oz. razdalja med tlačno najbolj obremenjenim delom prereza in ravnino armiranja na nasprotni strani elementa. Za efektivno strižno debelino ne smemo vzeti vrednosti manjše od $0,72h$.

V enačbah (73) do (78) lahko opazimo dodatne člene, ki predstavljajo povečanje membranskih sil v posamezni plasti elementa zaradi strižnih sil v_x in v_y , ki povzročata glavno prečno silo v_0 . Vpliv prečne sile v_0 upoštevamo tako, kot kaže naslednja slika (Slika 13: Prenos prečne sile v nerazpokanem in razpokanem jedru elementa).

Običajno lupinasti elementi ne potrebujejo dodatne strižne armature. V takih primerih lahko uporabimo predlagano vrednost $\cot \theta = 2$. V primerih, ko potrebujemo strižno armaturo pa izberemo kot θ skladno s poglavjem 2.2.3.



Slika 13: Prenos prečne sile v nerazpokanem in razpokanem jedru elementa
(CEB-FIP MODELCODE 2010, str. 362)

Kontrola napetosti

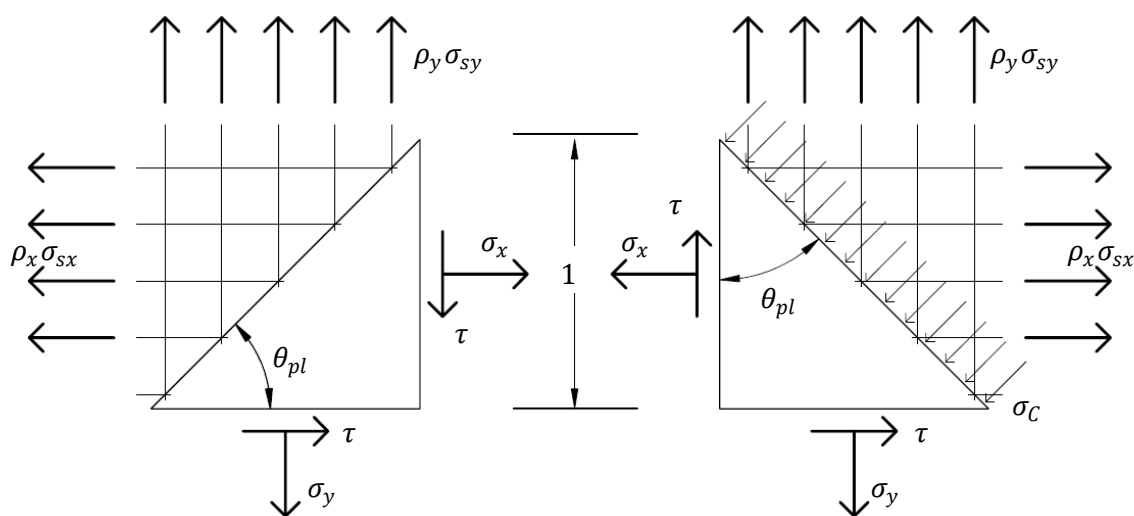
Zunanji plasti lupinastega elementa lahko dimenzioniramo kot membranske elemente po teoriji plastičnosti, če je vsaj ena od glavnih napetosti natezna.

$$\sigma_{sx} = \frac{1}{\rho_x} (\sigma_x + \tau \cot \theta_{pl}) \leq f_{yd} \quad (80)$$

$$\sigma_{sy} = \frac{1}{\rho_y} (\sigma_y + \tau \cot \theta_{pl}) \leq f_{yd} \quad (81)$$

$$\sigma_c = \frac{\tau}{\sin \theta_{pl} \cos \theta_{pl}} \leq \frac{v f_{ck}}{\gamma_c} \quad (82)$$

V izrazih (80) in (81) je predpostavljeno, da je projektna natezna trdnost jekla f_{yd} enaka za obe (x in y) smeri armiranja.



Slika 14: Napetosti v plasti armiranobetonskega elementa (CEB-FIP MODEL CODE 2010, str. 362)

Vrednost za v v enačbi (82) je različna glede na to, ali armatura v prerezu doseže mejo tečenja ali ne in glede na to, kako so razporejene napetosti v prerezu.

- a) V primeru, da sta obe glavni napetosti tlačni, moramo v takem primeru zagotoviti:

$$|\sigma_2| \leq v f_{cd} \quad (83)$$

Kjer je σ_2 glavna (tlačna) napetost in kjer lahko za vrednost v vzamemo $v = 1,0$.

- b) Če armatura v prerezu ne doseže meje tečenja in je vsaj ena od glavnih napetosti natezna, izračunamo vrednost v :

$$v = \frac{1,18}{1,14 + 0,00166 \sigma_{si}} \leq 1,0 \quad (84)$$

Kjer je σ_{si} maksimalna natezna napetost (v MPa) v kateremkoli sloju armature ($i = x, y$).

c) Če ugotovimo, da je v enem ali več slojih armatura dosegla mejo tečenja, izračunamo ν kot:

$$\nu = 1 - 0,032 |\theta_{pl} - \theta_{el}| \leq \frac{1,18}{1,14 + 0,00166 f_{yd}}. \quad (85)$$

Kjer je:

θ_{pl} naklon tlačnih diagonal v ravnini plasti elementa glede na x -os v mejnem stanju nosilnosti MSN,

θ_{el} kot med prvo razpoko v ravnini plasti elementa in x -osjo.

V enačbi (85) je izraz $|\theta_{pl} - \theta_{el}|$ navzdol omejen z vrednostjo 15° zaradi zagotavljanja zadostne duktilnosti elementa.

Dimenzioniranje zunanjih plasti

Dimenzioniranje armiranobetonskega prereza izvajamo v skladu s kontrolami napetosti, opisanimi z predhodnem razdelku. Izračun potrebnega prečnega prereza armature za armiranje elementa izvedemo za vsako plast posebej na osnovi izračunanih vrednosti membranskih sil v posamezni plasti elementa.

Kontrola napetosti v betonu:

$$\sigma_c t = \frac{n_{xy}}{\sin \theta_{pl} \cos \theta_{pl}} \leq \frac{\nu f_{ck}}{\gamma_c} t. \quad (86)$$

Potrebno odpornost armature v smereh x in y za zgornjo plast dobimo

$$n_{Rdx \text{ sup}} = n_{x \text{ sup}} + n_{xy \text{ sup}} \cot \theta_{pl} \quad (87)$$

$$n_{Rdy \text{ sup}} = n_{y \text{ sup}} + n_{xy \text{ sup}} \cot \theta_{pl}. \quad (88)$$

Potrebno odpornost armature v smereh x in y za spodnjo plast dobimo

$$n_{Rdx \text{ inf}} = n_{x \text{ inf}} + n_{xy \text{ inf}} \cot \theta_{pl} \quad (89)$$

$$n_{Rdy \text{ inf}} = n_{y \text{ inf}} + n_{xy \text{ inf}} \cot \theta_{pl}. \quad (90)$$

Če zadostimo kontroli tlačnih napetosti v betonu v izrazu (86), lahko izračunamo potreben prečni prerez armature za zgornjo plast

$$A_{Sx\ sup} = \frac{n_{Rdx\ sup}}{f_{yd}} \quad (91)$$

$$A_{Sy\ sup} = \frac{n_{Rdy\ sup}}{f_{yd}}, \quad (92)$$

in podobno za spodnjo plast

$$A_{Sx\ inf} = \frac{n_{Rdx\ inf}}{f_{yd}} \quad (93)$$

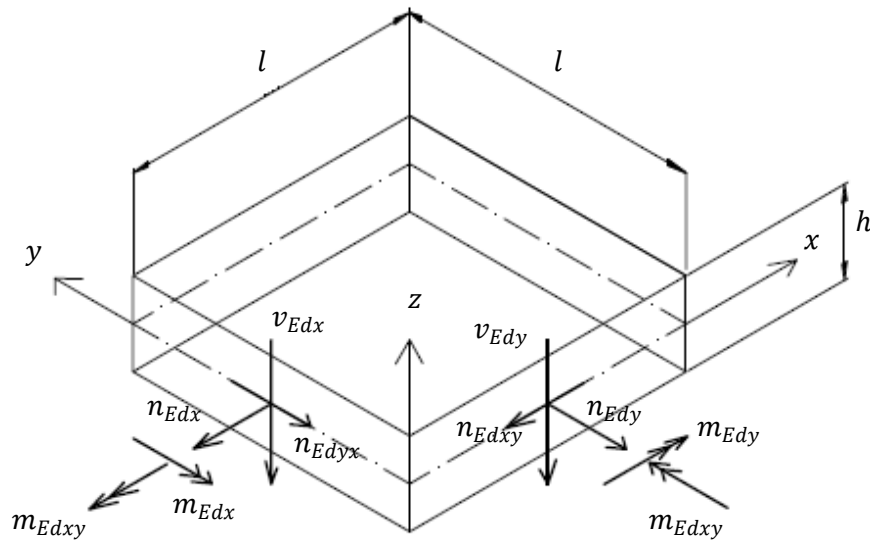
$$A_{Sy\ inf} = \frac{n_{Rdy\ inf}}{f_{yd}}. \quad (94)$$

2.1.5 Predlog iz SIST EN 1992-2 – DODATEK LL, DODATEK F

Betonske membranske elemente standardi Evrokod opisujejo v SIST EN 1992-2 Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij – 2. del: Betonski mostovi – Projektiranje in pravila za konstruiranje v dodatku LL v povezavi z dodatkom F in v poglavju 6.109 (membranski elementi). Dodatek LL podaja metodo dimenzioniranja lupinastih betonskih elementov obremenjenih z ravninskimi osnimi in strižnimi silami ter izvenravninskimi momenti in strižnimi silami. Dodatek je uporaben, ko imamo izračunane napetosti v modelu s končnimi elementi, čeprav so predstavljene enačbe v obliki rezultant napetosti (sil in momentov na meter).

Osnova načela razdelitve elementa na plasti najdemo v standardu SIST EN 1992-2, dodatek LL. Ta se nanaša na elemente, v katerih je v osnovi osem komponent vektorja notranjih sil. Te komponente vektorja notranjih sil so:

- 3 komponente membranskih sil: $n_{Edx}, n_{Edy}, n_{Edxy} = n_{Edyx}$
- 3 komponente upogiba oz. torzije: $m_{Edx}, m_{Edy}, m_{Edxy} = m_{Edyx}$
- 2 prečni sili: v_{Edx}, v_{Edy}



Slika 15: Splošna obremenitev lupinastega elementa (SIST EN 1992-2, 2005, str. 68)

Na osnovi opravljene analize konstrukcije najprej naredimo kontrolo da ugotovimo, ali je obravnavan element razpokan ali nerazpokan. Ta kontrola je zelo pomembna, saj na osnovi rezultatov te kontrole postopamo naprej po določenih iz standarda.

Za kontrolo, da preverimo ali je element razpokan, preverimo glavne napetosti na različnih višinah v prerezu. V praksi to pomeni, da preverimo naslednji pogoj:

$$\Phi = \alpha \frac{J_2}{f_{cm}^2} + \lambda \frac{\sqrt{J_2}}{f_{cm}} + \beta \frac{I_1}{f_{cm}} - 1 \leq 0, \quad (95)$$

kjer so

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (96)$$

$$J_3 = (\sigma_1 - \sigma_m)(\sigma_2 - \sigma_m)(\sigma_3 - \sigma_m) \quad (97)$$

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (98)$$

$$\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3 \quad (99)$$

$$\alpha = \frac{1}{9k^{1,4}} \quad (100)$$

$$\lambda = c_1 \cos \left[\frac{1}{3} \cos^{-1} (C_2 \cos 3\theta) \right]$$

za $\cos 3\theta \geq 0$

$$\lambda = c_1 \cos \left[\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \cos^{-1} (-C_2 \cos 3\theta) \right]$$

za $\cos 3\theta < 0$

(101)

$$\beta = \frac{1}{3,7k^{1,1}}$$
(102)

$$\cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}}$$
(103)

$$c_1 = \frac{1}{0,7k^{0,9}}$$
(104)

$$c_2 = 1 - 6,8(k - 0,07)^2$$
(105)

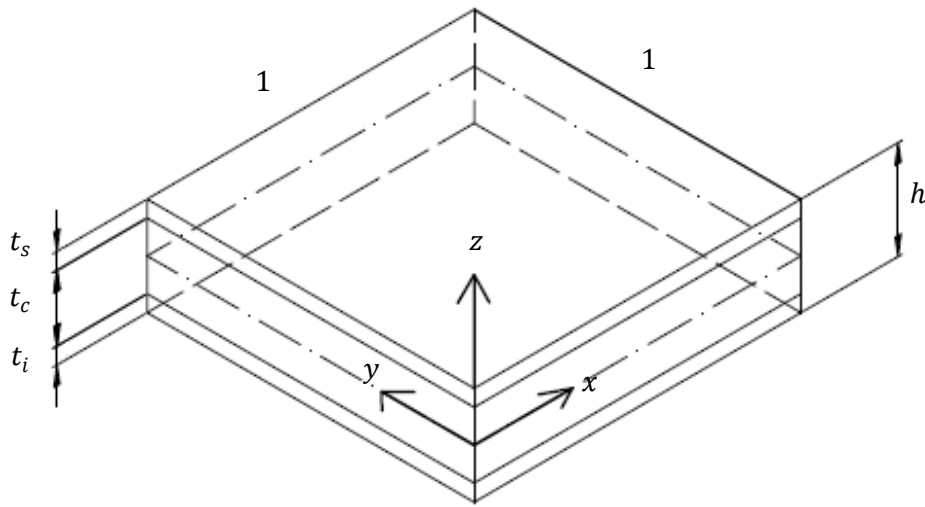
$$k = \frac{f_{ctm}}{f_{cm}}$$
(106)

Če je zadoščeno neenačbi (95), obravnavamo lupinasti element kot nerazpokan. Če neenačbi (95) ni zadoščeno, obravnavamo lupinasti element kot razpokan.

Če ugotovimo, da je element nerazpokan oz. da je zadoščeno neenačbi (95), je edina potrebna kontrola preverjanje ali so minimalne glavne napetosti manjše od projektne tlačne trdnosti betona f_{cd} . V računu lahko upoštevamo večosno napetostno stanje v definiciji za trdnost betona f_{cd} in jo ustrezno povečamo.

Če ugotovimo, da je element razpokan oz. če neenačbi (95) ni zadoščeno, pa standard SIST EN 1992-2 v dodatku LL predpisuje, da lahko uporabimo za dimenzioniranje in izračun notranjih sil elementa t.i. »sendvič« model. T.i. sendvič model je uporaben predvsem zato, ker lahko z tako modeliranim elementom prevedemo izvenravninske upogibne in torzijske momente v rezultante napetosti (sile), ki obremenjujejo posamezno zunanjo plast sendvič modela, katerim prištejemo še ravninske osne in strižne sile, ki obremenjujejo element.

V t.i. »sendvič« modelu so definirane tri plasti (Slika 16: "Sendvič" model): zunanji dve plasti zagotavljata odpornost membranskim obremenitvam, ki izvirajo iz $n_{Edx}, n_{Edy}, n_{Edxy}, m_{Edx}, m_{Edy}, m_{Edxy}$, notranja plast pa zagotavlja odpornost strižnim silam v_{Edx}, v_{Edy} .



Slika 16: "Sendvič" model (SIST EN 1992-2, 2005, str. 69)

Notranjo plast dimenzioniramo v skladu s poglavjem 2.2.4, kjer v računu upoštevamo glavne strižne sile, njihovo smer in komponente vzdolžne armature v tej smeri.

Če obravnavamo element kot da je razpokan, izračunamo sile v zunanjih plasteh »sendvič« modela z naslednjimi enačbami (slika 17 in slika 18):

$$n_{Edxs} = n_{Edx} \frac{z_x - y_{xs}}{z_x} + \frac{m_{Edx}}{z_x} \quad (107)$$

$$n_{Edxi} = n_{Edx} \frac{z_x - y_{xi}}{z_x} - \frac{m_{Edx}}{z_x} \quad (108)$$

$$n_{Edys} = n_{Edy} \frac{z_y - y_{ys}}{z_y} + \frac{m_{Edy}}{z_y} \quad (109)$$

$$n_{Edyi} = n_{Edy} \frac{z_y - y_{yi}}{z_y} - \frac{m_{Edy}}{z_y} \quad (110)$$

$$n_{Edyxs} = n_{Edyx} \frac{z_{yx} - y_{yxs}}{z_{yx}} - \frac{m_{Edyx}}{z_{yx}} \quad (111)$$

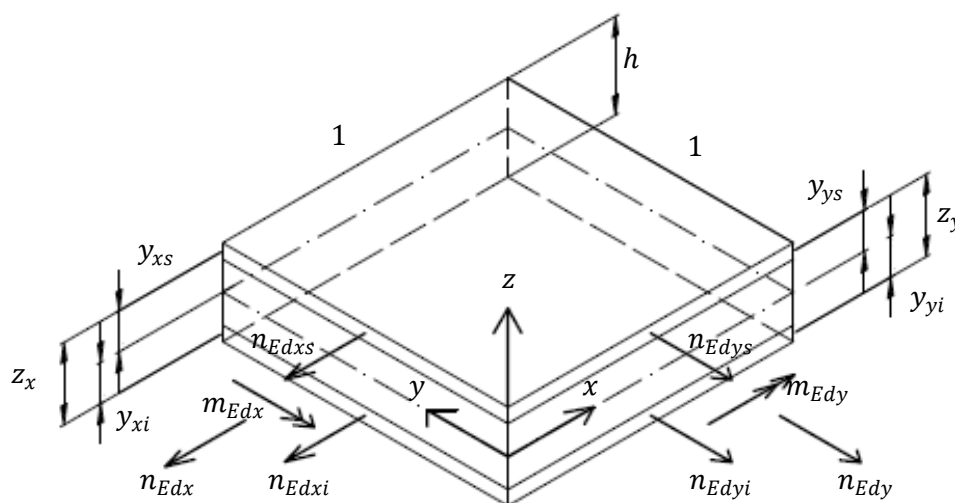
$$n_{Edyxi} = n_{Edyx} \frac{z_{yx} - y_{yxi}}{z_{yx}} + \frac{m_{Edyx}}{z_{yx}} \quad (112)$$

$$n_{Edxys} = n_{Edxy} \frac{z_{xy} - y_{xys}}{z_{xy}} - \frac{m_{Edxy}}{z_{xy}} \quad (113)$$

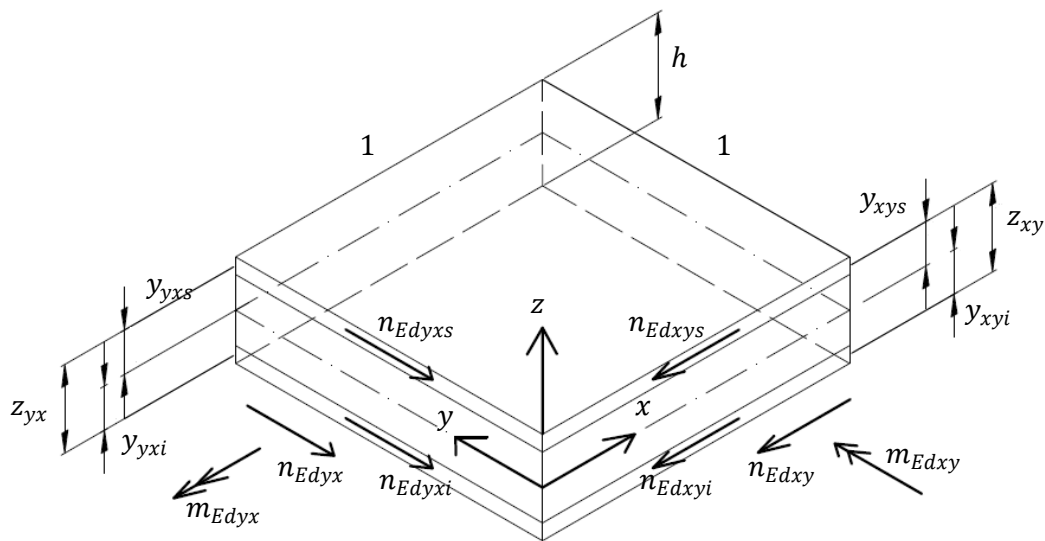
$$n_{Edxyi} = n_{Edxy} \frac{z_{xy} - y_{xyi}}{z_{xy}} + \frac{m_{Edxy}}{z_{xy}}, \quad (114)$$

kjer so:

- vrednosti z_x in z_y so ročice notranjih sil za upogibne momente in membranske osne sile,
- vrednosti $y_{xs}, y_{xi}, y_{ys}, y_{yi}$ so razdalje od težišča ojačilne armature do osrednje ravnine lupinastega elementa v x in y smereh v povezavi z upogibnimi in osnimi membranskimi silami; zato $z_x = y_{xs} + y_{xi}$ in $z_y = y_{ys} + y_{yi}$,
- vrednosti $y_{yxs}, y_{yxi}, y_{xys}, y_{xyi}$ so razdalje od težišča armature do osrednje ravnine lupinastega elementa v povezavi s torzijskimi momenti in membranskimi strižnimi silami v ravnini; zato $z_{yx} = y_{yxs} + y_{yxi}$ in $z_{xy} = y_{xys} + y_{xyi}$.



Slika 17: Osne sile v zunanjih plasteh zaradi upogibnih in normalnih osnih komponent vektorja obremenitve lupine (SIST EN 1992-2, 2005, str. 71)



Slika 18: Membranske strižne sile v zunanjih plasteh zaradi torzijskih in strižnih komponent obremenitve lupinastega elementa (SIST EN 1992-2, 2005, str. 71)

Dimenzioniranje zunanjih plasti

Zunanji plasti elementov se po standardu SIST EN 1992-2 na podlagi analize konstrukcije dimenzionira kot membranske elemente v skladu s poglavjem 6.109 (Membranski elementi) in skladno z dodatkom F. Oba podajata omejitve pri dimenzioniranju glede dovoljenih napetosti v betonu in armaturi in načine, kako se kombinirajo vplivi za določanje prečnih prerezov armature v posameznih slojih in v posameznih smereh.

Za določitev vrednosti membranskih sil v zunanjih plasteh moramo najprej določiti ročice notranjih sil. V osnovi lahko izberemo poenostavljen postopek za določitev vrednosti ročic notranjih sil v skladu z enačbami (115) do (120). Poenostavljen postopek predpostavlja enake ročice notranjih sil v x in y smereh. To pomeni, da določimo položaj armature na enakih oddaljenostih od osrednje ravnine elementa v obeh zunanjih slojih in v obeh med seboj ortogonalnih smereh. Namesto spodnjih indeksov x in y pišemo indeks n , ki predstavlja normalne napetosti, namesto spodnjih indeksov xy in yx pišemo indeks t , ki predstavlja strižne napetosti.

$$y_{ns} = y_{xs} = y_{ys} \quad (115)$$

$$y_{ni} = y_{xi} = y_{yi} \quad (116)$$

$$y_{ts} = y_{xys} = y_{yx} \quad (117)$$

$$y_{ti} = y_{xyi} = y_{yxi} \quad (118)$$

$$z_x = z_y = z_n = y_{ns} + y_{ni} \quad (119)$$

$$z_{xy} = z_{yx} = z_t = y_{ts} + y_{ti} \quad (120)$$

Če predpostavimo debelino zunanjih plasti kot dvakratnik debeline krovnega sloja, lahko v splošnem razliko med z_n in z_t zanemarimo, zato velja še:

$$y_{ns} = y_{ts} = y_s \quad (121)$$

$$y_{ni} = y_{ti} = y_i \quad (122)$$

$$z_n = z_t = z. \quad (123)$$

Na osnovi zgornjih predpostavk, lahko sile v zunanjih plasteh izračunamo:

a) v primeru, ko ne potrebujemo strižne armature za prevzem prečnih sil v_{Edx} in v_{Edy} :

$$n_{Edxs} = n_{Edx} \frac{z - y_s}{z} + \frac{m_{Edx}}{z} \quad (124)$$

$$n_{Edxi} = n_{Edx} \frac{z - y_i}{z} - \frac{m_{Edx}}{z} \quad (125)$$

$$n_{Edys} = n_{Edy} \frac{z - y_s}{z} + \frac{m_{Edy}}{z} \quad (126)$$

$$n_{Edyi} = n_{Edy} \frac{z - y_i}{z} - \frac{m_{Edy}}{z} \quad (127)$$

$$n_{Edxys} = n_{Edxy} \frac{z - y_s}{z} - \frac{m_{Edxy}}{z} \quad (128)$$

$$n_{Edxyi} = n_{Edxy} \frac{z - y_i}{z} + \frac{m_{Edxy}}{z}, \quad (129)$$

b) v primeru, ko za prevzem prečnih sil v_{Edx} in v_{Edy} potrebujemo strižno armaturo pa velja

$$n_{Edxs} = n_{Edx} \frac{z - y_s}{z} + \frac{m_{Edx}}{z} + \frac{1}{2} \frac{v_{Edx}^2}{v_{Ed0}} \cot \theta \quad (130)$$

$$n_{Edxi} = n_{Edx} \frac{z - y_i}{z} - \frac{m_{Edx}}{z} + \frac{1}{2} \frac{v_{Edx}^2}{v_{Ed0}} \cot \theta \quad (131)$$

$$n_{Edys} = n_{Edy} \frac{z - y_s}{z} + \frac{m_{Edy}}{z} + \frac{1}{2} \frac{v_{Edy}^2}{v_{Ed0}} \cot \theta \quad (132)$$

$$n_{Edyi} = n_{Edy} \frac{z - y_i}{z} - \frac{m_{Edy}}{z} + \frac{1}{2} \frac{v_{Edy}^2}{v_{Ed0}} \cot \theta \quad (133)$$

$$n_{Edxys} = n_{Edxy} \frac{z - y_s}{z} - \frac{m_{Edxy}}{z} + \frac{1}{2} \frac{v_{Edx} v_{Edy}}{v_{Ed0}} \cot \theta \quad (134)$$

$$n_{Edxyi} = n_{Edxy} \frac{z - y_i}{z} + \frac{m_{Edxy}}{z} + \frac{1}{2} \frac{v_{Edx} v_{Edy}}{v_{Ed0}} \cot \theta. \quad (135)$$

Zadnji členi v enačbah (130) do (135) predstavljajo povečanje membranskih sil v posameznem sloju zaradi rezultirajoče strižne sile $v_{Ed0} \cot \theta$ iz modela nadomestnega paličja. To pomeni, da se povečajo membranske sile v posamezni plasti in v posamezni smeri, kar predstavlja povečanje potrebnega prereza armature za armiranje elementa. Silo v_{Ed0} izračunamo s pomočjo izraza (136).

$$v_{Ed0} = \sqrt{v_{Edx}^2 + v_{Edy}^2} \quad (136)$$

Na tak način lahko izračunamo membranske sile v zunanjih plasteh. Na podlagi teh sil dimenzioniramo izbran element kot membranski element. Pri dimenzioniranju uporabimo pravila in določila iz standarda SIST EN 1992-2 v poglavju 6.109 in dodatku F. Pravila in enačbe iz standarda so opisane v nadaljevanju.

V dodatku F standarda SIST EN 1992-2 najdemo izraze, ki določajo omejitve za napetosti pri računu natezne armature v elementih, ki so obremenjeni z membranskimi silami in kako le te kombiniramo v prave izraze za dimenzioniranje. Podaja tudi izraze za kontrolo napetosti v betonu. Kombiniranje gre v smislu seštevanja prispevkov v posamezni plasti in posamezni smeri. Upoštevati moramo tudi, da dodatek F standarda SIST EN 1992-2 ne vsebuje izrazov za tlačno armaturo.

Pri interpretaciji enačb moramo paziti na pozitivne smeri notranjih sil, saj Dogovor o smereh v dodatku F standarda SIST EN 1992-2 sledi tistim iz EN 1992-1-1 in je različen tistemu, ki je uporabljen v poglavju 6.109 ter dodatkih LL in MM standarda SIST EN 1992-2.

Natezna armatura se v elementu pod vplivom ravninskih ortogonalnih napetosti σ_{Edx} , σ_{Edy} , τ_{Edxy} lahko izračuna po postopku, ki je podan v nadaljevanju. Tlačne napetosti vzamemo kot pozitivne, pri tem je $\sigma_{Edx} > \sigma_{Edy}$, smer armature mora sovpadati z osema x in y .

Primerjalna natezna trdnost, ki jo zagotavlja armatura, se določi z:

$$\begin{aligned} f_{tdx} &= \rho_x f_{yd} \\ f_{tdy} &= \rho_y f_{yd}, \end{aligned} \tag{137}$$

pri čemer sta ρ_x in ρ_y geometrijski stopnji armiranja vzdolž x in y osi.

Armatura računsko ni potrebna

Na mestih, kjer sta obe napetosti σ_{Edx} in σ_{Edy} tlačni in velja $\sigma_{Edx} \sigma_{Edy} > \tau_{Edxy}^2$, armatura računsko ni potrebna. Kljub temu moramo paziti, da največja tlačna napetost v betonu ne preseže projektne tlačne trdnosti betona f_{cd} .

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_C} \tag{138}$$

kjer sta:

γ_C delni varnosti faktor za beton,

α_{cc} pa koeficient, ki upošteva dolgotrajne učinke obtežbe in neugodne učinke načina nanosa obtežbe na tlačno trdnost betona (vrednost koeficienta, ki se uporablja v posamezni državi, mora biti med 0,8 in 1,0 in podana v njenem nacionalnem dodatku. Priporočena vrednost je 1,0).

Armatura je računsko potrebna

Na mestih, kjer je napetost σ_{Edy} natezna ali velja $\sigma_{Edx} \sigma_{Edy} \leq \tau_{Edxy}^2$, je potrebno element armirati.

Pri kotu $\theta = 45^\circ$, ki daje optimalno armaturo, so v nadaljevanju napetosti označene z zgornjim indeksom ' in napetosti v betonu so izražene z:

za $\sigma_{Edx} \leq |\tau_{Edxy}|$

$$f'_{tdx} = |\tau_{Edxy}| - \sigma_{Edx} \quad (139)$$

$$f'_{tdy} = |\tau_{Edxy}| - \sigma_{Edy} \quad (140)$$

$$\sigma_{cd} = 2|\tau_{Edxy}|, \quad (141)$$

za $\sigma_{Edx} > |\tau_{Edxy}|$

$$f'_{tdx} = 0 \quad (142)$$

$$f'_{tdy} = \frac{\tau_{Edxy}^2}{\sigma_{Edx}} - \sigma_{Edy} \quad (143)$$

$$\sigma_{cd} = \sigma_{Edx} \left(1 - \left(\frac{\tau_{Edxy}}{\sigma_{Edx}} \right)^2 \right). \quad (144)$$

Napetost v betonu σ_{cd} , ki jo v odvisnosti od pogojev napetosti dobimo iz enačb (141) ali (144), moramo preveriti z realnim modelom razpokanih prereзов (v skladu z SIST EN 1992-2, poglavje 6.109); enačbe (152) – (155).

Najmanjše prečne prereze armature za armiranje elementa dobimo, če smeri armature sovpadajo s smermi glavnih napetosti.

V osnovnem primeru oz. pri poljubno izbranem kotu θ je podana še alternativna možnost za izračun potrebne armature in napetosti v betonu:

$$f_{tdx} = |\tau_{Edxy}| \cot \theta - \sigma_{Edx} \quad (145)$$

$$f_{tdy} = |\tau_{Edxy}| / \cot \theta - \sigma_{Edy} \quad (146)$$

$$\sigma_{cd} = |\tau_{Edxy}| \left(\cot \theta + \frac{1}{\cot \theta} \right) \quad (147)$$

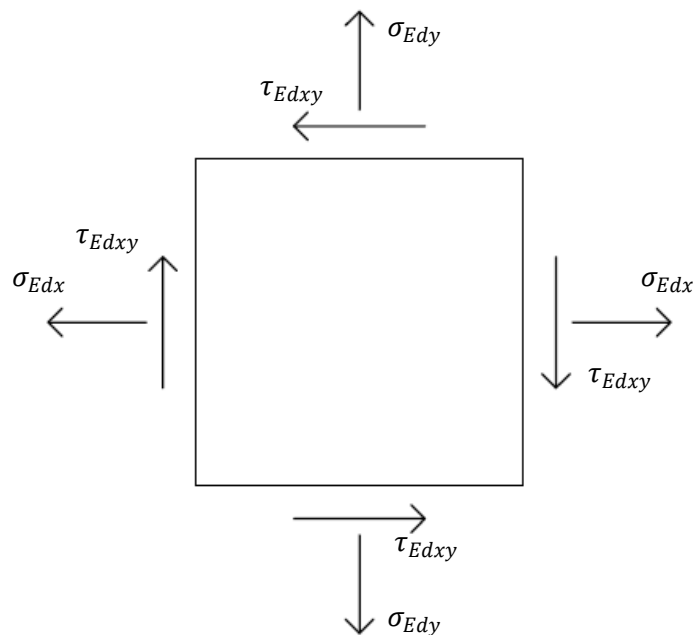
kjer je θ kot med glavno tlačno napetostjo v betonu in x osjo.

Vrednost $\cot \theta$ izberemo tako, da se izognemo tlačni vrednosti za f_{td} (f_{tdx} in f_{tdy}).

V izogib nesprejemljivim razpokam v mejnem stanju uporabnosti in da se omogoči potrebna sposobnost deformacij v mejnem stanju nosilnosti, potrebna armatura, ki smo jo izračunali iz enačb (145) in (146) za vsako smer, ne sme biti več kot dvakrat večja in ne manj kot pol manjša od armature, ki smo jo izračunali iz enačb (139) in (140) oz. iz enačb (142) in (143). Te omejitve lahko izrazimo z:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}f'_{tdx} &\leq f_{tdx} \leq 2f'_{tdx} \\ \frac{1}{2}f'_{tdy} &\leq f_{tdy} \leq 2f'_{tdy} \end{aligned} \quad (148)$$

Na drugi strani najdemo v poglavju 6.109 standarda SIST EN 1992-2 omejitve in izraze, ki omejujejo napetosti v betonu. Poglavje 6.109 pravi, da lahko membranske elemente uporabimo za dimenzioniranje dvo-dimenzionalnih betonskih elementov, obremenjenih z notranjimi silami, ki jih izračunamo z analizo s pomočjo linearne metode končnih elementov. Membranski elementi so obremenjeni le z obremenitvami v ravnini elementa oz. napetostmi σ_{Edx} , σ_{Edy} , τ_{Edxy} , kot je prikazano na sliki 19.



Slika 19: Membranski element (SIST EN 1992-2, 2005, str. 34)

Kot rezultat uporabe metode končnih elementov v analizi, dobimo rezultate v obliki napetosti, medtem ko so izrazi, podani v standardih predstavljeni v obliki resultant napetosti kot so npr. strižne sile in upogibni momenti. Pravila za dimenzioniranje elementov, v katerih uporabljamo rezultate v obliki resultant napetosti za upogib in strig, najdemo v poglavjih 6.1 in 6.2 v standardu SIST EN 1992-2. Pravila za membranske elemente, predstavljene v poglavju 6.109 standarda SIST EN 1992-2, pa predstavljajo način dimenzioniranja direktno iz napetosti, ki jih dobimo na dvo-dimenzionalnem

modelu končnega elementa. Dogovor o smereh napetosti je prikazan na Slika 19: Membranski element. Standard SIST EN 1992-2 v poglavju 6.109 navaja, da so pravila za dimenzioniranje membranskih elementov namenjena tudi za uporabo z elementi, ki so obremenjeni z upogibom in torzijo v povezavi z uporabo »sendvič« modela iz dodatka LL, kakršnega smo uporabili predhodno. Iz standarda SIST EN 1992-2, dodatek LL izračunamo notranje sile v posameznem sloju oz. membranskem elementu, jih prevedemo v napetosti in jih primerjamo z predpisanimi iz poglavja 6.109 standarda SIST EN 1992-2.

Standard SIST EN 1992-2 nam v dodatku F nam podaja enačbe za dimenzioniranje armature. Vendar moramo biti pri reševanju enačb iz tega dodatka previdni, saj se dogovor o smereh za napetosti v tem dodatku razlikuje od tistega, podanega v poglavju 6.109 standarda SIST EN 1992-2 oz. na sliki 19 (v dodatku F je tlak označen kot pozitiven, v poglavju 6.109 standarda SIST EN 1992-2 pa kot negativen). Splošne enačbe iz dodatka F standarda SIST EN 1992-2 zato izpeljemo na novo tako, da so kompatibilne s sliko 19.

$$\rho_x \sigma_{sx} = |\tau_{Edxy}| \cot \theta + \sigma_{Edx} \leq \rho_x f_{yd,x} \quad (149)$$

$$\rho_y \sigma_{sy} = |\tau_{Edxy}| \tan \theta + \sigma_{Edy} \leq \rho_y f_{yd,y} \quad (150)$$

$$\sigma_{cd} = -|\tau_{Edxy}| (\tan \theta + \cot \theta) \leq \sigma_{cd,max} \quad (151)$$

kjer so:

- ρ_i stopnja armiranja, kjer spodnji indeks označuje smer ($i = x, y$),
- σ_{si} napetost v armaturi ($i = x, y$),
- $f_{yd,i}$ projektna meja elastičnosti armature ($i = x, y$),
- θ naklon med predpostavljeno tlačno diagonalo in x osjo,
- $\sigma_{cd,max}$ maksimalna tlačna napetost v betonu.

Pomembne omejitve v dodatku F standarda SIST EN 1992-2 in v enačbah (149) – (151) so v tem, da mora biti armatura poravnana z x in y osjo v modelu za analizo in ne sme biti postavljena poševno.

Kontrola napetosti v betonu

Izračunana tlačna napetost v betonu, ki se nanaša na enačbo (151), ne sme presegati maksimalne napetosti, katera je odvisna od izračunanih elastičnih glavnih napetosti. Standard SIST EN 1992-2 pozna tri mejne primere.

- a) Če sta obe glavni napetosti tlačni, je maksimalna vrednost tlačne napetosti v betonu (t.j. za enoosni ali dvoosni tlak in strig, če sta maksimalni in minimalni glavni napetosti iz elastične analize σ_1 in σ_2 obe tlačni, je maksimalna dovoljena napetost v betonu):

$$\sigma_{cd \max} = 0,85 f_{cd} * \frac{1 + 3,80\alpha}{(1 + \alpha)^2}, \quad (152)$$

kjer je $\alpha = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \leq 1$ razmerje med dvema glavnima napetostma.

- b) Če je bila uporabljena plastična analiza z upoštevanjem $\theta = \theta_{el}$ in je najmanj ena glavna napetost natezna, napetost v armaturi pa ni dosegla meje tečenja, potem je maksimalna vrednost tlačne napetosti v betonu (t.j. če je najmanj ena od glavnih napetosti v nategu in obe napetosti v armaturi, izračunanih iz enačb (149) in (151) z $\theta = \theta_{el}$, manjše ali enake meji tečenja, je maksimalna vrednost tlačne napetosti v betonu):

$$\sigma_{cd \max} = f_{cd} \left[0,85 - \frac{\sigma_s}{f_{yd}} (0,85 - \nu) \right], \quad (153)$$

kjer je σ_s maksimalna natezna napetost v armaturi in

$$\nu = 0,6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \quad (154)$$

f_{ck} v [MPa].

Dovoljen tlačna napetost zato variira od vrednosti $0,85 f_{cd}$ do vrednosti νf_{cd} .

- c) Če je bila uporabljena plastična analiza in je dosežena meja tečenja v armaturi v katerikoli smeri, potem je maksimalna vrednost tlačne napetosti v betonu:

$$\sigma_{cd \max} = \nu f_{cd} (1 - 0,032 |\theta - \theta_{el}|) \quad (155)$$

kjer sta:

θ_{el} (v stopinjah) je (inclination) odklon glavne tlačne napetosti od x osi v elastični analizi.

θ (v stopinjah) je kot med smerjo glavne tlačne napetosti v napetostnem polju betona v mejnem stanju nosilnosti in x osjo.

V enačbi (155) je $|\theta - \theta_{el}|$ omejen na 15° .

Izračun potrebnega prečnega prereza armature

Če sedaj povzamemo opisane izraze in kontrole, lahko enačbe za kontrolo betonskega prereza in za dimenzioniranje armature v zunanjih plasteh sendvič modela zapišemo v obliki:

Kontrola napetosti v betonu:

$$\sigma_{cd} t = -|n_{Edxy}|(\tan \theta + \cot \theta) \leq -\sigma_{cd \max} t. \quad (156)$$

Potrebno odpornost armature v smereh x in y za zgornjo plast dobimo z

$$n_{Rdxs} = n_{Edxs} + |n_{Edxys}| \cot \theta \quad (157)$$

$$n_{Rdys} = n_{Edys} + \frac{|n_{Edxys}|}{\cot \theta}, \quad (158)$$

potrebno odpornost armature v smereh x in y za spodnjo plast pa dobimo z

$$n_{Rdxi} = n_{Edxi} + |n_{Edxyi}| \cot \theta \quad (159)$$

$$n_{Rdyi} = n_{Edyi} + \frac{|n_{Edxyi}|}{\cot \theta}. \quad (160)$$

V primeru, ko dobimo iz zgornjih enačb potrebne odpornosti armature negativne za posamezno smer in posamezno plast, izračunamo »nove« potrebne odpornosti armature in kontrolo napetosti v betonskem prerezu s pomočjo naslednji izrazov:

$$\text{če } n_{Rdys} < 0, \text{ potem je } n_{Rdxs} = n_{Edxs} + \sqrt{\frac{n_{Edxys}^2}{n_{Edys}}} \quad (161)$$

$$\sigma_{cd} t_s = n_{Edys} + \frac{n_{Edxys}^2}{n_{Edys}} \leq -\sigma_{cd \max} t_s$$

$$\text{če } n_{Rdxs} < 0, \text{ potem je } n_{Rdys} = n_{Edys} + \sqrt{\frac{n_{Edxys}^2}{n_{Edxs}}} \quad (162)$$

$$\sigma_{cd} t_s = n_{Edxs} + \frac{n_{Edxys}^2}{n_{Edxs}} \leq -\sigma_{cd \max} t_s$$

$$\begin{aligned} \text{če } n_{Rdyi} < 0, \text{ potem je } n_{Rdxi} &= n_{Edxi} + \left| \frac{n_{Edxyi}^2}{n_{Edyi}} \right| \\ \sigma_{cd} t_i &= n_{Edyi} + \frac{n_{Edxyi}^2}{n_{Edyi}} \leq -\sigma_{cd \max} t_i \end{aligned} \quad (163)$$

$$\begin{aligned} \text{če } n_{Rdxi} < 0, \text{ potem je } n_{Rdyi} &= n_{Edyi} + \left| \frac{n_{Edxyi}^2}{n_{Edxi}} \right| \\ \sigma_{cd} * t_i &= n_{Edxi} + \frac{n_{Edxyi}^2}{n_{Edxi}} \leq -\sigma_{cd \max} t_i. \end{aligned} \quad (164)$$

Če se kontrola tlačnih napetosti v betonu v izrazu (156) oz. v izrazih (161) do (164) izide, lahko izračunamo potreben prečni prerez armature za zgornjo plast

$$A_{Sxs} = \frac{n_{Rdxs}}{f_{yd}} \quad (165)$$

$$A_{Sys} = \frac{n_{Rdys}}{f_{yd}} \quad (166)$$

in podobno za spodnjo plast

$$A_{Sxi} = \frac{n_{Rdxi}}{f_{yd}} \quad (167)$$

$$A_{Syi} = \frac{n_{Rdyi}}{f_{yd}}. \quad (168)$$

Če kontroli glede napetosti v betonu v enačbi (156) oz. v izrazih (161) do (164) ni zadoščeno, postopamo v skladu z naslednjimi priporočili:

- a) Povečamo krovni sloj betona in posledično zmanjšamo ročico notranjih sil v zunanjih plasteh. Ob konstantni debelini elementa to pomeni, da armaturo »premaknemo« k sredini.
- b) Uporabimo različne vrednosti za z_n in z_t vendar $z_n > z_t$; napetost v betonu seštevamo vektorsko
- c) Povečamo debelino plasti, da zadostimo kontroli betona, položaj armature pustimo nespremenjen. To pomeni, da armatura ne bo ležala na sredini plasti; posledica je

povečanje notranjega upogibnega momenta, ki ga je potrebno uravnovežiti. Nove notranje sile v armaturi določimo z uporabo naslednjih enačb:

$$n_{Eds}^* = \left[n_{Eds} \left(h - \frac{t_s}{2} - b'_i \right) + n_{Edi} \left(\frac{t_i}{2} - b'_i \right) \right] / (h - b'_i - b'_s) \quad (169)$$

$$n_{Edi}^* = n_{Eds} + n_{Edi} - n_{Eds}^* \quad (170)$$

kjer so

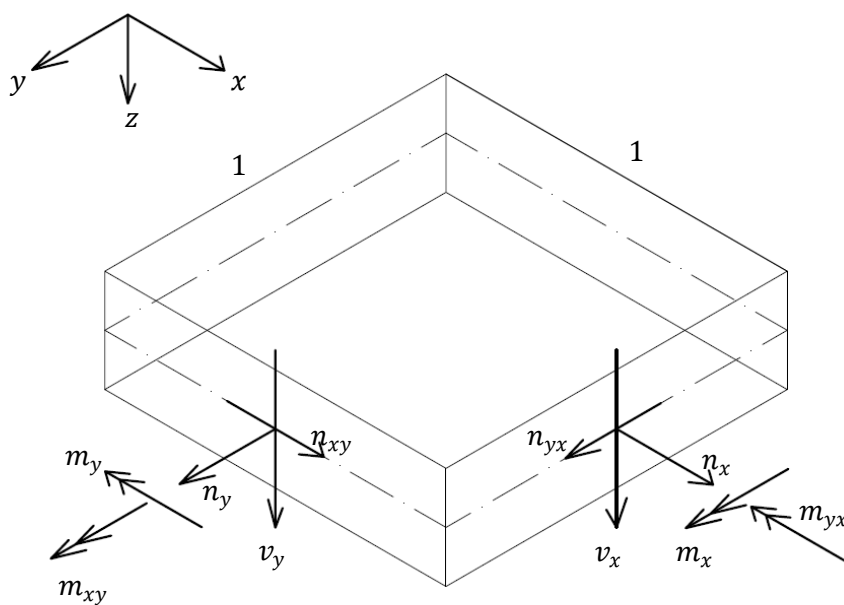
t_s in t_i debelini zgornje in spodnje plasti »sendvič« modela

$b'_{i,s}$ je razdalja od zunanje površine plasti do osi armature v obravnavani plasti

2.2 Dimenzioniranje na prečne sile

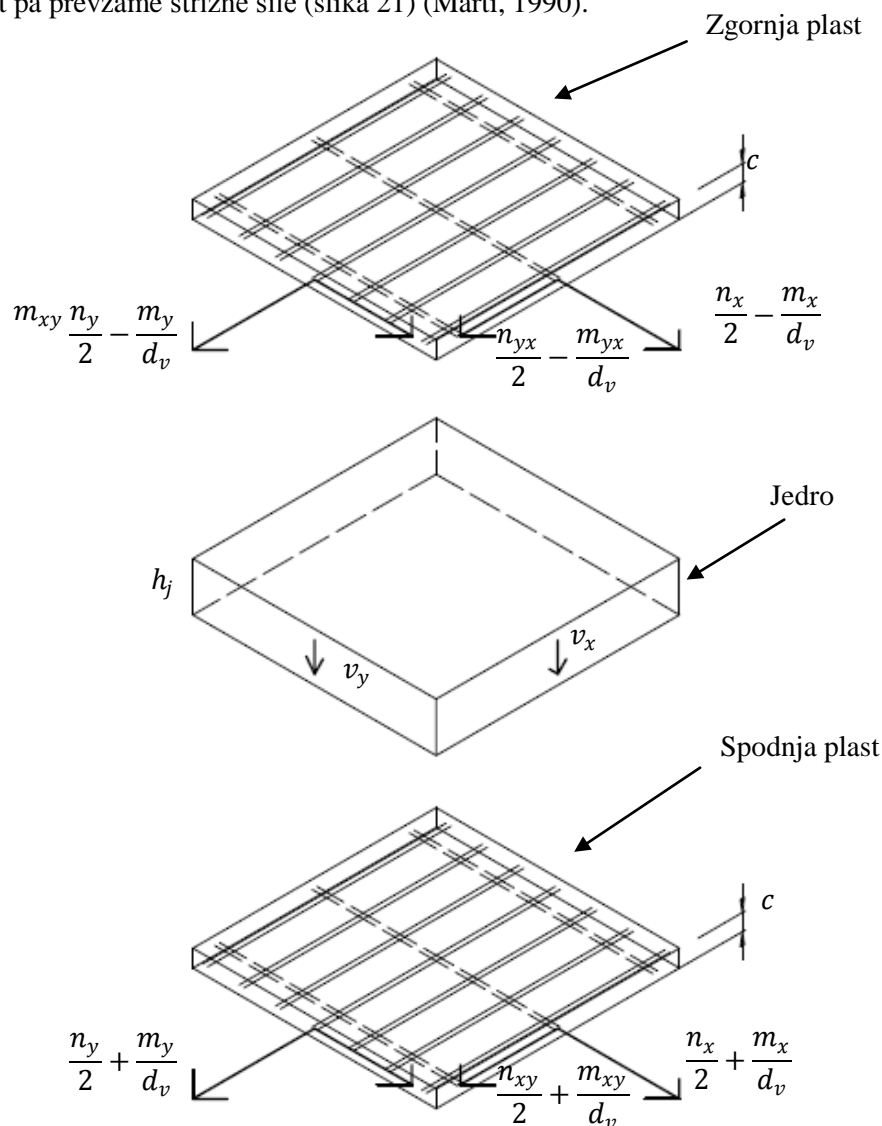
2.2.1 Postopek po predlogu Petra Martija

V splošnem so lupinasti elementi obremenjeni z osmimi rezultantami napetosti. To so tri membranske komponente n_x, n_y in $n_{xy} = n_{yx}$, dve komponenti prečne sile v_x in v_y , dva upogibna momenta m_x in m_y ter torzijski moment $m_{xy} = m_{yx}$ (**Napaka! Vira sklicevanja ni bilo mogoče najti.**)



Slika 20: Rezultante napetosti v elementu (Marti, 1990)

Tudi tukaj lahko splošen element razdelimo na tri dele (plasti) z uporabo t.i. »sendvič« modela. Pri tem modelu je predpostavljeno, da zunanji plasti elementa prevzameta momente in membranske sile, srednja plast pa prevzame strižne sile (slika 21) (Marti, 1990).



Slika 21: "Sendvič" model (Marti, 1990)

Kot osnovni približek predpostavimo, da srednja ravnina zunanjih dveh plasti sovpada z težišči armature v teh plasteh. Če predpostavimo enako debelino zunanjih plasti in jo označimo kot c , je ročica notranjih sil za ravninske sile v zunanjih elementih d_v enaka efektivni strižni debelini srednje plasti (jedra).

$$\begin{aligned} d_v &= h - c \\ h_j &= h - 2c \end{aligned} \tag{171}$$

h v enačbi (171) je debelina elementa.

V zunanjih plasteh »sendvič« modela tlačna trdnost betona običajno ni polno izkoriščena zaradi predpostavke o debelini zunanjih plasti in je približek za vrednost d_v na varni strani. Običajno ni potreben ponovni račun, saj je napaka v primerjavi z »pravo« vrednostjo d_v relativno majhna. V običajnih primerih je vrednost d_v med $0,8h$ in $0,9h$. V nekaterih primerih pa lahko vrednost d_v tudi precenimo. V takih primerih tlačna trdnost betona v zunanjih plasteh »sendvič« modela ne zadostuje oz. je premajhna (Marti, 1990). Taki primeri pa so redki in zato niso posebej obravnavani v tem delu.

Dimenzioniranje

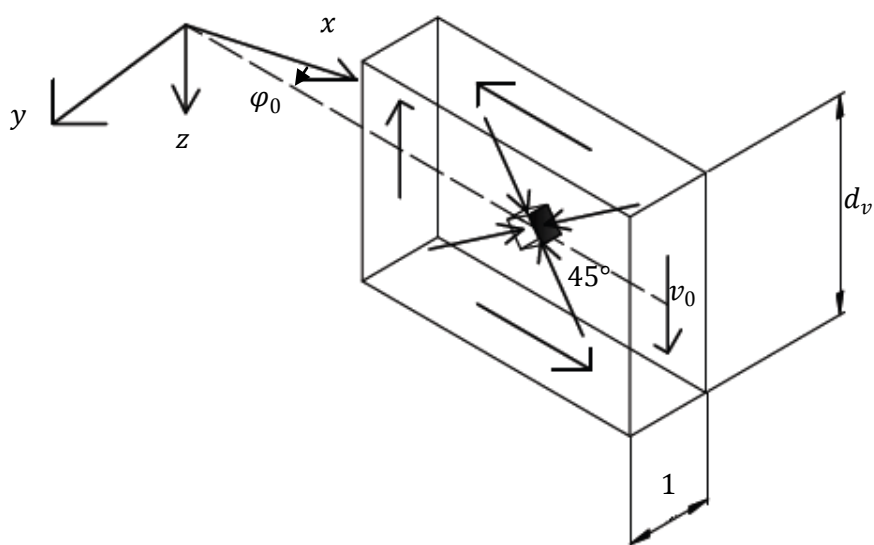
Dimenzioniranje elementa na prečni strig je odvisno od tega, ali je srednji sloj (jedro) »sendvič« modela razpokan ali ne. Predlagana meja vrednosti $0,17\sqrt{f'_c}$ [MPa] za nazivno strižno napetost v_0/d_v omogoča, da na podlagi te vrednosti v zelo poenostavljenem in konzervativnem smislu ocenimo, ali je jedro (srednja plast) elementa razpokano ali ne. V primeru nerazpokanega jedra ne potrebujemo dodatnega strižnega armiranja elementa in ni potrebe po dodatni vzdolžni armaturi v zunanjih plasteh elementa. V primeru, ko se pojavijo diagonalne razpoke v jedru, pa lahko uporabimo predstavljeno metodo, s katero zagotovimo potrebno strižno armaturo v elementu in dodatno vzdolžno armaturo v zunanjih plasteh elementa. Glavno strižno silo v_0 izračunamo s pomočjo enačbe

$$v_0^2 = v_x^2 + v_y^2. \quad (172)$$

Nerazpokano jedro

Če zagotovimo, da nazivne strižne napetosti zaradi glavne strižne sile v_0/d_v ne presegajo mejne $0,17\sqrt{f'_c}$ [MPa], potem v srednji plasti (jedru) ni diagonalnih razpok. V tem primeru se v jedru razvije stanje čistega striga (slika 22) in prečna sila v prerezu nima vpliva na ravninske sile v zunanjih plasteh. Zaradi tega ni potrebno strižno armiranje in ni potrebno povečanje armature v zunanjih plasteh sendvič modela (Marti, 1990).

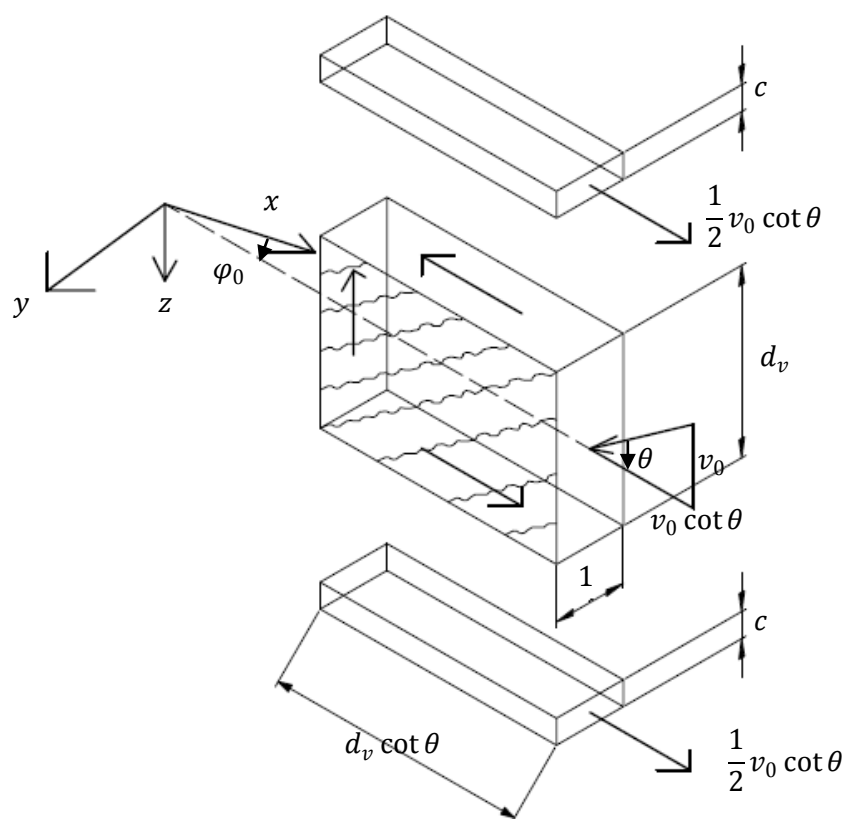
f'_c je zaradi razpokanosti betona zmanjšana tlačna trdnost betona f_c , določena na cilindru. Avtor navaja, da lahko empirične izraze za določanje f'_c najdemo v kanadskem standardu »Design of Concrete Structures for Buildings,« (CAN3-A23.3-M84), Canadian Standards Association, Rexdale, 1984, 281 pp. Ti izrazi niso posebej predstavljeni v tem delu.



Slika 22: Čisti strig v nerazpokanem jedru (Marti, 1990)

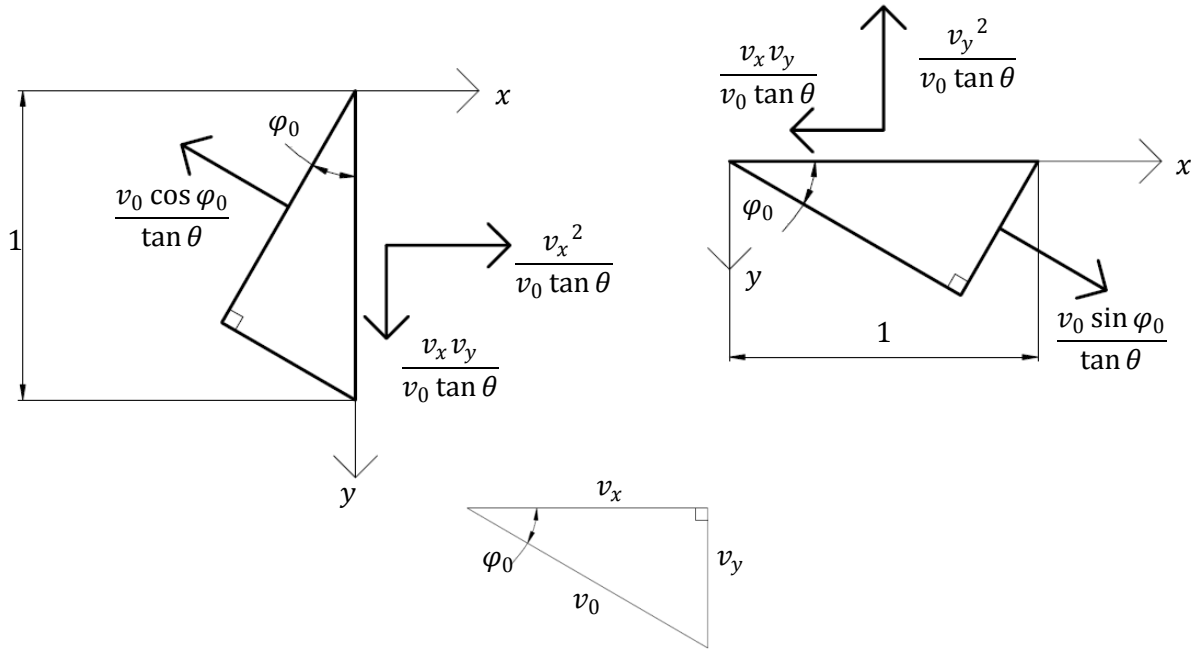
Razpokano jedro

Če vrednost v_0/d_v preseže mejno vrednost $0,17\sqrt{f'_c}$ [MPa], potem moramo upoštevati tudi diagonalno razpokanost jedra. V tem primeru moramo element strižno armirati in povečati armaturo v zunanjih plasteh sendvič modela zaradi vpliva prečnih sil (Marti, 1990).



Slika 23: Tlačne razpore v razpokanem jedru (Marti, 1990)

Slika 23: Tlačne razpore v razpokanem jedru prikazuje obravnavan del elementa višine d_v , širine 1 in dolžine $d_v \cot \theta$, ki je obremenjen s prečno silo. Horizontalno komponento diagonalne tlačne sile v jedru $v_0 \cot \theta$ uravnatežimo z membranskimi silami v zunanjih plasteh, katere lahko izračunamo s pomočjo slike 24.



Slika 24: Membranske sile, ki uravnotežijo $v_0 \cot \theta$ (Marti, 1990)

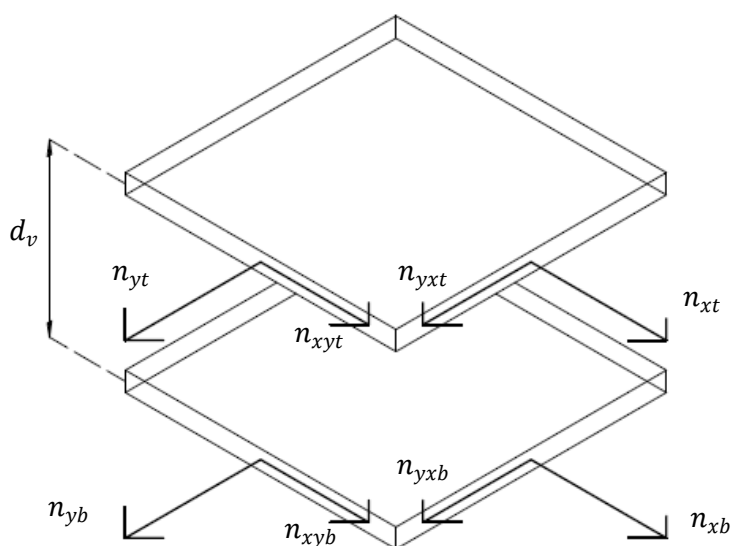
Vertikalno komponento strižne sile v_0 prevzamemo z vertikalnimi stremeni znotraj dolžine $d_v \cot \theta$ obravnavanega prereza. Potrebno površino prečnega prereza strižne armature A_v dobimo iz pogoja

$$v_0 \leq A_v f_y \frac{d_v \cot \theta}{s}, \quad (173)$$

kjer je

- A_v potrebna površina prečnega prereza strižne armature,
- s razmak med vertikalnimi stremeni.

Ko izračunamo potreben prečni prerez strižne armature, moramo povečati prečni prerez vzdolžne armature v zunanjih plasteh »sendvič« modela. Ob upoštevanju vseh vplivov dobimo na zunanji plasti elementa naslednje sile:



Slika 25: Sile, ki obremenjujejo zunanji plasti (Marti, 1990)

Sile predstavljene na sliki 25 izračunamo s pomočjo izrazov, predstavljenih v nadaljevanju. Spodnji indeksi x in y označujejo pripadajočo smer sil, spodnja indeksa t in b pa označujeta, ali se sila nahaja v zgornji (top) ali spodnji (bottom) plasti.

$$n_{xt} = -\frac{m_x}{d_v} + \frac{n_x}{2} + \frac{v_x^2}{2v_0 \tan \theta} \quad (174)$$

$$n_{yt} = -\frac{m_y}{d_v} + \frac{n_y}{2} + \frac{v_y^2}{2v_0 \tan \theta} \quad (175)$$

$$n_{yxt} = -\frac{m_{yx}}{d_v} + \frac{n_{yx}}{2} + \frac{v_x v_y}{2v_0 \tan \theta} \quad (176)$$

$$n_{xyt} = -\frac{m_{xy}}{d_v} + \frac{n_{xy}}{2} + \frac{v_x v_y}{2v_0 \tan \theta}$$

$$n_{xb} = \frac{m_x}{d_v} + \frac{n_x}{2} + \frac{v_x^2}{2v_0 \tan \theta} \quad (177)$$

$$n_{yb} = \frac{m_y}{d_v} + \frac{n_y}{2} + \frac{v_y^2}{2v_0 \tan \theta} \quad (178)$$

$$\begin{aligned}n_{yxb} &= \frac{m_{yx}}{d_v} + \frac{n_{yx}}{2} + \frac{v_x v_y}{2v_0 \tan \theta} \\n_{xyb} &= \frac{m_{xy}}{d_v} + \frac{n_{xy}}{2} + \frac{v_x v_y}{2v_0 \tan \theta}\end{aligned}\quad (179)$$

Ob uporabi strižne armature, ki je položena pravokotno na ravnino elementa, mora biti stopnja strižnega armiranja ρ_z

$$\rho_z = \frac{v_0}{d_v \cot \theta f_y} = \frac{v_0 \tan \theta}{d_v f_y}.\quad (180)$$

Armaturu v zunanjih plasteh dimenzioniramo tako, da seštejemo vplive notranjih sil in jih delimo z natezno trdnostjo uporabljenega jekla za armiranje. Potrebna odpornost armature, položene v dveh ortogonalnih smereh x in y je enaka $N_x + k|N_{xy}|$ in $N_y + \frac{1}{k}|N_{xy}|$, kjer je vrednost k poljubno pozitivno število, vrednosti N_x , N_y in N_{xy} pa so seštevki vplivov notranjih sil v smereh x in y (Marti, 1990). Dobimo:

$$a_x f_y \geq \frac{m_x}{d_v} + \frac{n_x}{2} + \frac{v_x^2}{2v_0 \tan \theta} + k \left| \frac{m_{xy}}{d_v} + \frac{n_{xy}}{2} + \frac{v_x v_y}{2v_0 \tan \theta} \right|\quad (181)$$

$$a_y f_y \geq \frac{m_y}{d_v} + \frac{n_y}{2} + \frac{v_y^2}{2v_0 \tan \theta} + \frac{1}{k} \left| \frac{m_{xy}}{d_v} + \frac{n_{xy}}{2} + \frac{v_x v_y}{2v_0 \tan \theta} \right|.\quad (182)$$

Vrednosti a_x in a_y v zgornjih enačbah predstavljata potrebne površine prerezov armature v spodnji plasti »sendvič« modela na enoto širine elementa.

Podobno dobimo za zgornjo plast:

$$a'_x f_y \geq -\frac{m_x}{d_v} + \frac{n_x}{2} + \frac{v_x^2}{2v_0 \tan \theta} + K \left| -\frac{m_{xy}}{d_v} + \frac{n_{xy}}{2} + \frac{v_x v_y}{2v_0 \tan \theta} \right|\quad (183)$$

$$a'_y f_y \geq -\frac{m_y}{d_v} + \frac{n_y}{2} + \frac{v_y^2}{2v_0 \tan \theta} + \frac{1}{K} \left| -\frac{m_{xy}}{d_v} + \frac{n_{xy}}{2} + \frac{v_x v_y}{2v_0 \tan \theta} \right|.\quad (184)$$

Vrednosti a'_x in a'_y v zgornjih enačbah predstavljata potrebne površine prerezov armature v zgornji plasti »sendvič« modela na enoto širine elementa, vrednost K je poljubno pozitivno število.

Pri reševanju enačb (181) do (184) moramo paziti, da tlačne napetosti v betonu ne presežejo tlačne trdnosti betona. Zato moramo zadostiti pogojem:

$$cf_c \geq (a_x + a_y)f_y - \frac{m_x + m_y}{d_v} - \frac{n_x + n_y}{2} - \frac{v_0}{2 \tan \theta} \quad (185)$$

$$cf_c \geq (a'_x + a'_y)f_y + \frac{m_x + m_y}{d_v} - \frac{n_x + n_y}{2} - \frac{v_0}{2 \tan \theta} \quad (186)$$

Če enačbam (185) in (186) ne moremo zadostiti, moramo povečati debelino zunanjih plasti c in ponoviti izračune z novo debelino zunanjih plasti in ustrezno zmanjšati vrednost debeline jedra elementa d_v .

2.2.2 Postopek po predlogu iz modelnih predpisov CEB-FIP MODEL CODE 1990

Modelni predpis CEB-FIP ModelCode 90 predpisuje, da se dimenzioniranje lupinastih elementov lahko uporabi troplastni model oz t.i. »sendvič« model. Dimenzioniranje notranje plasti troplastnega modela lahko izvajamo enako kot dimenzioniranje strižno obremenjene plošče. V skladu s tem so v nadaljevanju opisani postopki za dimenzioniranje notranje plasti elementa, ki se nanašajo na masivne plošče, obremenjene z porazdeljeno obtežbo.

Predpis obravnava tri različne primere striga v elementu. Prvi primer obravnava strig v nerazpokanem elementu, drugi primer obravnava strig v razpokanem elementu brez strižne armature, tretji primer pa obravnava strig v razpokanem elementu z strižno armaturo.

Strig v nerazpokanem elementu

Da obravnavan element upoštevamo kot nerazpokan v mejnem stanju nosilnosti moramo dokazati, da je maksimalna glavna natezna napetost manjša od

$$\sigma_{ct,max} < f_{ctd}, \quad (187)$$

kjer sta:

$$f_{ctd} = f_{ctk,min} / 1,5,$$

$$f_{ctk,min} \text{ pa enakovreden } f_{ctk,0.05} \text{ v SIST EN 1992-1-1, Preglednica 3.1}$$

To kontrolo moramo narediti v vseh prerezih in na vseh mestih v prerezu, kjer se pojavijo natezne napetosti. Kot poenostavitev je zadosti, da za pravokotnike, »I« in »T« prereze, ki imajo težišče

znotraj stojine, naredimo izračune za nazivno strižno napetost $\tau = 3 * V_{Sdc} / (2 * b * h)$ in za projektne vzdolžne napetosti v težišču, kjer je V_{Sdc} projektna strižna obremenitev obravnavanega prereza, b širina elementa (ponavadi vzamemo $b = 1 \text{ m}$) in h celotna višina elementa (CEB-FIP MODEL CODE 1990).

Strig v razpokanem elementu brez strižne armature

V rezultatih analize elementa dobimo strižno obremenitev zaradi prečnih sil kot vrednosti v_x in v_y na enoto širine elementa. Glavno strižno napetost zaradi v_x in v_y dobimo z izrazom:

$$v_1 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \quad (188)$$

Glavna strižna napetosti deluje pod kotom Φ glede na y -os, kjer je:

$$\tan \Phi = \frac{v_y}{v_x}. \quad (189)$$

Preveriti moramo, da velja

$$v_1 b \leq V_{Rd1}, \quad (190)$$

kjer je V_{Rd1} projektna strižna odpornost elementa. Za določitev vrednosti V_{Rd1} modelni predpis CEB-FIP MODEL CODE 1990 podaja empirični izraz:

$$V_{Rd1} = 0,12 \xi (100 \rho f_{ck})^{1/3} b_{red} d \quad (191)$$

$$\rho = \rho_x \cos^4 \Phi + \rho_y \sin^4 \Phi, \quad (192)$$

kjer so:

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}, \quad d \text{ v mm,}$$

ρ_x in ρ_y razmerji armiranja, ki se nanašata na količino armature na natezni strani elementa,

b_{red} zmanjšana širina elementa (če element ni prednapet velja $b_{red} = b$),

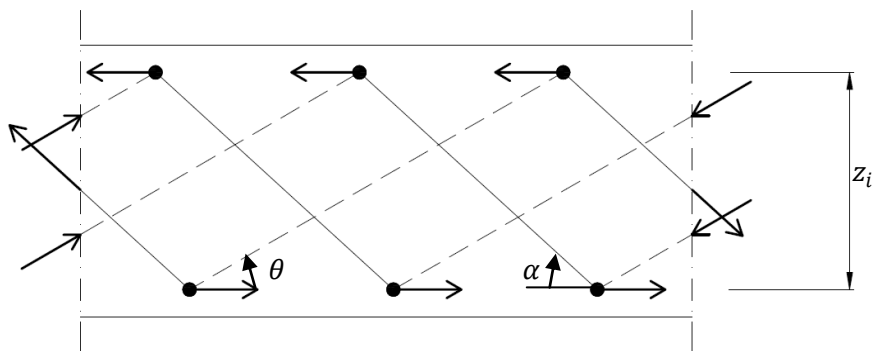
d statična višina elementa.

V enačbi (191) moramo v primeru, da nimamo na voljo zanesljivih podatkov za beton, omejiti karakteristično tlačno trdnost betona f_{ck} na 50 MPa. V betonih visoke trdnosti je namreč razmerje med strižno odpornostjo elementa in nosilnostjo betona odvisno od karakteristik uporabljenega agregata. Če lom agregatnega zrna pusti gladko površino, je lahko strižna odpornost elementa manjša kot jo dobimo iz enačbe (191) razen, če omejimo vrednost f_{ck} . Zanesljiv podatek za vrednost f_{ck} za določen beton lahko dobimo s preizkusom (CEB-FIP MODELCODE 1990).

Pri uporabi enačbe (191) pa moramo paziti tudi na to, da zagotovimo ustrezno sidranje upogibne armature, ki mora biti sidrana najmanj $0,6d$ od tistega prereza, v katerem računsko ni več potrebna (CEB-FIP MODELCODE 1990).

Strig v razpokanih elementih s strižno armaturo

Če izrazu (190) ni zadoščeno, obravnavamo elemente kot razpokane in jih je potrebno armirati s strižno armaturo. Modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 1990 pravi, da je preverjanje odpornosti ploskovnih elementov s strižno armaturo enako tistemu, ki se uporablja za preverjanje odpornosti na strig za armiranobetonske nosilce. To pomeni, da se za preverjanje odpornosti oz. dimenzioniranje srednje plasti lupinastih elementov uporabi model nadomestnega paličja (model tlačnih razpor in natezних vezi).



Slika 26: Model nadomestnega paličja (CEB-FIP MODELCODE 1990, 1993, str. 154)

Modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 1990 dovoljuje, da lahko naklon tlačnih diagonal θ poljubno izberemo, vendar se mora vrednost kota θ nahajati med 45° ($\cot^{-1}\theta = 1$) in $18,4^\circ$ ($\cot^{-1}\theta = 3$). V računu sil v modelu nadomestnega paličja privzamemo, da je natezna stran elementa na spodnji strani ter da sta osni sili n_{sdx} oz. n_{sdy} pozitivni, če povzročata natezne in negativni, če povzročata tlačne napetosti v prerezu. Vrednost z_i je ročica notranjih sil, kjer velja $i = x, y$. α je naklon strižne armature. Vrednosti za notranje sile m_{sdx} , m_{sdy} , m_{sdx} , n_{sdx} , n_{sdy} dobimo iz rezultatov analize konstrukcije, vrednost za v_1 pa določimo z enačbo (188) (CEB-FIP MODELCODE 1990).

Dimenzioniranje elementa, v katerem potrebujemo strižno armaturo za zagotavljanje zadostne odpornosti elementa na prečne sile, izvedemo z računi in kontrolami, ki so prikazane v nadaljevanju po točkah od i) do iv) v skladu z uporabo modela nadomestnega paličja.

i) Natezni pas:

Rezultirajoča sila, ki obremenjuje natezni pas v posamezni smeri, mora biti manjša od projektne odpornosti armature v posamezni smeri v natezni plasti troplastnega modela. Upoštevamo $\alpha = 90^\circ$.

$$f_{Stx} = n_{pSdx}^b + \frac{1}{2} \frac{v_x^2}{v_1} \cot \theta + \left(v_{pSd}^b + \frac{1}{2} \frac{v_x v_y}{v_1} \cot \theta \right) \cot \theta \quad (193)$$

$$f_{Sty} = n_{pSdy}^b + \frac{1}{2} \frac{v_y^2}{v_1} \cot \theta + \left(v_{pSd}^b + \frac{1}{2} \frac{v_x v_y}{v_1} \cot \theta \right) \tan \theta \quad (194)$$

$$f_{Stx} \leq f_{Rtx} = A_{sx} f_{yd} \quad (195)$$

$$f_{Sty} \leq f_{Rty} = A_{sy} f_{yd} \quad (196)$$

ii) Tlačeni pas:

Rezultantna sila, ki obremenjuje tlačeni pas v posamezni smeri, mora biti manjša od projektne tlačne odpornosti betona v posamezni smeri v tlačeni plasti troplastnega modela.

$$f_{Scx} = n_{pSdx}^t + \frac{1}{2} \frac{v_x^2}{v_1} \cot \theta + \left(v_{pSd}^t + \frac{1}{2} \frac{v_x v_y}{v_1} \cot \theta \right) \cot \theta \quad (197)$$

$$f_{Scy} = n_{pSdy}^t + \frac{1}{2} \frac{v_y^2}{v_1} \cot \theta + \left(v_{pSd}^t + \frac{1}{2} \frac{v_x v_y}{v_1} \cot \theta \right) \tan \theta \quad (198)$$

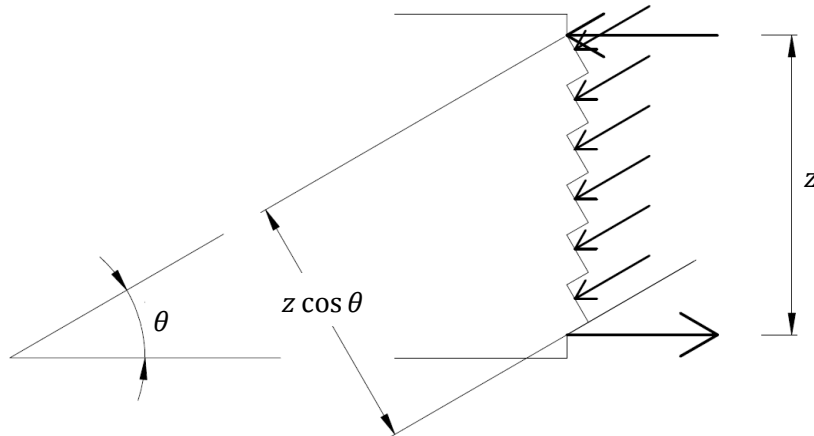
$$f_{Scx} \leq f_{Rcx} = A_c f_{cd1} \quad (199)$$

$$f_{Scy} \leq f_{Rcy} = A_c f_{cd1} \quad (200)$$

$$A_c = 1 m * a_i, \quad (201)$$

kjer je a_i debelina zunanje tlačene plasti troplastnega modela, kjer je $i = top, bot$ in označuje, ali gre za debelino spodnje (bottom) ali zgornje (top) plasti.

iii) Tlak v srednji plasti elementa:

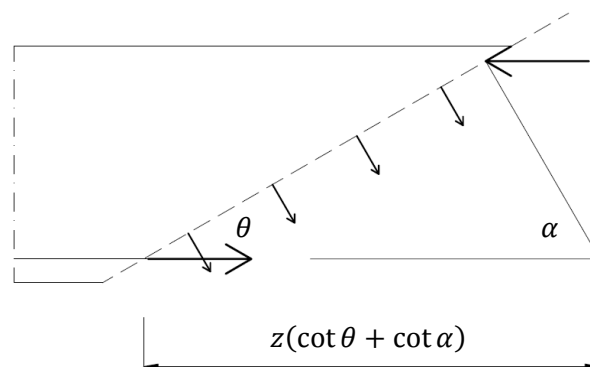


Slika 27: Tlak v betonu v srednji plasti elementa (CEB-FIP MODELCODE 1990, 1993, str. 156)

$$f_{scw} = \frac{v_1}{\sin \theta} \left(\frac{\cot \theta}{\cot \theta + \cot \alpha} \right) \quad (202)$$

$$f_{scw} \leq f_{Rcw} = f_{cd2} b z \cos \theta. \quad (203)$$

iv) Nateg v strižni armaturi:



Slika 28: Nateg v strižni armaturi (CEB-FIP MODELCODE 1990, 1993, str. 156)

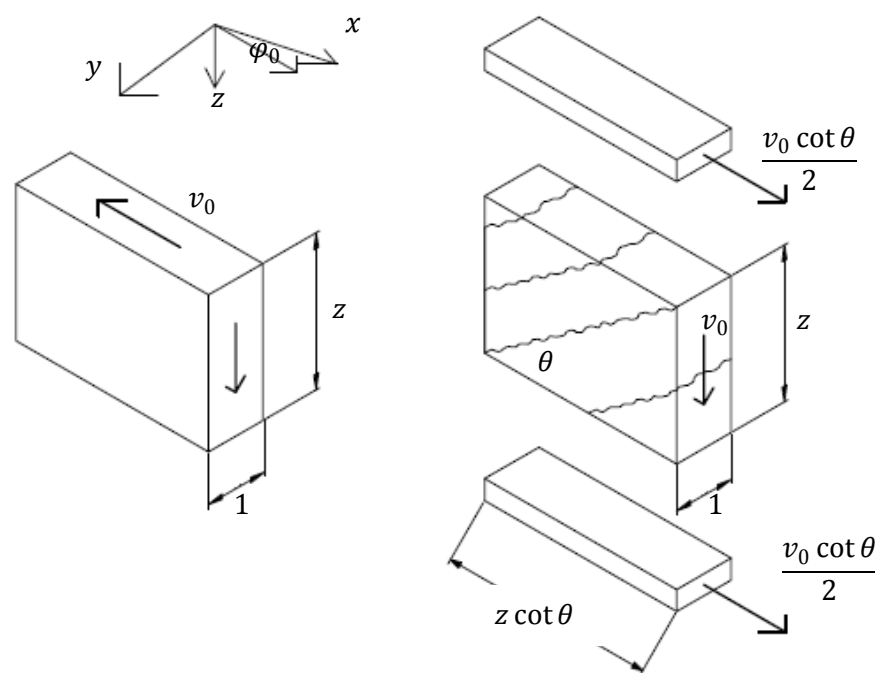
$$f_{stw} = \frac{v_1}{\sin \alpha} \quad (204)$$

$$f_{Stw} \leq f_{Rtw} = \left[\frac{A_{sw} f_{yd}}{s} \right] z (\cot \theta + \cot \alpha). \quad (205)$$

2.2.3 Postopek po predlogu iz modelnih predpisov CEB-FIP MODELCODE 2010

Modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 2010 predpisuje, da se za dimenzioniranje lupinastih elementov na strig, podobno kot za dimenzioniranje nosilcev, lahko uporabi model nadomestnega paličja (model tlačnih razpor in nateznih vezi) ali postopek dimenzioniranja posameznega prečnega prereza. Dimenzioniranje izvajamo v območjih, kjer jedro »sendvič« modela razpoka zaradi strižnih napetosti in na teh območjih po potrebi namestimo strižno armaturo. Kjer jedro »sendvič« modela ne razpoka, strižno armiranje ni potrebno.

V tem delu je dimenzioniranje elementov na strig obravnavano po postopku dimenzioniranja posameznega prečnega prereza.



Slika 29: Prenos strižnih sil v nerazpokanem (levo) in rapokanem jedru (desno)
 (CEB-FIP MODELCODE 2010, str. 362)

Strižno odpornost lupinastega elementa glede prečne sile lahko izračunamo kot

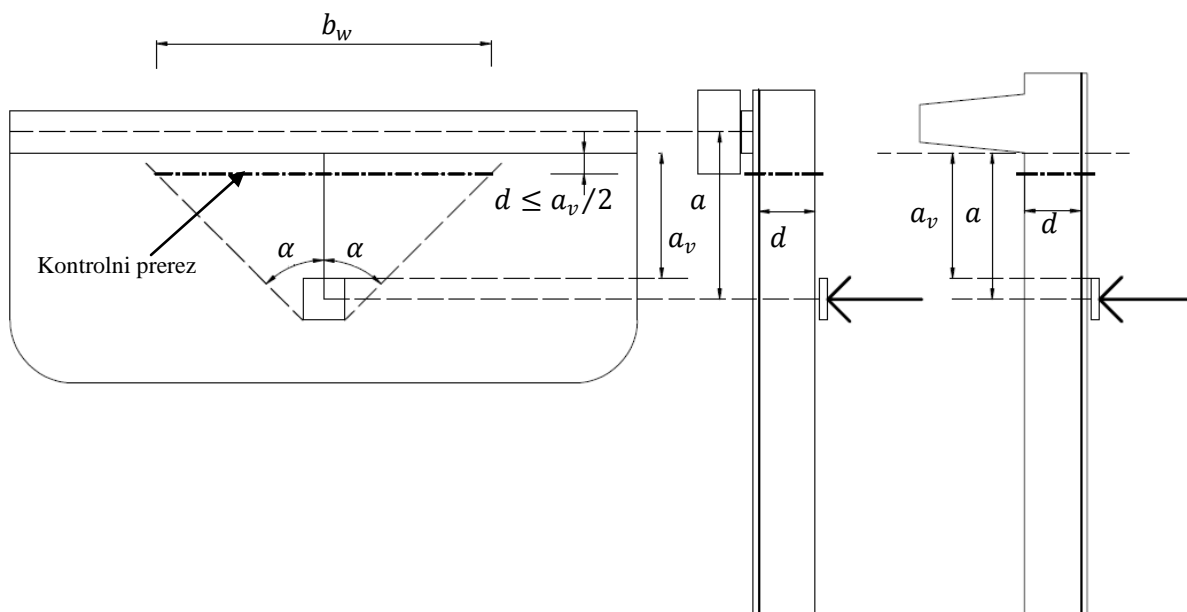
$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \geq v_0 b_w, \quad (206)$$

kjer so

- V_{Rd} projektna strižna odpornost elementa,
- $V_{Rd,c}$ projektna strižna odpornost betonskega elementa brez strižne armature,
- $V_{Rd,s}$ projektna strižna odpornost elementa s strižno armaturo,
- v_0 projektna strižna sila iz enačbe (69),
- b_w širina elementa (običajno velja $b_w = b$).

V primeru koncentrirane obremenitve v bližini podpor, naredimo kontrolo projektne strižne nosilnosti v kontrolnem prerezu, kot je prikazano na sliki 30. Vrednost d na sliki 30 je statična višina elementa. Modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 2010 navaja, da lahko za vrednost z predpostavimo $z = 0,9d$.

Položaj kontrolnega prereza določa manjša od razdalj d in $a_v/2$, merjeno od notranje strani podpore. Za smer raznosa obtežbe v primeru koncentrirane obtežbe v bližini podpor upoštevamo vrednost $\alpha = 45^\circ$ v primeru vpetega roba oz. $\alpha = 60^\circ$ v primeru prostega roba.



Slika 30: Položaj in dolžina kontrolnega prereza v primeru prostega in vpetega roba
(CEB-FIP MODELCODE 2010, str. 366)

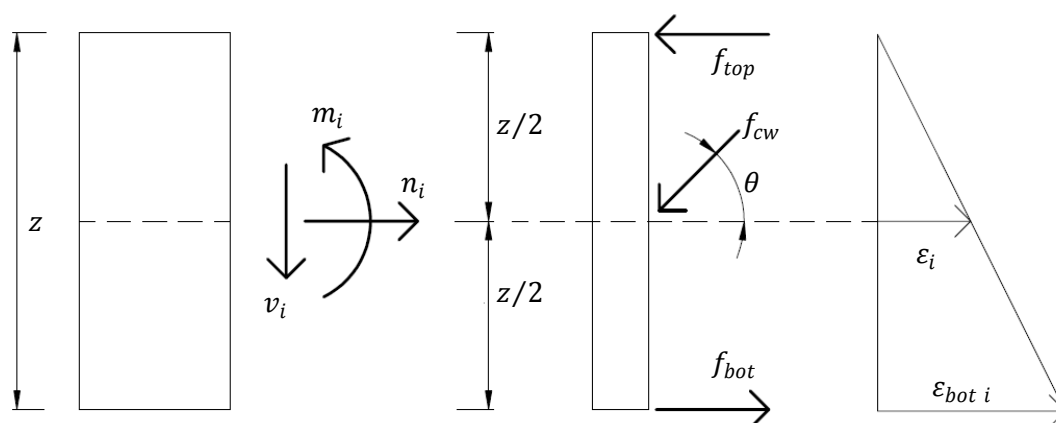
Ker so v modelnem predpisu CEB-FIP MODELCODE 2010 enačbe, ki obravnavajo strig zaradi prečne sile v elementu izpeljane za primer nosilca, sem jih razširil za uporabo na ploskovnih elementih, kot so tudi npr. lupinaste konstrukcije.

Dimenzioniranje lupinastih elementov na strig v primeru splošne obremenitve izvajamo v odvisnosti od stanja deformacij v prerezu. Postopek dimenzioniranja posameznega prečnega prereza določa račun vzdolžnih deformacij v težišču srednje plasti (jedra) »sendvič« modela. Predpostavimo, da je element

simetričen glede na srednjo ravnino elementa, katera poteka skozi težišče. Če predpostavimo, da je element natezno obremenjen na spodnji strani (slika 31), uporabimo pri izračunu vrednosti za membranske sile in površino prečnega prereza vzdolžne armature, ki jih dobimo v spodnji plasti. V nasprotnem primeru uporabimo vrednosti za membranske sile in površino prečnega prereza vzdolžne armature, ki jih dobimo za zgornjo plast. Vrednosti za membranske sile $n_{Rdx j}$, $n_{Rdy j}$ in za površino prečnega prereza vzdolžne armature $A_{sx j}$ in $A_{sy j}$, kjer je spodnji indeks $j = inf, sup$, dobimo iz poglavja 2.1.4. Deformacije v težišču prereza definiramo kot:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{2E_s A_{sx j}} n_{Rdx j} \quad (207)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{2E_s A_{sy j}} n_{Rdy j} \quad (208)$$



Slika 31: Definicije ročic v prerezu elementa in potek deformacij ($i = x, y$)

(CEB-FIP MODEL CODE 2010, str. 367)

Vrednost $A_{si j}$ je površina prečnega prereza armature v nategu. Če iz računa dobimo vrednost ε_i ($i = x, y$) negativno, moramo vrednost ε_i nastaviti kot vrednost $\varepsilon_i = 0$. Izračunamo še

$$\varepsilon_0 = \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2} \quad (209)$$

Elementi, ki ne potrebujejo strižne armature

Projektno strižno odpornost strižno narmiranega lupinastega elementa lahko izračunamo kot:

$$V_{Rd,c} = k_v \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} z b_w \quad (210)$$

kjer je f_{ck} karakteristična tlačna trdnost betona v MPa, pri čemer vrednost za $\sqrt{f_{ck}}$ ne sme preseči vrednosti 8 MPa (CEB-FIP MODEL CODE 2010).

Podobno kot pri nosilcih, mora vzdolžna armatura v vsakem obravnavanem prerezu zagotavljati zadostno odpornost zaradi povečanja natezne sile $\Delta n_{i,j}$ v vzdolžni armaturi na račun striga v_i . Ta vpliv je že zajet na stopnji računa membranskih sil v posamezni plasti in v posamezni smeri v poglavju 2.1.4.

Na projektno strižno odpornost strižno nearmiranega elementa v veliki meri vpliva velikost maksimalnega zrna v betonu. Vpliv velikosti maksimalnega zrna v betonu se upošteva s faktorjem k_v in je različen za različne velikosti zrn. Razdelimo jih na dva primera:

- a) Elementi z relativno majhno osno obremenitvijo z $f_{yk} \leq 600$ MPa, $f_{ck} \leq 70$ MPa in velikostjo maksimalnega zrna agregata d_g , ki ni manjša od 10 mm:

$$k_v = \frac{180}{1000 + 1,25z} \quad (211)$$

Pri tem je z ročica notranjih sil v mm.

- b) Elementi, v katerih velikost maksimalnega zrna d_g ni manjša od 16 mm:

$$k_v = \frac{0,4}{1 + 1500\varepsilon_0} \frac{1300}{1000 + k_{dg} z} \quad (212)$$

$$k_{dg} = \begin{cases} 1; & d_g = 16 \text{ mm} \\ \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75; & \text{sicer} \end{cases} \quad (213)$$

V primeru uporabe betonov, katerih karakteristična tlačna trdnost presega 70 MPa in v primeru uporabe betonov iz lahkega agregata, vzamemo $d_g = 0$.

Če zagotovimo, da velja

$$v_0 b_w \leq V_{Rd,c}, \quad (214)$$

strižno armiranje elementa ni potrebno.

Elementi, ki potrebujejo strižno armaturo

V elementih, kjer potrebujemo strižno armaturo, moramo v vseh prerezih zadostiti pogoju

$$v_0 b_w \leq V_{Rd} \leq V_{Rd,max} \cdot \quad (215)$$

Pri tem velja še:

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \quad (216)$$

$$V_{Rd,max} = k_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b_w z \sin \theta \cos \theta, \quad (217)$$

θ je pri tem naklon tlačnih diagonal.

$$k_c = k_\varepsilon \eta_{fc} \quad (218)$$

$$\eta_{fc} = \left(\frac{30}{f_{ck}} \right)^{1/3} \leq 1,0 \quad (219)$$

f_{ck} v MPa

Faktor k_ε je odvisen od v nadaljevanju opisanih pristopov k dimenzioniranju. Redukcijski faktor k_c je sestavljen iz dveh delov:

- stanja deformacij v srednji plasti (jedru) elementa, ki je zajet v faktorju k_ε ,
- efekta krhkega loma betona s karakteristično tlačno trdnostjo večjo od 30 MPa, ki je zajet s faktorjem η_{fc} .

Projektna strižna odpornost vertikalne ($\alpha = 90^\circ$) strižne armature je podana z:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s_w} z f_{ywd} \cot \theta, \quad (220)$$

kjer je f_{ywd} projektna natezna trdnost strižne armature.

Projektna strižna odpornost $V_{Rd,c}$, ki jo lahko prevzame element brez strižne armature, lahko izračunamo po enačbi (210).

Pri dimenzioniranju strižne armature moramo paziti tudi to, da se na račun strižne armature povečajo natezne sile v vzdolžni armaturi. Ta vpliv povečanja natezne sile Δn_{ij} v vzdolžni armaturi zaradi striga v_i je že zajet na stopnji računa membranskih sil v posamezni plasti in v posamezni smeri v poglavju 2.1.4.

Upoštevati moramo še pogoj glede naklona tlačnih diagonal:

$$\theta_{min} \leq \theta \leq 45^\circ. \quad (221)$$

V splošnem se lahko odločimo za tri različne pristope k dimenzioniranju strižne odpornosti elementa.

Pristop I

Če se odločimo za pristop I moramo zagotoviti, da je vzdolžna deformacija ε_0 manjša od 0,001. Če je ta pogoj izpolnjen, lahko izračunamo projektno odpornost elementa z zanemarjenim prispevkom betona (t.j. $k_v = 0$) kot:

$$V_{Rd} = V_{Rd,s} \leq V_{Rd,max}, \quad (222)$$

vendar ne more biti manjša od odpornosti enakega elementa brez strižne armature. Minimalni naklon tlačnih diagonal in faktor k_ε sta definirana kot:

$$\begin{aligned} \theta_{min} &= 25^\circ && \text{za elemente z relativno visokimi tlačnimi napetostmi,} \\ \theta_{min} &= 40^\circ && \text{za elemente z relativno visokimi nateznimi napetostmi in} \\ \theta_{min} &= 30^\circ && \text{za ostale elemente.} \end{aligned}$$

$$k_\varepsilon = 0,55 \quad (223)$$

Pristop II

Pristop II določa račun projektno strižne odpornosti elementa enako kot pristop I in enako zanemari prispevek betona (t.j. $k_v = 0$) k strižni odpornosti:

$$V_{Rd} = V_{Rd,s} \leq V_{Rd,max}. \quad (224)$$

Vrednost kota θ v enačbah lahko izberemo poljubno, vendar moramo zadostiti pogoju iz neenačbe (221), kjer θ_{min} izračunamo s pomočjo:

$$\theta_{min} = 20^\circ + 10000\varepsilon_0. \quad (225)$$

Vrednost k_ε izračunamo na naslednji način:

$$k_\varepsilon = \frac{1}{1,2 + 55\varepsilon_1} \leq 0,65 \quad (226)$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_0 + (\varepsilon_0 + 0,002) \cot^2 \theta. \quad (227)$$

Pristop III

Račun projektne strižne odpornosti elementa pri pristopu III temelji na seštevkcu prispevka betona in strižne armature, za razliko od pristopa I in II, katera zanemarjata prispevek betona. Projektno strižno odpornost elementa izračunamo kot:

$$V_{Rd} = V_{Rd,s} + V_{Rd,c} \leq V_{Rd,max}(\theta_{min}), \quad (228)$$

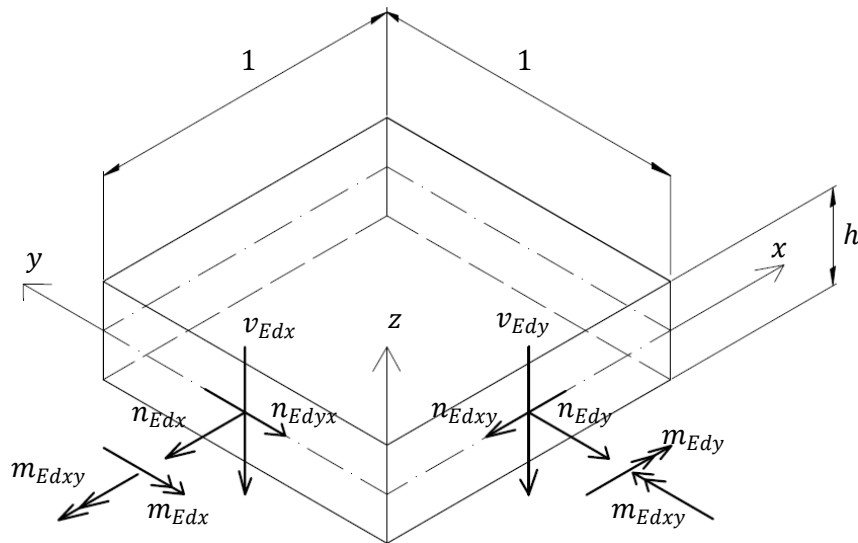
kjer je $V_{Rd,max}(\theta_{min})$ določen z enačbo (217) z uporabo vrednosti $\theta = \theta_{min}$, vrednost θ_{min} pa iz enačbe (225). V izračunu prispevka betona k strižni nosilnosti elementa uporabimo naslednji izraz:

$$k_v = \frac{0,4}{1 + 1500\varepsilon_0} \left(1 - \frac{v_0 b_w}{V_{Rd,max}(\theta_{min})} \right) \geq 0. \quad (229)$$

Če se izkaže, da je projektna strižna nosilnost $V_{Rd} \geq V_{Rd,max}(\theta_{min})$, naredimo izračun za projektno strižno nosilnost v skladu s pristopom II.

2.2.4 Predlog iz SIST EN 1992-2 - POGlavJE 6.2, DODATEK MM

Pravila za dimenzioniranje lupinastih elementov z uporabo troplastnega modela (t.i. sendvič modela) opisuje standard SIST EN 1992-2 v dodatku LL. Ta pravi, da se za dimenzioniranje notranje plasti (jedra) elementa uporabi poglavje 6.2 standarda SIST EN 1992-2. V računu se uporabi glavna strižna napetost, njena glavna smer in ustrezne komponente vzdolžne armature v tej smeri.



Slika 32: Lupinasti element (SIST EN 1992-2, 2005, str. 70)

Izvenravninski strižni sili v_{Edx} in v_{Edy} obremenjujeta notranjo plast elementa z ročico notranjih sil z_c , ki je določena med težiščema armiranih plasti.

Za dimenzioniranje notranje plasti elementa se glavna strižna napetost v_{Ed0} in njena smer φ_0 izračuna

$$v_{Ed0} = \sqrt{v_{Edx}^2 + v_{Edy}^2} \quad (230)$$

$$\tan \varphi_0 = \frac{v_{Edy}}{v_{Edx}}. \quad (231)$$

V smeri glavne strižne napetosti se lupinasti element obnaša kot nosilec. Zato lahko za dimenzioniranje notranje plasti lupinastega elementa na strig uporabimo pravila za dimenzioniranje nosilca v skladu z sledečima razdelkoma za elemente, ki ne potrebujejo strižne armature in za elemente, ki potrebujejo strižno armaturo. V enačbi (6.2.a) iz SIST EN 1992-1-1 oz. enačbi (237) ρ_l nadomestimo z

$$\rho_l = \rho_x \cos^2 \varphi_0 + \rho_y \sin^2 \varphi_0. \quad (232)$$

V primeru, ko je potrebno strižno armiranje, se vzdolžne sile, ki rezultirajo iz modela nadomestnega paličja $v_{Ed0} \cot \theta$ povečajo in se prištejejo k ustreznim membranskim silam elementa v x in y smeri.

$$n_{Edyc} = \frac{v_{Edy}^2}{v_{Ed0}} \cot \theta \quad (233)$$

$$n_{Edxyc} = \frac{v_{Edx} v_{Edy}}{v_{Ed0}} \cot \theta \quad (234)$$

$$n_{Edxc} = \frac{v_{Edx}^2}{v_{Ed0}} \cot \theta \quad (235)$$

$$n_{Edyxc} = n_{Edxyc} = \frac{v_{Edx} v_{Edy}}{v_{Ed0}} \cot \theta, \quad (236)$$

kjer je θ naklon tlačnih diagonal.

Standard SIST EN 1992-2 v dodatku LL predpisuje, da se za dimenzioniranje notranje plasti »sendvič« modela uporabijo enaka pravila kot za dimenzioniranje nosilcev, kar je opisano v poglavju 6.2 standarda SIST EN 1992-2. V osnovi ločimo dva primera in sicer obravnavamo ločeno elemente, ki ne potrebujejo strižne armature in elemente, ki potrebujejo strižno armaturo.

Elementi, ki ne potrebujejo strižne armature

Projektna odpornost elementa brez strižne armature se določi z izrazom:

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d, \quad (237)$$

z najmanjšo vrednostjo

$$V_{Rd,c} = (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d, \quad (238)$$

kjer so:

f_{ck} karakteristična tlačna trdnost betona v MPa,

b_w najmanjša vrednost širine prečnega prereza elementa v območju natezne cone [mm]

$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$, kjer je d v mm,

$v_{min} = 0,035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2}$,

$V_{Rd,c}$ projektna strižna odpornost strižno nearmiranega elementa v [N]

$\rho_l = \rho_x \cos^2 \varphi_0 + \rho_y \sin^2 \varphi_0$,

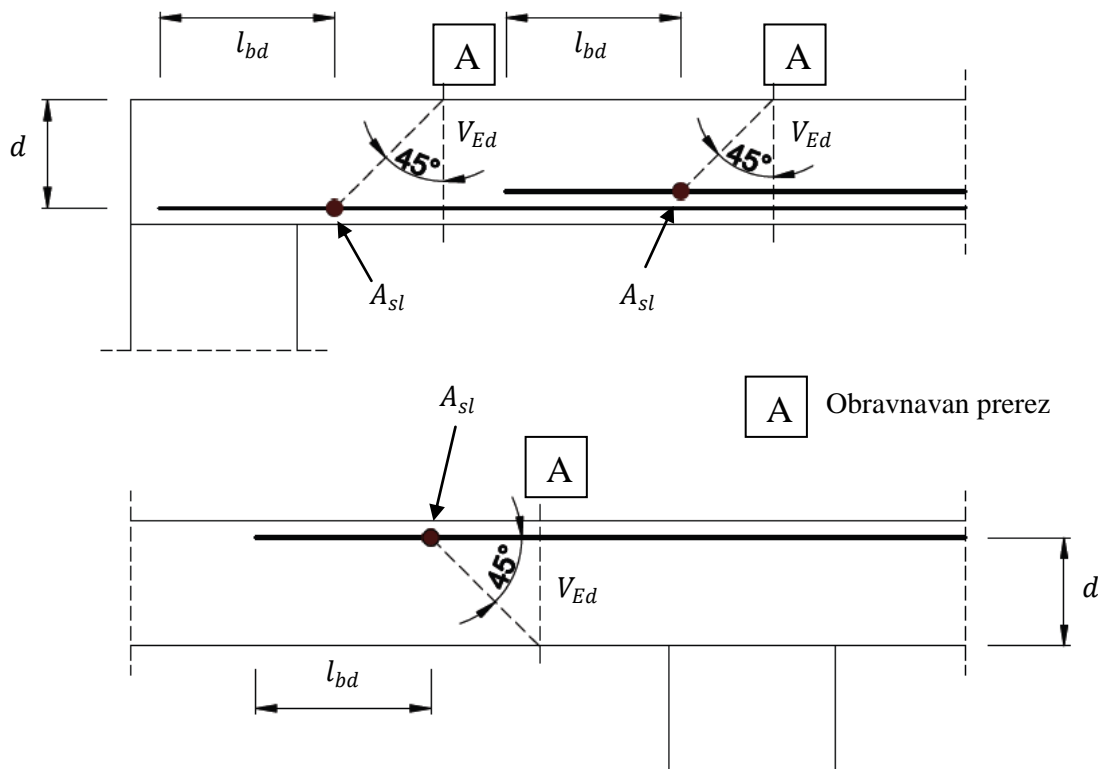
$\rho_x = A_{slx} / b_w d$, $\rho_y = A_{sly} / b_w d$,

A_{sli} ($i = x, y$) površina preseza natezne armature, ki jo je treba voditi najmanj $\geq (l_{bd} + d)$ preko obravnavanega prečnega prereza (Slika 33:),

$\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c < 0,2f_{cd}$ [MPa]; N_{Ed} je osna sila v prečnem prerezu, ki jo povzroča obtežba ali prednapetje v [N] (v primeru tlačne osne sile je $N_{Ed} > 0$) (vpliv vsiljenih deformacij na N_{Ed} se lahko zanemari); A_c je ploščina prečnega prereza betona [mm^2].

Opomba: Vrednosti $C_{Rd,c}$, v_{min} in k_1 so podane v nacionalnem dodatku v SIST EN 1992-1-1.

Priporočena vrednost za $C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c$ in za $k_1 = 0,15$.



Slika 33: Ustrezno zasidrana vzdolžna armatura (SIST EN 1992-1-1, 2005, str. 88)

Če zagotovimo, da velja

$$v_{Ed0} < \frac{V_{Rd,c}}{b}, \quad (239)$$

kjer je b obravnavana širina elementa, posebna strižna armatura ni potrebna.

Elementi, ki potrebujejo strižno armaturo

Če pa se zgodi, da izrazu (239) ni zadoščeno, moramo za prevzem prečnih sil namestiti strižno armaturo. Za elemente z vertikalno ($\alpha = 90^\circ$) strižno armaturo določimo strižno odpornost V_{Rd} kot manjšo vrednost od $V_{Rd,s}$ in $V_{Rd,max}$, kjer prva predstavlja strižno odpornost glede na strižno armaturo, druga pa strižno odpornost prereza glede na porušitev tlačnih diagonal.

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z_c f_{ywd} \cot \theta \quad (240)$$

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z_c v_1 f_{cd} / (\cot \theta + \tan \theta) \quad (241)$$

kjer so:

- A_{sw} površina prečnega prereza strižne armature v eni krivitvi,
- s razmak med stremeni,
- f_{ywd} projektna meja elastičnosti strižne armature,
- v_1 redukcijski faktor tlačne trdnosti strižno razpokanega betona in
- α_{cw} koeficient, ki upošteva stanje napetosti v tlačnem pasu.

Vrednosti za v_1 in α_{cw} lahko najdemo v nacionalnem dodatku v SIST EN 1992-1-1. Priporočena vrednost za v_1 je v , izračunamo pa ga z izrazom:

$$v = 0,6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \quad (242)$$

kjer vzamemo karakteristično tlačno trdnost betona f_{ck} v [MPa].

V primeru, ko je projektna napetost strižne armature manjša od 80% karakteristične meje elastičnosti f_{yk} , se za v_1 lahko vzame:

$$v_1 = 0,6 \quad (243)$$

za $f_{ck} \leq 60 \text{ MPa}$

in

$$v_1 = 0,9 - \frac{f_{ck}}{200} > 0,5 \quad (244)$$

za $f_{ck} \geq 60 \text{ MPa}$.

Za konstrukcije brez prednapetja se za vrednost α_{cw} lahko upošteva $\alpha_{cw} = 1$

Potrebno površino strižne armature dobimo iz pogoja

$$v_{Ed0} b \leq V_{Rd} = V_{Rd,s} \leq V_{Rd,max} \quad (245)$$

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{v_{Ed0} b}{z_c f_{ywd} \cot \theta} \quad (246)$$

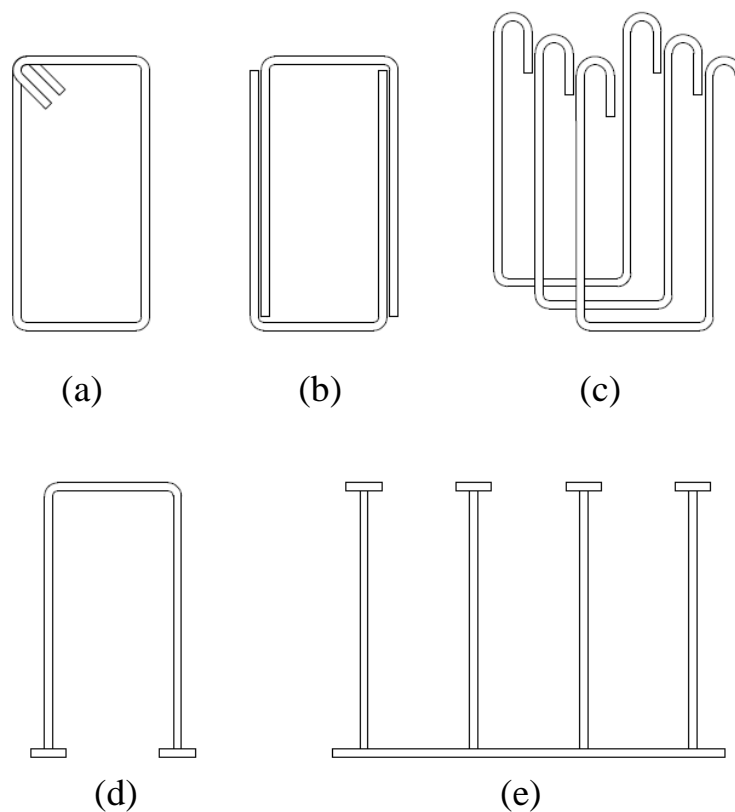
Iz pogoja strižne odpornosti prereza glede na porušitev tlačnih diagonal, določimo največjo učinkovito ploščino prečnega prereza strižne armature $A_{sw,max}$, ki je podana z izrazom:

$$\frac{A_{sw,max} f_{ywd}}{b_w s} \leq \frac{1}{2} \alpha_{cw} v_1 f_{cd} \quad (247)$$

Povečanje nateznih sil v elementih, ki potrebujejo strižno armaturo, zaradi strižnih sil uravnotežimo z dodatno vzdolžno armaturo v elementu. Postopek povečanja membranskih sil v elementu zaradi strižnih napetosti je opisan v poglavju 2.1.5.

2.2.5 Detajliranje strižne armature v lupinastih elementih

Strižna armatura mora biti polno zasidrana na obeh koncih, t.j. na dnu in na vrhu elementa, da je polno učinkovita. Poseben problem za to predstavljajo tanki elementi kot so lupinaste konstrukcije, v katerih je namestitev strižne armature lahko zelo zahtevna. Na sliki 34 so predstavljeni različni tipi armature (stremen).



Slika 34: Različne oblike prečne armature (Marti, 1990)

Strižna armatura je v praksi zelo nepraktična za postavitev na ustrezno mesto, še posebej, če ni ustrezno detajlirana. Nujno je skrbno načrtovanje procesa postavljanja stremen, saj je zelo težko uskladiti in namestiti poleg strižne armature tudi zgornjo in spodnjo ortogonalno armaturo. Streme na sliki 34 (a) je primerno pri prefabriciranih elementih saj je zaprto in je kasnejše nameščanje zgornje in spodnje ortogonalne armature izredno komplicirano. Stremena na sliki 34 (b) in (c) lahko predhodno postavimo v vrste na ustreznih razdaljah, nato pa namestimo še zgornjo in spodnjo ortogonalno armaturo. Stremena na sliki 34 (d) vstavimo po namestitvi zgornje in spodnje ortogonalne armature na ustrezno mesto, medtem ko strižno armaturo na sliki 34 (e) postavimo na mesto pred nameščanjem zgornje in spodnje ortogonalne armature.

3 PRIMERJAVA RAZLIČNIH METOD DIMENZIONIRANJA LUPINASTIH ELEMENTOV Z METODO ZA DIMENZIONIRANJE V SKLADU S STANDARDOM SIST EN 1992-2

Zavedamo se, da standard SIST EN 1992-2 kakor tudi standard SIST EN 1992-1-1, vsebujeta zelo malo določil za dimenzioniranje lupinastih elementov. V obeh izmed omenjenih standardov lahko najdemo termin lupinasta konstrukcija samo v standardu SIST EN 1992-2 v dodatku LL. Take konstrukcije oz. konstrukcijske elemente obravnavamo v skladu z določili standarda SIST EN 1992-2, dodatek LL v povezavi z poglavjem 6.109 in dodatkom F standarda SIST EN 1992-2.

3.1 Primerjava predlogov za dimenzioniranje lupinastih elementov na kombinacijo upogibnih in membranskih sil

3.1.1 Primerjava z Guptovim predlogom za dimenzioniranje

Primerjava glede osnovne razdelitve elementa

Guptov predlog za dimenzioniranje lupinastih elementov se že v osnovi razlikuje od »predloga« iz standarda SIST EN 1992-2. Ta pravi, da obravnavani element razdelimo na tri plasti, od katerih zunanji dve prenašata membranske obremenitve medtem ko notranja plast nudi odpor strižnim silam in prenosu le-te med zunanjsima plastema. Guptov model razdeli element na dve plasti, kateri prenašata obremenitve s pomočjo več slojev armature v posamezni plasti in v posamezni smeri. Gupta celo predlaga, da v primeru, ko v elementu nimamo upogiba, celoten element obravnavamo z eno plastjo, v kateri armaturo položimo na sredino elementa.

Guptov predlog za dimenzioniranje ne vsebuje vpliva prečnih sil, kakor ga vsebujejo izrazi v SIST EN 1992-2. To je še posebej pomembno pri določanju notranjih sil v armaturi in s tem v povezavi tudi potrebnih prečnih prereзов armature. Vpliv striga oz. rezultant strižnih napetosti in s tem potrebne strižne armature je namreč povezan z povečanjem notranjih sil in posledično povečanjem prečnega prereza vzdolžne armature v elementu. Če vpliv striga ni upoštevan in ima velik vpliv na notranje sile, lahko v takem primeru vodi do nepričakovanih deformacij in celo do porušitve elementa.

Primerjava debelin zunanjih plasti

Kakor sem že omenil, Guptov predlog za razliko od standarda SIST EN 1992-2 v osnovi razdeli element na dve plasti. V računu oz. iteraciji za debelino zunanjih plasti predpostavimo začetno globino tlačno obremenjenega betonskega dela kot $0,2h$ in jo v naslednjih korakih prilagajamo do zahtevane natančnosti.

Standard SIST EN 1992-2 v osnovi ne predpisuje nikakršnih debelin za zunanje plasti. Najdemo lahko le priporočilo, ki pravi, da za debelino zunanjih plasti lahko vzamemo dvokratnik krovnega sloja armature.

Ročice notranjih sil

Guptov predlog o razdelitvi elementa na dve plasti pomeni tudi to, da upošteva postavitev armature na različne oddaljenosti od osrednje ravnine elementa in zaradi tega v osnovnih enačbah za dimenzioniranje najdemo različne količine za ročice notranjih sil. Če podrobneje pogledamo osnovni element lahko vidimo, da je armatura, ki je postavljena v x oz. y smeri na zgornjem in spodnjem robu, oddaljena od osrednje ravnine za različne vrednosti. Različne vrednosti ročic notranjih sil lahko najdemo tudi v koeficientih C_{ijk} ($i = x, y; j = t, b; k = t, b$). Z različnimi postavitvami armature in poenostavitvijo, da armatura v eni plasti leži v obeh smereh na enaki oddaljenosti od osrednje ravnine, prevedemo problem na problem dimenzioniranja dveh membranskih plasti, kar je mnogo enostavneje za uporabo.

Po drugi strani pa nam standard SIST EN 1992-2 v dodatku LL omogoča, da lahko v osnovnem primeru, enako kot pri Guptovem predlogu, postavimo armaturo na različne višine v elementu. Standard SIST EN 1992-2 pa ponuja tudi poenostavljen postopek določanja ročic notranjih sil. Ta postopek omogoča, da lahko za račun uporabimo enake ročice v x in y smeri ter da lahko za debelino zunanjih plasti uporabimo dvakratnik debeline krovnega sloja. Enačbe zato dobijo veliko bolj pregledno obliko za praktično uporabo.

Tlačna trdnost betona

Glede tlačne trdnosti betona, kjer je le-ta označena z f_i^c ($i = t, b$), Guptov predlog posveča zelo malo pozornosti. V celotnem postopku za dimenzioniranje je omenjena pri izračunu tlačnih sil v betonu, ne podaja pa nikakršne vrednosti za to količino in tudi ni opredeljeno, ali se vrednost f_i^c razlikuje za razpokan in nerazpokan prerez, zato je primerjavo izredno težko narediti.

V povezavi s tlačno trdnostjo betona pa Guptov predlog navaja tudi, da se pri iteraciji za izračun debeline zunanjih plasti uporabi »dovoljena« vrednost tlačne trdnosti v betonu $f_{dovoljeno}^c$, vendar zopet ne podaja nikakršnih napotkov, na podlagi katerih bi lahko ocenili to vrednost.

Standard SIST EN 1992-2 pa nam izrecno določa vrednosti za tlačno trdnost betona, v okviru katerih lahko beton prenaša obremenitve. Na tem mestu velja omeniti tudi to, da se na začetku dimenzioniranja elementa naredi kontrola, ali je element razpokan ali ne. Če element ni razpokan se preverja le, ali so glavne tlačne napetosti manjše od projektne tlačne trdnosti betona f_{cd} , v računu za vrednost f_{cd} pa lahko upoštevamo večosno napetostno stanje. V razpokanih elementih pa moramo za

kontrolno napetosti v betonu uporabiti realni model razpokanih prereзов, kjer je maksimalna tlačna napetost označena z $\sigma_{cd\ max}$ in se jo izračuna iz enačb (152) do (155).

Enačbe za dimenzioniranje

Predstavljene enačbe v Guptovem predlogu za dimenzioniranje so izpeljane za račun nosilnosti armature za plošče in lupine izpostavljene kombiniranemu vplivu membranskih in upogibnih sil. Dejanski postopek dimenzioniranja temelji na večih iteracijah. Smiselne rezultate za potrebno armaturo v posamezni plasti lahko dosežemo že po nekaj iteracijah.

Enačbe za dimenzioniranje armature oz. enačbe za izračun notranjih sil v armaturi, na podlagi katerih lahko izračunamo potrebne prečne prereze armature v posamezni smeri in v posamezni plasti se v osnovi ne razlikujejo veliko od tistih, predstavljenih v SIST EN 1992-2. Izračun osne membranske sile v enačbah (7) v posamezni plasti je enak tistemu iz standarda SIST EN 1992-2, razlika nastopi le pri izračunu drugega dela teh enačb in sicer pri strižnih silah. Tukaj Guptov predlog vpeljuje koeficiente C_{ijk} ($i = x, y; j = t, b; k = t, b$), ki so geometrijske karakteristike prereza, na podlagi katerih se ob različni postavitvi armature določa prispevek strižnih sil k posamezni plasti in v posamezni smeri. Ob predpostavkah, da leži armatura v obeh smereh in v obeh plasteh na isti oddaljenosti od osrednje ravnine elementa $h_{xt} = h_{yt} = h_{xb} = h_{yb} = 0,5h_x = 0,5h_y = 0,4h$ in da predpostavimo enaki debelini obeh zunanjih plasti kot vrednost $a_t = a_b = 0,2h$, se določeni koeficienti C_{ijk} ($i = x, y; j = t, b; k = t, b$) izničijo, nekateri pa postanejo enaki ena. Na tak način dobimo zelo podobne enačbe za dimenzioniranje prereza armature. Razlika se pojavi le še pri določitvi kotov razpok θ_t in θ_b . Guptov predlog pravi, da se za prvi korak v iteraciji uporabi vrednosti kotov, katere dajo minimalne nosilnosti, saj na tak način pridemo do minimalne količine armature za armiranje. Se pravi, da za vrednosti kotov v prvi iteraciji upoštevamo velikosti kotov $\theta_t = \theta_b = \pm \frac{\pi}{4}$, nato pa jih v posamezni iteraciji popravljamo, da se približamo želeni natančnosti.

V primeru, da želimo natančno določiti debeline zunanjih plasti elementa, podaja standard SIST EN 1992-2 izraz, s katerim lahko natančno določimo vrednost kota θ in na osnovi te vrednosti nadaljujemo izračune naprej. Na osnovi določenega kota lahko določimo membranske sile za posamezno plast elementa in potrebne prečne prereze armature. Običajno predpostavimo vrednost kota θ in debelino zunanjih plasti elementa, zato natančen račun ni potreben.

V Guptovem predlogu lahko kombinirane enačbe za membransko in upogibno obremenitev zelo enostavno prevedemo na enačbe za primer obremenitve samo z membranskimi silami. V splošnih enačbah predpostavimo, da je debelina ene od plasti enaka celotni višini elementa, debelina druge plasti pa je enaka nič. Na tak način dobimo potreben prečni prerez armature za posamezno smer in jo razdelimo pol v zgornjo in pol v spodnjo plast elementa.

Standard SIST EN 1992-2 ne obravnava posebej, ali v elementu vlada membransko napetostno stanje ali samo upogib. Navodila in postopke za take načine obremenitve lahko najdemo v standardu SIST EN 1992-1-1, kjer lahko za element, ki je obremenjen samo z membranskimi silami uporabimo določila za dimenzioniranje sten in za element, ki je obremenjen pretežno z upogibom, uporabimo določila za dimenzioniranje nosilcev in gred.

3.1.2 Primerjava s predlogom Lourença in Figueirasa

Primerjava glede osnovne razdelitve elementa

Model iz predloga Lourença in Figueirasa je v osnovi zelo podoben Guptovem modelu za dimenzioniranje lupinastih elementov. Ravno tako ga razdeli na dve plasti, v katerih je položena armatura, ki prevzema natezne napetosti v posamezni smeri.

Standard SIST EN 1992-2 pravi, da obravnavani element razdelimo na tri plasti, od katerih zunanji dve prenašata membranske obremenitve medtem ko notranja plast nudi odpor strižnim silam in prenosu le-te med zunanjsima plastema.

Čeprav sta avtorja za dimenzioniranje lupinastih elementov uporabila model, v katerem razdelimo lupinasti element na dve plasti, sta na kratko tudi napisala, da je zelo učinkovita rešitev za reševanje lupinastih elementov uporaba t.i. troplastnega modela, kakor ga uporablja standard SIST EN 1992-2.

Na tem mestu velja omeniti tudi, da avtorja ne podajata ničesar v povezavi s plastjo, ki ostaja med zunanjsima plastema. To plast standard SIST EN 1992-2 poimenuje jedro, v katerem se prenaša strig med zunanjsima plastema in katero služi prevzemu prečnih sil.

Primerjava debelin zunanjih plasti

Zunanji plasti po predlogu Lourença in Figueirasa sta definirani tako kot po Guptovem predlogu. Za začetno vrednost v iterativnem postopku lahko vzamemo $a_t = a_b = 0,2h$, pri čemer v naslednji korakih to vrednost prilagajamo, da se približamo želeni natančnosti pri izračunu. Vendar pa avtorja v zvezi s to predpostavko navajata, da uporaba vrednosti debelin zunanjih plasti $a_t = a_b = 0,2h$ nima posebne utemeljitve.

Pri tem standard SIST EN 1992-2 v osnovi ne predpisuje nikakršnih določil za izračun debelin zunanjih plasti. Najdemo lahko le napotek, ki pravi, da za debelino zunanjih plasti lahko vzamemo dvokratnik krovnega sloja armature.

Ročice notranjih sil

Avtorja Lourenço in Figueiras se tudi pri določanju ročic notranjih sil opirata na predlog Gupte. Predlog o razdelitvi elementa na dve plasti in upoštevanje, da lahko armaturo namestimo na različne oddaljenosti od osrednje ravnine elementa, kar lahko opazimo iz ravnotežnih enačb, je podoben Guptovemu. Za razliko od Guptovega predloga pa avtorja ne vpeljujeta dodatnih koeficientov, ki bi razporejali notranje sile med plasti armature. Lahko pa naredimo poenostavitev, da so vse ročice notranjih sil za armaturo enake.

V dodatku LL nam standard SIST EN 1992-2 v osnovi omogoča, da lahko v osnovnem primeru, enako kot predlog Lourença in Figueirasa, določimo poljubno postavitev armature na različne višine v elementu. Poleg tega standard SIST EN 1992-2 predstavlja tudi poenostavljen postopek določanja ročic notranjih sil. Ta postopek pravi, da lahko za račun uporabimo enake ročice v x in y smeri ter da lahko za debelino zunanjih plasti uporabimo dvakratnik debeline krovnege sloja.

Tlačna trdnost betona

Za uporabo tlačne trdnosti betona avtorja Lourenço in Figueiras navajata, da je izbira vrednosti za tlačno trdnost betona f_c izredno težavna, saj je lahko beton razpokan ali nerazpokan. Za razpokan enoosno obremenjen beton naj bi učinkovita vrednost tlačne trdnosti betona variirala med 0,6 in $0,8f_{cyl}$, za nerazpokan dvoosno tlačno obremenjen beton pa med 1,0 do $1,25f_{cyl}$, kjer je vrednost f_{cyl} enoosna tlačna trdnost betona določena na cilindru. Zato avtorja privzemata enačbe za izračun tlačne trdnosti betona iz modelnega predpisa CEB-FIP MODELCODE 1990. Ta predpis določa različne vrednosti za tlačno trdnost betona za razpokan f_{cd2} in za nerazpokan prerez f_{cd1} in jih lahko izračunamo iz enačb (26) in (27). V primeru, ko imamo dvoosno tlačno obremenjen beton pa lahko tlačno trdnost betona povečamo za faktor K , kot je podano v enačbi (28).

Razlika v primerjavi z modelni predpisom CEB-FIP MODELCODE 1990 pa nastopi pri računu tlačne trdnosti betona za razpokan in nerazpokan prerez, saj avtorja določata, da se v enačbah (26) in (27) namesto vrednosti f_{cd} in f_{ck} , kakor to določa modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 1990, vzame za izračun vrednost f_{cyl} namesto obeh prej omenjenih vrednosti. Tako dobimo enačbo za tlačno trdnost betona f_c po predlogu Lourença in Figueirasa za razpokan beton v obliki:

$$f_c = 0,60 \left(1 - \frac{f_{cyl}}{250} \right) f_{cyl}. \quad (248)$$

Standard SIST EN 1992-2 nam izrecno določa izraze, na osnovi katerih lahko izračunamo vrednosti za tlačno trdnost betona. Na začetku dimenzioniranja elementa po predlogu iz standarda SIST EN 1992-2 se opravi kontrola, ali je element razpokan ali ne. Če element ni razpokan se preverja le, ali so

minimalne glavne napetosti manjše od projektne tlačne trdnosti betona f_{cd} , v računu za vrednost f_{cd} pa lahko upoštevamo večosno napetostno stanje. V razpokanih elementih pa moramo za kontrolo napetosti v betonu uporabiti realni model razpokanih prereзов, kjer je maksimalna tlačna napetost označena z $\sigma_{cd max}$ in se jo izračuna iz enačb (152) do (155).

Enačbe za dimenzioniranje

Predstavljene enačbe v Lourençovem in Figueirasovim predlogu za dimenzioniranje so podobno kot v Guptovem predlogu izpeljane za izračun nosilnosti armature za plošče in lupine izpostavljene kombiniranemu vplivu membranskih in upogibnih sil. Postopek dimenzioniranja temelji na večih iteracijah, s katerimi lahko dobimo smiselne rezultate za potrebno armaturo v posameznem sloju že po nekaj iteracijah.

Enačbe za dimenzioniranje armature oz. enačbe za izračun notranjih sil v armaturi, na podlagi katerih lahko izračunamo potrebne prečne prereze armature v posamezni smeri in v posameznem sloju so podobne Guptovem predlogu ter se v osnovi razlikujejo od tistih, predstavljenih v SIST EN 1992-2. V standardu SIST EN 1992-2 dobimo enačbe za dimenzioniranje armature z upoštevanjem vpliva prečnih sil, katere avtorja zanemarjata..

Predlog avtorjev Lourença in Figueirasa pri dimenzioniranju enako kot Guptov predlog ne vsebuje vpliva prečnih sil, kakor ga vsebujejo izrazi v SIST EN 1992-2. Vpliv prečnih sil je namreč pomemben pri določanju notranjih sil v armaturi in s tem v povezavi tudi potrebnega prečnega prereza armature. Vpliv prečne sile oz. rezultante strižne napetosti zaradi prečne sile in s tem potrebne strižne armature je povezan z povečanjem notranjih sil in posledično povečanjem prečnega prereza vzdolžne armature v elementu. Če vpliv prečnih sil ni upoštevan in ima velik vpliv na notranje sile, lahko v takem primeru vodi do nepričakovanih deformacij ali porušitve elementa.

Pri dimenzioniranju potrebne površine prečnega prereza armature pa sta Lourenço in Figueiras naredila korak naprej v primerjavi z Guptovim predlogom. Priredila sta namreč osnovne enačbe za dimenzioniranje v obeh plasteh na enačbe za dimenzioniranje v primeru, ko je potrebna armatura samo v zgornjem ali samo v spodnjem sloju ter v primeru, ko armatura računsko ni potrebna.

Dimenzioniranje potrebnega prečnega prereza armature po predlogu Lourença in Figueirasa se izvede po znanem postopku, da notranje sile v armaturi delimo s projektno natezno trdnostjo jekla za armiranje. Notranje sile v armaturi pa so direktno dobljene iz enačb in ne vsebujejo prečnih sil, kot jih vsebujejo enačbe za dimenzioniranje v standardu SIST EN 1992-2. Izrazi za določanje notranjih sil na mestu armature v standardu SIST EN 1992-2 namreč določajo, da se notranjim silam na mestih armature v posameznem sloju in v posamezni smeri poleg sil, ki jih dobimo od vpliva osnih sil in momentov za posamezno smer, prišteje tudi del prečnih sil.

Notranje sile v armaturi določimo tako, da na osnovi predpostavk za prvo iteracijo za vrednost kotov vzamemo $\theta_t = \theta_b = \pm \frac{\pi}{4}$, in za debelino zunanjih plasti $a_t = a_b = 0,2h$. Nato lahko predpostavljene količine korigiramo do stopnje zahtevane natančnosti. Potreben prečni prerez armature dobimo za zgornjo plast iz enačb (57) in (58) ter za spodnjo plast iz enačb (59) in (60).

3.1.3 Primerjava s predlogom iz modelnih predpisov CEB-FIP MODELCODE 1990

Primerjava glede osnovne razdelitve elementa

Predlog modelnega predpisa CEB-FIP MODELCODE 1990 o osnovni razdelitvi elementa je enak tistemu iz dodatka LL standarda SIST EN 1992-2. Modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 1990 obravnava element za potrebe dimenzioniranja kot da je sestavljen iz treh plasti (t.i. troplastni model). Zunanji plasti zagotavljata odpornost ravninskim membranskim silam in izvenravninskim upogibnim in torzijskim momentom medtem ko notranja plast zagotavlja odpornost izvenravninskim prečnim silam in prenosu strižnih napetosti med zunanjima plastema.

Tako osnovno razdelitev elementa, ki ga analiziramo in dimenzioniramo, opisuje tudi standard SIST EN 1992-2 v dodatku LL z vsemi prej naštetimi lastnostmi prevzema obremenitve za zunanji plasti in za notranjo plast.

Primerjava debelin zunanjih plasti

Modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 1990 glede predpisovanja in predpostavk o izbiri začetnih približnih dimenzij debelin zunanjih plasti ne predvideva nikakršnih določil. Izbiro začetnih dimenzij prepušča projektantu samemu na osnovi izpolnjevanja zahtev o kontroli napetosti. V osnovi pa lahko v enačbah za izračun notranjih sil v posamezni plasti in v posamezni smeri izbere različne debeline zunanjih plasti, kot lahko vidimo iz tega, da so v enačbah uporabljene različne ročice sil. Pri računu pa lahko upoštevamo poenostavitev, da imata obe plasti enako debelino.

V osnovi tudi standard SIST EN 1992-2 ne predpisuje nikakršnih določil za izračun debelin zunanjih plasti. Najdemo lahko le napotek, ki pravi, da za debelino zunanjih plasti lahko vzamemo dvokratnik krovne sloja armature. Iz osnovnih enačb za izračun sil v posamezni plasti in v posamezni smeri pa lahko opazimo, da tako kot standard SIST EN 1992-2 v dodatku LL, kot tudi modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 1990 upoštevata različne debeline zunanjih plasti elementa. V takem primeru moramo biti veliko bolj pozorni pri izračunih, ker lahko pride do dodatnih notranjih sil, ki izvirajo iz ekscentričnosti položaja armature v zunanjih plasteh glede na osrednjo ravnino.

Ročice notranjih sil

Modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 1990 upošteva enako kot dodatek LL standarda SIST EN 1992-2 različne ročice sil. To pomeni, da lahko armatura leži na različnih oddaljenostih od osrednje ravnine elementa in s tem so tudi ročice notranjih sil različnih velikosti. Lahko pa upoštevamo poenostavitev, ki jo podaja modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 1990. Ta pravi, da lahko za člene $\frac{(z-y)}{z}$ uporabimo vrednost $\frac{1}{2}$. Če uporabimo to vrednost, smo posredno določili enaki debelini zunanijh plasti in razporeditev notranjih sil iz globalne analize polovico na zgornjo in polovico na spodnjo plast elementa. Poleg tega modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 1990 določa poenostavitev za ročico notranjih sil $z = \frac{2h}{3}$, kjer je h celotna višina elementa. Vendar moramo biti pri tej interpretaciji za vrednosti ročic notranjih sil previdni in se moramo zavedati, da sta lahko vrednosti z_x in z_y v osnovnem primeru različni, kar pomeni, da lahko pri izračunu notranjih sil v posamezni plasti in v posamezni smeri upoštevamo vpliv debeline prereza vzdolžne armature.

Oba standarda torej predpisujeta, da lahko v osnovnem primeru določimo poljubno postavitev armature na različne višine v elementu. Poleg tega dodatek LL standarda SIST EN 1992-2 predstavlja tudi poenostavljen postopek določanja ročic notranjih sil. Ta postopek pravi, da lahko za račun uporabimo enake ročice v x in y smereh ter da lahko za debelino zunanijh plasti uporabimo dvakratnik debeline krovne sloja. Na enak način lahko postopamo tudi v primeru, če se odločimo dimenzionirati element z uporabo predloga modelnega predpisa CEB-FIP MODELCODE 1990.

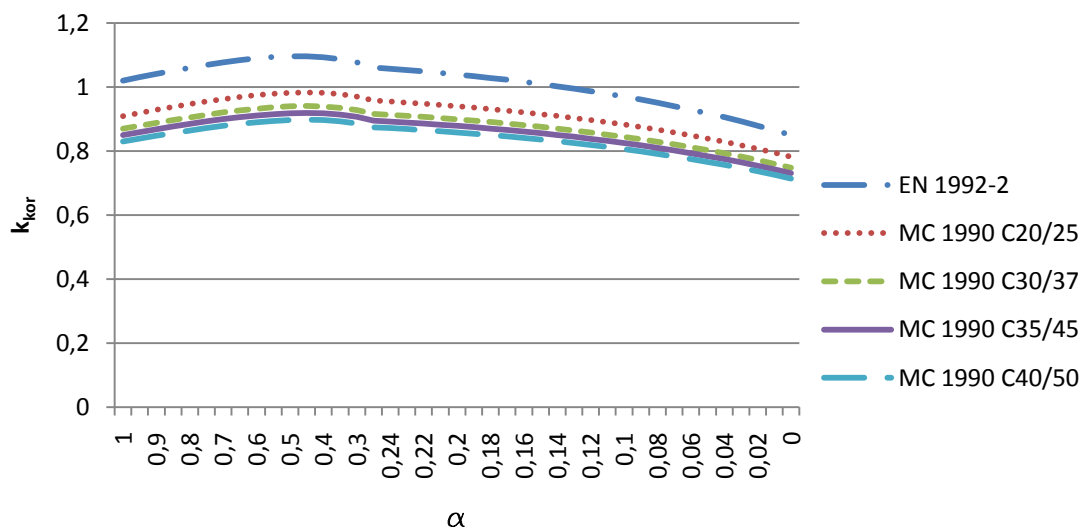
Tlačna trdnost betona

Modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 1990 določa različne vrednosti za projektno tlačno trdnost betona za razpokan f_{cd2} in za nerazpokan prerez f_{cd1} in jih lahko izračunamo iz enačb (26) in (27). V računih za kontrolo napetosti v betonu moramo biti še posebej pozorni pri uporabi projektnih vrednosti tlačne trdnosti betona, saj ne vemo točno, kdaj uporabimo vrednosti za razpokan in kdaj vrednosti za nerazpokan beton. V standardu SIST EN 1992-2 take dileme glede odločanja katero vrednost uporabiti ni. Standard SIST EN 1992-2 nam podaja enačbo, s katero lahko v vsakem primeru in v vsaki točki preverimo, ali je element razpokan ali ne in na tak način uporabimo pravo vrednost v kontroli napetosti.

Razlika v kontroli napetosti v betonu nastopi tudi v primeru dvoosnega tlaka v posamezni plasti. Modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 1990 dovoljuje uporabo za kontrolo napetosti povečano projektno vrednost tlačne trdnosti betona na nerazpokanem prerezu Kf_{cd1} , medtem ko standard SIST EN 1992-2 za enak primer obremenitve uporablja projektno tlačno trdnost betona na razpokanem prerezu. Torej v primeru, ko imamo dvoosno tlačno obremenjen beton, lahko povečamo projektno tlačno trdnost betona. V modelnem predpisu CEB-FIP MODELCODE 1990 projektno tlačno trdnost

betona povečamo za faktor K , kot je podano v enačbi (28), v standardu SIST EN 1992-2 pa kot je podano v enačbi (152).

Grafikon 1: Korigirana projektna tlačna trdnost betona



Na grafikonu 1 je prikazana korigirana tlačna trdnost betona v primeru dvoosnega tlaka v posamezni plasti in na ta račun povečana projektna tlačna trdnost nerazpokanega betona f_{cd1} po predlogu CEB-FIP MODELCODE 1990 in korigirana projektna tlačna trdnost betona f_{cd} po predlogu SIST EN 1992-2. Na podlagi prikazanih vrednosti lahko primerjamo korigirano tlačno trdnost betona v primeru dvoosnega tlaka po predlogu CEB-FIP MODELCODE 1990 s pomočjo izraza $k_{kor}^{MC1990} f_{cd}$, kjer je k_{kor}^{MC1990} odvisen od trdnostnega razreda betona, in korigirano tlačno trdnost betona po predlogu SIST EN 1992-2 s pomočjo izraza $k_{kor}^{EN} f_{cd}$, kjer je

$$k_{kor}^{MC1990} = \frac{1 + 3,65\alpha}{(1 + \alpha)^2} 0,85 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \quad (249)$$

$$k_{kor}^{EN} = 0,85 \frac{1 + 3,8\alpha}{(1 + \alpha)^2} \quad (250)$$

in kjer je $\alpha = \sigma_2/\sigma_1$ razmerje glavnih napetosti.

Opazimo lahko razliko med korigiranimi tlačnimi trdnostmi. Standard SIST EN 1992-2 v resnici povečuje projektno tlačno trdnost betona f_{cd} z k_{kor}^{EN} , kateri je za večino razmerij napetosti α večji kot ena. Modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 1990 na drugi strani sicer povečuje projektno tlačno trdnost betona na nerazpokanem prerezu, vendar korigirana tlačna trdnost betona v nobenem razmerju napetosti α ne doseže vrednosti večjih od f_{cd} .

Enačbe za dimenzioniranje

Oba, tako modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 1990 kot standard SIST EN 1992-2, podajata zelo podobne enačbe za izračun notranjih sil v posamezni plasti in posamezni smeri. Oba tudi temeljita na predpostavkah, da morajo biti komponente sil vzporedne z ortogonalno armaturo in da v osnovnih enačbah za izračun notranjih sil v posamezni plasti in posamezni smeri upoštevamo različno oddaljenost armature od osrednje ravnine elementa. Razlikujeta pa se v primeru, ko potrebujemo za prevzem strižnih napetosti strižno armaturo. Tega vpliva namreč v enačbah modelnega predpisa CEB-FIP MODELCODE 1990 ni oz. ni upoštevan na tej stopnji, saj CEB-FIP MODELCODE 1990 že pri notranjih silah, katere dobimo iz globalne analize konstrukcije, ne upošteva členov v_x in v_y , kot jih upošteva standard SIST EN 1992-2. Člena v_x in v_y sta upoštevana kasneje pri kontroli strižnih napetosti, ki je obravnavana v poglavju 2.2.2.

Iz enačb za izračun notranjih sil v posamezni plasti in v posamezni smeri v modelnem predpisu CEB-FIP MODELCODE 1990 lahko tako kot v dodatku LL standarda SIST EN 1992-2 opazimo, da oba predpostavljata lege armature na različnih višinah. To pomeni, da se v osnovi notranje sile v elementu, dobljene iz globalne analize konstrukcije, delijo med plasti glede na različno oddaljenost armature od osrednje ravnine in glede na izbrano debelino zunanjih plasti. Vendar modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 1990 določa poenostavitve tako, da so lege armature v posamezni smeri na enakih oddaljenostih od osrednje ravnine elementa in s tem posredno določa razdelitev notranjih sil, dobljenih iz globalne analize, na polovico v zgornjo in polovico v spodnjo plast elementa.

Dimenzioniranje elementa oz. določanje potrebnega prečnega prereza armature se izvede na podlagi kontrol napetosti v armaturi in betonu. Ko seštejemo vplive obremenitve elementa na komponente notranjih sil v posamezni plasti in v posamezni smeri, dobimo potrebne prečne prereze armature s pomočjo znanih enačb za določitev armature oz. uporabimo enačbe (68) in (69) za določitev armature v zgornji plasti in enačbe (70) in (71) za določitev armature v spodnji plasti.

3.1.4 Primerjava s predlogom iz modelnih predpisov CEB-FIP MODELCODE 2010

Primerjava glede osnovne razdelitve elementa

Predlog modelnega predpisa CEB-FIP MODELCODE 2010 o osnovni razdelitvi elementa sledi tistemu iz dodatka LL standarda SIST EN 1992-2. Modelni predpis MODELCODE 2010 obravnava element za potrebe dimenzioniranja tako, kot da je sestavljen iz treh plasti (t.i. troplastni model). Zunanji plasti zagotavljata odpornost ravninskim membranskim silam in izvenravninskim upogibnim in torzijskim momentom medtem ko notranja plast zagotavlja odpornost prečnim silam in prenosu strižnih napetosti med zunanjsima plastema.

Tako osnovno razdelitev elementa, ki ga analiziramo in dimenzioniramo, opisuje tudi dodatek LL standarda SIST EN 1992-2 z vsemi prej naštetimi lastnostmi prevzema obremenitve za zunanji plasti in za notranjo plast.

Primerjava debelin zunanjih plasti

Modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 2010 ne podaja nikakršnih navodil za izračun ali predpostavko o debelini zunanjih plasti. To zadevo prepušča izbiri projektanta, ki na podlagi izkušenj določi začetno vrednost debelin zunanjih plasti in jih po potrebi prilagaja glede na zahteve napetosti v betonu. Vendar moramo biti pri izbiri začetnih dimenzij zunanjih plasti previdni, saj modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 2010 predpostavlja v enačbah za izračun membranskih sil v posamezni plasti in v posamezni smeri elementa enaki debelini zunanjih plasti. Zato moramo, če se odločimo dimenzionirati lupinasti element po predlogu modelnega predpisa CEB-FIP MODELCODE 2010, že v začetku postopka upoštevati in izbrati enaki debelini obeh zunanjih plasti.

V osnovi tudi standard SIST EN 1992-2 ne predpisuje nikakršnih določil za izračun debelin zunanjih slojev. Najdemo lahko le priporočilo, ki pravi, da za debelino zunanjih plasti lahko vzamemo dvakratnik debeline krovne sloja armature. Je pa na tem mestu pomembno omeniti, da za razliko od modelnega predpisa CEB-FIP MODELCODE 2010 standard SIST EN 1992-2 upošteva različne debeline zunanjih plasti elementa, vendar moramo biti v takem primeru veliko bolj pozorni pri izračunih, ker lahko pride do dodatnih notranjih sil, ki izvirajo iz ekscentričnosti položaja armature v zunanjih plasteh glede na srednjo ravnino.

Ročice notranjih sil

Ker modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 2010 že v osnovnih enačbah za izračun membranskih sil v posamezni plasti in v posamezni smeri upošteva enaki debelini zunanjih plasti, je v skladu s tem poenostavljena tudi izbira vrednosti ročice notranjih sil. Razlika v primerjavi z dodatkom LL standarda SIST EN 1992-2 je predvsem v tem, da omenjeni standard v osnovi ponuja možnost, da armaturo in s tem ročice notranjih sil postavimo poljubno na različne višine v posamezni plasti, če izvzamemo poenostavitev, da lahko upoštevamo enake oddaljenosti armature od osrednje ravnine elementa. S tem, ko modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 2010 uvaja enake debeline zunanjih plasti, se v skladu s tem tudi razdelijo ravninske osnovne membranske sile enakomerno pol v zgornjo in pol v spodnjo plast. Enako velja za razdelitev sil med zunanji plasti za izvenravninske upogibne in torzijske momente. Ti imajo v obeh primerih enako ročico sil z . Vrednost z pa se nanaša tudi na efektivno strižno debelino prereza, za katero modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 2010 pravi, da lahko vzamemo $z = 0,9 * d$, kjer je d statična višina prereza.

Standard SIST EN 1992-2 nam v dodatku LL v osnovi predpisuje, da lahko v osnovnem primeru določimo poljubno postavitev armature na različne višine v elementu za razliko od modelnega predpisa CEB-FIP MODELCODE 2010. Poleg tega standard SIST EN 1992-2 v dodatku LL predstavlja tudi poenostavljen postopek določanja ročic notranjih sil. Ta postopek pravi, da lahko za račun uporabimo enake ročice v x in y smeri ter da lahko za debelino zunanjih plasti uporabimo dvakratnik debeline krovnega sloja, kar na koncu pomeni, da ta poenostavitev predstavlja zelo podobno izhodišče, kot ga v osnovi določa modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 2010.

Tlačna trdnost betona

Modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 2010 obravnava kontrolo napetosti v betonu zelo podobno kot standard SIST EN 1992-2. Enako se preverja napetosti v betonu v treh različnih primerih: primer, ko v prerezu nastopata dve tlačni napetosti; primer, v katerem armatura v prerezu ne doseže meje tečenja in je vsaj ena od glavnih napetosti natezna; in primer, v katerem je armatura v prerezu dosegla mejo tečenja v katerikoli smeri. Razlika med standardoma se pojavi pri preverjanju napetosti v betonu, saj modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 2010 korigira tlačno trdnost betona za prej omenjene tri različne primere s koeficientom ν , standard SIST EN 1992-2 pa označuje tlačno trdnost betona za iste tri primere z enotno oznako $\sigma_{cd\ max}$, ki jih za posamezen primer izračunamo s posebej določenimi izrazi.

Upoštevamo:

V standardu SIST EN 1992-2 v izrazu za f_{cd} upoštevamo priporočeno vrednost $\alpha_{cc} = 1,0$ in preuredimo enačbe za realne modele razpokanih prerezov (enačbe (152) do (155)) tako da velja:

$$\sigma_c \leq \sigma_{cd\ max} = k_{kor}^{EN} f_{cd}. \quad (251)$$

V modelnem predpisu CEB-FIP MODELCODE 2010 v izrazih za kontrolo tlačnih napetosti v betonu (enačbe (83) do (85)) upoštevamo $\alpha_{cc} = 1,0$ in velja:

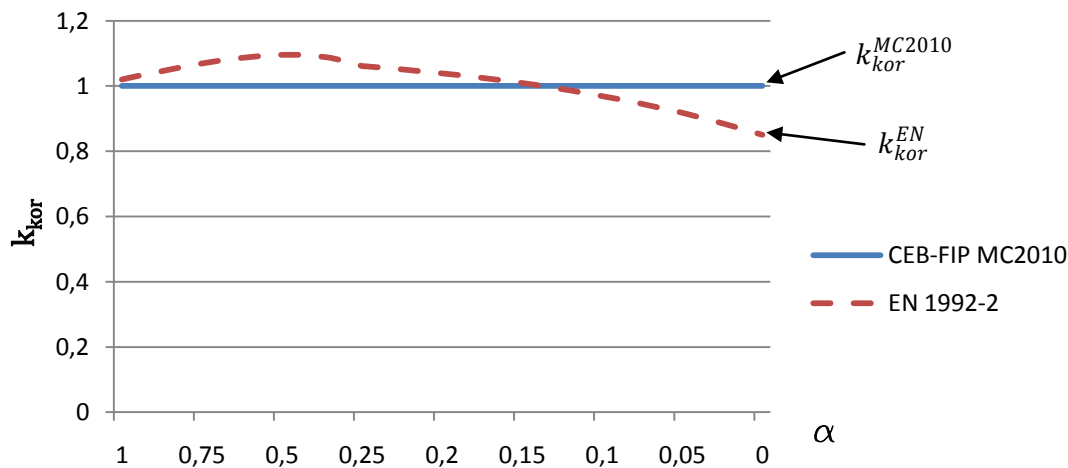
$$\sigma_c \leq \frac{\nu f_{ck}}{\gamma_c} = \nu f_{cd} = k_{kor}^{MC2010} f_{cd} \quad (252)$$

kjer predstavlja koeficient k_{kor}^i ($i = EN, MC2010$) v enačbah (254) in (255) vrednost, s katero korigiramo projektno tlačno trdnost betona za posamezen primer na osnovi napetosti v prerezu elementa.

V primeru, ko imamo v elementu obe glavni napetosti tlačni, modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 2010 ne podaja povečanja tlačne trdnosti betona, kot to določa standard SIST EN 1992-2. V modelnem predpisu CEB-FIP MODELCODE 2010 opazimo, da mora biti maksimalna tlačna napetost v primeru dveh tlačnih glavnih napetosti manjša od νf_{cd} , kjer za vrednost ν vzamemo $\nu = 1,0$. To pomeni, da maksimalna tlačna napetost v kontroli ne sme presegati projektne tlačne trdnosti betona f_{cd} . Standard SIST EN 1992-2 pa omogoča povečanje tlačne trdnosti betona in nam tako omogoča boljši izkoristek tlačnega dela betona.

Primerjavo med različnimi vrednostmi maksimalne projektne tlačne trdnosti betona v primeru, kjer sta dve glavni napetosti tlačni po predlogu modelnega predpisa CEB-FIP MODELCODE 2010 in predlogu standarda SIST EN 1992-2 lahko najdemo v grafikonu 2.

Grafikon 2: Primerjava projektne tlačne trdnosti betona v primeru dveh tlačnih sil v elementu



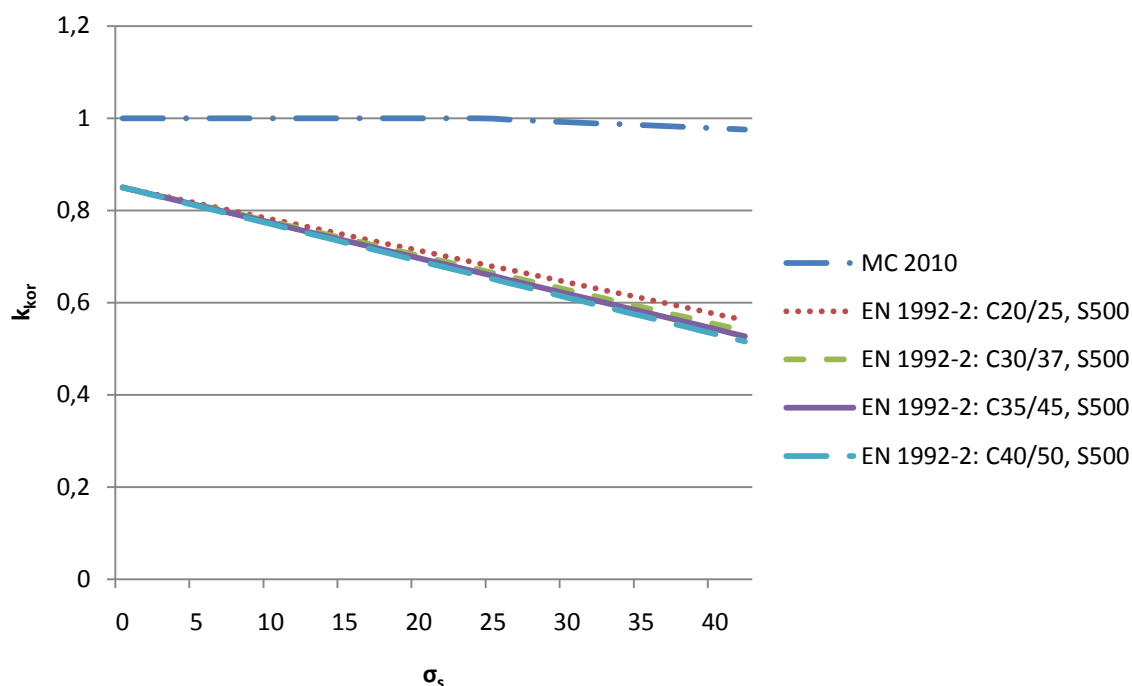
Opomba:

- $k_{kor}^{EN} = 0,85 \frac{1+3,8\alpha}{(1+\alpha)^2}$,
- $\alpha = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ razmerje glavnih napetosti v elementu,
- $k_{kor}^{MC2010} = \nu f_{cd} = 1,0 f_{cd}$.

V drugem primeru, ko se pojavi v prerezu vsaj ena natezna napetost in napetosti v armaturi niso dosegle meje tečenja lahko iz grafikona 3 opazimo, da modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 2010 dovoljuje uporabo večje tlačne napetosti v betonu kot standard SIST EN 1992-2. Modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 2010 v enačbi za izračun korigirane vrednosti tlačne trdnosti betona upošteva samo vpliv napetosti v armaturi medtem ko standard SIST EN 1992-2 upošteva še vpliv razmerja dejanske in projektne napetosti jekla v prerezu s členom $\frac{\sigma_s}{f_{yd}}$ in vpliv uporabe betona različnega trdnostnega razreda. Iz grafikona 3 lahko opazimo, da standard SIST EN 1992-2 ne

dovoljuje celotnega izkoristka projektne tlačne trdnosti betona. Z naraščanjem napetosti v jeklu dobimo manjše dovoljene napetosti v betonu. Modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 2010 tudi predvideva zmanjšanje tlačne trdnosti betona z naraščanjem napetosti v armaturi, vendar ne tako drastično kot to predpisuje standard SIST EN 1992-2.

Grafikon 3: Primerjava tlačne trdnosti betona v primeru, ko armatura ne doseže meje tečenja in je vsaj ena glavna napetost natezna



Opomba:

$$- k_{kor}^{MC\ 2010} = \frac{1,18}{1,14 + 0,00166 \sigma_s}$$
$$- k_{kor}^{EN} = \left[0,85 - \frac{\sigma_s}{f_{yd}} \left(0,85 - 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \right) \right]$$

V tretjem primeru, ko armatura v katerikoli plasti in v katerikoli smeri ni dosegla meje tečenja, oba standarda podajata zelo podobni enačbi za izračun korigirane vrednosti tlačne trdnosti betona. Razlika se pojavi pri standardu SIST EN 1992-2, ki dodaja člen $v = 0,6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right]$, ki je vedno manjši od ena. To pomeni, da modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 2010 v tem primeru dovoljuje uporabo višjih vrednosti tlačne trdnosti betona in na tak način bolje izkoristi prispevek betona.

Enačbe za dimenzioniranje

Za izračun notranjih sil v posamezni plasti in posamezni smeri oba standarda podajata zelo podobne enačbe in oba temeljita na predpostavkah, da morajo biti komponente sil vzporedne z ortogonalno

armaturo. Razlika je v tem, da standard SIST EN 1992-2 loči osnovne enačbe za izračun notranjih sil v posamezni plasti in posamezni smeri za primer ko potrebujemo in primer ko ne potrebujemo strižne armature. Če pogledamo enačbe iz modelnega predpisa CEB-FIP MODELCODE 2010, so v osnovi enake in jih lahko prilagodimo za primere, ko ne potrebujemo strižne armature, saj postanejo člani v enačbah, ki obravnavajo vpliv prečnih sil, enaki nič.

V enačbah iz modelnega predpisa CEB-FIP MODELCODE 2010 lahko opazimo, da modelni predpis razdeli notranje osne sile elementa na polovico za razliko od standarda SIST EN 1992-2, ki razdeli notranje osne sile elementa v razmerju debelin zunanjih plasti. To pomeni, da se osna sila v elementu razdeli pol v zgornjo plast in pol v spodnjo plast in da modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 2010 predpostavlja enaki debelini zunanjih plasti elementa in da armatura računsko leži v zgornji in v spodnji plasti na enaki oddaljenosti od osrednje ravnine. V tem primeru je boljša rešitev oz. predpostavka iz standarda SIST EN 1992-2, saj omogoča račun za različne oddaljenosti armature od osrednje ravnine.

Dimenzioniranje elementa oz. potrebnega prečnega prereza armature se izvede na podlagi kontrol napetosti. Za kontrole napetosti podajata oba standarda zelo podobne enačbe. Ko seštejemo vplive notranjih sil v elementu in določimo komponente notranjih sil v posamezni plasti in v posamezni smeri, dobimo potrebne prečne prereze armature s pomočjo znanih enačb za določitev armature oz. uporabimo enačbe (91) in (92) za določitev zgornje armature in enačbe (93) in (94) za določitev spodnje armature.

3.2 Primerjava predlogov za dimenzioniranje na strig zaradi prečnih sil s predlogom iz SIST EN 1992-2

3.2.1 Primerjava s predlogom Petra Martija

Splošno

Predlog avtorja Petra Martija o dimenzioniranju lupinastih elementov na strig temelji na uporabi troplastnega »sendvič« modela. V splošnem razdeli problem na dva primera. V prvem primeru obravnava, da je element nerazpokan in zato ne potrebuje strižne armature, v drugem primeru je element razpokan, kar vodi k potrebi po nameščanju strižne armature v element. Efektivna strižna debelina srednjega elementa je enaka ročici notranjih sil in jo označimo z d_v , njena vrednost pa je predpostavljena in se giblje med $0,8h$ in $0,9h$.

Standard SIST EN 1992-2 obravnava dimenzioniranje lupinastih elementov enako kot predlog Martija, z uporabo troplastnega modela. Je pa razlika v obravnavanju srednje plasti elementa, saj ga obravnava kot primer strižno obremenjenega nosilca. Standard SIST EN 1992-2 namreč predpostavlja, da se

lupinasti element v smeri glavne strižne napetosti obnaša enako kot nosilec. Standard SIST EN 1992-2 obravnava dva različna primera, vendar se v primerjavi z Martijevim predlogom razlikujeta. Standard v obeh primerih elemente že v osnovi obravnava kot razpokane. V prvem primeru so razpokani elementi, ki ne potrebujejo strižne armature, v drugem pa razpokani elementi, ki potrebujejo strižno armaturo za zagotavljanje zadostne strižne odpornosti.

Enačbe za dimenzioniranje

Kontrola oz. dimenzioniranje elementa po predlogu Martija je odvisna torej od dveh različnih možnih stanj v betonskem prerezu (razpokano ali nerazpokano jedro elementa). Da ugotovimo, ali je srednji sloj (jedro) elementa razpokano ali nerazpokano, avtor podaja zelo poenostavljeno kontrolo, da lahko element obravnava kot nerazpokan. Nazivna strižna napetost v_0/d_v ne sme preseči vrednosti $0,17\sqrt{f'_c}$ [MPa]. Po predlogu Martija izračunamo vrednost tlačne trdnosti razpokanega betona f'_c s pomočjo empiričnih izrazov iz kanadskega standarda, kateri v tem delu ni obravnavan. Če iz kontrole ugotovimo, da je nazivna strižna napetost v_0/d_v manjša od $0,17\sqrt{f'_c}$ [MPa], obravnavamo prerez kot nerazpokan in ni potrebno nameščanje strižne armature v element. Iz tega sledi tudi, da ne potrebujemo dodatne vzdolžne armature v zunanji plasti elementa. Če pa ugotovimo, da je nazivna strižna napetost v_0/d_v večja od $0,17\sqrt{f'_c}$ [MPa], moramo namestiti v element strižno armaturo za prevzem strižnih napetosti. V tem primeru je nujno tudi povečanje vzdolžne armature v zunanjih plasteh elementa zaradi vpliva striga.

Standard SIST EN 1992-2 že v osnovi obravnava elemente, katere preverjamo na strig, kot razpokane. Za razliko od predloga Martija, preverjamo potrebo po strižni armaturi na podlagi nosilnosti (odpornosti) betonskega prereza brez strižne armature $V_{Rd,c}$. Če ugotovimo, da je strižna obremenitev elementa manjša od projektne strižne nosilnosti betona $V_{Rd,c}$, ni potrebno strižno armiranje elementa. V nasprotnem primeru, ko strižna obremenitev preseže projektno strižno nosilnost betona $V_{Rd,c}$, moramo v element namestiti zadostno količino strižne armature, da zagotovimo potrebno odpornost. Standard SIST EN 1992-2 pravi tudi, da moramo zadostiti pogoju, da je projektna odpornost strižne armature manjša od projektne odpornosti prereza gleda na porušitev tlačnih diagonal. Te kontrole predlog Martija ne obravnava vendar je zelo pomembna, saj lahko njena neuporaba vodi k preveliki količini strižne armature in posredno, ob zelo velikih strižnih obremenitvah, do porušitve betona v tlaku.

Povečevanje vzdolžne armature v zunanjih plasteh zaradi vpliva striga v srednji plasti elementa v primeru, ko je potrebna strižna armatura

Predlog Martija v primeru razpokane srednje plasti (jedra) glede povečevanja vzdolžne armature v zunanjih plasteh elementa je zelo podoben tistemu iz standarda SIST EN 1992-2. Predvideva povečanje membranskih sil v zunanjih plasteh elementa na račun strižnih napetosti zaradi prečnih sil s to razliko, da pred člene, ki se nanašajo na ravninske strižne sile, torzijske momente in izvenravninske strižne sile v zunanjih plasteh elementa, uvaja faktorja k in K . Ta faktorja predstavljata poljubni pozitivni števili, ki določata prispevek ravninskih strižnih sil, torzijskih momentov in izvenravninskih strižnih sil zaradi prečnih sil k ravninski membranski sili, na podlagi katere določamo potreben prečni prerez vzdolžne armature. Na tem mestu avtor Marti pušča odprte roke projektantu, da se odloči, v kolikšni meri bo pripisal prispevek ravninskih strižnih sil, torzijskih momentov in izvenravninskih strižnih sil zaradi prečne sile k ravninski membranski sili. V standardu SIST EN 1992-2 sta ta faktorja natančno določena z vrednostjo $\cot \theta$ (čeprav je θ poljubno izbran kot), tako da lahko projektant določi natančno vrednost tega prispevka in ni dileme, katera vrednost je prava in na kakšen način jo določiti.

Standard SIST EN 1992-2 upošteva povečanje vzdolžne armature v zunanjih plasteh v primeru strižnega armiranja srednje plasti že na nivoju dimenzioniranja zunanjih plasti. Na nivoju dimenzioniranja zunanjih plasti namreč loči izračun notranji sil v posamezni plasti in v posamezni smeri v primeru, ko element ni strižno armiran in primer, ko je element strižno armiran. Zato posebnih enačb za določanje dodatne vzdolžne armature v poglavju 2.2.4 ni.

3.2.2 Primerjava s predlogom iz modelnih predpisov CEB-FIP MODEL CODE 1990

Splošno

Pri dimenzioniranju notranje plasti troplastnega (oz. »sendvič«) modela z uporabo modelnega predpisa CEB-FIP MODEL CODE 1990 postopamo enako, kot bi dimenzionirali masivne, strižno obremenjene plošče. Modelni predpis obravnava tri različne primere, v okviru katerih se določi ali je element razpokan ali nerazpokan in ali je potrebna strižna armatura.

Standard SIST EN 1992-2 obravnava dimenzioniranje srednje plasti lupinastega elementa kot primer strižno obremenjenega nosilca, saj lahko predpostavimo, da se lupinasti element v smeri glavne strižne napetosti obnaša enako kot nosilec. Standard SIST EN 1992-2 obravnava dva različna primera. V prvem primeru so elementi, ki ne potrebujejo strižne armature, v drugem pa elementi, ki potrebujejo strižno armaturo za zagotavljanje zadostne strižne odpornosti. Elemente že v osnovi obravnava kot razpokane.

Enačbe za dimenzioniranje

Kot je bilo že omenjeno v prejšnji točki, modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 1990 za razliko od standarda SIST EN 1992-2 grobo razdeli element na primer, ko je srednji sloj razpokan in primer, ko ostane srednji sloj nerazpokan. V slednjem modelni predpis določa kontrolo maksimalne natezne napetosti v betonu. Če pa ugotovimo, da srednji sloj elementa razpoka, oba, tako standard kot modelni predpis, razdelita elemente na tiste, ki potrebujejo strižno armaturo in elemente, ki ne potrebujejo strižne armature.

V primeru, da ne potrebujemo strižne armature za prevzem prečnih sil oz. so te tako velike, da jih lahko prevzame beton, naredimo kontrolo nosilnosti betonskega prereza. Ta pravi, da mora biti glavna strižna sila manjša od projektne strižne odpornosti elementa, ki jo modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 1990 označuje z oznako V_{Rd1} , standard SIST EN 1992-2 pa kot $V_{Rd,c}$. Na tem mestu je vredno omeniti še to, da tako modelni predpis kot tudi standard predpisujeta empirična izraza za izračun projektne strižne nosilnosti elementa brez strižne armature V_{Rd1} oz. $V_{Rd,c}$. Pri uporabi modelnih predpisov moramo paziti na to, da uporabljamo za f_{ck} vrednosti manjše od 50 MPa.

Tako modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 1990 kot standard SIST EN 1992-2 pravita, da v primeru, ko potrebujemo za zagotavljanje zadostne strižne odpornosti strižno armaturo, obravnavamo lupinasti element kot nosilec. To pomeni, da za preverjanje odpornosti srednje plasti elementa uporabimo model nadomestnega paličja (model tlačnih razpor in nateznih vezi).

Dimenzioniranje notranje plasti elementa po predlogu modelnega predpisa CEB-FIP MODELCODE 1990 izvajamo po korakih za posamezni prerez. V vsakem prerezu dimenzioniramo ločeno natezni in tlačeni pas ter ločeno tlak v srednji plasti elementa in nateg v strižni armaturi. V vsakem koraku moramo zadostiti pogojem napetosti bodisi v armaturi bodisi v betonu. Modelni predpis tudi predpisuje, da si vrednost naklona tlačnih diagonal θ lahko izberemo poljubno vendar v mejah med 45° ($\cot^{-1}\theta = 1$) in $18,4^\circ$ ($\cot^{-1}\theta = 3$). Zavedati se moramo, da bolj ko se približujemo spodnji vrednosti $18,4^\circ$ ($\cot^{-1}\theta = 3$), večja bo potreba po vzdolžni armaturi v nateznem pasu.

Na drugi strani nam standard SIST EN 1992-2 podaja predlog za dimenzioniranje notranje plasti elementa kot zadostitev kontroli, da je glavna strižna sila manjša od projektne odpornosti strižne armature. Zadostiti moramo tudi pogoju, da je projektna odpornost strižne armature manjša od projektne odpornosti prereza gleda na porušitev tlačnih diagonal. Te kontrole namreč modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 1990 ne obravnava. Ta kontrola je zelo pomembna in njena neuporaba lahko vodi k preveliki količini strižne armature in posredno, ob zelo velikih strižnih obremenitvah, do krhke porušitve betona v tlaku.

Povečevanje vzdolžne armature v zunanjih plasteh zaradi vpliva striga v srednji plasti elementa v primeru, ko je potrebna strižna armatura

Povečanje vzdolžne armature v zunanjih plasteh elementa zaradi vpliva striga v primeru strižno armiranega elementa modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 1990 upošteva že pri enačbah, ko izvajamo kontrole v nateznem pasu modela nadomestnega paličja. Tam so upoštevani vplivi membranskih sil, upogibnih sil, torzijskih momentov in izvenravninski strižni sili. Prečni prerezi armature, dobljeni s temi enačbami, zagotavljajo zadostno odpornost elementa na vse obremenitve.

Standard SIST EN 1992-2 upošteva povečanje vzdolžne armature v zunanjih plasteh v primeru strižnega armiranja srednje plasti že na nivoju dimenzioniranja zunanjih plasti. Na nivoju dimenzioniranja zunanjih plasti namreč loči izračun notranji sil v posamezni plasti in v posamezni smeri v primeru, ko element ni strižno armiran in primer, ko je element strižno armiran. Zato posebnih enačb za določanje dodatne vzdolžne armature v poglavju 2.2.4 ni.

3.2.3 Primerjava s predlogom iz modelnih predpisov CEB-FIP MODELCODE 2010

Splošno

Modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 2010 je edini od obravnavanih, ki obravnava strig v srednji plasti (jedru) lupinastega elementa kot svoje poglavje v predpisu. Obravnava ga skupaj z linijskimi elementi (nosilci), vendar podaja tudi ločene (ne vse) izraze za dvo-dimenzionalne elemente. Za razliko od modelnega predpisa CEB-FIP MODELCODE 1990 obravnava elemente enako kot standard SIST EN 1992-2 tako, da jih razdeli na dva primera. V prvem primeru obravnava, da je element razpokan vendar ne potrebuje strižne armature za armiranje, v drugem primeru je element ravno tako razpokan vendar potrebuje strižno armaturo za armiranje. Navaja tudi, kje je potrebna kontrola prereza za primer, ko se koncentrirana obtežba na elementu nahaja v bližini podpor.

Standard SIST EN 1992-2 obravnava dimenzioniranje srednje plasti (jedra) elementa kot primer strižno obremenjenega nosilca, saj lahko predpostavimo, da se lupinasti element v smeri glavne strižne napetosti obnaša enako kot nosilec. Tako standard SIST EN 1992-2 kot tudi modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 2010 elemente že v osnovi obravnavata kot razpokane.

Enačbe za dimenzioniranje

Največjo razliko metode, obravnavane v modelnem predpisu CEB-FIP MODELCODE 2010 v primerjavi z metodo iz standarda SIST EN 1992-2, najdemo v enačbah za dimenzioniranje oz. kontrolnih enačbah. Razliko najdemo v hitrem pregledu enačb iz modelnega predpisa, ki uvaja

dimenzioniranje oz. kontrole prerezov na osnovi stanja deformacij v težišču prereza. Od stanja deformacij v težišču prereza je namreč odvisno, kolikšna bo projektna strižna odpornost betona in kakšna bo projektna strižna odpornost prereza glede na porušitev tlačnih diagonal.

V primeru, ko ne potrebujemo strižne armature za armiranje srednje plasti elementa, sta postopka preverjanja, ali ima betonski prerez zadostno strižno odpornost v osnovi enaka. Razlikujeta se le po enačbi za izračun projektne strižne odpornosti betona, katera je v modelnem predpisu CEB-FIP MODELCODE 2010 v veliki meri odvisna od faktorja k_v , ki zajema vpliv velikosti maksimalnega zrna betona in vpliv prej omenjenega stanja deformacij v težišču prereza. V standardu SIST EN 1992-2 tak ali podoben vpliv ni zajet v računu. Na tem mestu je potrebno omeniti še to, da modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 2010 navzgor omejuje upoštevano vrednost za f_{ck} v računu projektne strižne odpornosti betona $V_{Rd,c}$ z izrazom $\sqrt{f_{ck}} \leq 8 \text{ MPa}$.

V primeru, ko potrebujemo strižno armaturo za armiranje elementa, modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 2010 za razliko od standarda SIST EN 1992-2 v osnovi upošteva tudi prispevek betona. S tem se modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 2010 zopet vrača k stari praksi, kjer je bil prispevek betona vedno upoštevan, le trenutna verzija Evrokodov tega prispevka ne upošteva. Moram pa na tem mestu dodati, da modelni predpis v vsakem primeru ne upošteva prispevka betona k strižni nosilnosti prereza. V osnovi modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 2010 določa tri različne pristope k dimenzioniranju. Kontrole oz. dimenzioniranja elementa z uporabo prvega pristopa se odločimo, če je stopnja deformacij v težišču prereza elementa manjša od 0,001. V tem pristopu je zanemarjen vpliv strižne odpornosti betona. Drugi pristop je posplošena različica prvega pristopa, ki ravno tako zanemarlja vpliv strižne nosilnosti betona in nima omejitev glede stopnje deformacij v težišču elementa. Tretji pristop upošteva vpliv strižne nosilnosti betona na projektno strižno odpornost elementa vendar pod pogojem, da tako izračunana strižna odpornost elementa V_{Rd} ne presega strižne odpornosti glede na porušitev tlačnih diagonal $V_{Rd,max}(\theta_{min})$. Če ugotovimo, da strižna odpornost elementa V_{Rd} , izračunana po tretjem pristopu, presega $V_{Rd,max}(\theta_{min})$, izračunamo strižno odpornost elementa po drugem pristopu.

Standard SIST EN 1992-2 na drugi strani obravnava primere, v katerih potrebujemo strižno armaturo za zagotavljanje zadostne strižne odpornosti elementa z enotnim pristopom, v katerem ne upošteva prispevka betona k strižni nosilnosti elementa. Ta pristop temelji na preverjanju, ali je izračunana strižna armatura zadostna, da prevzame strižne sile v srednji plasti elementa in ali je na podlagi izbranega prečnega prereza strižne armature, projektna strižna nosilnost elementa manjša od strižne odpornosti prereza glede na porušitev tlačnih diagonal.

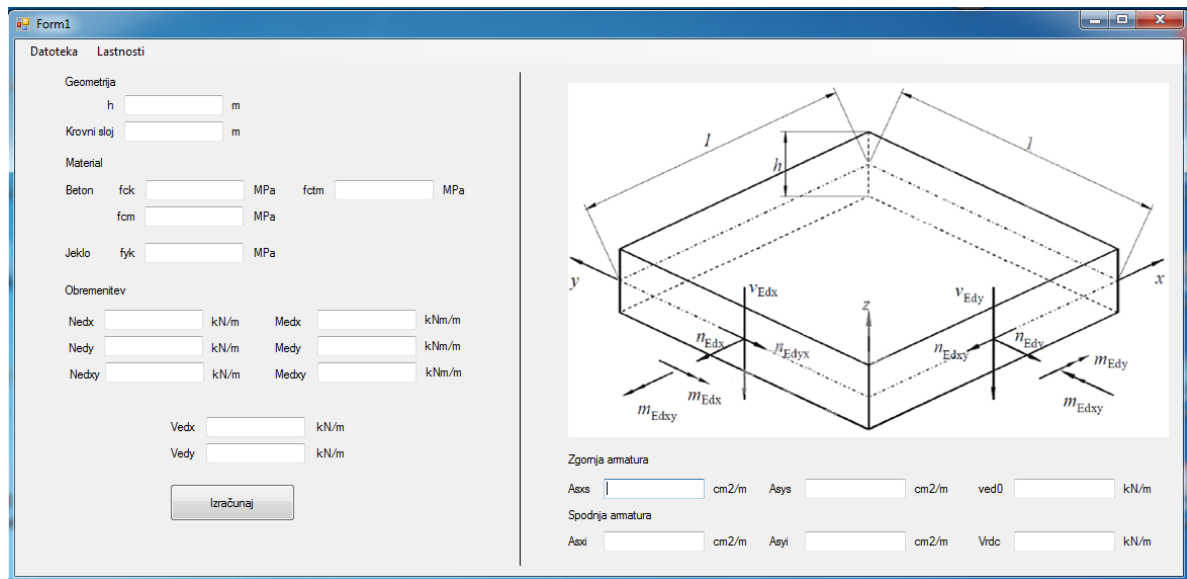
Povečevanje vzdolžne armature v zunanjih plasteh zaradi vpliva striga v srednji plasti elementa v primeru, ko je potrebna strižna armatura

Povečanje vzdolžne armature v zunanjih plasteh elementa zaradi vpliva striga v primeru strižno armiranega elementa modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 2010 upošteva že v enačbah za izračun membranskih sil v posamezni plasti in v posamezni smeri. Povečanje vzdolžne armature predvideva modelni predpis tudi v primeru, ko strižne armature ni potrebno zagotavljati za zadostno odpornost elementa na strig. V enačbah za izračun membranskih sil so upoštevani vplivi membranskih in upogibnih sil, torzijski momenti in prečne sile, ki jih dobimo iz globalne analize konstrukcije. Prečni prerezi armature, dobljeni s temi enačbami, zagotavljajo zadostno odpornost elementa na vse obremenitve.

Tudi standard SIST EN 1992-2 upošteva povečanje vzdolžne armature v zunanjih plasteh v primeru strižnega armiranja srednje plasti že na nivoju dimenzioniranja zunanjih plasti s to razliko, da na nivoju dimenzioniranja zunanjih plasti loči izračun notranji sil v posamezni plasti in v posamezni smeri v primeru, ko element ni strižno armiran in primer, ko je element strižno armiran. Se pravi, da standard SIST EN 1992-2 v primeru, ko ne potrebujemo strižne armature za prevzem strižnih sil v srednji plasti elementa, ne določa povečanja vzdolžne armature tako kot to določa modelni predpis CEB-FIP MODELCODE 2010.

4. RAČUNALNIŠKI PROGRAM ZA DIMENZIONIRANJE LUPINASTIH ELEMENTOV

Poleg opisanih različnih postopkov za dimenzioniranje armiranobetonskih lupinastih elementov vsebuje diplomsko delo tudi izdelavo računalniškega pripomočka (programa), s katerim lahko na razmeroma enostaven način izračunamo potrebno količino armature v obravnavani točki elementa v primeru splošne kombinacije membranske, upogibne in strižne obremenitve.



Slika 35: Okno programa za dimenzioniranje lupinastih elementov

Zasnova programa

Omenjeni program za določitev potrebnega prečnega prereza armature v posamezni plasti in v posamezni smeri lupinastega elementa je napisan v programskem paketu Microsoft Visual Basic 2010 Express, katerega lahko brezplačno prenesemo iz spleta.

Izdelani program je sestavljen iz več gradnikov, s katerimi izvedemo račun in s katerimi prikažemo dobljene rezultate.

Uporabljene enačbe in postopek računa

Za dimenzioniranje in kontrolo prereza so upoštevana določila in enačbe iz standarda SIST EN 1992-2 v povezavi s standardom SIST EN 1992-1-1. To pomeni, da lahko uporabnik program uporablja za dimenzioniranje lupinastih elementov v skladu s standardi Evrokod.

Dimenzioniranje elementa se izvede tako, da se na podlagi podanih obremenitev in geometrijskih karakteristik elementa najprej izračunajo membranske sile v zunanjih plasteh elementa. Vzporedno z računom membranskih sil se izvede kontrola strižne odpornosti elementa glede na prečne sile. Če je strižna odpornost elementa brez strižne armature $V_{Rd,c}$ glede na prečne sile večja od obremenitve s prečnima silama v_{Ed0} , se izračuna potreben prečni prerez armature v posamezni plasti in v posamezni smeri. Če pa je strižna odpornost elementa brez strižne armature $V_{Rd,c}$ glede na prečne sile manjša od obremenitve s prečnima silama v_{Ed0} , se izračuna potreben prečni prerez armature v posamezni plasti in v posamezni smeri z upoštevanjem povečanja vzdolžne armature zaradi prečnih sil, sproti pa se izpiše opozorilo, da je element potrebno strižno armirati (potrebne prereze strižne armature program ne izračuna). Na koncu program izvede še kontrolo tlačnih napetosti v betonu. Če so napetosti manjše od dovoljenih, program izpiše rezultate v uporabniško okno, če pa so napetosti večje od dovoljenih, pa program izpiše opozorilo, da je potrebno povečati debelino krovnega sloja betona.

Uporaba programa

Program je namenjen dimenzioniranju lupinastih elementov v primeru splošne kombinacije membranske, upogibne in strižne obremenitve. Za take primere je uporaba programa preprosta in intuitivna.

Levi del okna programa (slika 36) je namenjen vnosu zahtevanih podatkov kot so geometrija (višina elementa in debelina krovnega sloja), lastnosti uporabljenih materialov (za beton in jeklo) in obremenitev (tri membranske in upogibne komponente ter dve prečni sili), ki jo dobimo iz analize konstrukcije. Posebno pozornost moram nameniti še vnosu obremenitev, ki jih podajamo v program. Paziti moramo namreč pri predznakih količin za notranje sile iz programa MKE, saj ni nujno, da se le-ti ujemajo z predznaki iz programa. Zato je v desnem delu okna programa v pomoč slika, ki prikazuje pozitivne smeri obremenitev elementa katere uporablja program, na osnovi katerih se določi predznak posamezne obremenitve.

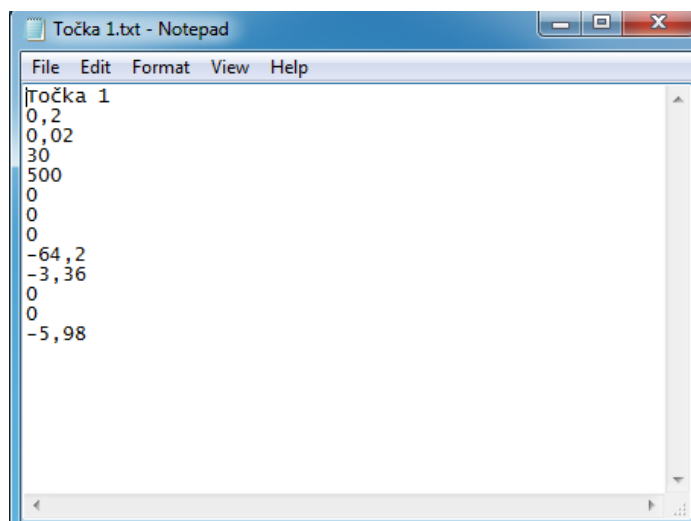
The screenshot shows a software window titled 'Datoteka Lastnosti'. It contains several input fields organized into sections: 'Geometrija' with fields for 'h' and 'Krovni sloj'; 'Material' with fields for 'fck', 'fcm', 'fctm', and 'fyk'; and 'Obremenitev' with fields for 'Nedx', 'Nedy', 'Nedxy', 'Medx', 'Medy', 'Medxy', 'Vedx', and 'Vedy'. Each field is followed by its unit. At the bottom, there is a button labeled 'Izračunaj'.

Slika 36: Levi del okna programa

Vnos omenjenih podatkov, katere potrebujemo za račun, pa lahko izvedemo tudi s pomočjo shranjene tekstovne datoteke, ki jo pripravimo v npr. Beležnici (s končnico *.txt). Tekstovna datoteka mora vsebovati vse potrebne podatke v naslednjem zaporedju:

- v prvo vrstico vpišemo ime točke (npr. Točka 1)
- v drugo vrstico vpišemo višino elementa h [m]
- v tretjo vrstico vpišemo debelino krovnega sloja betona [m]
- v četrto vrstico vpišemo karakteristično tlačno trdnost betona f_{ck} [MPa]
- v peto vrstico vpišemo karakteristično natezno trdnost jekla f_{yk} [MPa]
- v šesto vrstico vpišemo N_{Edx} [kN/m]
- v sedmo vrstico vpišemo N_{Edy} [kN/m]
- v osmo vrstico vpišemo N_{Edxy} [kN/m]
- v deveto vrstico vpišemo M_{Edx} [kNm/m]
- v deseto vrstico vpišemo M_{Edy} [kNm/m]
- v enajsto vrstico vpišemo M_{Edxy} [kNm/m]
- v dvanajsto vrstico vpišemo v_{Edx} [kN/m]
- v trinajsto vrstico vpišemo v_{Edy} [kN/m]

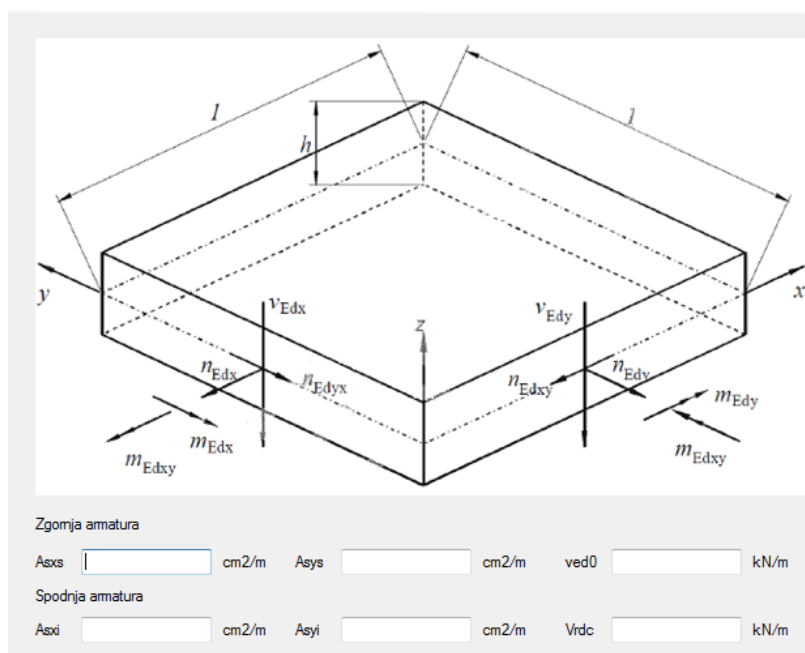
Primer tako zapisane tekstovne datoteke je prikazan na sliki 37.



Slika 37: Primer zapisa tekstovne datoteke

Ko datoteko shranimo, jo lahko v meniju Datoteka/Odpri odpremo. Račun potrebnega prečnega prereza armature se požene avtomatično.

Na desnem delu programa se poleg slike, ki podaja pozitivne smeri obremenitve elementa, nahaja še del z rezultati. Rezultate predstavljajo potrebni prečni prerezi armature v posamezni smeri in posamezni plasti lupinastega elementa (slika 38) ter velikost glavne strižne sile v_0 in pripadajoča projektna strižna odpornost elementa brez strižne armature $V_{Rd,c}$.



Slika 38: Desni del okna programa

Rezultati

Kot rezultat vnesenih podatkov dobimo potreben prečni prerez armature za posamezno plast in posamezno smer elementa (A_{sxs} , A_{sys} , A_{sxi} , A_{syi}), glavno strižno silo v_0 in pripadajočo projektno strižno odpornost elementa brez strižne armature $V_{Rd,c}$.

Zgornja armatura v programu pomeni, da se armatura nahaja v zgornji plasti elementa, ki se nahaja v območju s pozitivno koordinato z . Podobno pomeni v programu spodnja armatura, ki se nahaja v spodnji plasti elementa in je v območju z negativno koordinato z .

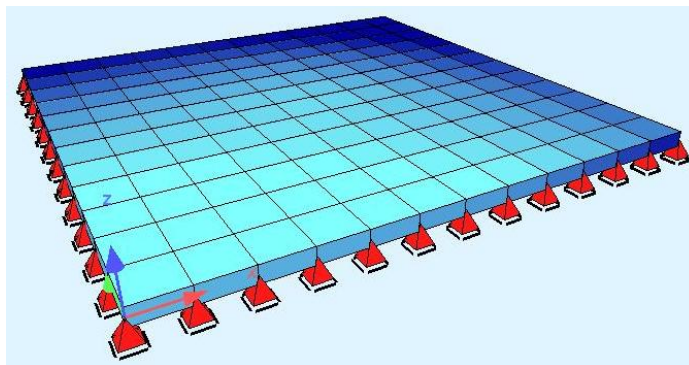
5. RAČUNSKI PRIMERI

Namen v nadaljevanju prikazanih računskih primerov je prikaz uporabe lastnega računalniškega programa za dimenzioniranje lupinastih elementov v skladu z veljavnim standardom SIST EN 1992-2 in primerjava dobljenih rezultatov z rezultati komercialnih programov, ki imajo vgrajene module za dimenzioniranje elementov.

5.1 Na vseh štirih robovih vrtljivo podprta plošča

Zasnova

V prvem primeru je kot osnovni primer obravnavana armiranobetonska vrtljivo podprta plošča dimenzij $6\text{ m} \times 6\text{ m}$. Debelina plošče znaša 18 cm , oddaljenost težišča armature do zunanje plasti betonskega prereza a pa $2,5\text{ cm}$. Na robovih plošče so preprečeni samo vertikalni pomiki (Slika 39: Računski model plošče v programu Sofistik).



Slika 39: Računski model plošče v programu Sofistik

Material

Karakteristike betona in jekla so definirane v uporabljenem programu, s katerim naredimo globalno analizo konstrukcije. Uporabljen je beton kvalitete C30/37 ter jeklo za armiranje kvalitete S500.

Obtežba

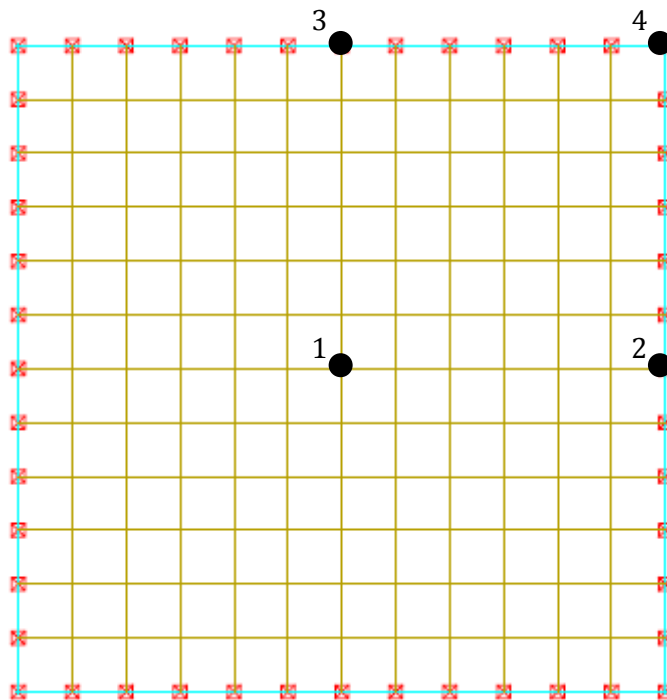
Plošča je obremenjena z enakomerno porazdeljeno ploskovno koristno obtežbo velikosti $7,5\text{ kN/m}^2$, lastno težo plošče velikosti $4,32\text{ kN/m}^2$ ter stalno obtežbo zaradi tlakov velikosti $1,2\text{ kN/m}^2$.

Končni elementi

Za velikost in obliko končnih elementov sem izbral ortogonalno mrežo, kjer so končni elementi dimenzij $0,5 \times 0,5$ m. Za končne elemente celotne konstrukcije so izbrani končni elementi, ki so privzeti za 2D Slab system.

Postopek

Za določitev notranjih sil uporabimo program za analizo konstrukcij po metodi končnih elementov. V tem primeru je bil izbran program Sofistik (v povezavi z modulom za vnos podatkov Sofiplus). V program podamo zasnovo in material, ter na podlagi obtežbe določimo notranje sile v konstrukciji. Če ima program vgrajen modul za dimenzioniranje elementov, podamo še položaj armature. Na podlagi globalne analize konstrukcije oz. rezultatov iz programa za analizo, vnesemo v izdelan program (lasten program) vrednosti notranjih sil v izbranih točkah (Slika 40: Izbrane obravnavane točke) in kot rezultat dobimo vrednost potrebnega prečnega prereza armature za posamezno smer (x in y) ter lego (zgoraj in spodaj) v posamezni točki.



Slika 40: Izbrane obravnavane točke

Rezultati analize notranjih sil

Iz globalne analize konstrukcije dobimo vrednosti notranjih sil v obravnavanih točkah. Ker je izbran osnovni model za plošče (2D Slab), dobimo notranje sile v obliki upogibnih in torzijskih momentov in

prečni sili. Membranskih osnih sil pri tem modelu ni, zato so vsi členi v preglednici 1 enaki nič. Še posebej moramo biti pozorni na predznake notranjih sil, saj po definiciji iz dodatka LL standarda SIST EN 1992-2 pozitivni momenti povzročajo natege na zgornji strani elementa.

Preglednica 1: Notranje sile dobljene s programom Sofistik

Točka	m_{Edx} [kNm/m]	m_{Edy} [kNm/m]	m_{Edxy} [kNm/m]	n_{Edx} [kN/m]	n_{Edy} [kN/m]	n_{Edxy} [kN/m]	v_{Edx} [kN/m]	v_{Edy} [kN/m]	h [m]
1	-29,7	-29,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,18
2	-6,13	-4,98	0,0	0,0	0,0	0,0	-33,8	0,0	0,18
3	-4,98	-6,13	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	33,8	0,18
4	-0,82	-0,82	-20,8	0,0	0,0	0,0	33,5	-33,5	0,18

Dimenzioniranje

Za dimenzioniranje plošče uporabimo notranje sile iz preglednice 1 ter jih vnesemo za vsako obravnavano točko posebej v naš program. V program vnesemo še ostale potrebne geometrijske in materialne karakteristike obravnavane plošče, ki so potrebne za izračun ter poženemo račun. Rezultati računa so prikazani v preglednici 2.

V primeru, ko potrebujemo strižno armaturo za strižno armiranje elementa oz. je presežena strižna nosilnost elementa, program sam upošteva povečanje vzdolžne armature v posamezni plasti in v posamezni smeri elementa. V tem primeru program tudi opozori uporabnika, da je potrebno strižno armiranje, vendar ne izračuna potrebne količine armature za strižno armiranje.

Preglednica 2: Potrebna armatura za armiranje plošče izračunana s pomočjo lastnega programa

Točka	Armaturo spodaj		Armaturo zgoraj	
	A_{Sxi} [cm ² /m]	A_{Syi} [cm ² /m]	A_{Sxs} [cm ² /m]	A_{Sys} [cm ² /m]
1	5,25	5,25	0,0	0,0
2	1,08	0,88	0,0	0,0
3	0,88	1,08	0,0	0,0
4	3,82	3,82	3,53	3,53

Primerjava izračunane armature z našim programom in komercialnima programoma Sofistik ter Amses Plate

Za kontrolo rezultatov, dobljenih iz našega programa, sem naredil še primerjavo z rezultati komercialnih programov Sofistik ter Amses Plate, ki imata vgrajene module za dimenzioniranje konstrukcijskih elementov. Rezultati so predstavljeni v naslednji preglednici.

Preglednica 3: Potreben prečni prerez armature za armiranje plošče v izbranih točkah določen z različnimi programi

	Naš program				Sofistik			
	Armatura spodaj		Armatura zgoraj		Armatura spodaj		Armatura zgoraj	
Točk a	A_{Sxi} [cm ² /m]	A_{Syi} [cm ² /m]	A_{Sxs} [cm ² /m]	A_{Sys} [cm ² /m]	A_{Sxi} [cm ² /m]	A_{Syi} [cm ² /m]	A_{Sxs} [cm ² /m]	A_{Sys} [cm ² /m]
1	5,25	5,25	0,0	0,0	4,26	4,26	0,0	0,0
2	1,08	0,88	0,0	0,0	1,18	1,02	0,0	0,0
3	0,88	1,08	0,0	0,0	1,02	1,18	0,0	0,0
4	3,82	3,82	3,53	3,53	3,05	3,05	2,80	2,80

	Amses Plate			
	Armatura spodaj		Armatura zgoraj	
Točka	A_{Sxi} [cm ² /m]	A_{Syi} [cm ² /m]	A_{Sxs} [cm ² /m]	A_{Sys} [cm ² /m]
1	4,58	4,59	0,0	0,0
2	0,42	0,43	0,37	0,09
3	0,43	0,40	0,09	0,37
4	3,81	3,81	3,55	3,55

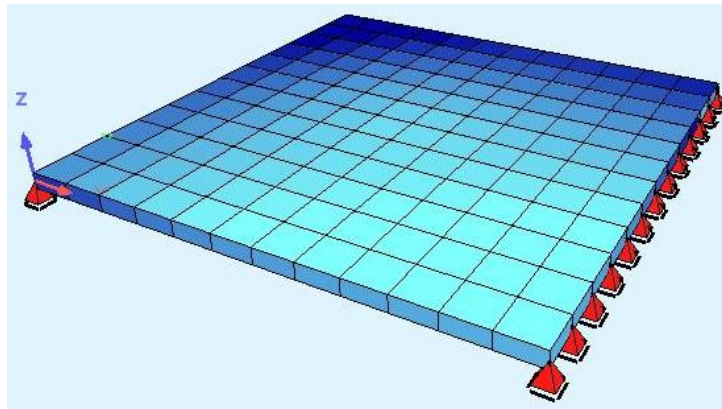
Iz rezultatov v preglednici 3 lahko opazimo, da se rezultati potrebnih količin armature le grobo ujemajo med seboj. Najbolj podobni rezultati v primerjavi z rezultati iz mojega programa so rezultati iz programa Sofistik, kar je tudi razumljivo, saj sem za potrebe dimenzioniranja plošče uporabil vrednosti za obremenitve iz programa Sofistik. Rezultati iz programa Amses Plate so tudi primerljivi z rezultati iz mojega programa, vendar lahko pri obravnavanih točkah 2 in 3 opazimo manjša odstopanja. Ta odstopanja velja pripisati nenatančnemu odčitavanju rezultatov iz programa Amses Plate, saj ta program npr. ne omogoča izpis rezultatov v vozliščih (kot sem to naredil s programom Sofistik) in je odčitavanje rezultatov zelo nerodno. Če primerjamo še rezultate iz obeh komercialnih programov, lahko tudi opazimo manjša odstopanja. Predvsem gre za odstopanja, ki so zopet posledica

odčitavanja rezultatov. Vrednosti v preglednici 3 iz programa Amses Plate so vrednosti iz vozlišč, medtem ko so predstavljene vrednosti iz programa Sofistik povprečne vrednosti elementov v vozliščih.

5.2 Delno vpeta plošča z enim prostim robom

Zasnova

V drugem primeru je obravnavana armiranobetonska delno vpeta plošča z enim prostim robom dimenzij $6\text{ m} \times 6\text{ m}$. Debelina plošče znaša 20 cm , oddaljenost težišča armature do zunanje plasti betonskega prereza a pa $2,0\text{ cm}$. Na dveh robovih plošče so preprečeni samo vertikalni pomiki (Slika 41: Računski model plošče v programu Sofistik), en rob je polno vpet, preostali rob pa ni podprt.



Slika 41: Računski model plošče v programu Sofistik

Material

Karakteristike betona in jekla so definirane v uporabljenem programu, s katerim naredimo globalno analizo konstrukcije. Uporabljen je beton kvalitete C30/37 ter jeklo za armiranje kvalitete S500.

Obtežba

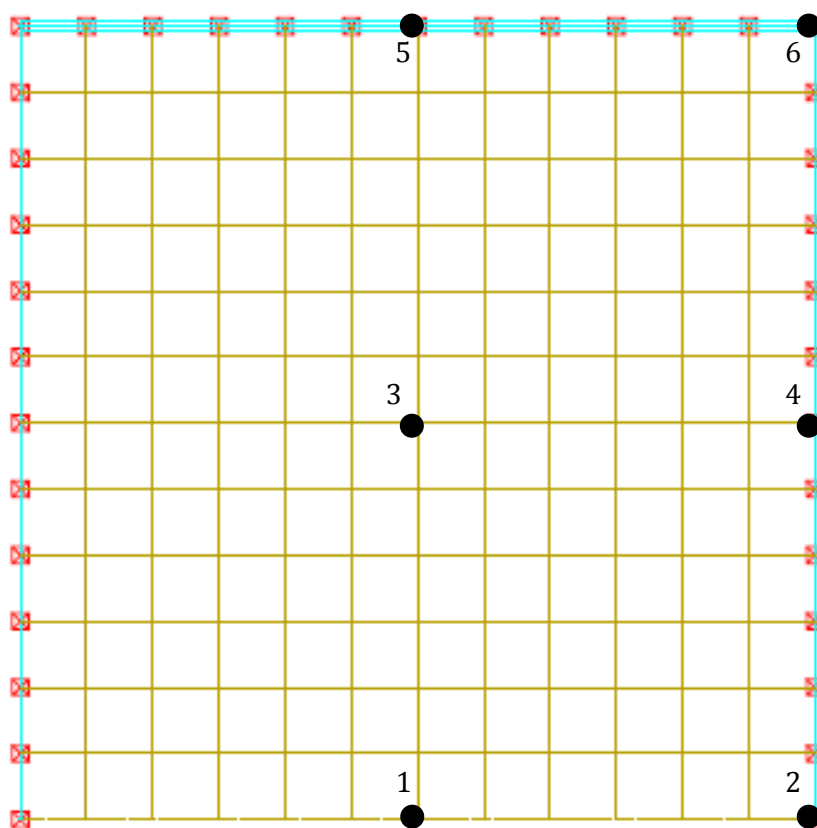
Plošča je obremenjena z enakomerno porazdeljeno ploskovno koristno obtežbo velikosti $7,5\text{ kN/m}^2$, lastno težo plošče velikosti $4,80\text{ kN/m}^2$ ter stalno obtežbo zaradi tlakov velikosti $1,2\text{ kN/m}^2$.

Končni elementi

Za velikost in obliko končnih elementov sem izbral ortogonalno mrežo, kjer so končni elementi dimenzij $0,5 \times 0,5$ m. Za končne elemente celotne konstrukcije so izbrani končni elementi, ki so privzeti za 2D Slab system.

Postopek

Za določitev notranjih sil uporabimo program za analizo konstrukcij po metodi končnih elementov. Tudi v tem primeru je bil izbran program Sofistik (v povezavi z modulom za vnos podatkov Sofiplus). V program podamo zasnovo in material, ter na podlagi obtežbe določimo notranje sile v konstrukciji. Za potrebe dimenzioniranja plošče podamo še položaj armature v betonskem prerezu. Na podlagi globalne analize konstrukcije oz. rezultatov iz programa za analizo, vnesemo v izdelan program (naš program) vrednosti notranjih sil v izbranih točkah (Slika 42: Izbrane obravnavane točke) in kot rezultat dobimo vrednost potrebnega prečnega prereza armature za posamezno smer (x in y) ter lego (zgoraj in spodaj) v posamezni točki.



Slika 42: Izbrane obravnavane točke

Rezultati analize notranjih sil

Iz globalne analize konstrukcije dobimo velikosti notranjih sil v obravnavanih točkah. Izvedena je bila analiza z metodo končnih elementov (MKE) s programom Sofistik. Ker je izbran osnovni model za plošče (2D Slab), dobimo notranje sile v obliki upogibnih in torzijskih momentov in prečni sili. Membranskih osnih sil pri tem modelu ni, zato so vsi pripadajoči členi v preglednici 4 enaki nič. Pazimo na predznake notranjih sil, saj po definiciji iz dodatka LL standarda SIST EN 1992-2 pozitivni upogibni momenti povzročajo natege na zgornji strani elementa.

Preglednica 4: Notranje sile dobljene s programom Sofistik

Točka	m_{Edx} [kNm/m]	m_{Edy} [kNm/m]	m_{Edxy} [kNm/m]	n_{Edx} [kN/m]	n_{Edy} [kN/m]	n_{Edxy} [kN/m]	v_{Edx} [kN/m]	v_{Edy} [kN/m]	h [m]
1	-64,2	-3,36	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-5,98	0,20
2	-11,4	-0,64	-14,6	0,0	0,0	0,0	-73,1	-31,5	0,20
3	-38,0	-16,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	15,7	0,20
4	-7,06	-2,86	-19,3	0,0	0,0	0,0	-31,6	-38,4	0,20
5	11,4	62,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	72,1	0,20
6	1,71	10,4	-7,68	0,0	0,0	0,0	12,5	0,47	0,20

Dimenzioniranje

Za dimenzioniranje plošče uporabimo notranje sile iz preglednice 4 ter jih vnesemo za vsako obravnavano točko posebej v naš program. Podobno kot v prvem primeru, v program vnesemo še ostale potrebne geometrijske in materialne karakteristike obravnavane plošče, ki so potrebni za izračun ter poženemo račun. Kot rezultat dobimo potrebne količine armature za armiranje v obravnavani točki.

Preglednica 5: Potrebna armatura za armiranje plošče izračunana s pomočjo lastnega programa

Točka	Armatura spodaj		Armatura zgoraj	
	A_{Sxi} [cm ² /m]	A_{Syi} [cm ² /m]	A_{Sxs} [cm ² /m]	A_{Sys} [cm ² /m]
1	9,22	0,48	0,0	0,0
2	3,73	2,19	0,46	2,01
3	5,46	2,37	0,0	0,0
4	3,79	3,19	1,76	2,36
5	0,0	0,0	1,64	9,01
6	0,57	0,0	1,35	2,60

Primerjava izračunane armature z našim programom in programoma Sofistik ter Amses Plate

Enako kot v prvem primeru je bilo za kontrolo rezultatov, dobljenih iz našega programa, narejena primerjava z rezultati komercialnih programov Sofistik ter Amses Plate, ki imata vgrajene module za dimenzioniranje konstrukcijskih elementov. Rezultati so predstavljeni v naslednji preglednici.

Preglednica 6: Potreben prečni prerez armature za armiranje plošče v izbranih točkah določen z različnimi programi

	Naš program				Sofistik			
	Armatura spodaj		Armatura zgoraj		Armatura spodaj		Armatura zgoraj	
Točka	A_{Sxi} [cm ² /m]	A_{Syi} [cm ² /m]	A_{Sxs} [cm ² /m]	A_{Sys} [cm ² /m]	A_{Sxi} [cm ² /m]	A_{Syi} [cm ² /m]	A_{Sxs} [cm ² /m]	A_{Sys} [cm ² /m]
1	9,22	0,48	0,0	0,0	8,52	1,70	0,0	0,0
2	3,73	2,19	0,46	2,01	3,13	1,94	0,38	1,76
3	5,46	2,37	0,0	0,0	4,96	2,48	0,0	0,0
4	3,79	3,19	1,76	2,36	3,18	2,83	1,46	2,08
5	0,0	0,0	1,64	9,01	0,0	0,0	1,76	8,78
6	0,57	0,0	1,35	2,6	0,46	0,09	1,12	2,29

	Amses Plate			
	Armatura spodaj		Armatura zgoraj	
Točka	A_{Sxi} [cm ² /m]	A_{Syi} [cm ² /m]	A_{Sxs} [cm ² /m]	A_{Sys} [cm ² /m]
1	9,06	0,46	0,0	0,0
2	2,48	2,18	1,91	2,46
3	5,32	2,39	0,0	0,0
4	2,76	2,73	2,68	2,83
5	0,0	0,0	2,61	11,55
6	0,85	0,16	0,28	0,69

Podobno kot za prvi primer lahko tudi za drugi primer iz rezultatov v preglednici 6 opazimo, da se rezultati potrebnih količin armature približno ujemajo. Najbolj podobni rezultati v primerjavi z rezultati iz mojega programa so rezultati iz programa Sofistik, kar je tudi razumljivo, saj sem tudi v tem primeru za potrebe dimenzioniranja plošče uporabil vrednosti za obremenitve iz programa Sofistik. Če podrobneje pogledamo rezultate iz mojega programa in iz programa Sofistik lahko opazimo, da so količine potrebne armature iz mojega programa v skoraj vseh točkah večje od tistih iz

programa Sofistik. Razlog za to razliko je ta, da moj program pri izračunu uporablja za vrednost ročice notranjih sil izraz $z = h - 2a$, program Sofistik pa uporablja za ročice notranjih sil izraz $z = h - a$ skladno z izbiro sistema 2D Slab system. Opaznejšo razliko lahko opazimo pri točkah 1 in 6. Ta razlika nastane zato, ker moj program izračuna dejansko potrebno količino armature v prerezu, program Sofistik pa izračuna dve različni količini armature za isto smer in isto plast. Prva količina je dejansko potrebna armatura v prerezu, druga količina pa je 20% potrebne armature v isti plasti, vendar v drugi smeri (pravokotni na iskano količino). Kot rezultat program poda večjo vrednost od obeh, zato pride pri točkah 1 in 6 do take razlike.

Rezultati iz programa Amses Plate so tudi primerljivi z rezultati iz mojega programa, vendar z manjšimi odstopanji. Ta odstopanja velja tudi v tem primeru delno pripisati nenatančnemu odčitavanju rezultatov iz programa Amses Plate.

Če primerjamo še rezultate iz obeh programov, lahko tudi opazimo manjša odstopanja. Predvsem gre za odstopanja, ki so zopet posledica odčitavanja rezultatov. Vrednosti v preglednici 6 iz programa Amses Plate so vrednosti iz vozlišč, medtem ko so predstavljene vrednosti iz programa Sofistik povprečne vrednosti elementov v vozliščih.

6. ZAKLJUČEK

Poznano nam je, da je lupina ena od najučinkovitejših konstrukcij, ki lahko nastane v naravi, zato so bile po njihovem zgledu v preteklosti zgrajene mnoge armiranobetonske lupinaste konstrukcije po svetu. Na začetku so se lupinaste konstrukcije gradile intuitivno na podlagi izkušenj in zelo enostavnih izračunov. Z razvojem znanosti pa se je odprla možnost teoretičnega reševanja problemov oz. rešitev, zasnovanih na podlagi znanstvenih in ne samo empiričnih spoznanj. Mnogi problemi v preteklosti, ki niso bili rešeni ali je bilo za njihovo reševanje potrebno zelo veliko časa, se danes rešujejo hitreje s pomočjo računalnikov. S hitrim razvojem računalniške tehnologije je projektiranje in račun lupinastih konstrukcij podprto z zapletenimi in sofisticiranimi postopki. Glede na to, da je izvedba laboratorijskih modelov lupin (račun s pomočjo eksperimenta) redka in relativno draga, se danes večina uporablja numerične metode računa, od katerih največ metoda končnih elementov (MKE). Pri tem se lahko natančna simulacija realnega obnašanja konstrukcije doseže samo z uporabo kvalitetnega numeričnega modela in odgovarjajočega računalniškega programa.

Z namenom, da so na enem mestu zbrani največkrat uporabljeni postopki dimenzioniranja armiranobetonskih lupinastih elementov, sem izdelal to diplomsko nalogo, ki lahko služi kot pomoč uporabnikom, ki se ukvarjajo s to problematiko.

Poleg uvodnega poglavja, lahko v diplomski nalogi najdemo še štiri vsebinsko zaokrožena poglavja, ki opisujejo različne pristope dimenzioniranja lupinastih elementov. Vsak pristop se razlikuje od drugega, vendar večjih razlik ni zaznati.

V prvem delu drugega poglavja diplomskega dela sem predstavil pet različnih pristopov k obravnavanju lupinastega elementa. Dva pristopa sta predstavljena od dveh različnih avtorjev, dva sta iz modelnih predpisov, zadnji izmed njih pa je povzet iz v Sloveniji veljavnih predpisov Evrokod. Vsi obravnavani pristopi k dimenzioniranju lupinastih elementov obremenjenih s kombinacijo upogibnih in membranskih obremenitev so zelo podobni med seboj. Ločijo se predvsem po različnih pristopih glede osnovne razdelitve (razčlenitve) elementa na plasti, o predpostavkah o debelinah plasti, kako in na kakšen način izračunati ročice notranjih sil. Vseh pet pristopov različno, vendar v osnovi podobno obravnava kontrole, s katerimi preverimo napetosti v betonu oz. različne vrednosti za projektne tlačne trdnosti betona. Glavni namen diplomskega dela oziroma vseh v njem predstavljenih pristopov pa je seveda primerjava, kako različni avtorji oz. modelni predpisi in standardi določajo izraze za dimenzioniranje lupinastih elementov. Seveda jih vsak pristop obravnava nekoliko drugače, vendar na koncu dobimo zelo podobne izraze, s katerimi določimo potreben prečni prerez armature za posamezno smer in posamezno plast. Posebnih primerjav in zaključkov na tem mestu ne omenjam, saj

so narejene posebej v prvem delu tretjega poglavja. Omenjene primerjave in zaključki so narejeni za vsak obravnavani pristop posebej.

V drugem delu drugega poglavja sem predstavil štiri različne pristope k dimenzioniranju lupinastega elementa, ki je obremenjen s strižno obremenitvijo. Prvi pristop je povzet od avtorja Martija, dva sta iz modelnih predpisov, zadnji obravnavani pristop pa je povzet iz v Sloveniji veljavnega standarda Evrokod. Tudi v primeru obremenitve elementa s strigom, so si različni pristopi podobni med seboj. Majhne razlike v primerjavi z drugimi nastajajo pri osnovni opredelitvi, kdaj je element razpokan in kdaj nerazpokan. Razlike nastanejo tudi pri uporabljenih enačbah, izrazih za določitev projektne strižne odpornosti elementa ter pri enačbah, ki so namenjene povečevanju vzdolžne armature v primerih, ko je potrebna strižna armatura za zagotavljanje zadostne strižne nosilnosti elementa. Posebnih primerjav in zaključkov na tem mestu ne omenjam, saj so s tem namenom omenjene posebej v drugem delu tretjega poglavja, kjer so narejene za vsak obravnavani pristop posebej.

V četrtem delu diplomskega dela je predstavljen računalniški program, ki sem ga razvil z namenom, da lahko avtomatično dimenzioniramo lupinaste elemente v primeru splošne kombinacije membranske in upogibne obremenitve. Predstavljeno je ozadje programa ter navodila za njegovo uporabo.

V petem delu diplomskega dela sem podal dva računski primera uporabe lastnega računalniškega programa z namenom prikaza predstavljenih enačb v obliki programa, ki avtomatično dimenzionira prerez glede na podane geometrijske podatke in podatke o uporabljenem materialu ter seveda obremenitvi elementa. Obravnavana sta dva primera plošče z različnimi robnimi pogoji. Globalno analizo sem naredil s programom Sofistik, od koder so tudi vse uporabljene vrednosti notranjih statičnih količin. Primerjavo potrebnega prečnega prereza vzdolžne armature za posamezno smer in za posamezno plast sem prikazal v tabelah. Rezultati so zelo podobni, razlika je nastajala predvsem zaradi uporabljene vrednosti za ročice notranjih sil, saj program Sofistik za ročico notranjih sil uporablja vrednost $z = d = h - a$, kjer je d statična višina elementa, a je oddaljenost težišča armature do zunanje plasti betonskega prereza in c debelina krovne sloja, moj izdelan program pa uporablja za vrednost ročice sil $z = h - 2a = h - 2(c + 0,5\text{cm})$ ($0,5\text{cm}$ predstavlja predpostavljeni polovični premer vzdolžne armature). Za primerjavo sem naredil še račun s programom Amses Plate. Ugotovil sem, da se rezultati približno ujemajo, razlika nastane zopet zaradi uporabljene vrednosti za ročice sil in zaradi grobega odčitavanja rezultatov.

V preteklosti so se gradile mogočne in izredno zahtevne lupinaste konstrukcije. Zaradi tega mi je danes skoraj nerazumljivo, da lupinaste konstrukcije nimajo takega pomena v gradbeništvu, kakor so ga imele nekoč, ko so inženirji povečini z zelo preprostimi izračuni in na podlagi dolgoletnih izkušenj gradili take lupine. V današnjem času, ko imamo na voljo vso mogočo tehnologijo, pa lupinaste

konstrukcije vse bolj izgubljajo svoj pomen. Glavni problem, zaradi katerega velike lupinaste konstrukcije izgubljajo svoj pomen je sigurno cena izdelave. Kakorkoli že, cena izdelave kot edini razlog ne bi smel upravičevati dejstva zmanjševanja popularnosti armiranobetonskih lupin. Te konstrukcije bi morale ponovno pridobiti na popularnosti in biti ponovno predstavljene projektantom in gradbenikom izvajalcem.

VIRI

Brondum-Nielsen, T. 1974. Optimum Design of Reinforced Concrete Shells and Slabs. Technical University of Denmark, Report NR. R 44.

CEB-FIP Model Code 1990, Design Code, 1993. London, Thomas Telford Services: 437 str.

CEB-FIP Model Code 2010 – First complete draft, Volume 2 (chapters 7-10), Design Code, 2010. London, Thomas Telford Services: 312 str.

Gupta, A.K. 1986. Combined membrane and flexural reinforcement in plates and shells. *Journal of Structural Engineering* 112, 3: 550-557.

Hendy, C.R., Smith, D.A., 2007. Designers' Guides to SIST EN 1992-2, Designers' Guide to SIST EN 1992-2, Eurocode 2: Design of Concrete Structures, Part 2: Concrete bridges. London, Thomas Telford Publishing: 378 str.

Jawad, Maan H. 2004. Design of plate and shell structures. New York, American Society of Mechanical Engineers: 476 str.

Lourenço, P.B., Figueiras, J.A. 1995. Solution for the design of reinforced concrete plates and shells. *Journal of Structural Engineering* 121, 5: 815-823.

Lourenço, P.B., Figueiras, J.A. 1993. Automatic design of reinforcement in concrete plates and shells. *Engineering Computations* 10: 519-541.

Marti, P. 1990. Design of Concrete Slabs for Transverse Shear. *ACI Structural Journal* 87, 2: 180-190.

SIST EN 1992-1-1:2005. Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij – Del 1-1: Splošna pravila in pravila za stavbe.

SIST EN 1992-2:2005. Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij – Del 2: Betonski mostovi – Projektiranje in pravila za konstruiranje.

