

Univerza
v Ljubljani
Fakulteta
*za gradbeništvo
in geodezijo*

*Janova 2
1000 Ljubljana, Slovenija
telefon (01) 47 68 500
faks (01) 42 50 681
fgg@fgg.uni-lj.si*



Visokošolski program Gradbeništvo,
Konstrukcijska smer

Kandidat:

Miha Jakšič

Verjetnostna analiza stabilnosti zemeljskih pobočij

Diplomska naloga št.: 251

Mentor:
prof. dr. Goran Turk

Somentor:
izr. prof. dr. Janko Logar

Ljubljana, 23. 10. 2006

IZJAVA O AVTORSTVU

Podpisani **MIHA JAKŠIČ** izjavljam, da sem avtor diplomske naloge z naslovom:
»VERJETNOSTNA ANALIZA STABILNOSTI ZELMELJSKIH POBOČIJ«

Izjavljam, da prenašam vse materialne avtorske pravice v zvezi z diplomsko nalogo na UL,
Fakulteto za gradbeništvo in geodezijo.

Ljubljana, 10.10.2006

BIBLIOGRAFSKO – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

UDK:	519.21:624.131(043.2)
Avtor:	Miha Jakšič
Mentor:	izr. prof. dr. Goran Turk
Somentor:	doc. dr. Janko Logar
Naslov:	Verjetnostna analiza stabilnosti zemeljskih pobočij
Obseg in oprema:	48 str., 15 pregl., 16 sl., 42 en.
Ključne besede:	verjetnostna analiza, stabilnost zemeljskih pobočij, verjetnost poružitve

Izvleček:

V diplomskem delu sem preučeval analize stabilnosti zemeljskih pobočij. V praksi se uporablja deterministično metodo določevanja stabilnosti zemeljskih pobočij, ki ima določene pomanjkljivosti. Zato sem se posvetil predvsem verjetnostni analizi, ki nekatere pomanjkljivosti deterministične metode odpravi. Preučil sem prednosti in slabosti te analize ter preveril kako jo uporabljati, da porabimo razmeroma malo časa in dobimo verodostojne rezultate. Preveril sem nekatere predpostavke, ter ocenil njihov vpliv na verodostojnost rezultatov analize. Analiza je potekala z računalniškim programom, ki je opravljal simulacije na podanih modelih zemeljskih pobočij.

BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION

UDC: 519.21:624.131(043.2)

Autor: Miha Jakšič

Supervisor: Associate Prof. Goran Turk, Ph.D.

Co-Supervisor: Assist. Prof. Janko Logar, Ph.D.

Title: Probabalistic analysis of slope stability

Notes: 48 p., 15 tab., 16 fig., 42 eq.

Key words: probabalistic analysis, slope stability, probability of failure

Abstract:

In my graduation thesis I studied analysis of slope stability. Civil engineers predominantly use deterministic methods, however there are better ways to determine slope stability. The focus of my work was probabilistic analysis. I examined advantages and weaknesses of probabilistic analysis. My goal was to determine how different methods and assumptions affect the credibility of results. The tests were carried out by computer program which performs numerical simulations of given models of slopes.

ZAHVALA

Za strokovno pomoč in vodenje pri nastajanju diplomske naloge, se iskreno zahvaljujem mentorju izr. prof. dr. Goranu Turku in somentorju doc. dr. Janku Logarju.

Za razumevanje in podporo preko celotnega študija, se ponovno zahvaljujem izr. prof. dr. Goranu Turku, ter Mitji, Marku in Robiju.

Za spodbudo in bodrenje se zahvaljujem mami Mojci in moji Lei.

KAZALO VSEBINE

1	UVOD	1
2	STABILNOST ZEMLJIN	3
2.1	Koncept analize stabilnosti pobočij	3
2.2	Računske osnove - Bishop, Spencer	5
2.2.1	<i>Bishop</i>	5
2.2.2	<i>Spencer</i>	7
2.3	Razlogi za nezanesljivost podatkov.....	8
3	STATISTIKA IN VERJETNOSTNI RAČUN.....	9
3.1	Uvod	9
3.2	Slučajne spremenljivke	9
4	SIMULACIJE IN METODA MONTE CARLO	13
4.1	Uvod	13
4.2	Generatorji slučajnih števil	14
4.3	Generiranje vzorcev poljubnih slučajnih spremenljivk	16
4.3.1	<i>Inverzna metoda</i>	16
4.4	Zmanjševanje variance	19
5	FAKTOR VARNOSTI IN INDEKS ZANESLJIVOSTI	21
6	SPREJEMLJIVE VERJETNOSTI PORUŠITVE	23
7	DELO S PROGRAMOM SLIDE.....	25
8	RAČUNSKI PRIMERI	27
8.1	Primer iz članka.....	27
8.1.1	<i>Analize in simulacije</i>	27
8.2	Preprost testni primer	35
8.2.1	<i>Analize in simulacije</i>	36
8.3	Porušitev avtocestnega nasipa	42
8.3.1	<i>Analize in simulacije</i>	43
9	ZAKLJUČKI	45
	VIRI	47

KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 4.1: Nekatero komulativne porazdelitvene funkcije in njihove inverzne funkcije	18
Preglednica 6.1: Določitev razredov glede na posledice porušitve	23
Preglednica 6.2: Priporočene najmanjše vrednosti indeksa zanesljivosti	24
Preglednica 8.1: Podatki za primer iz članka	28
Preglednica 8.2: Vpliv števila simulacij na verjetnost porušitve	29
Preglednica 8.3: Vpliv porazdelitve podatkov na verjetnost porušitve	30
Preglednica 8.4: Vpliv spremembe generiranja slučajnih števil na verjetnost porušitve.....	32
Preglednica 8.5: Podatki za preprost testni primer	36
Preglednica 8.6: Vpliv števila simulacij na verjetnost porušitve	37
Preglednica 8.7: Vpliv porazdelitve podatkov na verjetnost porušitve	37
Preglednica 8.8: Primerjava rezultatov osnovnega primera in primera temeljnih tal v slojih, ki so med seboj odvisni	40
Preglednica 8.9: Rezultati primera, kjer so temeljna tla razrezana na sloje, ki so med seboj neodvisni	41
Preglednica 8.10: Podatki za primer avtocestnega nasipa	43
Preglednica 8.11: Rezultati verjetnostnih analiz za primer avtocestnega nasipa.....	44
Preglednica 8.12: Rezultati verjetnostne analize pri spreminjanju koeficienta variacije	44

KAZALO SLIK

Slika 2.1: Sile, ki delujejo na posamezno lamelo po Bishopu.....	4
Slika 3.1: Osnovne oblike porazdelitvenih funkcij	12
Slika 4.1: Inverzna metoda za generiranje zveznih slučajnih spremenljivk.....	17
Slika 7.1: Primer rezultatov deterministične analize s programom Slide.....	26
Slika 7.2: Primer rezultatov verjetnostne analize s programom Slide.....	26
Slika 8.1: Rezultat deterministične analize za primer iz članka	29
Slika 8.2: Indeks zanesljivosti v odvisnosti od porazdelitve podatkov	31
Slika 8.3: Vpliv posameznih karakteristik zemljine na varnostni faktor.....	32
Slika 8.4: Primerjava indeksov zanesljivosti izračunanih iz verjetnosti porušitve in izračunanih s predpostavko o normalni ter logaritemsko normalni porazdelitvi varnostnih faktorjev.....	33
Slika 8.5: Rezultat deterministične analize za preprost testni primer.....	36
Slika 8.6: Indeks zanesljivosti v odvisnosti od porazdelitve podatkov	37
Slika 8.7: Primerjava indeksov zanesljivosti izračunanih iz verjetnosti porušitve in izračunanih s predpostavko o normalni ter logaritemsko normalni porazdelitvi varnostnih faktorjev.....	38
Slika 8.8: Primerjava indeksov zanesljivosti izračunanih z metodo Global Minimum in metodo Overall Slope	39
Slika 8.9: Temeljna tla razrezana na sloje, ki so med seboj odvisni	40
Slika 8.10: Temeljna tla razrezana na sloje, ki so med seboj neodvisni.....	41
Slika 8.11: Rezultat deterministične analize za primer avtocestnega nasipa	43

1 UVOD

V diplomski nalogi sem se ukvarjal z verjetnostno analizo stabilnosti zemeljskih pobočij.

Pojem stabilnosti zemeljskih pobočij nam pove, ali je določeno pobočje, brežina ali nasip, stabilna, ali ne. Tako lahko ocenimo, ali obstaja nevarnost porušitve pobočja, brežine ali nasipa ter ustrezno ukrepamo, da se porušitvi izognemo.

Za analiziranje stabilnosti poznamo več metod. V praksi so pogosto uporabljene metode Bishop, Janbu, Spencer, ki temeljijo na determinističnem računu. Za uporabo teh metod so sprejeti tehnični predpisi in standardi, ki omogočajo enostavno delo in interpretacijo rezultatov. Čeprav so deterministične metode v geotehniko sprejete kot dobre, imajo tudi pomanjkljivosti. Pri uporabi determinističnih metod varnostni faktor predstavlja razmerje med trdnostjo in napetostjo v zemljini. Varnostni faktor nam pove ali pri danem primeru zemeljskega pobočja pride do porušitve, ali ne, nič pa ne pove o zanesljivosti objekta. Pojem zanesljivosti objekta označuje verjetnost, da bo gradbeni objekt v določenem časovnem obdobju služil svojemu namenu. Prav tako deterministične metode ne opisujejo realnega stanja brežine, saj velja predpostavka, da je zemljina homogena, kar pomeni, da se pri uporabi determinističnih metod sloju zemljine predpiše konstantne vrednosti karakteristik zemljine. V resnici je zemljina heterogena in pogosto nepredvidljiva.

Verjetnostna analiza stabilnosti zemeljskih brežin v veliki meri odpravlja pomanjkljivosti determinističnih metod. Temelj verjetnostne analize je simulacija, rezultat je verjetnost porušitve, ki nam pove, kolikšna je verjetnost, da se gradbeni objekt poruši, oziroma ne služi svojemu namenu. Pri verjetnostni analizi podatke o zemljini podamo v obliki statistične porazdelitve slučajnih spremenljivk z ustreznimi parametri. Pogosto namesto parametrov porazdelitev podamo srednjo vrednost in varianco. Ob simulacijah parametre zemljine generiramo v skladu s predpostavljeno porazdelitvijo in njenimi parametri.

V diplomski nalogi sem želel preveriti ali je verjetnostna analiza uporabna in smiselna. Zanimalo me je ali je zahtevna za uporabo in kako je časovno sprejemljiva. Prav tako je bil cilj ugotoviti, na kakšen način uporabljati verjetnostno analizo, da bi bili rezultati verodostojni. Za izboljšanje učinkovitosti verjetnostne analize, lahko uporabimo nekatere predpostavke. Preveril sem katere predpostavke pri analizi so sprejemljive in katere ne.

V preteklosti so bile verjetnostne analize praktično neuporabne, saj ni bilo tehničnih zmožnosti za njihovo izvedbo. Danes so računalniki že dovolj zmogljivi, da jo omogočajo. Za analize stabilnosti zemeljskih pobočij je bil uporabljen program Rocksience Slide, ki omogoča delo tako z deterministično kot z verjetnostno analizo. Delo s programom je enostavno, dobljeni rezultati pa zelo pregledni.

Izkazalo se je, da je napačno mnenje, da za verjetnostno analizo potrebujemo več podatkov in preveč časa ter truda, v primerjavi z pomembnostjo rezultatov.

V diplomski nalogi sem v začetku opisal koncept analize stabilnosti zemeljskih pobočij (poglavje 2.1) ter deterministični metodi Bishop in Spencer (poglavje 2.2), ki sem jih uporabljal. V nadaljevanju sem opisal razloge za nezanesljivost podatkov o zemljini (poglavje 2.3). Ker verjetnostna metoda temelji na statistiki, sem podal osnove statistike in verjetnostnega računa (poglavje 3) ter napisal teoretične osnove simulacij in metode Monte Carlo (poglavje 4). Pri deterministični metodi dobimo kot rezultat varnostni faktor, pri verjetnostni je rezultat verjetnost porušitve oziroma indeks zanesljivosti. Razložil sem razliko med obema rezultatoma, kako jih izračunati in interpretirati (poglavje 5). Pregledal sem pravilnike v veljavi in napisal, kolikšne so običajno pričakovane oziroma željene verjetnosti porušitve (poglavje 6). Čeprav verjetnostne metode niso pogosto uporabljene v praksi, jih proizvajalci programske opreme vedno pogosteje vključujejo v programe. Opisal sem delo s programom Slide (poglavje 7). Na koncu sem predstavil primere in vrste analiz, ki sem jih opravil (poglavje 8), ter napisal ugotovitve in zaključke (poglavje 9).

2 STABILNOST ZEMLJIN

2.1 Koncept analize stabilnosti pobočij

Analizo stabilnosti zemeljskih pobočij ter zemeljskih pritiskov na podporne ali razporne konstrukcije lahko natančno opravimo z uporabo teorije plastičnosti. Vendar je ta zelo zahtevna (heterogena sestava tal, zapleteni robni pogoji) in v realnih primerih izvedljiva le s kompleksnimi numeričnimi metodami. Navadno je v uporabi enostavnejša analiza z metodo potencialnih porušnic. Potencialne porušnice so ploskve izbrane oblike in lege, za katere predpostavimo, da je v njih napetostno stanje v vseh točkah tako, da imajo ustrezni napetostni Mohrovi krogi skupno ovojnico.

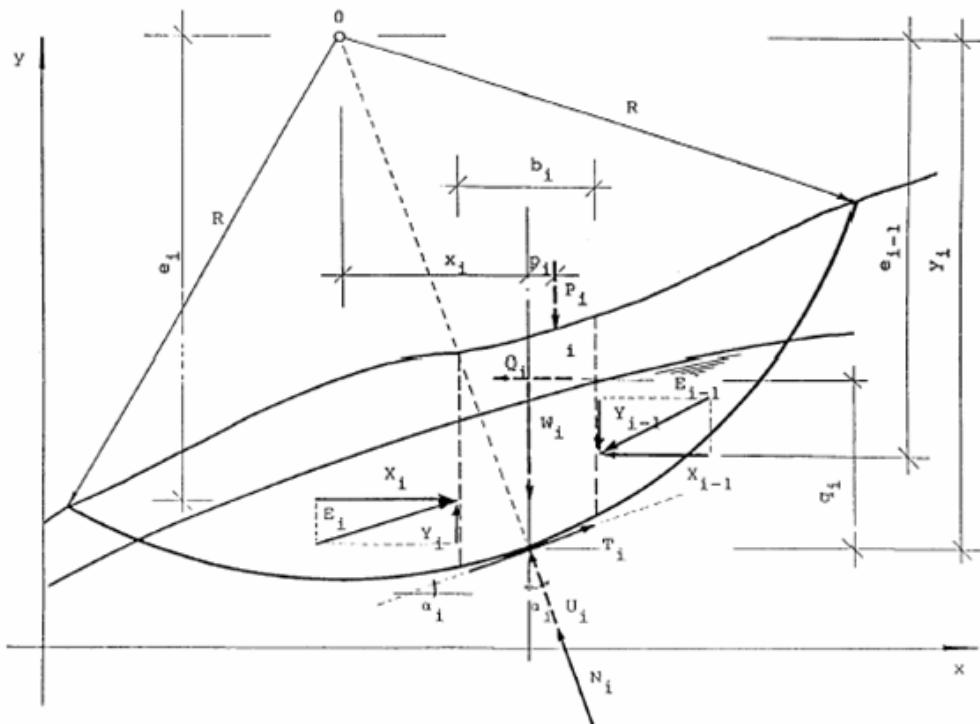
Metodo analize stabilnosti s potencialnimi porušnicami sta uvedla Petterson (1916) in Fellenius (1922). Razvila sta se dva postopka uporabe te metode. Po prvem se raziskuje ravnotežje zemljinskega telesa med njegovimi zunanji konturami in izbrano porušnico. Drugi postopek razdeli to zemljinsko telo na lamele z medsebojnimi navpičnimi mejami. Ravnotežje vsake lamele se raziskuje posebej ob predpostavki, da morajo biti notranje sile na mejnih ploskvah med sosednjimi lamelami enake.

Na osnovi drugega postopka so se razvile številne numerične analize. Predpostavimo neko potencialno porušnico. Ploskev med to porušnico in pobočnico razdelimo z navpičnimi rezi na n lamel, ki jih upoštevamo kot toga telesa. Vsako togo telo obravnavamo kot i -ti element (slika 2.1), za katerega nastavimo tri ravnovesne pogoje. Upoštevamo znane sile: težnostno silo W_i , totalni zemeljski pritisk (upoštevajoč pritisk porne vode na rez $i - 1$), ki sestoji iz vodoravne komponente X_{i1} in navpične komponente Y_{i1} in vzgonsko silo U_i v dnu lamele s predpostavko, da je njeno prijemališče v sredini baze lamele. V posamezni lameli lahko deluje tudi dodatna obtežba, ki jo razstavimo v navpično silo P_i in horizontalno silo Q_i .

Dodatno enačbo predstavlja strižni zakon vzdolž drsine:

$$T_i = \frac{c_i \cdot b_i}{\cos \alpha_i} + N_i \cdot \tan \varphi_i. \quad (2.1)$$

Neznani sili sta efektivna reakcijska sila v bazi lamele (sestavljena iz tangencialne komponente T_i in normalne komponente N_i) ter totalna reakcija E_i na rez i (z vodoravno komponento X_i in navpično komponento Y_i). Ker določajo vsako neznano silo trije podatki, je število neznank šest in je ob upoštevanju štirih enačb sistem dvakrat statično nedoločen. Statično nedoločen sistem spremenimo v statično določen sistem tako, da dve neznani količini predpostavimo. Za numerično uporabo lamelne metode moramo izraziti ravnotežne pogoje za sistem sil, prikazan za posamezno lamelo (Slika 2.1), upoštevajoč sovisnost normalnih in tangencialnih komponent reakcijskih sil v dnu lamele (po Mohr-Coulombovem kriteriju porušitve ob upoštevanju količnika varnosti) in predpostavke, s katerimi odpravimo statično nedoločenost problema. Za poljubne oblike potencialnih porušnic so prikazali prve nastavke za numerične rešitve Janbu, Morgenstern in Price in Nonveiller, za krožno obliko potencialne porušnice pa Bishop in Spencer.



Slika 2.1: Sile, ki delujejo na posamezno lamelo po Bishopu

2.2 Računske osnove - Bishop, Spencer

2.2.1 Bishop

Z uporabo oznak po sliki (2.1) imajo ravnotežni pogoji za vsako lamelo naslednje oblike:

(1) momentni ravnotežni pogoj glede na središče drsine:

$$P_i(p_i + x_i) + Q_i(y_i - q_i) + W_i x_i + X_{i-1} e_{i-1} + Y_{i-1} \left(x_i + \frac{b_i}{2}\right) - X_i e_i - Y_i \left(x_i - \frac{b_i}{2}\right) - T_i R = 0 \quad (2.2)$$

(2) ravnotežni pogoj za navpično smer:

$$P_i + W_i - U_i \cos \alpha_i + Y_{i-1} - N_i \cos \alpha_i - T_i \sin \alpha_i - Y_i = 0 \quad (2.3)$$

(3) ravnotežni pogoj v smeri tangente na krožnico v sredini baze lamele:

$$P_i \sin \alpha_i + Q_i \cos \alpha_i + W_i \sin \alpha_i + (X_{i-1} - X_i) \cos \alpha_i + (Y_{i-1} - Y_i) \sin \alpha_i - T_i = 0. \quad (2.4)$$

Če označimo s τ_i strižno napetost v dnu lamele i , kjer pomeni

$$\tau_i = \frac{\tau_\phi}{F} \quad (2.5)$$

in

$$\tau_\phi = c_i' + \sigma_i' \tan \phi_i', \quad (2.6)$$

dobimo s seštetjem ravnotežnih pogojev za posamezne lamele in s primernimi transformacijami ob upoštevanju Bishopove aproksimacije, da je razlika tangencialnih komponent $Y_{i1} - Y_i$ v vseh lamelah nična, poenostavljeno Bishopovo rešitev:

$$\sum_{i=1}^n (W_i \sin \alpha_i) = \sum_{i=1}^n \frac{c_i' b_i + \tan \phi_i' (W_i - u_i b_i)}{F \cos \alpha_i + \tan \phi_i' \sin \alpha_i}. \quad (2.7)$$

Enačba (2.7) velja za primer, da so v vseh lamelah sile P_i in Q_i nične.

Z uvedbo substitucij po enačbah:

$$A_i = W_i \sin \alpha_i - M_i^*, \quad (2.8)$$

$$M_i^* = \frac{1}{R} \sum [P_i (p_i + x_i) + Q_i (y_i - q_i)], \quad (2.9)$$

$$B_i = (P_i + W_i - u_i b_i) \tan \varphi_i' + c_i' b_i, \quad (2.10)$$

$$C_i = \cos \alpha_i, \quad (2.11)$$

$$D_i = \tan \varphi_i' \sin \alpha_i, \quad (2.12)$$

dobimo splošnejši zapis enačbe (2.7), ki upošteva tudi koncentrirane sile P_i in Q_i :

$$y = \sum_{i=1}^n A_i - \sum_{i=1}^n \left[\frac{B_i}{FC_i + D_i} \right] = 0. \quad (2.13)$$

2.2.2 *Spencer*

Teorija, ki jo je podal Spencer, ravno tako temelji na ravnotežju sil na posamezni lameli. Rezultanto vseh sil na osnovno ploskev lamele Z je podal z enačbo

$$Z = \frac{\frac{c'b}{F} + (W \cos \alpha - ub \sec \alpha) \frac{\tan \phi'}{F} - W \sin \alpha}{\cos(\alpha - \phi') \left[1 + \frac{\tan \phi'}{F} \tan(\alpha - \theta) \right]}, \quad (2.14)$$

kjer je θ kot med vodoravnico in rezultanto sil Z .

Ker je seštevek navpičnih komponent sil enak nič in seštevek momentov v središču krožne drsine enak nič, velja:

$$\sum Z \cos \theta = 0, \quad (2.15)$$

$$\sum Z \sin \theta = 0. \quad (2.16)$$

Če predpostavimo, da je debelina lamele dovolj majhna, velja, da deluje rezultanta Z na sredino stične ploskve lamele, in sledi:

$$\sum Z \cos(\alpha - \theta) = 0. \quad (2.17)$$

Račun se poenostavi s predpostavko, da sta polmer krožne drsine R in kot θ konstantna.

2.3 Razlogi za nezanesljivost podatkov

Podatki, ki jih potrebujemo za analizo stabilnosti zemljin, predstavljajo določen problem. Zemeljska podlaga je močno heterogena in pogosto nepredvidljiva. Karakteristike zemljine, ki predstavljajo podatke za nadaljnje projektiranje, se pridobiva s terenskimi preiskavami (vrtanje, penetracijske preiskave) in vzorčenjem tal na terenu ter nadaljnji preiskavami vzorcev v laboratoriju. Z rezultati vseh preiskav lahko določimo prostorsko mrežo podatkov (točke v prostoru z danimi karakteristikami), ki ne predstavlja realnega stanja, saj ni zvezna in je le boljši ali slabši približek (odvisno od števila preiskav). Karakteristike zemljine med posameznimi točkami zemljine predpostavimo na podlagi izkušenj in občutka. Lastnosti zemljine se ne spreminjajo samo v prostoru, temveč tudi v času. Heterogenost tal, spremenljivost lastnosti zemljine in vzorčenje relativno majhnih količin tal pomeni, da so podatki pridobljeni s preiskavami manj zanesljivi, kot podatki za projektiranje ostalih gradbenih konstrukcij (npr. betonske ali jeklene konstrukcije).

Nezanesljivost podatkov lahko pripišemo tudi napakam pri vzorčenju, napakam pri laboratorijskem delu, napakam pri ocenitvi lastnosti zemljin, napakam pri statistični obdelavi podatkov. To so sistematične napake med procesom vzorčenja in obdelavo podatkov. Poleg teh lahko pride tudi do naključnih napak.

3 STATISTIKA IN VERJETNOSTNI RAČUN

3.1 Uvod

Gradbeni inženir pri svojem delu vedno obravnava večje število podatkov, ki jih posamično ne more opazovati, saj kot posamični podatek povedo premalo. Za urejanje podatkov, kar pomembno vpliva na končno presojo, uporablja statistiko. Statistika je veda o obravnavanju množice podatkov. Omogoča nam zbiranje, razvrščanje, urejanje podatkov in posledično sprejemanje zaključkov. Matematična osnova statistike je verjetnostni račun.

Večina stvari in pojavov na svetu ni gotovih. Verjetnostni račun je veja matematike, s katero obravnavamo dogodke, ki se zgodijo bolj ali manj verjetno. Osnovni pojmi verjetnostnega računa so poizkus, dogodek in verjetnost dogodka.

V gradbenem inženirstvu velja še posebno poudariti, da so pojavi in podatki, s katerimi operiramo, slučajni. Zavedati se je potrebno, da podatki, kot so trdnost materiala, lastnosti konstrukcije, obtežba, zunanji vplivi, v realnosti nimajo točno določene vrednosti. Te podatke lahko opišemo s slučajnimi spremenljivkami.

3.2 Slučajne spremenljivke

Slučajna spremenljivka lahko zavzame različne vrednosti, katero, je odvisno od slučaja oziroma naključja. Spremenljivka X je slučajna, če ji ne moremo prirediti neke vrednosti x , ampak le verjetnost, da je ta vrednost v nekem območju. Z veliko črko vedno označujemo slučajno spremenljivko, z malo črko pa njeno realizacijo. Zapis $P[X = x]$ pomeni verjetnost, da ima spremenljivka X vrednost x . Vrednosti, ki jih slučajna spremenljivka lahko zavzame, sestavljajo zalogo vrednosti, ki je lahko končno ali neskončno število diskretnih vrednosti, ali pa končni ali neskončni interval realnih števil. V prvem primeru govorimo o diskretnih slučajnih spremenljivkah, v drugem pa o zveznih slučajnih spremenljivkah.

V primerih, ki sem jih obravnaval v tem diplomskem delu, smo uporabili izključno zvezno porazdeljene slučajne spremenljivke.

Porazdelitveno funkcijo $F_X(x)$ zvezne slučajne spremenljivke lahko definiramo:

$$F_X(x) = P[X \leq x]. \quad (3.1)$$

Zaloga vrednosti je omejeno ali neomejeno območje števil. Verjetnost, da bi slučajna spremenljivka X zavzela točno določeno vrednost x , je enaka nič,

$$P[X = x] = 0. \quad (3.2)$$

Verjetnost, da zavzame slučajna spremenljivka vrednost znotraj nekega območja, je lahko različna od nič. Izrazimo jo s porazdelitveno funkcijo $F_X(x)$ ali gostoto verjetnosti $f_X(x)$

$$P[a < x < b] = F_X(b) - F_X(a) = \int_a^b f_X(x) dx. \quad (3.3)$$

Zveza med $f_X(x)$ in $F_X(x)$ je podana z enačbo

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx}, \text{ oziroma} \quad (3.4)$$

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) dx. \quad (3.5)$$

Za opis slučajnih spremenljivk običajno ni potrebno v celoti določiti porazdelitveni zakon (porazdelitvena funkcija, gostota verjetnosti), dovolj je poznati le določene lastnosti porazdelitve.

Srednja ali pričakovana vrednost slučajne spremenljivke μ_X ali m_X

$$\mu_X = m_X^{(1)} = m_X = E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx, \quad (3.6)$$

varianca $\text{var}[X]$ ali $D[X]$

$$\mu_X^{(2)} = \text{var}[X] = D[X] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_X)^2 f_X(x) dx. \quad (3.7)$$

Posledično lahko definiramo standardno deviacijo ali standardni odklon σ_X

$$\sigma_X = \sqrt{\text{var}[X]}, \quad (3.8)$$

ter koeficient variacije V_X

$$V_X = \frac{\sigma_X}{m_X}. \quad (3.9)$$

Naslednji pomembni lastnosti sta asimetrija, koeficient asimetrije γ_{1X}

$$\gamma_{1X} = \frac{\mu_X^{(3)}}{\sigma_X^3} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (x - m_X)^3 f_X(x) dx}{\sigma_X^3} \quad (3.10)$$

in koeficient sploščenosti ali koničastosti γ_{2X}

$$\gamma_{2X} = \frac{\mu_X^{(4)}}{\sigma_X^4} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (x - m_X)^4 f_X(x) dx}{\sigma_X^4}. \quad (3.11)$$

Med značilne zvezne porazdelitve štejemo enakomerno zvezno, normalno (Gaussovo), logaritemsko normalno, eksponentno, χ^2 , gama in beta porazdelitev. Posebna skupina zveznih porazdelitev so porazdelitve ekstremnih vrednosti.

Malo podrobneje opišimo le tiste porazdelitve, ki smo jih uporabili v izračunu indeksa zanesljivosti oziroma verjetnosti porušitve.

Normalna porazdelitev je najpogosteje uporabljen porazdelitveni zakon. Normalno porazdelitev dobimo, če seštejemo neskončno mnogo enako porazdeljenih neodvisnih slučajnih spremenljivk. Gostota verjetnosti je

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_X}{\sigma_X} \right)^2} \quad \text{za} \quad -\infty < x < \infty. \quad (3.12)$$

Logaritemsko normalna spremenljivka Y je definirana z enačbo

$$X = \ln Y, \quad (3.13)$$

kjer je X normalno porazdeljena slučajna spremenljivka. Gostota verjetnosti logaritemsko normalne porazdelitvene funkcije je

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\ln Y} y} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln y - \ln \hat{m}_\phi}{\sigma_{\ln Y}}\right)^2} \quad \text{za} \quad 0 \leq y < \infty, \quad (3.14)$$

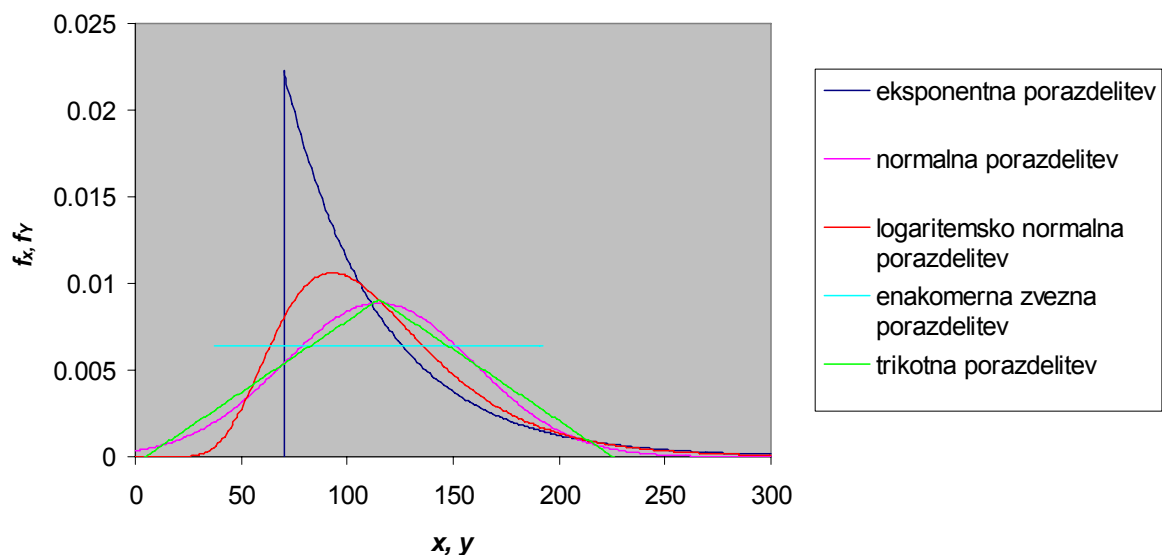
kjer je $\sigma_{\ln Y}^2 = \ln\left(\frac{\sigma_Y^2}{m_Y^2} + 1\right)$ in $\hat{m}_\phi = m_Y e^{-\frac{1}{2}\sigma_{\ln Y}^2} = \frac{m_Y^2}{\sqrt{\sigma_Y^2 + m_Y^2}}$.

Ekspontna porazdelitev je podana s porazdelitveno funkcijo

$$F_T(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad \text{za} \quad 0 \leq t < \infty \quad (3.15)$$

in gostoto verjetnosti

$$f_T(t) = \frac{dF_T(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t} \quad \text{za} \quad 0 \leq t < \infty. \quad (3.16)$$



Slika 3.1: Osnovne oblike porazdelitvenih funkcij

4 SIMULACIJE IN METODA MONTE CARLO

4.1 Uvod

Simulacije so numerično orodje, s katerim opravimo preizkuse na računalniku. Z njimi rešujemo najrazličnejše probleme, ki jih ni smiselno reševati z stvarnimi poizkusi, saj je to predrago, preveč zamudno ali pa celo fizično nemogoče. Simulacija vključuje nek matematični ali logični model, s katerim opisujemo problem, ki ga rešujemo.

Poglavitna prednost simulacij je, da lahko z njimi rešujemo najrazličnejše probleme, ki jih drugače ne bi mogli rešiti. Pomanjkljivost metode je, da je v določenih primerih manj natančna. Rezultat je le statistična ocena in nikoli točna vrednost. V določenih primerih se simulacija izkaže kot neučinkovita, oziroma zamudna in zaradi tega draga. Taki primeri so predvsem poizkusi z zelo majhno verjetnostjo, kjer je zanesljivost analize pogojena z velikim številom simulacij.

Metoda Monte Carlo je metoda simulacij, kjer generiramo slučajne spremenljivke z izbrano porazdelitveno funkcijo. To ime se je prvič pojavilo med drugo svetovno vojno, ko so znanstveniki von Neuman, Ulam, Fermi in drugi v laboratorijih v Los Alamosu v okvirju projekta Manhattan naredili prvo atomsko bombo. Sicer je ideja o generiranju slučajnih spremenljivk in uporaba le teh pri reševanju problemov bistveno starejša. Prvi dobro dokumentiran primer je opravil Comte de Buffon leta 1777. Pozneje so generiranje slučajnih števil uporabili tudi Lord Kelvin (1901), W. Gosset (Student) (1908), Fermi (1930) in drugi. Z razvojem zmogljivejših, hitrejših računalnikov postaja metoda Monte Carlo uporabna in dostopna vse širšemu krogu ljudi.

V diplomski nalogi sem simulacije uporabljal za določitev verjetnosti porušitve geotehničnega objekta. Monte Carlo simulacije opravimo tako, da generiramo vrednosti parametrov problema, za katere vemo, da so slučajne spremenljivke in izračunamo odziv z izbranim matematičnim modelom. Med simulacijami štejemo primere, v katerih se konstrukcija poruši n_p . Verjetnost porušitve P_f izrazimo z enačbo

$$P_f = \frac{n_p}{n_s}, \quad (4.1)$$

kjer je n_s število vseh simulacij. To je najpreprostejši način računa verjetnosti porušitve.

4.2 Generatorji slučajnih števil

Pri metodi Monte Carlo moramo določiti vzorec slučajnih spremenljivk. Osnova za določitev vzorca poljubne porazdelitve je slučajna spremenljivka, ki je porazdeljena enakomerno na območju od 0 do 1. Takemu vzorcu navadno pravimo slučajna števila in orodju, ki določi tak vzorec, generator slučajnih števil. Če bi želeli določiti vzorec, ki je zares slučajan, bi morali opravljati poizkus, s katerim bi določili slučajna števila: metanje "poštenega" kovanca ali "poštene" kocke in podobno. Ta metoda pri reševanju simulacij ni smiselna, saj je preveč počasna, poleg tega metoda ni ponovljiva. Zato je bolje, da namesto vzorca slučajnih števil uporabimo vzorec psevdoslučajnih števil, ki ga lahko preprosto generiramo z računalnikom. Izpolniti moramo le določene statistične pogoje za slučajna števila. Vzorec psevdoslučajnih števil je deterministično zaporedje števil, vendar ga zaradi njegovih lastnosti lahko uporabljamo v Monte Carlo simulacijah. Dobra lastnost generatorja psevdoslučajnih števil je velika hitrost in ponovljivost rezultatov. Ker pri simulacijah vedno uporabljamo vzorce psevdoslučajnih števil, jih bomo v nadaljevanju šteli za slučajna števila in bomo govorili o generatorju slučajnih števil.

Najbolj običajen način za določitev vzorca slučajnih števil je metoda kongruenčnih generatorjev. To je rekurzivna metoda, pri kateri slučajno število izračunamo iz prejšnjega ali prejšnjih nekaj števil iz vzorca, kar pomeni da dobimo zaporedje števil. Najpogosteje uporabljamo linearne rekurzivne obrazce

$$U_{i+1} = (a_0 U_i + a_1 U_{i-1} + \dots + a_j U_{i-j} + b) \pmod{m}, \quad (4.2)$$

kjer so U_i števila iz vzorca, ki ga generiramo, a_i , b in m pa so nenegativna cela števila. Najprej izračunamo neko število iz zaporedja prejšnjih števil, nato izračunamo ostanek po deljenju s številom m . Ta ostanek je število U_{i+1} . Če si konstante a_i , b in m izberemo pravilno, ima lahko tako zaporedje determinističnih števil podobne lastnosti kot zaporedje slučajnih števil. Slabo izbrane konstante pa lahko povzročijo, da je perioda generatorja slučajnih števil majhna, to pomeni, da je zaporedje števil U_i kratko, ali pa da zaporedje ne ustreza statističnim lastnostim zaporedja pravih slučajnih števil.

Poleg pravilne izbire konstant lahko generator slučajnih števil izboljšamo tudi tako, da kombiniramo dve zaporedji števil U_i . Tako lahko dobimo generator slučajnih števil z bistveno daljšo periodo. Druga možnost za izboljšanje generatorja pa je metoda, pri kateri števila U_{i+1} ne izračunamo neposredno po enačbi (4.2), ampak s to enačbo določimo le vrednost elementa nekega polja, iz katerega potem slučajno izbiramo U_{i+1} . Dolžina tega polja je običajno okoli 100.

V naših računalnikih, oziroma v operacijskih sistemih računalnika, so generatorji slučajnih števil večinoma že vgrajeni. To so večinoma linearni kongruenčni generatorji z $a_i = 0$ (za $i > 0$). Pri uporabi teh generatorjev so se v preteklosti pojavljale tudi težave. Prvič, programa ni mogoče prenesti na računalnik z drugačnim operacijskim sistemom in računa natančno ponoviti, saj je zelo verjetno, da generatorji slučajnih števil niso enaki. Drugič, nekateri generatorji slučajnih števil, ki so jih ponujali proizvajalci računalniške opreme, so bili zelo slabi. Njihova perioda je bila majhna in statistične lastnosti niso ustrezale zahtevam. Danes so ti problemi zanemarljivi, saj večina računalnikov uporablja enak operacijski sistem, ki ima vgrajen že preizkušen generator slučajnih števil. Prav tako obstajajo generatorji slučajnih števil, ki so neodvisni od operacijskega sistema in jih lahko prenašamo iz računalnika na računalnik. Ti generatorji so prav tako primerni, saj so že bili testirani na različnih računalnikih in so se v "naravnem izboru" obdržali med uporabljanimi generatorji.

4.3 Generiranje vzorcev poljubnih slučajnih spremenljivk

Slučajne spremenljivke, ki jih uporabljamo pri metodi Monte Carlo, večinoma niso porazdeljene enakomerno od 0 do 1. Zato moramo vzorec slučajnih števil, ki smo ga določili z generatorjem slučajnih števil, predelati tako, da bodo njegove statistične lastnosti ustrezale izbrani porazdelitveni funkciji. Najpogosteje uporabimo inverzno metodo za določanje vzorca slučajne spremenljivke. Če te ne moremo uporabiti, lahko uporabimo metodo sprejema in zavrnitve, ki je bolj splošno uporabna, vendar manj učinkovita.

4.3.1 Inverzna metoda

Pri izpeljavi te metode moramo najprej zapisati kumulativno porazdelitveno funkcijo za enakomerno porazdeljeno slučajno spremenljivko U

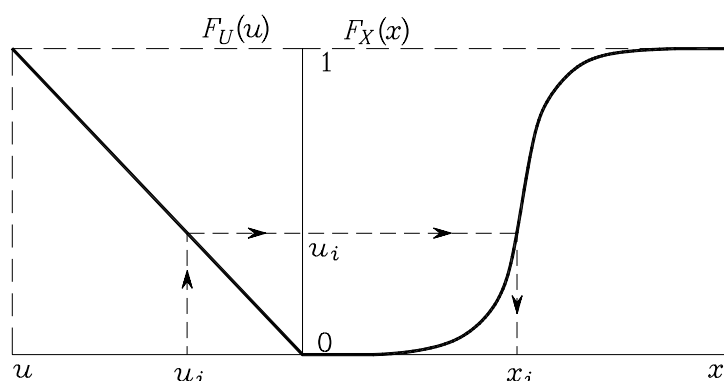
$$F_U(u) = P[U \leq u] = \int_{-\infty}^u f_U(\xi) d\xi = \int_0^u 1 d\xi = u \quad \text{za} \quad 0 \leq u \leq 1. \quad (4.3)$$

Želimo generirati spremenljivko s porazdelitveno funkcijo $F_X(x)$

$$F_X(x) = P[X \leq x] = \int_{-\infty}^x f_X(\xi) d\xi, \quad (4.4)$$

kjer je $f_X(x)$ gostota verjetnostne porazdelitve spremenljivke X .

Slika 4.1 prikazuje delovanje inverzne metode za zvezno slučajno spremenljivko.



Slika 4.1: Inverzna metoda za generiranje zveznih slučajnih spremenljivk

Z generatorjem slučajnih števil določimo število $U_i = F_U(u_i) = F_X(x_i)$, nato z inverzno funkcijo $F_X^{-1}(u_i)$ določimo x_i , ki je člen v vzorcu slučajne spremenljivke, porazdeljene po F_X . Transformacijo med dvema slučajnima spremenljivkama najbolj splošno zapišemo s porazdelitvenimi funkcijami

$$P[U \leq u] = F_U(u) = u = P[X \leq x] \Rightarrow F_X(x) = u \Rightarrow x = F_X^{-1}(u), \quad (4.5)$$

kjer F_X^{-1} predstavlja inverzno funkcijo porazdelitvene funkcije poljubno porazdeljene slučajne spremenljivke X . Včasih lahko porazdelitveno funkcijo in tudi njeno inverzno funkcijo preprosto določimo, marsikdaj pa je to nemogoče. Najbolj značilen primer je normalna (Gaussova) porazdelitev, katere porazdelitvene funkcije ne moremo zapisati v zaključeni obliki. Pri normalni porazdelitvi se temu problemu lahko izognemo tako, da istočasno generiramo dve neodvisni normalni spremenljivki in uporabimo polarno metodo, ki je ena izmed različic inverzne metode. V primerih, ko inverzne kumulativne funkcije ne moremo izračunati analitično, lahko to naredimo numerično. Uporabimo lahko metodo bisekcije, sekantno ali tangento metodo. Namesto numerične inverzije lahko uporabimo drugo metodo za generiranje slučajnih spremenljivk – metodo sprejema in zavrnitve.

V preglednici 4.1 prikazujemo nekaj najpogosteje uporabljenih porazdelitvenih funkcij in njihove inverzne funkcije. Izraze v tretjem stolpcu lahko uporabimo pri generiranju slučajnih spremenljivk po inverzni metodi.

Parametri $(a, b, \lambda, \alpha, u, \sigma, \mu, \xi)$ so parametri različnih porazdelitev, ki jih moramo določiti ali izbrati pred začetkom uporabe metode Monte Carlo.

Preglednica 4.1: Nekatere komulativne porazdelitvene funkcije in njihove inverzne funkcije

Porazdelitev	Kumulativna funkcija	Inverzna komulativna funkcija
Enakomerna od a do b ($a < b$)	0 za $x < a$ $\frac{x-a}{b-a}$ za $a \leq x \leq b$ 1 za $x > b$	$(b-a)U + a$
Eksponentna	$1 - e^{-\lambda x}$ za $x \geq 0$	$\frac{-1}{\lambda} \ln(1-U) = \frac{-1}{\lambda} \ln U$
Ekstremna I	$e^{-\alpha(y-u)}$	$u - \frac{\ln(-\ln U)}{\alpha}$
Ekstremna II	$e^{-\left(\frac{u}{x}\right)^\alpha}$	$u(-\ln U)^{\frac{1}{\alpha}}$
Ekstremna III Weibull	$e^{-\left(\frac{u}{x}\right)^\alpha}$	$u(-\ln U)^{\frac{1}{\alpha}}$
Normalna	ni zaključene oblike	$\sqrt{(-2 \ln U_1)} \sin(2\pi U_2) \sigma + \mu$
Logaritemska normalna	ni zaključene oblike	$e^{\left[\sqrt{(-2 \ln U_1)} \sin(2\pi U_2) \xi + \lambda\right]}$

Med različice inverzne metode lahko prištevamo tudi metodo združevanja. Pri tej metodi na različne načine kombiniramo več slučajnih spremenljivk, ki jih znamo generirati in tako dobimo kompleksnejše porazdelitvene funkcije. Druge metode generiranja slučajnih spremenljivk so še: skoraj točna inverzna metoda, metoda zaporedij, metoda ulomkov enakomerno porazdeljenih spremenljivk, polarna metoda, Forsythe-von Neumannova metoda in druge.

4.4 Zmanjševanje variance

Simulacije so lahko tudi neučinkovite. Problem verodostojnosti rezultata je predvsem pri primerih z malo ponovitvami simulacij, oziroma pri dogodkih z majhno verjetnostjo. Oglejmo si preprost primer. Verjetnost porušitve P_f je 10^{-4} . To pomeni, da pride do porušitve zemljine v povprečju le enkrat v 10 000 simulacijah. Če želimo verjetnost porušitve izračunati le na dve decimalni mesti natančno, moramo opraviti več kot 1000000 simulacij. Pri kompleksnih modelih pomeni veliko število simulacij, predvsem veliko daljše reševanje računalnika, kar ni nepomembno. Zato lahko uporabimo metode, ki nam omogočajo verodostojne rešitve in sprejemljiv čas računanja. Imenujemo jih metode zmanjševanja variance in so zelo pomemben del metode Monte Carlo.

Najbolj znane metode za zmanjševanje variance so: generiranje po pomembnosti, korelirano generiranje in generiranje po podobmočjih. Najbolj učinkovite so kombinirane metode, od katerih najpogosteje uporabljamo kombinirano metodo generiranja po pomembnosti in generiranja po podobmočjih ali pa kombinirano metodo generiranja po pomembnosti in koreliranega generiranja. Preden uporabimo metodo Monte Carlo, moramo ugotoviti, ali je možno del mnogoterne integrala izračunati analitično. Tudi v tem primeru se varianca bistveno zmanjša.

5 FAKTOR VARNOSTI IN INDEKS ZANESLJIVOSTI

Varnostni faktor FS(det) je definiran s količnikom med trdnostjo in napetostjo v zemljini. Izračunan je na podlagi kritične drsine z deterministično metodo (Bishop, Spencer, ...). To pomeni, da je faktor varnosti izračunan iz podanih vrednosti karakteristik zemljin. Da je inženir na varni strani, se običajno poslužuje podatkov, ki niso srednja vrednost karakteristik zemljine dobljene z vzorčenjem na terenu in z laboratorijskimi preiskavami, temveč kritične vrednosti karakteristik zemljine, ki jih določi na podlagi občutka, izkušenj, ali statističnega pristopa.

Indeks zanesljivosti (angl. reliability index) RI je tudi mera za stabilnost zemeljskih pobočij. Izhaja iz verjetnostne analize ter ga lahko izračunamo iz verjetnosti porušitve P_f

$$P_f = \frac{n_p}{n_s}, \quad (5.1)$$

kjer je n_p število porušitev, n_s pa število simulacij. Za porušitev vzamemo tiste primere, za katere velja, da je varnostni faktor manjši od ena.

Indeks zanesljivosti RI ali β definiramo z enačbo

$$RI = \beta = -F_u^{-1}(P_f), \quad (5.2)$$

kjer je F_u porazdelitvena funkcija standardizirane normalne porazdelitve.

Pogosto v literaturi beremo, da se pri računu RI ali β predpostavlja, da so varnostni faktorji izračunani s simulacijami (za vsako ponovitev se izračuna varnostni faktor) porazdeljeni normalno

$$\beta_N = \frac{\mu_{FS} - 1}{\sigma_{FS}}, \quad (5.3)$$

kjer je μ_{FS} srednja vrednost varnostnega faktorja in σ_{FS} standardna deviacija varnostnega faktorja, ali logaritemsko normalno

$$\beta_{LN} = \frac{\ln \left[\frac{\mu_{FS}}{\sqrt{1+V^2}} \right]}{\sqrt{\ln(1+V^2)}}, \quad (5.4)$$

kjer je V koeficient variacije varnostnega faktorja.

Primere uporabe teh predpostavk najdemo v člankih Hassan in Wolff (1999), Gui, Zhang, Turner in Xue (2000), Duncan in Member (2000). Te predpostavke služijo zmanjševanju variance in s tem hitrejšemu računanju. Vrednosti indeksa zanesljivosti, izračunanega z enačbo (5.3) ali (5.4), nihajo bistveno manj, kot indeks zanesljivosti izračunan z enačbo (5.2), če manjšamo število simulacij. Ob tem se lahko vprašamo, ali so faktorji varnosti resnično porazdeljeni normalno ali logaritemsko normalno ter kakšen je razlog, da bi bili tako porazdeljeni.

6 SPREJEMLJIVE VERJETNOSTI PORUŠITVE

Kolikšna je sprejemljiva verjetnost porušitve, je kompleksno vprašanje in pove kolikšno tveganje smo pripravljeni sprejeti. To je odvisno od več dejavnikov in v splošnem velja za vse gradbene objekte. Pomembnejša dejavnika sta posledica porušitve in pomembnost objekta. Če porušitev ogroža življenja veliko ljudi ali predstavlja veliko materialno ali gospodarsko škodo, je sprejemljiva verjetnost porušitve majhna. Pri objektih, katerih porušitev bistveno ne ogroža okolice, je sprejemljivost večje verjetnosti porušitve smiselna, saj z varnostjo naraščajo tudi stroški izgradnje objekta.

V standardu EN 1990 dodatek B so opisane priporočene verjetnosti porušitve za različne objekte. Ti so razdeljeni v različne razrede, glede na posledice porušitev (Preglednica 6.1). Podane so priporočljive najmanjše vrednosti indeksa zanesljivosti β za različne objekte (Preglednica 6.2).

Preglednica 6.1: Določitev razredov glede na posledice porušitve

Razred glede na posledice	Opis posledic	Primeri stavb in gradbenih inženirskih objektov
CC3	Številne izgube človeških življenj ali velika gospodarska, družbena ali okoljska škoda.	Tribune in javne stavbe, kjer so posledice odpovedi velike.
CC2	Srednje velike izgube človeških življenj, občutna gospodarska, družbena ali okoljska škoda.	Stanovanjske, poslovne in javne stavbe, kjer so posledice srednje velike.
CC1	Maloštevilne izgube človeških življenj in majhna ali zanemarljiva gospodarska, družbena ali okoljska škoda.	Kmetijske stavbe, v katerih so ljudje le izjemoma (npr. skladišča, rastlinjaki).

Preglednica 6.2: Priporočene najmanjše vrednosti indeksa zanesljivosti

Razred zanesljivosti	Najmanjše vrednosti β	
	referenčna doba 1 leto	referenčna doba 50 let
RC3	5,2	4,3
RC2	4,7	3,8
RC1	4,2	3,3

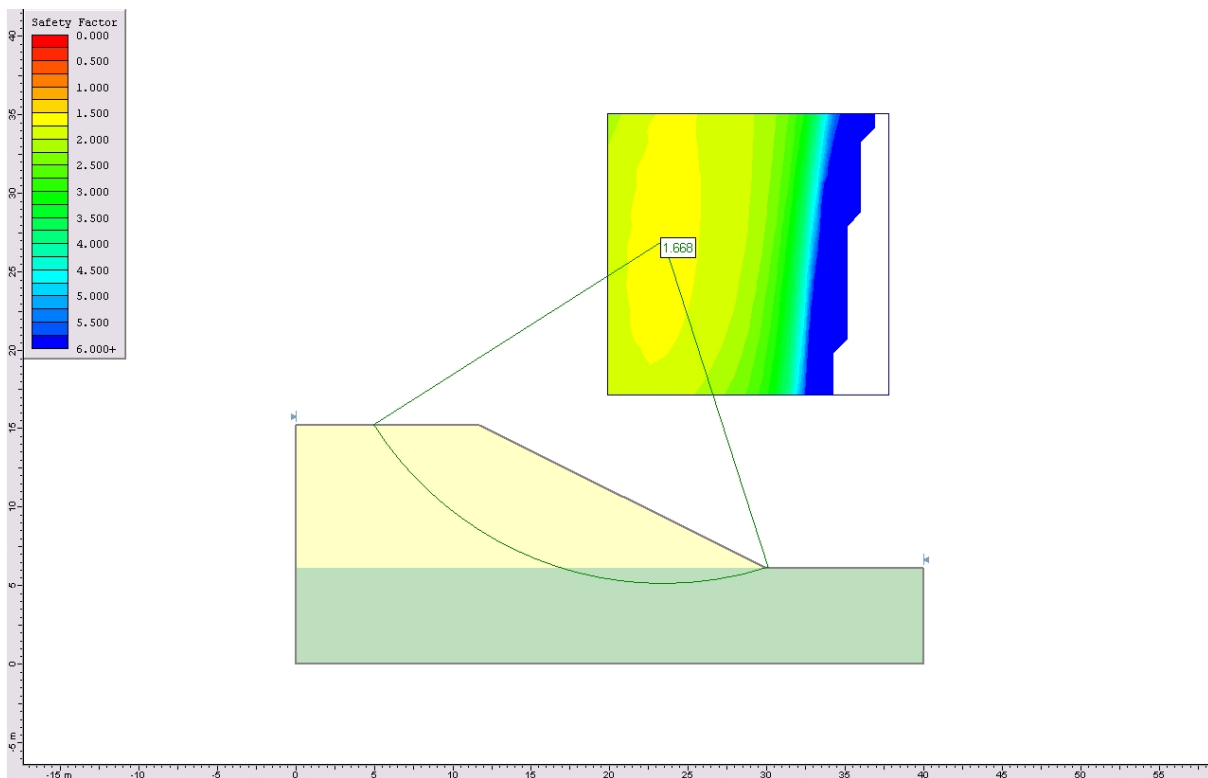
Standard ne govori o priporočeni verjetnosti porušitve za zemeljska pobočja. V splošnem bi lahko te objekte razvrstili v razred, ki je po posledicah porušitve tako pomemben kot CC1 in priporočili približno enake indekse zanesljivosti kot RC1.ocene iz prakse kažejo, da se indeksi zanesljivosti za zemeljske objekte, katerih porušitev ne povzroči hudih posledic, gibljejo okoli $\beta = 3$ ali drugače, verjetnost porušitve je okoli $P_f = 0,001$. Potrebno je upoštevati, kakšen objekt (kateri razred glede na posledice) porušitev brežine ali nasipa ogroža. Če analiziramo globalno stabilnost objekta razreda CC3, mora tudi indeks zanesljivosti stabilnosti pobočja ustrezati zahtevanemu razredu RC3. Tudi pri zemeljskih pobočjih lahko govorimo o različnih posledicah porušitve, zato naj bi nasip nad akumulacijskem jezerom ali pri avtocestnem vkopu imel manjšo verjetnost porušitve, kot nasip nad ali pod lokalno cesto.

7 DELO S PROGRAMOM SLIDE

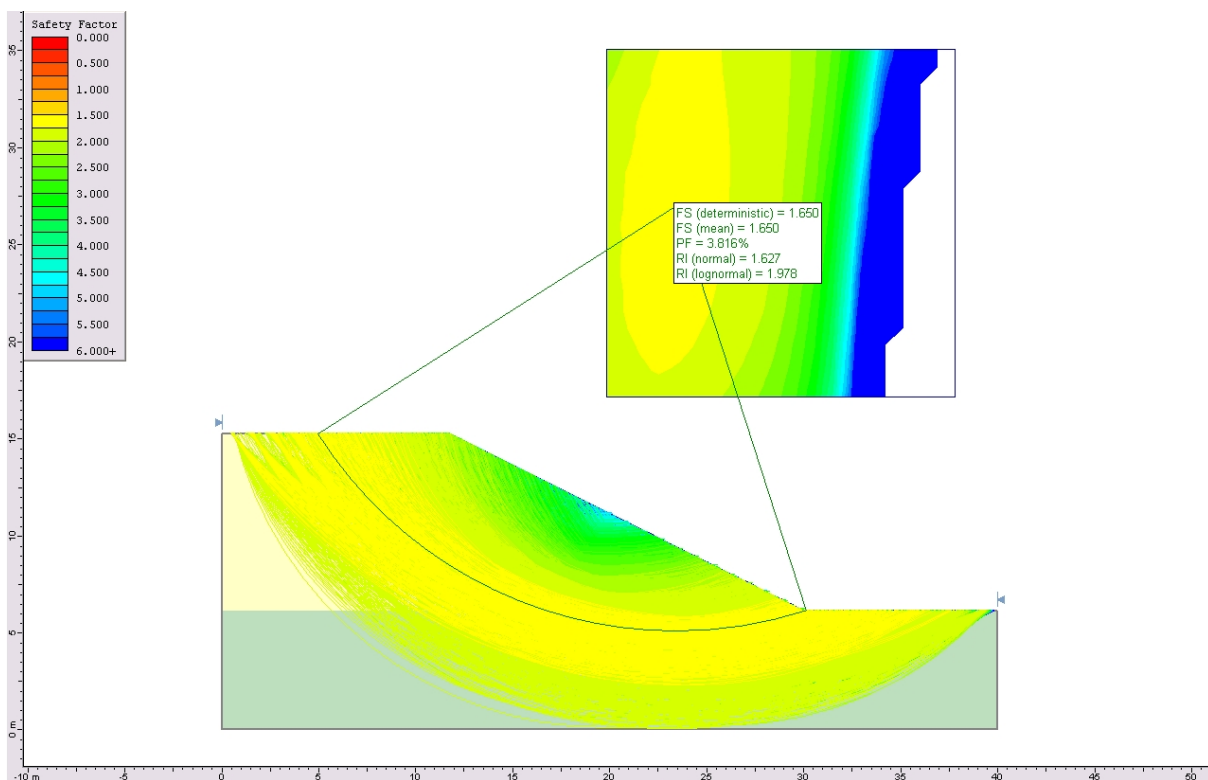
Za reševanje računskih primerov sem uporabljal program Rockscience Slide 5.0. Program je namenjen izračunu stabilnosti zemeljskih pobočij z različnimi metodami. Zajema deterministične metode: Bishop simplified, Corps of Engineers #1, Corps of Engineers #2, GLE/Morgenstern-Price, Janbu simplified, Janbu corrected, Lowe-Karafiath, Ordinary/Fellenius, Spencer, ter verjetnostni metodi: Monte-Carlo in Latin-Hypercube. Podatki, ki jih potrebujemo pri verjetnostni metodi se pri vsaki ponovitvi spreminjajo in so generirani slučajno. Metodi Monte-Carlo in Latin-Hypercube lahko izvajamo na dva načina: Global Minimum in Overall Slope. Pri Global Minimum najprej izračuna kritično drsino (drsina z najmanjšim varnostnim faktorjem), ki jo izračuna z determinističnim računom. Nato se opravi željeno število simulacij za to drsino, kar pomeni, da se račun varnostnega faktorja ponavlja z različnimi podatki, ki so generirani slučajno. Overall Slope pa izvaja simulacije preko celotnega pobočja in računa za vsako simulacijo novo kritično drsino.

S programom Slide lahko enostavno grafično opišemo model zemeljskega pobočja, ter mu določimo karakteristike: tal (prostorninska teža, kohezija, strižni kot), talne vode in obtežbe. Pri uporabi verjetnostne analize podatkom določimo še porazdelitveno funkcijo in njene parametre.

Pri računskih primerih, ki sem jih obravnaval, sem uporabljal deterministični metodi Bishop simplified in Spencer, ter verjetnostno metodo Monte-Carlo, na dva načina Global Minimum in Overall Slope.



Slika 7.1: Primer rezultatov deterministične analize s programom Slide

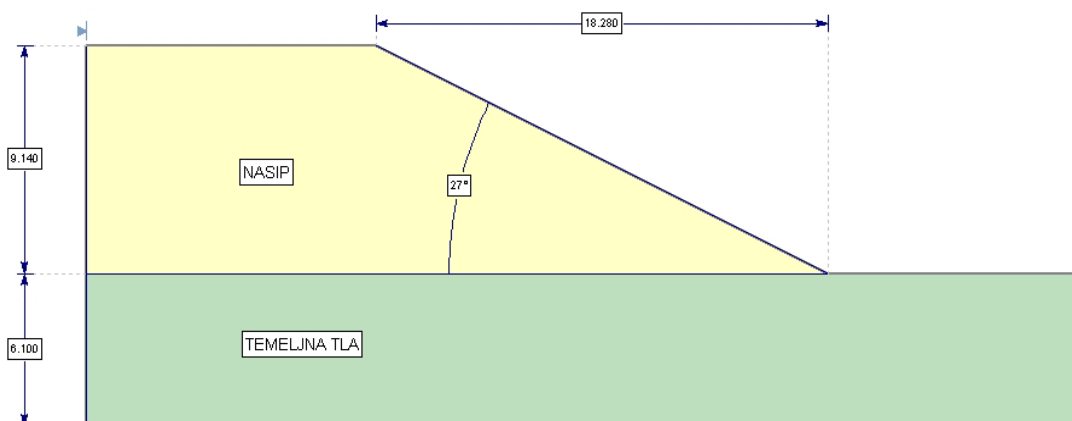


Slika 7.2: Primer rezultatov verjetnostne analize s programom Slide

8 RAČUNSKI PRIMERI

8.1 Primer iz članka

Prvi primer sem izbral iz članka Hassan and Wolff (1999), kjer je obravnavan enostaven model zemeljskega pobočja, sestavljen iz dveh plasti zemljin različnih karakteristik, brez talne vode.



Temeljna tla debeline 6,1 m, prostorninske teže 21 kN/m^3 , kohezije $23,94 \text{ kN/m}^2$ in strižnega kota 12° . Nasip je visok 9,14 m, s prostorninsko težo 19 kN/m^3 , kohezijo $38,31 \text{ kN/m}^2$ in strižnim kotom 0° . Brežina nasipa pada v naklonu 1:2.

8.1.1 Analize in simulacije

V Hassan and Wolff (1999) je opisan postopek verjetnostne analize in so podani rezultati za dan primer. Želel sem preveriti različne metode in določiti vpliv nekaterih predpostavk na končne rezultate. Že na začetku se je pojavilo vprašanje, kako predpostavka porazdelitve indeksa RI zanesljivosti vpliva na izračun verjetnosti porušitve P_f .

Primer sem analiziral tako deterministično, kot verjetnostno. Za deterministični račun sem uporabil metodo Spencer, zaradi primerljivosti s Hassan and Wolff (1999). Podatki so podani v preglednici 8.1:

Preglednica 8.1: Podatki za primer iz članka

PODATKI ZA NASIP							PODATKI ZA TEMELJNA TLA						
γ_1	c_1	V_{c_1}	σ_{c_1}	φ_1	V_{φ_1}	σ_{φ_1}	γ_2	c_2	V_{c_2}	σ_{c_2}	φ_2	V_{φ_2}	σ_{φ_2}
19	38,31	0,2	7,662	0	0	0	21	23,94	0,2	4,788	12	0,1	1,2

γ - prostorninska teža zemljine [kN/m³]

c - kohezija zemljine [kN/m²]

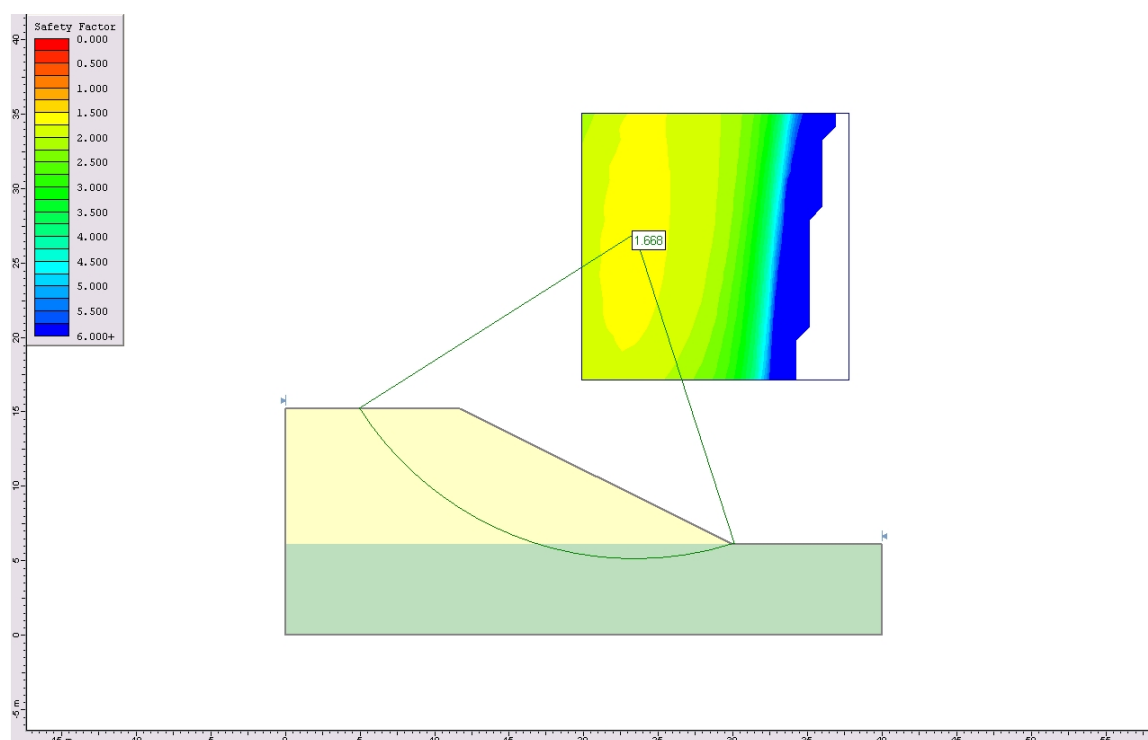
φ - strižni kot zemljine [°]

V - koeficient variacije

σ - standardna deviacija

Navedeni podatki veljajo za vse nadaljnje analize v tem primeru.

Iz danih podatkov sem opravil deterministični račun po metodi Spencer in dobil rezultat, da je varnostni faktor FS(det)=1,668 (Slika 8.1).



Slika 8.1: Rezultat deterministične analize za primer iz članka

Na začetku sem opravil analize za opazovanje vpliva števila simulacij na natančnost izračuna verjetnosti porušitve in indeksa zanesljivosti (Preglednica 8.2).

Preglednica 8.2: Vpliv števila simulacij na verjetnost porušitve

primer	število simulacij	FS(det)	FS(mean)	P_f	RI(norm)	RI(lognorm)	RI iz P_f
norm1000	1000	1,668	1,676	0,0010000	3,501	4,441	3,0902
norm1000000	1000000	1,668	1,664	0,0002700	3,399	4,294	3,4601

FS(det) - varnostni faktor izračunan deterministično

FS(mean) - povprečni varnostni faktor izračunan s simulacijami

P_f - verjetnost porušitve po preprosti (osnovni) metodi

RI(norm) - indeks zanesljivosti ob predpostavki, da so varnostni faktorji porazdeljeni normalno

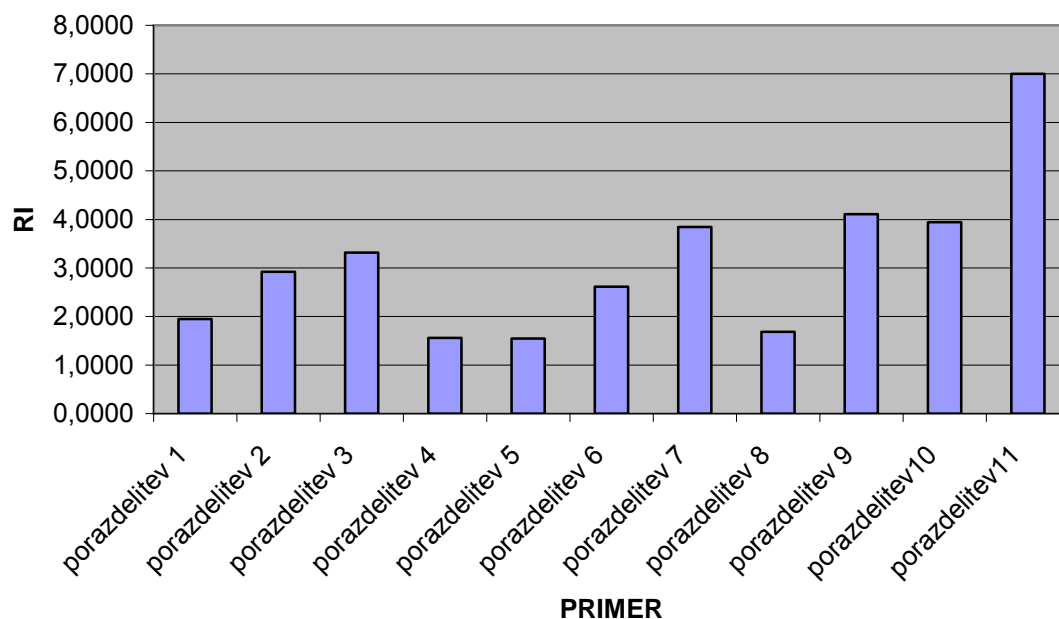
RI(lognorm) - indeks zanesljivosti ob predpostavki, da so varnostni faktorji porazdeljeni logaritmsko normalno

Opazimo lahko, da je 1000 simulacij relativno majhno število za dan primer in ne da dovolj natančne verjetnosti porušitve, $P_f = 0.1\%$, kar pomeni, da je med tisoč ponovitvami do porušitve prišlo le enkrat. Verjetnost porušitve pri 1000000 primerih je že dovolj natančna, da ji lahko verjamemo, $P_f = 0.027\%$, kar pomeni v milijon ponovitev dvesto sedemdeset porušitev. Vidimo, da moramo biti pozorni, da zagotovimo dovolj veliko število simulacij za verodostojnost izračunane verjetnosti porušitve, kolikšno pa je to število, je odvisno od primera samega.

Ker so podatki za zemljine slučajne spremenljivke, jim je potrebno pripisati porazdelitveno funkcijo. Podatkom sem spreminjal porazdelitveno funkcijo, srednja vrednost m_x in standardna deviacija σ_x pa sta ostali enaki v vseh primerih. Izkazalo se je, da porazdelitev podatkov močno vpliva na verjetnost porušitve.

Preglednica 8.3: Vpliv porazdelitve podatkov na verjetnost porušitve

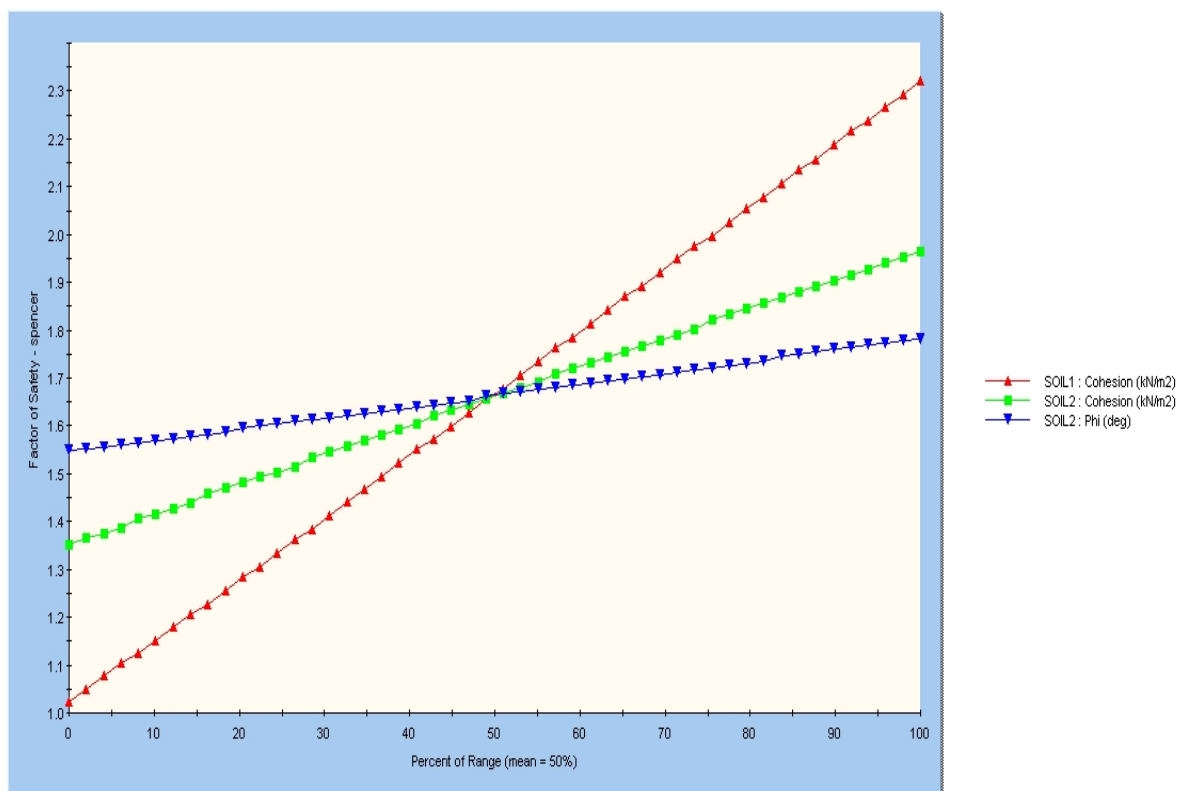
primer	C ₁	Φ ₁	C ₂	Φ ₂	REZULTATI					
					FS(det)	FS(mean)	P_f	RI(norm)	RI(lognorm)	RI iz P_f
porazdelitev 1	uniform	norm	norm	norm	1,668	1,648	0,0257500	1,675	2,041	1,9473
porazdelitev 2	norm	norm	uniform	norm	1,668	1,664	0,0017500	2,685	3,371	2,9200
porazdelitev 3	norm	norm	norm	uniform	1,668	1,665	0,0004600	3,258	4,113	3,3139
porazdelitev 4	uniform	norm	uniform	norm	1,668	1,641	0,0592300	1,507	1,815	1,5613
porazdelitev 5	uniform	norm	uniform	uniform	1,668	1,643	0,0609300	1,493	1,796	1,5470
porazdelitev 6	trieng	norm	norm	norm	1,668	1,662	0,0044400	2,325	2,901	2,6166
porazdelitev 7	beta	norm	norm	norm	1,668	1,665	0,0000600	3,439	4,346	3,8461
porazdelitev 8	eksp	norm	norm	norm	1,668	1,493	0,0462600	1,358	1,552	1,6823
porazdelitev 9	lognorm	norm	norm	norm	1,668	1,663	0,0000200	3,434	4,338	4,1075
porazdelitev10	gamma	norm	norm	norm	1,668	1,665	0,0000400	3,425	4,327	3,9444
porazdelitev11	lognorm	lognorm	lognorm	lognorm	1,668	1,661	0,0000000	3,444	4,349	7,0000



Slika 8.2: Indeks zanesljivosti v odvisnosti od porazdelitve podatkov

Pri spreminjanju porazdelitve podatkov pride do velikega nihanja verjetnosti porušitve, kar pomeni, da je odločitev o porazdelitvi podatkov zelo pomembna. Pri predpostavljajanju porazdelitve podatkov se moramo opreti na rezultate vzorčenja in laboratorijske rezultate zemljine, ki jo obravnavamo.

Ko sem spreminjal porazdelitve podatkov, sem opazil, da na porazdelitev varnostnih faktorjev, izračunanih s simulacijami, najbolj vpliva porazdelitev kohezije nasipa c_1 . Opažanja sem preveril z programom Slide. Analiza občutljivosti varnostnega faktorja na posamezne karakteristike zemljine, je potrdila domneve (Slika 8.3). Ker porazdelitve ostalih podatkov zemljine niso vplivali bistveno, sem se omejil na primere, kjer sem pretežno spreminjal le porazdelitev kohezije c_1 (Preglednica 8.3).



Slika 8.3: Vpliv posameznih karakteristik zemljine na varnostni faktor

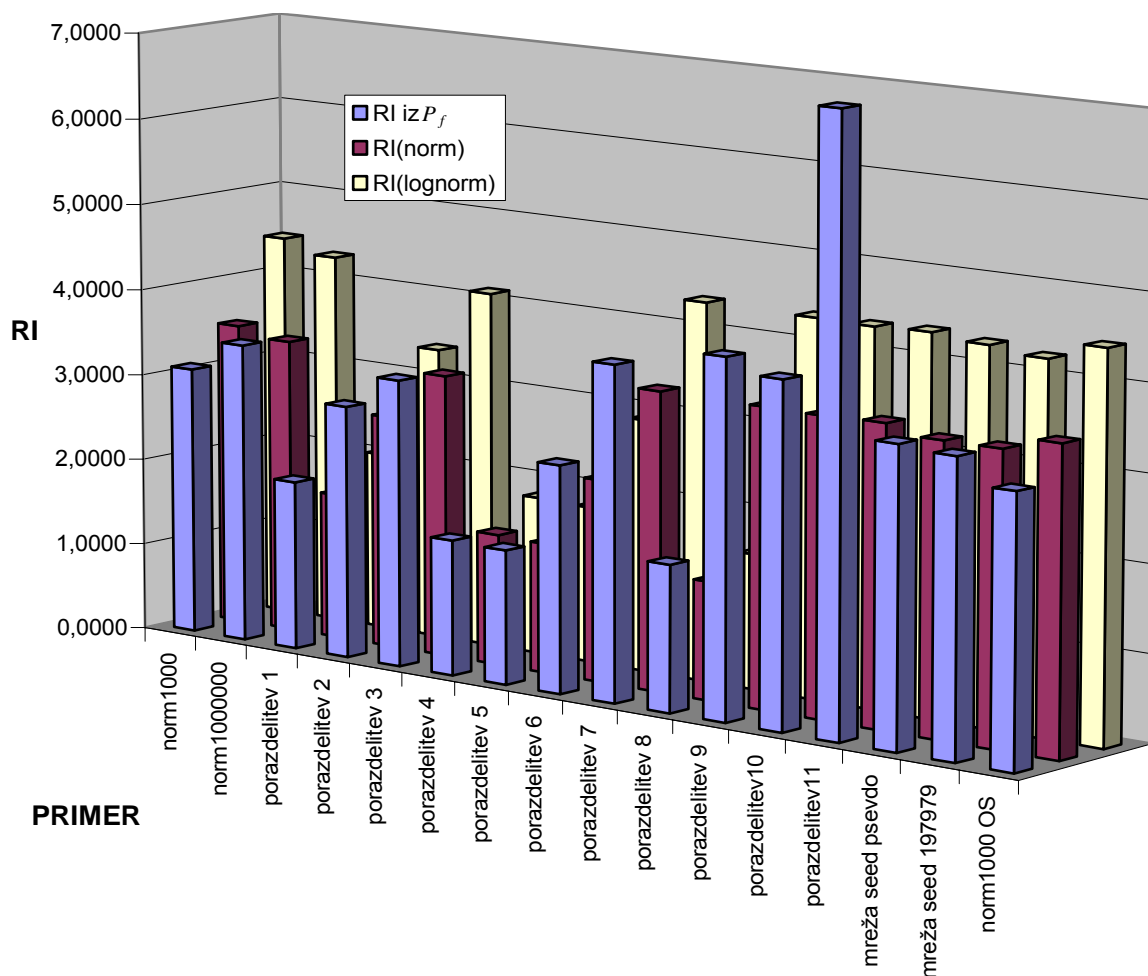
Zanimal me je tudi generator slučajnih števil, ki ga program uporablja, in vpliv generiranja slučajnih števil na verjetnosti porušitve (Preglednica 8.4). Slide ponuja možnost izbire semena (seed), ki spremeni izbiro slučajnih števil. Oba primera imata enake podatke karakteristike, prav tako enako število simulacij (1000000 simulacij), spremenil sem le izbiro semena.

Preglednica 8.4: Vpliv spremembe generiranja slučajnih števil na verjetnost porušitve

primer	seed	FS(det)	FS(mean)	P_f	RI(norm)	RI(lognorm)	RI iz P_f
seed psevdo	psevdo	1,666	1,669	0,0003200	3,342	4,294	3,4141
seed 197979	197979	1,666	1,668	0,0003700	3,344	4,228	3,3743

Izkaže se, da sprememba semena sicer vpliva na verjetnost porušitve, vendar ne bistveno in so rezultati primerljivi.

Pri vseh opravljenih analizah sem spremljal, kako na verjetnost porušitve vpliva predpostavka o porazdelitvi varnostnih faktorjev (Slika 8.4).



Slika 8.4: Primerjava indeksov zanesljivosti izračunanih iz verjetnosti porušitve in izračunanih s predpostavko o normalni ter logaritemsko normalni porazdelitvi varnostnih faktorjev

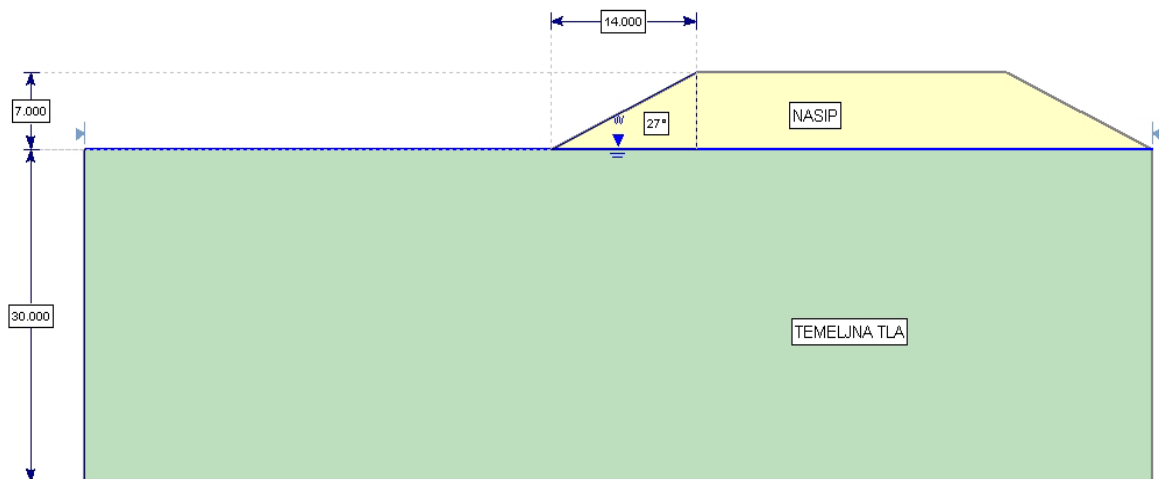
Program Slide v rezultatih poda verjetnost porušitve P_f , indeks zanesljivosti, izračunan s predpostavko, da so varnostni faktorji porazdeljeni normalno RI(norm) in indeks zanesljivosti, izračunan s predpostavko, da so varnostni faktorji porazdeljeni logaritemsko normalno RI (lognorm). Izkazalo se je, da predpostavke o porazdelitvi varnostnih faktorjev niso smotrne, saj so odstopanja od prave verjetnosti porušitve velika. Predvsem predpostavka, da so varnostni faktorji izračunani s simulacijami logaritemsko normalno porazdeljeni, se je izkazala kot slaba, saj so rezultati močno odstopali. Predpostavka, da so varnostni faktorji

porazdeljeni normalno, je bila v primerih, kjer so bili podatki za zemljine porazdeljeni normalno, dobra, saj ni prihajalo do velikih odstopanj v primerjavi z indeksom zanesljivosti, izračunanem iz verjetnosti porušitve.

Primer iz članka jasno pokaže tudi primerjavo med deterministično in verjetnostno analizo. Varnostni faktor, izračunan deterministično $FS(det)$, je bil pri vseh poizkusih enak 1,668, kar je pravilno, saj se podatki o zemljini niso spreminjali, verjetnost porušitve pa se je spreminjala od **0,002% do 6,093%**, čeprav je bil deterministični varnostni faktor **enak**.

8.2 Preprost testni primer

Obravnaval sem še en preprost primer, na katerem sem preveril ugotovitve iz primera, povzetega po Hassan and Wolff (1999), ter preveril vpliv novih predpostavk. Enostaven model zemeljskega pobočja je sestavljen iz dveh plasti zemljin različnih karakteristik s talno vodo na nivoju homogenih temeljnih tal.



Temeljna tla debeline 30 m, prostorninske teže 19 kN/m^3 , kohezije 35 kN/m^2 in strižnega kota 0° . Nasip je visok 7 m, širine 30 m, s prostorninsko težo 22 kN/m^3 , kohezijo 1 kN/m^2 in strižnim kotom 33° . Brežina nasipa pada v naklonu 1:2.

8.2.1 Analize in simulacije

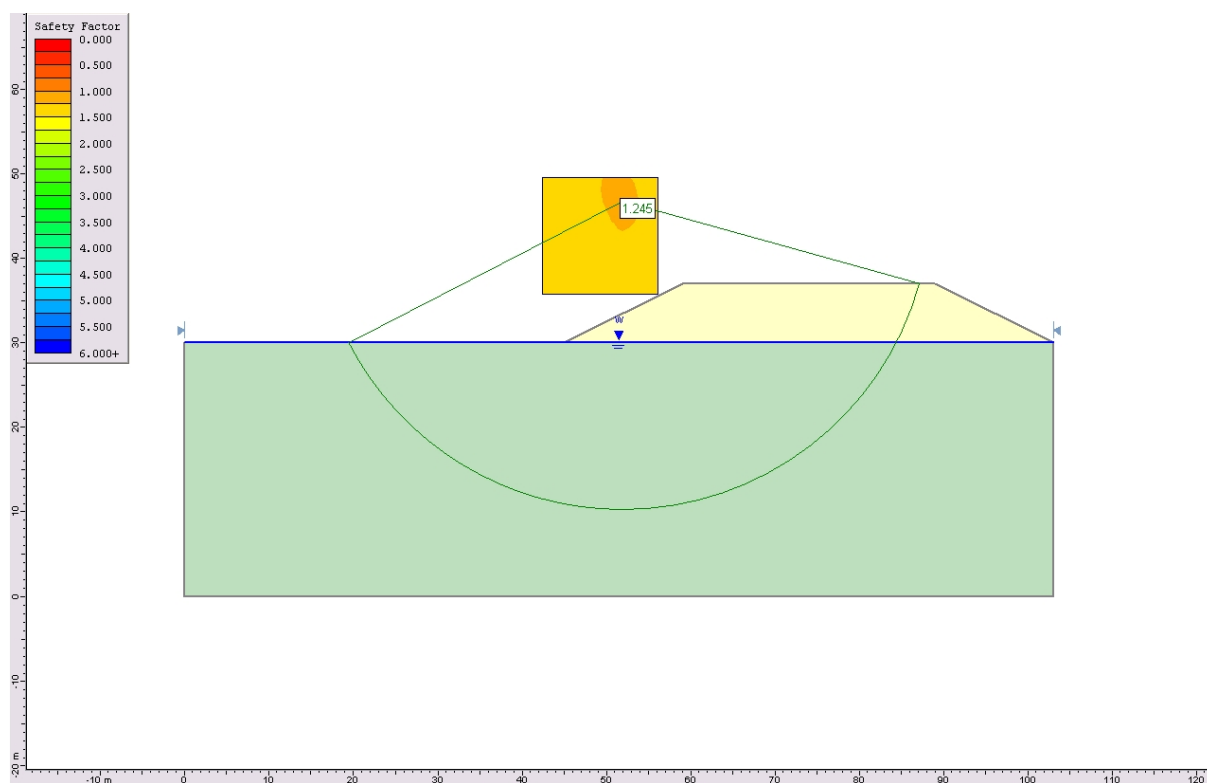
V preglednici 8.5 so podani podatki.

Preglednica 8.5: Podatki za preprost testni primer

PODATKI ZA NASIP							PODATKI ZA TEMELJNA TAL						
γ_1	c_1	V_{c_1}	σ_{c_1}	φ_1	V_{φ_1}	σ_{φ_1}	γ_2	c_2	V_{c_2}	σ_{c_2}	φ_2	V_{φ_2}	σ_{φ_2}
22	1	0,1	0,1	33	0,1	3,3	19	35	0,1	3,5	0	0	0

Ti podatki veljajo za vse nadaljnje analize v tem primeru.

Iz danih podatkov sem opravil deterministični račun po metodi Bishop in dobil, da je varnostni faktor $FS(det)=1,245$ (Slika 8.5).



Slika 8.5: Rezultat deterministične analize za preprost testni primer

Ponovno sem preveril ali držijo ugotovitve, ki sem jih spoznal v primeru iz članka.

Ker je v tem primeru verjetnost porušitve večja, vidimo, da je zadostno število simulacij manjše. Že pri 100000 ponovitvah dobimo dovolj natančen rezultat (Preglednica 8.6).

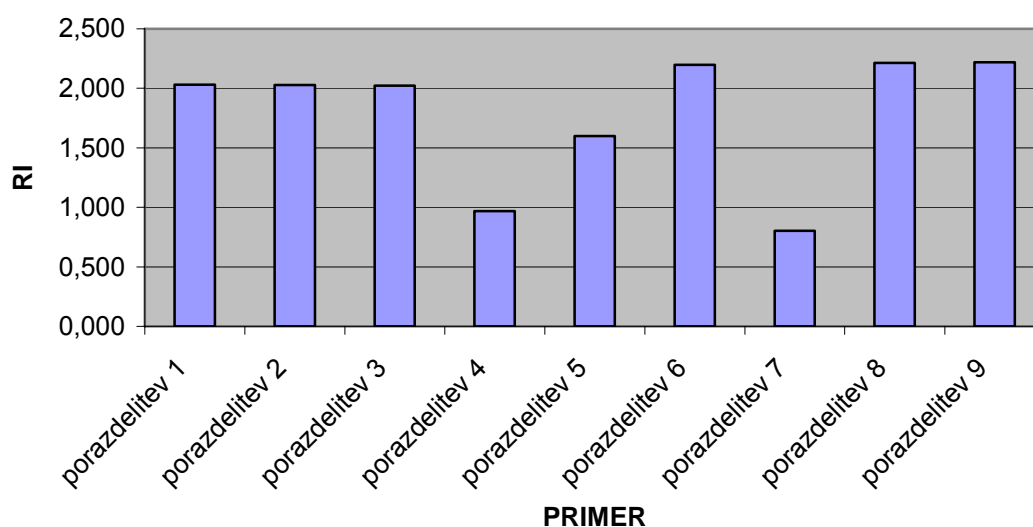
Preglednica 8.6: Vpliv števila simulacij na verjetnost porušitve

primer	število simulacij	FS(det)	FS(mean)	PF	RI(norm)	RI(lognorm)	RI iz P_f
norm1000	1000	1,245	1,247	0,0250000	2,013	2,200	1,9600
norm100000	100000	1,245	1,244	0,0211900	2,041	2,229	2,0298
norm1000000	1000000	1,245	1,244	0,0211400	2,037	2,225	2,0308

Potrdimo lahko, da porazdelitev podatkov močno vpliva na verjetnost porušitve (Slika 8.6, Preglednica 8.7).

Preglednica 8.7: Vpliv porazdelitve podatkov na verjetnost porušitve

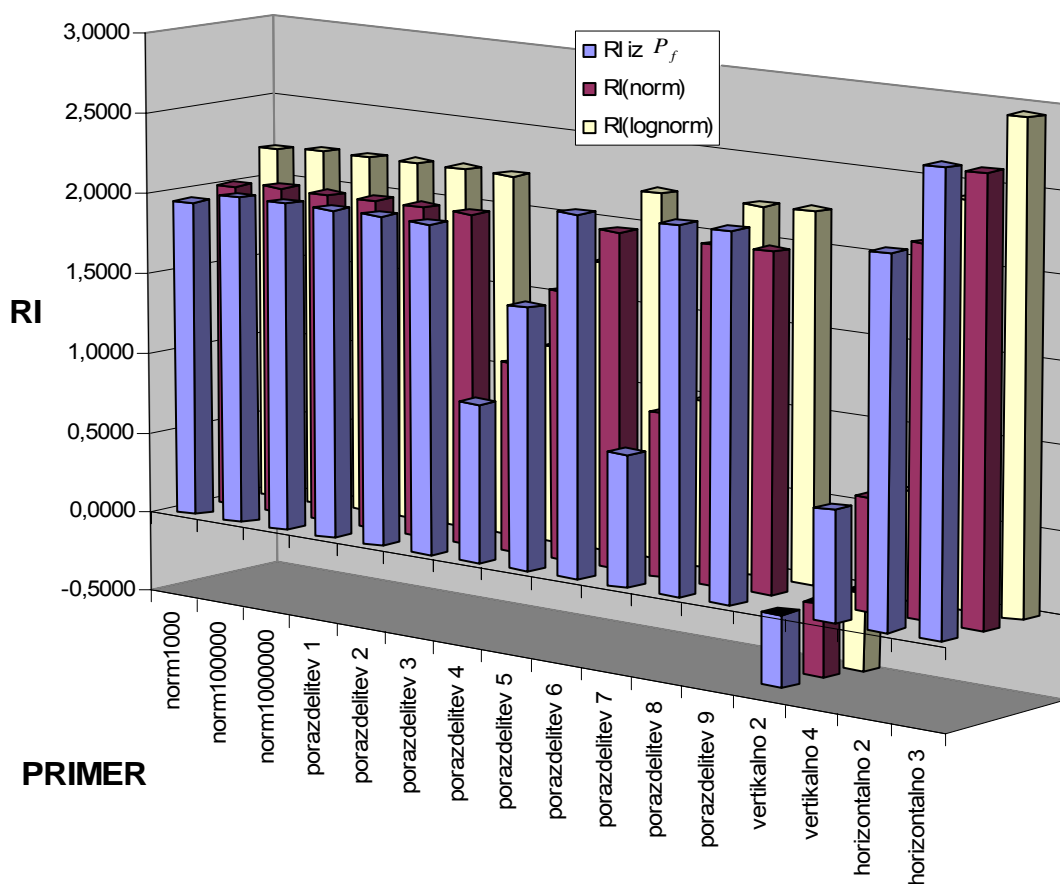
primer	c_1	ϕ_1	c_2	ϕ_2	REZULTATI					
					FS(det)	FS(mean)	P_f	RI(norm)	RI(lognorm)	RI iz P_f
porazdelitev 1	norm	norm	norm	norm	1,245	1,244	0,0211900	2,041	2,229	2,030
porazdelitev 2	uniform	norm	norm	norm	1,245	1,244	0,0212200	2,041	2,229	2,029
porazdelitev 3	uniform	uniform	norm	norm	1,245	1,244	0,0215400	2,036	2,223	2,023
porazdelitev 4	uniform	uniform	uniform	norm	1,245	1,244	0,1663000	1,155	1,211	0,969
porazdelitev 5	norm	norm	triang	norm	1,245	1,243	0,0550200	1,639	1,771	1,598
porazdelitev 6	norm	norm	beta	norm	1,245	1,244	0,0139300	2,044	2,232	2,199
porazdelitev 7	norm	norm	ekpo	norm	1,245	1,207	0,2106200	0,993	1,012	0,804
porazdelitev 8	norm	norm	lognorm	norm	1,245	1,243	0,0134000	2,043	2,231	2,214
porazdelitev 9	lognorm	lognorm	lognorm	norm	1,245	1,243	0,0132600	2,051	2,24	2,219



Slika 8.6: Indeks zanesljivosti v odvisnosti od porazdelitve podatkov

V tem primeru se je izkazalo, da na verjetnost porušitve vpliva predvsem porazdelitev kohezije temeljnih tal c_2 .

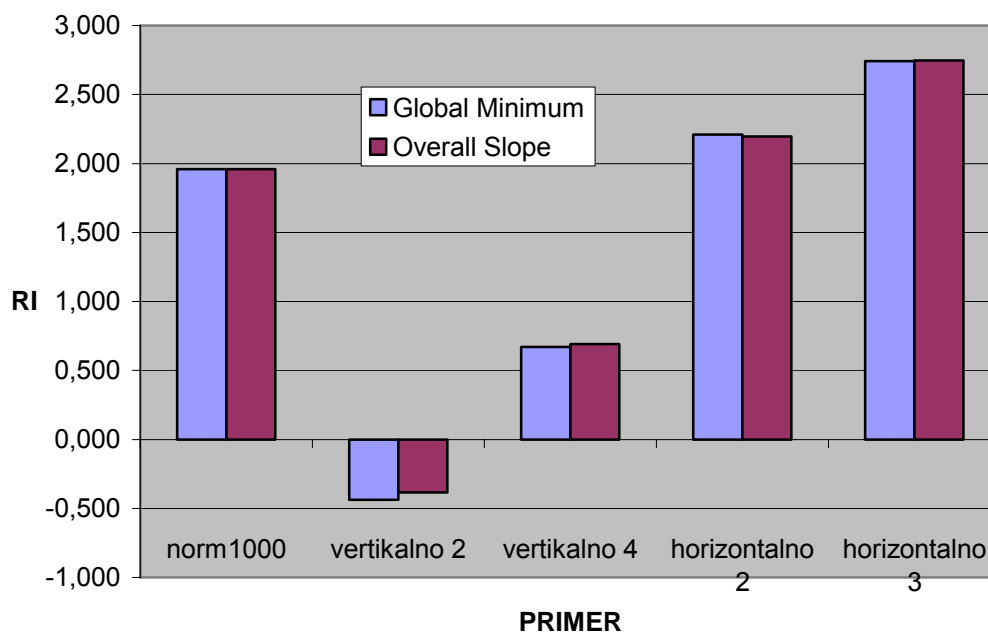
Velja tudi ugotovitev, da na verjetnost porušitve vpliva predpostavka o porazdelitvi varnostnih faktorjev pri izračunu indeksa zanesljivosti (Slika 8.7).



Slika 8.7: Primerjava indeksov zanesljivosti izračunanih iz verjetnosti porušitve in izračunanih s predpostavko o normalni ter logaritemsko normalni porazdelitvi varnostnih faktorjev

Program Slide omogoča računanje s predpostavko Global Minimum, kar pomeni, da simulacije potekajo na v najprej izračunani kritični drsini. Običajno se ob vsaki simulaciji opravi celoten račun ter najde novo kritično drsino (metoda Overall Slope). Predpostavka

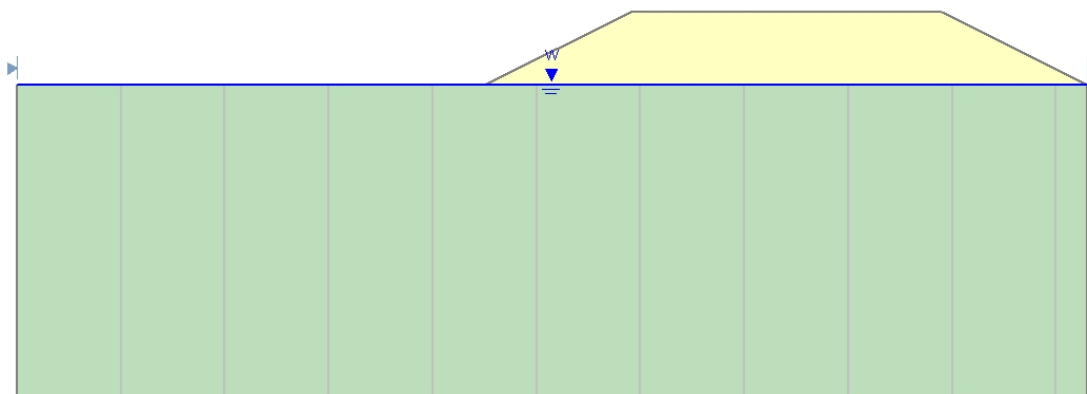
Global Minimum se je izkazala kot dobra, saj verjetnost porušitve ne odstopa bistveno v primerjavi z analizo Overall Slope, prihrani pa veliko časa (Slika 8.8). Program Slide potrebuje za 10000 ponovitev s predpostavko Global minimum 8 sekund, za enako običajno analizo Overall Slope pa 4 ure in 23 minut.



Slika 8.8: Primerjava indeksov zanesljivosti izračunanih z metodo Global Minimum in metodo Overall Slope

Za preizkus primerljivosti analiz Global Minimum in Overall Slope sem opravil več primerov ter spreminjal tudi prvotni model, vnašal vsadke slabih zemljin in rezal temeljna tla na več slojev. S temi primeri sem želel preveriti tudi samo delovanje programa.

Najprej sem osnovni primer (Preglednica 8.8 – primer norm100000) razrezal vertikalno na več lamel, ki so imeli podane enake materialne karakteristike zemljine (Slika 8.9). Lamele so bile podane tako, da so med seboj idealno korelirane, kar pomeni, da tudi preko ponovitev spreminjajo karakteristike enako in imajo za posamezno ponovitev celotna temeljna tla enake lastnosti. Pričakovano so rezultati enaki kot v osnovnem primeru.

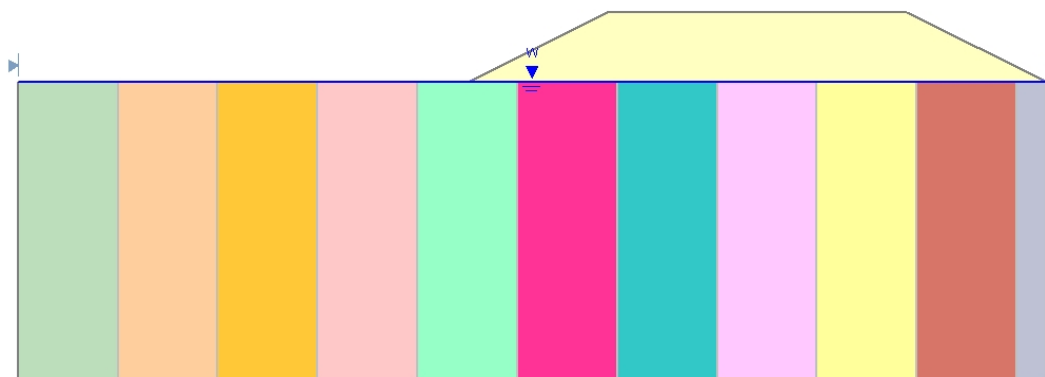


Slika 8.9: Temeljna tla razrezana na lamele, ki so med seboj odvisne

Preglednica 8.8: Primerjava rezultatov osnovnega primera in primera temeljnih tal v slojih, ki so med seboj odvisni

primer	metoda	FS(det)	FS(mean)	PF	RI(norm)	RI(lognorm)	RI iz P_r
norm100000	GM	1,245	1,244	0,0211900	2,041	2,229	2,030
vertikalno odvisne	GM	1,245	1,244	0,0211900	2,041	2,229	2,030
vertikalno odvisne OS	OS	1,245	1,245	0,0260000	2,029	2,217	1,943

Zanimiv primer je, če so lamele med seboj neodvisne (Slika 8.10). Vse lamele imajo enake karakteristike zemljine, prav tako imajo enako srednjo vrednost in standardno deviacijo, vendar pa se preko ponovitev spreminjajo neodvisno in so karakteristike posameznega sloja odvisne zgolj od slučajja. Rezultat, da je verjetnost porušitve enaka 0% (Preglednica 8.9) je zanimiv, vendar smiseln. Če ima ena od lamel slučajno slabe karakteristike, obremenitev prenesejo ostale lamele. Verjetnost, da bi slučajno imele vse lamele slabe karakteristike, je zelo majhna.



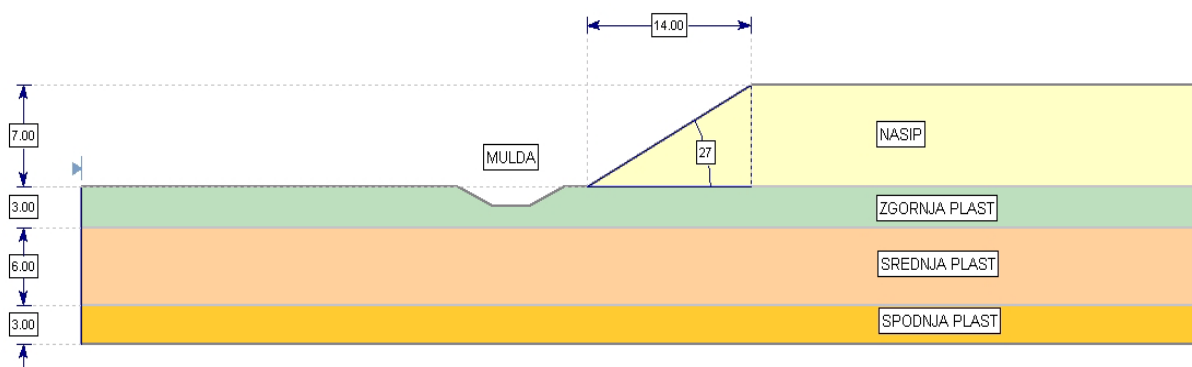
Slika 8.10: Temeljna tla razrezana na lamele, ki so med seboj neodvisne

Preglednica 8.9: Rezultati primera, kjer so temeljna tla razrezana na sloje, ki so med seboj neodvisni

primer	metoda	FS(det)	FS(mean)	P_f	RI(norm)	RI(lognorm)	RI iz P_f
vertikalo neodvisne	GM	1,243	1,243	0,0000000	5,289	5,868	9,000
vertikalo neodvisne OS	OS	1,243	1,243	0,0000000	5,265	5,841	9,000

8.3 Porušitev avtocestnega nasipa

Pri tem računskem primeru pravzaprav ni šlo za načrtovan eksperiment, temveč za resničen dogodek nestabilnosti, ki sem ga ravno zaradi porušitve v realnosti, preveril s programom. Zaradi premalo raziskanih temeljnih tal je med gradnjo 8 m visokega priključnega nasipa k viaduktu čez železniško progo v Strminu pri Kopru, prišlo do prekoračitve nosilnosti temeljnih tal in do porušitve nasipa. Po dogodku so bile izvedene dodatne preiskave za potrebe projekta sanacije.



Temeljna tla so sestavljena iz treh plasti različnih zemljin. Spodnja plast debeline 3 m, srednja plast debeline 6 m in zgornja plast debeline 3 m. Na temeljnih tleh je nasut nasip višine 7 m. Ob nasipu v zgornji plasti temeljnih tal je bil izveden jašek za odvodnjavanje.

Karakteristike spodnje plasti temeljnih tal so prostorninska teža 20 kN/m^3 , kohezija 100 kN/m^2 in strižni kot 0° . Srednja plast temeljnih tal ima prostorninsko težo 17 kN/m^3 , kohezijo 20 kN/m^2 in strižni kot 0° , spodnja plast temeljnih tal pa prostorninsko težo 18 kN/m^3 , kohezijo 72 kN/m^2 in strižni kot 0° . Podatki o nasipu so prostorninska teža $20,5 \text{ kN/m}^3$, kohezija 0 kN/m^2 in strižni kot 40° .

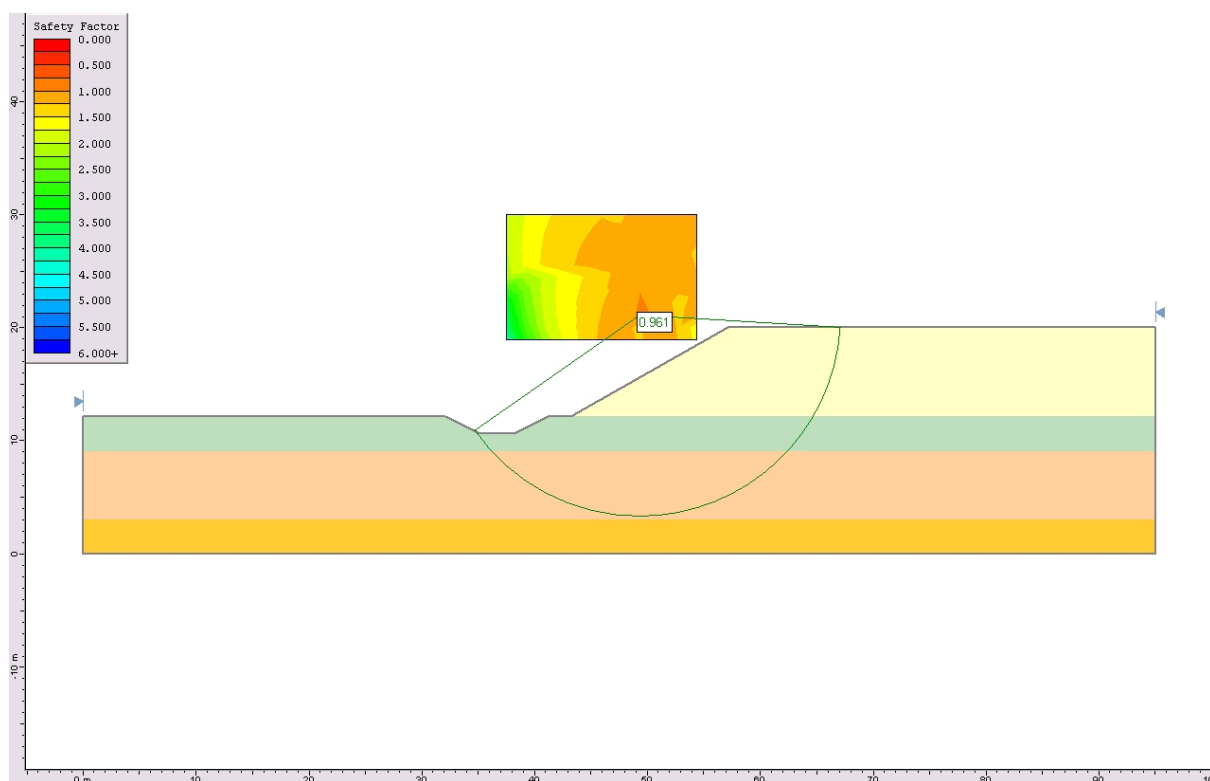
8.3.1 Analize in simulacije

Podatki o karakteristikah temeljnih tal in nasipa so podani v preglednici 8.10.

Preglednica 8.10: Podatki za primer avtocestnega nasipa

PODATKI ZA	γ	c	V_c	σ_c	φ	V_φ	σ_φ
nasip	20,5	0	0	0	40	0	0
zgornja plast	18	72	0,33	24	0	0	0
srednja plast	17	21,5	0,33	7	0	0	0
spodnja plast	20	100	0	0	0	0	0

Izračunani deterministični varnostni faktor po metodi Bishop je 0,961 (Slika 8.11). Ker je deterministični varnostni faktor manjši od ena, to pomeni porušitev nasipa.



Slika 8.11: Rezultat deterministične analize za primer avtocestnega nasipa

Z verjetnostno analizo smo izračunali verjetnost porušitve. Iz predhodnih primerov lahko sklepamo, da bo pri verjetnostni analizi tega pobočja dovolj razmeroma majhno število

ponovitev. Že pri 1000 ponovitvah smo dobili verodostojno rešitev in sicer verjetnost porušitve 55,8% (Preglednica 8.11).

Ker gre za malce bolj kompleksen primer, sem preveril tudi vpliv predpostavke Global minimum in dobil enake rezultate (Preglednica 8.11).

Preglednica 8.11: Rezultati verjetnostnih analiz za primer avtocestnega nasipa

primer	število simulacij	metoda	FS(det)	FS(mean)	PF	RI(norm)	RI(lognorm)	RI iz P_f
norm1000	1000	GM	0,961	0,963	0,5580000	-0,174	-0,281	-0,146
norm1000 OS	1000	OS	0,961	0,963	0,5580000	-0,174	-0,281	-0,146
norm10000	10000	GM	0,961	0,960	0,5737100	-0,189	-0,297	-0,186

Kljub temu, da je deterministično izračunani faktor varnosti manjši od ena, verjetnost porušitve ni 100%. V podatkih za verjetnostno analizo podamo standardno deviacijo posamezne karakteristike zemljine. S tem določimo območje, iz katerega se za vsako simulacijo naključno izbere vrednost karakteristike zemljine. Če je standardna deviacija dovolj velika, se lahko zgodi, da bodo karakteristike zemljine pri nekaterih ponovitvah dovolj dobre, da ne pride do porušitve. Če standardno deviacijo podatkov manjšamo, se verjetnost porušitve povečuje (Preglednica 8.12). Za vse karakteristike zemljine v posameznem primeru sem določil enak koeficient variacije ter ga med primeri zmanjševal.

Preglednica 8.12: Rezultati verjetnostne analize pri spreminjanju koeficienta variacije

primer	V	FS(det)	FS(mean)	P_f	RI(norm)	RI(lognorm)	RI iz P_f
norm1000	0,33	0,961	0,963	0,5580000	-0,174	-0,281	-0,146
Vx 0,1	0,10	0,961	0,961	0,7223500	-0,597	-0,62	-0,590
Vx 0,01	0,01	0,961	0,961	1,0000000	-5,99	-5,876	-9,000

9 ZAKLJUČKI

Verjetnostna analiza je vsekakor pomemben dodatek k deterministični rešitvi stabilnosti zemeljskih brežin. Kot so pokazali primeri, je deterministično izračunan faktor varnosti konstanten pri danih karakteristikah zemljine, ne glede na razloge za nezanesljivost podatkov in ostale slučajne napake. Verjetnostna analiza upošteva te dejavnike, vendar je smiselna le, če ne porabi veliko časa ter če so rezultati verodostojni.

Danes so računalniki že dovolj zmogljivi, da verjetnostna analiza porušitve običajnega modela zemeljske brežine poteka bistveno hitreje kot nekdanj. Kljub temu se trudimo čas trajanja simulacij zmanjšati, vendar moramo biti previdni, da dobimo verodostojne rezultate. Izkazalo se je, da je uporaba predpostavke Global Minimum smotrna. Prihrani veliko časa, poleg tega rezultati, izračunani s predpostavko Global Minimum, bistveno ne odstopajo od rezultatov izračunanih z običajnimi simulacijami (Overall Slope). Poleg tega predlagam uporabo statističnih metod za zmanjševanje variance, ki so že preizkušene in prav tako prihranijo čas računanja.

Pri verjetnostni analizi moramo biti previdni, da zagotovimo dovolj veliko število ponovitev. Večje kot je število ponovitev, bolj natančni so rezultati in obratno, nezadostno število ponovitev posledično pomeni zelo slabe rezultate. Kolikšno je dovolj veliko število ponovitev, je odvisno od primera, ki ga obravnavamo. Število ponovitev lahko določimo na osnovi rezultatov prvih simulacij in sicer, manjša kot je verjetnost porušitve zemeljskega pobočja, več ponovitev simulacij bo potrebno za verodostojne rezultate. Običajno se število simulacij giblje med 10.000 in 1.000.000.

V literaturi pogosto zasledimo predpostavke, ki naj bi nam omogočile računanje z manjšim številom simulacij, da bi prihranili čas. Takšni sta predpostavki o normalni ali logaritemsko normalni porazdelitvi varnostnih faktorjev izračunanih preko simulacij. Namen takšnega računa je izračun verodostojnega indeksa zanesljivosti, kljub malo ponovitvam simulacije. Izkazalo se je, da uporaba predpostavk ni priporočljiva, saj rezultati niso dovolj dobri. Indeksi

zanesljivosti izračunani s predpostavko, da so varnostni faktorji porazdeljeni logaritemsko normalno, so običajno previsoki, kar pomeni, da precenijo varnost zemeljskega pobočja. Predpostavka o normalni porazdelitvi varnostnih faktorjev je v določenih primerih sprejemljiva, vendar v splošnem uporabo teh predpostavk odsvetujem, saj v večini primerov niso dobre.

Največji problem za uspešno opravljanje verjetnostne analize pri zemeljskih pobočjih, predstavljajo podatki. Poleg osnovnih podatkov karakteristik zemljine, ki jih potrebujemo tudi za deterministično analizo, potrebujemo še standardno deviacijo in porazdelitveno funkcijo posameznih karakteristik zemljine. Standardno deviacijo ocenimo podobno, kot v praksi ocenijo karakteristične vrednosti zemljine pri deterministični metodi. Pomembne so dobre raziskave in analize karakteristik temeljnih tal, na katere se opremo. Porazdelitvena funkcija posameznih karakteristik zemljine predstavlja večji problem. Raziskave, opravljene na terenu in v laboratoriju, običajno niso tako številne, da bi lahko iz njihovih rezultatov razbrali porazdelitev posameznih podatkov. Ta del bi bilo potrebno še dodatno raziskati. Geostatistika je veda, ki se ukvarja s tem področjem.

Verjetnostna analiza je v gradbeništvu poznana že dalj časa, vendar je vedno veljala za zamudno, ter komplicirano. Danes je gradbenim inženirjem na voljo tehnična oprema in znanje, da take metode uporabljajo tudi v praksi. Z napredkom v geologiji in geostatistiki bo znano vedno več podatkov o karakteristikah zemljine, ki bodo prispevali k vedno boljšim analizam porušitve zemeljskih objektov in pobočij. Za lažje delo gradbenih inženirjev v praksi bi bilo potrebno verjetnostno analizo in priporočene verjetnosti porušitve za zemeljske objekte opredeliti tudi v veljavnih standardih in pravilnikih.

VIRI

Hassan, A., Wolff, T. 1999. Search algorithm for minimal reliability index of earth slopes. *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering* 125, No. 4: 301-308.

Gui, S., Zhang, R., Turner, J., Xue, X., 2000. Probabilistic slope stability analysis with stochastic soil hydraulic conductivity. *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering* 126, No. 1: 1-8.

Duncan, M., 2000. Factors of safety and reliability in geotechnical engineering. *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering* 126, No. 4: 307-316.

Bafghi, Y., Verdel, T., 2004. The probabilistic key-group method. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics* 28: 899-917.

Turk, G., 1994. Simulacije in metoda Monte Carlo. V: Duhovnik, J., Računalnik v gradbenem inženirstvu. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za arhitekturo, gradbeništvo in geodezijo: 53-60.

Turk, G., 1994. Analiza zanesljivosti konstrukcij z upoštevanjem geometrijske in materialne nelinearnosti. Doktorska disertacija. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za arhitekturo, gradbeništvo in geodezijo, Oddelek za gradbeništvo in geodezijo.

Turk, G., 2006. Verjetnostni račun in statistika. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 232 str.

Kreže, I., 2000. Določanje dejanske varnosti geotehničnih objektov. Diplomsko delo. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.

Rocksience Inc., 2003, Slide – 2D limit equilibrium slope stability for soil and rock slopes, User's guide.

Bromhead, E., 1986. The stability of slopes. New York, Blackie academic & professional: 411 str.

SIST EN 1990. 2002. Evrokod, Osnove projektiranja konstrukcij.

PRILOGA A: PREGLEDNICE PODATKOV IN REZULTATOV ZA PRIMER IZ ČLANKA

KARAKTERISTIKE ZEMLJINE																		
PRIMER	uv ₁	c ₁	Vc ₁	st.dev.	distrib.	φ ₁	Vφ ₁	st.dev.	distrib.	uv ₂	c ₂	Vc ₂	st.dev.	distrib.	φ ₂	Vφ ₂	st.dev.	distrib.
norm1000	19	38,31	0,2	7,662	norm	0	0	0	norm	21	23,94	0,2	4,788	norm	12	0,1	1,2	norm
norm1000000	19	38,31	0,2	7,662	norm	0	0	0	norm	21	23,94	0,2	4,788	norm	12	0,1	1,2	norm
norm1000 OS	19	38,31	0,2	7,662	norm	0	0	0	norm	21	23,94	0,2	4,788	norm	12	0,1	1,2	norm
porazdelitev 1	19	38,31	0,2	7,662	uniform	0	0	0	norm	21	23,94	0,2	4,788	norm	12	0,1	1,2	norm
porazdelitev 2	19	38,31	0,2	7,662	norm	0	0	0	norm	21	23,94	0,2	4,788	uniform	12	0,1	1,2	norm
porazdelitev 3	19	38,31	0,2	7,662	norm	0	0	0	norm	21	23,94	0,2	4,788	norm	12	0,1	1,2	uniform
porazdelitev 4	19	38,31	0,2	7,662	uniform	0	0	0	norm	21	23,94	0,2	4,788	uniform	12	0,1	1,2	norm
porazdelitev 5	19	38,31	0,2	7,662	uniform	0	0	0	norm	21	23,94	0,2	4,788	uniform	12	0,1	1,2	uniform
porazdelitev 6	19	38,31	0,2	7,662	triang	0	0	0	norm	21	23,94	0,2	4,788	norm	12	0,1	1,2	norm
porazdelitev 7	19	38,31	0,2	7,662	beta	0	0	0	norm	21	23,94	0,2	4,788	norm	12	0,1	1,2	norm
porazdelitev 8	19	38,31	0,2	7,662	eksp	0	0	0	norm	21	23,94	0,2	4,788	norm	12	0,1	1,2	norm
porazdelitev 9	19	38,31	0,2	7,662	lognorm	0	0	0	norm	21	23,94	0,2	4,788	norm	12	0,1	1,2	norm
porazdelitev10	19	38,31	0,2	7,662	gamma	0	0	0	norm	21	23,94	0,2	4,788	norm	12	0,1	1,2	norm
porazdelitev11	19	38,31	0,2	7,662	lognorm	0	0	0	lognorm	21	23,94	0,2	4,788	lognorm	12	0,1	1,2	lognorm

ANALIZA										REZULTATI					IZRAČUNI				
PRIMER	metoda	statistics	n	analysis type	random num.	FS(det)	FS(mean)	PF	R(norm)	RI(lognorm)	RI iz PF	PF iz R(norm)	PF iz RI(lognorm)	PF iz RI(lognorm)					
norm1000	spencer	MC	1000	GM	pseudo	1,668	1,676	0,0010000	3,501	4,441	3,0902	0,0002318	0,0000045						
norm1000000	spencer	MC	1000000	GM	pseudo	1,668	1,664	0,0002700	3,399	4,294	3,4601	0,0003382	0,0000088						
norm1000 OS	spencer	MC	1000	OS	pseudo	1,668	1,676	0,0010100	3,496	4,434	3,0873	0,0002361	0,0000046						
porazdelitev 1	spencer	MC	1000000	GM	pseudo	1,668	1,648	0,0257500	1,675	2,041	1,9473	0,0469671	0,0206254						
porazdelitev 2	spencer	MC	1000000	GM	pseudo	1,664	1,664	0,0017500	2,685	3,371	2,9200	0,0036265	0,0003745						
porazdelitev 3	spencer	MC	1000000	GM	pseudo	1,668	1,665	0,0004600	3,258	4,113	3,3139	0,0005610	0,0000195						
porazdelitev 4	spencer	MC	1000000	GM	pseudo	1,668	1,641	0,0592300	1,507	1,815	1,5613	0,0659053	0,0347620						
porazdelitev 5	spencer	MC	1000000	GM	pseudo	1,668	1,643	0,0609300	1,493	1,796	1,5470	0,0677186	0,0362473						
porazdelitev 6	spencer	MC	1000000	GM	pseudo	1,668	1,662	0,0044400	2,325	2,901	2,6166	0,0100360	0,0018599						
porazdelitev 7	spencer	MC	1000000	GM	pseudo	1,668	1,665	0,0000600	3,439	4,346	3,8461	0,0002919	0,0000069						
porazdelitev 8	spencer	MC	1000000	GM	pseudo	1,668	1,493	0,0462600	1,358	1,552	1,6823	0,0872318	0,0603311						
porazdelitev 9	spencer	MC	1000000	GM	pseudo	1,668	1,663	0,0000200	3,434	4,338	4,1075	0,0002974	0,0000072						
porazdelitev10	spencer	MC	1000000	GM	pseudo	1,668	1,665	0,0000400	3,425	4,327	3,9444	0,0003074	0,0000076						
porazdelitev11	spencer	MC	1000000	GM	pseudo	1,668	1,661	0,0000000	3,444	4,349	7,0000	0,0002866	0,0000068						

PRIMER	ANALIZA				REZULTATI				IZRACUNI				
	metoda	statistics	n	analysis type	random num.	FS(det)	FS(mean)	PF	R(norm)	R(lognorm)	RI iz PF	PF iz RI(norm)	PF iz RI(lognorm)
norm1000 OS	bishop	MC	1000	OS	pseudo	1,245	1,247	0,0250000	2,013	2,200	1,9600	0,0220573	0,0139034
norm1000	bishop	MC	1000	GM	pseudo	1,245	1,247	0,0250000	2,013	2,200	1,9600	0,0220573	0,0139034
norm1000000	bishop	MC	100000	GM	pseudo	1,245	1,244	0,0211900	2,041	2,229	2,0298	0,0206254	0,0129070
norm1000000	bishop	MC	1000000	GM	pseudo	1,245	1,244	0,0211400	2,037	2,225	2,0308	0,0208250	0,0130406
vertikalno neodvisne	bishop	MC	1000000	GM	pseudo	1,243	1,243	0,0000000	5,289	5,868	9,0000	0,0000001	0,0000000
vertikalno 2	bishop	MC	1000000	GM	pseudo	0,973	0,973	0,6694000	-0,442	-0,467	-0,4383	0,6707554	0,6797501
vertikalno 2 OS	bishop	MC	1000	OS	pseudo	0,975	0,976	0,6500000	-0,394	-0,420	-0,3853	0,6532095	0,6627573
vertikalno 3	bishop	MC	1000000	GM	pseudo	1,258	1,257	0,0000000	4,425	4,931	9,0000	0,0000048	0,0000004
vertikalno 4	bishop	MC	1000000	GM	pseudo	1,05	1,05	0,2516400	0,678	0,660	0,6693	0,2488858	0,2546269
vertikalno 4 OS	bishop	MC	1000	OS	pseudo	1,05	1,052	0,2450000	0,688	0,671	0,6903	0,2457264	0,2511103
vertikalno 5	bishop	MC	1000	GM	pseudo	1,244	1,244	0,0021400	2,863	3,158	2,8568	0,0020983	0,0007943
vertikalno 5 OS	bishop	MC	10000	OS	pseudo	1,244	1,244	0,0016000	2,851	3,143	2,9478	0,0021791	0,0008361
horizontalno 1	bishop	MC	1000000	GM	pseudo	1,241	1,241	0,0023900	2,702	2,972	2,8215	0,0034462	0,0014793
horizontalno 1 OS	bishop	MC	1000	OS	pseudo	1,241	1,243	0,0030000	2,753	3,031	2,7478	0,0029526	0,0012187
horizontalno 2	bishop	MC	1000000	GM	pseudo	1,241	1,241	0,0135200	2,214	2,422	2,2109	0,0134144	0,0077177
horizontalno 2 OS	bishop	MC	1000	OS	pseudo	1,241	1,244	0,0140000	2,178	2,385	2,1973	0,0147030	0,0085396
horizontalno 3	bishop	MC	1000000	GM	pseudo	1,241	1,241	0,0030500	2,667	2,944	2,7424	0,0038266	0,0016200
horizontalno 3 OS	bishop	MC	1000	OS	pseudo	1,241	1,249	0,0030000	2,87	3,170	2,7478	0,0020524	0,0007622
porazdelitev 1	bishop	MC	100000	GM	pseudo	1,245	1,244	0,0211900	2,041	2,229	2,0298	0,0206254	0,0129070
porazdelitev 2	bishop	MC	100000	GM	pseudo	1,245	1,244	0,0212200	2,041	2,229	2,0292	0,0206254	0,0129070
porazdelitev 3	bishop	MC	100000	GM	pseudo	1,245	1,244	0,0215400	2,036	2,223	2,0229	0,0208752	0,0131079
porazdelitev 4	bishop	MC	100000	GM	pseudo	1,245	1,244	0,1663000	1,155	1,211	0,9689	0,1240452	0,1129477
porazdelitev 5	bishop	MC	100000	GM	pseudo	1,245	1,243	0,0550200	1,639	1,771	1,5980	0,0506066	0,0382804
porazdelitev 6	bishop	MC	100000	GM	pseudo	1,245	1,244	0,0139300	2,044	2,232	2,1993	0,0204768	0,0128075
porazdelitev 7	bishop	MC	100000	GM	pseudo	1,245	1,207	0,2106200	0,993	1,012	0,8043	0,1603550	0,1557690
porazdelitev 8	bishop	MC	100000	GM	pseudo	1,245	1,243	0,0134000	2,043	2,231	2,2144	0,0205262	0,0128406
porazdelitev 9	bishop	MC	100000	GM	pseudo	1,245	1,243	0,0132600	2,051	2,240	2,2185	0,0201335	0,0125455

PRILOGA C: PREGLEDNICE PODATKOV IN REZULTATOV ZA AVTOCESTNI NASIP

KARAKTERISTIKE ZEMLJINE																		
	uv ₁	c ₁	Vc ₁	st.dev.	distrib.	φ ₁	Vφ ₁	st.dev.	distrib.	uv ₂	c ₂	Vc ₂	st.dev.	distrib.	φ ₂	Vφ ₂	st.dev.	distrib.
PRIMER	21	0	0,2	0	norm	40	0	0	norm	18	72	0,33	24	norm	0	0	0	norm
norm1000	21	0	0,2	0	norm	40	0	0	norm	18	72	0,33	24	norm	0	0	0	norm
norm1000 OS	21	0	0,2	0	norm	40	0	0	norm	18	72	0,33	24	norm	0	0	0	norm
norm10000	21	0	0,2	0	norm	40	0	0	norm	18	72	0,33	24	norm	0	0	0	norm
Vx 0,1	21	0	0,2	0	norm	40	0	0	norm	18	72	0,1	7,2	norm	0	0	0	norm
Vx 0,01	21	0	0,2	0	norm	40	0	0	norm	18	72	0,01	0,72	norm	0	0	0	norm

KARAKTERISTIKE ZEMLJINE																		
	uv ₃	c ₃	Vc ₃	st.dev.	distrib.	φ ₃	Vφ ₃	st.dev.	distrib.	uv ₄	c ₄	Vc ₄	st.dev.	distrib.	φ ₄	Vφ ₄	st.dev.	distrib.
PRIMER	17	21,5	0,3	7	norm	0	0	0	norm	20	100	0	0	norm	0	0	0	norm
norm1000	17	21,5	0,3	7	norm	0	0	0	norm	20	100	0	0	norm	0	0	0	norm
norm1000 OS	17	21,5	0,3	7	norm	0	0	0	norm	20	100	0	0	norm	0	0	0	norm
norm10000	17	21,5	0,3	7	norm	0	0	0	norm	20	100	0	0	norm	0	0	0	norm
Vx 0,1	17	21,5	0,1	2,15	norm	0	0	0	norm	20	100	0	0	norm	0	0	0	norm
Vx 0,01	17	21,5	0	0,215	norm	0	0	0	norm	20	100	0	0	norm	0	0	0	norm

ANALIZA				REZULTATI					IZRAČUNI			
metoda	statistics	n	analysis type	random num.	FS(det)	FS(mean)	PF	RI iz PF	RI iz R(lognorm)	PF iz R(lognorm)	PF iz R(norm)	PF iz R(lognorm)
PRIMER	bishop	MC	GM	pseudo	0,961	0,963	0,5580000	-0,1459	-0,281	0,5690673	0,5690673	0,6106448
norm1000	bishop	MC	GM	pseudo	0,961	0,963	0,5580000	-0,1459	-0,281	0,5690673	0,5690673	0,6106448
norm1000 OS	bishop	MC	OS	pseudo	0,961	0,963	0,5580000	-0,1459	-0,281	0,5690673	0,5690673	0,6106448
norm10000	bishop	MC	GM	pseudo	0,961	0,96	0,5737100	-0,189	-0,297	0,5749536	0,5749536	0,6167667
Vx 0,1	bishop	MC	GM	pseudo	0,961	0,961	0,7223500	-0,597	-0,62	0,7247463	0,7247463	0,7323711
Vx 0,01	bishop	MC	GM	pseudo	0,961	0,961	1,0000000	-5,99	-5,876	1,0000000	1,0000000	1,0000000