

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta za
*gradbeništvo in
geodezijo*



Jamova 2
1000 Ljubljana, Slovenija
telefon (01) 47 68 500
faks (01) 42 50 681
fgg@fgg.uni-lj.si

UNIVERZITETNI ŠTUDIJ
GRADBENIŠTVA
HIDROTEHNIČNA SMER

Kandidatka:

VESNA VIDMAR

**SIMULACIJA GIBANJA KAPLJEVIN V CISTERNI PO
METODI SPH IN METODI NIHALA**

Diplomska naloga št.: **3217/HS**

**SIMULATIONS OF FLUID MOVEMENT IN A TANK
USING THE SPH AND PENDULUM METHODS**

Graduation thesis No.: **3217/HS**

Mentor:

doc. dr. Dušan Žagar

Predsednik komisije:

izr. prof. dr. Janko Logar

Somentor:

asist. dr. Gregor Petkovšek

Ljubljana, 24. 4. 2012

STRAN ZA POPRAVKE

Stran z napako	Vrstica z napako	Namesto	Naj bo
-----------------------	-------------------------	----------------	---------------

IZJAVA O AVTORSTVU

Podpisana **Vesna Vidmar** izjavljam, da sem avtorica diplomske naloge z naslovom:

»**Simulacija gibanja kapljev in v cisterni po metodi SPH in metodi nihala**«.

Izjavljam, da je elektronska različica v vsem enaka tiskani različici.

Izjavljam, da dovoljujem objavo elektronske različice v repozitoriju UL FGG.

Ljubljana, 2012

Vesna Vidmar

ZAHVALA

Rada bi se zahvalila mojima dvema mentorjema za njuno neizmerno potrpežljivost in za vse znanje, ki sta ga mi pomagala pridobiti v času, ko je nastajala ta diplomska naloga.

Prav tako bi se rada zahvalila Vojku in mojemu sončku Veroniki, ki sta mi v težkih trenutkih pomagala iti dalje ter vsem ostalim, ki so mi stali ob strani.

BIBLIOGRAFSKO – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN POVZETEK

UDK:	532:621.642 (043.2)
Avtor:	Vesna Vidmar
Mentor:	doc. dr. Dušan Žagar
Somentor:	asist dr. Gregor Petkovšek
Naslov:	Simulacija gibanja kapljev in v cisterni po metodi SPH in metodi nihala
Obseg in oprema:	60 str., 1 pregl., 53 sl., 75 en.
Ključne besede:	nihalo, metoda SPH, prevrnitev, prag prevrnitve, tekoči tovor, okrogla cisterna, cestni manevri

Izvleček

Naloga obravnava gibanje kapljevine v cisterni med vožnjo pri dveh izbranih manevrih, vožnji po krožnem loku s konstantnim radijem in izogibanju oviri. Simulacije gibanja tekočine smo izvedli po metodi nihala in metodi hidrodinamike zglajenih delcev (SPH). Pri slednji smo uporabili model Tis Isat. Izvedli smo primerjave gibanja težišča kapljevine za različne višine polnitve cisterne pri obeh izbranih manevrih. Ujemanje rezultatov je bilo pri obeh manevrih dobro, zato sklepamo, da sta metodi med seboj primerljivi.

Iz literature smo izbrali in preizkusili dva modela prevrnitve vozila s cisterno. Izdelali smo model prevrnitve, pri katerem smo uporabili rezultate, dobljene po metodi SPH. Vse tri modele prevrnitve smo preizkusili na prvem opisanem manevru. Rezultati statičnega modela nihala so izrazito višji od obeh dinamičnih metod. Rezultati metode SPH so primerljivi z dinamično metodo nihala, prag prevrnitve pa je pri metodi SPH nekoliko višji, kot pri dinamični metodi nihala. Mogoči vzroki za odstopanje metode SPH so v drugačnem opisu kapljevine in pojavih, ki jih z metodami nihala ni mogoče zajeti (pljuskanje, mešanje, medsebojni vpliv med delci kapljevine in trenje med kapljevino in ostenjem).

Metoda nihala je za simulacije gibanja kapljev in v zaprtih prostorih in modeliranje praga prevrnitve vozila s tekočinskim tovorom že uveljavljena, metoda SPH pa za opisane simulacije doslej še ni bila uporabljena.

BIBLIOGRAFIC – DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRAKT

UDC: 532:621.642 (043.2)
Author: Vesna Vidmar
Supervisor: doc. dr. Dušan Žagar
Co-supervisor: asist dr. Gregor Petkovšek.
Title: Simulation of fluid movement in a tank using the SPH and pendulum methods
Notes: 60 p., 1 tab., 53 fig., 75 eq.
Key words: pendulum, SPH method, overturning, rollover threshold, liquid cargo, circular tank, road manoeuvres

Abstract

The present work focuses on movement of liquid cargo in a road tanker in two road manoeuvres – steady state turning and an evasive manoeuvre. Simulations of movement were performed by two methods: a pendulum model and the Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) model Tis Isat were used. Movements of the fluid gravity centre were compared for various heights of liquid in the circular tanker during the chosen manoeuvres. The agreement of results was satisfactory. Therefore, we can consider the two methods comparable.

Two reference pendulum models of overturning were chosen and tested. A new overturning model using the SPH modelling results was developed. Simulations of rollover threshold were performed with all three models for the first described manoeuvre. The results of the static pendulum model are significantly higher than the results obtained with the dynamic models. The SPH results are slightly higher, but still comparable to the dynamic pendulum method. The possible reasons for the discrepancies between the SPH and the dynamic pendulum methods are from different description of fluid itself and phenomena that cannot be described by pendulum methods (sloshing, mixing, interaction between fluid particles, and friction at the wall-fluid boundary).

Mathematical models based on pendulum method are well established for simulating both the dynamic effects of fluid sloshing inside tankers and the rollover threshold of vehicles with liquid cargo, while the SPH method has not yet been used for such simulations.

KAZALO VSEBINE

STRAN ZA POPRAVKE.....	I
IZJAVA O AVTORSTVU	II
ZAHVALA	III
BIBLIOGRAFSKO – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN POVZETEK	IV
BIBLIOGRAFIC – DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRAKT	V
KAZALO VSEBINE.....	VI
KAZALO PREGLEDNIC.....	VIII
KAZALO SLIK	IX
OKRAJŠAVE IN SIMBOLI	XII
1 UVOD	1
2 HIDRODINAMIKA ZGLAJENIH DELCEV (SPH).....	3
2.1 Uvod.....	3
2.2 Teoretične osnove SPH	4
2.2.1 <i>Integralski interpolant</i>	<i>4</i>
2.2.2 <i>Jedrna funkcija</i>	<i>6</i>
2.2.3 <i>Kontinuitetna enačba v SPH obliki</i>	<i>7</i>
2.2.4 <i>Dinamična enačba</i>	<i>8</i>
2.2.5 <i>Enačba stanja</i>	<i>9</i>
2.2.6 <i>Robni pogoji in časovni koraki za metodo SPH</i>	<i>9</i>
2.3 Model TIS ISAT.....	11
2.3.1 <i>Uvod</i>	<i>11</i>
2.3.2 <i>Osnovne enačbe modela TIS ISAT.....</i>	<i>11</i>
2.3.3 <i>Robni pogoji v modelu TIS ISAT.....</i>	<i>12</i>
3 METODA NIHALA	14
3.1 Uvod.....	14
3.2 Osnove matematičnega modeliranja nihala v okroglih cisternah	15
4 MODEL PREVRNITVE	19
4.1 Uvod.....	19
4.2 Teoretične osnove modela prevrnitve.....	20
4.2.1 <i>Poenostavljen model prevrnitve</i>	<i>20</i>
4.2.2 <i>Model prevrnitve po metodi nihala</i>	<i>24</i>
4.2.3 <i>Model prevrnitve po metodi SPH.....</i>	<i>28</i>
5 OPIS MANEVROV	32
5.1 Manever 1: vožnja po krožnem loku s konstantnim radijem	32
5.1.1 <i>Priprava vhodnih podatkov za metodo SPH in metodo nihala.....</i>	<i>32</i>

5.2	Manever 2: manever menjave pasu	35
5.2.1	<i>Priprava vhodnih podatkov za metodo SPH in metodo nihala</i>	36
6	PRIMERJAVA REZULTATOV SIMULACIJ METODE SPH IN NIHALA	39
6.1	Manever 1: vožnja po krožnem loku s konstantnim radijem	39
6.2	Manever 2: manever menjave pasu	47
6.3	Prevrnitev vozila pri prvem manevru, vožnji po krožnem loku s konstantnim radijem	55
7	ZAKLJUČKI	57
	VIRI	58

KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 1: Uporabljeni parametri vozila	24
---	----

KAZALO SLIK

Slika 1: Prikaz soodvisnosti med delci. Na rdeči delec vplivajo samo delci, ki so od njega oddaljeni manj kot 2h.....	5
Slika 2: Prikaz robnega pogoja prve skupine. Navidezni (sivi) delci na robu preprečujejo prehod prek trdne stene modrim delcem znotraj računskega območja.	10
Slika 3: Prikaz robnega pogoja druge skupine; izrazimo ga z integracijo po robu (območju stika kapljevine s trdno steno).	10
Slika 4: Model nihala.	15
Slika 5: Modificiran model nihala, prikaz težišča Y_{ts} , ki se spreminja z višino polnitve.	16
Slika 6: Umerjanje modela nihala z modelom nihala, ki ga je predlagal Aliabadi (2003) za višini $z = -0.35$ m in $z = -0.25$ m.....	18
Slika 7: Umerjanje modela nihala z modelom nihala, ki ga je predlagal Aliabadi (2003) za višini $z = -0.15$ m in $z = -0.05$ m.....	18
Slika 8: Primerjava modela nihala in 3D MKE modela (Aliabadi et al., 2003).	18
Slika 9: Prikaz tekočine v stanju dinamičnega ravnotežja pod vplivom konstantnega zunanjega bočnega pospeška, povzeto po Rakheja in Ranganathan (1993).	21
Slika 10: Shema 2D modela prevrnitve, povzeto po Rakheja in Ranganathan (1993).....	21
Slika 11: Skica modela prevrnitve za metodo nihala.	24
Slika 12: Prva iteracija izračuna prevrnitve po metodi nihala.....	27
Slika 13: Zadnja iteracija, pri kateri izračunamo prag prevrnitve za 10 % polnitev po metodi nihala.	27
Slika 14: Skica modela prevrnitve pri metodi SPH.	28
Slika 15: Prva iteracija računa prevrnitve po metodi SPH.....	30
Slika 16: Zadnja iteracija, pri kateri ugotovimo prag prevrnitve za 10 % polnitev po metodi SPH.....	31
Slika 17: Primera odsekov cest s krivinami konstantnih radijev.....	32
Slika 18: Tlorisni prikaz poti za manever 1.	33
Slika 19: Graf bočnega pospeška za realen manever 1.	33
Slika 20: Graf bočnega pospeška pri idealiziranem manevru 1 (vhodni podatek za metodo nihala).	34
Slika 21: Prikaz fizičnega modela v naravni velikosti med izvedbo manevra menjave voznega pasu (Casasanta, 2010).....	35
Slika 22: Prikaz tlorisa poti in grafa bočnega pospeška za realen manever menjave pasu.	36
Slika 23: Prikaz tlorisa poti in grafa bočnega pospeška za idealiziran manever menjave pasu (Casasanta, 2010).....	37
Slika 24: Prikaz kapljevine z delci in kota nihanja težišča pri metodi SPH.	39

Slika 25: Začetna postavitev delcev v modelu SPH.....	40
Slika 26: Nihanje gladine v cisterni med manevrom 1.	40
Slika 27: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 10 % polnitev cisterne, manever 1.	41
Slika 28: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 20 % polnitev cisterne, manever 1.	41
Slika 29: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 30 % polnitev cisterne, manever 1.	42
Slika 30: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 40 % polnitev cisterne, manever 1.	42
Slika 31: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 50 % polnitev cisterne, manever 1.	43
Slika 32: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 60 % polnitev cisterne, manever 1.	43
Slika 33: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 70 % polnitev cisterne, manever 1.	44
Slika 34: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 80 % polnitev cisterne, manever 1.	44
Slika 35: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 90 % polnitev cisterne, manever 1.	45
Slika 36: Graf nihanja težišča kapljevine pri prvem manevru, simulacija po metodi SPH traja 20 sekund	46
Slika 37: Graf maksimalnega odmika θ pri manevru 1.	46
Slika 38: Skica poti za manever 2.....	47
Slika 39: Začetna postavitev modela SPH pri 50% polnitvi.	48
Slika 40: Prikaz razgibane proste gladine med manevrom 2 v izbranem času.	48
Slika 41: Model SPH prikazuje tudi razdrobljenost gladine med izvajanjem manevra 2.	49
Slika 42: Model SPH dobro prikaže pljuskanje kapljevine med manevrom. 2	49
Slika 43: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 10 % polnitev cisterne, manever 2.	50
Slika 44: Primerjava nihanja težišča kapljevine pri metodi SPH in metodi nihala: 20 % polnitev cisterne, manever 2.	50
Slika 45: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 30 % polnitev cisterne, manever 2.	51
Slika 46: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 40 % polnitev cisterne, manever 2.	51

Slika 47: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 50 % polnitev cisterne, manever 2.	52
Slika 48: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 60 % polnitev cisterne, manever 2.....	52
Slika 49: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 70 % polnitev cisterne, manever 2.....	53
Slika 50: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 80 % polnitev cisterne, manever 2.....	53
Slika 51: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 90 % polnitev cisterne, manever 2.....	54
Slika 52: Graf maksimalnega odmika θ za manever 2.....	55
Slika 53: Graf prevrnitve pospešek – višina polnitve: primerjava med poenostavljeno in modificirano metodo nihala in metodo SPH.....	56

OKRAJŠAVE IN SIMBOLI

a_Y	bočni pospešek
a_{Yn}	normaliziran bočni pospešek
\mathbf{a}_Y	zunanj bočni pospešek [m/s^2]
\mathbf{a}_{Yij}	pospešek i -tega delca v j -tem časovnem koraku v smeri abscisne osi [m/s^2]
\mathbf{a}_{Zij}	pospešek i -tega delca v j -tem časovnem koraku v smeri ordinatne osi [m/s^2]
$A(\mathbf{r})$	splošna funkcija
$A(\mathbf{r}')$	odvod splošne funkcije
$\langle A(\mathbf{r}) \rangle$	vrednost izbrane količine A v poljubni točki \mathbf{r}_i
c_s	hitrost zvoka
dr	razdalja med poljubnima delcema oziroma točkama v prostoru
dt	velikost časovnega koraka med časom t in časom $t+dt$ [s]
\mathbf{d}_{ij}	krajevni vektor i -tega delca v j -tem časovnem koraku (znan izhodni podatek izračuna)
f	frekvenca
f_{ext}	vplivi zunanjih sil
\mathbf{F}_T	sila teže vozila zaradi vpliva zunanjega bočnega pospeška
\mathbf{F}_{GT}	sila teže vozila
\mathbf{F}_{Cij}	sile, s katero i -ti delci delujejo na cisterno v j -tem časovnem koraku
\mathbf{F}_{Dij}	sila i -tega delca v j -tem časovnem koraku
\mathbf{F}_{YDij}	komponenta sile i -tega delca v j -tem časovnem koraku v smeri abscisne osi
\mathbf{F}_{ZDij}	komponenta sile i -tega delca v j -tem časovnem koraku v smeri ordinatne osi
\mathbf{F}_V	sila v vrvi, na katero je obešeno nihalo
\mathbf{F}_T	sila teže vozila zaradi vpliva zunanjega bočnega pospeška
\mathbf{F}_{GL}	sila teže nihala
\mathbf{F}_{GT}	sila teže vozila
\mathbf{F}_R	bočna sila
\mathbf{F}_C	sila, s katero nihalo deluje na cisterno
h	dolžina jedrne funkcije
h_l	višina težišča tekočinskega tovora, merjena od tal
h_T	višina težišča vozila, merjena od tal
h_S	višina središča cisterne, merjena od tal [m]
H_S	ročica, na kateri deluje sila \mathbf{F}_C
i	indeks delca, za katerega računamo vrednost funkcije
j	indeks sosednjih delcev delca i
l	dolžina vrvice nihala

L	dolžina manevra
L_Y	odmik težišča nihala v horizontalni smeri
m_i	masa i -tega volumskega delea
m_j	masa delca j
m_L	masa tekočinskega tovora [kg]
m_T	masa vozila brez tovora [kg]
M_T	moment, ki ga povzroča prazno vozilo
M_L	moment, ki ga povzroča nihalo
M_{Lj}	skupni prevrtni moment, ki nastane zaradi vpliva tekočine na cisterno v j -tem časovnem koraku
MKE	metoda končnih elementov
n	število vseh delcev
SPH	metoda zglajenih delcev
P	tlak
q	posplošeni parameter pri izračunu jedrne funkcije
r	radij krožnega loka
r_{ij}	razdalja med delcema i in j
r_{Yi}	horizontalni odmik i -tega delca
R	polmer cisterne
t_s	čas, ko pričnemo upoštevati bočni pospešek v simulaciji
t_{end}	končni čas simulacije
T	polovica efektivne razdalje med kolesi
T_p	perioda
v	hitrost
v_t	tangencialna hitrost
$\mathbf{v}_{Yij}(t)$	komponenta hitrosti delca i v smeri abscisne osi v času t [m/s]
$\mathbf{v}_{Yij}(t+dt)$	komponenta hitrosti delca i v smeri abscisne osi v času $t+dt$ [m/s]
$\mathbf{v}_{Zij}(t)$	komponenta hitrosti delca i v smeri ordinatne osi v času t [m/s]
$\mathbf{v}_{Zij}(t+dt)$	komponenta hitrosti delca i v smeri ordinatne osi v času $t+dt$ [m/s]
w	normalizacijski faktor
W	jedrna funkcija
W_l	teža tekočinskega tovora
W_T	teža vozila brez tovora
X_l	odmik težišča v horizontalni smeri
Y_l	odmik težišča v vertikalni smeri
Y_{tt}	težišče tekočine, merjeno od dna cisterne
$\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$	Diracova delta funkcija

γ	konstanta v enačbi stanja
$\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$	Diracova delta funkcija
θ	kot, merjen od vertikalne osi
$\dot{\theta}$	kotna hitrost
ν	kinematična viskoznost
ρ	gostota tekočine
ρ_0	nominalna gostota tekočine (1000 kg m^{-3})
ρ_i	gostota delca i
ϕ	kot nagiba proste gladine
ω	krožna frekvenca

1 UVOD

V vsakdanjem življenju v cestnem in železniškem prometu so nesreče, kjer se prevrne tovorno vozilo s tekočino, vedno pogostejše. Ker je to dokaj pogost pojav in zaradi specifične narave tovora – tekočine še ne povsem raziskan, smo problematiko podrobneje raziskali. Pogosto pride do prevrnitve tekočinskega tovora, ki je lahko okolju nevarno in tedaj lahko nastane velika okoljska škoda. Najpogostejša takšna razlitja so razlitja nafte, močnih kislin, kurilnega olja ipd. Pri nas se ločene statistike o vrsti tovora, ki ga je vozilo prevažalo ob prevrnitvi, še ne vodi. Lahko pa za občutek pogledamo statistiko, ki jo vodijo v ZDA. Tam se letno zgodi nad 15.000 prevrnitev tovornjakov – približno ena nesreča na milijon prevoženih milj. Od tega je okrog 9.400 tovornjakov s prikolico – približno eden na štiri milijone prevoženih milj, okrog 30 % prevrnitev pa se zgodi v krožiščih (Goru, 2007). V današnjem času se zaradi lažjega in hitrejšega pretoka vozil v cestnem prometu namesto klasičnih križišč gradi čedalje več krožišč, zato lahko pričakujemo še večje število tovrstnih nesreč.

Pljuskanje tekočine s prosto gladino v cisternah je zanimivo in razmeroma neraziskano področje v hidrodinamiki, zato smo pojav podrobneje analizirali. Zanimanje za ta problem in možnosti njegovega reševanja so močno narasle z razvojem računalnikov, ki so sedaj dovolj zmogljivi za časovno zahtevno numerično reševanje. Pri opravljenem delu smo primerjali dve metodi: metodo nihala in metodo SPH (angl. »Smoothed-particle hydrodynamics«). Metoda nihala je na področju modeliranja pljuskanja kapljev in zelo uveljavljena. Uporablja se že od šestdesetih let prejšnjega stoletja za izdelavo poenostavljenih modelov gibanja tekočin v cisternah različnih oblik. Pri metodi nihala se na podlagi analogije gibanja kapljev in z nihalom izračuna sile, ki nastanejo zaradi gibanja v cisterni. Glede na obliko cisterne in vrsto tekočinskega tovora v njej je potrebno izbrati parametre nihala. Slabost metode je v tem, da ne omogoča simulacije obnašanja proste gladine kapljevine med izvajanjem manevra. Za umerjanje izbranega modela nihala smo izbrali metodo, ki so jo predlagali Aliabadi et al. (2003).

Metoda SPH omogoča tudi precizno simulacijo proste gladine in je v tem pogledu nedvomno boljše orodje za simulacijo pljuskanja kapljev in med prevozom. Metoda je bila razvita v sedemdesetih letih prejšnjega stoletja. Prvotno je bila uporabljena za modeliranje astrofizikalnih pojavov kot so tvorba zvezd in trki galaksij. Kasneje so jo začeli uporabljati za simulacijo dinamike tekočin, npr. poplavnih valov ob poružitvah pregrad, simulacije valov na nagnjenih obalah, premeščanje plavin in za simulacijo večfaznih tokov (Gomez-Gesteira et al., 2010; Monaghan, 1994; Petkovšek, 2010; Petkovšek et al., 2010). Pričakujemo, da bosta ponazoritev kapljevine z delci in pravilnejši opis gibanja proste gladine, ki ju omogoča uporaba metode SPH, prispevala tudi k bolj točnemu opisu in računu sil, ki med vožnjo (manevri) delujejo na vozilo in kapljevino. Pričakujemo tudi, da bodo rezultati simulacij po metodi SPH vsaj enakovredni rezultatom simulacij po metodi nihala.

Pomembno vprašanje je tudi, kdaj se vozilo prevrne, zato želimo poiskati referenčni model prevrnitve in razviti model prevrnitve, s katerim bi lahko iz rezultatov metode SPH ocenili prag prevrnitve vozila. Pregled ustrezne literature je pokazal, da so se najprej razvili modeli prevrnitve za tog tovor. Isserman

(1976) je izvedel obsežno raziskavo o prevrnitvah vozil in razvil analitičen model za izračun praga prevrnitve. Strandberg (1978) je raziskoval in primerjal prevrnitve vozil, ki so prevažale trden in tekočinski tovor, rezultate pa je preveril tudi eksperimentalno v laboratoriju. Obravnaval je tudi dinamične sile, ki jih povzroča pljuskanje med izvajanjem manevra na prevrnitev vozila.

Končni cilj naloge je bil ugotoviti, če sta metodi nihala in SPH med seboj primerljivi. Prav tako smo želeli izvedeti, kako višina polnitve cisterne vpliva na možnost prevrnitve okrogle cisterne pri manevru vožnje po krožnem loku s konstantnim radijem.

2 HIDRODINAMIKA ZGLAJENIH DELCEV (SPH)

2.1 Uvod

Pri numeričnem modeliranju delimo modele glede na pristop k reševanju problema na dve veji: ena možnost je, da računske elemente vežemo na prostor, druga pa na masne delce. Prvi pristop je Eulerjev pristop, drugi pa Lagrangeov, oba sta poimenovana po znanih matematikih, ki sta jih prva opisala. Pri Eulerjevem pristopu opazujemo tok delcev skozi izbrani kontrolni volumen v prostoru. Slabost tega pristopa je vpliv numerične mreže na rezultate. Kadar natančnost rezultatov ni zadovoljiva, je potrebno simulacije ponoviti z zgoščenimi numeričnimi mrežami. Če je mreža bolj kompleksna, je postopek zapleten in dolgotrajen. Če se prosta gladina izrazito in naglo spreminja, je v prostorsko numerični mreži ni mogoče dobro opisati. Te pomanjkljivosti je mogoče odpraviti z brez mrežnimi metodami. Hidrodinamika zglajenih delcev (angl. »smoothed particle hydrodynamics«, SPH) je računska tehnika za numerično reševanje enačb tekočine brez uporabe numerične mreže.

SPH je numerična metoda, ki sta jo v sedemdesetih letih prejšnjega stoletja razvila Gingold in Monaghan (1977). Prvotno je bila razvita za reševanje problemov v astrofiziki. Eno izmed pomembnih modifikacij metode sta predlagala Monaghan in Lattanzio (1985). Za jedrno funkcijo sta predlagala kubični zlepek, ki sedaj spada med najbolj uporabljane, saj spominja na Gaussovo funkcijo. Monaghan (1988) je prikazal širok spekter uporabe metode SPH. Opozoril je na dejstvo, da je SPH v primerjavi z MKE (metoda končnih elementov) šele »v povojih«, kljub temu pa je bila že takrat zelo primerna za reševanje 3D problemov, nekoliko manj pa za 1D probleme. Monaghan (1994) je pokazal, da je mogoče metodo SPH razširiti iz astrofizikalnih problemov tudi na tokove s prosto gladino. Izvedene so bile simulacije, ki so za metode MKE problematične, kot so porušitev pregrade, simulacije valov na nagnjeni obali ipd. Delorme et al. (2005) so po metodi SPH simulirali stabilizacijske tanke za ribiške ladje in rezultate potrdili z eksperimentalnimi podatki. Ugotovili so, da je ujemanje za preproste primere zelo dobro, za bolj zapletena računska območja pa je z inženirskega vidika ujemanje še vedno dobro. Jones in Belton (2006) sta raziskovala uporabo metode SPH za simulacije tekočin in trdnih teles. Njuno delo je bilo usmerjeno predvsem v simulacije sistemov plavajočih ter podvodnih ploščadi. Delorme (2009) je izvedel laboratorijske eksperimente pljuskanja ter primerjal ujemanje rezultatov z metodo SPH za 2D model. Ujemanje je bilo zelo dobro tudi v primerih, ko so pojavi vsebovali turbulenco in lom valov.

2.2 Teoretične osnove SPH

2.2.1 Integralski interpolant

Enačbe (1) do (17) so povzete po sledečih virih: Monaghan (1992), Jones in Belton (2006) ter Gomez-Gesteira et al. (2010). Osnova metode SPH je matematičen izraz, v katerem je vsaka od tekočinskih spremenljivk izražena kot integralski interpolant. Zaradi tega lahko katerokoli funkcijo izrazimo z njihovimi vrednostmi na določeni skupini neurejenih točk. Funkcijo $A(\mathbf{r})$ izrazimo kot:

$$A(\mathbf{r}) = \int A(\mathbf{r}') \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (1)$$

kjer je:

$A(\mathbf{r})$	funkcija
$A(\mathbf{r}')$	odvod funkcije
$\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$	Diracova delta funkcija

Enačba (1) je točna, ampak ne zelo uporabna. Osnovna ideja metode SPH je, da aproksimiramo Dirac-delta funkcijo s primerno zvezno funkcijo. V metodi SPH takšno funkcijo imenujemo jedrna funkcija in njena izbira je ključnega pomena za uspeh SPH metode.

Vrednost izbrane količine A v poljubni točki \mathbf{r}_i izračunamo kot:

$$\langle A(\mathbf{r}) \rangle = \int A(\mathbf{r}') W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h) d\mathbf{r}' \quad (2)$$

Kjer ima funkcija W dve lastnosti:

$$\int A(\mathbf{r}') W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h) d\mathbf{r}' = 1 \quad (3)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (4)$$

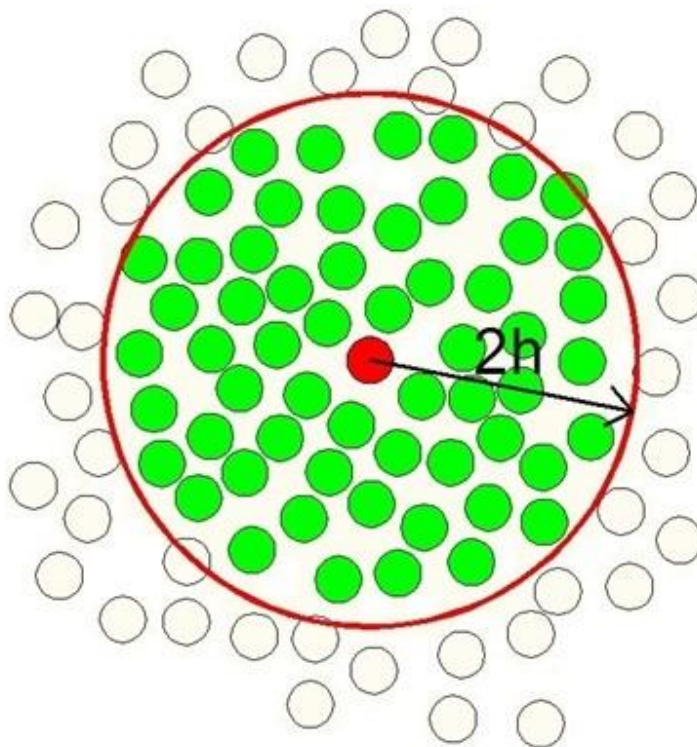
kjer je:

$\langle A(\mathbf{r}) \rangle$ vrednost izbrane količine A v poljubni točki \mathbf{r}_i

W jedrna funkcija

h dolžina jedrne funkcije

Na sliki 1 je prikazana soodvisnost med delci.



Slika 1: Prikaz soodvisnosti med delci. Na rdeči delec vplivajo samo delci, ki so od njega oddaljeni manj kot $2h$.

Če upoštevamo, da velja $\rho(\mathbf{r}_i)d\mathbf{r}=m_i$, lahko aproksimiramo integralni interpolant kot:

$$\langle A(\mathbf{r}) \rangle = \int \frac{A(\mathbf{r}')}{\rho(\mathbf{r}')} W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h) \rho(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'$$

$$\langle A(\mathbf{r}) \rangle \approx \sum_{i=1}^N m_i \frac{A_i}{\rho_i} W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h) \quad (5)$$

kjer je:

- ρ gostota tekočine
- m_i masa i -tega volumskega delca

Sumacijski indeks i označuje posamezni delec. Delec i ima maso m_i , pozicijo r_i , gostoto ρ_i in hitrost v_i . Vrednost katerekoli spremenljivke A v točki r_i je podana z A_i .

Glavna moč metode SPH je možnost, da s pomočjo integracije po delih prevedemo račun gradienta iz izbrane količine na račun gradienta jedrne funkcije. Gradient jedrne funkcije izrazimo kot:

$$\langle \nabla A(\mathbf{r}) \rangle = \int \nabla A(\mathbf{r}') W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h) d\mathbf{r}' \quad (6)$$

Z integracijo po delih dobimo:

$$\langle \nabla A(\mathbf{r}) \rangle = \int A(\mathbf{r}') \nabla W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h) d\mathbf{r}' + \int A(\mathbf{r}') W(\mathbf{r} - \mathbf{r}') n_{\mathbf{r}'} d\mathbf{S} \quad (7)$$

Drugi člen na desni strani predstavlja integral po robu integracijskega območja (podrobneje ga opišemo v poglavju 2.2.6 Robni pogoji in časovni koraki) in $d\mathbf{S}$ je vektor, pravokoten na rob v vsaki robni točki. Vrednost tega integrala je enaka nič povsod znotraj območja tekočine, saj je vrednost jedrne funkcije W na robu njenega dosega in izven nje enaka nič. Kjer pa območje dosega funkcije W sega izven območja tekočine, ta člen predstavlja vpliv robov na delce tekočine. Enačbo (7) v notranjosti definicijskega območja zapišemo s prvim členom:

$$\langle \nabla A(\mathbf{r}) \rangle = \int A(\mathbf{r}') \nabla W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h) d\mathbf{r}' \quad (8)$$

Diskretiziramo jo kot :

$$\nabla A(\mathbf{r}) = \sum_i m_i \frac{A_i}{\rho_i} \nabla W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i, h) \quad (9)$$

Enačba (9) prikazuje bistveno prednost metode SPH pred prvotnim zapisom enačbe – uporaba enačbe (9) je mnogo enostavnejša. Oceno napake zaradi aproksimiranja funkcije $A(\mathbf{r})$ v enačbi (2) sta zelo podrobno raziskala Gingold in Monaghan (1982). Oceno napake funkcije v enačbi (2) zaradi SPH formulacije lahko dobimo z razvojem v potenčno vrsto po h . Ocena napake je odvisna od stopnje neurejenosti, ampak v splošnem je reda $O(h^2)$.

Enačbo (9) si lahko predstavljamo kot točke s krajevnimi vektorji \mathbf{r}_i in z masami m_i , torej kot materialne delce z masami m_i . Obravnavamo jih lahko kot vsak drug točkovni sistem.

2.2.2 Jedrna funkcija

Predlaganih je bilo več različnih jedrnih funkcij. Najbolj pogosta izbira za jedrno funkcijo je kubični zlepek, ki sta ga predlagala Monaghan in Lattanzio (1985).

$$W(q) = \begin{cases} (1 - \frac{3}{2}q^2 + \frac{3}{4}q^3)/w \dots 0 \leq q < 1 \\ \frac{1}{4}(2 - q)^3/w \dots 1 \leq q < 2 \\ 0 \dots 2 < q \end{cases} \quad (10)$$

Kjer je:

- q posplošeni parameter, katerega vrednost se izračuna kot $q = \frac{dr}{h}$
- dr razdalja med poljubnima delcema oziroma točkama v prostoru
- h dolžina jedrne funkcije
- w normalizacijski faktor, ki za 2D simulacije znaša $0,7\pi h^2$ in πh^3 za 3D.

2.2.3 Kontinuitetna enačba v SPH obliki

Obstajajo različice SPH, ki v numeričnem smislu obravnavajo tekočino kot nestisljivo. Večina uporabljenih pristopov pa obravnava tekočino kot numerično stisljivo. Če obravnavamo tekočino kot snov z majhno stisljivostjo, potem si dovoljujemo majhne spremembe v njeni gostoti, ki jih računamo s pomočjo kontinuitetne enačbe. Podrobnosti izpeljave enačb, ki jih moramo pri tem upoštevati, navajajo različni avtorji, npr. Gomez-Gesteira et al. (2010) ali Liu in Liu (2003). Najprej zapišemo kontinuitetno enačbo za stisljivo in neviskozno tekočino:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla v \quad (11)$$

Uporabimo pravilo za odvod produkta in ter upoštevamo Monaghanovo pravilo pri uporabi metode SPH (Monaghan, 1992), ki pravi, da naj fizikalna količina gostota stoji za matematičnim simbolom nabra:

$$-\rho \nabla v = -\nabla(\rho v) + v \nabla \rho \quad (12)$$

Kot je prikazano v številnih publikacijah, ki opisujejo izpeljave enačb metode SPH, preuredimo enačbo (12) v:

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \sum_j m_j (v_i - v_j) \nabla W(r_{ij}, h) \quad (13)$$

kjer indeksa i in j označujeta sosednja delca. Gostoto delca bi lahko izračunali neposredno iz enačbe:

$$\rho_i = \sum_j m_j W(r_{ij}, h) \quad (14)$$

kjer je:

i	indeks delca, za katerega računamo vrednost funkcije
j	indeks sosednjih delcev delca i
ρ_i	gostota delca i
W	jedrna funkcija
m_j	masa delca j
r_{ij}	razdalja med delcema i in j

Za večino SPH simulacij lahko izračunamo gostoto delca iz enačbe (14). Za skoraj nestisljivo tekočino s prosto gladino (npr. pljuskanje vode v cisterni) pa zgornja enačba ne velja. Lahko bi se zgodilo, da bi se numerična gostota delca, ki je na površini, izračunala napačno. Če namreč uporabimo za izračun gostote enačbo (14), potem se bo gostota delcev pri površini zgladila čez dolžino $2h$, kar pomeni, da bo izračunana gostota manjša od dejanske.

Temu se izognemo tako, da enačbo (11) zapišemo v obliki:

$$\frac{d\rho}{dt} = \sum_j \mathbf{v}_{ij} \mathbf{e}_{ij} m_j \nabla_i W_{ij} \quad (15)$$

Enačbo (15) uporabljamo namesto enačbe (14).

2.2.4 Dinamična enačba

Dinamično enačbo zapišemo kot:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \Delta \mathbf{v} + \frac{\nu}{3} \nabla(\nabla \mathbf{v}) + \mathbf{f}_{ext} \quad (16)$$

kjer je:

\mathbf{v}	hitrost
ν	kinematična viskoznost
ρ	gostota tekočine

f_{ext} vplivi zunanjih sil

V primeru, ki ga obravnavamo, upoštevamo za f_{ext} gravitacijski pospešek g .

2.2.5 Enačba stanja

Delorme (2009) navaja enačbo stanja v obliki:

$$P = \frac{\rho_0 c_s^2}{\gamma} \left(\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right) \quad (17)$$

Kjer je:

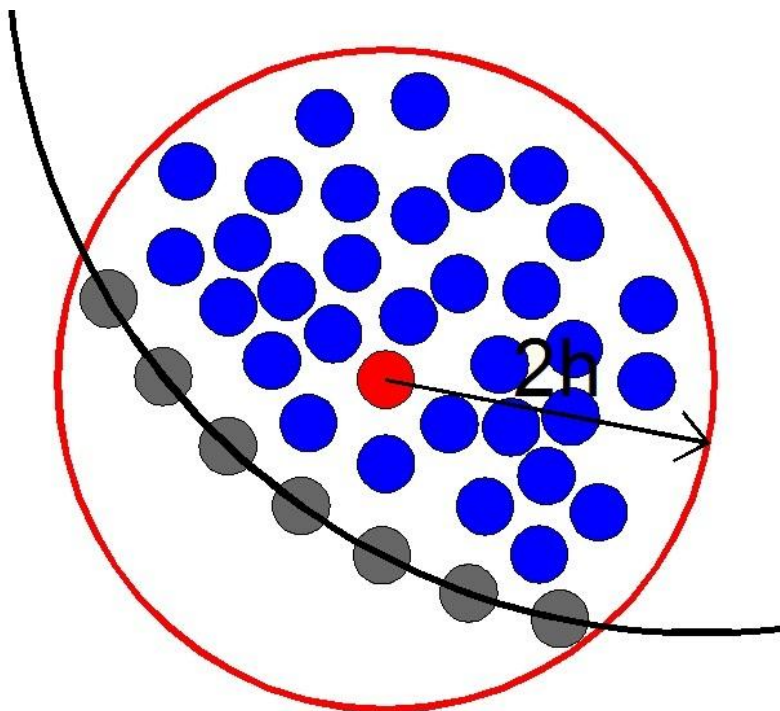
c_s	hitrost zvoka
P	tlak
ρ_0	nominalna gostota tekočine (1000 kg m^{-3})
ρ	gostota tekočine
γ	eksponent

2.2.6 Robni pogoji in časovni koraki za metodo SPH

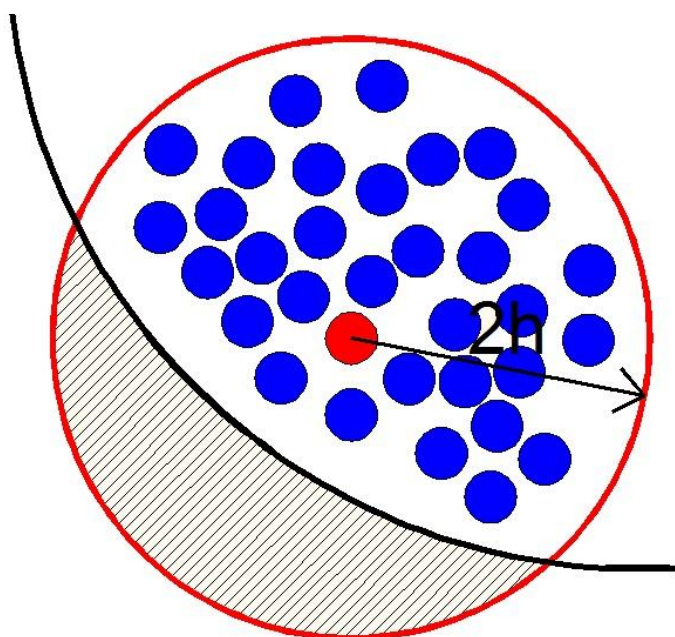
Za modeliranje robnih pogojev so možne različne rešitve. V splošnem jih delimo v dve veliki skupini, ki se ločita glede na to, na kakšen način obravnavamo drugi člen na desni strani enačbe (7).

V prvo skupino spadajo rešitve, ki rob nadomestijo z navideznimi delci, tako da ta člen odpade, vpliv roba na tekočino pa se vrši prek vpliva vrednosti količin v robnih delcih, ki so v večji ali manjši meri predpisani. Pri dinamičnem robnem pogoju delci na robu sledijo dinamični in kontinuitetni enačbi, a se ne gibljejo skladno z izračunano hitrostjo, pač pa mirujejo (fiksirani robovi) oziroma se gibljejo s predpisano hitrostjo (gibljivi robovi). Pri odbojnih robnih pogojih na delce, ki se približajo robu, delujejo sile, ki preprečujejo, da bi delci prečkali rob. Znane so tudi metode, s katerimi je možno s pomočjo navideznih delcev doseči, da gredo hitrosti vzdolž fiksnega roba proti nič. Podrobnosti posameznih tipov robnih pogojev prve skupine so opisane v literaturi (Crespo et al., 2007; Randles, 1996). V drugo skupno spadajo rešitve, ki robni pogoj izračunajo z integracijo po robu območja stika tekočine s trdnim telesom, pri čemer predpostavijo določene vrednosti na robu, npr. da je hitrost $\mathbf{v} = \mathbf{0}$ (Petkovšek, 2010). Podrobnejši opis pogoja je predstavljen v poglavju 2.3.3, saj je prav ta oblika robnega pogoja uporabljena v modelu, s katerim smo izvajali simulacije. Na sliki 2 prikazujemo robni

pogoj, ki spada v prvo opisano skupino, na sliki 3 je pa prikazan robni pogoj, ki spada v drugo skupino opisanih robnih pogojev.



Slika 2: Prikaz robnega pogoja prve skupine. Navidezni (sivi) delci na robu preprečujejo prehod prek trdne stene modrim delcem znotraj računskega območja.



Slika 3: Prikaz robnega pogoja druge skupine; izrazimo ga z integracijo po robu (območju stika kapljevine s trdno steno).

Za integracijo časovnih korakov se uporabljajo različne sheme. Najbolj pogoste so izpeljanke sheme žabjih skokov, metode Runge-Kutta ter druge. Prednost metod žabjih skokov so v njihovi majhni porabi prostora v pomnilniku ter učinkovitosti ovrednotenja naslednjega koraka. V določenih primerih se uporabljajo tudi izpeljanke metod Runge-Kutta, ki imajo prilagodljiv časovni korak (Liu in Liu, 2003).

2.3 Model TIS ISAT

2.3.1 Uvod

Model TIS ISAT se je razvijal v letih od 2008 do 2011 v sodelovanju UL FGG in CGS plus d.o.o.. Bil je razvit za potrebe projekta ARRS »Modeliranje hidrodinamike, transporta plavin in nanje vezanih polutantov po metodi SPH«. Osnove metode SPH so podane v poglavju 2.2, zato v nadaljevanju navajamo le specifične enačbe, ki so uporabljene v modelu TIS ISAT.

2.3.2 Osnovne enačbe modela TIS ISAT

Vrednost izbrane količine A v poljubni točki \mathbf{r}_i izračunamo po enačbi (9). Kot navaja Petkovšek (2010), si pri obravnavanju tekočine kot snovi z majhno stisljivostjo dovoljujemo majhne spremembe v njeni gostoti in le-te računamo s pomočjo kontinuitetne enačbe. Model TIS ISAT uporablja za izračun kontinuitetno enačbo v obliki, ki smo jo zapisali v enačbi (15).

Model TIS ISAT uporablja jedrno funkcijo, ki smo jo podali v enačbi (10). Dinamična enačba, ki se je sprva uporabljala za simulacije tokov s prosto gladino, je vsebovala le gradiente tlačnega polja in gravitacijo ter dodatni člen t.i. umetne viskoznosti ν , ki je zagotavljal numerično stabilnost. Petkovšek (2009) navaja polno obliko dinamične enačbe v obliki:

$$\frac{d \mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \Delta \mathbf{v} + \frac{\nu}{3} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) + \mathbf{g} \quad (18)$$

Diskretiziramo jo kot:

$$\frac{d \mathbf{v}_i}{dt} = \sum_j \left(\left(-\left(\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} \right) + \frac{\nu}{3} \frac{\mathbf{v}_j \cdot \mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}^3} \right) \mathbf{e}_{ij} + \frac{\nu \mathbf{v}_j}{|\mathbf{r}_{ij}|} \right) m_j W'_{ij} + \mathbf{g} \quad (19)$$

Kot navaja Petkovšek (2010), se zveza med tlakom in gostoto lahko poda v potenčni obliki, ker pa so razlike v spremembah gostote lahko majhne v pogojih izrazito dinamičnih pojavov, ki jih simuliramo z SPH, uporabimo tudi linearno zvezo

$$P = c^2(\rho - \rho_0) \quad (20)$$

Kjer je:

P	tlak
ρ_0	nominalna gostota tekočine (1000 kg m^{-3})
ρ	gostota tekočine
c	hitrost zvoka

2.3.3 Robni pogoji v modelu TIS ISAT

Kot navaja Petkovšek (2009), se robni pogoji ob stenah z modelom TIS ISAT izračunajo na podlagi drugega člena enačbe (7), ki smo ga dobili pri integraciji po delih. Na ta način izrazimo enačbo kot:

$$\frac{d \mathbf{v}_{i,b}}{dt} = \left(\left(\frac{P_b + P_i}{\rho_i} - \frac{\mathbf{v}_b \cdot \mathbf{v}_{ib} \mathbf{e}_{ib}}{3l} \right) \mathbf{e}_n - \frac{\mathbf{v}_b \cdot \mathbf{v}_{ib}}{l} \right) \mathbf{WI} \quad (21)$$

$$\frac{d\rho_{i,b}}{dt} = \rho_i \mathbf{v}_{ib} \cdot \mathbf{e}_{ib} \mathbf{WI} \quad (22)$$

WI je integral jedrne funkcije po trdni steni:

$$\mathbf{WI}(q) = \begin{cases} (0.7 - q^2(1 - \frac{3}{4}q^2 + \frac{3}{10}q^3)) / h.. 0 \leq q < 1 \\ (0.8 - q^2(2 - 2q + \frac{3}{4}q^2 - \frac{1}{10}q^3)) / h.. 1 \leq q < 2 \\ 0.. 2 < q \end{cases} \quad (23)$$

Pri tlakih ob steni P_b upoštevamo, da je:

$$P_b = \max\left(0; P_i + \rho \cdot g \cdot dz; \frac{\rho \cdot c \cdot v_p}{l}\right) \quad (24)$$

Diskretizacija v času sledi Verlet-ovem algoritmu. Vrednosti spremenljivk v novem časovnem koraku $k+1$ dobimo na podlagi vrednosti v prejšnjem časovnem koraku ($k-1$) in odvoda v trenutnem času k :

$$A_{k+1} = A_{k-1} + \left(\frac{dA}{dt}\right)_k 2dt \quad (25)$$

Pri reinicializacijskih korakih pa:

$$A_{k+1} = A_k + \left(\frac{dA}{dt}\right)_k dt \quad (26)$$

Število računskih korakov, po katerem izvedemo reinicializacijo, je programski parameter. Reinicializacijo lahko izvedemo pri vsakem drugem koraku, v tem primeru dobimo različico metode žabjih skokov. Običajno reinicializacijo izvedemo na vsakih 10 korakov. Če je število brez reinicializacije predolgo, vrednosti spremenljivk v lihih in sodih korakih divergirajo in simulacija postane nestabilna.

3 METODA NIHALA

3.1 Uvod

Pri metodi nihala se na podlagi analogije z nihalom modelira sile, ki nastanejo zaradi pljuskanja v cisterni. Glede na obliko cisterne in tekočinski tovor, ki je v njej, je potrebno prilagoditi in umeriti parametre nihala. Model nihala je bil za raziskovalce zelo zanimiv, zato so bile razvite in predlagane različne izpeljanke tega modela.

Širše zanimanje za modeliranje tekočine, kjer se kot poenostavitev uporabi model nihala, se je pojavilo po letu 1960. Abramson (1966) je razvil model nihala, s katerim je preučeval sile, ki nastanejo v rezervoarjih za gorivo vesoljskih plovil zaradi pljuskanja. S sodelavci so preverjali pojav na pomanjšanih fizičnih modelih v laboratorijih. Študija je zajela tudi delno polne okrogle cisterne in prispevala k razumevanju dogajanja v njih, kadar so izpostavljene različnim bočnim pospeškom.

Rattaya (1965) je preučeval naravne frekvence nihanja v delno polnih, eliptično oblikovanih cisternah. Njegov model je sestavljen iz fiksnega dela mase in dveh mas, ki sta pritrjeni na vzmeti. Dokazal je, da prvi dve naravni frekvenci dosežeta neskončnost, ko je cisterna polna. To velja za katerokoli obliko cisterne.

Ranganathan et al. (1993b) so simulirali pljuskanje tekočine v okrogli cisterni. Celotno maso v cisterni, ki je odvisna od višine polnitve, so razdelili na dva dela – na pljuskajoči del in na del, ki ne sodeluje v pljuskanju. Tekočino, ki sodeluje v pljuskanju, so simulirali z modelom nihala. Dolžino vrvice nihala so določili na podlagi frekvence pljuskanja. Predlagali so tudi, kako določiti parametre nihala v odvisnosti od polnitve cisterne.

Salem (2000) je raziskoval prevrnitev delno polnih cistern eliptičnih oblik. V svojem delu je umeril parametre nihala z eksperimentalnimi podatki ter s podatki, pridobljenimi z modeli po metodi MKE. Razvil je 2D model nihala in ga razširil še na 3D model. Parametri so bili ovrednoteni za več oblik – okrogle in različne eliptične cisterne. Parametri za okroglo cisterno so se ujemali s parametri, ki so jih predlagali Ranganathan et al. (1993b).

Aliabadi et al. (2003) so preučevali model nihala in ga primerjali z metodo MKE. Ugotovili so, da se metodi dobro ujemata pri nizkih polnitvah. Pri višjih polnitvah je bilo ujemanje slabše. Razvoj modela nihala je v primerjavi z MKE metodami veliko cenejši, njegova zanesljivost pri višjih polnitvah pa je manjša.

Casasanta (2010) je prav tako raziskoval prevrnitve vozil z uporabo modela nihala. V model nihala je vključil člen dušenja in raziskal njegov vpliv na obnašanje nihala in prevrnitev vozila. Ugotovil je, da

je vpliv dušenja v modelih nihala zanemarljivo majhen in ne vpliva na samo nihanje in posledično tudi ne na prevrnitev vozila.

3.2 Osnove matematičnega modeliranja nihala v okroglih cisternah

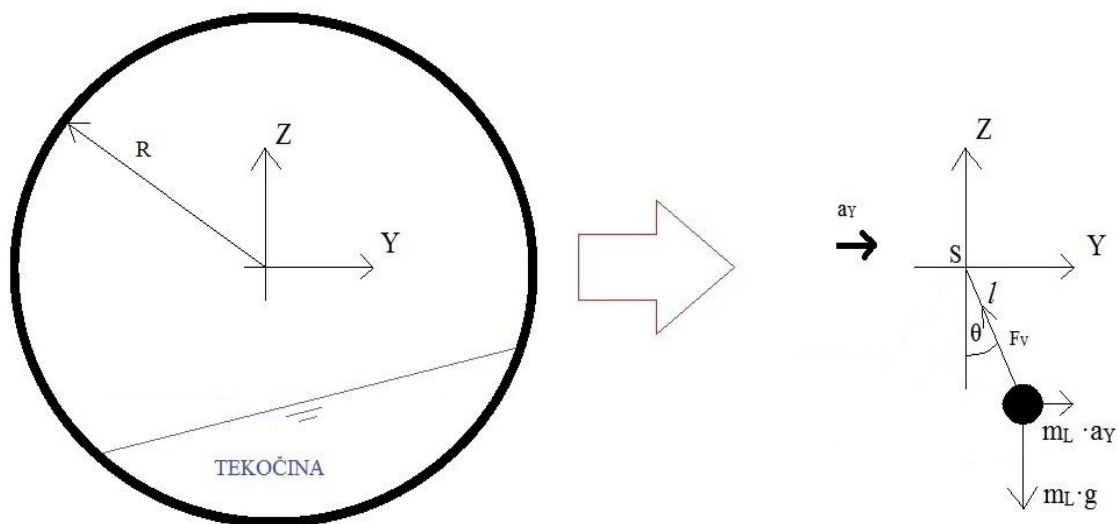
Po pregledu literature smo izbrali metodo, ki so jo predlagali Aliabadi et al.(2003), saj je bila edino ta metoda razmeroma enostavno ponovljiva. Pri izbranem modelu nihala (slika 4) smo upoštevali naslednje predpostavke:

- celotna masa tekočine je zbrana v točki na koncu vrvice nihala,
- oblika cisterne je popoln krog,
- vrstica nihala je pritrjena v središču cisterne v točki S,
- nihalo niha brez trenja,
- na nihalo vpliva konstantna zunanja sila (v ravnotežni legi so vse sile, ki delujejo na nihalo, v ravnotežju).

Osnovne enačbe nihanja nihala:

$$\frac{d\dot{\theta}}{dt} = \frac{1}{l} (a_Y \cdot \cos \theta - g \cdot \sin \theta) \quad (27)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} \quad (28)$$

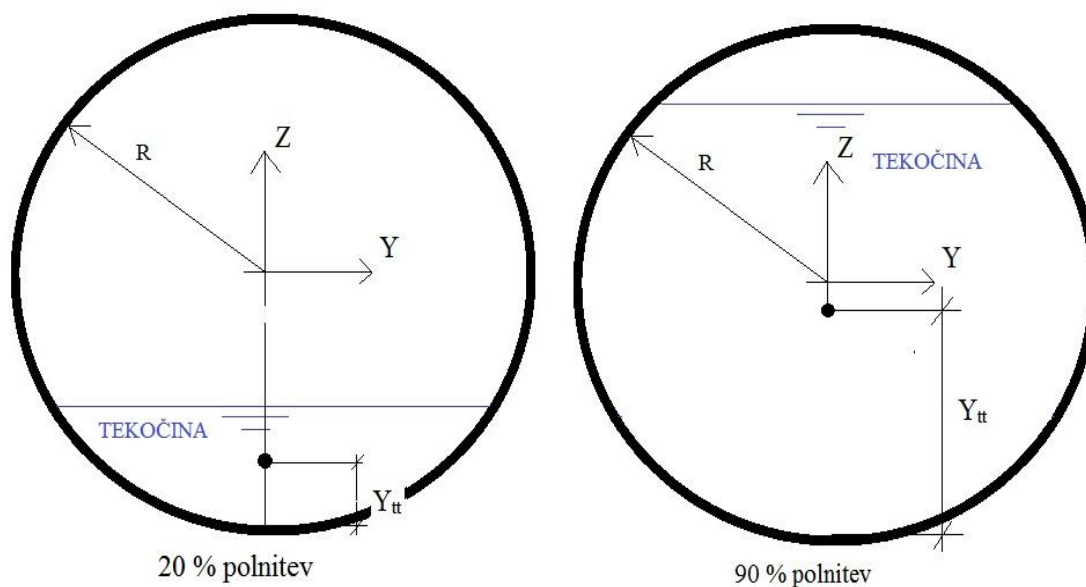


Slika 4: Model nihala.

Kjer je:

l	dolžina vrvice nihala
F_V	sila v vrvi
R	polmer cisterne
a_Y	zunanj bočni pospešek
θ	kot, merjen od vertikalne osi
$\dot{\theta}$	kotna hitrost

Izbrani model nihala smo umerili z modelom, ki so ga predlagali Aliabadi et al. (2003). Model nihala so umerili z modelom MKE, ki je bil umerjen z meritvami, predstavljenimi v Aliabadi et al. (2001). Najprej smo izvedli simulacijo s konstantno dolžino vrvice nihala. Zaradi slabšega ujemanja rezultatov smo modificirali model nihala in ponovili izračune s spremenljivo dolžino vrvice nihala. Dejanska dolžina vrvice je dolžina, kjer smo od polmera cisterne odšteli višino težišča tekočine, ki jo merimo od dna cisterne, kot je prikazano na sliki 5. Težišče tekočine izračunamo iz geometrije krožnega odseka.



Slika 5: Modificiran model nihala, prikaz težišča Y_{tt} , ki se spreminja z višino polnitve.

Takšno razmišljanje je upravičeno tudi s fizikalnega stališča, saj se težišče tekočine z naraščanjem višine polnitve zvišuje, dolžina vrvice pa se ob tem krajša. Ko je cisterna polna, je težišče cisterne, merjeno od dna cisterne, enako R , dolžina vrvice pa enaka nič. V modificiranem modelu nihala se dolžina vrvice nihala spreminja po enačbi:

$$l = R - Y_{tt} \quad (29)$$

Kjer je:

R	polmer cisterne
Y_{tt}	težišče tekočine (spreminja se z višino polnitve); oznaka Y v koordinatni smeri Z je zaradi analogije oznak pri modelih prevrnitve (Rakheja in Ranganathan, 1993)
l	dolžina vrvice nihala

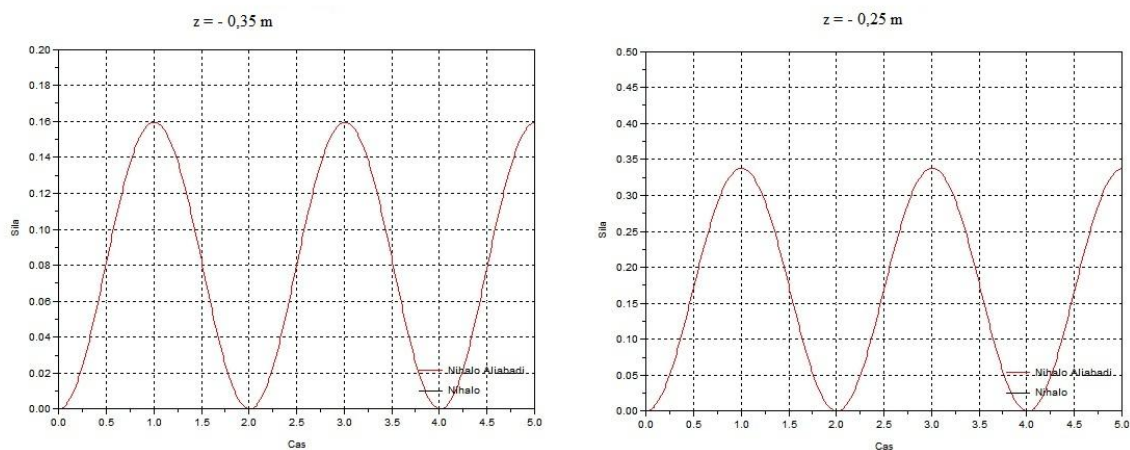
Rezultate modificiranega modela nihala smo uporabili za primerjavo z rezultati, izračunanimi po metodi SPH in so podrobneje predstavljeni v poglavju 6.

Za reševanje enačb (27) in (28) smo uporabili metodo trapezne integracije. Enačbe smo preuredili tako, da se izračuna $\ddot{\theta}, \dot{\theta}$ in θ pri znanih začetnih robnih pogojih po enačbah (30) in (31) :

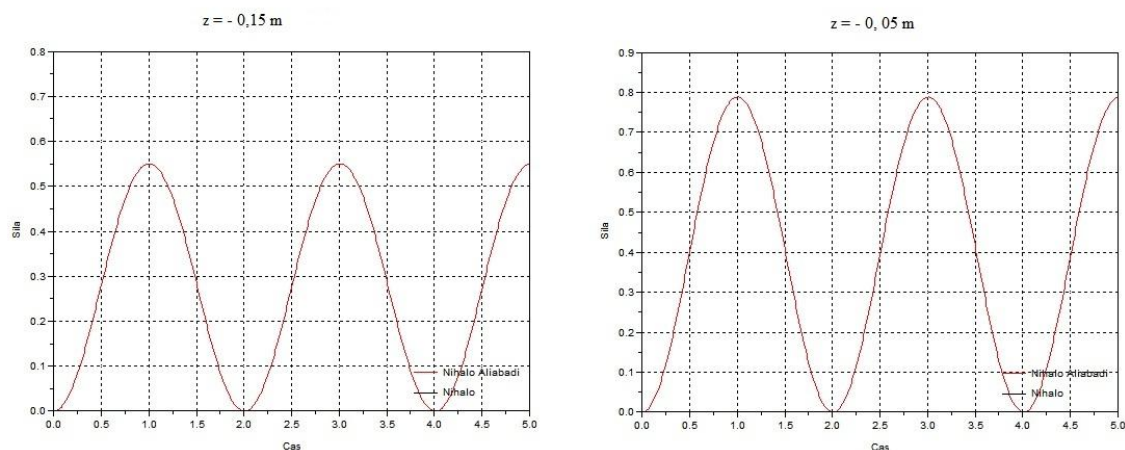
$$\dot{\theta}^{n+1} = \dot{\theta}^n + 0,5 \cdot \Delta t \cdot (\ddot{\theta}^n + \ddot{\theta}^{n+1}) \quad (30)$$

$$\theta^{n+1} = \theta^n + 0,5 \cdot \Delta t \cdot (\dot{\theta}^n + \dot{\theta}^{n+1}) \quad (31)$$

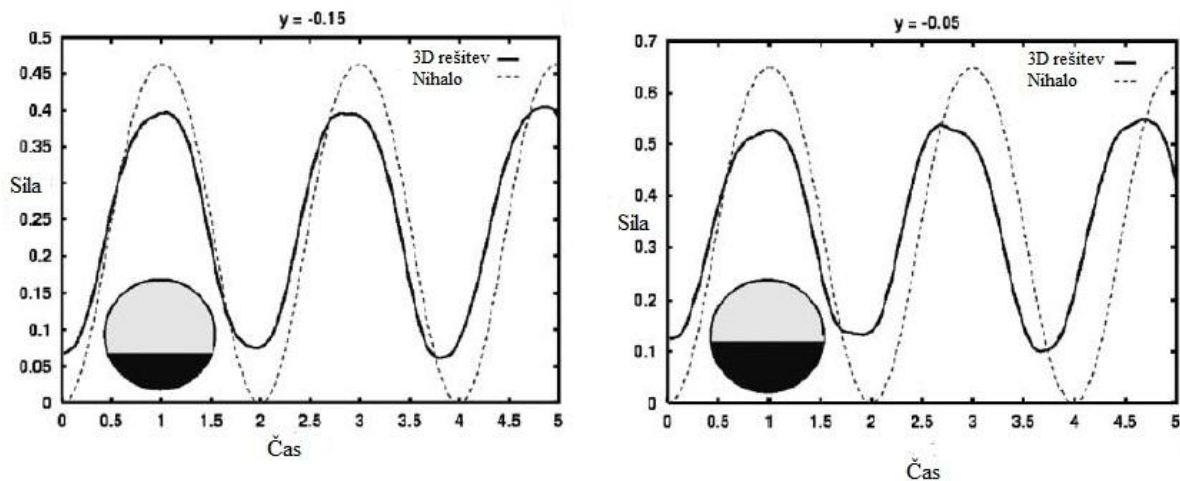
Izbrani model smo umerili z modelom, ki so ga predlagali Aliabadi et al.(2003) in ki temelji na enakih osnovnih predpostavkah. Za simulacijo umerjevalnega manevra je hitrost v tangencialni smeri nespremenljiva v času in znaša 10 m/s. Za tovornjak s cisterno velja predpostavka, da vozi po ovinku s konstantnim krožnim radijem 250 m. Primerjava obeh modelov je bila izvedena za cisterno z okroglim prerezom. Na sliki 6 in 7 je prikazano ujemanje obeh modelov. Višina z je podana v metrih in je vezana na koordinatni sistem, ki je prikazan na sliki 4. Model nihala, ki so ga predstavili Aliabadi et al.(2003), so primerjali s 3D MKE modelom. Pri višjih polnitvah so bila odstopanja velika (Slika 8). Glavni razlog za odstopanja je, da so primerjali dva različna modela: primerjava je bila izvedena med 2D modelom nihala in 3D modelom po metodi MKE. Pokazali so, da je za višje polnitve potreben kompleksnejši model od metode nihala. Model nihala pa se zaradi cenejše izdelave modela in večje hitrosti simulacij pri nižjih polnitvah vendarle sme uporabljati, saj so v teh primerih odstopanja med metodama manjša.



Slika 6: Umerjanje modela nihala z modelom nihala, ki ga je predlagal Aliabadi (2003) za višini $z = -0.35 \text{ m}$ in $z = -0.25 \text{ m}$.



Slika 7: Umerjanje modela nihala z modelom nihala, ki ga je predlagal Aliabadi (2003) za višini $z = -0.15 \text{ m}$ in $z = -0.05 \text{ m}$.



Slika 8: Primerjava modela nihala in 3D MKE modela (Aliabadi et al., 2003).

4 MODEL PREVRNITVE

4.1 Uvod

Pridobivanje referenčne literature za prevrnitev vozila je bilo problematično, saj je literature veliko, prevrnitev pa avtorji obravnavajo na številne različne načine. Modele prevrnitve delijo po različnih kriterijih. Prva delitev obravnava prevrnitve glede na tovor, ki ga prevažata vozilo (»fiksno« ali tekočinski tovor). Druga, zelo pomembna, je delitev na 2D in 3D modele. 3D modeli so mnogo bolj zahtevni glede vhodnih podatkov in računskega časa. Tretja je delitev glede na metodo modeliranja, od katerih sta najbolj pogosti metoda MKE in metoda nihala (Aliabadi et al., 2003; Goldman et al., 2001; Mantriota, 2003; Ranganathan et al., 1993a).

Izbira modela prevrnitve je vsekakor odvisna od tovora, ki ga prevažamo. Če je tovor pritrjen na prikolico (tog), se bo med vožnjo po ovinkih celotno vozilo obnašalo popolnoma drugače, kot če se tovor giblje. Med tovore, ki zaradi svojega specifičnega obnašanja med prevozom predstavljajo večjo možnost prevrnitve vozila, spadajo kapljevine, živa živina in drobne granulacije peska, npr. mivka.

Zanimanje za modele prevrnitve vozil se je povečalo v sedemdesetih letih prejšnjega stoletja. Isermann (1976) je izvedel obsežno raziskavo o prevrnitvah vozil. Razvil je tudi analitičen model za izračun praga prevrnitve vozil.

Strandberg (1978) je raziskoval in primerjal prevrnitve vozil, ki so prevažale trden in tekočinski tovor. Rezultate je primerjal tudi z eksperimentalnimi rezultati, izmerjenimi v laboratoriju. Obravnaval je tudi vpliv dinamičnih sil, ki jih povzročata pljuskanje, na prevrnitev vozila.

Rakheja in Ranganathan (1993) sta razvila poenostavljen model prevrnitve vozil. Model je imel številne omejitve, zato sta se kasneje posvetila razvoju bolj kompleksnih modelov, ki upoštevajo več zunanjih vplivov. Modele, ki so upoštevali več zunanjih vplivov, so razvijali tudi drugi raziskovalci (Kang et al., 2001; Modaressi-Tehrani et al., 2006; Ranganathan et al., 1993a).

Salem (2000) je raziskoval prevrnitev delno polnih cistern eliptičnih oblik. V svojem delu je razvil 2 D model prevrnitve vozila in ga razširil tudi na 3D model prevrnitve. Rezultate obeh modelov je primerjal z rezultati, izračunanimi z metodo končnih elementov. Na razpolago je imel tudi eksperimentalne podatke manevra izogibanja oviri, izmerjene na fizičnem modelu v naravni velikosti.

Goru (2007) je model nihala uporabila za simulacije gibanja tekočine v 2D modelu vozila z eliptično cisterno. Njeno delo se po umerjanju 2D modela razširi tudi na 3D model vozila z eliptično cisterno.

Tudi Casasanta (2010) je razvil 2D model prevrnitve. Njegov model prevrnitve vozila uporablja za simulacije gibanja tekočine v eliptični cisterni model nihala, kjer avtor upošteva tudi člen dušenja. Rezultati modela prevrnitve se dobro ujema z rezultati, ki jih je objavil Salem (2000).

4.2 Teoretične osnove modela prevrnitve

Na prevrnitev vozila, ki prevaža delno polno cisterno, vplivajo različni dejavniki, kot so npr. oblika prereza cisterne, višina polnitve, število razdelkov znotraj cisterne, vrsta tovora, izbira gum, vzmetenje itd.

V nalogi smo se omejili na analizo modela prevrnitve vozila s cisterno okrogle oblike. Po pregledu literature smo za simulacije izbrali poenostavljen model, ki sta ga predlagala Rakheja in Ranganathan (1993), saj je bil najbolj podrobno opisan in ga je bilo mogoče razmeroma enostavno rekonstruirati. Predlagani poenostavljeni model je primeren samo za oceno prevrnitve vozil, ki prevažajo okrogle cisterne, za cisterne eliptične ali modificirane ovalne oblike pa model ni primeren. Druga omejitev modela je, da je primeren samo za oceno prevrnitve vozil za manever vožnje po krožnem loku s konstantnim radijem (v nadaljevanju: manever 1). Ob upoštevanju omejitev modela smo izvedli oceno praga prevrnitve vozila.

Najprej bomo opisali poenostavljen pristop k izračunu prevrnitve vozila, ki sta ga predstavila Rakheja in Ranganathan (1993), nato pa predstavili še modifikacije, ki so bile potrebne, da smo lahko izvedli primerjavo med metodo nihala in metodo SPH.

4.2.1 Poenostavljen model prevrnitve

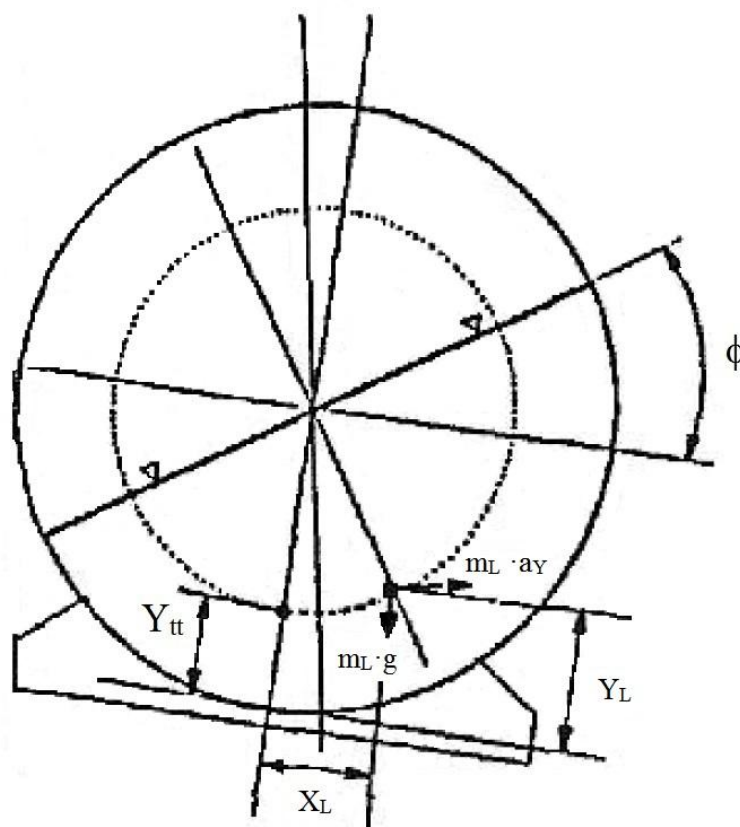
Pri poenostavljenemu pristopu k izračunu prevrnitve vozila upoštevamo, da se težišče tekočine med izvajanjem manevra 1 premakne, kakor je prikazano na sliki 9.

$$X_L = (R - Y_{tt}) \sin \phi \quad (32)$$

$$Y_L = R - (R - Y_{tt}) \cos \phi \quad (33)$$

Kjer je:

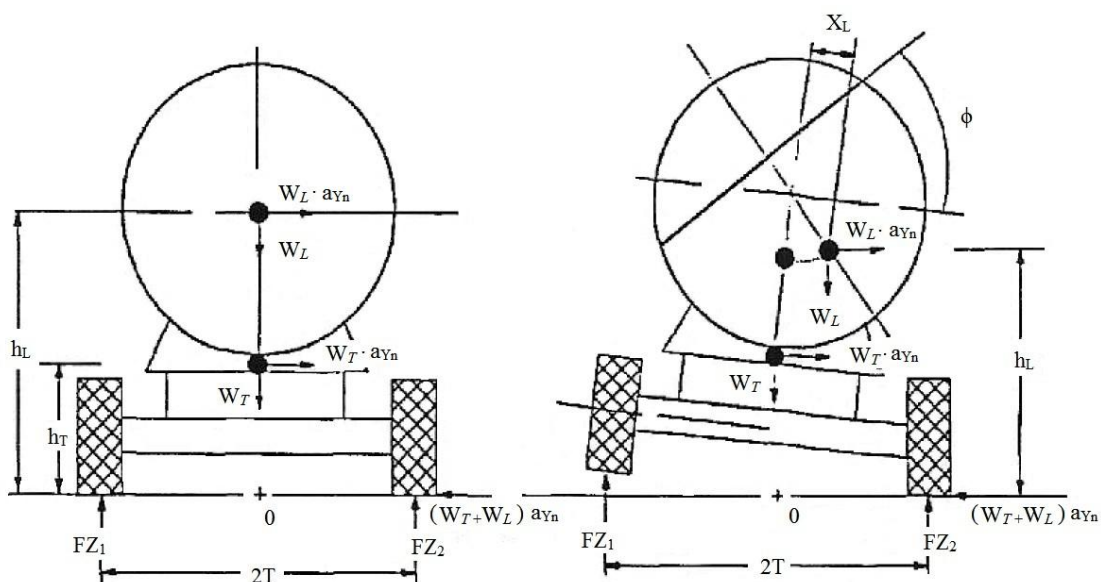
X_L	odmik težišča v horizontalni smeri
Y_{tt}	težišče tekočine, merjeno od dna cisterne
Y_L	odmik težišča v vertikalni smeri
ϕ	kot nagiba proste gladine



Slika 9: Prikaz tekočine v stanju dinamičnega ravnotežja pod vplivom konstantnega zunanje bočnega pospeška, povzeto po Rakheja in Ranganathan (1993).

Premik težišča tekočine za okroglo cisterno izračunamo iz geometrije (Rakheja et al., 1988).

Na sliki 10 je prikazan 2D model prevrnitve:



Slika 10: Shema 2D modela prevrnitve, povzeto po Rakheja in Ranganathan (1993).

Razlaga simbolov na sliki 10:

Φ	kot nagiba proste gladine
a_{Yn}	normiran bočni pospešek
g	gravitacijski pospešek
h_T	višina težišča vozila, merjena od tal
h_L	višina težišča tekočinskega tovora, merjena od tal
W_T	teža vozila brez tovora
W_L	teža tekočinskega tovora
X_L	odmik težišča v horizontalni smeri
$FZ_{1,2}$	vertikalni sili pod kolesom 1 in 2
T	polovica efektivne razdalje med kolesi

Med izvajanjem manevra vožnje po krožnem loku s konstantnim radijem deluje na vozilo konstanten bočni pospešek. Ta s svojim vplivom povzroča moment M_1 (prevrnitveni moment).

$$M_1 = M_T + M_L \quad (34)$$

$$M_T = -W_T \cdot h_T \cdot a_{Yn} \quad (35)$$

$$M_L = -W_L \cdot h_L \cdot a_{Yn} \quad (36)$$

Kjer je:

a_{Yn}	normaliziran bočni pospešek
W_T	teža vozila brez tovora
W_L	teža tekočinskega tovora
h_T	višina težišča vozila, merjena od tal
h_L	višina težišča tekočinskega tovora, merjena od tal
M_T	moment, ki ga povzroča prazno vozilo
M_L	moment, ki ga povzroča tekoči tovor

Če imamo delno polno cisterno, dobimo zaradi premika tekočinskega tovora še dodatni prevrnitveni moment M_2 :

$$M_2 = -W_L \cdot X_L \quad (37)$$

Kjer je X_L odmik težišča v horizontalni smeri. Rakheja in Ranganathan (1993) uporabita poenostavitvev $\sin \phi = \phi$. Enačba (32) se tako preoblikuje v enačbo (38):

$$X_L = (R - Y_{tt})\phi \quad (38)$$

Rakheja in Ranganathan (1993) predpostavita, da je poenostavljen model prevrnitve statičen model in vpeljeta poenostavitvev: $\phi = a_{Yn}$. Enačba (38) se preoblikuje:

$$X_L = (R - Y_{tt})a_{Yn} \quad (39)$$

Enačbo (32) smo preoblikovali v enačbo (39) in jo v tej obliki vstavimo v enačbo (37). Celotni prevrnitveni moment, ki deluje na vozilo, dobimo iz enačb (34) in (37):

$$OM_1 = -[W_T \cdot h_T + W_L \{h_L + (R - Y_{tt})\}]a_{Yn} \quad (40)$$

Maksimalni uravnlalni moment, ki se upira prevrnitvi vozila, je podan z enačbo:

$$OM_2 = (W_T + W_L) \cdot T \quad (41)$$

Vozilo s cisterno postane nestabilno in je v nevarnosti, da se prevrne takrat, ko prevrnitveni moment OM_1 preseže vrednost uravnalnega momenta OM_2 . Na podlagi enačb (34) in (37) in predstavljenih predpostavk lahko izpeljemo enačbo za izračun bočnega pospeška, pri katerem se vozilo brez vzmetenja z okroglo cisterno, delno napolnjeno s tekočinskim tovorom, prevrne:

$$a_{Yn} = \frac{(W_T + W_L)}{W_T \cdot h_T + W_L \cdot (h_L + R - Y_{tt})} \cdot T \quad (42)$$

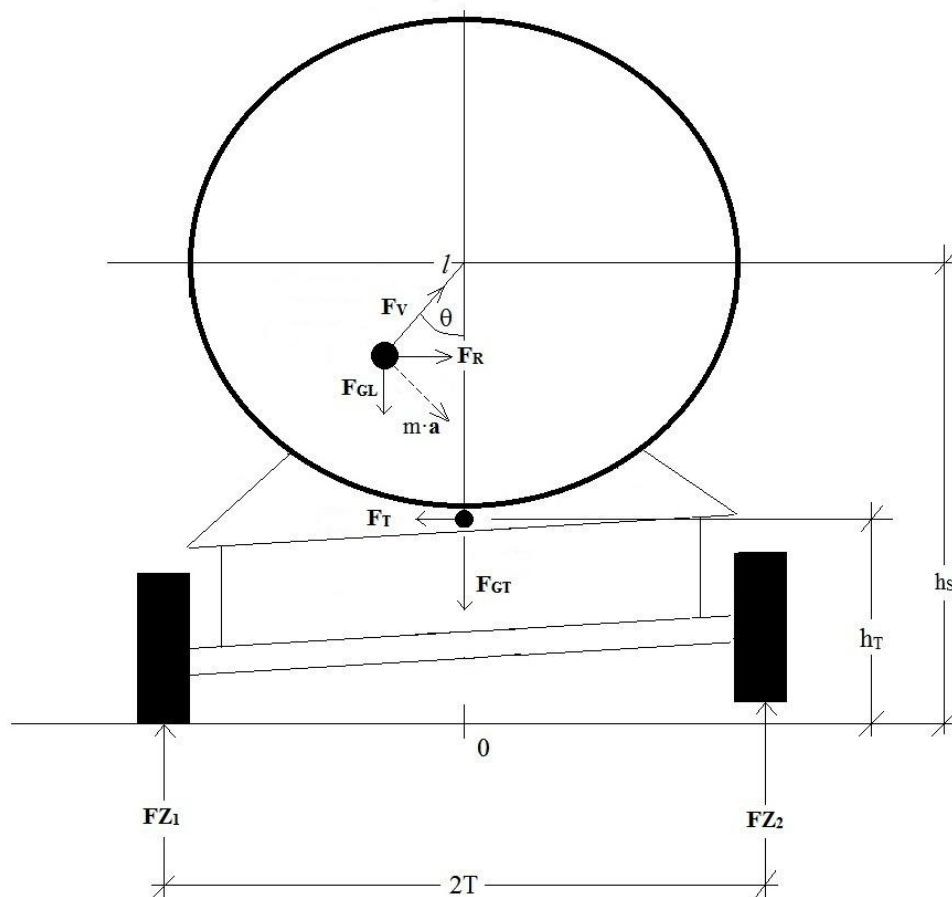
Karakteristike vozila, potrebne za izračun, smo povzeli po Rakheja in Ranganathan (1993) in so navedene v preglednici 1.

Preglednica 1: Uporabljeni parametri vozila

Tovornjak		
Teža	46882	N
Prikolica in cisterna		
Teža (prazna):	87448	N
Premer:	2,0	m
Višina težišča cisterne in prikolice	2,296	m
Višina središča cisterne	3,296	m

Vrednost pospeška na grafu pospešek-polnitev v poglavju 6 za poenostavljen model prevrnitve je izračunana iz enačbe (42) in pomnožena z gravitacijskim pospeškom.

4.2.2 Model prevrnitve po metodi nihala



Slika 11: Skica modela prevrnitve za metodo nihala.

Model prevrnitve je povzet po Rakheja in Ranganathan (1993). Ker želimo primerjati modela, uporabimo iste enačbe za izračun prevrnitvenega in uravnalnega momenta, kljub temu, da se dejansko vozilo prevrne okoli zunanega kolesa. Sile, ki jih upoštevamo pri izračunu prevrnitve po metodi nihala, so prikazane na sliki 11.

Momentne enačbe uporabljene v modelu zapišemo kot:

$$\mathbf{OM}_1 = \mathbf{M}_T + \mathbf{M}_L \quad (43)$$

$$\mathbf{M}_T = \mathbf{F}_T \cdot h_T \quad (44)$$

$$\mathbf{F}_T = -m_T \cdot \mathbf{a}_V \quad (45)$$

$$\mathbf{M}_L = \mathbf{F}_C \cdot H_S \quad (46)$$

Iz enakosti, ki je zapisana v enačbi (51), dobimo silo \mathbf{F}_C , t.j. silo s katero vpliva nihalo na cisterno:

$$\mathbf{F}_{GL} + \mathbf{F}_R + \mathbf{F}_V = m_L \cdot \mathbf{a} \quad (47)$$

$$\mathbf{F}_V = m_L \cdot \mathbf{a} - \mathbf{F}_{GL} - \mathbf{F}_R \quad (48)$$

$$\mathbf{F}_V = m_L \cdot \mathbf{a} - \mathbf{F}_{GL} - \mathbf{F}_R \quad (49)$$

$$\mathbf{F}_V = (-g \cdot \cos \theta + \mathbf{a}_{V\text{nihala}} \cdot \sin \theta) \cdot m_L \quad (50)$$

$$\mathbf{F}_C = -\mathbf{F}_V \quad (51)$$

$$H_S = h_S \cdot \sin \theta \quad (52)$$

Kjer je:

- \mathbf{a} pospešek nihala
- \mathbf{F}_V sila v vrvi, na katero je obešeno nihalo
- \mathbf{F}_T sila teže vozila zaradi vpliva zunanega bočnega pospeška

F_{GL}	silna teže nihala
F_{GT}	silna teže vozila
F_R	bočna sila
F_C	silna, s katero nihalo deluje na cisterno
m_T	masa vozila brez tovora [kg]
m_L	masa tekočinskega tovora [kg]
h_T	višina težišča vozila, merjena od tal [m]
h_S	višina središča cisterne, merjena od tal [m]
a_Y	zunanji bočni pospešek [m/s^2]
$a_{Ynihala}$	pospešek tekočine (nihala) v horizontalni smeri [m/s^2]
M_T	moment, ki ga povzroča prazno vozilo
M_L	moment, ki ga povzroča nihalo
H_S	ročica, na kateri deluje sila F_C
θ	kot, merjen od vertikalne osi

Pospešek tekočine pri metodi nihala izrazimo kot:

$$a_{Ynihala} = -g \cdot \sin \theta + a_Y \cdot \cos \theta \quad (53)$$

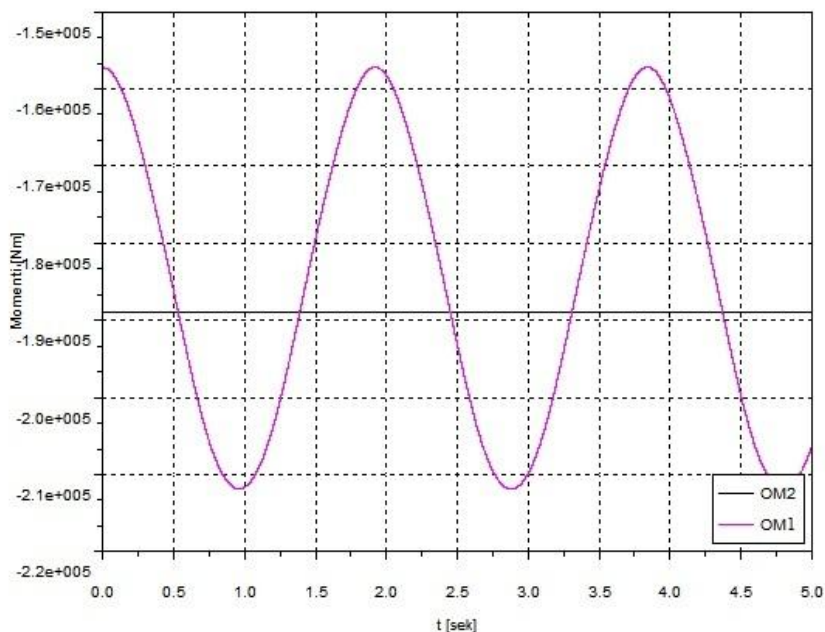
Celotni prevrtni moment, ki deluje na vozilo, je moment OM_1 . Maksimalni uravnavni moment, ki se upira prevrnitvi vozila, je podan z enačbo:

$$OM_2 = (m_T + m_L) \cdot g \cdot T \quad (54)$$

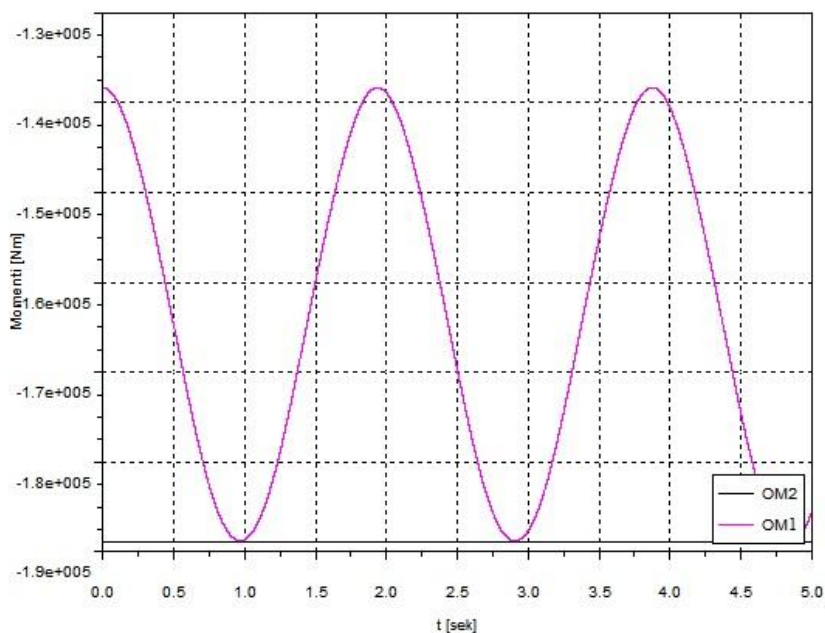
Vozilo s cisterno postane nestabilno in je v nevarnosti, da se prevrne takrat, ko prevrtni moment OM_1 preseže vrednost uravnalnega momenta OM_2 . Postopek izračuna je iteracijski. Prvi vhodni podatek za določitev zunanjega bočnega pospeška je vrednost, ki smo jo izračunali pri poenostavljeni metodi nihala (slika 10). Glede na dobljene rezultate nato bočni pospešek povečamo ali zmanjšamo in iteracijsko določimo, pri kolikšnem zunanjem bočnem pospešku se vozilo prevrne. To se zgodi, ko prevrtni moment OM_1 preseže vrednost uravnalnega momenta OM_2 . Vrednost pospeška, uporabljenega pri metodi nihala na sliki 53 v poglavju 6.3 je vrednost a_Y , dobljena iz enačbe (44).

Kot že omenjeno, je iskanje praga prevrnitve potekalo iteracijsko. Pri modelu prevrnitve po metodi nihala pri 10% polnitvi smo kot prvo vrednost pospeška a_Y vnesli rezultat, ki smo ga dobili pri poenostavljenem modelu prevrnitve ($5,35 m/s^2$). Izračun je pokazal, da je prag prevrnitve presežen (slika 12).

Iz tega smo sklepali, da pri metodi nihala pride do prevrnitve pri nižjih pospeških kot pri poenostavljenem modelu prevrnitve, ki sta ga predlagala Rakheja in Ranganathan (1993). Postopek smo ponavljali z nižjimi vrednostmi a_y , dokler nismo »ujeli« praga prevrnitve pri pospešku $4,8 \text{ m/s}^2$ (slika 13). Izračune smo na enak način ponovili tudi za višje polnitve, pri čemer je bila dolžina izračunov (število iteracij) odvisna od odstopanja končnega rezultata od prvega približka.



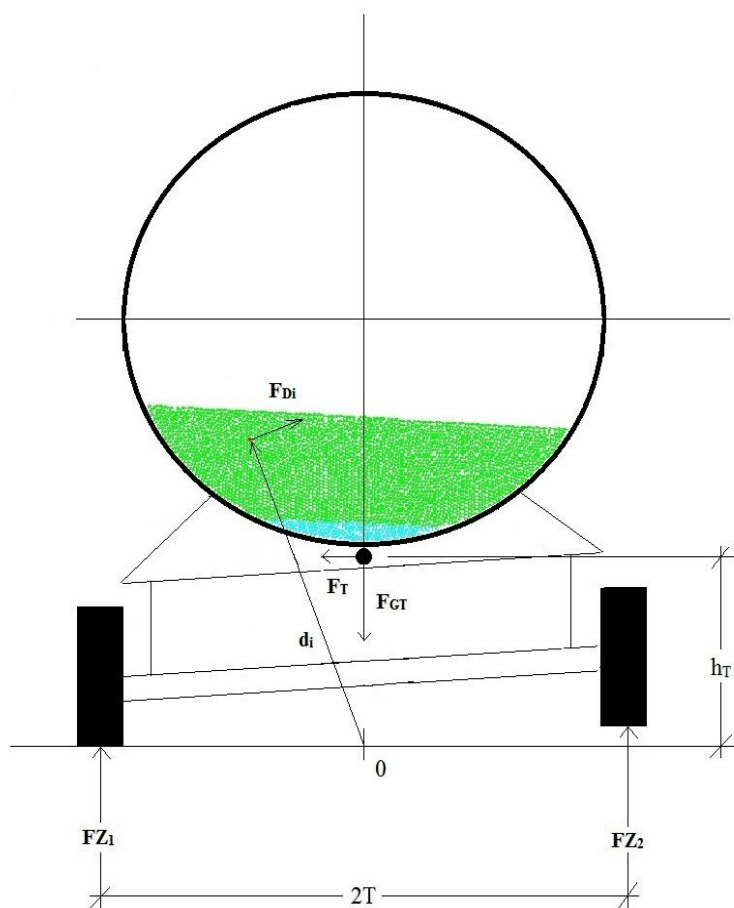
Slika 12: Prva iteracija izračuna prevrnitve po metodi nihala.



Slika 13: Zadnja iteracija, pri kateri izračunamo prag prevrnitve za 10 % polnitev po metodi nihala.

4.2.3 Model prevrnitve po metodi SPH

Sile in delci, ki jih upoštevamo pri izračunu modela prevrnitve po metodi SPH so shematično prikazane na sliki 14:



Slika 14: Skica modela prevrnitve pri metodi SPH.

Ustrezne momentne enačbe, ki ustrezajo enačbam, opisanim v poglavjih 4.2.1 in 4.2.2, se glasijo:

$$\mathbf{OM}_1 = \mathbf{M}_T + \mathbf{M}_L \quad (55)$$

$$\mathbf{M}_T = \mathbf{F}_T \cdot h_T \quad (56)$$

$$\mathbf{F}_T = -m_T \cdot \mathbf{a}_Y \quad (57)$$

$$\mathbf{M}_{Lj} = \sum_i^n \mathbf{M}_{cij} \quad (58)$$

$$\mathbf{M}_{cij} = \mathbf{F}_{cij} \times \mathbf{d}_{ij} \quad (59)$$

$$\mathbf{F}_{cij} = -\mathbf{F}_{Dij} \quad (60)$$

$$\mathbf{F}_{Dij} = [\mathbf{F}_{YDij} \ \mathbf{F}_{ZDij}] \quad (61)$$

$$\mathbf{F}_{YDij} = m_i \cdot \mathbf{a}_{Yij} \quad (62)$$

$$\mathbf{F}_{ZDij} = m_i \cdot \mathbf{a}_{Zij} \quad (63)$$

$$\mathbf{d}_{ij} = [\mathbf{d}_{vij} \ \mathbf{d}_{zij}] \quad (64)$$

Kjer je:

m_T	masa vozila brez tovora [kg]
h_T	višina težišča vozila, merjena od tal [m]
\mathbf{d}_{ij}	krajevni vektor i -tega delca v j -tem časovnem koraku (znan izhodni podatek izračuna)
\mathbf{F}_T	sila teže vozila zaradi vpliva zunanjega bočnega pospeška
\mathbf{F}_{GT}	sila teže vozila
\mathbf{F}_{Cij}	sile, s katero i -ti delci delujejo na cisterno v j -tem časovnem koraku
\mathbf{F}_{Dij}	sila i -tega delca v j -tem časovnem koraku
\mathbf{F}_{YDij}	komponenta sile i -tega delca v j -tem časovnem koraku v smeri abscisne osi
\mathbf{F}_{ZDij}	komponenta sile i -tega delca v j -tem časovnem koraku v smeri ordinatne osi
\mathbf{M}_T	moment, ki ga povzroča prazno vozilo
\mathbf{M}_{Lj}	skupni prevrtnitveni moment, ki nastane zaradi vpliva tekočine na cisterno v j -tem časovnem koraku
n	število vseh delcev

V enačbi (55) imamo dva člena. Celotni prevrtnitveni moment, ki deluje na vozilo, je moment \mathbf{OM}_1 .

Izračun pospeška v abscisni in ordinatni smeri za i -ti delec v cisterni v j -tem časovnem koraku:

$$\mathbf{a}_{vij} = \mathbf{a}_v + \frac{vY_{ij}(t+dt) - vY_{ij}(t)}{dt} \quad (65)$$

$$\mathbf{a}_{zij} = -\mathbf{g} + \frac{vZ_{ij}(t+dt) - vZ_{ij}(t)}{dt} \quad (66)$$

Kjer je:

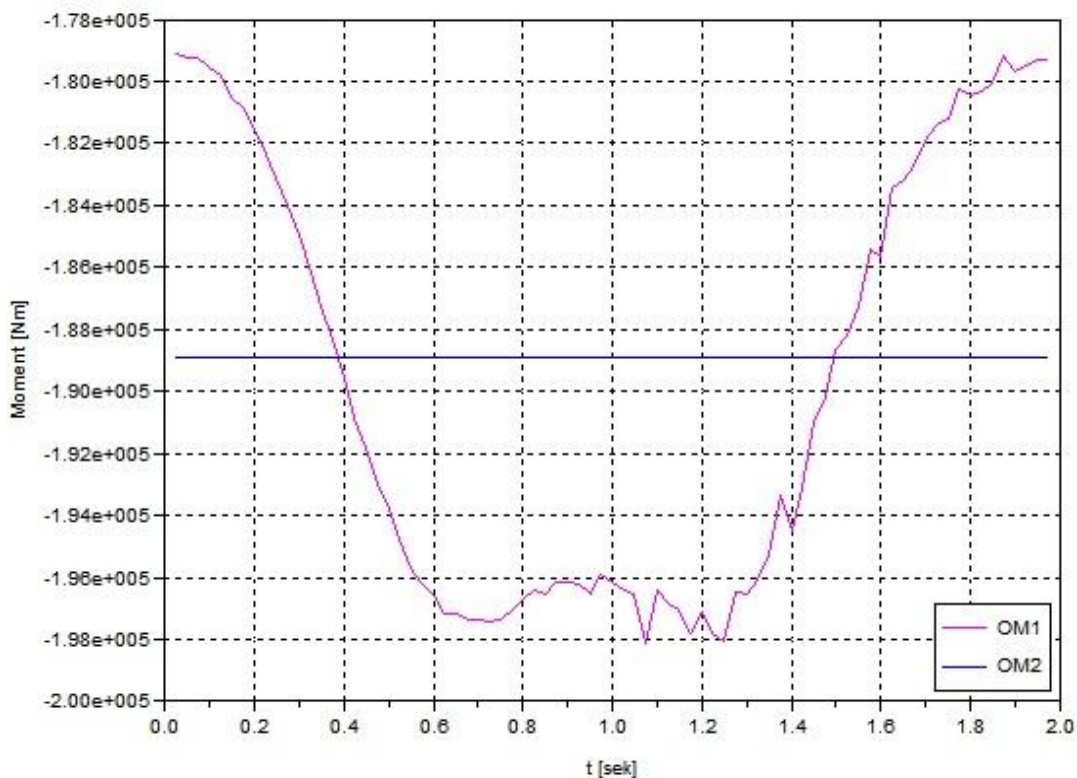
\mathbf{a}_v	zunANJI bočni pospešek [m/s^2]
\mathbf{a}_{vij}	pospešek i -tega delca v j -tem časovnem koraku v smeri abscisne osi [m/s^2]
\mathbf{a}_{zij}	pospešek i -tega delca v j -tem časovnem koraku v smeri ordinatne osi [m/s^2]

$V_{Yij}(t)$	komponenta hitrosti delca i v smeri abscisne osi v času t [m/s]
$V_{Yij}(t+dt)$	komponenta hitrosti delca i v smeri abscisne osi v času t+dt [m/s]
$V_{Zij}(t)$	komponenta hitrosti delca i v smeri ordinatne osi v času t [m/s]
$V_{Zij}(t+dt)$	komponenta hitrosti delca i v smeri ordinatne osi v času t+dt [m/s]
dt	velikost časovnega koraka med časom t in časom t+dt [s]

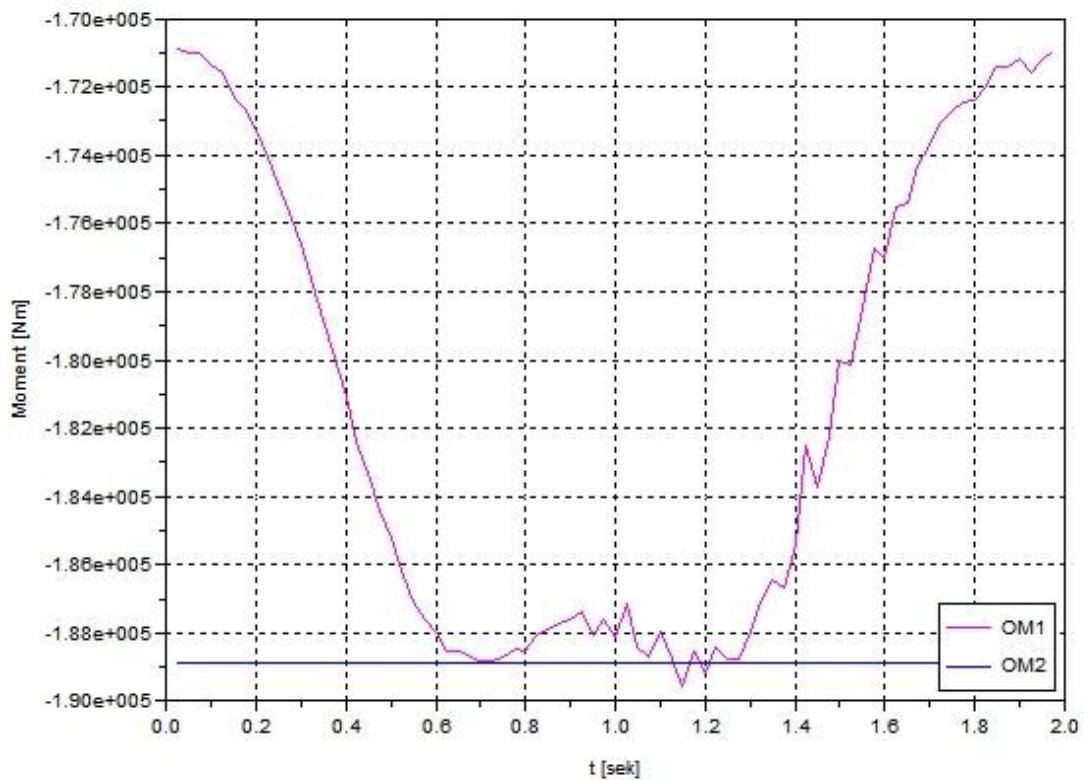
Uravnavni moment, ki se upira prevrnitvi vozila, je podan z enačbo:

$$OM_2 = (m_T + m_L) \cdot g \cdot T \quad (67)$$

Vozilo s cisterno postane nestabilno in je v nevarnosti, da se prevrne takrat, ko prevrtni moment OM_1 preseže vrednost uravnalnega momenta OM_2 . Postopek je popolnoma enak kot v primeru modela prevrnitve pri metodi nihala. Končna izračunana vrednost pospeška znaša $5,04 \text{ m/s}^2$. Rezultati prve iteracije so prikazani na sliki 15, momenti ob prevrnitvi pa na sliki 16.



Slika 15: Prva iteracija računa prevrnitve po metodi SPH.



Slika 16: Zadnja iteracija, pri kateri ugotovimo prag prevrnitve za 10 % polnitev po metodi SPH.

5 OPIS MANEVROV

V tem poglavju opisujemo manevre, ki jih bomo uporabili pri simulacijah. Predstavljena bosta dva značilna manevra, ki ju med vožnjo pogosto srečujemo: vožnja po krožnem loku konstantnega radija in manever menjave pasu, kadar se na voznem pasu pojavi ovira, ki se ji želimo izogniti. Razloženo bo tudi, kako se pripravi vhodne podatke za izračun obravnavanih manevrov.

5.1 Manever 1: vožnja po krožnem loku s konstantnim radijem

Najprej analiziramo vožnjo po krožnem loku s konstantnim radijem. Na avtocestah pogosto najdemo dolge odseke, v katerih so krožni loki s konstantnim radijem (slika 17). Projektirana hitrost na krožnih radijih je omejena s pravilnikom glede na izbrani radij zavoja cestišča. Manjši radij ceste predvideva nižjo projektno hitrost s katero vstopimo v zavoj. Višja hitrost, s katero vstopimo v krožni lok s konstantnim radijem, pomeni večje bočne sile, ki vplivajo na vozilo in tovor v njem.

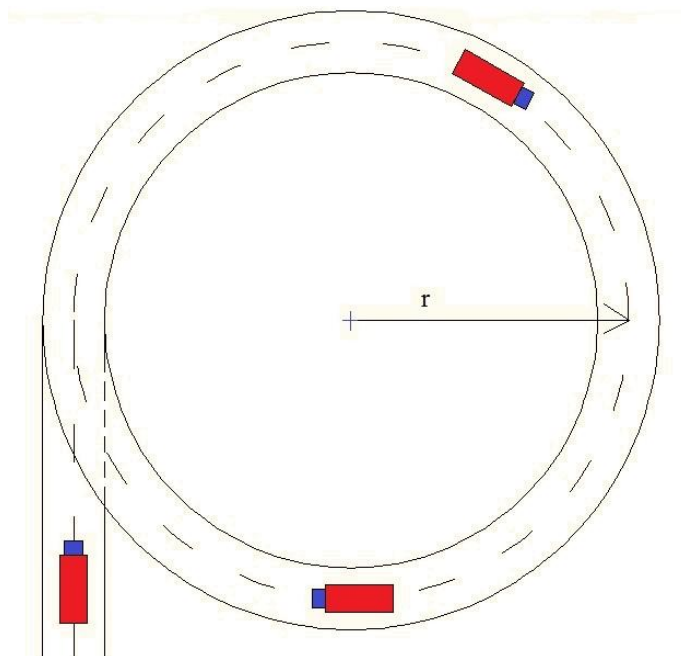


Slika 17: Primera odsekov cest s krivinami konstantnih radijev.

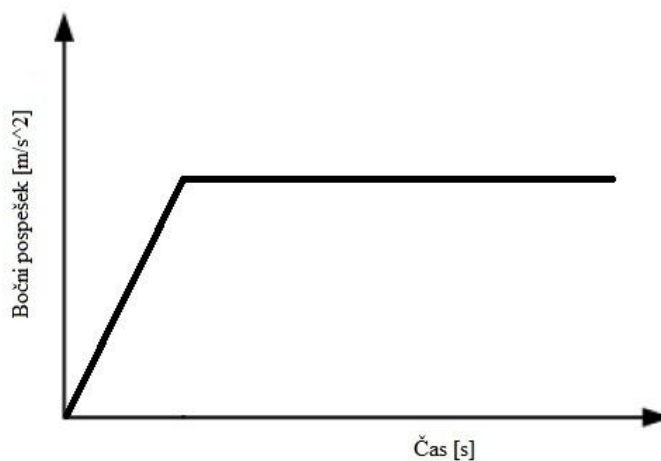
5.1.1 Priprava vhodnih podatkov za metodo SPH in metodo nihala

V vsakdanjem življenju je vožnja po odseku, na katerem se nahaja lok s konstantnim radijem, sestavljena iz več delov: iz vožnje po premii, kjer na vozilo ne učinkujejo bočne sile zapeljemo na prehodnico, vzdolž katere se polmer ukrivljenosti zvezno spreminja od neskončne vrednosti do polmera ukrivljenosti r . Pri nas je najbolj običajna prehodnica na cestah klotoida. Bočni pospešek na klotoidi linearno narašča. Kadar (s konstantno hitrostjo) zapeljemo na krožni lok, je tangencialni pospešek enak nič, bočni (radialni) pospešek pa ima konstantno vrednost v^2/r . Slika 18 prikazuje

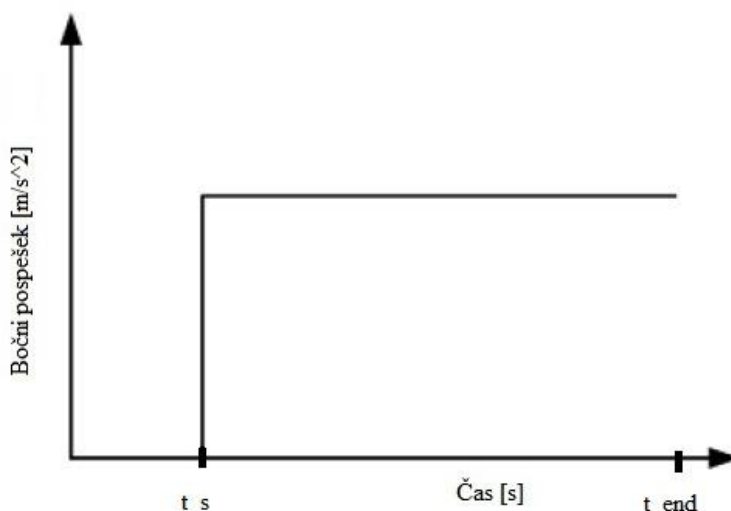
tlorisni prikaz poti za idealiziran prvi manever, sliki 19 in 20 pa prikazujeta grafa bočnih pospeškov tako za realen kot za idealiziran manever. Opisani manever smo namreč zaradi lažje priprave vhodnih podatkov idealizirali – obravnavamo ga kot hipen prehod iz preme v krožni lok s konstantnim radijem, bočni pospešek pa med manevrom izračunamo po enačbi (68). Pri metodi nihala kot vhodni podatek podajamo bočni pospešek, pri metodi SPH pa namesto bočnega pospeška podajamo »navidezno« (bočno) hitrost, kot je podrobneje razloženo v nadaljevanju.



Slika 18: Tlorisni prikaz poti za manever 1.



Slika 19: Graf bočnega pospeška za realen manever 1.



Slika 20: Graf bočnega pospeška pri idealiziranem manevru 1 (vhodni podatek za metodo nihala).

Zaradi poenostavitve manevra dobimo skok v grafu bočnega pospeška, kot kaže slika 20. Takšnemu manevru se v resničnem življenju približamo v primerih, ko voznik ne prilagodi hitrosti razmeram na cesti (vidljivost, neustrezna signalizacija), psihofizičnemu stanju (utrujenost, opitost) ali ob izogibanju nenadejanim oviram. Slednji primer prikazujemo posebej (manever 2).

$$\text{Bočni pospešek} = \begin{cases} 0, & 0 < t < t_s \\ \frac{v_t^2}{r}, & t_s < t < t_{end} \end{cases} \quad (68)$$

Kjer je:

v_t	tangencialna hitrost
r	radij krožnega loka
t_s	čas, ko pričnemo upoštevati bočni pospešek v simulaciji
t_{end}	končni čas simulacije

Vhodni podatek za simulacijo manevra po metodi SPH je, kot smo že omenili, navidezna hitrost vozila v prečni smeri. Dobimo jo tako, da integriramo vhodni podatek za nihalo, t.j. bočni pospešek. To seveda ni dejanska hitrost vozila v prečni smeri, temveč tista navidezna hitrost, katere sprememba v bočni smeri povzroča bočni pospešek in predstavlja ustrezen vhodni podatek za simulacije po metodi SPH.

$$'Navidezna' hitrost = \begin{cases} 0,0 < t < t_s \\ \int \frac{v_t^2}{r} dt, t_s < t < t_{end} \end{cases} \quad (69)$$

Kjer je:

v_t	tangencialna hitrost
r	radij krožnega loka
t_s	čas, ko pričnemo upoštevati bočni pospešek v simulaciji
t_{end}	končni čas simulacije

Izbrani vhodni podatki za manever 1 so hitrost vožnje in polmer krožnega radija. Tangencialna hitrost je konstantna in znaša 10 m/s, predpostavimo krožni lok z radijem 250 m.

5.2 Manever 2: manever menjave pasu

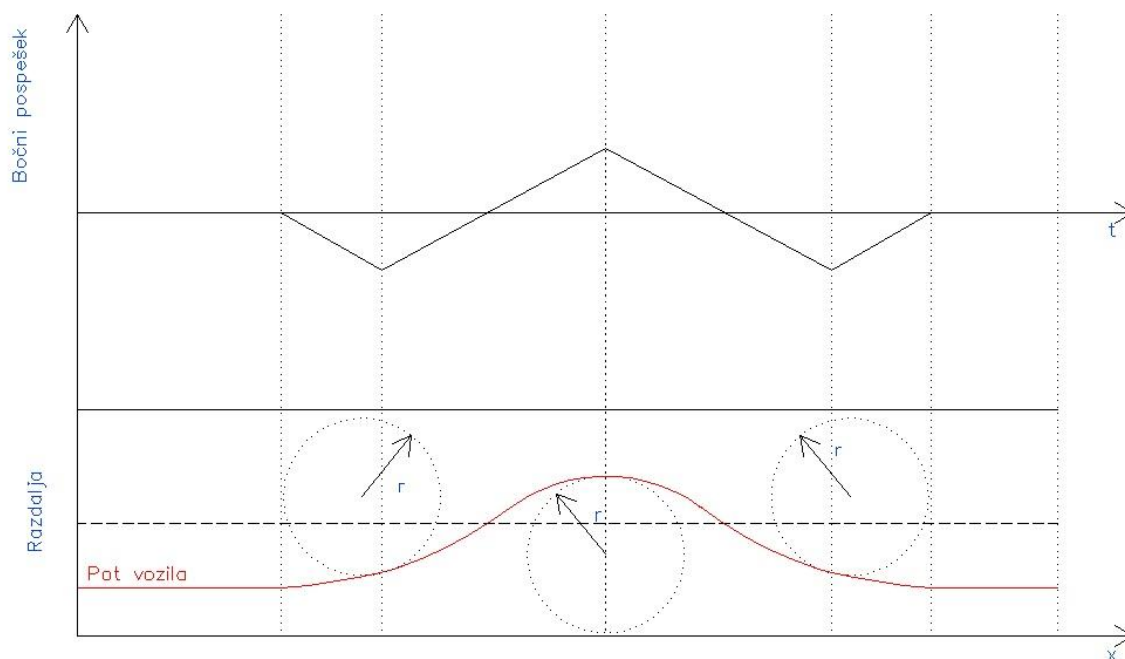
Drugi manever, ki smo ga simulirali, je menjava voznega pasu. Na sliki 21 je prikazana izvedba testa na fizičnem modelu v naravni velikosti. Takšni testi se izvajajo ob ugotavljanju odzivnosti vozila.



Slika 21: Prikaz fizičnega modela v naravni velikosti med izvedbo manevra menjave voznega pasu (Casasanta, 2010).

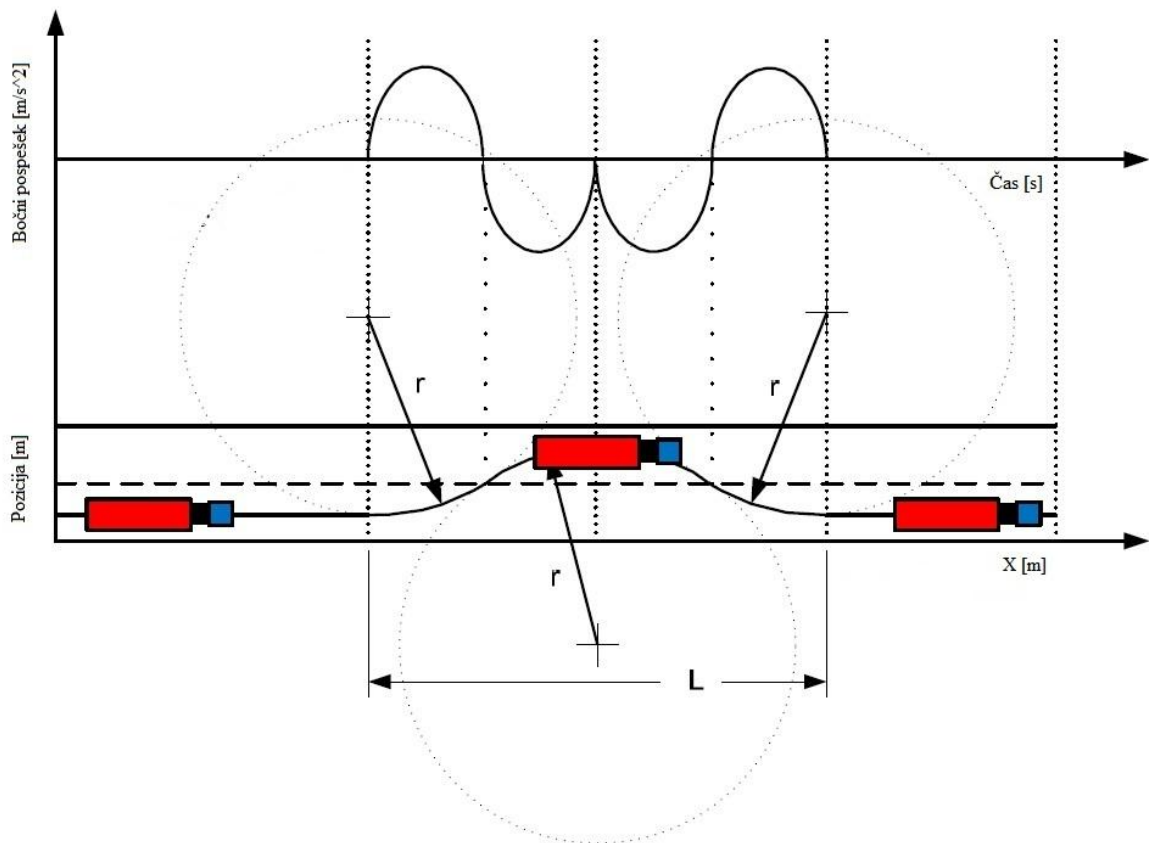
5.2.1 Priprava vhodnih podatkov za metodo SPH in metodo nihala

V vsakdanjem življenju se vozniki srečujemo z opisanim manevrom pri izogibanju oviram na vozišču. Pred oviro zamenjamo vozni pas ter se po izogibu oviri vrnemo nazaj na prvotni pas vozišča. Opis manevra v realnem življenju je precej kompliciran. Vsak voznik ga tudi izvede nekoliko drugače, kar je odvisno od izkušenj voznika, razmer na cesti, vrste vozila in drugih dejavnikov. V primeru, da manever izvedemo idealno, je sestavljen iz šestih prehodnic, med katerimi ni prem ne krožnih lokov. Ob levo-zasukanem volanu so bočni pospeški negativni, pri izravnanem volanu enaki nič in pri desno-zasukanem volanu pozitivni. Na sečišču grafa pospeška z abscisno osjo smo za trenutek na premi, na konicah diagrama bočnega pospeška pa (tudi hipno) na krožnem loku. Tlorisni potek manevra in bočne pospeške prikazuje slika 22.



Slika 22: Prikaz tlorisa poti in grafa bočnega pospeška za realen manever menjave pasu.

Manever smo zaradi lažje priprave vhodnih podatkov za modela spremenili tako, da smo prehodnice zamenjali s tremi krožnimi loki s konstantnimi radiji, kot je predlagal Casasanta (2010). Idealizirana pot gibanja vozila in idealiziran graf bočnega pospeška sta prikazana na sliki 23. Funkcija bočnega pospeška je v tem primeru močno poenostavljena in sestavljena iz dveh sinusnih krivulj.



Slika 23: Prikaz tloris poti in grafa bočnega pospeška za idealiziran manever menjave pasu (Casasanta, 2010).

Vhodno funkcijo pospeška za metodo nihala pri drugem manevru smo izrazili kot:

$$Bočni\ pospešek = \begin{cases} \frac{v^2}{r} \cdot \sin \omega(t), & 0 < t < t_n \\ -\frac{v^2}{r} \cdot \sin \omega(t - T), & t_n < t < t_n + T \\ 0, & t_n + T < t < t_{end} \end{cases} \quad (70)$$

Poznati moramo še vrednosti:

$$T_p = \frac{L}{v_t} \quad (71)$$

$$f = \frac{1}{T} \quad (72)$$

$$\omega = 2\pi f \quad (73)$$

Kjer je:

v_t	tangencialna hitrost
r	radij krožnega loka
L	dolžina manevra
T_p	perioda
f	frekvenca
ω	krožna frekvenca
t_{end}	končni čas simulacije

Tudi pri tem manevru vhodni podatek za simulacijo po metodi SPH ni bočni pospešek, temveč hitrost. Vhodni podatek za »navidezno« hitrost, ki jo podajamo pri metodi SPH, dobimo z integracijo sinusne vhodne funkcije (pospeška), uporabljene pri metodi nihala.

Vhodno funkcijo hitrosti smo zapisali kot:

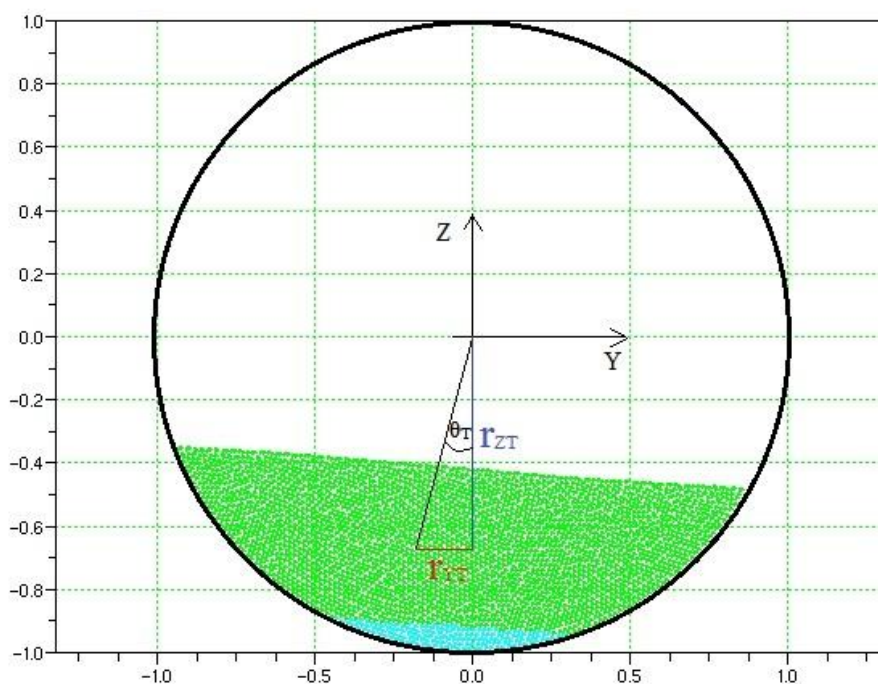
$$'Navidezna' hitrost = \begin{cases} \int \frac{v^2}{r} \cdot \sin \omega(t) dt, & 0 < t < t_n \\ \int -\frac{v^2}{r} \cdot \sin \omega(t - T) dt, & t_n < t < t_n + T \\ konst, & t_n + t < t < t_{end} \end{cases} \quad (74)$$

Manever 2 smo povzeli po standardiziranem testu NATO AVTP 03-160W (Casasanta, 2010). Test je bil razvit za potrebe testiranja obnašanja vojaških in civilnih vozil v primeru dinamične vožnje. Manever 2 je časovno veliko daljši od manevra 1, opisanega v poglavju 5.1. Čas simulacije pri prvem manevru znaša 5 sekund, pri drugem pa simulacija traja 20 sekund. Računski časi posameznih simulacij so se zato močno podaljšali. Pri simulaciji manevra 2 smo predpostavili konstantno hitrost vožnje 11,1760 m/s (40,2 km/h).

6 PRIMERJAVA REZULTATOV SIMULACIJ METODE SPH IN NIHALA

6.1 Manever 1: vožnja po krožnem loku s konstantnim radijem

Kot nihanja θ pri metodi nihala je izračunan iz enačbe (31). Kot nihanja težišča kapljevine pri metodi SPH pa smo izračunali iz rezultatov, ki jih model zapiše v izhodno datoteko. Zapisuje se krajevni vektor, vektor hitrosti in tlak za vsak kapljevinski delec, ki se nahaja v cisterni. Na sliki 24 so prikazane oznake, uporabljene v enačbi (75) med nihanjem kapljevine v cisterni.



Slika 24: Prikaz kapljevine z delci in kota nihanja težišča pri metodi SPH.

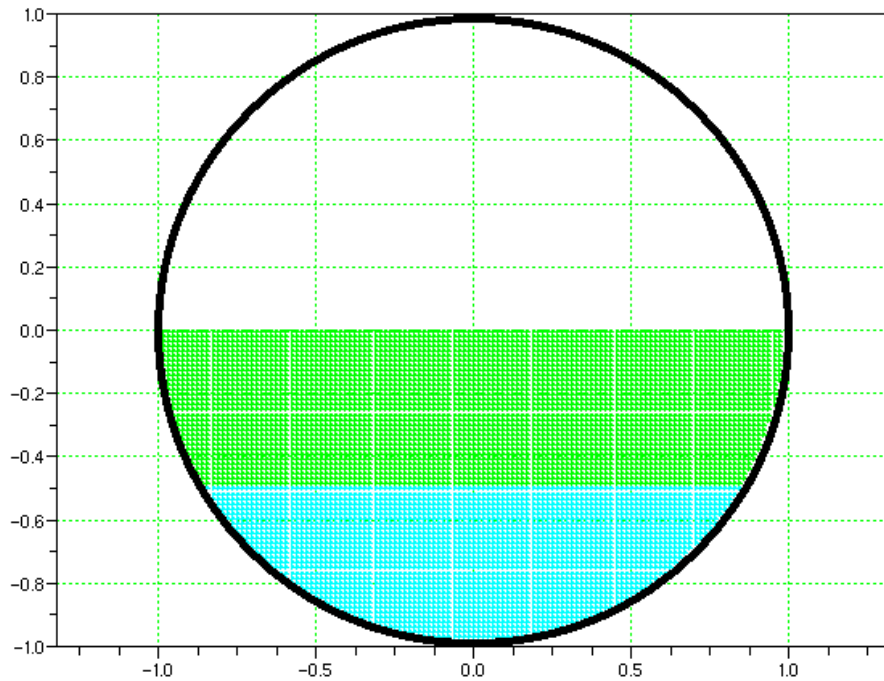
Kot nihanja težišča smo izračunali po enačbi:

$$\theta_T = \arctg\left(\frac{r_{YT}}{r_{ZT}}\right) \quad (75)$$

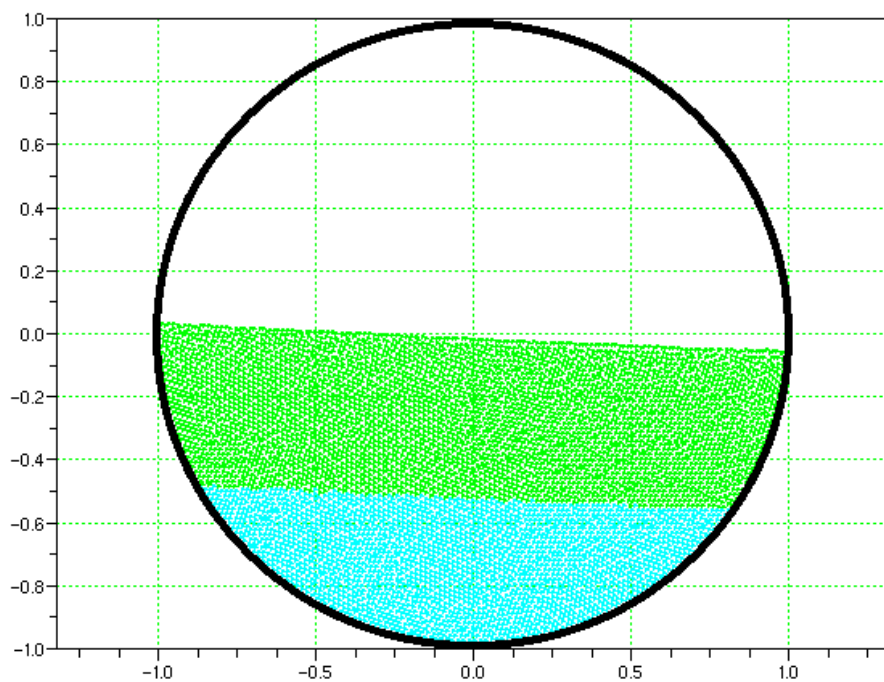
Kjer je:

- θ_T kot, ki predstavlja odmik težišča iz prvotnega položaja (slika 24)
- r_{YT} komponenta krajevnega vektorja težišča v smeri abscisne osi
- r_{ZT} komponenta krajevnega vektorja težišča v smeri ordinatne osi

Model SPH omogoča tudi grafični prikaz položaja delcev v izbranih časovnih intervalih med simulacijo. Slike je možno povezati v animacijo. Na slikah 25 in 26 sta prikazana dva primera nihanja gladine med simulacijo prvega manevra pri 50 odstotni polnitvi cisterne.

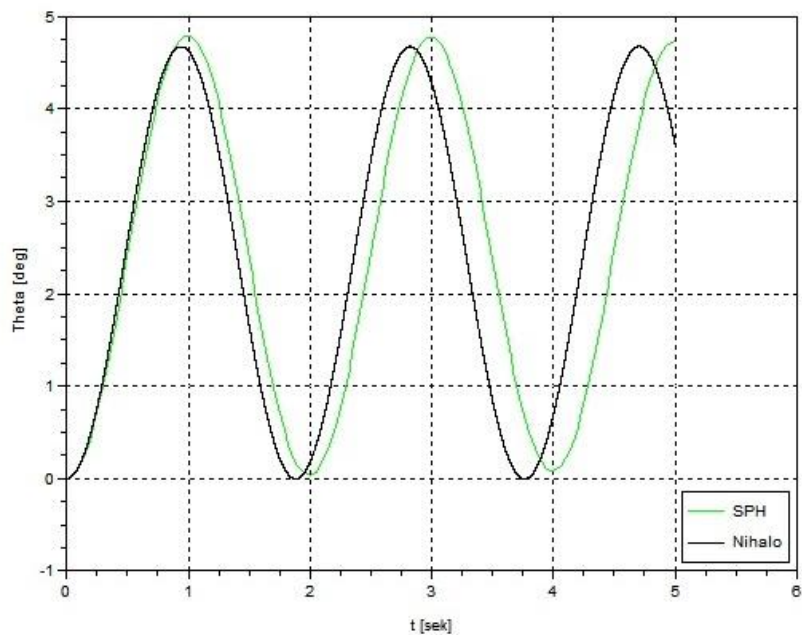


Slika 25: Začetna postavitev delcev v modelu SPH.

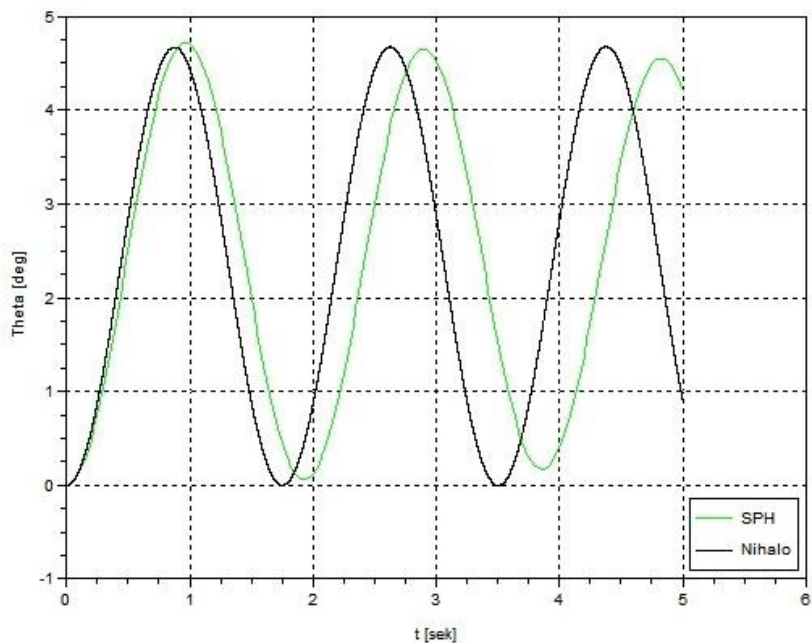


Slika 26: Nihanje gladine v cisterni med manevrom 1.

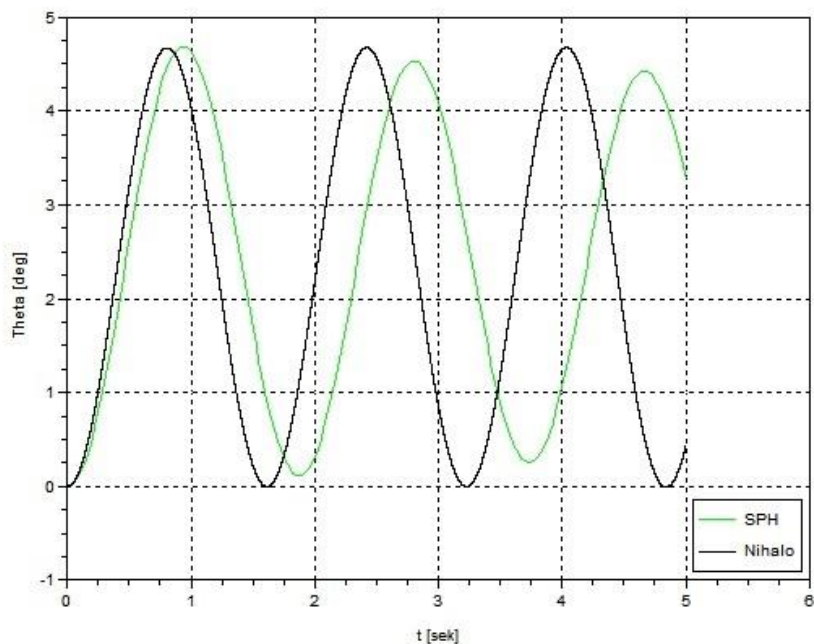
Na slikah 27 - 35 je prikazana primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala, za polnitve od 10 % do 90 %. Grafi imajo na ordinatni osi prikazan kot nihanja, ki ga je opisalo težišče tekočine, na abscisni osi pa je prikazan čas trajanja manevra.



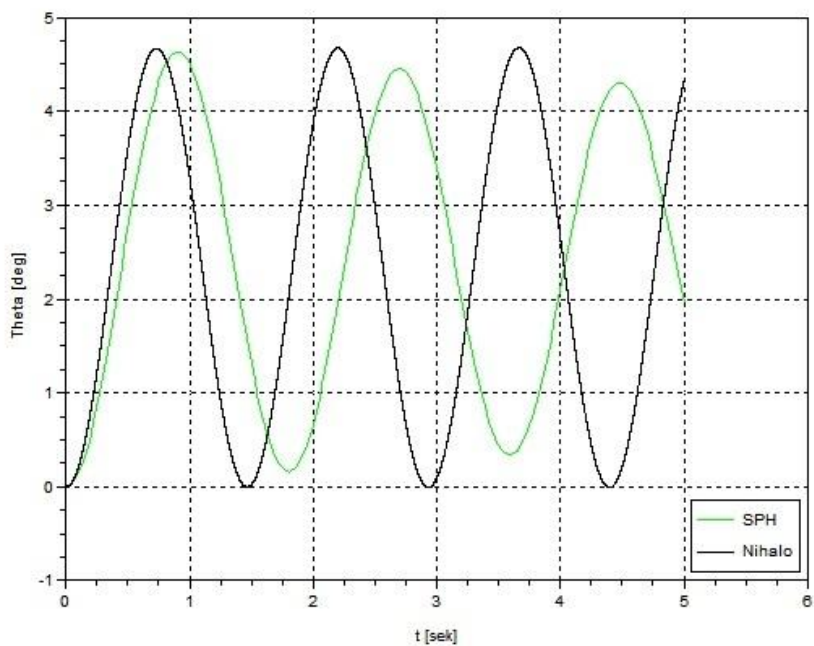
Slika 27: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 10 % polnitev cisterne, maneuver 1.



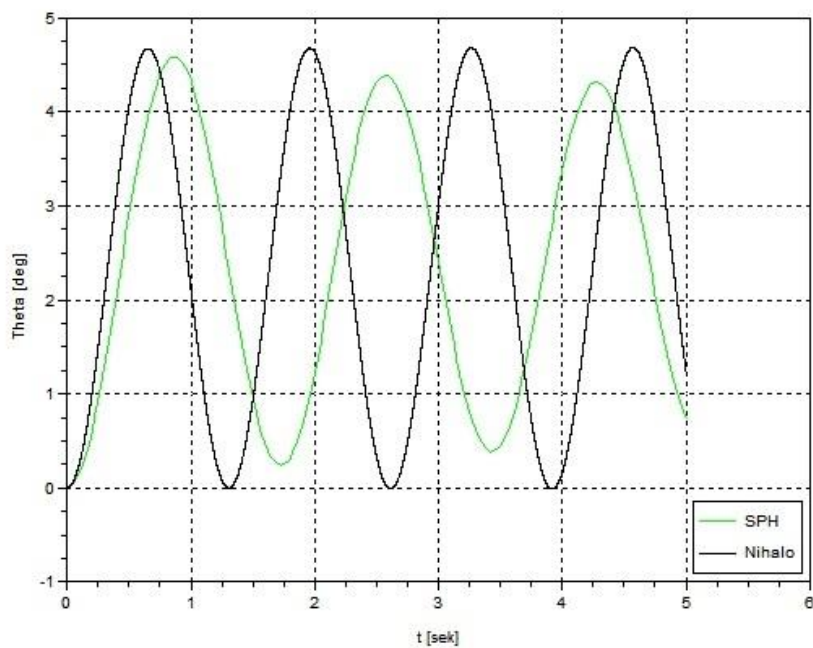
Slika 28: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 20 % polnitev cisterne, maneuver 1.



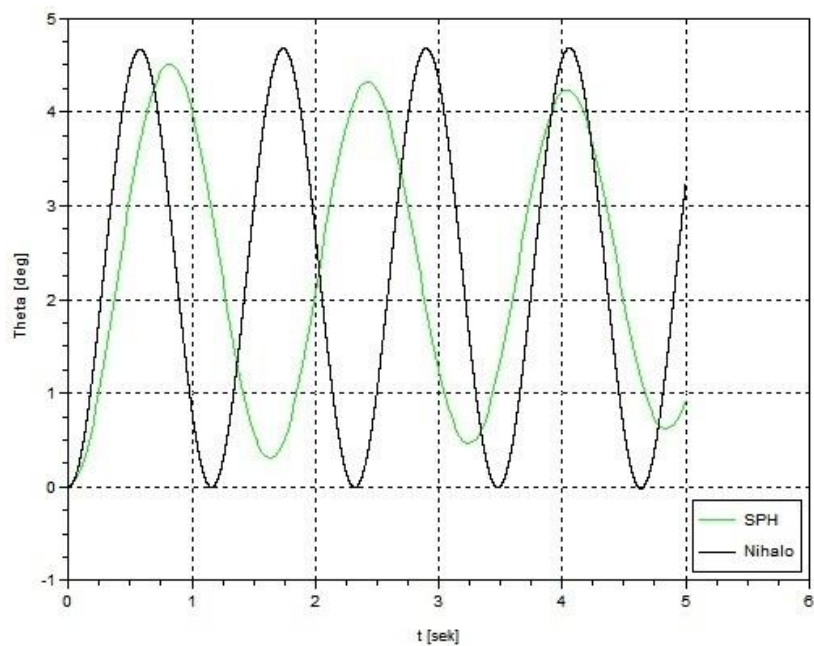
Slika 29: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 30 % polnitev cisterne, manever 1.



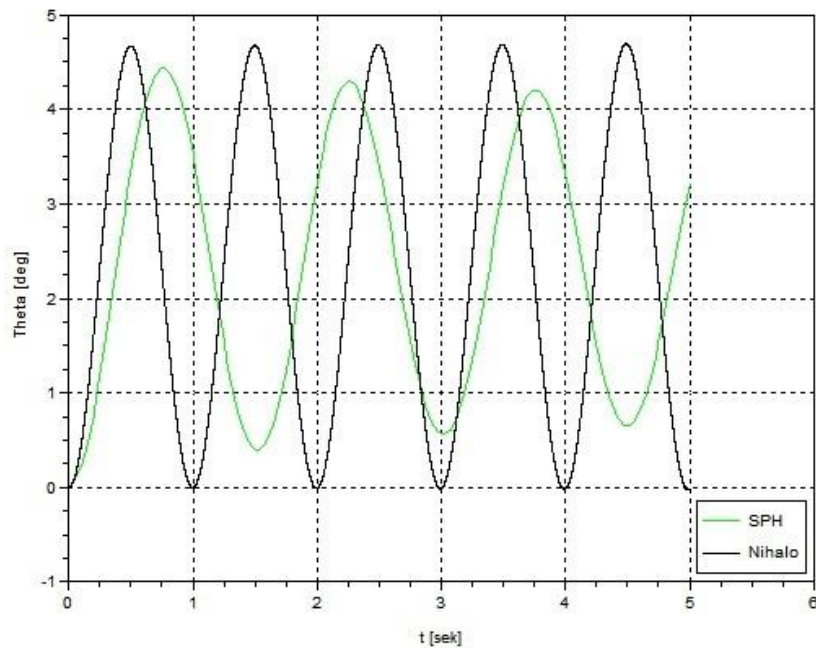
Slika 30: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 40 % polnitev cisterne, manever 1.



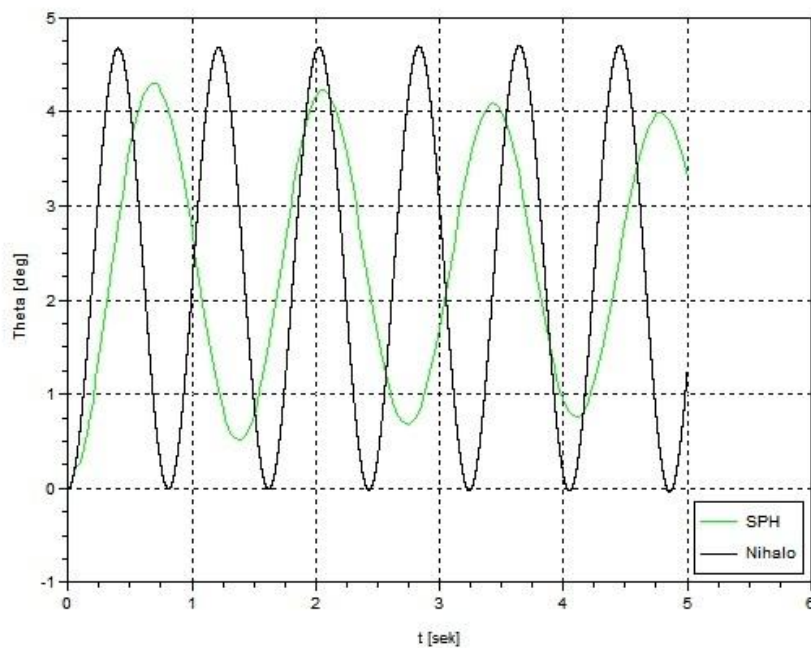
Slika 31: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 50 % polnitev cisterne, manever 1.



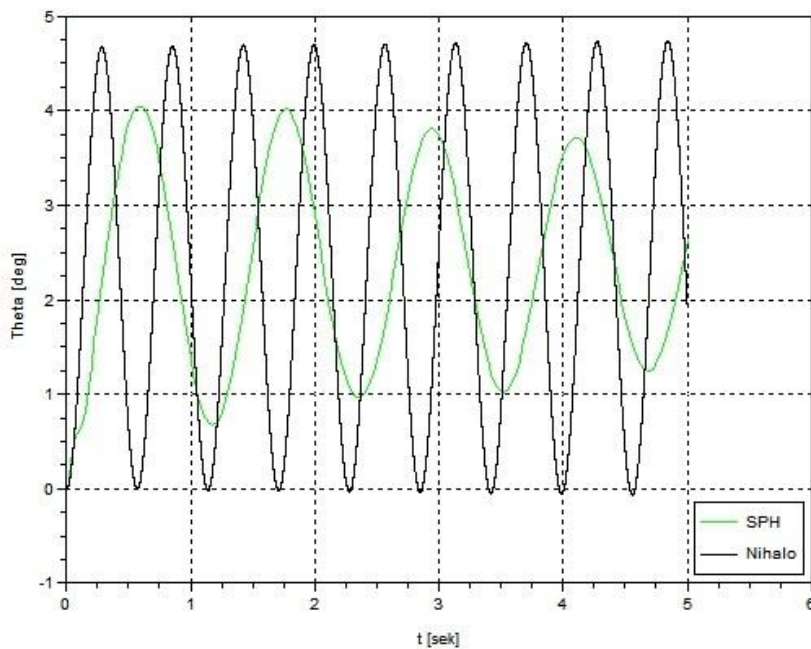
Slika 32: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 60 % polnitev cisterne, manever 1.



Slika 33: Primerjava nihanja težišča kapljevne po metodi SPH in metodi nihala: 70 % polnitev cisterne, manever 1.

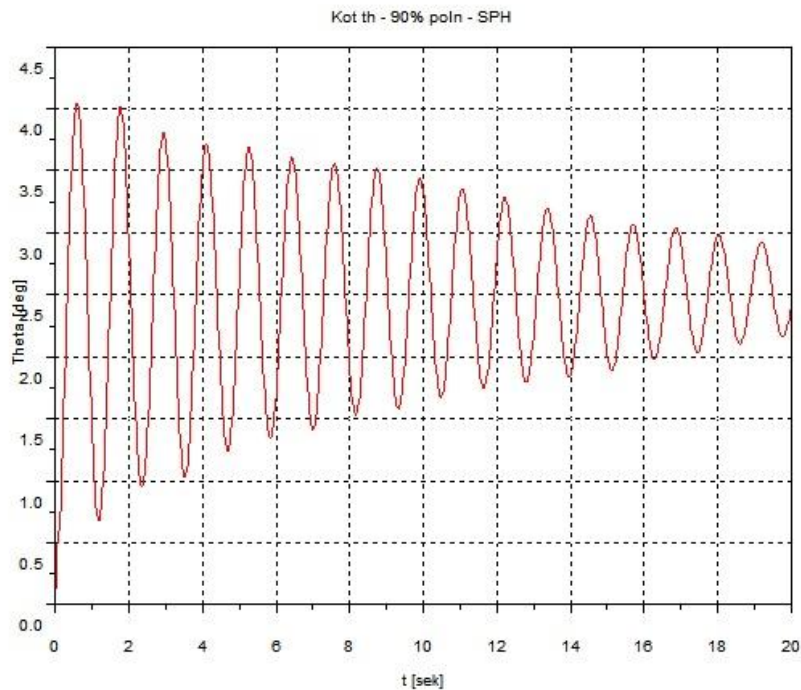


Slika 34: Primerjava nihanja težišča kapljevne po metodi SPH in metodi nihala: 80 % polnitev cisterne, manever 1.

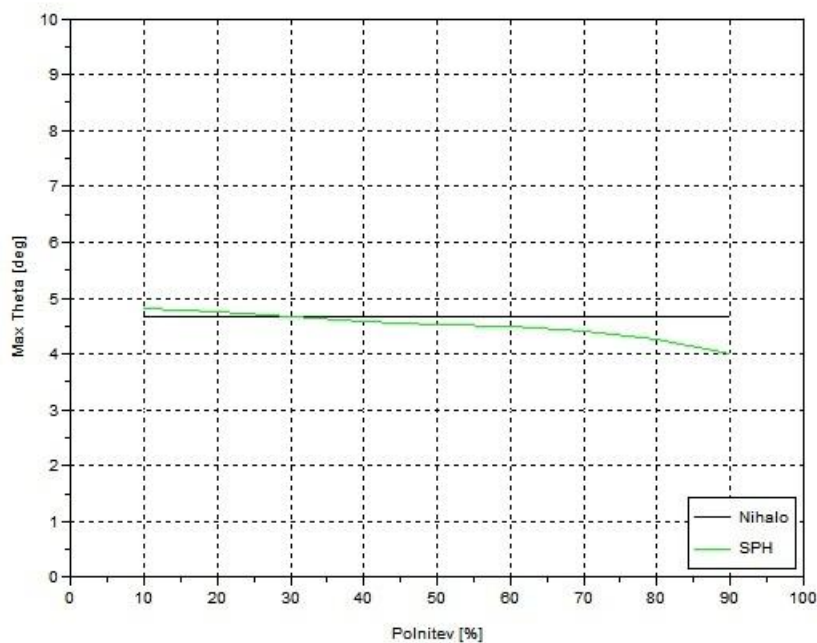


Slika 35: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 90 % polnitev cisterne, maneuver 1.

Ujemanje obeh metod je pri nizkih polnitvah med izvajanjem manevra 1 dokaj dobro. Pri višjih polnitvah so odstopanja večja. Eden izmed razlogov je, da simuliramo obnašanje tekočinskega tovora na dva povsem različna načina. Nihalo se med manevrom obnaša kot togo nedeformabilno telo. Metoda SPH simulira tekočinski tovor z delci, pri samem izračunu pa se upošteva medsebojni vpliv sosednjih delcev. Zato je razumljivo, da tudi samo težišče tekočinskega tovora pri obeh metodah niha različno, kar pride bolj do izraza pri višjih polnitvah. Pri metodi SPH zaradi mešanja tekočine (delcev) pride do dušenja nihanja, kar je na primeru 20 sekundne simulacije prikazano na sliki 36. Dušenje je najbolj opazno na sliki 35, ki prikazuje simulacijo pri 90 % polnitvi cisterne. Dušenja pri metodi nihala nismo vključili v simulacije, saj je Casasanta (2010) v svojem delu pokazal, da člen dušenja pri metodi nihala pri dolgoročni simulaciji nihanja na rezultate nima velikega vpliva.



Slika 36: Graf nihanja težišča kapljevine pri prvem manevru, simulacija po metodi SPH trajajo 20 sekund .



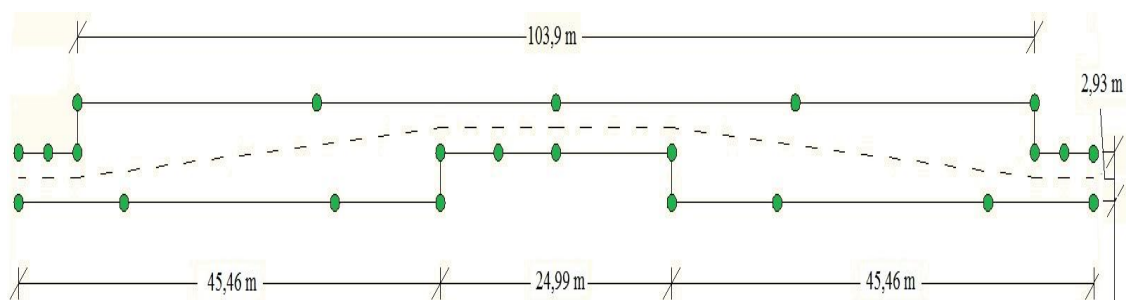
Slika 37: Graf maksimalnega odmika θ pri manevru 1.

Na sliki 37 je prikazan graf maksimalnega odmika za manevr 1. Iz slike 37 je razvidno, da je pri manevru 1 maksimalni odklik pri metodi nihala vseskozi konstanten, pri metodi SPH pa se s časom

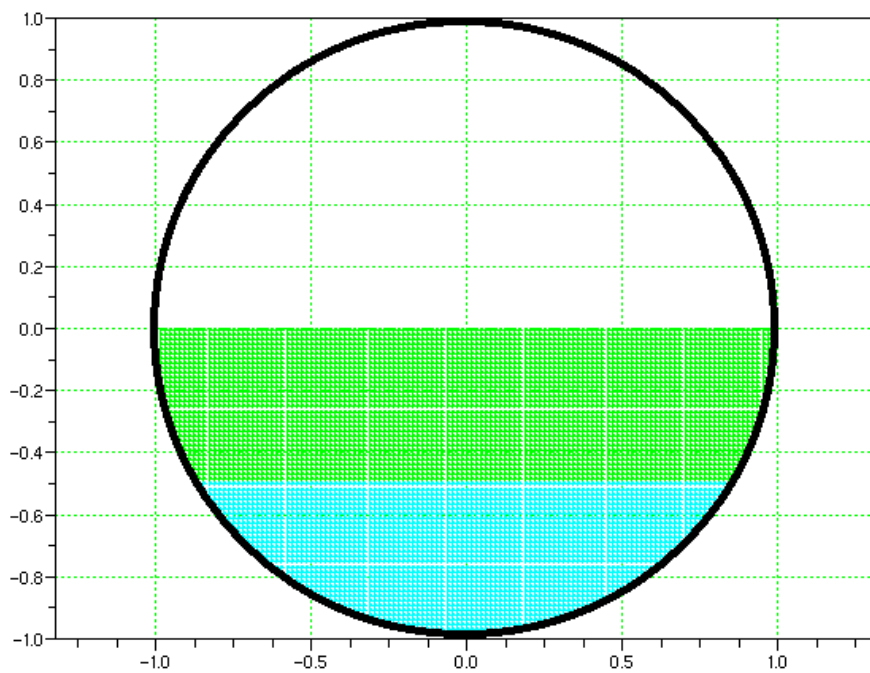
zmanjšuje. Možni vzroki so trenje med kapljevinskimi delci in trenje med kapljevino in ostenjem, ki ju pri metodi nihala ni mogoče upoštevati, podrobna raziskava pojava in možnih vplivov pa presega okvire zastavljene naloge.

6.2 Manever 2: manever menjave pasu

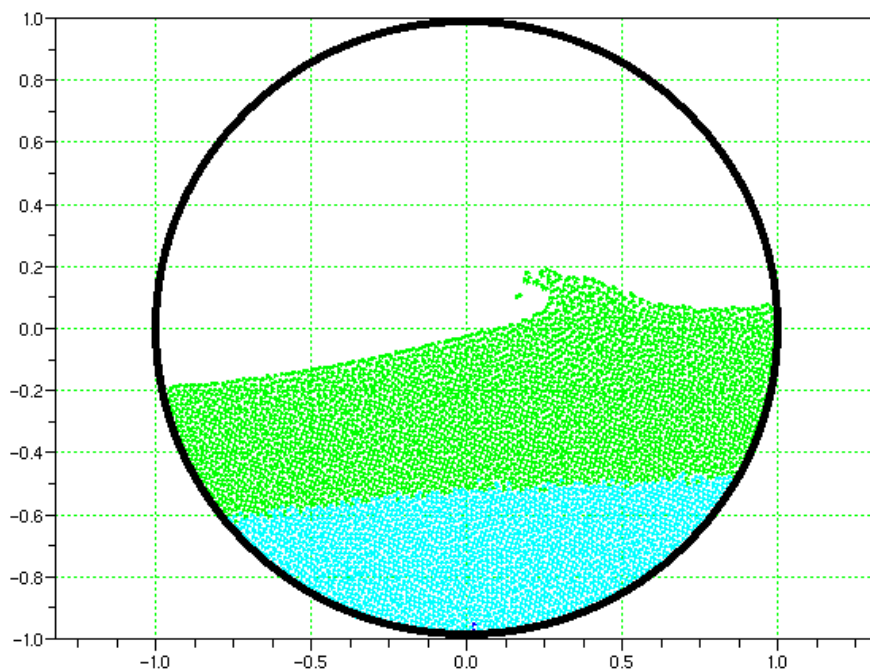
Na sliki 38 je prikazana skica poti za drugi manever. Drugi obravnavani manever je znatno kompleksnejši in bolj dinamičen od prvega. To je razvidno tudi iz grafov nihanja težišča, ki so prikazani na slikah 43-51. Na ordinatni osi je prikazan kot nihanja težišča tekočine, na abscisni osi pa čas trajanja manevra. Kot nihanja θ pri metodi nihala je izračunan iz enačbe (31). Kot nihanja težišča kapljevine pri metodi SPH pa smo, enako kot pri prvem manevru, izračunali po enačbi (75) iz rezultatov, ki jih model zapiše v izhodno datoteko. Na slikah 39-42 so grafični prikazi dinamičnega nihanja in pljuskanja kapljevine med simulacijo drugega manevra pri 50 odstotni polnitvi cisterne. Na slikah 40-42 je dobro razvidna razgibanost proste gladine med izvajanjem manevra. Prav možnost opisa dinamike gibanja proste gladine je eden izmed glavnih razlogov za izbiro metode SPH za simulacije in primerjavo z metodo nihala. Model nihala namreč ne omogoča vpogleda v gibanje gladine tekočine v cisterni. Tudi pri manevru 2 smo izrisali grafe nihanja težišča kapljevine med izvedbo manevra (slike 43-51).



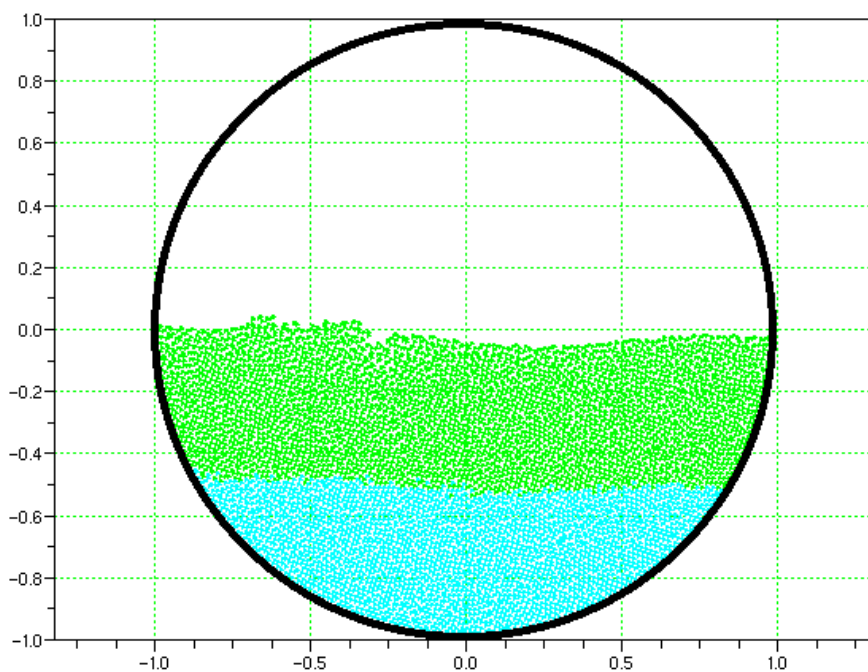
Slika 38: Skica poti za manever 2.



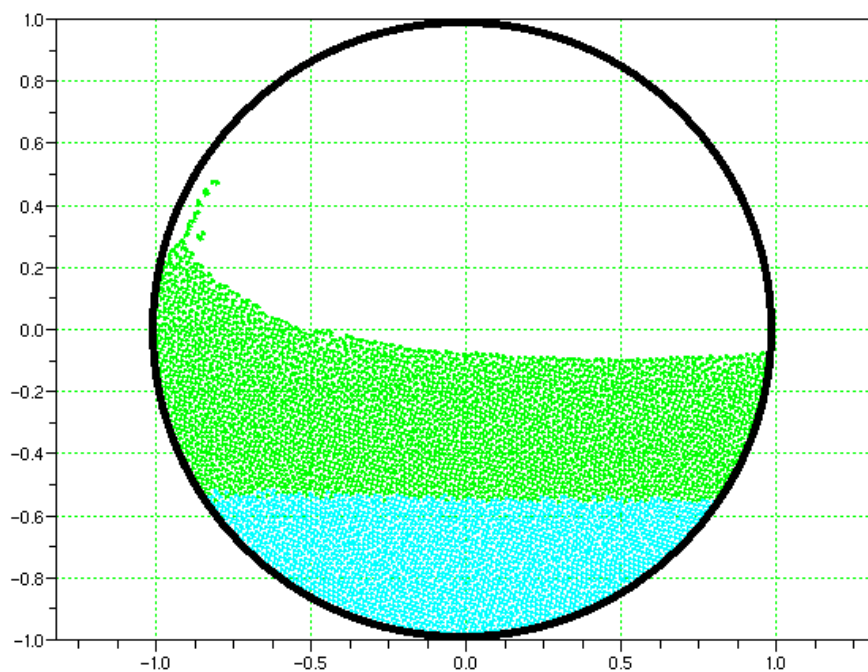
Slika 39: Začetna postavitev modela SPH pri 50% polnitvi.



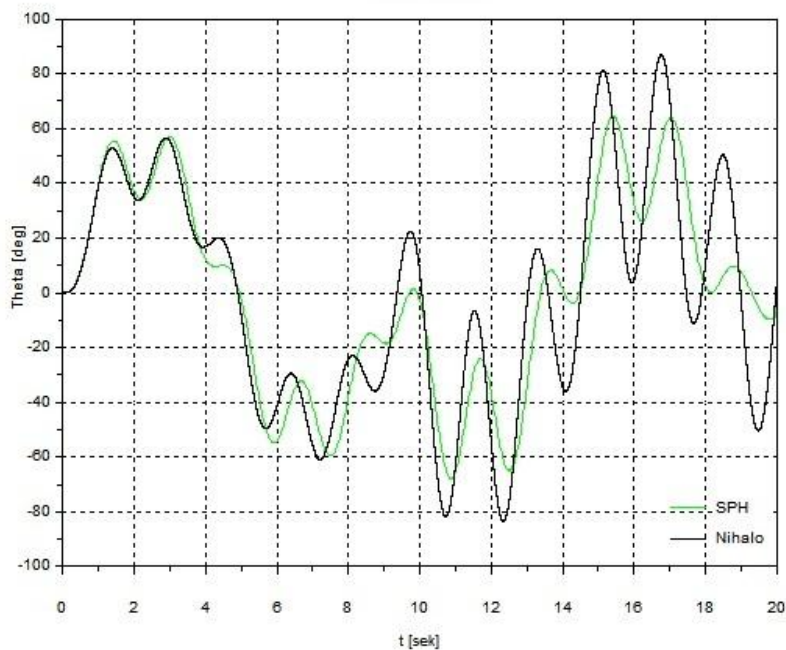
Slika 40: Prikaz razgibane proste gladine med manevrom 2 v izbranem času.



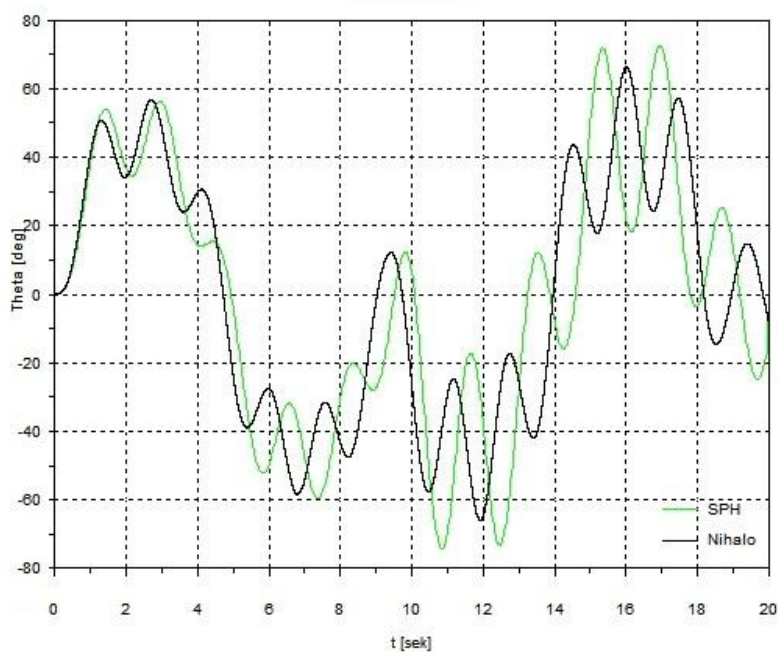
Slika 41: Model SPH prikazuje tudi razdrobljenost gladine med izvajanjem manevra 2.



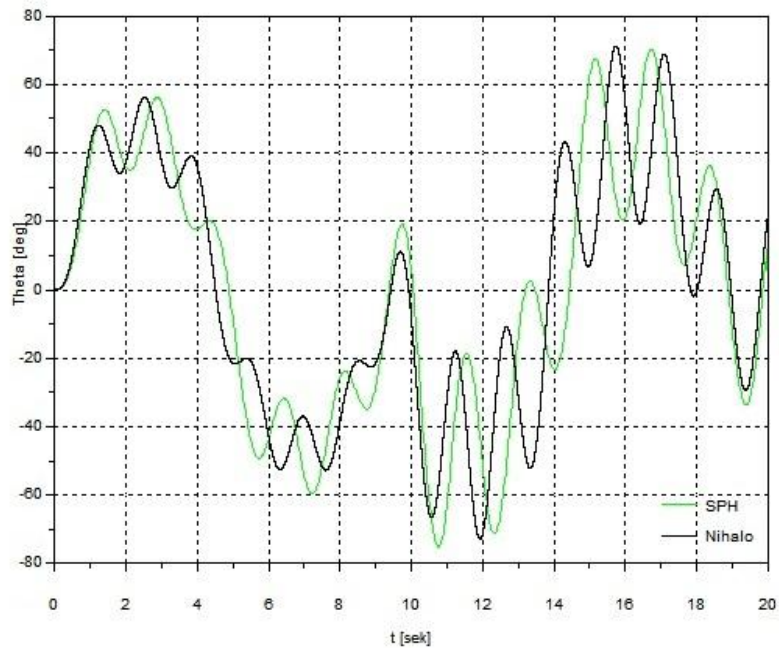
Slika 42: Model SPH dobro prikaže pljuskanje kapljevine med manevrom. 2



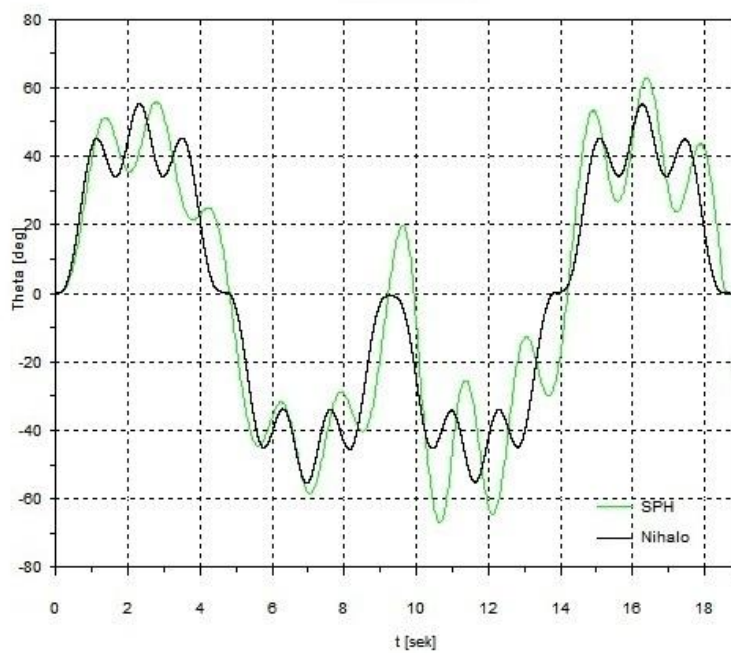
Slika 43: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 10 % polnitev cisterne, manever 2.



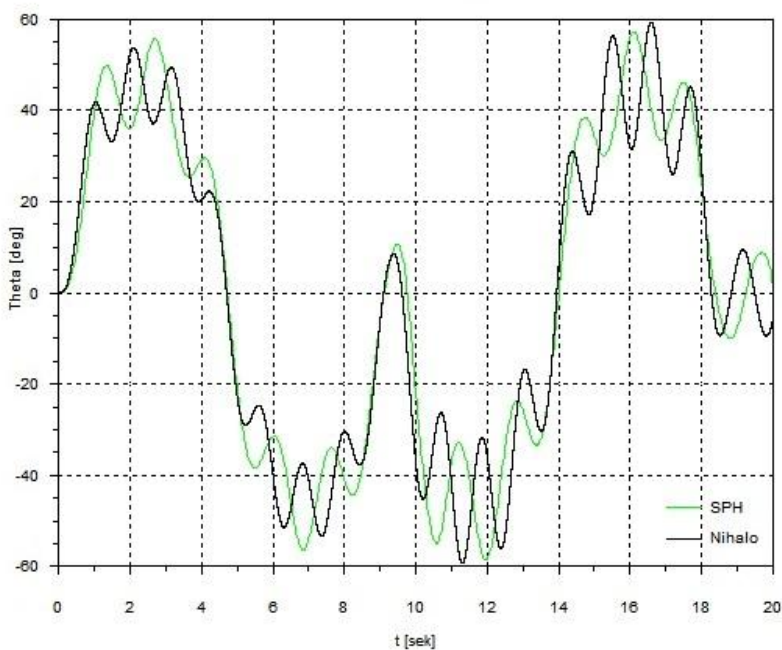
Slika 44: Primerjava nihanja težišča kapljevine pri metodi SPH in metodi nihala: 20 % polnitev cisterne, manever 2.



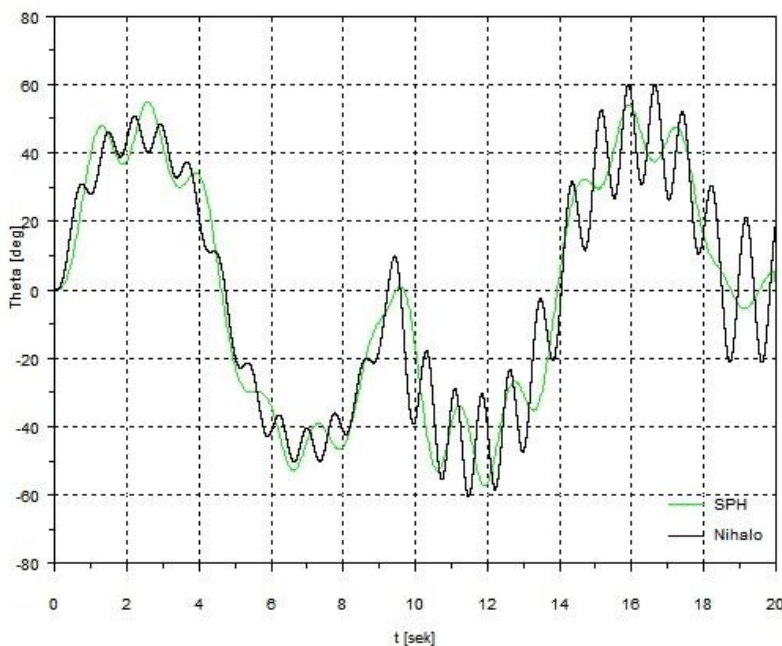
Slika 45: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 30 % polnitev cisterne, manever 2.



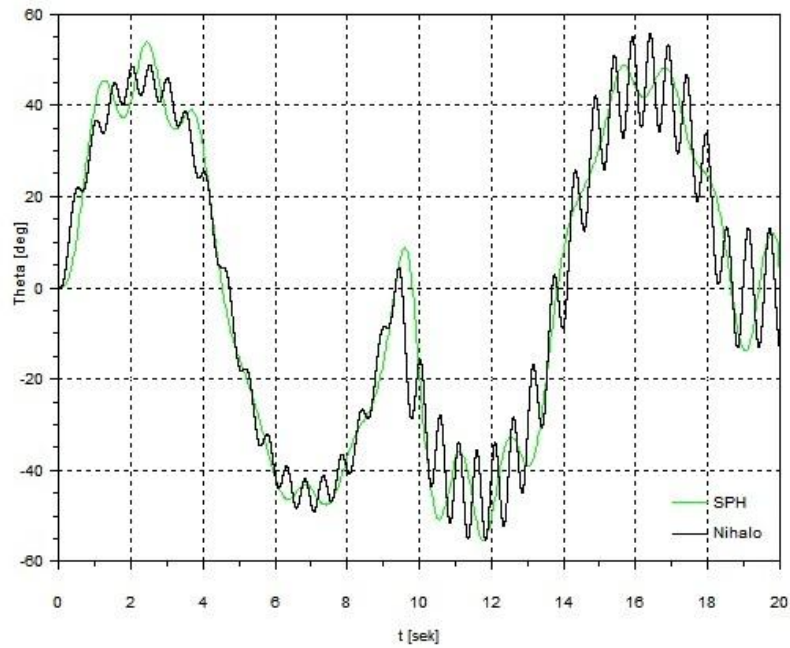
Slika 46: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 40 % polnitev cisterne, manever 2.



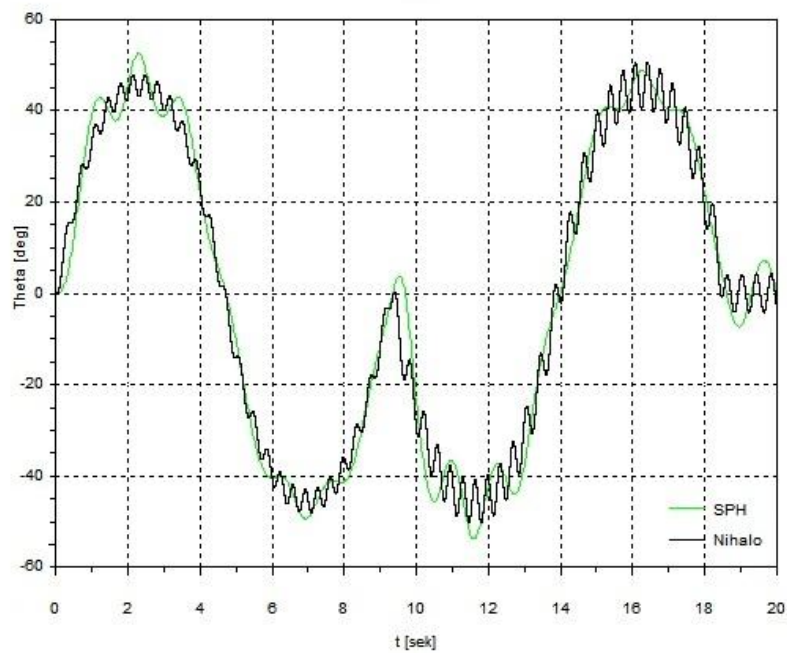
Slika 47: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 50 % polnitev cisterne, manever 2.



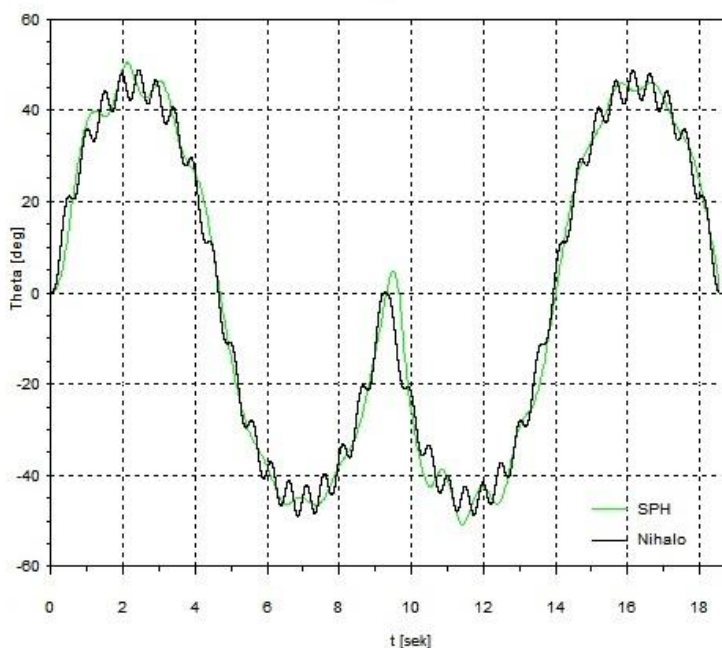
Slika 48: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 60 % polnitev cisterne, manever 2.



Slika 49: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 70 % polnitev cisterne, manever 2.



Slika 50: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 80 % polnitev cisterne, manever 2.

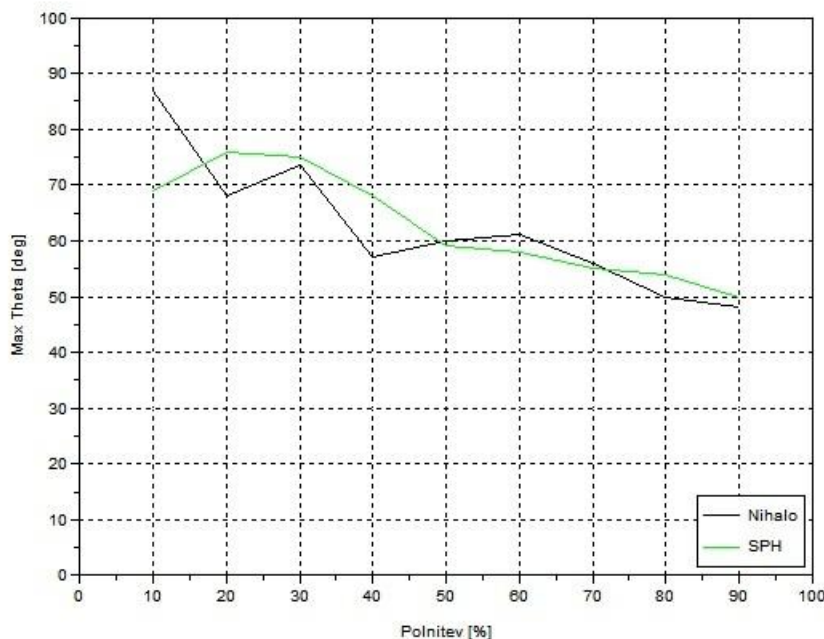


Slika 51: Primerjava nihanja težišča kapljevine po metodi SPH in metodi nihala: 90 % polnitev cisterne, manever 2.

Ugotovili smo, da je vizualno ujemanje metode SPH in metode nihala pri drugem manevru boljše kot pri prvem, kljub temu, da je manever zahtevnejši in daljši. Metodi se dobro ujemata tudi pri višjih polnitvah. Glavni krivulji nihanja težišča kapljevine se pri obeh uporabljenih metodah dobro ujemata, na glavni krivulji nihanja pa je opazno sekundarno nihanje, ki je pri metodi SPH nekoliko manjše. Krivulja nihanja težišča kapljevine je pri metodi SPH zato bolj gladka. Najverjetnejši vzrok za dušenje »šuma« je mešanje in trenje med posameznimi delci kapljevine, ki je pri metodi SPH upoštevano, pri metodi nihala pa ne.

Metoda nihala se za simulacije nihanja kapljevine v zaprtih prostorih uporablja že od šestdesetih let prejšnjega stoletja (npr. Abramson(1966)) in je na tem področju že uveljavljena. Metoda SPH kaže razmeroma dobro ujemanje z rezultati modela nihala, zato na osnovi izvedenih simulacij in primerjav sklepamo, da je tudi metoda SPH primerna za obravnavanje istih primerov. Z gotovostjo bi to lahko trdili šele po izvedbi obširnejših in številnejših simulacij. Velika prednost metode SPH pa je nedvomno v možnosti grafičnega prikaza dejanskega gibanja kapljevine (delcev) in proste gladine v poljubnem času med simulacijo.

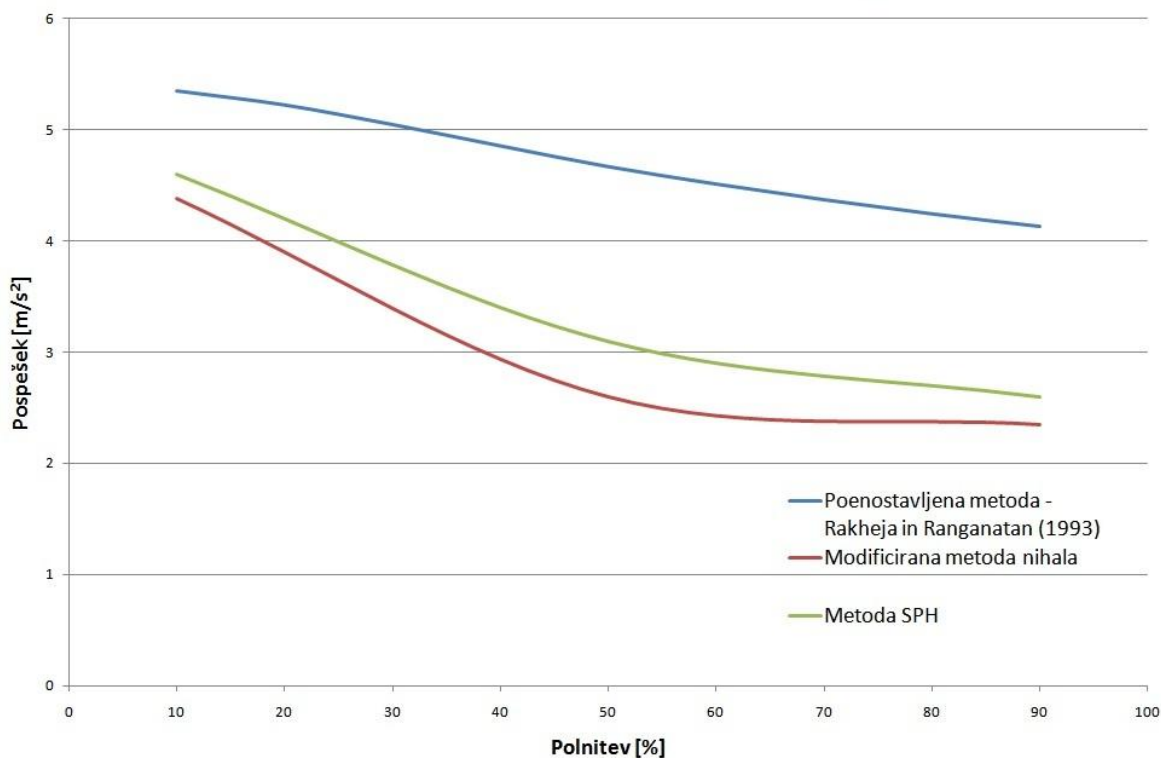
Na sliki 52 je izrisan primerjalni graf maksimalnega odmika za metodo nihala in metodo SPH. Odstopanje med modeloma ni vedno istoznačno. Pri nižjih polnitvah daje višje vrednosti odmika metoda SPH, pri višjih pa metoda nihala. V splošnem so odstopanja med modeloma manjša pri višjih polnitvah. Največje odstopanje maksimalnih odkikov težišča kapljevine je opazno pri 10 %, 20 % in 40 % polnitvi.



Slika 52: Graf maksimalnega odmika θ za manever 2.

6.3 Prevrnitev vozila pri prvem manevru, vožnji po krožnem loku s konstantnim radijem

Uporabljeni modeli prevrnitve, enačbe in metode izračuna so podrobno opisane v poglavju 4. Glede na kompleksnost enačb in količino potrebnih oz. razpoložljivih vhodnih podatkov se je kot najprimernejša izkazala izbira 2D poenostavljenega modela prevrnitve. Kot primerjalni model prevrnitve smo uporabili model Rakheje in Ranganathana (1993), ki pa je primeren samo za okrogle cisterne med vožnjo po krožnem loku s konstantnim radijem. Enačbe, ki jih predlagata Rakheja in Ranganathan (1993), (34-42) smo preverili in prilagodili obravnavanemu primeru. Po preverjanju smo izračunali prag prevrnitve s poenostavljenim in modificiranim modelom nihala in modelom SPH na način, ki je podrobno opisan v četrtem poglavju. Primerjava rezultatov je prikazana na sliki 53. Za vse tri izbrane modele prevrnitve so prikazani zunanji bočni pospeški, pri katerih se (pri različnih višinah polnitve) vozilo s cisterno prevrne.



Slika 53: Graf prevrnitve pospešek – višina polnitve: primerjava med poenostavljeno in modificirano metodo nihala in metodo SPH.

Poenostavljeni model prevrnitve je v osnovi statičen model prevrnitve, kjer je tekočinski tovor modeliran po metodi nihala. Modificirani model nihala upošteva tudi dinamiko nihanja med izvedbo manevra. Zato je prag prevrnitve pri poenostavljeni metodi nihala po pričakovanjih znatno višji v primerjavi z modificiranim modelom nihala. Pri obeh dinamičnih metodah, metodi SPH in modificiranem modelu nihala se rezultati razmeroma dobro ujemajo. Prag prevrnitve je pri modelu SPH nekoliko višji. Ker z metodami nihala ne moremo podrobno opisati položaja in hitrosti posameznih delcev med pljuskanjem in mešanjem pri izvedbi manevra, je razlika pričakovana. Možni vzroki za odstopanje so torej v sami metodi SPH, kjer upoštevamo mešanje kapljevine, trenje med delci kapljevine ter trenje med kapljevino in ostenjem, podrobna raziskava možnih vzrokov pa presega okvir zastavljene naloge.

Iz slike 53 je razvidno tudi, da se prag prevrnitve pri poenostavljeni metodi niža sorazmerno z višino polnitve, pri obeh dinamičnih metodah pa se hitreje niža do višine polnitve približno 50%, pri višjih polnitvah pa ostaja pri približno isti vrednosti (modificirano nihalo) oz. pada znatno počasneje (metoda SPH). Masa in težišče vozila sta neodvisni od polnitve, masa in težišče tekočinskega tovora pa se višata sorazmerno z višino polnitve. Skupno težišče vozila in tekočinskega tovora je pri večjih višinah polnitve višje, vendar pa ima kapljevina vedno manj prostora za gibanje in pljuskanje, kar pri višjih polnitvah in dinamičnih modelih pozitivno vpliva na stabilnost cisterne.

7 ZAKLJUČKI

V nalogi smo izvedli primerjavo gibanja kapljevine v cisterni po metodi nihala in metodi SPH pri dveh značilnih manevrih med vožnjo. Metoda nihala je že uveljavljena pri modeliranju obnašanja kapljev in v cisternah in je opisana v številnih virih. Razvita in uporabljena je bila za cisterne različnih oblik. Poenostavljeni model nihala se je slabo ujema z rezultati, dobljenimi po metodi MKE, zato smo ga modificirali. Uvedli smo spremenljivo dolžino vrvice nihala, preverjanje modela pa smo opravili na podlagi rezultatov, objavljenih v literaturi.

Metoda SPH je uporabna pri simulacijah različnih vrst gibanja kapljevine, predvsem pa je primerna za opisovanje naglih sprememb proste gladine. Metoda je bila doslej uporabljena pri podobnih simulacijah (zibanje kapljevinskega tovora na ladjah, polnjenje ladij ob preplavljanju z valovi), za simulacijo pljuskanja med cestnim prevozom s cisternami pa po razpoložljivih podatkih še ne. V raziskavi smo želeli ugotoviti, ali je metoda SPH primerna tudi za modeliranje gibanja tekočine v zaprti posodi, pri čemer smo se omejili na cisterno okroglega prereza. Za simulacije smo prilagodili in uporabili model Tis Isat, ki je bil razvit za modeliranje toka s prosto gladino.

Rezultate simulacij dobljenih z modificirano metodo nihala in metodo SPH smo primerjali med seboj. Primerjali smo kot nihanja težišča kapljevine za različne višine polnitve pri dveh značilnih manevrih: vožnji po krožnem loku in izogibanju oviri. Ujemanje rezultatov je razmeroma dobro pri obeh manevrih, na pogled je boljše pri drugem manevru. Sklepamo torej, da sta metoda nihala in metoda SPH med seboj primerljivi. Primerjava maksimalnega odmika težišča kapljevine kaže boljše ujemanje rezultatov pri prvem manevru pri nižjih, pri drugem manevru pa pri višjih polnitvah.

Izdelali smo tudi enostaven model prevrnitve za prvi manever in primerjali rezultate poenostavljenega in modificiranega modela nihala z rezultati po metodi SPH. Obe dinamični metodi (modificirano nihalo in metoda SPH) se razmeroma dobro ujemata med seboj in pokažeta znatno nižji prag prevrnitve kot poenostavljena metoda nihala. Tudi iz teh rezultatov lahko sklepamo, da je metoda SPH primerljiva z že uveljavljeno metodo nihala.

Raziskava je pokazala tudi številne zanimive možnosti nadaljevanja. Vsekakor bi bilo smotno primerjati prag prevrnitve z obema metodama še pri drugem opisanem manevru. Za bolj realne približke bočnega pospeška pri pragu prevrnitve bi morali v modelu prevrnitve upoštevati še dodatne zunanje dejavnike (vzmetenje vozila, podajnost gum, trenje itd.). Zanimiva bi bila tudi primerjava 3D modelov po metodi SPH in metodi povezanih nihala. Z uporabo 3D modelov bi bilo mogoče izvesti tudi simulacije cistern, razdeljenih na prekate, ki so lahko med vožnjo napolnjeni različno visoko (npr. dostava goriva na več različnih mest).

VIRI

Abramson, H. N. 1966. *The Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers*. Washington, National Aeronautics and Space Administration.

Aliabadi, S., Johnson, A., Abedi, J. 2003. Comparison of finite element and pendulum models for simulation of sloshing. *Computers & Fluids* 32: 535-545.

Aliabadi, S., Johnson, A., Berger, C., Smith, J., Zellars, B. 2001. High Performance Computing in Coastal and Hydraulic Applications.V: Proceedings of the 15th International Parallel & Distributed Processing Symposium. IEEE Computer Society: pp. 6.

Casasanta, J. D. 2010. Rollover stability analysis of commercial semi-tanker trucks utilizing a trammel pendulum model to simulate fluid sloshing. New York, Binghamton University, pp. 137.

Crespo, A. J. C., Gomez-Gesteira, M., Dalrymple, R. A. 2007. Boundary conditions generated by dynamic particles in SPH methods. *CMC-TECH SCIENCE PRESS*- 5:pp. 173-184.

Delorme, L. 2009. *Sloshing Flows. Experimental Investigation and Numerical Simulations with Smoothed Particle Hydrodynamics*. Madrid, Technical University of Madrid (UPM).

Delorme, L., Iglesias, A. S., Abril, S. 2005. Sloshing loads simulation in LNG tankers with SPH, *International Conference on Computational Methods in Marine Engineering*: pp. 1-10.

Gingold, R. A., Monaghan, J. J. 1977. Smoothed particle hydrodynamics: Theory and application to non-spherical stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 181: 375-389.

Gingold, R. A., Monaghan, J. J. 1982. Kernel estimates as a basis for general particle methods in hydrodynamics. *Journal of Computational Physics* 46: 429-453.

Goldman, R. W., El-Gindy, M., Kulakowski, B. T. 2001. Rollover dynamics of road vehicles: literature survey. *International Journal of Heavy Vehicle Systems* 8: 103-141.

Gomez-Gesteira, M., Rogers, B., Dalrymple, R., Crespo, A. 2010. State-of-the-art of classical SPH for free-surface flows. *Journal of Hydraulic Research* 48: 6-27.

Goru, V. G. 2007. Analysis of the Potential of DynaFlexPro as a Modeling Software by its application in the Roll Stability of Heavy-Duty Elliptical Tankers using Trammel Pendulum to Simulate Fluid Sloshing. Trinity College: pp. 92.

Isermann, H. 1976. *Overturning Limits of Articulated Vehicles with Solid and Liquid Loads*. Anglija, MIRA Trans.

Jones, D. A., Belton, D. 2006. *Smoothed Particle Hydrodynamics : Applications within DSTO*. Avstralija, Department of Defence.

Kang, X., Rakheja, S., Stiharu, I. 2001. Effects of Tank Shape on the Roll Dynamic Response of a Partly Filled Tank Vehicle. *Vehicle System Dynamics* 35: 75-102.

Liu, G. R., Liu, M. B. 2003. *Smoothed Particle Hydrodynamics: a meshfree particle method*. World Scientific Publishing: pp. 453.

Mantriota, G. 2003. Directional stability of articulated tank vehicles: A simplified model. *International Journal of Heavy Vehicle Systems* 10: pp. 144-165.

Modaressi-Tehrani, K., Rakheja, S., Sedaghati, R. 2006. Analysis of the overturning moment caused by transient liquid slosh inside a partly filled moving tank. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering* 220: 289-301.

Monaghan, J. J. 1988. An introduction to SPH. *Computer Physics Communications* 48: pp. 89-96.

Monaghan, J. J. 1992. Smoothed Particle Hydrodynamics. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 30: pp. 543-574.

Monaghan, J. J. 1994. Simulating free surface flows with SPH. *J. Comput. Phys.* 110: 399-406.

Monaghan, J. J., Lattanzio, J. C. 1985. A Refined Method for Astrophysical Problems. *Astronomy and Astrophysics* 149: 135-143.

Petkovšek, G., 2009. TIS ISAT. Ljubljana, UL FGG: pp. 22.

Petkovšek, G. 2010. Uporaba metode SPH za dinamične simulacije tokov v hidromehaniki, *Kuhljevi dnevi 2010*, 23. september 2010, Tehnološki park Ljubljana: pp. 151-158.

Petkovšek, G., Džebo, E., Četina, M., Žagar, D. 2010. Application of Non-Discrete Boundaries with Friction to Smoothed Particle Hydrodynamics. *V: Strojniški vestnik - Journal of Mechanical Engineering* 56 (2010) 5: pp. 307-315

Rakheja, S., Ranganathan, R. 1993. Estimation of the rollover threshold of heavy vehicles carrying liquid cargo: a simplified approach. *IJVD* 1.

Rakheja, S., Sankar, S., Ranganathan, R. 1988. Roll Plane Analysis of Articulated Tank Vehicles During Steady Turning. *Vehicle System Dynamics* 17: 81-104.

Randles, P. 1996. Smoothed Particle Hydrodynamics: Some recent improvements and applications. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 139: 375-408.

Ranganathan, R., Rakheja, S., Sankar, S. 1993a. Directional Response of a B-Train Vehicle Combination Carrying Liquid Cargo. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 115: 133-139.

Ranganathan, R., Ying, Y., Miles, J. B. 1993b. Analysis of Fluid Slosh in Partially filled Tanks and Their Impact on the Directional Response of Tank Vehicles, SAE paper 932942.

Rattaya, J. V. 1965. Sloshing of Liquids in Axisymmetric Ellipsoidal Tanks. AIAA paper: 65-114.

Salem, M. I. 2000. Rollover Stability of Partially Filled Heavy-Duty Elliptical Tankers Using Trammel Pendulums to Simulate Fluid Sloshing, West Virginia University Scholar Institutional Repository. West Virginia University: pp. 271.

Strandberg, L. 1978. Lateral Stability of Road Tankers, VTI Rep. Linkoping: Sweden National Road and Traffic Research Institute.