

Univerza
v Ljubljani
Fakulteta
*za gradbeništvo
in geodezijo*

*Janova 2
1000 Ljubljana, Slovenija
telefon (01) 47 68 500
faks (01) 42 50 681
fgg@fgg.uni-lj.si*



Univerzitetni program Geodezija,
smer Geodezija

Kandidat:

Marko Mlinar

**Določitev vplivnih količin za redukcijo odčitka
živosrebrnega barometra Princo 469 NOVA tm
Economy model**

Diplomska naloga št.: 662

Mentor:

izr. prof. dr. Tomaž Ambrožič

Somentor:

doc. dr. Miran Kuhar

Ljubljana, 8. 12. 2005

ERRATA

Stran z napako

Vrstica z napako

Namesto

Naj bo

IZJAVA O AVTORSTVU

Podpisani Marko Mlinar izjavljam, da sem avtor diplomske naloge z naslovom:

**„Določitev vplivnih količin za redukcijo odčitka živosrebrnega barometra Princo 469
NOVA™ Economy model“.**

Izjavljam, da se odpovedujem vsem materialnim pravicam iz dela za potrebe elektronske separatorke UL FGG.

Ljubljana, 30.11.2005

(podpis)

BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN

- UDK:** 528.27: 551.508.4 (043.2)
- Avtor:** Marko Mlinar
- Mentor, somentor:** doc. dr. Tomaž Ambrožič, doc. dr. Miran Kuhar
- Naslov:** Določitev vplivnih količin za redukcijo odčitka živosrebrnega barometra Princo 469 NOVATM Economy model
- Obseg in oprema:** 168 str., 14 tab., 20 sl., 166 en., 6 pr.
- Ključne besede:** zračni tlak, živosrebrni barometer, težnostni pospešek, gravimeter, višine, redukcije, popravki
- Izvleček:**

V nalogi so podrobneje opisani vplivi, ki neposredno vplivajo na odčitek na živosrebrnem barometru. Za pridobitev prave vrednosti zračnega tlaka, moramo upoštevati naslednje vplive: vpliv temperature živega srebra, vpliv zemeljske težnosti, instrumentalni popravek, ki zajema vpliv nenatančne postavitve, vpliv napake skale, vpliv kapilarnosti in vpliv nepopolnega vakuumu. Ko upoštevamo navedene vplive, dobimo vrednost zračnega tlaka na standardni temperaturi in standardni težnosti. Za medsebojno primerjavo posameznih odčitkov barometrov, moramo odčitke reducirati na srednji nivo morja oz. ničelni nivo, za kar potrebujemo geopotencialno višino barometra. Za določitev posameznih popravkov smo morali določiti vrednost težnostnega pospeška na nivoju barometra ter višino barometra.

Zaradi navedenih vplivov je v nalogi podrobneje opisano zemeljsko težnostno polje ter višinski sistemi, ki so v uporabi. Za konec je narejen še odčitek na živosrebrnem barometru Princo 469 NOVATM Economy model, za katerega so opravljene vse potrebne redukcije.

BIBLIOGRAPHY and CONTENT OVERVIEW

- UDC:** 528.27: 551.508.4 (043.2)
- Author:** Marko Mlinar
- Supervisor, cosupervisor:** doc. dr. Tomaž Ambrožič, doc. dr. Miran Kuhar
- Title:** Establishing influential quantities for the purpose of Princo 469 NOVATM Economy model mercury barometer reading reduction
- Notes:** 168 p., 14 tab., 20 fig., 166 eq., 6 attech.
- Key words:** air pressure, mercury barometer, acceleration of gravity, gravimeter, altitudes, reductions, corrections

Abstract:

My thesis thoroughly examines influences, which directly affect mercury barometer readings. In order to obtain true values of the air pressure, the following influences must be taken into consideration: mercury temperature, Earth's gravity, correction of the instrumental error, which includes the influence of inaccurate instrument setting and the influence of scale error, capillarity and defective vacuum space. With regard to the indicated influences the value of air pressure is obtained at standard temperature and gravity. For the purpose of individual barometer readings comparison, the readings must be reduced to the mean sea level or reference level, where the geopotential altitude of a barometer is needed. So as to establish individual corrections, the value of the acceleration of gravity on barometer level and the altitude of the barometer had to be determined.

Due to above mentioned influences this thesis discusses the Earth's gravity field and vertical systems that were used. Finally, readings on »Princo 469 NOVATM Economy model« mercury barometer have been made providing that all the required reductions have been carried out.

ZAHVALA

*Zahvaljujem se mentorju doc. dr. Tomažu Ambrožiču
in somentorju doc. dr. Miranu Kuharju za pomoč
in nasvete, ki sta mi jih nudila tekom izdelave moje
diplomske naloge. Zahvaljujem pa se tudi vsem, ki ste
mi stali ob strani in me bodrili, da je končno prišlo do
tega prelomnega trenutka v mojem življenju.*

ISKRENA HVALA!

KAZALO VSEBINE

1	UVOD	23
2	OZRAČJE	25
2.1	Sestava zraka	26
2.2	Značilne plasti v ozračju	28
2.3	Potek temperature, gostote in tlaka z višino	30
2.3.1	Hidrostatično ravnotežje	30
2.3.2	Potek tlaka z višino	31
2.3.3	Višina izračunana iz tlaka	33
2.4	ICAO standardna atmosfera (povzeto po: (ICAO, 1993)¹ ter URL1)	34
2.4.1	Osnovna načela in formule	34
2.4.2	Hidrostatična enačba ter zakon idealnega plina.....	35
2.4.3	Geopotencialne in geometrične višine, težnostni pospešek.....	37
2.4.4	Temperatura in vertikalni temperaturni gradient	39
2.4.5	Zveza med spremenljivkami v troposferi	40
2.4.5.1	<i>Tlak in vertikalni premik oz. spreminjanje tlaka z višino</i>	40
3	TEŽNOSTNO POLJE ZEMLJE	43
3.1	Enote za težnostni pospešek	43
3.2	Definicija težnostnega polja	44
3.3	Geometrija težnostnega polja	48
3.4	Normalno težnostno polje Zemlje	50
3.4.1	Normalno težnostno polje	50
3.4.1.1	Geodetski referenčni sistem.....	54
3.5	Nepravilnosti težnostnega polja oziroma anomalija potenciala	56
3.5.1	Redukcija težnosti.....	59
3.5.1.1	<i>Popravek prostega zraka ter anomalija prostega zraka</i>	63

3.5.1.2	<i>Bouguerov popravek ter Bouguerova anomalija</i>	63
3.5.1.3	<i>Izostatski popravki</i>	67
4	MERJENJE ZRAČNEGA TLAKA	69
4.1	Splošna načela in enote	69
4.2	Instrumenti za merjenje zračnega tlaka	70
4.3	Živosrebrni barometer	70
4.3.1	Osnovni principi ter zahteve.....	70
4.3.2	Lastnosti postajnega živosrebrnega barometra.....	73
4.3.3	Standardni pogoji	75
4.3.3.1	<i>Standardna temperatura in gostota živega srebra</i>	75
4.3.3.2	<i>Standardna težnost</i>	75
4.3.4	Skale barometrov.....	76
4.3.5	Izpostavljanje in upravljanje	76
4.3.6	Metode opazovanja in meje natančnosti odčitavanja	78
4.3.7	Popravki in redukcije barometriškega stanja.....	80
4.3.7.1	<i>Instrumentalni popravek</i>	81
4.3.7.2	<i>Popravek zaradi vpliva zemeljske težnosti</i>	81
4.3.7.3	<i>Temperaturni popravek</i>	82
4.3.8	Glavni viri napak.....	84
4.3.8.1	<i>Vpliv vetra</i>	84
4.3.8.2	<i>Nezanesljivost temperature instrumenta</i>	84
4.3.8.3	<i>Okvarjen vakuumski prostor</i>	85
4.3.8.4	<i>Kapilarna depresija površine živega srebra</i>	85
4.3.8.5	<i>Nepopolna vertikalnost</i>	86
4.3.8.6	<i>Splošna natančnost popravljenega odčitka tlaka</i>	86
4.3.9	Redukcija tlaka na standardni nivo (povzeto po: (WMO, 1961) in URL5)	87
4.3.10	Lokalni težnostni pospešek	89
4.3.10.1	<i>Formula za težnost na nivoju morja</i>	91
4.3.10.2	<i>Izračun lokalnega težnostnega pospeška</i>	92
4.3.11	Določitev lokalnega težnostnega pospeška.....	92
4.3.11.1	<i>Uporaba gravimetra (povzeto po: WMO, 1961)</i>	92

4.3.11.2	<i>Uporaba Bouguerove anomalije</i>	93
4.3.11.3	<i>Teoretični izračun lokalnega težnostnega pospeška</i>	94
5	DOLOČITEV LOKALNEGA TEŽNOSTNEGA POSPEŠKA ZA REDUKCIJO BAROMETRIČNEGA ODČITKA ŽIVOSREBRNEGA BAROMETRA PRINCO 469 NOVA™ ECONOMY MODEL	96
5.1	Natančnost določitve lokalnega težnostnega pospeška za barometrični odčitek živosrebrnega barometra Princo 469 NOVA™ Econoy model	96
5.2	Določitev lokalnega težnostnega pospeška z relativnim gravimetrom SCINTREX CG-3M	97
6	SISTEMI VIŠIN	101
6.1	Geopotencialne kote	104
6.2	Dinamične višine	107
6.3	Ortometrične višine	109
6.4	Normalne višine	111
6.5	Normalne ortometrične višine	113
6.6	Elipsoidne višine	114
6.7	Geopotencialne višine (povzeto po: URL3)	116
7	DOLOČITEV VIŠINE ŽIVOSREBRNEGA BAROMETRA PRINCO 469 NOVA™ ECONOMY MODEL	126
7.1	Potrebna natančnost določitve višine	126
7.2	Način in izračun določitve višine barometra	128
7.2.1	Vplivi na merjenje dolžin z merskim trakom (povzeto po: Möser et al., 2000)	135
7.2.2	Izračun posameznih popravkov oz. korekcij odčitkov na merskem traku.....	139
7.2.3	Izračun višine reperja R_{KAL} ter višine začetne točke barometra	141
7.2.4	Pretvorba normalne ortometrične višine ničelne točke barometra v geopotencialno višino	144

8	PRIMER ODČITKA NA ŽIVOSREBRNEM BAROMETRU PRINCO NOVATM ECONOMY MODEL	469 145
9	ZAKLJUČEK	150
	VIRI	153
	PRILOGE	157

KAZALO SLIK

<i>Slika 2.1: Približno eksponentno upadanje zračnega tlaka in gostote zraka z višino</i>25
<i>Slika 2.2: Številska gostota molekul in atomov posameznih sestavin zraka po višini</i>27
<i>Slika 2.3: Razdelitev ozračja (a) sprememba temperature, b) sprememba tlaka, c) delitev po sestavi zraka)</i>28
<i>Slika 3.1: Gravitacijska in centrifugalna sila ter sila teže</i>45
<i>Slika 3.2: Nivojske ploskve(geoid) in težiščnice</i>48
<i>Slika 3.3: Geoid in referenčni elipsoid</i>57
<i>Slika 3.4 (levo): Princip redukcije težnosti, elementarno telo je kvader</i>61
<i>Slika 3.5 (desno): Princip redukcije težnosti, elementarno telo je valj</i>61
<i>Slika 3.6: Model topografije za topografski popravek ter model Bouguerove plošče</i>64
<i>Slika 3.7: Topografski popravek</i>66
<i>Slika 4.1: Faze v razvoju živosrebrnega barometra</i>71
<i>Slika 4.2: Živosrebrni barometer tipa Fortin (model 453X High Altitude Barometer)</i>74
<i>Slika 4.3: Nastavitev rezervoarja na začetno oz. ničelno točko</i>78
<i>Slika 4.4: Primeri odčitkov nonija</i>80
<i>Slika 6.1: Princip geometričnega nivelmana</i>102
<i>Slika 6.2: Geopotencialna kota</i>104
<i>Slika 6.3: Normalne višine</i>113
<i>Slika 6.4: Primerjava radijev R_{elipsoid}, R_{wgs}, R_{ussa} in R_{smt}</i>122
<i>Slika 7.1: Lokacija reperjev ter potek nivelmanske zanke</i>130
<i>Slika 7.2: Skica prenosa višine</i>133

KAZALO TABEL

<i>Tabela 2.1: Sestava suhega zraka pri tleh (vrednosti so zaokrožene; standard ICAO).....</i>	26
<i>Tabela 2.2: Osnovne konstante in značilnosti privzete za izračun ICAO standardne atmosfere</i>	36
<i>Tabela 2.3: Temperatura in vertikalni temperaturni gradienti</i>	42
<i>Tabela 3.1: Enote v gravimetriji.....</i>	44
<i>Tabela 5.1: Spreminjanje tlaka glede na spremembo težnostnega pospeška</i>	97
<i>Tabela 7.1: Odčitki na reperju MN-101 ter na lati spredaj R_{101} ter višinske razlike</i>	130
<i>Tabela 7.2: Odčitki in višinske razlike nivelmanske zanke.....</i>	131
<i>Tabela 7.3: Višinske razlike in dolžine med posameznimi reperji.....</i>	131
<i>Tabela 7.4: Odčitki na merskem traku in merilčku</i>	133
<i>Tabela 7.5: Odčitki na latah</i>	134
<i>Tabela 7.6: Odčitki na merskem traku, izraženi v metrih.....</i>	135
<i>Tabela 7.7: Izračunani popravki odčitkov ter popravljene vrednosti odčitkov.....</i>	141
<i>Tabela 7.8: Odčitki pri prenosu višin iz reperja R_{KAL}</i>	142
<i>Tabela 7.9: Odčitki ter višinske razlike v metrih.....</i>	143

KAZALO PRILOG

<i>PRILOGA A: Topografija reperja MN-101 (povzeto po: URL6)</i>	157
<i>PRILOGA B: Topografija reperja 18/1 (povzeto po: URL6)</i>	159
<i>PRILOGA C: Izpis rezultatov izravnave zanke iz programa VIM</i>	161
<i>PRILOGA D: Certifikat merskega traku</i>	163
<i>PRILOGA E: Izpis rezultatov izravnave(prenosa višine v 4. nadstropje) iz programa VIM</i>	165
<i>PRILOGA F: Izpis iz avtomatske redukcije vrednosti tlaka</i>	167

OKRAJŠAVE IN SIMBOLI

EUVN	Evropska višinska mreža (European Vertical Network)
GPU	Geopotencialno število (Geopotential Unit)
IAG	Mednarodno združenje za geodezijo (International Association of Geodesy)
ICAO	Mednarodna organizacija za civilno letalstvo (International Civil Aviation Organisation)
IGSN71	Mednarodna težnostna standardizirana mreža 1971 (International Gravity Standardisation Net 1971)
IUUG	Mednarodno združenje za geodezijo in geofiziko
GRS80, (GRS 1980)	Geodetski referenčni sistem 1980 (Geodetic Reference System 1980)
SI	Mednarodni sistem enot (<i>Système International d'Unités</i>)
NAP	Niželna točka v Amsterdamu (Normal Amsterdams Peil)
NAVD88	Severno ameriška nivelmanska mreža (North American Vertical Datum 1999)
REUN	Evropska nivelmanska mreža (Reseau Europeen Unifie de Nivellement)
SMT	Smithsonijeve meteorološke tabele (Smithsonian Meteorological Tables)
WGS-84	Svetovni geodetski sistem 1984 (World Geodetic System 1984)
WMO	Svetovna meteorološka organizacija (World Meteorological Organisation)

1 UVOD

Okrog zemeljskega površja se nahaja plinasti ovoj, ki mu pravimo atmosfera. Atmosfera je deljena na različne plasti, ki se med seboj razlikujejo po sestavi. Atmosfera oziroma zrak okrog Zemlje je zmes različnih plinov. Celotna atmosfera pa ima svojo maso. Ker je podvržena zemeljskemu težnostnemu polju, deluje na površje Zemlje sila tlaka. Zračni tlak, kot imenujemo silo tlaka atmosfere, ki deluje na enoto površine, lahko merimo z različnimi instrumenti, odvisno od zahtevane natančnosti. Za meteorološke namene se zračni tlak na splošno meri z živosrebrnimi barometri, le v primerih, ko ni potrebna velika natančnost z aneroidi ali z hipsometri. V nalogi bomo poskušali opisati postopek merjenja z živosrebrnim barometrom.

Poznamo dve vrsti živosrebrnih barometrov, in sicer živosrebrni barometer z fiksnim rezervoarjem in živosrebrni barometer s premičnim rezervoarjem (tip Fortin). Barometri so izpostavljeni ozračju, zato na njih vplivajo različni vplivi, ki neposredno vplivajo na odčitke barometra. Zato je potrebno uvesti različne popravke za posamezne vplive ter ugodne postavitve barometra, da dobimo čim bolj pravilne odčitke zračnega tlaka.

Ker ima Zemlja svoje težnostno polje ter to polje neposredno vpliva na vrednost zračnega tlaka, bomo v nalogi predstavili geometrijo težnostnega polja Zemlje. Zračni tlak je odvisen tudi od višine, saj se gostota zraka z višino manjša pa tudi težnostni pospešek z višino pada, tako da tudi tlak z višino pada. V ta namen bomo predstavili še višinske sisteme, ki jih poznamo geodeti ter višinski sistem, ki ga uporabljajo meteorologi.

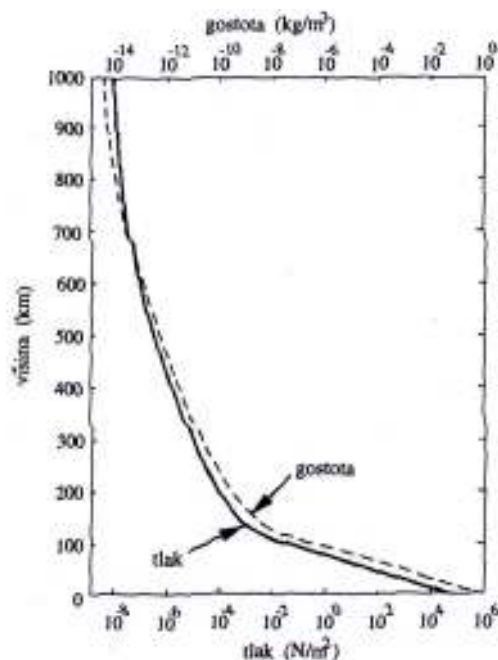
V stavbi Fakultete za gradbeništvo in geodezijo se nahaja v 4. nadstropju živosrebrni barometer tipa Fortin, in sicer barometer: Princo 469 NOVATM Economy model. Da bomo lahko uporabljali odčitke barometra, moramo zadostiti pogojem, ki jih obravnava naloga. Da lahko določimo vrednost zračnega tlaka, moramo poznati težnostni pospešek na višini barometra. Zato smo težnostni pospešek tudi določili. Za primerjavo vrednosti zračnega tlaka z vrednostmi drugih postaj po svetu, pa moramo poznati višino barometra, da lahko

reduciramo vrednost zračnega tlaka na srednji nivo morja, saj le tako lahko primerjamo posamezne vrednosti med sabo.

2 OZRAČJE

Plinasti ovoj okrog Zemlje je najgostejši pri tleh, z višino pa gostota in tlak (ki je približno hidrostatsičen in je torej posledica teže zraka) padata približno eksponentno (*Slika 2.1*). Tako ne moremo reči, kje je zgornja meja ozračja, ker te zgornje meje ni. Toda, če se omejimo npr. na relativne deleže, je 80 % ali 90 % vse mase zraka pod višino 11 km oz. 16 km in 99 % vse mase zraka pod višino okrog 30 km.

Spodnji del ozračja, *troposfera*, v kateri se dogaja vreme, sega nad ekvatorialnimi predeli kakšnih 17 km visoko, v polarnih predelih pa tja do višine okrog 9 km. Debelina troposfere, v kateri je kakšnih 80 % vse mase zraka, je povprečno okrog 11 km. V primerjavi z velikostjo Zemlje, katere polmer znaša okrog 6400 km, je torej ozračje zelo tanko (Rakovec, Vrhovec, 2000).



Slika 2.1: Približno eksponentno upadanje zračnega tlaka in gostote zraka z višino (Rakovec, Vrhovec, 2000, str. 33).

2.1 Sestava zraka

Zrak sestavljajo nekateri plini v stalnih razmerjih, drugih, kot npr. vodne pare, je ponekod več, drugje manj. Poleti je pri tleh na splošno več vlage, pozimi pa manj. Delež glavni sestavin zraka kaže *Tabela 2.1*. Največ je dušika N_2 in kisika O_2 . V zraku so poleg argona Ar , katerega delež je okrog 1 %, še drugi žlahtni plini (neon Ne , kripton Kr in ksenon Xe), ki prispevajo skupaj pod 0,01 %. V ozračju je tudi nekaj metana CH_4 . Poleg molekularnega kisika O_2 sta predvsem v višjih plasteh ozračja tudi triatomni ozon O_3 in enoatomni kisik O . Vodne pare je od nekaj promil do nekaj odstotkov.

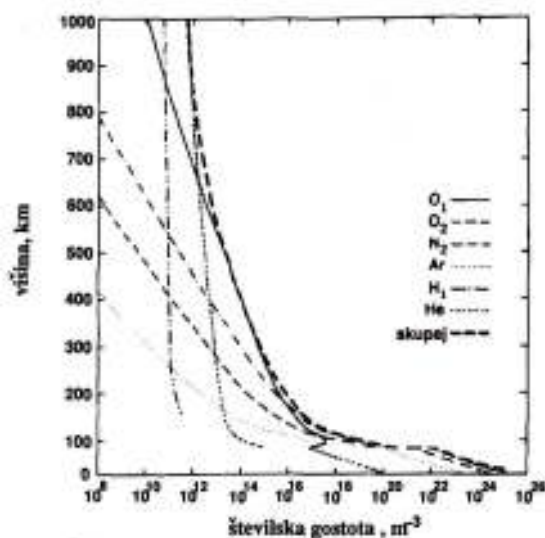
Ker so molekule nekaterih sestavin zraka težje, drugih pa lažje (*Tabela 2.1*), bi bili v povsem mirnem ozračju težji plini zbrani bolj pri tleh, lažji pa bolj v višinah. Toda v atmosferi so vertikalni tokovi in vertikalno mešanje. Zato so stalne sestavine zraka med seboj dobro premešane in do višine nekaj deset kilometrov je njihovo razmerje precej stalno. Omenjeno odvisnost deleža od višine pa opazimo v visokih plasteh ozračja, nad višino kakšnih 100 km, kjer prevladata vodik in helij nad drugimi, težjimi molekulami ali atomi (*Slika 2.2*).

Tabela 2.1: Sestava suhega zraka pri tleh (vrednosti so zaokrožene; standard ICAO),
(Rakovec, Vrhovec, 2000, str. 34)

Plin	Molekulska masa M_i	Volumski delež (%)	Masni delež (%) [*]
Dušik N_2	28	78	75,5
Kisik O_2	32	21	23,1
Argon Ar	40	0,9	1,3
Ogljikov dioksid CO_2	44	0,03 ^{**}	0,05 ^{**}

^{*} masni delež je izračunan iz volumskega deleža z množenjem M_i/M ,

^{**} pomembne spremembe od kraja do kraja in časa.



Slika 2.2: Številski gostota molekul in atomov posameznih sestavin zraka po višini (Rakovec, Vrhovec, 2000, str. 35).

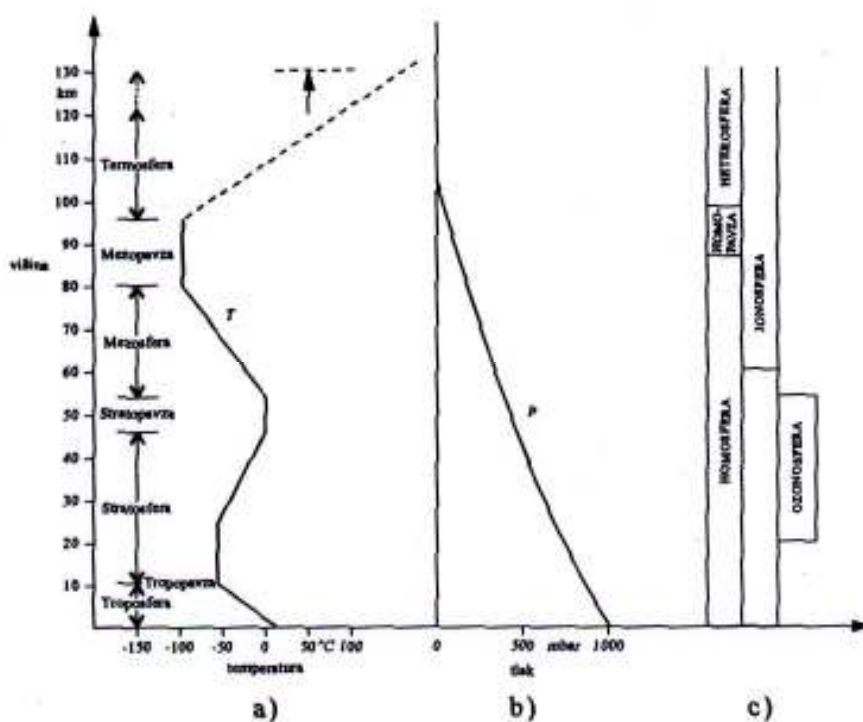
Lokalno ali regionalno so v zraku še plini, izpuščeni iz industrijskih procesov, kurišč, izpuhi iz avtomobilov in podobno, ki jim pravimo polutanti: npr. žveplov dioksid SO_2 dosega koncentracije do okrog 100 ppmv (volumskih delov na milijon delov vsega zraka), delež dušikovega dioksida NO_2 pa je do okrog 2 ppmv. To je malo v primerjavi z di-dušikovim oksidom N_2O , ki je stalna sestavina zraka in ga je 50 ppmv.

Zaradi nekaterih spremenljivih sestavin je tudi molska masa zraka kot mešanice plinov nekoliko spremenljiva. Za suh, čist zrak bi dobili povprečno vrednost molske mase zraka $M = 28,966 \text{ kg/kmol}$. Z uporabo plinske enačbe in s standardnimi vrednostmi na morskem nivoju: za temperaturo $15 \text{ }^\circ\text{C}$, za gostoto $1,225 \text{ kg/m}^3$ in tlak $1013,25 \text{ hPa}$ pa dobimo za molsko maso zraka $M = 28,964 \text{ kg/kmol}$. Približno si zapomnimo $M = 29 \text{ kg/kmol}$.

Poleg plinov so v zraku še trdni delci in kapljice, ki jim pravimo aerosol; to so naravni delci: prah, pelod, dim od gozdnih požarov, kapljice in sol iz morja ter delci, ki so posledica človekovih dejavnosti, npr. dim iz dimnikov in izpuhi (Rakovec, Vrhovec, 2000).

2.2 Značilne plasti v ozračju

Ozračje delimo na plasti po različnih kriterijih: po sestavi zraka, po medsebojnem vplivu ozračja in površine Zemlje, po temperaturni spremembi in po vplivu ozračja na leteče objekte, predvsem pa glede na hidrostatično stabilnost, ki je odvisna od poteka temperature z višino. Do višine 130 km je razdelitev ozračja prikazana na *Sliki 2.3*.



Slika 2.3: Razdelitev ozračja (a) sprememba temperature, b) sprememba tlaka, c) delitev po sestavi zraka), (Stropnik, 2001, str. 36).

Po sestavi zraka delimo ozračje v:

- *homosfero* (do višine 95 km), znotraj nje je v plasti med višinama 20 in 55 km največja koncentracija ozona, zato se ta plast imenuje *ozonosfera*; največja koncentracija ionov in elektronov je nad višino 50 do 60 km, zato se ta plast imenuje *ionosfera*, in

- *heterosfero*, ki je nad višino 95 km.

Glede medsebojnega vpliva ozračja in površine Zemlje ločimo *mejno plast* in *prosto ozračje*. Mejna plast je do višine 1,5 km in v njej so največji vplivi trenja (neposreden dinamičen vpliv tal), medtem ko v prostem ozračju, ki je nad to plastjo, lahko trenje zanemarimo.

Glede spremembe temperature po višini oziroma glede na hidrostatično stabilnost, ki je odvisna od poteka temperature z višino ločimo naslednje plasti:

- *troposfera* je spodnja plast in sega do višine 11 km. V njej temperatura pada v povprečju 6,5 °C/km višine, kar omogoča občasno hidrostatično labilnost, zato so tudi vertikalni zračni tokovi in vremenska dogajanja. Sledi *tropopavza*, v kateri padanje temperature preide v izotermijo. Nad njo je
- *stratosfera* do višine okoli 50 km. V tej plasti je do višine okoli 25 km temperatura konstantna, nato pa raste v povprečju 2,8 °C/km do višine okoli 47 km. Ker z višino narašča temperatura, je glavna značilnost stratosfere močna hidrostatična stabilnost, ki zavira vsa morebitna vertikalna gibanja. V *stratopavzi*, ki je na višini med 45 in 54 km je temperatura okoli 0 °C,
- *mezosfera*, ki sega do višine 80 km, kjer temperatura ponovno pada v povprečju za 3,5 °C/km do prehodne plasti med 80 in 95 km, kjer je temperatura med -85 °C in -90 °C in jo imenujemo *mezopavza*, nad njo je
- *termosfera*, ki sega do višine okrog 400 km in kjer temperatura ponovno raste in doseže vrednost nad 700 °C do okrog 1000 °C, sledi še
- *eksosfera*, najbolj zunanja plast ozračja, ki prehaja v medplanetarni prostor.

2.3 Potek temperature, gostote in tlaka z višino

Temperatura zraka, ki je različna iz kraja v kraj, se med letom spreminja, predvsem pri tleh pa se spreminja tudi v dnevnem ciklusu ter seveda glede na vreme. Ob tem, da se včasih nad nekim območjem zbere večja masa zraka, drugič pa je tam zraka manj, se spreminja tudi tlak. Zato v ozračju ni neke stalne porazdelitve temperature, tlaka in gostote niti po horizontalni smeri niti z višino. Povprečno dobimo z merjenji in modelskimi izračuni za celotno površino Zemlje neko porazdelitev teh količin po višini. Predvsem za potrebe letalstva (altimetrije – določanje višine preko merjenja tlaka) je bilo v zgodovini usklajenih že kar nekaj t.i. *standardnih atmosfer*. Mednarodni standard do višine 80 km nad tlemi je usklajen med Svetovno meteorološko organizacijo (WMO) in Mednarodno organizacijo za civilno letalstvo (ICAO) in od njega se posamezni nacionalni standardi nekoliko razlikujejo le v velikih višinah, npr. ameriški nad 32 km (Rakovec, Vrhovec, 2000). *Sliki 2.1 in 2.3* prikazujeta spremembo temperature, tlaka in gostote z višino.

Zrak v ozračju skoraj nikoli ne miruje. Toda čeprav se giblje, je možno, da po vertikali velja hidrostatično ravnotežje. Torej tu uporaba besede „statika“ oz. „statično“ še ne pomeni mirovanja zraka: pomeni le, da ni vertikalnih pospeškov, da sta torej medsebojno uravnotežena teža in vzgon (Rakovec, Vrhovec, 2000).

2.3.1 Hidrostatično ravnotežje

Kadar sta si v ravnovesju sili *vzгона* (\equiv *vertikalna komponenta gradientne sile*) in *teže*, velja po vertikali hidrostatično ravnotežje:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dh} = g \quad (2.1)$$

V ozračju, ki je v hidrostatičnem ravnotežju, sta torej masa zraka, in s tem tlak, tako razporejena, da je povsod vertikalni del gradientne sile (vzgon) ravno nasprotno enak sili teže:

če je sila teže nekaj večja, se zrak še malo sesede proti tlom, če pa je večji, se še nekoliko dvigne navzgor, dokler se ne vzpostavi ravnotežje. Sile v horizontalni smeri so lahko ob tem v ravnovesju ali v neravnovesju (Rakovec, Vrhovec, 2000). Enačba (2.1) ne trdi, da zrak miruje, temveč le opredeljuje, kako sta masa oz. gostota in z njima zračni tlak razporejeni oz. kako se zračni tlak spreminja z višino:

$$\frac{dp}{dh} = -\rho g \quad (2.2)$$

Ker velja tudi enačba stanja za idealni plin: $p = \rho RT$, lahko gostoto, ki je v ozračju ne moremo preprosto meriti, v enačbi (2.2) nadomestimo s tlakom in temperaturo, ki ju redno merimo, $\rho = \frac{p}{RT}$ in dobimo:

$$\frac{dp}{dh} = -\frac{pg}{RT} \quad (2.3)$$

Kjer in kadar je zrak bolj gost (nižje pri tleh in ob bolj hladnem vremenu – torej pri nižji temperaturi), tlak bolj pada z višino, kjer je bolj redek (v višinah, ali kadar je bolj toplo), pa je padec z višino manjši. Ne prav visoko v ozračju, kjer je gostota zraka npr. 1 kg/m^3 , je padec tlaka za 1 mbar na 11 metrov. Na višini okrog 5500 m, kjer je gostota le še $0,5 \text{ kg/m}^3$, je padec tlaka 1 mbar na vsakih 22 metrov. Padec tlaka z višino je torej odvisen od gostote oz. od temperature zraka.

2.3.2 Potek tlaka z višino

Enačbo (2.3) integriramo od začetne višine in tlaka na tej višini: $h = h_1$ in $p = p_1$, do poljubne višine h in do tlaka p na tej višini:

$$\int_{p_1}^p \frac{dp}{p} = -\int_{h_1}^h \frac{g dh}{RT} \quad (2.4)$$

Pri tem se moramo zavedati, da temperatura zraka z višino ni konstantna. Za natančno integracijo enačbe, ki daje potek tlaka p z višino h , bi morali poznati potek temperature T . Podatke o temperaturi lahko dobimo npr. z merjenji z radiosondo. Če podatkov o poteku temperature z višino nimamo, se zadovoljimo s podatkom o povprečni temperaturi (ali pa s približno vrednostjo) v plasti med h_1 in h :

$$\langle T \rangle = \frac{1}{h - h_1} \int_{h_1}^h T dh \quad (2.5)$$

Pri takšnem načinu integracije dobimo potek tlaka z višino:

$$p = p_1 \exp\left(-\frac{g(h - h_1)}{R\langle T \rangle}\right) \quad (2.6)$$

Kadar pa vsaj približno poznamo potek temperature T z višino, npr., da ga aproksimiramo z linearnim približkom: $T = T_1 + \frac{dT}{dh}(h - h_1)$, ko torej poznamo povprečen vertikalni temperaturni gradient v plasti

$$\frac{dT}{dh} = \beta.$$

Takrat je rezultat integracije:

$$p = p_1 \left[1 + \beta \frac{h - h_1}{T_1} \right]^{-\frac{g}{R\beta}}. \quad (2.7)$$

Obe rešitvi veljata samo, če poznamo pravo povprečje temperature v plasti oz. pravilni linearni približek poteka temperature v plasti med h_1 in h .

Spodnja meja integracije je odvisna od potreb. Včasih integriramo od tal navzgor: tedaj $h_I = h_s$ in $p_I = p_s$. Pogosto pa tudi od morskega nivoja navzgor, tedaj $h_I = 0$, $p_I = p_0$ in $T_I = T_0$, ter:

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{gh}{R\langle T \rangle}\right) \quad (2.8)$$

oziroma:

$$p = p_0 \left[1 + \beta \frac{h}{T_0}\right]^{-\frac{g}{R\beta}}. \quad (2.9)$$

2.3.3 Višina izračunana iz tlaka

Potek tlaka z višino uporabljamo tudi za določanje višine z aneroidnimi višinomeri – merjenje višine poimenujemo tudi *altimetrija*. Take aneroide kot višinomere uporabljajo npr. planinci ali letalci. Aneroid meri tlak in če je dobro umerjen, lahko izmeri tlak pravilno (natančno pač v skladu s svojo preciznostjo). Toda višina, preračunana iz (pravilno izmerjenega) tlaka, ni nujno pravilna. Iz enačbe (2.6) dobimo:

$$h = h_1 + \frac{R\langle T \rangle}{g} \ln\left(\frac{p_1}{p}\right). \quad (2.10)$$

Vidimo, da je izračunana višina odvisna od tlaka p_I pri izhodišču h_I in od povprečne temperature $\langle T \rangle$ za plast med h_I in h (g in R pa sta poznani konstanti). Višinomeri imajo poleg okrogle skale za tlak (npr. v milibarjih) še eno vrtljivo skalo za višino. Če poznamo tlak p_I pri izhodišču h_I , lahko s pravilno zavrtitvijo vrtljive skale naravnamo višinomer glede na izhodiščno vrednost p_I na višini h_I . Še vedno pa ostane negotovost glede povprečne temperature $\langle T \rangle$. Samo, če bi poznali njeno pravo vrednost, bi lahko višino izračunali pravilno. V praksi so napake neizogibne. Če upoštevamo prenizko temperaturo glede na

dejanske razmere, bomo izračunali premajhno višino, če pa v računu upoštevamo previsoko temperaturo, bo višina prevelika. Pravilno vrednost višine lahko določimo le, če poznamo T (Rakovec, Vrhovec, 2000)!

2.4 ICAO standardna atmosfera (povzeto po: (ICAO, 1993)¹ ter URL1)

Fizikalni parametri ozračja kot so: temperatura, gostota in tlak, se krajevno in časovno zelo spreminjajo, zato lahko govorimo samo o nekih srednjih vrednostih teh parametrov. Zaradi tega je bila dogovorno sprejeta *standardna atmosfera – ICAO standardna atmosfera*. ICAO standardna atmosfera do višine 80 km je nastala v sodelovanju dveh mednarodnih organizacij, in sicer Svetovne meteorološke organizacije (WMO – World Meteorological Organization) ter Mednarodne organizacije za civilno letalstvo (ICAO – International Civil Aviation Organization).

Standard ICAO atmosfere je predviden za uporabo izračunov pri oblikovanju letal, v predstavitvi rezultatov testov letal in njihovih komponent pod enakimi pogoji ter za olajšanje standardizacije pri izdelavi in kalibraciji instrumentov. Njegova uporaba pa je tudi priporočljiva pri obdelavi geofizikalnih podatkov ter pri meteoroloških opazovanjih.

2.4.1 Osnovna načela in formule

Standard ICAO atmosfere vsebuje tabele za korekcije posameznih količin. Tabele so bile izračunane z domnevo, da je zrak idealen plin – brez vlage (suh) in prahu, ki je osnovan na dogovorjenih začetnih vrednostih temperature, tlaka in gostote zraka za srednji morski nivo. Naslednje konstante in značilnosti so uporabljene za izračune:

- γ_0 standardni težnostni pospešek. Ustreza geografski širini $\varphi = 45^\circ 32' 33''$ z uporabo Lambertove enačbe za težnostni pospešek kot funkcijo geografske širine φ :

¹ Manual of the ICAO standard atmosphere extended to 80 kilometres (262 500 feet).

$$\gamma_{\varphi} = 9,80616(1 - 0,0026373 \cos 2\varphi + 0,0000059 \cos^2 2\varphi); \quad (2.11)$$

- M_0 srednja molska masa na morskem nivoju, ki jo dobimo z uporabo zakona o idealnem plinu (enačba (2.13)), če vstavimo osnovne konstante p_0 , ρ_0 , T_0 , R^* (glej *Tabelo 2.2*);
- p_0 zračni tlak na morskem nivoju;
- R^* splošna plinska konstanta;
- $R = R^*/M_0$ specifična plinska konstanta;
- T_i temperatura ledišča za srednji morski nivo;
- T_0 temperatura na morskem nivoju;
- t_i temperatura ledišča za srednji morski nivo v °C;
- t_0 temperatura za morski nivo v °C;
- ρ_0 gostota zraka za morski nivo.

Njihove vrednosti so podane v *Tabeli 2.2*.

2.4.2 Hidrostatska enačba ter zakon idealnega plina

Atmosfera je podvržena gravitaciji. Pogoji statičnega ravnotežja zraka so določeni z hidrostatsko enačbo (enačba (2.12)), ki povezuje zračni tlak p , gostoto ρ , težnostni pospešek g ter višino h :

$$-dp = \rho g dh \quad (2.12)$$

Zakon o idealnem plinu povezuje zračni tlak z gostoto in temperaturo, kot prikazuje enačba (2.13):

$$p = \frac{\rho R^* T}{M_0} \quad (2.13)$$

Na višinah, kot ga upošteva ta standard, je:

$$\frac{R^*}{M_0} = \text{kons tan ta} = R$$

sledi:

$$p = \rho RT \quad (2.14)$$

Tabela 2.2: Osnovne konstante in značilnosti privzete za izračun ICAO standardne atmosfere

Simbol	Vrednost	Enota
γ_0	9,80665	m/s ²
M_0	28,964420	kg/kmol
p_0	1013,250	mbar, hPa
R^*	8314,32	J/Kkmol ali kgm ² /s ² Kkmol
R	287,05287	J/Kkmol ali m ² /Ks ²
T_i	273,15	K
T_0	288,15	K
t_i	0,00	°C
t_0	15,00	°C
ρ_0	1,225	kg/m ³

2.4.3 Geopotencialne in geometrične višine, težnostni pospešek

Glede na razdelitev tlaka v atmosferi, je primerno uvesti težnostni potencial ali geopotencial Φ , ki opisuje potencialno energijo zračnega delca na določeni točki. Vsaka točka z (x, y, z) koordinatami je lahko označena z eno vrednostjo (s skalarjem) težnostnega potenciala $\Phi(x, y, z)$. Ploskev definirana z enačbo

$$\Phi(x, y, z) = \textit{kons tan ta}$$

ima enak potencial v vseh točkah in se imenuje ekvipotencialna ali nivojska ploskev. Ko se premikamo vzdolž normale, od katerekoli točke na ploskvi Φ , proti neskončno blizu oddaljeni točki, kjer je vrednost potenciala

$$\Phi_2 = \Phi_1 + d\Phi,$$

je opravljeno delo za dvig enote mase iz prve ploskve na drugo:

$$d\Phi = g(h)dh, \tag{2.15}$$

od tod:

$$\Phi = \int_0^h g(h)dh. \tag{2.16}$$

Pri deljenju geopotenciala Φ s standardnim težnostnim pospeškom γ_0 dobimo dolžinsko mero, ki predstavlja H :

$$H = \frac{\Phi}{\gamma_0} = \frac{1}{\gamma_0} \int_0^h g(h)dh. \tag{2.17}$$

Vrednost H , izražena v metrih, je numerično enaka geopotencialni višini, ki je v meteorologiji merjena v tako imenovanih standardnih geopotencialnih metrih. Od tod se bo ta vrednost imenovala geopotencialna višina. Srednji morski nivo je vzeta za referenco oziroma je ničelni nivo za geopotencialno in geometrično višino.

Standardni geopotencialni meter (m'), ki je enak $9,80665 \text{ m}^2/\text{s}^2$, je sprejela Svetovna meteorološka organizacija leta 1972. Zamenjal je prejšnjo vrednost, ki je znašala $9,8 \text{ m}^2/\text{s}^2$.

Iz enačbe (2.17) se lahko vidi, da je potrebno za povezavo geopotencialne in geometrične višine najprej poiskati zvezo med težnostnim pospeškom ter geometrično višino h .

Znano je, da je težnost vektorska vsota gravitacijske privlačne sile ter centrifugalne sile, ki jo povzročata rotacija Zemlje. Gravitacija je zato kompleksna funkcija geografske širine in radialne oddaljenosti od središča Zemlje. Zato je izraz za težnostni pospešek običajno neroden in nepraktičen za uporabo. Za namen te standardne atmosfere je lahko pospešek g pridobljen, s primerno natančnostjo, le z uporabo Newtonovega gravitacijskega zakona z določeno izpustitvijo centrifugalnega pospeška. V tem primeru je (ICAO, 1993):

$$g = \gamma_0 \left(\frac{r}{r+h} \right)^2, \quad (2.18)$$

kjer $r = 6\,356\,766 \text{ m}$ je nominalni radij Zemlje, za katerega sta težnostni pospešek ter vertikalni gradient pospeška za srednji nivo morja zelo blizu pravi vrednosti za širino $45^\circ 32' 33''$.

Vrednost za g , ki je izračunana s poenostavljeno enačbo (2.18) z uporabo $\gamma_0 = 9,80665 \text{ m/s}^2$ do višine $60\,000 \text{ m}$, se ne razlikuje za več kot $0,001$ odstotka od vrednosti, ki je izračunana z uporabo bolj natančne enačbe (2.17).

Integracija enačbe (2.17) ter zamenjava za g z njegovo funkcijo iz enačbe (2.18), nam da naslednjo zvezo med geopotencialnimi in geometričnimi višinami:

$$H = \frac{rh}{r+h} \quad (2.19)$$

ali

$$h = \frac{rH}{r-H} . \quad (2.20)$$

2.4.4 Temperatura in vertikalni temperaturni gradient

Temperatura ledišča pod tlakom 1013,25 mbar je $T_i = 273,15$ K. Temperatura T (v kelvinih, K) je:

$$T = T_i + t , \quad (2.21)$$

kjer je t temperatura v Celzijevih stopinjah.

V kolikor se temperatura spreminja z višino, je atmosfera deljena v različne plasti. Za izračun standardne atmosfere je temperatura vsake plasti vzeta kot linearna funkcija geopotencialne višine, tako da je:

$$T = T_b + \beta(H - H_b), \quad (2.22)$$

kjer sta T_b in H_b temperatura in geopotencialna višina spodnje meje plasti in β je vertikalni temperaturni gradient $\frac{dT}{dH}$.

V troposferi je privzeta vrednost za temperaturni gradient $\left(-\frac{dT}{dH} = \beta\right)$ kot konstanta:

➤ v primeru standardnega geopotencialnega metra: $\beta = 0,0065 \text{ }^\circ\text{C/m'}$.

Zato sledi v troposferi:

$$T = T_0 - \beta H . \quad (2.23)$$

Vrednosti temperature ter njeni vertikalni gradienti, ki so sprejeti za ICAO standardno atmosfero so podani v *Tabeli 2.3*.

2.4.5 Zveza med spremenljivkami v troposferi

Kot smo omenili, je v troposferi temperaturni gradient $\left(\beta = -\frac{dT}{dH}\right)$.

2.4.5.1 Tlak in vertikalni premik oz. spreminjanje tlaka z višino

V poglavju 2.3.2 je pokazano, kako se tlak spreminja z višino. V tem poglavju bodo predstavljene enačbe, ki veljajo v troposferi.

Zamenjava enačbe (2.23) v enačbah (2.14), (2.12) in (2.24), če označimo:

$$\gamma_0 dH = gdh, \quad (2.24)$$

ter združenje rezultatov, nam da:

$$\frac{dp}{p} = \frac{\gamma_0}{R} \left(\frac{-dH}{T_0 - \beta H} \right) = \frac{\gamma_0}{\beta R} \frac{d(T_0 - \beta H)}{T_0 - \beta H}. \quad (2.25)$$

Integriranje desnega člena enačbe med mejama 0 in H nam da naslednji izraz:

$$\ln \left(\frac{p}{p_0} \right) = \frac{\gamma_0}{\beta R} \ln \left(\frac{T_0 - \beta H}{T_0} \right). \quad (2.26)$$

Naj bo

$$n = \frac{\gamma_0}{\beta R}, \quad (2.27)$$

potem je

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{T_0 - \beta H}{T_0} \right)^n = \left(\frac{T}{T_0} \right)^n. \quad (2.28)$$

Če rešimo enačbo (2.28), da bi dobili H kot funkcijo tlaka p , dobimo rezultat

$$H = \frac{T_0}{\beta} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{n}} \right]. \quad (2.29)$$

Če uporabimo ustrezne vrednosti za γ_0 , β in R , dobimo iz enačbe (2.27):

$$n = 5,2561 \text{ (brez enot).} \quad (2.30)$$

Tabela 2.3: Temperatura in vertikalni temperaturni gradienti

Geopotencialna višina H, km	Temperatura T, K	Temperaturni gradient β, K/km
-5	320,65	
		-6,5
0	288,15	
		-6,5
11	216,65	
		0
20	216,65	
		1
32	228,65	
		2,8
47	270,65	
		0
51	270,65	
		-2,8
71	214,65	
		-2
80	196,65	

3 TEŽNOSTNO POLJE ZEMLJE

Pomen zunanjega težnostnega polja Zemlje je lahko na splošno opisan na naslednji način.

- Zunanje težnostno polje Zemlje služi kot referenčni sistem za veliko število geodetskih merskih količin. Če hočemo reducirati količine v geometrično definiran sistem, moramo poznati težnostno polje.
- V primeru znanega razporeda vrednosti težnostnega polja na površini Zemlje lahko, v kombinaciji z drugimi geodetskimi meritvami, določimo obliko zemeljske površine.
- Kot idealizirana površina oceana je geoid nivojska ploskev težnostnega polja ter najpomembnejša referenčna ploskev za določevanje višin in višinskih razlik.
- Opazovanja umetnih Zemljinih satelitov so osnova satelitske geodezije. Ti krožijo okoli Zemlje kot posledica dejstva njene privlačne sile. Opis in izračun tirov gibanja umetnih Zemljinih satelitov ni možen brez poznavanja gravitacijskega polja Zemlje.
- Raziskave zunanjega težnostnega polja Zemlje nam podajo tudi informacijo o strukturi in lastnostih Zemljine notranjosti.

3.1 Enote za težnostni pospešek

$$1 \mu\text{ms}^{-2} = 10^{-6} \text{ms}^{-2}$$

$$1 \text{nms}^{-2} = 0,1 \mu\text{Gal}$$

$$1 \text{mGal} = 10^{-5} \text{ms}^{-2}$$

$$1 \mu\text{ms}^{-2} = 0,1 \text{mGal}$$

$$1 \text{mGal} = 10 \mu\text{ms}^{-2}$$

$$1 \text{Gal} = 1 \text{cms}^{-2}$$

$$1 \text{nms}^{-2} = 10^{-9} \text{ms}^{-2}$$

$$1 \mu\text{Gal} = 10^{-8} \text{ms}^{-2}$$

$$1 \mu\text{ms}^{-2} = 100 \mu\text{Gal}$$

$$1 \mu\text{Gal} = 0,01 \mu\text{ms}^{-2}$$

9,805 928 45 ms⁻²
 9 805 928,45 μms⁻²
 9 805 928 45 10⁻⁸ ms⁻²
 9 805 928 45 μGal
 9 805 92,845 mgal

Tabela 3.1: Enote v gravimetriji

Količina	SI enote	Uporabniške
Težnost (Težnostni pospešek)	10 ⁻² ms ⁻²	1 Gal
	10 ⁻⁵ ms ⁻²	1 mGal
	10 ⁻⁸ ms ⁻²	1 μGal
Težnostni potencial	10 m ² s ⁻² =	1 kGal
	= 1 g.p.u.	

Iz Tabele 3.1 lahko vidimo, da je SI enota za težnostni pospešek ms⁻² oz. m/s². V geodeziji se je uporabljala oz. se še občasno uporablja enota Gal (1 Gal = 1 cm/s²). Meteorologi uporabljajo enoto cm/s² iz cgs sistema, ki je bil predhodnik SI sistema. Zaradi različnih uporab posameznih skupin (geodeti in meteorologi), se v nalogi pojavljajo različne enote.

3.2 Definicija težnostnega polja

Na mirujoče telo na površini Zemlje deluje sila teže \vec{F} , ki je rezultanta gravitacijske sile $\vec{F}_{Z \rightarrow P}$ in centrifugalne sile \vec{f} .

$$\vec{F} = \vec{F}_{Z \rightarrow P} + \vec{f} \quad (3.1)$$

Gravitacijska sila med dvema telesoma je pomembna le, če je vsaj eno telo astronomsko, zato je gravitacijska sila med dvema telesoma na Zemljini površini zanemarljiva, kar pa ne velja za vpliv Zemlje na ta telesa. Newtonov gravitacijski zakon lahko uporabimo, če je velikost teles zanemarljivo majhna v primerjavi z oddaljenostjo. V nasprotnem primeru je gravitacijska sila

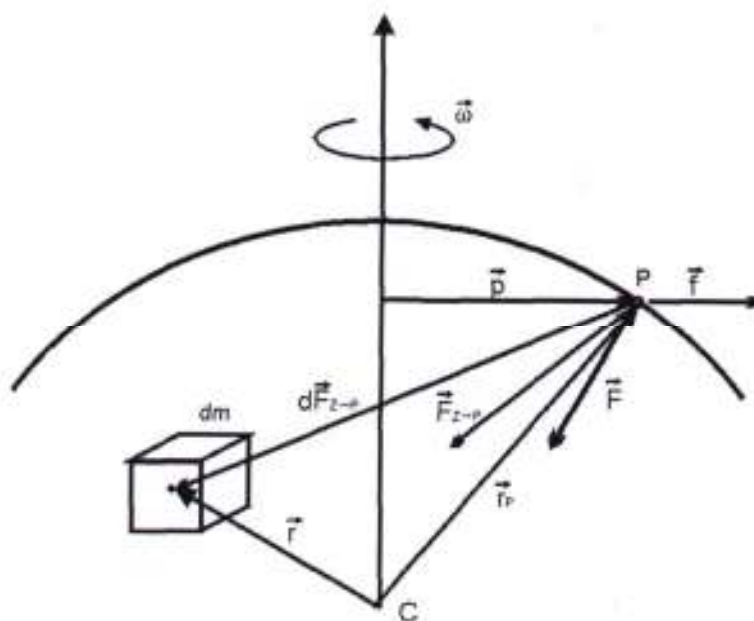
vsota delnih gravitacijskih sil med posameznimi pari točkastih delov obeh teles (Lisec, 2002).
 Gravitacijsko silo, ki deluje med Zemljo Z in telesom P z maso m , lahko zapišemo kot:

$$\vec{F}_{Z \rightarrow P} = Gm \iiint_Z \frac{\sigma(\vec{r})}{|\vec{r} - \vec{r}_P|^3} (\vec{r} - \vec{r}_P) dZ, \quad (3.2)$$

kjer je:

- G Newtonova gravitacijska konstanta ($6,673 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg s}^2$),
- σ gostota v obravnavani točki,
- \vec{r}_P radij vektor točke na površju Zemlje.

Na *Sliki 3.1* lahko vidimo pomen posameznih vektorskih količin.



Slika 3.1: Gravitacijska in centrifugalna sila ter sila teže (Lisec, 2001, str. 19)

Enačbo (3.2) lahko uporabimo za študij gravitacijske sile Zemlje na telo, ki ima glede na Zemljo zanemarljivo majhne dimenzije. Za študij gravitacijske sile moramo poznati razporeditev gostote $\sigma(\vec{r})$ v notranjosti Zemlje, za katero pa obstajajo različni približni

modeli. Ker ne poznamo dejanske razporeditve gostote v notranjosti Zemlje, je enačba (3.2) v geodeziji uporabna samo delno. Drugi problem, ki onemogoča praktično uporabo enačbe (3.2) je dejstvo, da se gostota s časom spreminja, kar pomeni, da se s časom spreminja tudi gravitacijska sila, vendar v praksi lahko njeno spremembo v času zanemarimo, z izjemo plimovanja Zemlje.

Zemlja, kot nebesno telo, pa tudi kroži okrog svoje rotacijske osi. Kot rezultat vrtenja Zemlje okrog svoje osi na telo na površini Zemlje deluje centrifugalna sila. Njen vektor je vedno pravokoten na trenutno rotacijsko os Zemlje. Nastane kot rezultat kroženja oz. kot rezultat pospešenega gibanja. Ta centrifugalna sila je le navidezna, za objekte, ki krožijo skupaj z Zemljo, ta sila izgine – je ne upoštevana. Velikost centrifugalne sile, ki deluje na masni element m , je dana z izrazom:

$$\vec{f} = \omega^2 m \vec{p}, \quad (3.3)$$

kjer je:

- \vec{p} pravokotna oddaljenost masnega elementa od rotacijske osi,
- ω kotna hitrost rotacije Zemlje ($7,292115 \cdot 10^{-5}$ rad/s).

Vektorska vsota gravitacijske in centrifugalne sile je sila teže oz. težnosti ter za masni element P na površju Zemlje velja:

$$\vec{F}(\vec{r}_p) = \vec{F}_{Z \rightarrow P} + \vec{f} = m \left[G \iiint_Z \frac{\sigma(\vec{r})}{|\vec{r} - \vec{r}_p|^3} (\vec{r} - \vec{r}_p) dZ + \vec{p} \omega^2 \right]. \quad (3.4)$$

Sila teže je enaka produktu mase m elementa P in izraza v oklepaju, ki predstavlja vektor pospeška sile teže oz. težnosti $g(\vec{r}_p)$. Za študij geometrijskih lastnosti težnostnega polja lahko uporabljamo polje težnostnega pospeška, saj v celoti podaja sliko težnostnega polja. Težnostno polje je vektorsko polje z jakostjo in smerjo, definirano v vsaki točki polja. Jakost vektorskega polja si lažje predstavljamo, ker je skalar. Enota za jakost težnostnega pospeška

je m/s^2 , v praksi pa je uveljavljena tudi enota Gal (po Gallileju), kjer je $1 \text{ Gal} = 0,01 \text{ m/s}^2 = 1 \text{ cm/s}^2$.

Ker je težnostno polje vektorsko polje, pripada vsaki točki prostora trojica števil, ki definirajo vektor. Vektorsko polje je težavno za obravnavo. Mnogo primernejše je delo s skalarnimi polji, kjer vsaki točki prostora pripada skalar. Zato za enostavnejše obravnavanje vektorskega polja uvedemo skalarno polje. Skalarna funkcija, katere parcialni odvodi, po posameznih spremenljivkah, so enaki komponentam vektorja sile težnosti, se imenuje *težnostni potencial* W . Izrazimo ga kot vsoto potenciala pospeška privlačne (gravitacijske) sile V in potenciala pospeška centrifugalne sile V_c . Pri tem je gravitacijski potencial skalarna funkcija, katere parcialni odvodi so enaki komponentam vektorja gravitacijske sile v točki P in v fizikalnem smislu predstavlja negativno delo, ki ga mora opraviti gravitacijska sila na enoto mase, da bi privedla telo iz neskončne oddaljenosti, kjer je potencial $V = 0$, v točko P. Gravitacijski potencial je dan z izrazom:

$$V(r) = G \iiint_Z \frac{\sigma(\vec{r})}{|\vec{r} - \vec{r}_P|} dZ. \quad (3.5)$$

Potencial centrifugalne sile je skalarna funkcija, katere parcialni odvodi so enaki komponentam vektorja centrifugalne sile v točki P in predstavlja energijo, ki jo ima enota mase zaradi vrtenja Zemlje okrog svoje osi. Predstavlja ga naslednji izraz:

$$V_c = \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2). \quad (3.6)$$

Težnostni potencial je tako enak

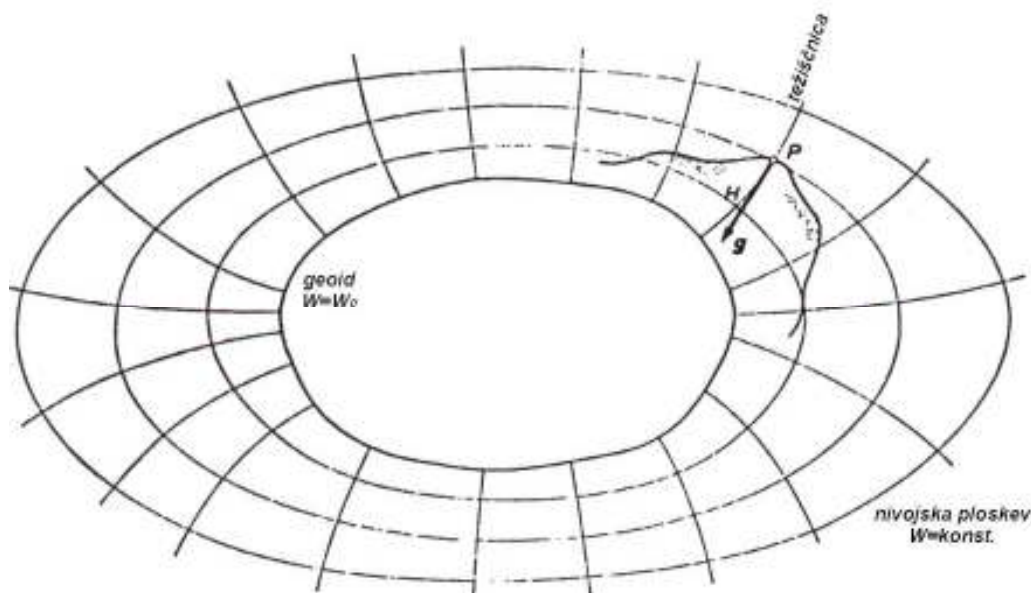
$$W(x, y, z) = V + V_c. \quad (3.7)$$

3.3 Geometrija težnostnega polja

Težnostno polje je lahko geometrično opisano s ploskvami konstantnega težnostnega potenciala. Tem ploskvam pravimo nivojske ali ekvipotencialne ploskve ali geope. Za premikanje vzdolž ekvipotencialnih ploskev ni potrebno nikakršno delo.

$$W(x, y, z) = \textit{kons tan ta} \quad (3.8)$$

Ekvipotencialne ploskve oz. nivojske ploskve so zvezne (brez prekinjenosti), gladke, zaprte ploskve in se nikoli ne sekajo. Radij ukrivljenosti ekvipotencialne ploskve se zvezno spreminja od točke do točke in je povsod konveksna ploskev. Ekvipotencialne ploskve, ki v celoti ležijo nad zemeljskim površjem, so analitične ploskve, čeprav nimajo preprostega analitičnega izraza, ker je nad površjem analitičen težnostni potencial W . To pa ni res za ekvipotencialne ploskve, ki so delno ali cele pod površjem. Takšna ekvipotencialna ploskev je geoid. Te so zvezne in gladke, niso pa analitične ploskve, ker se ukrivljenost notranjih ploskev ne spreminja zvezno z gostoto.



Slika 3.2: Nivojske ploskve (geoid) in težiščnice (Heiskanen, Moritz, 1996, str. 49).

Težnostno polje Zemlje je mogoče ponazoriti tudi s silnicami težnostnega polja, ki jim pravimo težiščnice (ponazarja jih smer grezila) in so v vsaki točki pravokotne na nivojsko ploskev. So prostorske krivulje – niso ravne ampak so rahlo ukrivljene (so fleksijsko in torzijsko ukrivljene). Vektor sile teže v vsaki točki je tangenta na težiščnico v vsaki točki, tako da lahko rečemo, da so „smer sile teže”, „navpičnica” ter „smer težiščnice” sinonimi in pomenijo dejansko isto. Tako je pospešek sile teže vedno pravokoten na nivojske ploskve in predstavlja razliko potencialov dveh ekvipotencialnih ploskev, ki sta neskončno malo oddaljeni.

$$g = -\frac{\delta W}{\delta H} \quad (3.9)$$

Težnostni pospešek je negativni vertikalni gradient težnostnega potenciala in je funkcija razdalje točke od središča zemeljskih mas, v bližini zemeljske skorje pa tudi funkcija razporeditve površinskih mas. Vrednost težnostnega pospeška na nivojskih ploskvah tako ni konstantna, posledica tega je neparalelnost nivojskih ploskev (Lisec, 2002). Enačba (3.9) prikazuje, da je težnostni pospešek negativni vertikalni gradient težnostnega potenciala W ali vertikalna komponenta gradienta vektorja $\text{grad}W$. Enačba (3.9) podaja zvezo med višino in potencialom in je osnova teorije določanja višin točk. Prikazuje neločljiv odnos, s katerim je zaznamovana geodezija: zvezo med diferencialno razliko potencialov, ki je fizikalna količina in diferencialno razliko sosednjih nivojskih ploskev, ki je geometrična količina.

Zvezo med ukrivljenostjo nivojske ploskve in vertikalno komponento gradienta težnosti podaja *Brunsova enačba* iz leta 1878, ki je še en lep primer medsebojnega odnosa med geometrično in dinamično predstavo geodezije:

$$W_{zz} = \frac{\delta g}{\delta H} = -2gJ + 4\pi G\rho - 2\omega^2, \quad (3.10)$$

kjer je:

J srednja ukrivljenost nivojske ploskve.

3.4 Normalno težnostno polje Zemlje

Kot prva aproksimacija Zemlje je lahko kroglja in kot druga pa dvoosni rotacijski elipsoid, ki se v matematičnem pogledu najbolj prilega obliki Zemlje in je tudi izbran za referenčno ploskev za določevanje položaja točk na Zemlji. Čeprav Zemlja ni idealen elipsoid, ima težnostno polje referenčnega elipsoida velik praktični pomen pri proučevanju realnega težnostnega polja Zemlje. Težnostno polje elipsoida je možno matematično enostavno izraziti in njegova odstopanja od realnega polja Zemlje so tako majhna, da jih lahko štejemo za linearna. Težnostno polje Zemlje lahko obravnavamo tako, da polje razčlenimo na *normalno težnostno polje* (težnostno polje elipsoida) in *moteče polje* (odstopanje normalnega težnostnega polja od dejanskega). Razliko med zemeljskim težnostnim poljem in normalnim težnostnim poljem opišemo z *anomalijo potenciala* oziroma motečim potencialom:

$$W(x, y, z) = U(x, y, z) + T(x, y, z), \quad (3.11)$$

kjer je:

W	potencial težnostnega polja Zemlje,
U	potencial normalnega težnostnega polja,
T	anomalija potenciala.

3.4.1 Normalno težnostno polje

Normalno težnostno polje določa referenčni rotacijski elipsoid, čigar ploskev je ekvipotencialna ploskev lastnega težnostnega polja. Takšen elipsoid imenujemo *nivojski elipsoid*. Določajo ga naslednji parametri: velika polos a , sploščenost f , masa M (enaka skupni masi Zemlje in atmosfere) ter kotna hitrost rotacije ω (enaka Zemljini). Potencial normalnega težnostnega polja nivojskega elipsoida se lahko predstavi z enačbo:

$$U = U(x, y, z), \quad (3.12)$$

kjer je potencial nivojskega elipsoida $U_0 = konst.$ enak potencialu geoida $W_0 = konst.$, torej velja:

$$U_0 = W_0. \quad (3.13)$$

Za določitev normalnega težnostnega potenciala U ni potrebno poznati podrobnega razporeda mase oz. gostote znotraj elipsoida, saj teorem *Stokes–Poincaré* pravi: „Če se telo mase M vrti s konstantno hitrostjo ω okoli fiksne osi in, če je S nivojska ploskev njegovega težnostnega potenciala takšna, da v celoti zajema njegovo maso M , potem je težnostni potencial v zunanosti ploskve S enolično določen.” (Torge, 1991). Ker je težnostno polje nivojskega elipsoida rezultat gravitacijske in centrifugalne sile, lahko normalni težnostni potencial izračunamo kot

$$U = V + \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2). \quad (3.14)$$

Po teoriji o likih o ravnotežju, je lahko le homogen elipsoid v ravnotežnem stanju. Vendar je Moritz dokazal, da je možna takšna razporeditev notranjih mas nivojskega elipsoida, ki se sklada z dejansko strukturo Zemlje (Torge, 1991).

Za določitev normalnega težnostnega polja je treba podati zvezo med fizikalnimi parametri polja (nivojski elipsoid) in geometričnimi parametri rotacijskega elipsoida. Vektor normalne sile teže γ je gradient normalnega težnostnega potenciala:

$$\gamma = \text{grad}U. \quad (3.15)$$

Ploskve s konstantnim normalnim težnostnim potencialom (ekvipotencialne oz. nivojske ploskve v normalnem težnostnem polju Zemlje)

$$U(x, y, z) = konst.$$

imenujemo *sferopotencialne* ploskve ali *sferope*. Z izjemo mejne ploskve oz. nivojskega elipsoida niso elipsoidi.

Velikost vektorja normalne sile teže, katere vrednost je podana z izrazom *Somigliane* (1929), predstavlja normalni težnostni pospešek, ki je pravokoten na nivojski elipsoid:

$$\gamma_0 = \frac{a\gamma_a \cos^2 \varphi + b\gamma_b \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}}, \quad (3.16)$$

kjer je:

γ_a	vrednost normalnega težnostnega pospeška na ekvatorju,
γ_b	vrednost normalnega težnostnega pospeška na polu,
a, b	velika in mala polos rotacijskega elipsoida,
φ	elipsoidna (geodetska) širina.

Pri tem sta vrednosti normalnega težnostnega pospeška na ekvatorju γ_a in na polu γ_b najbolj pomembna parametra normalnega težnostnega polja.

Teorem Clairauta (1738) nam daje zvezo med geometričnimi f in fizikalnimi parametri (f^* , m) nivojskega elipoida:

$$f + f^* = \frac{5}{2}m. \quad (3.17)$$

kjer je:

$f = \frac{a-b}{a}$	geometrična sploščenost elipsoida,
$f^* = \frac{\gamma_b - \gamma_a}{\gamma_a}$	težnostna sploščenost,

$$m = \frac{\omega^2 a}{\gamma_a} \quad \text{pomožna okrajšava.}$$

Enačba (3.17) je podana v izvirni, približni obliki. Teorem pravi, da je možno s pomočjo gravimetričnih meritev določiti geometrično sploščenost Zemlje.

Če upoštevamo zgornje enačbe, lahko napišemo še en izraz za določitev vrednosti normalnega težnostnega pospeška na elipsoidu v odvisnosti od geodetske širine:

$$\gamma_0^\varphi = \gamma_a \left(1 + f^* \sin^2 \varphi - \frac{1}{4} f_4 \sin^2 2\varphi \right), \quad (3.18)$$

kjer je:

$$f_4 = \frac{1}{2} f^2 + \frac{5}{2} fm.$$

Za določitev vrednosti normalnega težnostnega pospeška zunaj elipsoida razvijemo izraz (3.16), (Somigliane), za težnostni pospešek γ v Taylorjevo vrsto, glede na elipsoidno višino h (velja za male vrednosti višin):

$$\gamma_\varphi^h = \gamma_0^\varphi + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial h} \right)_0 h + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2} \right)_0 h^2 + \dots, \quad (3.19)$$

kjer se γ in odvodi nanašajo na elipsoid ($h=0$). Za prostor zunaj Zemlje dobimo odvod $\frac{\partial \gamma}{\partial h}$ s pomočjo Brunsove enačbe (3.10). Če upoštevamo linearne člene v razvoju v Taylorjevo vrsto in majhne vrednosti za višino h ter zanemarimo člene višjih redov, dobimo naslednje enačbe:

- vertikalna komponenta gradienta normalne težnosti:

$$\left(\frac{\partial \gamma}{\partial h}\right)_0 = -2 \frac{\gamma_0^\varphi}{a} (1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi), \quad (3.20)$$

➤ ter vrednost normalne težnosti na elipsoidni višini h :

$$\gamma_\varphi^h = \gamma_0^\varphi \left(1 - \frac{2}{a} (1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi) h\right). \quad (3.21)$$

Če upoštevamo še člen druge stopnje ima izraz za določitev normalne težnosti na elipsoidni višini h naslednjo obliko:

$$\gamma_\varphi^h = \gamma_0^\varphi \left(1 - \frac{2}{a} (1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi) h + \frac{3}{a^2} h^2\right) \quad (3.22)$$

3.4.1.1 Geodetski referenčni sistem

Leta 1924 je v Madridu generalna skupščina Mednarodnega združenja za geodezijo in geofiziko (IUGG) predstavila elipsoid, ki ga je leta 1909 določil J. F. Hayford, kot *Mednarodni elipsoid* z naslednjima geometričnima parametroma:

$$\begin{array}{ll} a = 6\,378\,388 \text{ m} & \text{velika polos,} \\ f = 1/297,000 & \text{sploščenost.} \end{array}$$

Leta 1928 je W. A. Heiskanen določil normalno težnost γ_a na ekvatorju. Kotna hitrost rotacije ω je bila z veliko natančnostjo določena iz astronomskih opazovanj. Ta mednarodni elipsoid je podan še z naslednjima dvema fizikalnima parametroma:

$$\begin{array}{ll} \gamma_a = 9,780490 \text{ m/s}^2 & \text{normalna težnost na ekvatorju,} \\ \omega = 0,72921151 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s} & \text{kotna hitrost.} \end{array}$$

Mednarodno združenje za geodezijo in geofiziko je leta 1930 na generalni skupščini v Stockholmu na predlog italijanskega geodeta G. Cassinisa sprejelo izraz za izračun vrednosti težnostnega pospeška glede na privzeti referenčni sistem na podlagi enačbe (3.18). Izraz za mednarodni elipsoid (1924) se glasi:

$$\gamma_0^\varphi = 9,78049(1 + 0,052884 \sin^2 \varphi - 0,0000059 \sin^2 2\varphi) \text{ m/s}^2 \quad (3.23)$$

Vsi ostali parametri elipsoida se lahko izračunajo, če poznamo te štiri parametre, ki so navedeni zgoraj.

Danes je v veljavi *Geodetski referenčni sistem 1980* (GRS 1980), ki ga je leta 1979 sprejela IAG (International Association of Geodesy). Njegovi parametri so naslednji (povzeto po Lisec, 2002):

➤ matematični parametri:

$a = 6\,378\,137 \text{ m}$	velika polos elipsoida,
$GM = 3\,986\,005 \cdot 10^8 \text{ m}^3/\text{s}^2$	$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kgs}^2$,
$J_2 = 108\,263 \cdot 10^{-8}$	dinamični faktor oblike,
$f = 0,003\,352\,810\,681\,18$	geometrična sploščenost elipsoida,

➤ fizikalne konstante:

$\sigma = 2,67 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$	gostota zemeljskih mas,
$f^* = 0,005\,302\,440\,112$	težnostna sploščenost,
$\gamma_a = 9,780,326,7715 \text{ m/s}^2$	normalni težnostni pospešek na ekvatorju,
$\gamma_b = 9,832\,186\,3685 \text{ m/s}^2$	normalni težnostni pospešek na polu,
$\gamma_{pov} = 9,797\,645 \text{ m/s}^2$	povprečna vrednost težnosti,

$$\frac{\partial \gamma}{\partial h} = -0,30877 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}/\text{m} \quad \text{gradient normalne težnosti pri}$$

geografski širini 45° ,

$$\gamma_0^{45} = 9,806\,199\,203 \text{ m/s}^2 \quad \text{normalni težnostni pospešek na}$$

geografski širini 45° .

Normalni težnostni pospešek γ_0 za referenčni elipsoid GRS 1980 lahko izračunamo s pomočjo izraza:

$$\gamma_0^\varphi = 9,780327 \left(1 + 0,0053024 \sin^2 \varphi - 0,0000058 \sin^2 2\varphi \right) \text{ m/s}^2 \quad (3.24)$$

Izraz (3.24) nam poda vrednost normalne težnosti z natančnostjo $1 \mu\text{m/s}^2 = 0,1 \text{ mgal}$. Za boljšo natančnost moramo upoštevati člene višjih stopenj.

Izraz za vrednost normalne težnosti na elipsoidni višini v sistemu GRS 1980 se glasi (Torge, 1989):

$$\gamma_\varphi^h = \gamma_0^\varphi - 3,0887 \cdot 10^{-6} \left(1 - 0,00142 \sin^2 \varphi \right) h + 0,75 \cdot 10^{-12} h^2 \text{ m/s}^2, \quad (3.25)$$

kjer je h v metrih.

3.5 Nepravilnosti težnostnega polja oziroma anomalija potenciala

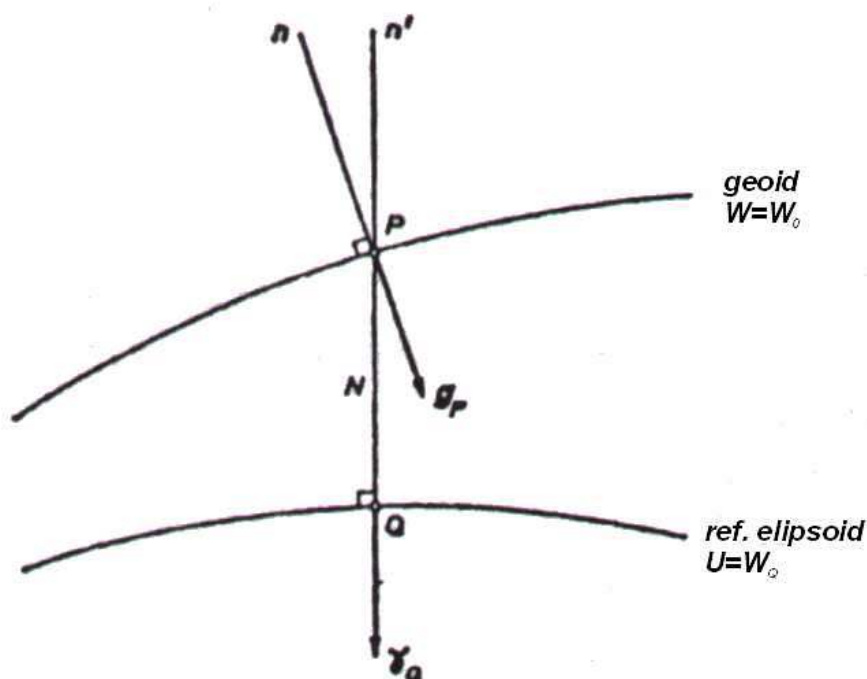
Vemo, da dejansko težnostno polje Zemlje odstopa od normalnega težnostnega polja nivojskega elipsoida. Enačba (3.11) podaja zvezo med težnostnim poljem Zemlje W in normalnim težnostnim poljem U . Razliko potencialov imenujemo *anomalija potenciala* oz. *moteči potencial* T .

Normalno težnostno polje nivojskega elipsoida oz. normalni potencial U lahko določimo s pomočjo analitičnih izrazov, saj se ta nanaša na pravilno matematično ploskev. Za določitev

dejanskega težnostnega polja Zemlje oz. težnostnega potenciala W moramo poznati vrednost motečega potenciala T , ki ga ne moremo neposredno izmeriti, vendar ga lahko izrazimo s pomočjo količin, ki se jih da izmeriti. Imamo dve referenčni ploskvi z enakim potencialom ($W_0 = U_0$), ki jih med seboj primerjamo:

$$\begin{array}{ll} W(x, y, z) = W_0 & \text{geoid,} \\ U(x, y, z) = U_0 & \text{elipsoid.} \end{array}$$

Skozi točko P na geoidu povlečemo normalo na elipsoid in dobimo točko Q na elipsoidu, kot kaže *Slika 3.3*. Razdalja PQ med geoidom in elipsoidom se imenuje *geoidna višina* ali *geoidna ondulacija* ter je označena z N .



Slika 3.3: Geoid in referenčni elipsoid (Heiskanen, Moritz, 1996, str. 83)

Če sedaj primerjamo vektor težnostnega pospeška \vec{g} v točki P ter vektor normalnega pospeška $\vec{\gamma}$ v točki Q , dobimo njuno razliko vektor $\Delta\vec{g}$, ki predstavlja *vektor anomalije težnostnega pospeška* in je podan z naslednjim izrazom:

$$\Delta\vec{g} = \vec{g}_P - \vec{\gamma}_Q. \quad (3.26)$$

Vektor anomalije težnosti ima svojo velikost in smer. Razlika v velikosti je *anomalija težnosti*:

$$\Delta g = g_P - \gamma_Q, \quad (3.27)$$

razlika v smeri pa *odklon navpičnice* (vertikale).

Lahko pa primerjamo vektorja \vec{g} in $\vec{\gamma}$ v točki P na geoidu. Tako dobimo *vektor motečega težnostnega pospeška* $\delta\vec{g}$:

$$\delta\vec{g} = \vec{g}_P - \vec{\gamma}_P. \quad (3.28)$$

Analogno izrazu (3.27) je razlika v velikosti obeh vektorjev *moteči težnostni pospešek* oz. (*moteča težnost*):

$$\delta g = g_P - \gamma_P. \quad (3.30)$$

Razlika v smeri teh dveh vektorjev, to je odklon navpičnice, je enaka kot v prejšnjem primeru, saj smeri γ_P in g_P tako rekoč sovpadata.

Moteča težnost je pojmovno bolj preprosta kot anomalija težnosti, ampak v terestrični geodeziji ni tako pomembna. Pomen anomalije težnosti je v tem, da je podana neposredno: vrednost težnostnega pospeška g merimo na geoidu (merimo jo na površini Zemlje in jo reduciramo na geoid), vrednost normalnega pospeška γ izračunamo za elipsoid.

Omenjene količine, kot so geoidna višina, anomalija težnosti in odklon navpičnice, so količine, ki se jih da določiti z geodetskimi opazovanji. Zveza, ki povezuje geoidno višino z motečim potencialom v obravnavani točki P na geoidu je naslednja:

$$T_P = \gamma_Q N_P \quad (3.31)$$

ali

$$N_P = \frac{T_P}{\gamma_Q}. \quad (3.32)$$

Zgornja enačba je znamenita *Brunsova enačba* in podaja povezavo geometrične količine N s fizikalno količino T .

Če uporabimo enačbo (3.27), ki podaja definicijo anomalije težnosti ter uporabimo Brunsovo enačbo (3.32), dobimo zveze različnih količin anomalij težnostnega polja. Tu omenimo samo parcialno diferencialno enačbo prvega reda, ki jo imenujemo *fundamentalna enačba fizikalne geodezije*:

$$\frac{\partial T}{\partial h} - \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} T + \Delta g = 0. \quad (3.33)$$

Izraz je tako poimenovan, ker povezuje merjeno vrednost anomalije težnosti Δg z neznanim motečim potencialom T .

3.5.1 Redukcija težnosti

Vrednosti težnostnega pospeška ter njihove razlike merimo na fizični površini Zemlje, na različnih nadmorskih višinah in na različnih geografskih širinah. Tako merjene vrednosti niso med seboj neposredno primerljive, kot tudi niso primerljive z vrednostmi normalnega težnostnega pospeška, ki veljajo za površino referenčnega elipsoida. Izmerjene vrednosti

skrivajo v sebi vse možne prostorske in časovne vplive na težnostno polje raziskovanega območja. Zaradi časovnih sprememb težnostnega polja in zaradi neenakomernega delovanja gravimetra se v različnih časih izmerjene vrednosti težnostnega pospeška razlikujejo. Težnostni pospešek se prostorsko spreminja z geografsko širino in nadmorsko višino ter zaradi topografije in razlik v gostoti hribin. Poznamo celo vrsto problemov, za katere potrebujemo vrednosti težnostnega pospeška v notranjosti Zemlje, kjer ne moremo opraviti gravimetričnih meritev. Zato moramo izmerjeni težnostni pospešek reducirati na neko skupno raven, ki pa je v tem primeru ploskev geoida oz. srednja morska gladina. Na eni strani poznamo redukcije težnostnega pospeška na geoid (geoid je robna ploskev), na drugi strani pa moramo določiti vrednost težnostnega pospeška vzdolž težiščnice.

Redukcije težnosti služijo kot orodje za tri glavne namene:

1. določitev geoida,
2. interpolacija in ekstrapolacija težnosti,
3. raziskave zemeljske skorje.

Prva dva namena sta neposredno geodetske narave. Tretji namen je v interesu geofizikov, ki iščejo plitve oblike, katere lahko predstavljajo nahajališča mineralov ter geologov, ki raziskujejo splošno strukturo skorje.

Na podlagi primerjave reduciranih vrednosti merjenih težnosti in izračunanih normalnih težnosti dobimo vrednosti anomalij. Primerjavo lahko opravimo na geoidu (pri čemer zanemarimo odstopanja elipsoid geoid) ali pa na fizični površini Zemlje. Prva uporabljamo v geodeziji za izračun geoida, druge pa v geoloških in geofizikalnih raziskavah (pri tem izračunamo normalno težnost na površini Zemlje) (Kuhar, 2000).

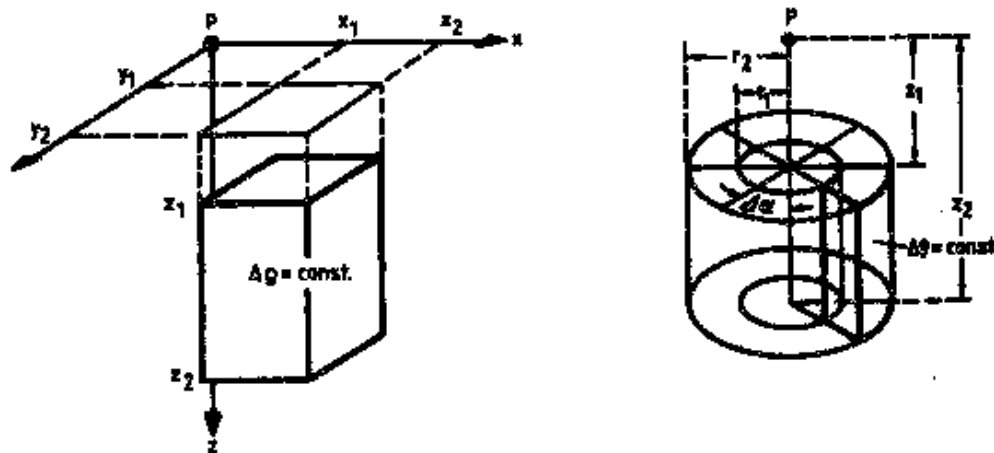
Pod pojmom *robna vrednost* težnosti razumemo vrednost težnostnega pospeška na geoidu, kjer pri računanju mase izven geoida odstranimo ali pa prenesemo mase v notranjost tako, da je geoid robna ploskev, saj je v fizikalni geodeziji zahteva, da se s premeščanjem topografskih mas ne vpliva na maso celotne Zemlje. Vrednost težnosti se določi z odštevanjem vpliva

težnosti omenjenih mas zunaj robne ploskve od vrednosti izmerjenega težnostnega pospeška, kjer na koncu dodamo še popravek prostega zraka vzdolž težiščnice.

Notranja vrednost označuje vrednost težnostnega pospeška, ki bi jo dobili, če bi bilo mogoče meriti težnost v poljubni točki vzdolž težiščnice v Zemljini notranjosti. S temi vrednostmi se srečujemo predvsem pri določanju ortometričnih višin.

Izračun redukcije težnostnega pospeška tako temelji na poznavanju vertikalne komponente gravitacijskega vpliva „masnega stebra“ na točko, ki je na njegovi osi (*Slika 3.5*), in znaša za cilindrični steber oz. valj (Torge, 1989):

$$g_z = \Delta\alpha G\rho \left(\sqrt{r_2^2 + z_1^2} + \sqrt{r_1^2 + z_2^2} - \sqrt{r_2^2 + z_2^2} - \sqrt{r_1^2 + z_1^2} \right). \quad (3.34)$$



Slika 3.4 (levo): Princip redukcije težnosti, elementarno telo je kvader (Torge, 1989, str. 95)

Slika 3.5 (desno): Princip redukcije težnosti, elementarno telo je valj (Torge, 1989, str. 95)

Namesto cilindričnih stebrov lahko okoliški teren razdelimo na pravokotne prizme oz. kvadre, kot prikazuje *Slika 3.4*. Vpliv pravokotne prizme na težnostni pospešek v točki P je enak (Torge, 1989):

$$g_z = G\rho \left[-x \ln(y+r) - y \ln(x+r) + z \arctan \frac{xy}{zr} \right]_{x_1}^{x_2} \Big|_{y_1}^{y_2} \Big|_{z_1}^{z_2}, \quad (3.35)$$

kjer je:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Redukcija na geoid je vedno opravljena z upoštevanjem določenih hipotez o gostoti v notranjosti Zemlje. Iz tega izhajajo tudi največji možni pogreški pri gravimetrični določitvi geoida.

Upoštevati je potrebno časovne spremembe težnostnega polja. Te so zaznamovane s plimovanjem morij (privlačnim vplivom Sonca in Lune) in plimovanjem trde Zemlje („tides of the solid Earth”), ki so posledica elastičnosti Zemljine notranjosti. Vpliv zaradi plimovanja morij je časovno in prostorsko odvisen. Največji je v majhnih širinah (okolica ekvatorja) in ima časovno periodo 12 ur. Popravek merjene vrednosti lahko znaša prek 0,3 mGal, ki je majhna v primerjavi z ostalimi popravki, vendar jo je potrebno upoštevati za visoko natančne meritve (Kuhar, 2000).

Prostorski popravki merjenih vrednosti težnosti se v splošnem delijo na dve skupini: izostatske in neizostatske. Pri prvih se pri redukciji upošteva ena od teorij izostazije, pri drugih pa ne. Neizostatski popravki se glede na natančnosti in oblike redukcije zaradi privlačenja okoliških mas, kot največjega vpliva in ostalih manjših vplivov, delijo na (Kuhar, 2000):

- 1) *popravek prostega zraka,*
- 2) *Bouguerov popravek,*
- 3) *terenski popravek,*
- 4) *popravek Poincareea Praya,*
- 5) *Helmertov kondenzacijski popravek,*
- 6) *Rudzkijev inverzni popravek.*

Popravek Poincare'a omogoča določitev težnosti v notranjosti Zemlje. Upoštevamo ga, če opravljamo meritve pod morsko gladino ali pa v rudarskih šahtih in je potrebno izračunati vpliv mas nad opazovališčem. Slednja dva popravka se upoštevata samo v visoko natančnih raziskavah težnostnega polja.

3.5.1.1 *Popravek prostega zraka ter anomalija prostega zraka*

Popravek prostega zraka δg_{FA} predstavlja popravljene merjene vrednosti težnega pospeška za nadmorsko višino opazovališča brez upoštevanja topografskih mas, ki se nahajajo med površjem Zemlje in geoidom. Predstavlja direktno redukcijo na ploskev geoida. Popravek je vedno pozitiven. Za praktične namene zadostuje že približna enačba, ki jo dobimo z aproksimacijo vertikalnega gradienta normalne težnosti in ga predstavlja enačba (3.20). Popravek prostega zraka je tako:

$$\delta g_{FA} = 0,3086 H^{ort} \text{ mGal}, \quad (3.36)$$

kjer je H^{ort} v metrih.

Tako poznamo *anomalijo prostega zraka* Δg_{FA} (*Fayeova anomalija*):

$$\Delta g_{FA} = g_{mer} + \delta g_{FA} - \gamma. \quad (3.37)$$

Anomalije prostega zraka so sorazmerne z višino območja, torej čim višja je točka, tem večja je anomalija. Zato se uporabljajo pri gravimetričnem izračunu ploskve geoida.

3.5.1.2 *Bouguerov popravek ter Bouguerova anomalija*

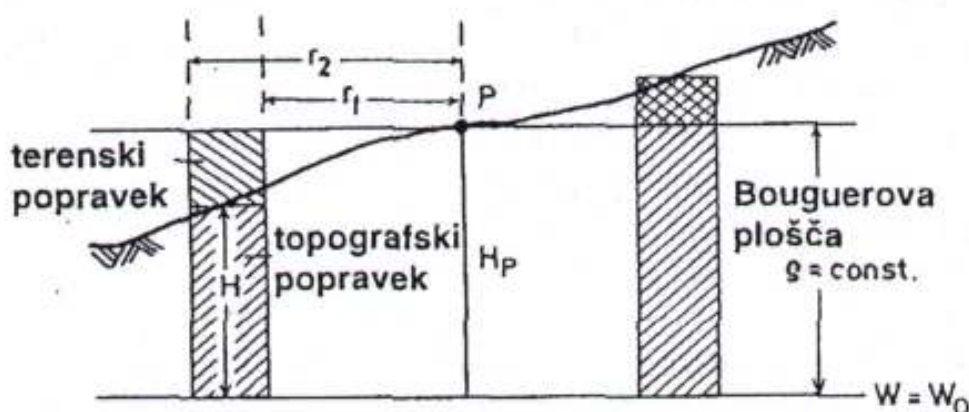
Vpliv okoliških topografskih mas odstranimo s *topografskim popravkom* δg_{TOP} . Ta popravek lahko razčlenimo na *popravek za Bouguerovo ploščo* δg_{PL} in na *terenski popravek* δg_T . Da bi

izračunali Bouguerov popravek, predpostavimo, da se merska točka P na površini Zemlje nahaja na neskončni horizontalni plošči debeline H_p , s konstantno gostoto ρ (Bouguerova gostota). To ploščo imenujemo Bouguerova plošča, ki pa ne more zamenjati dejanskega reliefa okoli merske točke. Zato z uvedbo terenskega popravka poizkušamo v največji možni meri odpraviti nepravilnosti reliefa. Slika 3.6 prikazuje princip določitve terenskega popravka. Popravek za Bouguerovo ploščo lahko izračunamo s pomočjo naslednje enačbe:

$$\delta g_{PL} = 2\pi G\rho H_p = 0,04191\rho H_p \text{ mgal.} \quad (3.38)$$

Če za gostoto ρ vstavimo v enačbo (3.38) vrednost $2,67 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, dobimo:

$$\delta g_{PL} = 0,1119H_p \text{ mgal.}$$



Slika 3.6: Model topografije za topografski popravek ter model Bouguerove plošče (Kuhar, 2000, str. 42)

Popravek za Bouguerovo ploščo je vedno negativnega predznaka, saj mase pod opazovališčem povečujejo vrednost izmerjenega težnostnega pospeška. Pri popravku za Bouguerovo ploščo smo predpostavili, da je plast terena pod opazovališčem horizontalna. Vpliv okoliških mas natančneje določimo tako, da popravku Bouguerove plošče dodamo terenski popravek. Terenski popravek ima v nasprotju z popravkom za Bouguerovo ploščo vedno pozitiven predznak, ne glede na to kakšen je dejanski relief v okolici opazovališča (ali

obstaja višek oz. primanjkljaj mas). Mase nad višino opazovališča H_p zmanjšujejo vrednost težnosti v opazovališču (popravek Bouguerove plošče moramo povečati). Nasprotno primanjkljaj mas (doline, vrtače) zmanjšuje maso Bouguerove plošče, tako da moramo zopet povečati popravek Bouguerove plošče.

Računanje terenskega popravka je zelo zahtevno. Pri praktičnem računanju se za točko P , na zemeljski površini, okolica točke razdeli v mrežo pravilnih kvadrov ali kolobarjev s konstantno gostoto ter srednjo višino H . Razčlemba na posamezne kolobarje oz. cilindrične stolpce, ki se ujemajo z enačbo (3.34), je uporabna za posamezen izračun, kjer $z_1 = 0$ in $z_2 = H_p - H$.

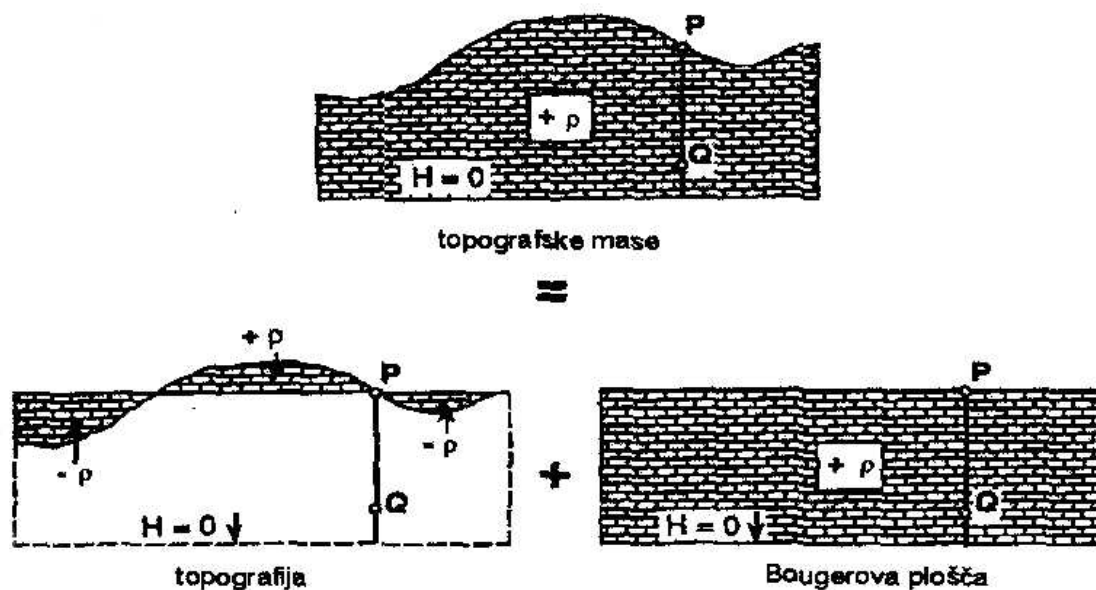
Terenski popravek dobimo s seštetjem vpliva vseh segmentov:

$$\delta g_T = \sum g_{z_2}$$

V praksi moramo v primeru razdelitev območja na kolobarje izbrati ustrezne radije con. Za cone blizu opazovališča so praviloma razlike med radijema ($r_2 - r_1$) manjše, z oddaljevanjem pa se razlike večajo. Za različne cone uporabljamo karte različnih meril. V preteklosti so se terenski popravki računali ročno s pomočjo posebnih diagramov. Danes se za izračun uporablja numerično integracijo s pomočjo digitalnega modela reliefa in ustrezno programsko opremo.

S topografskim popravkom, ki je vsota popravka Bouguerove plošče in terenskega popravka odstranimo vpliv okoliških topografskih mas. Izraz za topografski popravek se glasi:

$$\delta g_{TOP} = \delta g_{PL} + \delta g_T \quad (3.39)$$



Slika 3.7: Topografski popravek (Lisec, 2000, str. 29)

Vsota popravkov Bouguerove plošče in popravka prostega zraka predstavlja t. i. Bouguerov popravek (*Slika 3.7*):

$$\delta g_B = \delta g_{TOP} + \delta g_{FA} = \delta g_{PL} + \delta g_T + \delta g_{FA}. \quad (3.40)$$

Težnostni pospešek, preračunan za geoid s srednjim Bouguerovim popravkom, se od normalne težnosti na nivojskem elipsoidu razlikuje za *Bouguerovo anomalijo*:

$$\Delta g_B = g_{mer} + \delta g_{FA} - \delta g_{PL} + \delta g_T - \gamma. \quad (3.41)$$

Bouguerove anomalije imajo pomen v geoloških in geofizikalnih raziskavah pri določitvi nehomogenosti gostote notranjosti. V hribovitih območjih so v večjem delu negativne na morskih površinah pa pozitivne.

3.5.1.3 *Izostatski popravki*

Nekateri so naklonjeni predpostavki, da so topografske mase pravzaprav preprosto postavljene na homogeni skorji. V tem primeru bi Bouguerov popravek odstranil glavne nepravilnosti težnostnega polja tako, da bi bile Bouguerove anomalije zelo majhne in bi se gibale okrog nič. To pa seveda ni res, saj so Bouguerove anomalije v hribovitih predelih vedno negativne in lahko dosežejo velike vrednosti (z naraščanjem vrednosti v povprečju 100 miligalov na 1000 metrov višine). Edina možna razlaga je, da je nekakšen primanjkljaj mas pod gorovjem oz. hribovjem. To pomeni, da se mase kompenzirajo na nekakšen način.

Dve različni teoriji za takšno kompenzacijo sta bili razviti v skoraj enakem obdobju, in sicer je eno med letoma 1854 in 1859 razvil J. H. Pratt in drugo je razvil G. B. Airy leta 1855. Po Prattu so se gorovja dvignila iz podzemlja tako nekako kot kvašeno testo. Po Airyu pa gorovja plavajo na tekoči lavi večje gostote tako, da ko višje so gore, globlje se pogrezajo. Po teh dveh teorijah poznamo dva modela izostatskih popravkov:

- *Pratt-Hayford model*, kjer je J. F. Hayford podkrepil Prattovo teorijo z matematično obliko za geodetske namene,
- *Airy-Heiskanen model*, ki se nanaša na Airyjevo teorijo in ji je Heiskanen podal natančno formulacijo za geodetske namene ter jo uporabil za širše namene.

Predmet redukcije težnostnega pospeška zaradi izostazije je reguliranje zemeljske skorje glede na model izostazije. Topografske mase niso v celoti odstranjene kot pri Bouguerovi redukciji, ampak so potisnjene v notranjost geoida zato, da bi nadoknadili primanjkljaj mas pod kontinenti. V modelu Pratt-Hayford so topografske mase porazdeljene med ploskvijo kompenzacije in nivojem morja tako, da dobimo gostoto skorje od začetne vrednosti do konstantne standardne vrednosti ρ_0 . V modelu Airy-Heiskanen se uporabi topografske mase za zapolnitev vznožja kontinentov tako, da dobimo gostoto od $\rho_0 = 2,67$ do $\rho_1 = 3,27$ g/cm³.

Z drugimi besedami je topografija odstranjena skupaj z njeno kompenzacijo in tako je končni rezultat idealna homogena skorja z gostoto ρ_0 in konstantno debelino D (Pratt-Hayford) ali T (Airy-Heiskanen).

Tako dobimo skupno redukcijo. V analogiji z enačbo (3.41) dobimo reducirano težnost zaradi izostazije na geoidu oz. anomalijo težnostnega pospeška zaradi izostazije:

$$\Delta g_B = g_{mer} + \delta g_{FA} - \delta g_{PL} + \delta g_T + \delta g_{ISO} - \gamma, \quad (3.42)$$

kjer je δg_{ISO} popravek težnostnega pospeška zaradi izostazije.

4 MERJENJE ZRAČNEGA TLAKA

4.1 Splošna načela in enote

Dejstvo, da ima atmosfera težo, in da zato na površino ustvarja pritisk, sta prva odkrila Galileo in Torricelli. To je leta 1643 Torricelli demonstriral s poskusom, ki prikazuje, da atmosferski tlak podpira stolpec živega srebra, visok okoli 760 mm.

Zračni tlak torej povzroča teža zraka, ki obdaja zemeljsko površino. Vrednost tlaka p zato izrazimo kot silo F na enoto površine ploskve A :

$$p = \frac{|F|}{A}.$$

Osnovna enota za tlak v mednarodnem merskem sistemu (SI) je newton na kvadratni meter (N/m^2) ali pascal (Pa). Enota, ki se uporablja za podajanje zračnega tlaka v meteorološke namene, je milibar (mbar) ali hektopascal (hPa), ki je enak 100 N/m^2 . Skale vseh meteoroloških barometrov naj bi bile kalibrirane v milibarjih oz. hektopascalih (WMO, 1961)².

Mnogi barometri imajo skale kalibrirane v milimetrih živosrebrnega stolpca ob standardnih pogojih. Ob standardnih pogojih ustreza prava višina stolpca živega srebra, to je 760 mm, zračnemu tlaku 1013,250 mbar. Naslednji odnos je med (mm Hg) in (mbar):

$$\begin{aligned} 1 \text{ milibar (mbar)} &= 0,750062 \text{ milimetra živega srebra ob standardnih pogojih (mm Hg)} \\ 1 \text{ (mm Hg)} &= 1,333224 \text{ mbar} \end{aligned}$$

Podatki o tlaku bi naj rajši bili izraženi v milibarjih (mbar).

² Guide to meteorological instruments and observing practices.

4.2 Instrumenti za merjenje zračnega tlaka

Za meteorološke namene se zračni tlak na splošno meri z živosrebrnimi barometri, le v primerih, ko ni potrebna velika natančnost z aneroidi ali z hipsometri. Za registriranje tlaka se uporabljajo barografi, ki delujejo na principu aneroidov.

4.3 Živosrebrni barometer

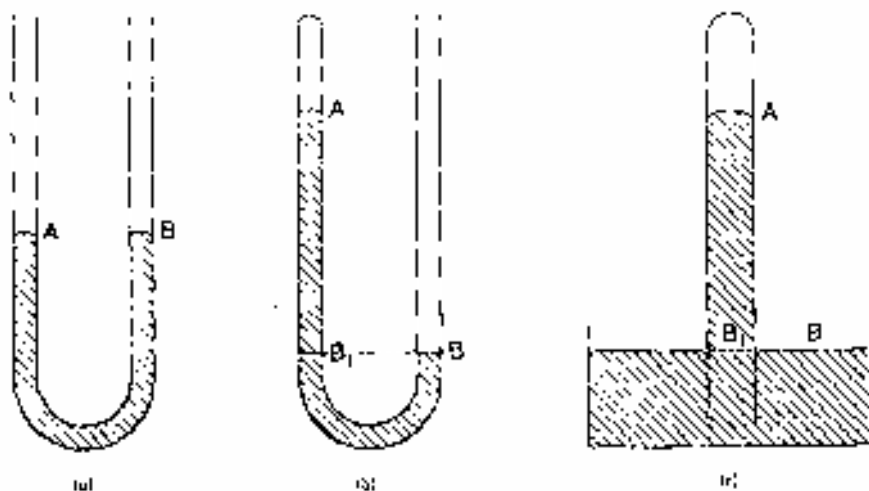
4.3.1 Osnovni principi ter zahteve

Osnovni princip živosrebrnega barometra je, da je zračni tlak uravnotežen s težo (višino) stolpca živega srebra.

Princip delovanja živosrebrnega barometra je prikazan na *Sliki 4.1*. Če je zrak nad točko A popolnoma brez plinov (ne upoštevamo, ker je neizbežno, hlape živega srebra), postane preprost manometer (a) barometer (b) in (c). Če poznamo višino stolpca AB_1 , gostoto živega srebra ρ in vrednost težnostnega pospeška g , lahko izračunamo tlak baze stolpca, ki je enak zračnemu tlaku (HOMI, 1980)³. Če višino stolpca AB_1 označimo s h_0 , lahko zapišemo enačbo za izračun velikosti zračnega tlaka:

$$p = \rho g h_0. \quad (4.1)$$

3 Handbook of meteorological instruments.



Slika 4.1: Faze v razvoju živosrebrnega barometra (HOMI, 1980, str. 1-1)

Za barometrično tekočino se uporablja živo srebro iz naslednjih razlogov (HOMI, 1980):

- njegova velika relativna gostota tvori stolpec ustrezne dolžine,
- njegov tlak pare je tako majhen pri običajni delovni temperaturi, da je lahko zanemarljiv pri skoraj večini preciznih meritev. (Tlak nasičenosti je za živo srebro temperature 30 °C 0,3758 Pa, kar je zanemarljiva vrednost (Stropnik, 2001)).
- lahko ga je očistiti in oprati,
- ne moči stene cevke, zato je meniskus konveksen, kar omogoča, da lahko z lahkoto natančno zmerimo njegov položaj.

Živosrebrnih barometrov je več vrst, in sicer:

- barometer z nepremičnim rezervoarjem in reducirano skalo,
- barometer s premičnim rezervoarjem in normalno milimetrsko ali hektopascalsko skalo (milibarsko) – tip Fortin barometer, ki je verjetno najbolj uporabljen.

Barometri z nepremičnim rezervoarjem so izdelani tako, da lahko razberemo pravo višino stolpca, ne da bi bilo treba površino živega srebra v rezervoarju uravnati na začetno višino. Višino živosrebrnega stolpca čitamo na posebni reducirani skali. Ti barometri imajo natančno

določeno količino živega srebra in tudi najmanjša razlika v količini živega srebra od natančno določene količine v posodi povzroči napako. V to vrsto barometrov spadajo npr. postajni barometri izdelave Fuess, Lambrecht, Tonnel in drugi.

Barometri s premičnim rezervoarjem, kot barometri tipa Fortin in Wild-Fuess, imajo normalno milimetrsko ali hektopaskalsko skalo. Pri njih moramo pri vsakem opazovanju višino živega srebra uravnavati na začetno višino. Količina živega srebra pri teh barometrih ni natančno določena (Svatovšek, 2000).

Višina stolpca živega srebra je merjena med zgornjim delom stolpca ter zgornjo površino živega srebra v rezervoarju. Zato spremlja vsako spremembo nivoja živega srebra v rezervoarju sprememba višine stolpca živega srebra.

Barometri za meteorološke namene so kalibrirani s primerjavo z natančnimi standardnimi barometri, ki so bili kontrolirani z absolutnimi barometri (primarnimi ali normalnimi barometri). Navadno se ti barometri nahajajo v nacionalnih centrih za fizikalne standarde. Živosrebrni barometri, ki se uporabljajo na meteoroloških postajah, se imenujejo postajni barometri.

Če se omejimo na osnovne elemente, je barometer sestavljen iz naslednjih osnovnih elementov:

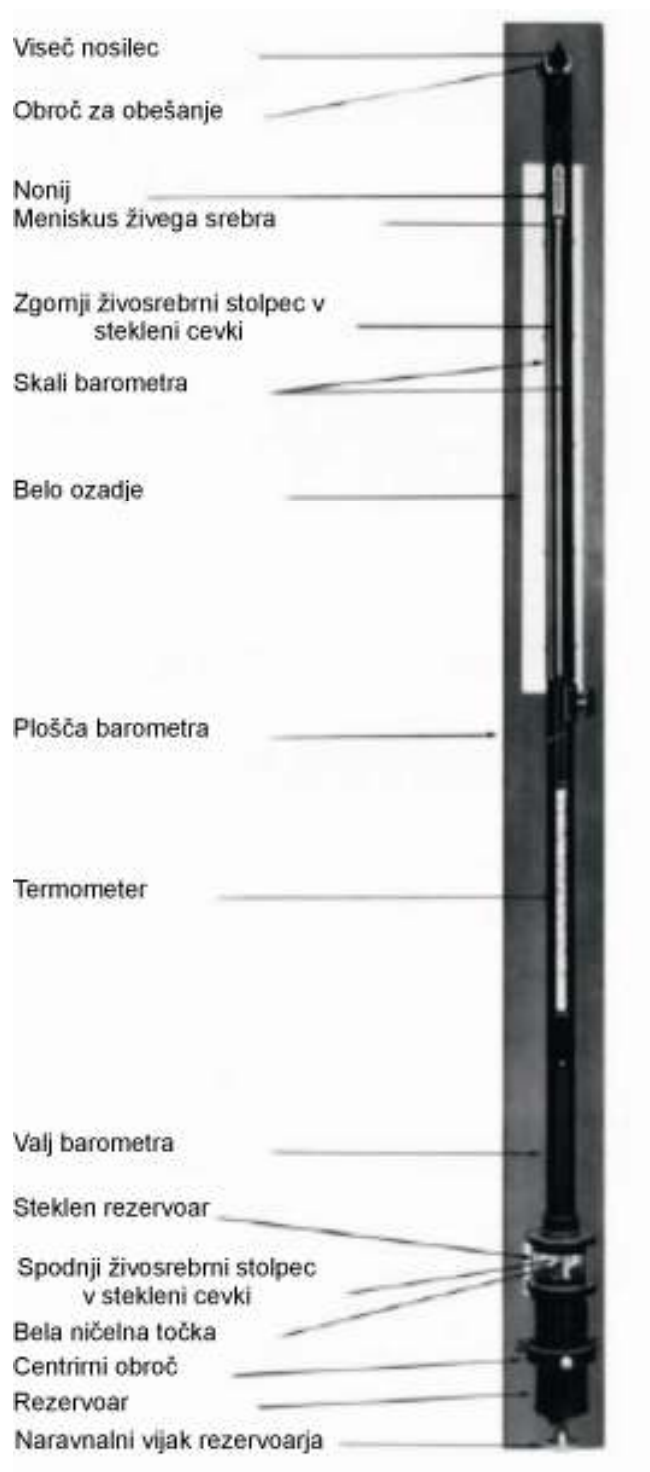
- vertikalne steklene cevke, v kateri se podpira živosrebrni stolpec,
- rezervoarja, ki vsebuje živo srebro in zapira spodnji del cevke,
- skale, s katero merimo višino stolpca ter
- termometra, ker je gostota živega srebra odvisna od temperature. Od gostote pa je odvisen tlak.

Na *Sliki 4.2* lahko vidimo sestavne dela barometra tipa Fortin.

4.3.2 Lastnosti postajnega živosrebrnega barometra

Za dober postajni barometer so naslednje zahteve (WMO, 1961):

- 1) v daljšem času se njegova natančnost ne sme spreminjati,
- 2) ga lahko hitro odčitamo,
- 3) da ga lahko prenašamo, ne da bi se natančnost zmanjšala,
- 4) premer cevke naj ne bi bil manjši od 8 mm in naj bi bil po možnosti 9 mm,
- 5) cevka naj bi bila pripravljena in polnjena pod vakuumom; čistost živega srebra je zelo pomembna; bil naj bi dvojno destiliran, razmaščen, večkrat opran in filtriran,
- 6) na barometru naj bi bila vgravirana dejanska temperatura, za katero je predviden pravi odčitek na skali (pri standardni težnosti); po možnosti naj bi bila skala kalibrirana tako, da bi dajala pravilne vrednosti pri nič stopinjah Celzija,
- 7) meniskus naj ne bi bil raven, temveč izbočen, razen v primeru, ko je premer cevke večji (več kot 20 mm),
- 8) pri kalibraciji s standardnim barometrom, za katerega so indeksne napake znane ter upoštevane, naj ne bi bile presežene naslednje tolerance:
 - največja dopustna napaka pri okoli 1000 mbar $\pm 0,3$ mbar
 - največja dopustna napaka za katerokoli vrednost tlaka za barometer katerega meja:
 - (i). ne sega pod 800 mbar $\pm 0,5$ mbar
 - (ii). sega pod 800 mbar $\pm 0,8$ mbar
 - razlika med napakami pri intervalu 100 mbar ali manjšem $\pm 0,3$ mbar



Slika 4.2: Živosrebrni barometer tipa Fortin (model 453X High Altitude Barometer)
(PRINCO, 2001, str. 2)⁴

⁴ 4 Instruction Booklet for use with PRINCO Fortin type mercurial Barometers.

4.3.3 Standardni pogoji

Poleg atmosferskega tlaka vplivajo na dolžino oziroma višino živosrebrnega stolpca tudi drugi faktorji, posebej temperatura in težnost. Zato je nujno potrebno določiti standardne pogoje pod katerimi bo barometer dajal prave vrednosti. Naslednja standardna pogoja sta določena z Mednarodno barometrično konvencijo (WMO, 1961).

4.3.3.1 *Standardna temperatura in gostota živega srebra*

Vrednost 0 °C je standardna temperatura, na katero so reducirani odčitki živosrebrnega barometra za namen povezave dejanske gostote živega srebra, pri dejanski temperaturi, s standardno gostoto živega srebra pri 0 °C.

Standardna gostota živega srebra pri 0 °C (simbol $\rho_{Hg,0}$) je 13595,1 kg/m³. Za namen izračuna absolutnega tlaka, s pomočjo hidrostatične enačbe, se stolpec živega srebra v živosrebrnem barometru po dogovoru upošteva kot nestisljiva tekočina.

Uporaba nečistega živega srebra povzroča napake pri prikazani vrednosti tlaka zato, ker je ta tlak proporcionalen z gostoto živega srebra.

4.3.3.2 *Standardna težnost*

Barometrični odčitki morajo biti reducirani z lokalnega težnostnega pospeška na standardni (normalni) težnostni pospešek. Vrednost standardnega težnostnega pospeška (simbol γ_0) je dogovorjena konstanta in je enaka:

$$\gamma_0 = 980,665 \text{ cm/s}^2.$$

4.3.4 Skale barometrov

Če je živosrebrni barometer vzdrževan pod standardno temperaturo $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ in standardno vrednostjo težnosti $980,665\text{ cm/s}^2$, bi naj bila skala tako kalibrirana, da bi dajala prave odčitke tlaka neposredno v enotah, ki so definirane v poglavju 4.1. Iz tega sledi, da bodo skale barometra tipa Fortin, ki so kalibrirane v mm, dajale prave linearne odčitke, če bodo skale vzdrževane pri temperaturi $0\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Živosrebrni barometri imajo gravirane skale tako, da dajejo standardne enote tlaka, če so instrumenti vzdrževani pod standardnimi pogoji, ki so opisani v prejšnjih poglavjih. Na skalah barometrov naj bi bile napisane naslednje primerne legende:

- " Pravi mbar pri $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ in $980,665\text{ cm/s}^2$ "
- " Pravi (mm Hg) pri $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ in $980,665\text{ cm/s}^2$ "

Barometri lahko imajo gravirano več kot eno skalo, npr. skalo v milibarjih (mbar) in skalo v milimetrih živega srebra (mm Hg).

4.3.5 Izpostavljanje in upravljanje

Pomembno je, da je lokacija barometra izbrana z veliko pazljivostjo. Glavne zahteve za prostor, kjer je izpostavljen barometer so:

- konstantna temperatura,
- dobra svetloba,
- trdna in vertikalna postavitev ter
- zaščita pred grobim rokovanjem.

Barometer ne sme biti podvržen hitrim spremembam temperature. Zato mora biti ves čas zaščiten pred sončnimi žarki ter ne sme biti blizu grelnih naprav, niti ne na prepihu. Vedno je zaželeno, da barometer visi na notranji strani zidu.

V sobi, ki je primerna za barometer, se pogosto pojavi slojevitost temperature, tako da je lahko vrh živosrebrnega stolpca barometra za dve do tri stopinje toplejši kot v cisterni. Za zelo natančno delo je najboljša situacija barometra v kletnem prostoru, brez oken, opremljena z majhnim električnim ventilatorjem, ki preprečuje nastajanje slojevitosti temperature.

Da bi dosegli konstantne pogoje za odčitke barometra, je priporočljiva uporaba umetne osvetlitve za vsa opazovanja. Za ta namen so lahko koristno uporabljeni nekateri iluminatorji, ki pripravljajo belo in rahlo bleščeče ozadje živosrebrnega meniskusa ter, po potrebi, izhodiščne točke. Če ni uporabljen iluminator, je treba biti previden, da sta meniskus in izhodiščna točka opremljena s svetlim ozadjem s pomočjo kosov neprozornega belega stekla, z belim celuloidom ali z belim listom. Umetno svetlobo naj bi uporabili tudi pri odčitavanju skale barometra in termometra. Izvori umetne svetlobe ne smejo sevati preveč toplote.

Barometer naj bo postavljen v prostoru, ki ni podvržen vibracijam. Najboljše je, če je pritrjen na trdni steni. Postavljen mora biti vertikalno, približno v višini oči. Da zagotovimo vertikalnost, uporabimo grezilo ali libelo. Nagnjenost v katerikoli smeri povzroči prevelik odčitek. Napaka nevertikalnosti je bolj pomembna pri nesimetričnih barometrih. Ti barometri bi naj bili obešeni za njihovo vertikalno os rotacije. Vertikalnost mora biti zagotovljena z visenjem barometra tako, da površina živega srebra, ki je naravnana na pravo vrednost začetne točke, ostane prava po rotaciji barometra pod vsakim kotom.

Priporočljivo je, da se zaščiti barometer pred grobim ravnanjem, prahom in zračnim prepihom tako, da je nameščen v škatli opremljeni z zgibnimi vrati. Barometer ne bo dajal pravih odčitkov statičnega tlaka, če nanj vpliva sunkovit veter. Njegovi odčitki bodo nihali s hitrostjo in smerjo vetra. Velikost in znak nihanj sta odvisna od vrst odprtih v sobi ter situacij in relacij odprtih na smer vetra. Na morju je napaka vedno prisotna zaradi gibanja ladje. Enak problem se pojavi, če je barometer postavljen v klimatiziranem prostoru.

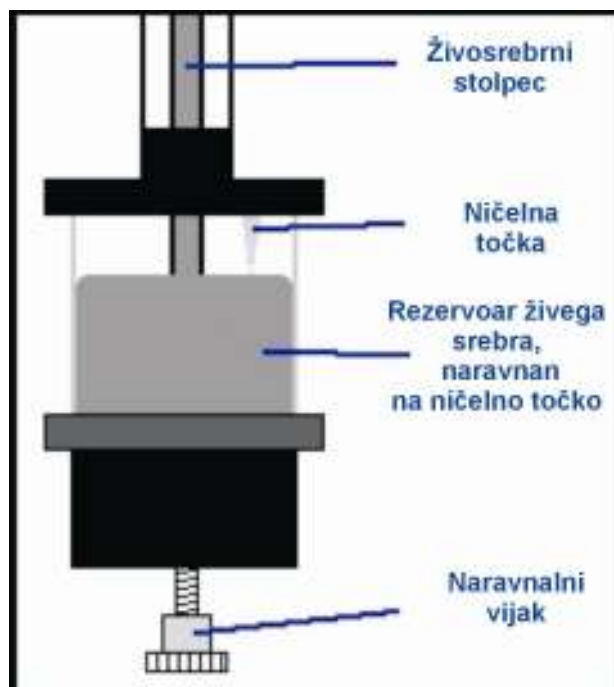
Živosrebrni barometer je treba premikati zelo previdno. Najbolj varna metoda je prenašanje navzdol postavljenega barometra v usnjenem ali lesenem zaboju, opremljenem z zanko. Če barometra ne more spremljati odgovorna oseba, bi moral biti transportiran v primerno oblazinjeni škatli, z rezervoarjem na vrhu. Barometer ne sme biti podvržen silovitim

premikom. Vedno mora biti prevrnjen zelo počasi. Za nekatere tipe barometrov morajo biti narejeni posebni varnostni ukrepi, preden se jih prevrne.

4.3.6 Metode opazovanja in meje natančnosti odčitavanja

Ko merimo z živosrebrnim barometrom, moramo najprej odčitati temperaturo. Odčitamo kar se da hitro, ker že prisotnost opazovalca lahko povzroči dvig temperature. Nato barometer nekajkrat rahlo potrkamo s prstom, da stabiliziramo površino živega srebra.

Če barometer nima fiksnega rezervoarja je potrebno najprej poravnati površino živega srebra v rezervoarju na začetno točko. To storimo tako, da privijemo naravnalni vijak na dnu rezervoarja tako, da se površina živega srebra dotika bele ničelne točke (začetne točke oz. kazalca), kot prikazuje *Slika 4.3*. Nato potrkamo po cevki. Ko smo potrkali ponovno preverimo površino živega srebra v rezervoarju in ga po potrebi znova naravnamo.



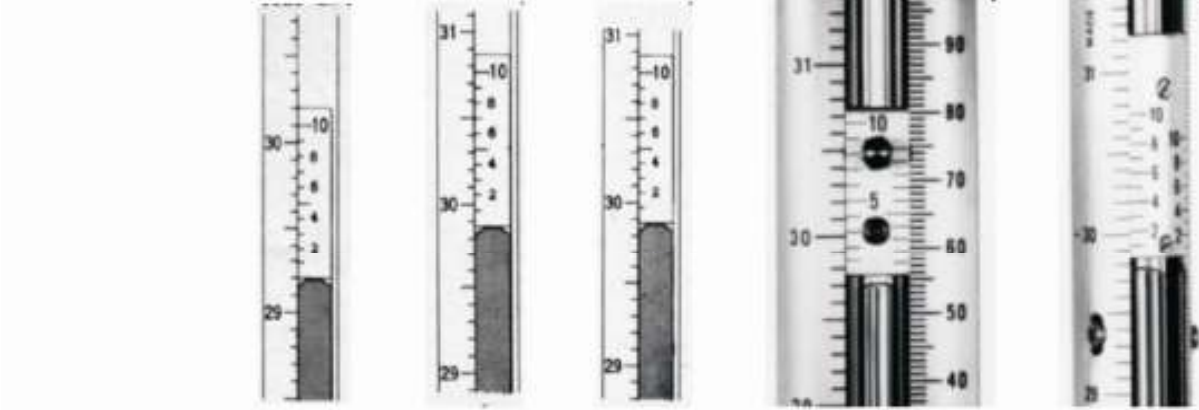
Slika 4.3: Nastavitev rezervoarja na začetno oz. ničelno točko (URL2)

Nato prižgemo osvetlitev, ker je natančnost odčitavanja barometra močno odvisna od osvetlitve meniskusa in skale. Uporabljamo umetno osvetlitev podnevi in ponoči.

Končno dovedemo nonij na vrh meniskusa in odčitamo vrednost na skali. To storimo na naslednji način.

Nonij dvignemo nad vrh meniskusa. Nato ga počasi spuščamo tako dolgo, da se zdi, da se spodnja robova nonija ravno dotikata meniskusa. Nikakor ne sme nonij prerezati vrha meniskusa. Da eliminiramo paralakso, mora biti oko opazovalca v isti ravnini, kot sta sprednji in zadnji rob cevke nonija. Ko je nonij pravilno naravnano, se vidi na obeh straneh meniskusa bela svetloba, na vrhu se te svetlobe ne sme videti. Vendar bo nad vrhom živega srebra rahla meglica (s povečevalnim steklom je mogoče videti zelo ozek trak svetlobe med nonijem in vrhom meniskusa).

Sledi odčitek skale barometra. Skalo na barometru odčitamo tik ob dnu horizontalnega roba nonija, kot kaže *Slika 4.4*, odčitek 1. Cenimo med črticami. Nato uporabimo črtice na skali nonija, da potrdimo ali izboljšamo cenitev med številkami črtic. Če je sedma črtica na noniju najbližje črtici na glavni skali, potem je ocena sedem najbližja med črticami, kot je prikazano na *Sliki 4.4*, odčitek 2. Zdaj ocenimo naslednjo številko s primerjavo črtic pod in nad najbližjo poravnano črtico in dodamo ali odvezamemo od 0 do 0,5 od prejšnje številke. Če sta enako nepravilni, je 0 (odčitek 2), če pa sta skoraj enako nepravilni je 0,1 ali 0,2 (odčitka 4 in 5). Drugače je treba pogledati dve najbolj poravnani črtici. Če sta skoraj enako nepravilni, je 0,3 ali 0,4 (odčitka 3 in 6), če sta enako nepravilni pa 0,5.



Odčitek skale	29.200 in.	29.800 in.	29.800 in.	29.700 in.	755.00 mm	29.800 in.
Prirastek nonija	.000 in.	.070 in.	.074 in.	.061 in.	.59 mm	.043 in.
Odčitek barometra	29.200 in.	29.870 in.	29.874 in.	29.761 in.	755.59 mm	29.843 in.

Slika 4.4: Primeri odčitkov nonija (PRINCO, 2001, str. 5).

4.3.7 Popravki in redukcije barometriškega stanja

Višino živosrebrnega stolpca, ki smo jo neposredno odčitali na barometru, imenujemo barometriško stanje, ki pa ga ne moremo uporabiti, dokler ne upoštevamo odgovarjajočih popravkov in redukcij, da bi dobili pravi zračni tlak. Da bi bile vrednosti, ki smo jih odčitali v različnih časih in na različnih krajih primerljive, moramo izvesti naslednje popravke (WMO, 1961):

- instrumentalni popravek,
- popravek zaradi zemeljske težnosti,
- temperaturni popravek.

Za katerikoli barometer, uporabljen na stalnem mestu, so lahko ti popravki primerno združeni v tabelo, z vrednostjo tlaka in temperaturo kot argumenta (WMO, 1961).

4.3.7.1 *Instrumentalni popravek*

Instrumentalni popravek za živosrebrni barometer lahko določimo s kontrolnim barometrom v laboratoriju meteorološke službe in na postaji. Instrumentalni popravek vsebuje naslednje popravke:

- nenatančne postavitve,
- razdelitve skale oz. napake skale,
- kapilarnosti,
- nepopolnega vakuuma.

Ko se določi instrumentalni popravek, se izda certifikat, v katerem je označena velikost popravka s predznakom (+ ali -). Pri dobrih barometrih ne bi smeli ti popravki preseči nekaj desetink milibara.

4.3.7.2 *Popravek zaradi vpliva zemeljske težnosti*

Kot je bilo povedano, je odčitek živosrebrnega barometra, pri danem tlaku in temperaturi, odvisen od vrednosti zemeljske težnosti, ki se spreminja z geografsko širino in višino. Ker so barometri kalibrirani tako, da dajejo prave odčitke tlaka pri standardni vrednosti težnosti $\gamma_0 = 980,665 \text{ cm/s}^2$, moramo odčitke pri katerikoli drugi vrednosti težnosti popraviti oziroma reducirati na standardno težnost. Za redukcijo takšnih odčitkov se priporoča naslednja metoda:

Naj bo:

- B odčitek živosrebrnega barometra,
- B_t reduciran odčitek barometra na standardno temperaturo, vendar ne na standardno težnost, in popravljen za instrumentalni popravek,
- B_n reduciran odčitek barometra na standardno temperaturo in na standardno težnost in popravljen za instrumentalni popravek,

- B_{ca} klimatološko povprečje B_1 na postaji,
 $g_{\varphi,H}$ lokalni težnostni pospešek (v cm/s^2) na postaji z geografsko širino φ
in višino H nad nivojem morja,
 γ_0 standardni težnostni pospešek ($980,665 \text{ cm/s}^2$).

Primerne so naslednje zveze enakosti (WMO, 1961):

$$B_n = B_1 \frac{g_{\varphi,H}}{\gamma_0}, \quad (4.2)$$

$$B_n = B_1 + B_1 \left(\frac{g_{\varphi,H}}{\gamma_0} - 1 \right). \quad (4.3)$$

Približna enačba (4.4), ki je podana spodaj, se lahko uporabi, če se dobljeni rezultat ne razlikuje za več kot 0,1 mbar od rezultata, ki ga dobimo s pomočjo enačbe (4.3)

$$B_n = B_1 + B_{ca} \left(\frac{g_{\varphi,H}}{\gamma_0} - 1 \right). \quad (4.4)$$

Lokalni težnostni pospešek $g_{\varphi,H}$ bo določen s postopkom, prikazanim v poglavju 4.3.10.

4.3.7.3 *Temperaturni popravek*

Višina živosrebrnega stolpca ni odvisna samo od zračnega tlaka in težnosti, ampak tudi od temperature živega srebra. Pri enakem tlaku in težnosti, a pri različnih temperaturah, je višina stolpca različna. Zato morajo biti odčitki popravljeni oz. reducirani na vrednost, ki bi bila dobljena, če bi bil barometer pri standardni temperaturi $0 \text{ }^\circ\text{C}$.

Za redukcijo odčitkov na $0 \text{ }^\circ\text{C}$ uporabljamo naslednje formule (WMO, 1961):

a) *Barometer tipa Fortin – barometer s premičnim rezervoarjem*

$$C_t = -\frac{B(\alpha - \beta)t}{1 + \alpha t} \quad (4.5)$$

kjer je:

- C_t popravek pri temperaturi t °C,
- α koeficient volumske razteznosti živega srebra,
- β koeficient linearne razteznosti skale,
- B odčitek barometra pri temperaturi 0 °C,
- t temperatura barometra v času čitanja tlaka.

Če vstavimo za $\alpha = 0,0001818$ in β (za medeninasto skalo) = 0,0000184 na 1 °C, je lahko enačba (4.5) zapisana brez izmerljive napake:

$$C_t = -0,000163B_t \quad (4.6)$$

b) *Barometer s fiksnim rezervoarjem*

$$C_t = -\frac{B(\alpha - \beta)t}{1 + \alpha t} - 1,33\frac{V}{A}(\alpha - 3\eta)t \quad (4.7)$$

kjer je:

- C_t , α , β , B in t količine kot so definirane zgoraj,
- V celotni volumen živega srebra v barometru v mm³,
- A efektivna površina rezervoarja v mm²,
- η linearni koeficient razteznosti, ki predstavlja predvsem razteznost železnega rezervoarja in steklene cevke.

Za vrednost η se lahko vzame 0,000010 na 1 °C. Za sobno temperaturo lahko z zadovoljivo natančnostjo zapišemo:

$$C_t = -0.000163 \left(B + 1,24 \frac{V}{A} \right) t \quad (4.8)$$

Faktor $1,24 \frac{V}{A}$ je odvisen od konstrukcije posameznega instrumenta, ampak se lahko v povprečju uporablja za katerekoli posebne modele barometrov.

4.3.8 Glavni viri napak

4.3.8.1 *Vpliv vetra*

Veter lahko pogosto povzroči dinamične spremembe tlaka v prostoru, kjer je postavljen instrument. Te nestalnosti se dodajajo statičnemu tlaku, ki lahko v močnem in sunkovitem vetru znašajo tudi do dva ali tri milibare. Ponavadi je nepraktično popravljati takšna spreminjanja, ker je "pumping" efekt živega srebra odvisen tako od smeri kot od sile vetra in od lokalnih pogojev, kjer je postavljen barometer. Zato si moramo zapomniti, da so možne razlike pri primerjavi odčitkov dveh barometrov v različnih stavbah (WMO, 1961).

V veliki meri se je mogoče izogniti temu efektu z izdelavo nepredušnega barometra, ki ima posledično "glavo", ki je podvržena atmosferi. Oblikovana je tako, da zagotavlja, da je tlak znotraj nje pravi statični tlak (HOMI, 1980).

4.3.8.2 *Nezanesljivost temperature instrumenta*

Temperatura pritrjenega termometra ponavadi ne bo enaka srednji temperaturi živega srebra, skale in rezervoarja. Ta napaka se lahko zmanjša z ugodnejšo postavitvijo oziroma

izpostavljenostjo barometra (glej poglavje 4.3.8) in z uporabo ustreznega postopka opazovanja oziroma odčitavanja (glej poglavje 4.3.6). Pozornost mora biti usmerjena na pogosto prisotnost velikega in nespremenljivega vertikalnega temperaturnega gradienta v sobi, ki lahko povzroči znatno razliko med temperaturo zgornjega in spodnjega dela barometra (WMO, 1961). Električni ventilator lahko povzroči takšno porazdelitev temperature, ki lahko povzroči lokalne variacije tlaka, zato se mora pred opazovanjem ugasniti. Temperatura zgornjega dela stolpca živosrebrnega barometra je lahko za dve do tri stopinje višja kot v rezervoarju. Zato je v takšnih primerih težko dobiti pravo srednjo vrednost temperature za redukcijo odčitkov. Pod normalnimi pogoji napaka zaradi temperature ne bo preseгла 0,1 mbar.

4.3.8.3 *Okvarjen vakuumski prostor*

Ko je instrument kalibriran, se predvideva, da je nad živosrebrnim stolpcem čisti vakuum ali zanemarljiva količina plina. Vsaka sprememba, z ozirom na to, povzroči napako pri odčitavanju. Za prisotnost plina v cevki barometra se lahko naredi približen test. To naredimo tako, da prevrnemo cevko in poslušamo pok, ko živo srebro doseže vrh ali pregledamo, če se v zaprtem delu nahaja mehurček. Mehurček na sme v premeru preseči vrednost 1,5 mm, če je barometer obrnjen horizontalno. Prisotnost vodne pare ne more biti odkrita na ta način, kot če je stisnjena, ko se volumen prostora manjša. Po Boyleovem zakonu je napaka zraka in nenasičene vodne pare v prostoru nad živosrebrnim stolpcem obratno sorazmerna z volumnom živega srebra. Edini zadovoljiv način, za odpravo te napake, je recalibracija čez celotno skalo. Če je napaka prevelika, je potrebno cevko barometra ponovno napolniti ali zamenjati.

4.3.8.4 *Kapilarna depresija površine živega srebra*

Višina meniskusa in s tem kapilarna depresija za določeno cevko, se lahko spremeni s časom in lego živega srebra v cevki. Dokler je uporaben, mora biti srednja vrednost meniskusa, ki je bila opazovana med originalno kalibracijo, zapisana v certifikatu barometra. Nobeni popravki

naj ne bi bili narejeni za odklon od originalne višine meniskusa. Obvestilo bi naj bilo uporabljeno za navedbo potrebe natančnega pregleda ali kalibracije barometra. Sprememba 1 mm v višini meniskusa (iz 1,8 mm na 0,8 mm), v 8 mm cevki, lahko povzroči napako okoli 0,5 mbar v odčitku tlaka. Višina meniskusa je odvisna od premera cevke (ožja kot je cevka, večja je napaka).

Sploščenje meniskusa lahko povzroči:

- a) onesnaženje živega srebra, ki lahko ostane neodkrito ali
- b) zvišanje tlaka, v primeru, da je lahko združena izboklina v meniskusu. Efekt je lahko zmanjšan tako, da potrkamo barometer.

Pozornost je prav tako treba posvetiti veliki spremembi kota pri stiku med živim srebrom in steno rezervoarja pri barometrih z fiksnim rezervoarjem, ker lahko povzroči majhno, ampak znatno napako pri odčitnem tlaku.

4.3.8.5 *Nepopolna vertikalnost*

Če je dno simetričnega barometra, ki ima normalno dolžino (okrog 90 cm) ter prosto visi, zamaknjeno za okoli 6 mm od vertikalnega položaja, bo prikazani tlak višji za približno 0,02 mbar. V primeru nesimetričnega barometra je ta napaka bolj pomembna. Za primer, če je začetna točka (kazalec) v rezervoarju za okoli 12 mm od osi, mora rezervoar biti zamaknjen le za 1 mm od vertikalnosti, da povzroči napako 0,02 mbar.

4.3.8.6 *Splošna natančnost popravljene odčitka tlaka*

Verjetna napaka enega popravljene odčitka barometra na navadni meteorološki postaji bi morala biti v mejah $\pm 0,2$ mbar. Ta napaka bo v glavnem rezultat neizogibne nezanesljivosti v instrumentalni korekciji, nezanesljivosti glede temperature instrumenta ter napake "pumping" efekta površine živega srebra (WMO, 1961).

4.3.9 Redukcija tlaka na standardni nivo (povzeto po: (WMO, 1961) in URL5)

Pogosto se zahteva horizontalni gradient tlaka med postajami, ki se nahajajo na različnih nivojih. To se ne more izvesti z neposredno primerjavo odčitkov tlaka, saj se tlak spreminja z višino. Zato je potrebno odčitke barometra reducirati na skupni nivo. Za reduciranje na skupni nivo so v uporabi različne metode, ampak WMO še ne priporoča nobene določene metode, razen za postaje na nizkih nivojih oz. višinah.

WMO priporoča, da se opazovan zračni tlak, za vse postaje, reducira na srednji nivo morja, kjer je to lahko narejeno s primerno natančnostjo. Kjer to ne more biti narejeno, bi se naj tlak na postaji reduciral, z zapisnikom o lokalnem dogovoru, ali na geopotencialno dogovorjen "nivo konstantnega tlaka" ali na dogovorjen nivo za to postajo.

Združenje hidrostatičnega ravnovesja

$$\frac{dp}{dh} = -\rho g \quad (4.9)$$

in enačbe stanja

$$\frac{p}{\rho} = RT, \quad (4.10)$$

kjer je T dejanska absolutna temperatura zraka, nam da

$$\frac{dp}{p} = \frac{-gdh}{RT}. \quad (4.11)$$

Z integracijo zgornje enačbe dobimo že znano hipsometrično enačbo

$$\ln \frac{p_s}{p_0} = -\frac{g}{R} \int_0^h \frac{dh}{T}, \quad (4.12)$$

kjer je h višina postaje. Ta enačba je osnova za vse različne redukcijske formule.

Za postaje na nizkih nivojih, npr., ko je postaja pod 100 m, je lahko hipsometrična enačba integrirana v enostavnejšo enačbo:

$$\ln \frac{p_s}{p_0} \approx \frac{p_s - p_0}{p_0} = -\frac{gh}{RT_s}, \quad (4.13)$$

kjer je T_s temperatura zraka merjena na postaji. To nam daje redukcijo, ki mora biti dodana:

$$C = p_0 - p_s = p_0 \frac{g}{R} \frac{h}{T_s} \approx p_s \frac{g}{R} \frac{h}{T_s}. \quad (4.14)$$

Če vstavimo za $h \cong 100$ m, dobimo za redukcijo konstanto, za nizke nivoje, velikostnega reda $C \cong 10$ mbar.

Tu je nekaj stvari, o katerih je treba prediskutirati pri proceduri redukcije. Bistveno je, da T_s predstavlja temperaturo (namišljene) zračne mase med postajo in srednjim nivojem morja. To ni mogoče v primeru inverzne situacije in je zato mogoče razlog, zakaj je WMO predlagala uporabo letne običajne temperature namesto opazovane temperature.

Razen tega se naj za povečanje natančnosti uporabi dejanska temperatura za vključitev vlage zraka. Navadno je razlika med temperaturo in dejansko temperaturo manjša od 5 K.

Poskušajmo določiti kateri faktorji vplivajo na negotovost v redukciji. Ocenimo to negotovost kot:

$$\delta C \cong p_s \frac{g}{R} \left[\frac{\delta h}{T_s} + \frac{h \delta T_s}{T_s^2} \right] \cong 1 \text{ mbar} + 0,5 \text{ mbar}, \quad (4.15)$$

kjer smo vstavili za $\delta T_s = 10$ K in za $\delta h = 10$ m. Iz tega lahko zaključimo dve stvari. Prvič, da moramo poznati višino postaje z boljšo natančnostjo kot 10 m, rajši 1 m in drugič, da moramo poznati temperaturo vsaj na 10 K natančno, če želimo, da je negotovost določitve tlaka manjša od 0,5 mbar.

Na postajah, ki so locirane na nizkih nivojih (višinah), bi se naj odčitki tlaka reducirali na srednji nivo morja z dodajanjem konstante C tlaku na postaji. Konstanta C je podana z naslednjim izrazom:

$$C = 34,68 \frac{H_p}{T_v} \text{ mbar} \quad (4.16)$$

kjer je:

- H_p višina postaje v geopotencialnih metrih in
- T_v je srednja običajna letna vrednost dejanske temperature na postaji v K.

Ta postopek je lahko uporabljen na postajah, ki so na tako nizkih višinah, da deviacija rezultata redukcije konstante C , če zamenjamo absolutno skrajno vrednost dejanske temperature za T_v v enačbi (4.16), ne bo dosegla 0,2 mbar (WMO, 1961).

4.3.10 Lokalni težnostni pospešek

Postopki, ki so opisani v tem poglavju, bi se naj uporabljali za izračun in določitev lokalnega težnostnega pospeška za namene, ki so podani v poglavju 4.3.7.2. Tako dobljene vrednosti se nanašajo na *Meteorološki gravitacijski sistem*. Treba je povedati, da t.i. *Potsdamski sistem*, ki je bil v široki uporabi geodetskih organizacij, daje vrednosti $0,013 \text{ cm/s}^2$ večje kot Meteorološki gravitacijski sistem.

V poglavju 3.3.1.1 je opisano, da je IUUG leta 1930 na generalni skupščini v Stockholmu sprejela izraz za izračun vrednosti težnostnega pospeška glede na privzeti referenčni sistem.

Takrat je bil v veljavi Mednarodni elipsoid 1924. Enačba (3.23) podaja izraz za izračun normalnega težnostnega pospeška na elipsoidni širini φ in se glasi v cm/s^2 :

$$\gamma_{\varphi}^0 = 978,049(1 + 0,052884 \sin^2 \varphi - 0,0000059 \sin^2 2\varphi).$$

Formula se nanaša na privzeti mednarodni referenčni elipsoid, ki predstavlja obliko Zemlje ter znaša vrednost težnostnega pospeška na nivoju morja (geoidu), na širini 45° (g_{45}) $980,629 \text{ cm/s}^2$ (Potsdamski sistem). Poznejši pregledi in raziskave so pokazale, da je ta vrednost prevelika za približno od 12 do 20 delov na milijon. Zdi se, da bi bila najboljša vrednost za g_{45} v okolici vrednosti $960,616 \text{ cm/s}^2$.

Leta 1947 je Konferenca direktorjev Mednarodne meteorološke organizacije priporočila, da Mednarodna meteorološka organizacija prosi Mednarodno združenje geodetov (IGA) za nasvet, katera vrednost naj bo privzeta za težnostni pospešek na geografski širini 45° ter za obliko enačbe, ki povezuje težnostni pospešek g z geografsko širino in višino.

V letu 1949 je W. D. Lambert (predsednik IAG), kot odgovor na prošnjo, pripravil poročilo o formulah za težnost za meteorološke namene. Pripravil je naslednja priporočila (povzeto po: List, 1951, str. 488):,

1) Da meteorologi raje privzamejo za širino 45° , za predstavitev težnosti na nivoju morja, vrednost $980,616$ ali $980,62 \text{ cm/s}^2$.

Osebnostno bi izbral $980,616 \text{ cm/s}^2$, in sicer zaradi dveh razlogov:

- a) V celoti se zdi, v kolikor lahko nepoučen človek, kot sem jaz, oceni, da je bolj pogosto rabljena kot zaokrožena ocena $980,62 \text{ cm/s}^2$.
- b) Predstavlja popravek $-0,013 \text{ cm/s}^2$ od Potsdamskega sistema, za katerega se zdi, da je bolj v skladu z našimi sedanjimi idejami za dokončen popravek od Potsdamskega sistema kot pa popravek $-0,009 \text{ cm/s}^2$, ki je vsebovan pri prevzemu vrednosti $980,62 \text{ cm/s}^2$.

2) Da meteorologi z vsem naporom pridobijo vrednosti težnosti na njihovih meteoroloških postajah tako, da se rešijo neizogibnim negotovostim napovedanih vrednosti.

- 3) Da uporabijo popravek $-0,013$ ali $-0,009 \text{ cm/s}^2$ za opazovane vrednosti, ker so za sedaj te vrednosti v Potsdamskem sistemu.
- 4) Da je enostavno oz. razumljivo narejeno v vseh meteoroloških publikacijah, posebno v tistih, ki jih berejo laiki (nemeteorologi), da so vse vrednosti težnosti (opazovane ali teoretične) v t. i. *Meteorološkem gravitacijskem sistemu* in zato zahtevajo popravek $+0,013$ ali $+0,009 \text{ cm/s}^2$ za redukcijo na Potsdamski sistem, za primerjavo z ostalimi vrednostmi v splošni uporabi.
- 5) Da koeficienti v formulah za izračun teoretične vrednosti težnosti na nivoju morja ter za padanje težnosti z višino in geopotencial temeljijo na matematični eksaktnosti, tako da se lahko privzame katerakoli standardna težnost, ki temelji na dimenzijah Mednarodnega referenčnega elipsoida.
- 6) Da kadar ni mogoče dobiti opazovanih vrednosti na meteoroloških postajah, se naj vrednost težnosti napove z interpolacijo med bližnjimi točkami, na katerih je določena vrednost težnosti, s pomočjo enačbe (4.18).
- 7) Kadar se ne da dobiti opazovanih vrednosti težnosti ne za meteorološko postajo ne za katere druge točke med 35 in 75 km od meteorološke postaje, se lahko vrednost težnosti napove z izračunom glede na enačbi (4.19) ali (4.20)."

4.3.10.1 *Formula za težnost na nivoju morja*

Iz razlogov, ki so navedeni zgoraj je bila za vrednost g_{45} privzeta vrednost $980,616 \text{ cm/s}^2$. Enačba, ki jo je predlagal Lambert za spreminjanje težnosti na nivoju morja z geografsko širino za *Meteorološki gravitacijski sistem* in temelji na Mednarodnem elipsoidu 1924, je:

$$\begin{aligned}\gamma_{\varphi}^0 &= 978,0356(1 + 0,0052885 \sin^2 \varphi - 0,0000059 \sin^2 2\varphi) = \\ &= 980,6160(1 - 0,0026373 \cos 2\varphi + 0,0000059 \cos^2 2\varphi) \end{aligned} \quad (4.17)$$

kjer je γ_{φ}^0 težnostni pospešek na nivoju morja ter na širini φ , v cm/s^2 .

Poudarjeno je, da so vse vrednosti γ_{ϕ}^0 v tem sistemu (Meteorološkem gravitacijskem sistemu) za $0,013 \text{ cm/s}^2$ manjše od vrednosti v Potsdamskem sistemu ($g_{45} = 980,629 \text{ cm/s}^2$), ki so bile včasih v uporabi geodetov.

4.3.10.2 Izračun lokalnega težnostnega pospeška

Za pridobitev vrednosti lokalnega težnostnega pospeška na dani točki se uporabljajo naslednje tri metode.

1. Opazovanje težnosti z gravimetrom ali katerim drugim težnostnim aparatom.
2. Izračun težnosti z interpolacijo Bouguerovih anomalij - enačba (4.18).
3. Izračun teoretične vrednosti težnosti z uporabo kombinacije redukcije prostega zraka in Bouguerove redukcije – enačbi (4.19) in (4.20).

4.3.11 Določitev lokalnega težnostnega pospeška

4.3.11.1 Uporaba gravimetra (povzeto po: WMO, 1961)

Razvoj gravimetrov je omogočil, da velik del zemeljskega površja ni več odvisen od teoretične vrednosti težnosti in njene nepravilnosti. Gravimetrične mreže so tako razširjene, da so lahko vse meteorološke postaje vključene v gravimetrične mreže.

Danes dobimo izmerjene vrednosti težnostnega pospeška g z gravimetrov v sistemu IGSN71 (International Gravity Standardisation Net 1971), ki je danes v veljavi. Vrednosti v tem sistemu so točne in so odvisne samo od natančnosti meritve.

4.3.11.2 Uporaba Bouguerove anomalije

Če gravimeter ni na razpolago, je treba dati prednost službi za interpolirane vrednosti Bouguerovih anomalij (A_B), s katerimi dosežemo g na dani točki pod pogojem, da so dosegljive karte izolinij teh anomalij s strani geodetskih organizacij ali, da obkroža točko mreža gravimetričnih točk z gostoto točk najmanj ena točka na 10 000 kvadratnih kilometrov (100 km ali krajša razdalja med točkama). Gravimetrična mreža, z malo slabšo gostoto, je lahko uporabljena kot baza, če geodetska organizacija predlaga, da ta metoda daje bolj zanesljive rezultate, kot tiste, ki jih dobimo z metodo opisano v poglavju 4.3.11.3.

Definicija Bouguerove anomalije (A_B) je izpeljana iz naslednje enačbe:

$$g_s = (\gamma_\varphi^0)_s - CH + A_B \text{ cm/s}^2, \quad (4.18)$$

kjer je:

- $(\gamma_\varphi^0)_s$ teoretična vrednost težnostnega pospeška (v cm/s^2) na geografski širini φ na morskem nivoju, dana s formulo z dejansko uporabo pri izračunu Bouguerove anomalije. Ta formula izraža vrednost g kot funkcijo geografske širine v nekem sistemu.
- H višina točke (v metrih) nad morskim nivojem, na kateri je merjen g_s ,
- g_s opazovana vrednost težnostnega pospeška (v cm/s^2) na dani lokaciji ter višini, ki temelji na IGSN71,
- A_B Bouguerjeva anomalija (v cm/s^2),
- C faktor popravka (popravek Bouguerove plošče) višine uporabljen pri izračunu Bouguerove anomalije (npr., če uporabimo gostoto skorje $2,67 \text{ g/cm}^3$, je ta faktor $0,0001968 \text{ cm/s}^2$).

Če se zahteva g za dano točko, ki ni bila merjena, se primerna vrednost za A_B kraja okrog točke lahko interpolira iz omenjenih kart izolinij ali iz podatkov, ki predstavljajo Bouguerove

anomalije, kot jih definira gravimetrična mreža. Vrednost g_s se izračuna s pomočjo enačbe (4.18).

4.3.11.3 Teoretični izračun lokalnega težnostnega pospeška

Teoretična vrednost (γ_φ^0) težnostnega pospeška, za srednji nivo morja na geografski širini φ , je izračunana s pomočjo enačbe Somigliane – enačba (3.16):

$$\gamma_0 = \frac{a\gamma_a \cos^2 \varphi + b\gamma_b \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}}.$$

Vrednost lokalnega težnostnega pospeška na dani točki na površju Zemlje, na zemeljski postaji, je izračunana s pomočjo enačbe:

$$g = \gamma_\varphi^0 - 0,0003086H + 0,0001118(H - H') \quad (4.19)$$

kjer je:

- g izračunana vrednost lokalnega težnostnega pospeška v cm/s^2 na dani točki,
- γ_φ^0 teoretična vrednost težnostnega pospeška za srednji nivo morja na geografski širini φ , izračunana v skladu z enačbo (4.17),
- H dejanska višina na dani točki, nad srednjim nivojem morja, v metrih in
- H' srednja višina, v metrih, nad srednjim nivojem morja, dejanskega površja terena znotraj kroga, katerega radij znaša okrog 150 km in je dana točka v središču tega kroga.

Vrednost lokalnega težnostnega pospeška na dani točki znotraj kratkih dolžin (H) (manj kot 10 km) nad srednjim nivojem morja, kjer točka leži nad morsko gladino, je izračunana s pomočjo naslednje enačbe:

$$g = \gamma_{\varphi}^0 - 0,0003086H - 0,0000668(D - D') \quad (4.20)$$

kjer je:

- g izračunana vrednost lokalnega težnostnega pospeška v cm/s^2 na dani točki,
- γ_{φ}^0 teoretična vrednost težnostnega pospeška za srednji nivo morja na geografski širini φ , izračunana v skladu z enačbo (4.17),
- H dejanska višina na dani točki, nad srednjim nivojem morja, v metrih,
- D globina vode, v metrih, pod dano točko,
- D' srednja globina vode, v metrih, znotraj kroga, katerega radij znaša okrog 150 km in je dana točka v središču tega kroga.

Lokalni težnostni pospešek na postajah ali točkah, ki so na obali oziroma blizu obale, se izračuna na osnovi razmerja s pomočjo enačb (4.19) in (4.20). To storimo na ta način, da težino zadnjega izraza enačbe (4.19), glede na relativno površino zemlje znotraj opisanega kroga in težino zadnjega izraza enačbe (4.20), glede na relativno površino morja znotraj opisanega kroga, združimo algebraično na ta način, da zanesljivo dosežemo popravek, ki je uporaben za prva dva izraza v desnih členih obeh teh enačb.

Enačbi (4.19) in (4.20) vsebujeta popravek prostega zraka in Bouguerov popravek. Kombinacija teh dveh popravkov daje najboljše rezultate.

5 DOLOČITEV LOKALNEGA TEŽNOSTNEGA POSPEŠKA ZA REDUKCIJO BAROMETRIČNEGA ODČITKA ŽIVOSREBRNEGA BAROMETRA PRINCO 469 NOVA™ ECONOMY MODEL

5.1 Natančnost določitve lokalnega težnostnega pospeška za barometrični odčitek živosrebrnega barometra Princo 469 NOVA™ Econoy model

Zračni tlak je enak tlaku, ki ga podpira živosrebrni stolpec v cevki barometra. Izračunamo ga s pomočjo enačbe (4.1):

$$p = \rho g h_0,$$

kjer je h_0 višina živosrebrnega stolpca.

Živosrebrni barometer Princo 469 NOVA™ Economy model je barometer tipa Fortin in ima skalo v milimetrih (milimetri živosrebrnega stolpca – mm Hg). Skala nonija je razdeljena tako, da lahko čitamo na 0,1 mm natančno. Lahko pa cenimo še manjše vrednosti na način, ki je opisan v poglavju 4.3.6.

Kot vemo je 1 mm Hg = 1,333224 mbar. Če čitamo na skali barometra na 0,1 mm natančno, to pomeni, da je natančnost določitve tlaka 0,1333224 mbar oz., če cenimo na 0,01 mm je natančnost določitve $\approx 0,013$ mbar.

V *Tabeli 5.1* je prikazano, kako se spreminja tlak po enačbi (4.1), če je višina stolpca konstantna, spreminja pa se težnostni pospešek g .

Tabela 5.1: Spreminjanje tlaka glede na spremembo težnostnega pospeška

ρ [kg/m ³]	g [m/s ²]	h_0 [m]	p [mbar]
13595,1	9,80665	0,760	1013,250
13595,1	9,80670	0,760	1013,255
13595,1	9,80677	0,760	1013,263
13595,1	9,80680	0,760	1013,266
13595,1	9,80685	0,760	1013,271
13595,1	9,80690	0,760	1013,276
13595,1	9,80695	0,760	1013,281
13595,1	9,80700	0,760	1013,286
13595,1	9,80705	0,760	1013,291
13595,1	9,80710	0,760	1013,297
13595,1	9,80715	0,760	1013,302

Iz Tabele 5.1 lahko vidimo, da se tlak spremeni za 0,013 mbar pri spremembi težnostnega pospeška za $0,012 \text{ cm/s}^2 = 0,012 \text{ Gala} = 120 \text{ } \mu\text{m/s}^2$. Da se tlak spremeni za 0,05 mbar, se mora težnostni pospešek spremeniti za $0,050 \text{ cm/s}^2$.

Kot vidimo se za potrebe določitve zračnega tlaka ne potrebuje zelo natančne določitve lokalnega težnostnega pospeška g .

V poglavju 4.3.11 so opisane metode določitve lokalnega težnostnega pospeška. Ker smo imeli možnost določiti lokalni težnostni pospešek z gravimetrom, smo to tudi naredili.

5.2 Določitev lokalnega težnostnega pospeška z relativnim gravimetrom SCINTREX CG-3M

Živosrebrni barometer Princo 469 NOVA™ Economy model se nahaja v stavbi Fakultete za gradbeništvo, v 4. nadstropju, in sicer v laboratorijski sobi s komparatorjem za nivelmanske late. Vrednost težnostnega pospeška je bila določena z relativnim gravimetrom SCINTREX CG-3M, s katerim lahko relativno hitro določimo relativni težnostni pospešek na določeni točki – celo v časovnem intervalu znotraj ene minute. Konstrukcija gravimetra omogoča enostavno merjenje na terenu, saj so v enem ohišju združeni gravimetrični senzor, nadzorni

mehanizmi s programsko opremo in baterije. Instrument deluje brez ponovnega zagona v razponu nad 7 cm/s^2 (7000 mGalov) z natančnostjo $0,000005 \text{ cm/s}^2$ ($5 \text{ } \mu\text{Galov}$).

Gravimetrični senzor je sestavljen iz kremenčeve vzmeti z utežjo, katere položaj se zazna s kondenzatorjem. Gravitacijska sila na utež je uravnovešena z vzmetjo ničelne dolžine in relativno majhno elektrostatično silo, ki se pojavi ob priključitvi kondenzatorjev na električno napetost in potisne položaj vzmeti v ničelni položaj. Relativni težnostni pospešek se tako določi na osnovi merjenja spremembe napetosti v kondenzatorju. Gravimetrični senzor pošlje vsako sekundo izmerjeno napetost (signal V_{fb}) v digitalni pretvornik ADC1, pri tem se analogno-digitalni pretvornik periodično preklaplja na kalibracijsko napetost; pogostost preklapljanja predhodno določi operater. Povprečna vrednost meritev se določi iz posameznih sekundnih čitanj, kjer se vrednosti s prevelikim odstopanjem na osnovi statističnih algoritmov izločijo. (Lisec, 2002)

Nadzorni mehanizem (tipkovnica LCD zaslon z 80 znaki, mikroprocesor in pomnilniška enota) opazovanja popravi za določene popravke, tako popravljena opazovanja shranjuje in izvaja kontrolne funkcije med meritvami. Program popravi opazovane vrednosti za določene pogreške hoda instrumenta, preostale temperaturne spremembe, plimovanja Zemlje in pogreške nevertikalnosti instrumenta. (Lisec, 2002)

Definitivna vrednost odčitka (na osnovi kalibracijske konstante in merjenja spremembe napetosti v kondenzatorju, popravka nehorizontalnosti instrumenta) je enaka vsoti odčitka, temperaturnega popravka, popravka zaradi plimovanja Zemlje in negativni vrednosti popravka nehorizontalnosti instrumenta. (Lisec, 2002)

Za izhodiščno točko težnostnega pospeška je bila uporabljena točka (steber) v kletni učilnici stavbe Fakultete za gradbeništvo in geodezijo. Vrednost težnostnega pospeška na dani točki znaša $\text{FGG-klet} = 980,615540 \text{ cm/s}^2 = 9806155,40 \text{ } \mu\text{m/s}^2$ ($980615540 \text{ } \mu\text{Gal}$). Vrednost, ki smo jo pridobili z relativnim gravimetrom v kalibracijskem laboratoriju, v 4. nadstropju, znaša (Urek, 2005):

$$R_g = 980,609760 \text{ cm/s}^2 = 9806097,60 \text{ } \mu\text{m/s}^2 \text{ (980609760 } \mu\text{Gal)}$$

in se nanaša na tla v laboratoriju. Ker se težnostni pospešek nanaša na tla, je treba za dobljeno vrednost uporabiti popravek prostega zraka. Popravek prostega zraka znaša:

$$\delta g_{FA} = 0,3086 H^{ort} \text{ mGal} = 0,0003086 H^{ort} \text{ cm/s}^2.$$

Če uporabimo zgornji izraz ter za H^{ort} vzamemo ortometrično višinsko razliko $\Delta H_{R_g}^{Bar}$ med tlemi kalibracijskega laboratorija in začetno točko barometra, dobimo popravek prostega zraka, ki ga moramo odšteti od vrednosti na točki R_g , saj vrednost težnostnega pospeška z višino pada.

Popravek prostega zraka δg_{FA} za višinsko razliko $\Delta H_{R_g}^{Bar}$ znaša:

$$\begin{aligned} \delta g_{FA} &= 3,086 \Delta H_{R_g}^{Bar} = \\ &= 3,086 \cdot 0,8362 = \\ &= 2,58 \text{ } \mu\text{m/s}^2 = 0,000258 \text{ cm/s}^2 \text{ (Gal)} \end{aligned}$$

Vrednost težnostnega pospeška na ničelni točki barometra tako pridobimo z naslednjim izrazom:

$$\begin{aligned} \text{Bar} &= R_g - \delta g_{FA} = \\ &= 9806097,60 - 2,58 = \\ &= \underline{\underline{9806095,02 \text{ } \mu\text{m/s}^2 = 980,609502 \text{ cm/s}^2 \text{ (Gal)}}}. \end{aligned}$$

Dobljene vrednosti težnostnega pospeška so v težnostnem referenčnem sistemu, ki ga predstavlja IGSN71 (International Gravity Standardisation Net 1971).

V poglavjih 4.3.10 in 4.3.11 smo omenili, da imajo meteorologi svoj *Meteorološki gravitacijski sistem*. Ta sistem je nastal v prvi polovici 20. stoletja, ko je bil s strani

geodetskih organizacij v uporabi *Potsdamski gravitacijski sistem*. Meteorološki gravitacijski sistem se je od Potsdamskega gravitacijskega sistema razlikoval za $-130 \mu\text{m/s}^2 = -0,013 \text{ cm/s}^2$.

Potsdamski gravitacijski sistem je bil v veljavi od leta 1909 do leta 1971. Temeljlil je na absolutnem težnostnem merjenju, ki je bilo izvedeno okoli leta 1900 z reverzibilnim nihalom na geodetskem inštitutu v Potsdamu. Vrednost težnostnega pospeška na referenčni točki je znašala $9,81274 \text{ m/s}^2 = 981,274 \text{ cm/s}^2$. Po letu 1945 so opazovalci zahodnih držav uporabili točko Bad Harzburg v Zahodni Nemčiji kot zamenjavo za Potsdam. Vrednosti, ki so bile v Potsdamskem sistemu, so bile prevelike za okoli $140 \mu\text{m/s}^2 = 0,014 \text{ cm/s}^2$. Med leti 1950 in 1970 je bila s strani mednarodnih kooperacij osnovana nova globalna težnostna mreža IGSN71 in je zamenjala Potsdamski gravitacijski sistem. IGSN71 definira 10 absolutnih merjenj težnosti na 8 točkah.

V literaturi za meteorologijo, ki je bila na voljo, (WMO, 1961) in (List, 1958), se težnostni pospešek merjen z gravimetrom nanaša na Potsdamski gravitacijski sistem. Literatura navaja, da je potrebno narediti redukcijo na Meteorološki gravitacijski sistem, ki je za $130 \mu\text{m/s}^2 = 0,013 \text{ cm/s}^2$ manjši od potsdamskega. Ker je IGSN71 za $140 \mu\text{m/s}^2 = 0,014 \text{ cm/s}^2$ manjši od potsdamskega sistema, lahko vrednost, ki smo jo pridobili z gravimetrom, popravljeno za vrednost prostega zraka, uporabimo za izračun tlaka. Razlika med Meteorološkim gravitacijskim sistemom in IGSN71 potemtakem znaša okoli $10 \mu\text{m/s}^2 = 0,001 \text{ cm/s}^2$, kar pa pri določitvi tlaka nima vpliva, glede na natančnost odčitka $0,1 \text{ mm Hg} = 0,13 \text{ mbar}$, kot smo to lahko videli iz *Tabele 5.1*.

Vrednost težnostnega pospeška na začetni točki barometra tako znaša:

$$\mathbf{Bar = \underline{9806095,02 \mu\text{m/s}^2 = 980,609502 \text{ cm/s}^2 (Gal)}}.$$

6 SISTEMI VIŠIN

Lega točke v tridimenzionalnem prostoru je določena s tremi koordinatami, ki jih lahko izrazimo na različne načine in so načeloma medsebojno neodvisne. Čeprav so koordinate neodvisne, jih v vsakdanjem življenju ločimo med položajem in višino, saj pri premiku nekega predmeta na določeno višino rabimo večjo silo kot pa pri premiku v horizontalni smeri. Razlog temu je, da je položaj definiran geometrično, višina pa fizikalno. Višina, sorazmerna razliki potencialov, je tako neposredno povezana s težnostnim poljem Zemlje.

Višino lahko definiramo tudi geometrično, na primer s tridimenzionalnimi kartezičnimi koordinatami X , Y , Z izražene v elipsoidnih (geodetskih) koordinatah φ , λ in h , ko je h elipsoidna višina in predstavlja vertikalno oddaljenost točke na površini Zemlje od referenčnega elipsoida ter jo določa elipsoidna normala v tej točki. Elipsoidne višine imajo dobro lastnost zaradi geometrične predstavitve in se danes s satelitskim določevanjem položaja točk na Zemlji vse bolj uveljavljajo v geodeziji. Za vsakdanjo uporabo in za izvedbo tehničnih projektov pa so elipsoidne višine neuporabne, saj točke na istih elipsoidnih višinah odstopajo od nivojske ploskve (geope) tudi do ± 100 m. Pri izboru višinskega sistema moramo upoštevati zahteve različnih uporabnikov, zahteve znanosti in posameznih strok. Tako dobimo celo vrsto pogojev, ki jih mora izpolnjevati teoretično neoporečni višinski sistem. Danes je v Sloveniji veljaven višinski sistem s tako imenovanimi normalnimi ortometričnimi višinami.

Najvažnejši pogoji pri določitvi idealnega višinskega sistema so naslednji.

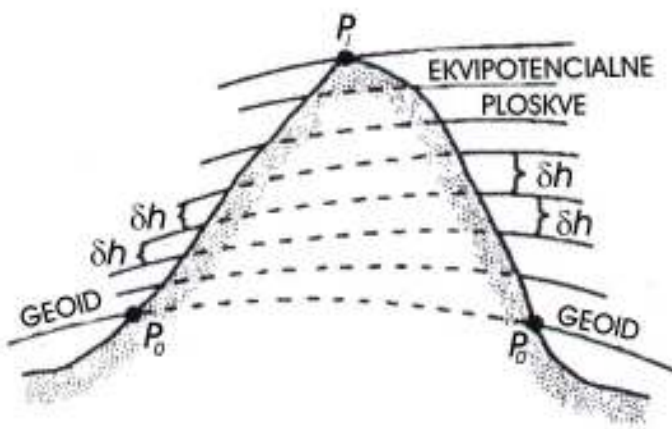
1. Višine točk morajo biti enolično določene in neodvisne od poti niveliranja.
2. Višine se morajo določiti enolično na osnovi fizikalnih meritev na fizični površini Zemlje brez uvedenih hipotez in predpostavk o notranji sestavi Zemlje (o gostoti in porazdelitvi mas v notranjosti Zemlje).
3. Iz višin naj bi se določila geoidna ondulacija z zadovoljivo natančnostjo na čim bolj enostaven način. Tako bi bila mogoča enostavna povezava višin z elipsoidnimi

višinami, ki jo zahteva satelitska metoda določevanja položaja točk na površini Zemlje – GPS meritve.

4. Višine točk naj bi bile podane v metrih, za katere mora obstajati geometrična razlaga.
5. Točke z isto višino morajo ležati na isti nivojski ploskvi.
6. Popravki merjenih višinskih razlik, zaradi privzetega višinskega sistema, morajo biti čim manjši, da jih pri nivelmanskih mrežah nižjih redov zanemarimo.
7. Popravki višinskih razlik med zaključnima točkama nivelmanske linije nižjega reda naj bi bili čim bližje linearni funkciji. S tem bi lahko uporabljali linearno interpolacijo določitve popravkov višinskih razlik med začetno in končno točko nivelmanske linije.
8. Preračun obstoječih višin – normalnih ortometričnih – v novi sistem naj bi bil enostaven in popravki naj bi bili čim manjši.

Poleg tega je dobro, če za primerjalno ploskev (izhodiščno ploskev računanja višin) obstaja fizikalna razlaga.

Vsem naštetim zahtevam ne ustreza noben višinski sistem, saj so si zahteve med seboj protislovne, to pa pomeni, da se mora višinski sistem določiti na osnovi kompromisov.



Slika 6.1: Princip geometričnega nivelmana (Kuhar, 2000, str. 45)

Kot je znano in je razvidno iz *Slike 6.1*, nivojske ploskve niso vzporedne. Določiti želimo višino točke P_i (*Slika 6.1*), zato v okviru prvega nivelmanskega vlaka niveliramo do točke P_i z leve strani gore, v okviru drugega pa z desne strani. Ne glede na smer niveliranja je višinska razlika δh na stojišču enaka razliki čitanj na latah zadaj in latah spredaj ($\delta h = L_Z - L_S$). Višina točke P_i nad geoidom je enaka vsoti delnih višinskih razlik δh za nivelman na levi in desni strani gore. Ti dve vsoti sta v splošnem različni, ker je na desni strani gore razmahnjenost nivojskih ploskev večja kot na levi strani.

Če zanemarimo razliko med dejanskim in normalnim težnostnim poljem, lahko za vpliv nevporednosti nivojskih ploskev zapišemo približno enačbo:

$$\Delta h \approx -0,0053 h_m \Delta \varphi \sin 2\varphi_m, \quad (6.1)$$

kjer je:

- h_m srednja višina nivelmanske linije,
- $\Delta \varphi$ razlika geografske širine med začetno in končno točko linije,
- φ_m srednja geografska širina.

Numerična konstanta -0,0053 predstavlja težnostno sploščenost nivojskega elipsoida GRS80. Za dolžino nivelmanske linije 50 km ($\Delta \varphi = 0,008$ rad) in srednjo višino linije $h_m = 500$ m dobimo za $\Delta h = 0,02$ m, vrednost, ki je večja od običajnega kilometrskega pogreška niveliranja na tej razdalji.

Če vpliv nevporednosti nivojskih ploskev ni zanemarljivo majhen, odpravimo dvoumnost višine točke P_i tako, da rezultat geometričnega nivelmana, ki je odvisen od poti niveliranja, izrazimo s količino, ki bo neodvisna od poti.

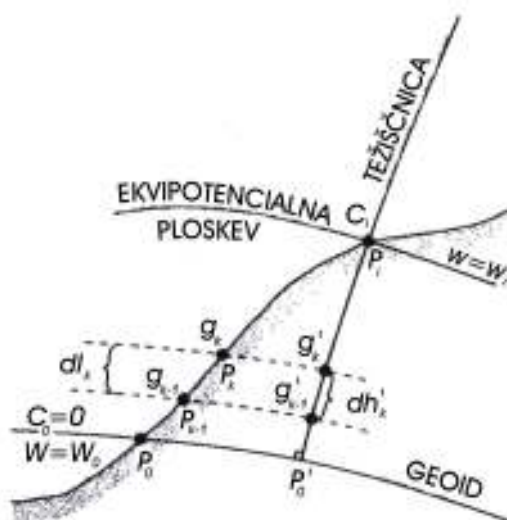
6.1 Geopotencialne kote

Ena od možnosti enolične predstavitve višine je težnostni potencial. Skozi eno poljubno točko poteka samo ena nivojska ploskev, zato je tej točki prirejena le ena vrednost potenciala W . Če sedaj označimo delne višinske razlike med točkama z δl (Slika 6.2), t.j. višinska razlika med točkama P_{k-1} in P_k (lata zadaj – lata spredaj), in sta nam poznani vrednosti težnostnega pospeška na točkah, lahko izračunamo razliko potencialov med tema dvema točkama. Razlika potencialov dveh sosednjih nivojskih ploskev je enaka delu, ki ga moramo premagati, da enoto mase prenesemo iz ene na drugo nivojsko ploskev.

Razlika potencialov med dvema točkama je neodvisna od poti in jo dobimo z enačbo:

$$W_0 - W_i = -\int_{P_0}^{P_i} g dl = -\int_{P_0}^{P_i} g' dh' , \quad (6.2)$$

kjer integriramo vzdolž terena (dl) od geoida do točke P_i ali pa vzdolž težiščnice (dh') do točke P_i . Takšen nivelman imenujemo *geopotencialni nivelman*, ker povezuje geometrični nivelman z meritvami težnostnega pospeška, opravljenih na površju Zemlje.



Slika 6.2: Geopotencialna kota (Kuhar, 2000, str. 46)

Primerjalno oz. ničelno nivojsko ploskev za določitev razlik potencialov in merjenih višinskih razlik predstavlja geoid. Razlike, ki so reducirane na geoid imenujemo *geopotencialne kote* (C). Geopotencialna kota je definirana kot negativna razlika potencialov od točke na geoidu do točke na površju Zemlje:

$$C_i = W_0 - W_i = -\int_{P_0}^{P_i} g dl = -\int_{P_0}^{P_i} g' dh' . \quad (6.3)$$

Enota za geopotencialno koto imenujemo *geopotencialno število* ali GPU ("geopotential unit"), kjer je $1 \text{ GPU} = 10 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ali v starih enotah $1 \text{ GPU} = 1000 \text{ Galm}$, saj se tako vrednosti geopotencialnih kot ne razlikujejo od nadmorskih višin za več kot za 2 %.

V praksi nadomestimo integral v enačbi (6.3) z vsoto, ker nam nista znani količini l in g kot zvezni krajevni funkciji, zato integrala ne moremo obravnavati analitično. Enačbo (6.3) nadomestimo z naslednjim izrazom:

$$C_i = W_0 - W_i = \sum_{k=i}^j \bar{g}_k dl_k , \quad (6.4)$$

kjer je:

$$\bar{g}_k = \frac{1}{2}(g_{k-1} + g_k) \quad \text{srednja vrednost težnostnega pospeška med točkama } P_{k-1}$$

in P_k ,

$$dl_k \quad \text{merjena višinska razlika med točkama } P_{k-1} \text{ in } P_k.$$

V praksi ne merimo težnostnega pospeška na vsaki točki, vendar samo na posameznih točkah, vmesne vrednosti pa interpoliramo. Pomembno je, da so vrednosti g znane z zadostno natančnostjo.

Dobre strani geopotencialnih kot so:

- so neodvisne od poti niveliranja,
- vsaka točka je enolično določena z njo,
- geopotencialne kote so pozitivne nad geoidom, nič na geoidu in negativne pod geoidom,
- vse točke na isti nivojski ploskvi imajo enako geopotencialno koto,
- geopotencialne kote lahko določimo na podlagi meritev, opravljenih na površju Zemlje,
- zaradi znane lastnosti težnostnega polja Zemlje (polje brez vrtincev) je krivuljni integral po sklenjeni krivulji (cirkulacija polja) enak nič:

$$\oint_{(K)} dC = \oint_{(K)} gdl = 0.$$

Ta enakost ne velja za nivelirane višinske razlike.

Slabe strani geopotencialnih kot so:

- ne moremo jih geometrično interpretirati (enota je m^2/s^2),
- ni enostavne povezave med geopotencialnimi kotami in geometričnimi elipsoidnimi višinami.

Geopotencialne kote se v praksi niso uveljavile, saj so za uporabnike takšne fizikalno definirane višine neuporabne. Zaradi dobrih lastnosti pa so se geopotencialne kote uveljavile v raznih teoretičnih nalogah. Celotna evropska nivelmanska mreža REUN (*Reseau Europeen Unifie de Nivellement*) je danes znana kot EUVN (*European Vertical Network*) in se nanaša na ničelno točko v Amsterdamu – NAP (*Normal Amsterdams Peil*). Že od leta 1954 se izravnava v geopotencialnih kotah. Prav tako je izravnana z geopotencialnimi kotami nova severnoameriška nivelmanska mreža NAVD88 (*North American Vertical Datum 1988*). (Lisec, 2002)

6.2 Dinamične višine

Geopotencialne kote imajo dobro lastnost, da so konstantne vrednosti na isti nivojski ploskvi. Za odstranitev geopotencialnih kot, ki niso dane v linearni (dolžinski) meri in uvedbo višin, katerih enota bo linearna mera (metri), so bile uvedene *dinamične višine* H^D . Dinamično višino točke izračunamo tako, da geopotencialno koto delimo z referenčno konstantno vrednostjo težnostnega pospeška γ_0^φ na nivoju elipsoida (npr. na nivoju elipsoida z geografsko širino $\varphi = 45^\circ$):

$$H_i^D = \frac{C_i}{\gamma_0^{45}} = \int_{P_0}^{P_i} dl + \int_{P_0}^{P_i} \frac{g_k - \gamma_0^{45}}{\gamma_0^{45}} dl \approx \sum_{k=i}^j \Delta l_k + \sum_{k=i}^j \frac{g_k - \gamma_0^{45}}{\gamma_0^{45}} \Delta l_k. \quad (6.5)$$

Za γ_0^φ (referenčno težnost) privzamemo težnost normalne težnosti na srednjem Zemljinem elipsoidu za srednjo vrednost geografske širine φ obravnavanega področja. Na ta način predstavlja γ_0^φ približno povprečno težnost obravnavanega področja.

Dinamične višinske razlike dobimo tako, da merjeni višinski razliki med dvema točkama prištejemo *dinamični popravek* (DP), ki eliminira odstopanje višinskih razlik pri zaključeni nivelmanski zanki:

$$DP_{ij} = \int_{P_0}^{P_i} \frac{g_k - \gamma_0^{45}}{\gamma_0^{45}} dl \approx \sum_{k=i}^j \frac{g_k - \gamma_0^{45}}{\gamma_0^{45}} dl_k, \quad (6.6)$$

kjer je:

- dl_k merjena višinska razlika med dvema točkama,
- g_k merjena vrednost težnostnega pospeška na k-ti točki,
- γ_0^{45} vrednost normalne težnosti za geografsko širino $\varphi = 45^\circ$.

Dobre strani dinamičnih višin so:

- točke z isto dinamično višino ležijo na isti nivojski ploskvi,
- niso definirane na osnovi hipotez in so neodvisne od poti niveliranja,
- imajo dimenzijo dolžin (enota meter).

Slabe strani dinamičnih višin:

- popravki niveliranih višinskih razlik so lahko zelo veliki,
- nimajo geometričnega pomena,
- ne moremo jih povezati z elipsoidnimi višinami (h).

Dinamične višine lahko iz normalnih ortometričnih višin določimo kot (Lisec, 2002):

$$H_i^D = \frac{\bar{\gamma}_i H_i^{NO} + C_i - C_i'}{\gamma_0^{45}}, \quad (6.7)$$

kjer je:

- H_i^{NO} normalna ortometrična višina, glej poglavje 6.5,
- $\bar{\gamma}_i$ srednja vrednost normalnega težnostnega pospeška vzdolž normale med
 - točkama na teluroidu in elipsoidu, ki pripadata točki P_i ,
- C' normalna geopotencialna kota.

Dinamična višinska razlika je tedaj (Lisec, 2002):

$$H_2^D - H_1^D = \frac{\bar{\gamma}_2 H_2^{NO} - \bar{\gamma}_1 H_1^{NO}}{\gamma_0^{45}} + \sum_{k=i}^j \frac{g_k - \gamma_0^{45}}{\gamma_0^{45}} dl_k. \quad (6.8)$$

Dinamične višine so predvsem uporabne v hidrologiji in pri gradbenih delih, kjer potrebujemo fizično poznavanje prostora. V geodeziji se kot državni vertikalni sistem niso uveljavile. Poleg tega, da dinamične višine nimajo geometrične razlage, so problematični predvsem veliki dinamični popravki pri večjih višinskih razlikah in pri nivelmanskimi linijah, ki potekajo

v smeri sever-jug, saj se težnost spreminja od ekvatorja do pola do $5 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}^2$, kar ima za posledico velikost dinamičnega popravka (pri višinski razliki 1000 m znaša 2,5 m).

6.3 Ortometrične višine

Ortometrična višina H_i^{ORT} točke P_i na površju Zemlje je definirana kot geometrijska oddaljenost med geoidom (točko P_0) in točko P_i merjeno vzdolž težiščnice. Enačbo za ortometrično višino lahko zapišemo kot:

$$H_i^{ORT} = \int_{P_0}^{P_i} dh' = - \int_{P_0}^{P_i} \frac{dW}{g_i'} = \int_{P_0}^{P_i} \frac{dC}{g_i'} = - \int_{P_0}^{P_i} \frac{g}{g_i'} dl, \quad (6.9)$$

kjer integriramo vzdolž težiščnice.

Ortometrično višino dobimo, če geopotencialno koto točke P_i delimo s srednjo vrednostjo težnostnega pospeška vzdolž težiščnice:

$$H_i^{ORT} = \frac{1}{\bar{g}_i'} \int_{P_0}^{P_i} g dl = \frac{C_i}{\bar{g}_i'}, \quad (6.10)$$

kjer je:

\bar{g}_i	srednja vrednost težnostnega pospeška vzdolž težiščnice v integralskem pomenu in
C_i	geopotencialna koto točke P_i .

V praksi dobimo ortometrične višinske razlike tako, da niveliranim višinskim razlikam dodamo ortometrični popravek (OP):

$$OP_{ij} = \sum_{k=i}^j \frac{\bar{g}_k - \gamma_0^\varphi}{\gamma_0^\varphi} dl_k + \frac{\bar{g}_i - \gamma_0^\varphi}{\gamma_0^\varphi} H_i^{ORT} - \frac{\bar{g}_j - \gamma_0^\varphi}{\gamma_0^\varphi} H_j^{ORT}, \quad (6.11)$$

kjer je:

H_i^{ORT}, H_j^{ORT}	približne ortometrične višine točk P_i in P_j ,
dl_k	vsota niveliranih višinskih razlik med točkama P_i in P_j ,
\bar{g}_i, \bar{g}_j	srednje vrednosti težnostnega pospeška vzdolž težiščnic točk P_i in P_j ,
γ_0^φ	izbrana vrednost normalnega težnostnega pospeška.

Ortometrični popravek tvorijo trije členi: prvi je dinamični popravek, ki je odvisen od poti niveliranja in znaša od par centimetrov do decimetra, zadnja dva člena sta krajevno odvisna in ju lahko izračunamo le na osnovi hipotez o porazdelitvi mas. Tudi ta dva popravka sta velika, vendar sta nasprotnega predznaka, kot je dinamični popravek, zato skupni ortometrični popravek znaša od par milimetrov do centimetra.

Ortometrične višine imajo geometrični pomen, vendar predstavlja največji problem določitev težnostnega pospeška vzdolž težiščnice. Srednji težnostni pospešek vzdolž težiščnice določimo le na osnovi hipotez o porazdelitvi gostote, zato lahko v praksi določimo le bolj ali manj natančne aproksimacije ortometričnih višin.

Teoretični izraz za srednjo vrednost težnostnega pospeška vzdolž težiščnice se glasi:

$$\bar{g}_i = \frac{1}{H_i^{ORT}} \int_{P_0'}^{P_i} g_i' dh'. \quad (6.12)$$

Ker v praksi ni mogoče določiti srednje vrednosti težnostnega pospeška \bar{g}_i vzdolž težiščnice, ker ne poznamo razporeditve gostote v notranjosti Zemlje, je nastalo več načinov določitve čim boljšega približka teoretičnega srednjega težnostnega pospeška vzdolž težiščnice. Tako

imamo celo vrsto ortometričnih sistemov, ki se običajno imenujejo po avtorju metode izračuna srednjega težnostnega pospeška. Vse enačbe oz. višinske sisteme lahko razdelimo v dve skupini (Kuhar, 2000):

- a) prva skupina metod poskuša določiti vrednost srednjega težnostnega pospeška vzdolž težiščnice čim bolj eksaktno in tako višinski sistem čim bolj približati teoretičnemu ortometričnemu višinskemu sistemu. Sem spadajo metode izračuna, ki so jih predlagali Helmert, Niethammer, Mader, Müller.
- b) druga skupina metod, ki poskušajo obdržati izračune ortometrične višine čim bližje niveliranim višinam. Sem spadajo enačbe, ki so jih predlagali Ramsayer, Ledersteger, Baranov.

Natančnost določitve ortometričnih višin je odvisna od števila in natančnosti podatkov o gostoti zemeljske skorje, ki jih imamo na voljo.

Ortometrične višine imajo geometrično razlago, kot je bilo že razloženo, vendar točke z enakimi ortometričnimi višinami ne ležijo na istih nivojskih ploskvah (razen na geoidu). Povezava z elipsoidnimi višinami (h) je preko geoidnih višin N , $h = H^{ORT} + N$.

6.4 Normalne višine

Ker ni nikoli mogoče določiti eksaktnih ortometričnih višin, so bile predlagane druge rešitve. Da bi se izognil uvedbi hipotez o vrednosti težnostnega pospeška v notranjosti Zemlje, je M. S. Molodenski leta 1945 predlagal uvedbo *normalnih višin* (H^N). Normalna višina je definirana v normalnem težnostnem polju in se nanaša na kvazigeoid. Normalne višine so prav tako geometrično definirane, le da se za razliko od ortometričnih višin izognemo predpostavkam o porazdelitvi Zemljinih mas. Dobimo jo, če geopotencialno koto delimo s srednjo vrednostjo normalnega težnostnega pospeška vzdolž "normalne težiščnice" (Slika 6.3):

$$H_i^N = \frac{C_i}{\bar{\gamma}_i}, \quad (6.13)$$

kjer je

$$\bar{\gamma}_i = \frac{1}{H_i^N} \int_0^{H_i^N} \gamma dH^N \quad (6.14)$$

srednja vrednost normalnega težnostnega pospeška na odseku "normalne težiščnice".

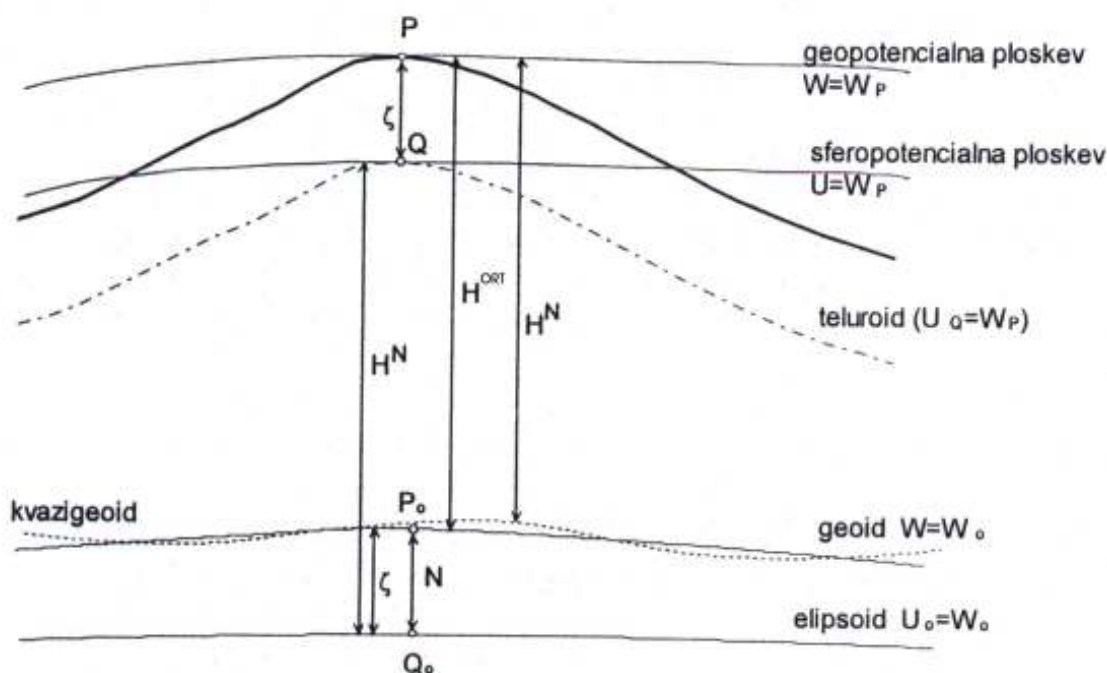
Srednja vrednost normalnega težnostnega pospeška se išče na odseku težiščnice v normalnem težnostnem polju med točko Q_0 na nivojskem elipsoidu in točko Q na teluroidu. Teluroid je geometrijsko mesto točk, za katerega velja, da je v vsaki njegovi točki Q izpolnjeno $U_Q = W_P$. "Normalne težiščnice" imajo zelo majhno ukrivljenost, tako da se ta lahko v praksi nadomesti z odsekom normale na elipsoid.

Višinska razlika med teluroidom in fizično površino Zemlje je anomalija višine ζ . Če bi normalne višine vseh točk nanесли navzdol od fizične površine Zemlje v njeno notranjost, bi dobili ploskev kvazigeoida, ki pa ni nivojska ploskev, vendar pa so njegova odstopanja od geoida majhna, na morjih ti dve ploskvi sovpadata.

V praksi geometrično določenim višinskim razlikam dodamo normalni popravek (NP) in dobimo višinske razlike v sistemu normalnih višin:

$$NP_{ij} = \sum_{k=i}^j \frac{g_k - \gamma_0^\varphi}{\gamma_0^\varphi} dl_k + \frac{\bar{\gamma}_i - \gamma_0^\varphi}{\gamma_0^\varphi} H_i^N - \frac{\bar{\gamma}_j - \gamma_0^\varphi}{\gamma_0^\varphi} H_j^N. \quad (6.15)$$

Zveza med normalnimi višinami in elipsoidnimi višinami je preko anomalij višine; $h = H^N + \zeta$. Razlike ζ - N so vedno pozitivne in premo sorazmerne z nadmorsko višino območja in na celinah ne presegajo vrednosti 1 m.



Slika 6.3: Normalne višine (Kuhar, 2000, str. 50)

Dobra lastnost normalnih višin je, da jih lahko določimo brez dodatnih pogojev in hipotez. Slabi strani normalnih višin sta, da točke na isti nivojski ploskvi nimajo enakih normalnih višin ter, da v visokogorju te višine zelo odstopajo od ortometričnih višin.

6.5 Normalne ortometrične višine

V devetnajstem stoletju merjenje težnostnega pospeška ni bilo ravno pogosto. Ortometrične višine so se določale na osnovi normalnega težnostnega pospeška v odvisnosti od geografske širine točke in so se nanašale na ničelno nivojsko ploskev (NN). Tako določene višine se imenujejo *sferoidne ortometrične* ali *normalne ortometrične višine*. Zaradi nepravilne oblike Zemlje in porazdelitve mas se pri določevanju ortometričnih popravkov ne moremo izogniti raznim predpostavkam in približnim rešitvam. Normalna ortometrična višina predstavlja razmerje med geopotencialno koto in povprečnim normalnim težnostnim pospeškom:

$$H_i^{NO} = \frac{C_i}{\gamma_i} \quad (6.16)$$

Iz niveliranih višinskih razlik dobimo normalne ortometrične višine tako, da jim prištejemo normalni ortometrični popravek:

$$NOP_{ij} = \sum_{k=i}^j \frac{\gamma_k - \gamma_0^\varphi}{\gamma_0^\varphi} dl_k + \frac{\bar{\gamma}_i - \gamma_0^\varphi}{\gamma_0^\varphi} H_i^{NO} - \frac{\bar{\gamma}_j - \gamma_0^\varphi}{\gamma_0^\varphi} H_j^{NO}, \quad (6.17)$$

kjer je γ_k normalni težnostni pospešek na k- ti točki.

6.6 Elipsoidne višine

Elipsoidna višina predstavlja najkrajšo razdaljo (oddaljenost) med točko na površju Zemlje in referenčnim elipsoidom. Sistem elipsoidnih višin je geometrično definiran in podvržen vplivom lokalnega težnostnega polja. Izrazimo jo lahko tudi preko razlik normalnega težnostnega potenciala:

$$h_i = \frac{U_0 - U_{P_i}}{\bar{\gamma}_i}, \quad (6.18)$$

kjer je:

$$\bar{\gamma}_i = \frac{1}{h_i} \int_{Q_0}^{P_i} \gamma dh. \quad (6.19)$$

Elipsoidne višine lahko določimo na dva načina, in sicer *indirektno* in *direktno*.

Direktne metode določitve elipsoidnih višin nam podajo *relativne elipsoidne višine* ali *absolutne elipsoidne višine*. Relativne elipsoidne višine se nanašajo na lokalni elipsoid in jih dobimo s pomočjo terestričnih meritev, kot so trigonometrično višinomerstvo, geometrični-astronomski nivelman ipd. Absolutne elipsoidne višine se nanašajo na geocentrični elipsoid,

ki jih pridobimo s pomočjo satelitskih tehnik, ki nam podajo tridimenzionalne kartezične koordinate in ne temeljijo na nobenih predpostavkah in hipotezah.

Indirektne metode določitve elipsoidnih višin uporabimo pri povezavi višinskih sistemov z elipsoidnimi koordinatami. Ortometrične in elipsoidne višine povezuje geoidna undulacija:

$$h = H^{ORT} + N, \quad (6.20)$$

Normalne in elipsoidne pa višina kazigeoida ali anomalija višine:

$$h = H^N + \zeta. \quad (6.21)$$

Geoidne višine in višine kvazigeoida danes praviloma niso podane z visoko natančnostjo, lahko pa na osnovi astrogeodetskih in gravimetričnih izmer z znatno boljšo natančnostjo določimo razlike geoidnih in kvazigeoidnih višin. Tako lahko določimo elipsoidne višine iz niveliranih višinskih razlik na naslednji način:

$$\Delta h = \sum dl_i + \Delta OP + \Delta N \quad (6.22)$$

$$\Delta h = \sum dl_i + \Delta NP + \Delta \zeta. \quad (6.23)$$

V obeh primerih moramo poznati vrednost težnostnega pospeška v opazovani točki, da lahko določimo ortometrični oziroma normalni popravek. Podobno velja tudi za normalni ortometrični popravek, kjer N_{NN} predstavlja oddaljenost elipsoida od nivojske ploskve. (Lisec, 2002)

$$\Delta h = \sum dl_i + \Delta NOP + \Delta N_{NN}. \quad (6.24)$$

Dobre strani elipsoidnih višin:

- niso definirane na osnovi hipotez in so neodvisne od poti niveliranja,

- definirane so popolnoma geometrično in se nanašajo na referenčni elipsoid.

Slabe strani:

- točke z isto elipsoidno višino ne ležijo na isti nivojski ploskvi,
- odkloni ploskev z isto elipsoidno višino od nivojske ploskve so globalno zelo veliki in dosežejo tudi do ± 100 m,
- odkloni so veliki tudi na lokalnem območju, na primer v hribovitih predelih dosežejo odklon na razdalji 10 km do ± 1 m. (Lisec, 2002)

6.7 Geopotencialne višine (povzeto po: URL3)

V poglavju 2.4.3 je navedeno, da meteorologi uporabljajo t.i. *geopotencialne višine*. V tem poglavju je podrobneje opisan razlog za vpeljavo geopotencialnih višin in način pridobitve letih.

Težnostna potencialna energija enote mase nečesa (Φ) je enostavno integral od srednje gladine morja ($z = 0$ metrov) do višine mase ($z = Z$) ter je podana z enačbo:

$$\Phi = \int_0^Z \gamma(z, \varphi) dz, \quad (6.25)$$

kjer je $\gamma(z, \varphi)$ normalni težnostni pospešek na geoidu (merjen vzdolž težiščnice), ki je funkcija geometrične višine (z) in geodetske širine (φ). Zdaj, ko je geopotencial (potencialna energija enote mase) uporaben za atmosferske dinamične študije (ker je priporočljiv način za primerjavo meteoroloških podatkov iz različnih lokacij), je bolj priporočljivo, da ga izrazimo kot višino nad geoidom. Zato geopotencial (Φ) delimo z normalno težnostjo (γ_{45}) na širini 45° in dobimo geopotencialno višino:

$$H(Z, \varphi) = \frac{\Phi(Z, \varphi)}{\gamma_{45}} = \frac{1}{\gamma_{45}} \int_0^Z \gamma(z, \varphi) dz. \quad (6.26)$$

Geografska širina 45° je bila izbrana, ker je to širino uporabljala Svetovna meteorološka organizacija (WMO) za kalibracijo barometrov, pa tudi zato, ker je težnostni pospešek na površju večji na polih in manjši na ekvatorju, to pa "porazdeli razlike" in so tako rezultati v geopotencialnih višinah zelo blizu geometričnim višinam na srednjih širinah, na nizkih širinah pa ostane odvisnost od $\gamma(z, \varphi)$. Razlika med geometrično in geopotencialno višino je lahko pomembna blizu ekvatorja, kjer na višini 20 km znaša okoli 120 m. Ker $g(z)$ pada z višino, so geopotencialne višine v splošnem manjše od geometričnih. Prvotna definicija γ_{45} je bila $9,8 \text{ m/s}^2$. Leta 1935 se je v ZDA spremenila na srednjo vrednost: $\gamma_{45} = 9,80665 \text{ m/s}^2$. Nazadnje se je model zemeljskega težnostnega polja rahlo spremenil, od tod se je tudi γ_{45} spremenil na zadnjo definicijo, tako da je γ_{45} težnostni pospešek na širini $45,542^\circ$ namesto na širini $45,0^\circ$. Definicija geopotencialnih višin se kljub temu ni spremenila.

V zgodovini se je motivacija za vpeljavo koncepta geopotencialnih višin pojavila s kombinacijo, kjer bi lahko bili tlak, temperatura in relativna vlažnost, merjeni z radiosondami po celem svetu, primerjani na skupni višinski skali. Zato na tem delu vpeljemo zakon idealnega plina:

$$p(z) = \rho(z) R_d T_v(z), \quad (6.27)$$

kjer je $p(z)$ tlak, $\rho(z)$ gostota, R_d plinska konstanta suhega zraka ($287,05307 \text{ J/kgK}$) in $T_v(z)$ dejanska temperatura. T_v je izpeljana s preureditvijo enačbe zakona o idealnem plinu za suhi zrak na način, ki oceni vodno paro na ta način, da lahko uporabimo plinsko konstanto suhega zraka. Končni izraz je:

$$T_v(p, T, RH) = \frac{T}{1 - \frac{R H e_s(T)}{100 p} (1 - e_a)}. \quad (6.28)$$

T_v je funkcija tlaka (p), temperature (T), relativne vlažnosti (RH), zasičenosti tlaka vodne pare (e_s), ki je funkcija T in razmerja molekulske mase mokrega in suhega zraka ($\varepsilon_a = 0,622$). T_v upošteva dejstvo, da je zrak, ki vsebuje vodno paro manj gost kot suh zrak in je vedno večja

kot dejanska fizična temperatura. Če ni uporabljena dejanska temperatura (T_v), je plinska konstanta funkcija vsebine pare (t.j., ni konstanta).

Sedaj je diferencialna oblika hidrostatične enačbe:

$$\frac{d}{dz} p(z) = -\rho(z)\gamma(z), \quad (6.29)$$

kjer je $\rho(z)$ gostota in $\gamma(z)$ težnostni pospešek. Če uporabimo enačbo (6.27), da se znebimo $\rho(z)$, dobimo diferencialno obliko:

$$\gamma(z)dz = -R_d T_v(z) d[\ln(p(z))] \quad (6.30)$$

Če se sedaj navežemo na enačbo (6.25), vidimo, da je integral na desni strani enačbe (6.30) težnostna potencialna energija enote mase zraka. Pri deljenju enačbe (6.30) z γ_{45} in integracijo od $z = Z_1$ do $z = Z_2$ pridemo do izraza za izračun geopotencialnih višin med katerimakoli nivojema radiosond brez poznavanja lokalnega težnostnega polja.

$$\begin{aligned} H_{12}(Z, \varphi) &= \frac{\Phi_{12}(Z, \varphi)}{\gamma_{45}} = \frac{1}{\gamma_{45}} \int_{Z_1}^{Z_2} \gamma(z, \varphi) dz = \\ &= \frac{-R_d}{\gamma_{45}} \int_{Z_1}^{Z_2} T_v(z) d(\ln(p(z))) = \frac{-R_d}{\gamma_{45}} \bar{T}_v \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) \end{aligned} \quad (6.31)$$

Skrajni desni člen v izrazu (6.31) je poznan kot *hipsometrična enačba*. Pomembna je, ker neposredno povezuje debelino med dvema tlačnima ploskvama (p_1 in p_2) s povprečno dejansko temperaturo (\bar{T}_v). Hipsometrična enačba je lahko rešljiva med tlačnimi nivoji radiosonde od površja do najvišjih merjenj, za pridobitev geopotencialnih višin, do kateregakoli nivoja radiosonde. To je lahko narejeno le od površja, ki pa v splošnem ni na nivoju morja. WMO zagotavlja geopotencialne višine za vsa izstrelitvena mesta radiosond, tako da je lahko odmik dodan rezultatu, da se dobi geopotencialna višina relativno glede na geoid ali srednji morski nivo.

Končno se naslovimo na problem pretvorbe med geopotencialnimi višinami in geometričnimi višinami. To je lahko narejeno z izpisom izraza za geopotencialno višino v diferencialni obliki:

$$\gamma_{45} dh = \gamma(z) dz. \quad (6.32)$$

Ta izraz je pogosto uporabljen kot definicija geopotencialnih višin. Pri označbi R kot radij Zemlje ter pri uporabi inverznega kvadratnega zakona za težnostni pospešek lahko za katerokoli širino (φ) in geometrično višino (z) zapišemo:

$$\gamma(z) = \gamma(\varphi) \left(\frac{R}{R+z} \right)^2 \quad (6.33)$$

Nadomestitev enačbe (6.33) v enačbi (6.32) in integracija od $z = 0$ do $z = Z$, privzeto, da $\gamma(\varphi)$ ne variira z z , daje:

$$H(Z, \varphi) = \frac{\gamma(\varphi)}{\gamma_{45}} \frac{RZ}{R+Z} \quad (6.34)$$

Seveda pa $\gamma(\varphi)$ variira z geometrično višino (z), tako da je treba to upoštevati. Rešitev, ki jo je predlagal W. D. Lambert, leta 1949, v *Smithsonian Meteorological Tables (Smithsonijeve meteorološke tabele - SMT)*, ki je večkrat naveden vir za pretvorbo med geometrično in geopotencialno višino, je bila za uravnavanje variacije $\gamma(\varphi)$ uvedba primerne privzete vrednosti R , katera zadošča določenim robnim pogojem. To se smatra kot dejstvo, da je enačba (6.33) uporabna le za nerotacijsko kroglo, sestavljeno iz sferičnih lupin enake gostote, kar za Zemljo ne velja, in za dejstvo, da centrifugalna komponenta narašča linearno z radijem, prej inverzno s kvadratom radija, kot je prikazano v tej enačbi. Če vzamemo izpeljavo enačbe (6.33) glede na z ter ovrednotimo končni izraz za $z = 0$ in rešimo za R , dobimo:

$$R_{SMT}(\varphi) = \frac{2\gamma_{SMT}(\varphi)}{-\frac{d}{dz}(\gamma_{SMT}(\varphi))}. \quad (6.35)$$

Upoštevati je treba negativni predznak v imenovalcu enačbe (6.35) ter si zapomniti, da je diferencialni koeficient določen za $z = 0$. Simbol R_{SMT} je uporabljen zato, ker je prvotna tehnika izpeljave opisana v Smithsonianjih meteoroloških tabelah. Opomniti je treba, da R_{SMT} ni radij Zemlje na kateri posebni geografski širini, ampak rajši rečeno, je vrednost, ki je potrebna za ocenitev skupnega efekta gravitacijske in centrifugalne sile z višino z . Pri uporabi tega zapisa dobi enačba (6.34) obliko:

$$H_{SMT}(Z, \varphi) = \frac{\gamma(\varphi)}{\gamma_{45}} \frac{R_{SMT}(\varphi)Z}{R_{SMT}(\varphi) + Z} \quad (6.36)$$

ali obratno rešeno za Z :

$$Z_{SMT}(H, \varphi) = \frac{R_{SMT}(\varphi)H}{\frac{\gamma(\varphi)}{\gamma_{45}} R_{SMT}(\varphi) - H} \quad (6.37)$$

Ker je zadnja enačba (enačba (6.37)) pogosto uporabljena za pretvorbo geopotencialnih višin radiosond v geometrične višine, lahko uporabimo razvoj Taylorjevo vrsto pri višinah radiosond, da dobimo:

$$Z_{SMT}(H, \varphi) = (1 + 2,373 \cdot 10^{-3} \cos 2\varphi)H + (1 + 8,6476 \cdot 10^{-3} \cos 2\varphi) \frac{H^2}{6356,6818 \text{ km}}, \quad (6.38)$$

kjer je H v km ter $\gamma_{45} = 9,80665 \text{ m/s}^2$. Ta enačba bi se popolnoma ujemala s SMT, če bi uporabili $\gamma_{45} = 9,80 \text{ m/s}^2$. Težave uporabe SMT rešimo z računalniki, ki lahko na lahek način izračunajo pretvorbo med geometričnimi in geopotencialnimi višinami. Tabele (SMT) uporabljajo *Mednarodni elipsoid 1935* (ki se razlikuje od WGS-84) ter privzemajo za $\gamma_{45} = 9,8 \text{ m/s}^2$. Ampak so še nekateri drugi problemi. Normalna vrednost težnostnega pospeška je izražena z:

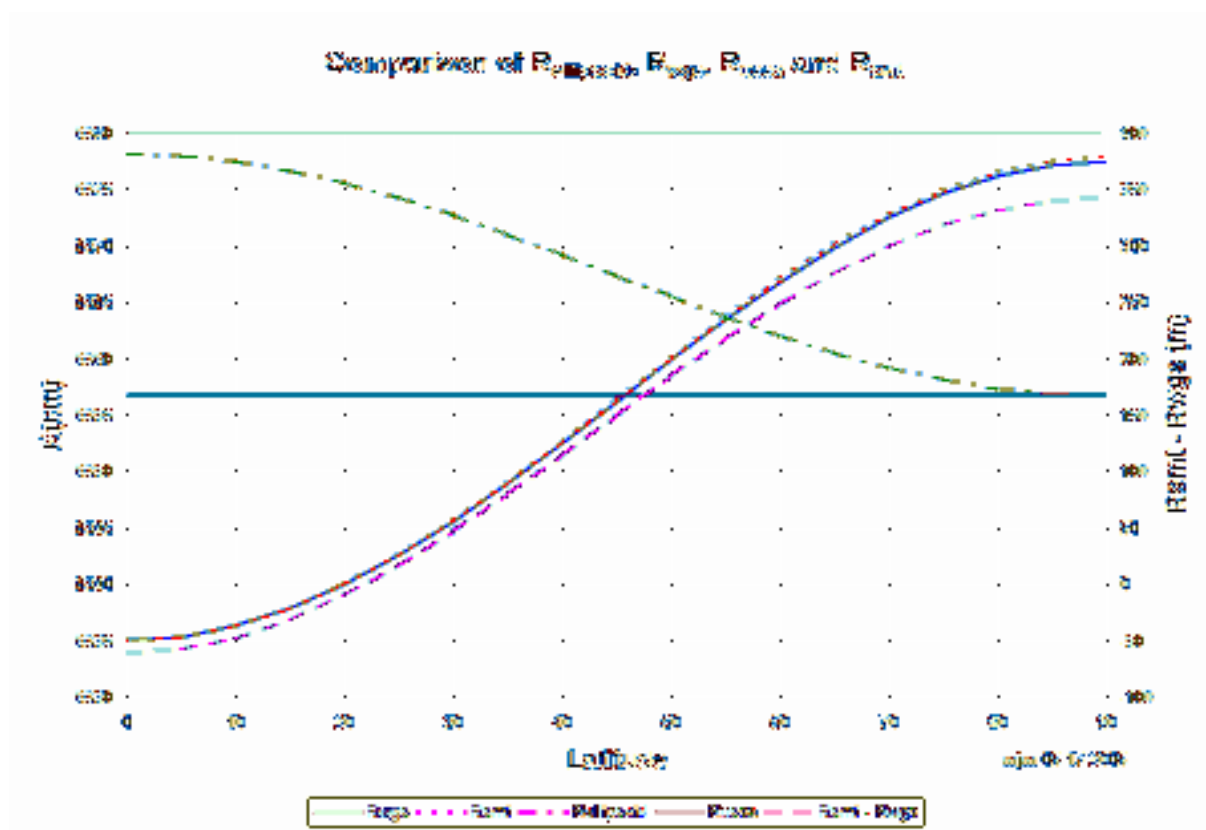
$$\gamma_{SMT}(\varphi) = 9.806160(1 - 0,0026373 \cos 2\varphi + 0,0000059 \cos^2 2\varphi) \text{ m/s}^2 \quad (6.39)$$

in temelji na poročilu Mednarodne organizacije za geodezijo (International Association of Geodesy - IAG) iz leta 1949, z naslovom: *Gravity Formulas for Meteorological Purposes*, avtorja W. D. Lambert. Tabele uporabljajo naslednji izraz:

$$-\frac{d}{dz}(\gamma_{SMT}(\varphi)) = 3,085462 \cdot 10^{-6} + 2,27 \cdot 10^{-9} \cos 2\varphi - 2 \cdot 10^{-12} \cos 4\varphi \quad (6.40)$$

Na žalost izvor tega izraza ni bil objavljen (W., D., Lambert, 1949, *Some notes on the calculation of the geopotential, unpublished manuscript*) tako da predpostavke niso jasne. V vsakem primeru, če je vrednost R , izpeljana z enačbo (6.35), uporabljena v enačbi (6.34), zadošča dvema robnima pogojema: ima pravo vrednost težnostnega pospeška na površju in ima pravi vertikalni gradient, ki temelji na Mednarodnem elipsoidu 1935. Da ne bi bilo

kakšnega dvoma, da je to izmišljen radij, je lepo prikazano, da je radij na polih večji kot na ekvatorju ter zelo drugačen od kateregakoli pravega radija Zemlje (glej *Slika 6.4*).



Slika 6.4: Primerjava radijev $R_{ellipsoid}$, R_{wgs} , R_{ussa} in R_{smt} (URL3)

Slika 6.4: namišljen radij, ki ga je začel W. D. Lambert (R_{smt}), se obnaša na povsem drugačen način kot elipsoidni radij Zemlje ($R_{ellipsoid}$) in se lahko razlikujeta za >40 km. Še vedno se veliko dokumentov ter online diskusij zmotno nanaša na to, da je to "radij Zemlje na določeni geografski širini". R_{wgs} je bližnja oblika različice namišljenega radija, ki je izpeljana spodaj. R_{ussa} je namišljen radij (temelji na SMT z $g = 9,80665 \text{ m/s}^2$) na širini $45,542^\circ$, privzet za Ameriško standardno atmosfero (1976) (US Standard Atmosphere (1976)). R_{smt} in R_{wgs} se razlikujeta za skoraj 350 m.

Rajši kot, da delamo z nedokumentiranim rezultatom W. D. Lamberta, sledimo enakemu pristopu z uporabo trenutno uporabljenega rotacijskega elipsoida WGS-84. Preden nadaljujemo, moramo definirati dodatne parametre za ta referenčni sistem. Ti parametri so:

➤ mala polos (b)	6356,7523142 km
➤ sploščenost – geometrična ($f = \frac{a-b}{a}$)	0.003352811
➤ linearna ekscentriciteta ($\varepsilon = \sqrt{a^2 - b^2}$)	521,8540087974 km
➤ ekscentriciteta ($e = \frac{\varepsilon}{a}$)	0,081819
➤ težnost na polu (γ_p)	9.8321849378 m/s ²
➤ težnost na ekvatorju (γ_e)	9.7803253359 m/s ²
➤ konstanta Somigliana ($k_s = \frac{b \gamma_p}{a \gamma_e} - 1$)	1,931853·10 ⁻³
➤ okrajšava ($m_r = \frac{\omega^2 a^2 b}{GM}$)	0,003449787

S pomočjo teh vrednosti lahko napišemo enačbo Somigliane, enačba (3.16), za normalni težnostni pospešek na površju rotacijskega elipsoida:

$$\gamma_s(\varphi) = \gamma_e \left(\frac{1 + k_s \sin^2 \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \right). \quad (6.41)$$

Pri razvitju v Taylorjevo vrsto po normali, dobimo naslednji izraz za normalni težnostni pospešek:

$$\gamma(z, \varphi) = \gamma_s(\varphi) \left(1 - 2(1 + f + m_r - 2f \sin^2 \varphi) \frac{z}{a} + 3 \left(\frac{z}{a} \right)^2 \right), \quad (6.42)$$

ali numerično:

$$\gamma(z, \varphi) = \gamma_s(\varphi) \left(1 - 2(1,006803 - 0,006706 \sin^2 \varphi) \frac{z}{a} + 3 \left(\frac{z}{a} \right)^2 \right). \quad (6.43)$$

Z odvajanjem izraza glede na z ter vrednotenju za površje ($z = 0$), dobimo naslednjo različico enačbe (6.35):

$$R(\varphi) = \frac{a}{1 + f + m_r - 2f \sin^2 \varphi} \quad (6.44)$$

ali numerično:

$$R(\varphi) = \frac{6378,137}{1,006803 - 0,006706 \sin^2 \varphi} \text{ km.} \quad (6.45)$$

Izraz (6.45) je lahko uporabljen v enačbi (6.34) za pretvorbo iz geometrične višine v geopotencialno višino, tako da je:

$$H(Z, \varphi) = \frac{\gamma_s(\varphi)}{\gamma_{45}} \frac{R(\varphi)Z}{R(\varphi) + Z} \quad (6.46)$$

$H(Z, \varphi)$, izračunan s tem izrazom (6.46), se ujema z neposredno integracijo vrednosti težnostnega pospeška, dano z enačbo (6.42), znotraj 2 mm na ekvatorju na višini 20 km. Poleg tega, če uporabimo bolj natančen izraz za težnostni pospešek, namesto Taylorjeve vrste dane z enačbo (6.42), je ujemanje boljše kot 1,5 mm na vseh višinah na 20 km. Kot je omenjeno zgoraj, je pogosto treba invertirati enačbo (6.46), da dobimo Z . Tako je:

$$Z(H, \varphi) = \frac{R(\varphi)H}{\frac{\gamma_s(\varphi)}{\gamma_{45}} R(\varphi) - H}. \quad (6.47)$$

Če enačbo (6.47) razvijemo v Taylorjevo vrsto ter jo optimiziramo za višine od 0 do 25 km, dobimo:

$$Z(H, \varphi) = (1 + 0,002644 \cos 2\varphi)H + (1 + 0,0089 \cos 2\varphi) \frac{H^2}{6245 \cdot km} \quad (6.48)$$

z natančnostjo 20 cm, boljša natančnost je pri tleh in na 20 km.

Poleg tega je vredno opomniti, da Ameriška standardna atmosfera 1976 (US Standard Atmosphere 1976) določa naslednji izraz za pretvorbo geometričnih višin v geopotencialne:

$$H(Z) = \frac{R_0 Z}{R_0 + Z} \quad (6.49)$$

ali obratno za Z :

$$Z(H) = \frac{R_0 H}{R_0 - H}, \quad (6.50)$$

kjer je $R_0 = 6356,766$ km. Ker je Ameriška standardna atmosfera nominalno definirana za širino 45° in nobeno drugo, sta ti dve enačbi trivialno izpeljane iz enačb (6.46) in (6.47) s privzetjem $\gamma_s(\varphi) = \gamma_{45} = 9,80665 \text{ m/s}^2$. Kot je bilo prej omenjeno, je težnostni pospešek $9,80665 \text{ m/s}^2$ na širini $45,542^\circ$ in je vrednost R_0 v Ameriški standardni atmosferi namišljen radij na tej širini (ne na 45°).

7 DOLOČITEV VIŠINE ŽIVOSREBRNEGA BAROMETRA PRINCO 469 NOVA™ ECONOMY MODEL

7.1 Potrebna natančnost določitve višine

Višino barometra potrebujemo za redukcijo tlaka na standardni nivo t.j. nivo geoida oz. na nivo srednje morske gladine. Tlak reduciramo na geoid, da lahko med seboj primerjamo odčitke tlaka izmerjenih na posameznih postajah po svetu. V poglavju 4.3.9 je predstavljena metoda redukcije tlaka za nizke višine. Osnova za redukcijo tlaka na srednji nivo morja je hipsometrična enačba. V poglavju 4.3.9 je povedano, da moramo poznati natančnost določitve višine za redukcijo tlaka na srednji nivo morja okoli enega metra. Prav tako je v poglavju 2.3.1 povedano, da je na nizkih višinah, kjer je gostota zraka 1 kg/m^3 , padec tlaka za 1 mbar na 11 metrov. Na višini okrog 5500 m, kjer je gostota zraka le še $0,5 \text{ kg/m}^3$, pa je padec tlaka za 1 mbar na vsakih 22 metrov.

Živosrebrni barometri tipa Fortin imajo natančnost do $\pm 0,2 \text{ mm}$ živega srebra ali $\pm 0,3 \text{ mbar}$, ko so uporabljeni popravki certifikata, temperature in težnosti. Se pravi, če se dvignemo za 2 metra v višino, se tlak zniža za 0,2 mbar.

Silo tlaka izračunamo s pomočjo hidrostatične enačbe (2.12):

$$dp = \rho g dh \quad (7.1)$$

S pomočjo zgornje enačbe lahko izračunamo za koliko se spremeni višina, če se tlak spremeni za 0,1 mbar. Iz zgornje enačbe sledi:

$$dh = \frac{dp}{\rho g} \quad (7.2)$$

Če za dp vstavimo vrednost 0,1 mbar ter za gostoto zraka ρ vzamemo vrednost ICAO standardne atmosfere $1,225 \text{ kg/m}^3$ (Tabela 2.2), za težnostni pospešek g pa vrednost, ki jo uporablja WMO za širino 45° , t.j. $9,80616 \text{ m/s}^2$, dobimo:

$$dh = 0,832 \text{ m.}$$

Torej lahko trdimo, da moramo poznati natančnost določitve višine na 0,8 m natančno. Ker je gostota zraka odvisna od temperature zraka in višine, je uvedena enačba stanja, da eliminiramo gostoto, ki jo v zraku ne moremo meriti. Tako pridemo z uvedbo enačbe stanja do hipsometrične enačbe (2.26) (ICAO, 1993):

$$\ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = \frac{\gamma_0}{\beta R} \ln\left(\frac{T_0 - \beta H}{T_0}\right). \quad (7.3)$$

Če označimo

$$n = \frac{\gamma_0}{\beta R}, \quad (7.4)$$

dobimo

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{T_0 - \beta H}{T_0}\right)^n = \left(\frac{T}{T_0}\right)^n. \quad (7.5)$$

Če rešimo zgornjo enačbo, da bi dobili H kot funkcijo tlaka p , dobimo rezultat:

$$H = \frac{T_0}{\beta} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{n}} \right]. \quad (7.6)$$

V enačbo lahko vstavimo numerične vrednosti za posamezne parametre in dobimo enačbo, ki jo priporoča priročnik za živosrebrni barometer Princo 469 NOVA™ Economy model:

$$H = \frac{288,15}{0,0065} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{5,2561}} \right] \quad (7.7)$$

Zdaj lahko pogledamo, za koliko se spremeni višina, če se tlak spremeni za 0,1 mbar. To naredimo na ta način, da uporabimo zakon o prenosu varianc in kovarianc:

$$\frac{\partial H}{\partial p} = -\frac{288,15}{0,0065} \frac{1}{p_0^{\frac{1}{5,2561}}} \frac{1}{5,2561} p^{-\frac{4,2561}{5,2561}} \quad (7.8)$$

Prirastek funkcije dH , pri spremembi tlaka za 0,1 mbar, $dp = 0,1$ mbar, pri približni vrednosti tlaka 990 mbar, $p = 990$ mbar, lahko sedaj izračunamo s pomočjo naslednje enačbe:

$$dH = \frac{\partial H}{\partial p} dp = -0,842 \text{ m} \quad (7.9)$$

V zgornji enačbi pomeni negativni predznak to, da se tlak poveča za 0,1 mbar pri padcu višine za 0,842 m. Tu smo spet pokazali, da nam ni treba poznati višine zelo natančno.

7.2 Način in izračun določitve višine barometra

V prejšnjem poglavju smo pokazali, da za potrebe barometra ne potrebujemo visoke natančnosti določitve višine. Ker pa smo geodeti, smo se odločili, da določimo višino čim bolj natančno. Barometer Princo 469 NOVA™ Economy Model se nahaja v 4. nadstropju Fakultete za gradbeništvo in geodezijo, in sicer v laboratoriju za kompariranje nivelmanskih lat. Ker je bilo vprašanje, kako bi čim bolj natančno prenesli višino v 4. nadstropje, smo se

odločili, da to naredimo s pomočjo geometričnega nivelmana, saj pri tej metodi direktno čitamo iz lat oz. iz merskega traku.

Meritev je potekala na naslednji način. Najprej smo morali določiti višino reperja R_{FGG4} , ki je stabiliziran na JV vogalu stavbe FGG. Višino reperja R_{FGG4} smo določili z geometričnim nivelmanom. Kot izhodiščni reper nam je služil reper MN-101, ki je stabiliziran v stavbi UE Vič (nekdanja občina Vič). Topografija reperja MN-101 je v *Prilogi A*. V ta nivelmanski vlak smo vključili tudi reper na Groharjevi ulici (Groharjeva 6) R18/1, katerega topografija je v *Prilogi B*. Na *Sliki 7.1* lahko vidimo lokacijo teh treh reperjev, ter potek nivelmanskega vlaka oz. zaključene nivelmanske zanke.

Ker je reper MN-101 visoki reper, smo morali najprej prenesti višino iz reperja MN-101 na začasno stabiliziran klin R_{101} na tleh ob stavbi. Višino smo prenesli s klasičnim nivelirjem NI 007 proizvajalca Carl Zeiss Jena. Uporabljena je bila lata s pol centimetrsko razdelbo, dolžine 1,75 m.

Za večjo natančnost smo opravili tri odčitke. Med posameznimi odčitki smo spremenili višino nivelirja, da smo dobili tri neodvisne odčitke.

Odčitki na reperju MN-101 (luknjici – lata zadaj L_z) in na klinu R_{101} (lata spredaj L_s) so podani v *Tabeli 7.1*.

Iz *Tabele 7.1* vidimo, da znaša aritmetična sredina treh očitkov višinskih razlik med reperjem MN-101 in klinom R_{101} $-1,5973$ m. Višino klina R_{101} sedaj izračunamo s pomočjo spodnje enačbe in dobimo:

$$\begin{aligned} H_{R_{101}} &= H_{MN-101} + \Delta H_{MN-101}^{R_{101}} = \\ &= 298,0119 - 1,5973 = \\ &= \underline{\underline{296,4146}} \text{ m} \end{aligned}$$



Slika 7.1: Lokacija reperjev ter potek nivelmanske zanke (URLA, 2005)

Tabela 7.1: Odčitki na reperju MN-101 ter na lati spredaj R_{101} ter višinske razlike

Vizura na reper		L_z	L_s		$L_z - L_s$		
Zadaj	Spredaj	Odčitek	Odčitek	Sredina	Odčitkov	ΔH [m]	
MN-101	R_{101}	06	zg	31951	31951,5	-31945,5	-1,5973
			sp	92602			
MN-101	R_{101}	64	zg	32010	32010	-31946	-1,5973
			sp	92660			
MN-101	R_{101}	48	zg	31994	31994	-31946	-1,5973
			sp	92644			

Ko smo prenesli višino iz reperja MN-101 na klin R_{101} , smo dobili višino klina, ki smo ga vključili v nivelmansko zanko. Niveliranje v nivelmanski zanki, katere potek vidimo na *Sliki 7.1*, smo opravili z digitalnim nivelirjem DNA03, proizvajalca Leica, ter dvometrsko kodirano invar lato istega proizvajalca. Kot smo omenili, smo v to nivelmansko zanko vključili tri

reperje, in sicer R_{FGG4} , R18/1 ter R_{101} . Nivelirali smo samo z eno lato, da smo se znebili pogoška pete late.

V spodnji tabeli (*Tabela 7.2*) vidimo vrednosti odčitkov na posameznih izmeniščih in višinske razlike med izmenišči. Iz višinskih razlik med posameznimi izmenišči lahko izračunamo višinske razlike med reperji. V *Tabeli 7.3* so izračunane višinske razlike in dolžine med posameznimi reperji.

Tabela 7.2: Odčitki in višinske razlike nivelmanske zanke

Na točko		Dolžina [m]		Lata zadaj: L_z	Lata spredaj: L_s	$L_z - L_s$
Zadaj	Spredaj	Zadaj	Spredaj	Odčitek [m]	Odčitek [m]	[m]
R_{FGG4}	1	11,103	12,118	1,31031	1,44038	-0,13007
1	2	12,313	11,986	1,33687	1,43715	-0,10028
2	3	8,567	8,744	1,50665	1,41691	0,08974
3	R18/1	4,854	4,900	1,50107	1,12081	0,38026
R18/1	4	4,903	4,796	1,12082	1,37456	-0,25374
4	5	23,627	23,873	1,78256	1,10388	0,67868
5	6	24,066	24,073	1,77224	1,30844	0,46380
6	7	24,984	24,009	1,76655	1,07203	0,69452
7	R_{101}	17,703	16,694	1,46883	1,57516	-0,10633
R_{101}	B	16,697	17,675	1,57518	1,69358	-0,11840
B	8	17,671	17,688	1,69359	1,46874	0,22485
8	9	24,072	24,891	0,99250	1,68672	-0,69422
9	10	24,339	23,925	1,20809	1,67764	-0,46955
10	11	28,315	28,597	0,94296	1,74206	-0,79910
11	12	29,349	29,278	1,27271	1,29655	-0,02384
12	R_{FGG4}	4,181	4,108	1,43097	1,26700	0,16397

Tabela 7.3: Višinske razlike in dolžine med posameznimi reperji

Na reper		ΔH [m]	Dolžina [m]
R_{FGG4}	R18/1	0,23965	74,586
R18/1	R_{101}	1,47693	188,729
R_{101}	B	-0,11840	34,372
B	R_{FGG4}	-1,59789	256,413

Ker imamo sklenjeno nivelmansko zanko, imamo eno nadštevilno opazovanje in tako lahko opazovanja izravnamo. Izravnavo po metodi najmanjših kvadratov smo izvedli s programom VIM, ki je namenjen izravnavi višinskih mrež. Program izvede posredno izravnavo linearnih enačb popravkov. Z izravnavo smo dobili naslednje definitivne višine reperjev:

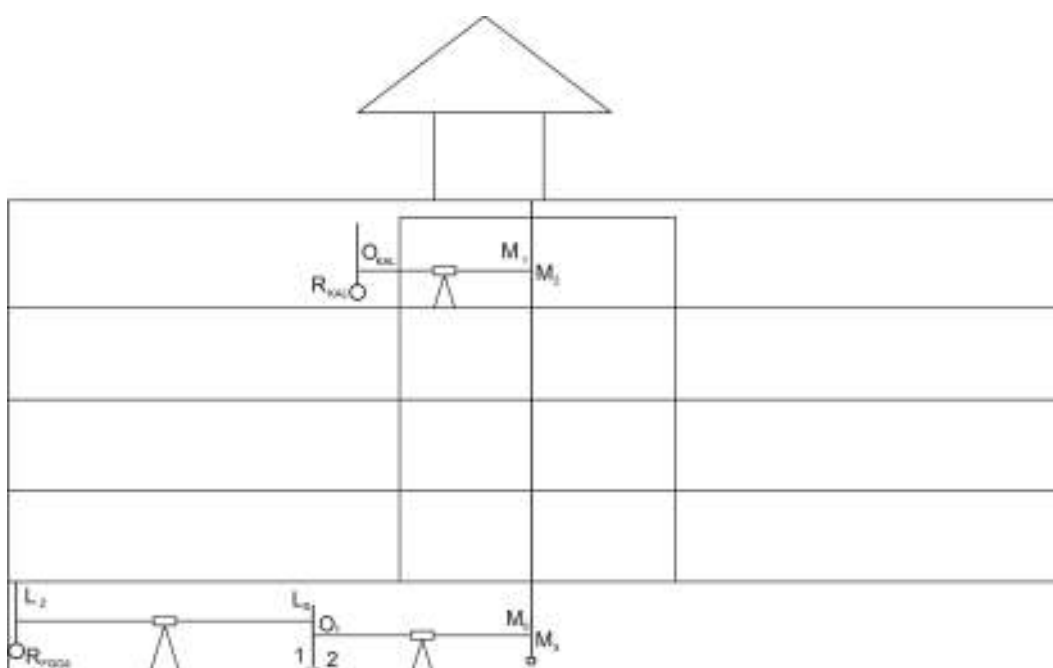
$$R_{\text{FGG4}} = \underline{294,6982} \text{ m,}$$

$$R_{18/1} = 294,9378 \text{ m,}$$

$$B = 296,2962 \text{ m.}$$

Reper B je rjav klin, ki je že dalj časa stabiliziran pod reperjem MN-101. Vse višine reperjev so določene z natančnostjo 0,0001 m. Odstopanje v zanki dolžine 554 m znaša –0,3 mm, srednji pogrešek utežne enote m_0 pa 0,00039 mm/km. Rezultati izravnavne zanke programa VIM so podani v *Prilogi C*.

Zdaj, ko imamo določeno višino reperja R_{FGG4} , lahko prenesemo višino iz reperja R_{FGG4} v 4. nadstropje stavbe FGG, na reper R_{KAL} v kalibracijski sobi. Višino smo prenesli s pomočjo invar merskega traku z luknjicami, ki smo ga obesili ob stavbi. Višino smo prenesli s pomočjo nivelirja NI 007, nivelmanske late s pol centimetrsko razdelbo, dolžine 1,75 m, ter posebnega merilčka. *Slika 7.2* prikazuje princip prenosa višine v 4. nadstropje.



Slika 7.2: Skica prenosa višine

Invar merski trak št.: 24259 smo pritrdili na ograjo strehe FGG. Nato smo ga obremenili s predpisano silo 100 N. Da smo lahko prenesli višino preko merskega traku, smo morali najprej določiti višino izmenišča 1. Nato smo čitali odčitek O_1 na izmenišču 1. Temu odčitku je sledil odčitek na spodnjem delu merskega traku M_0 . Nato smo se preselili v 4. nadstropje in odčitali odčitek M_1 na traku ter nato še odčitek O_{KAL} na lati, na reperju R_{KAL} . Nato smo postopek ponovili v obratnem vrstnem redu, tako da smo pridobili zaključeno zanko. Med odčitavanjem odčitkov na merskem traku smo merili tudi temperaturo s termometrom Testo 110. *Tabela 7.4* prikazuje odčitke na merskem traku, *Tabela 7.5* pa odčitke na latah.

Tabela 7.4: Odčitki na merskem traku in merilčku

	Odčitek na traku					
	m	dec	mm/mik	mm/mik	mm/mik	mm/mik
M_0	0	2	36/17	35/37	34/57	33/78
M_1	20	7	89/35	88/54	87/75	86/95
M_2	20	7	87/21	86/41	85/63	84/82
M_3	0	2	53/05	52/26	51/45	50/66

V zgornji tabeli pomeni odčitek mm/mik to, na katerem celem milimetru na merilčku je bilo čitano in koliko je bil odčitek na mikrometrskem vijaku, m in dec pa pomenita meter oz decimeter na traku. Npr. 0 2 36/17 pomeni, da smo čitali na 0 metrih in 2 decimetrih na traku, 36 mm na merilčku ter 17 na mikrometru.

Tabela 7.5: Odčitki na latah

Na točko		Lata zadaj: Lz		Lata spredaj: Ls		Lz	Ls	
Zadaj	Spredaj	Odčitek	Sredina	Odčitek	Sredina	m	m	
R _{FGG4}	1	zg	30480	30480	zg	30706	1,52400	1,53535
		sp	91130		sp	91358		
1	M ₀	zg	28393	28393		20401	1,41965	
		sp	89043					
M ₁	R _{KAL}			zg	20400	20401		1,02005
				sp	81052			
R _{KAL}	M ₂	zg	20351	20351,0			1,01755	
		sp	81001					
M ₃	2			zg	28718	28718,5		1,435925
				sp	89369			
2	R _{FGG4}	zg	31060	31060	zg	30839	1,55300	1,54195
		sp	91710		sp	91489		

Višinsko razliko med reperjema R_{FGG4} in R_{KAL} lahko določimo z naslednjim izrazom, z ozirom na *Slika 7.2*:

$$\Delta H_{R_{FGG4}}^{R_{KAL}} = \Delta H_{R_{FGG4}}^1 + O_1 + (M_1 - M_0) - O_{KAL} \quad (7.10)$$

ali obratno, s tem da spremenimo višino nivelirja in še enkrat čitamo:

$$\Delta H_{R_{KAL}}^{R_{FGG4}} = O_{KAL} + (M_3 - M_2) - O_1 + \Delta H_2^{R_{FGG4}}. \quad (7.11)$$

Sedaj tvorimo iz odčitkov na merskem traku, ki jih prikazuje *Tabela 7.5* odčitke izražene v metrih. *Tabela 7.6* prikazuje vrednosti odčitkov na merskem traku izražene v metrih.

Tabela 7.6: Odčitki na merskem traku, izraženi v metrih

	Odčitek na traku						m
	m	dec	mm	mm	mm	mm	
M₀	0	2	36,85	36,85	36,85	36,90	0,2368625
M₁	20	7	90,75	90,70	90,75	90,75	20,7907375
M₂	20	7	88,05	88,05	88,15	88,10	20,7880875
M₃	0	2	53,25	53,30	53,25	53,30	0,2532750

Na tem delu je potrebno povedati nekaj stvari, ki pridejo v poštev pri natančnem merjenju z merskim trakom. Merski trakovi so ponavadi iz jekla ali iz invarja (zlitina), ki je zmes železa in niklja. Invar se uporablja zato, ker ima 10-krat manjši razteznostni koeficient kot navadno jeklo. Razteznostna koeficienta za jeklo in invar sta naslednja:

- jeklo: $\alpha = 11,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ (0,0115 mm/m pri temperaturni spremembi za 1°C)
- invar: $\alpha = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$

Zaradi lastnosti kovin, iz katerih so merski trakovi in zaradi same izdelave merskih trakov je potrebno uvesti posamezne popravke. Pri vertikalnem merjenju dolžin vplivajo na merjenje dolžin naslednji merski vplivi:

- konstanta traku,
- notranje delno odstopanje (notranja delna napaka),
- temperatura,
- vlečna sila,
- teža traku.

7.2.1 Vplivi na merjenje dolžin z merskim trakom (povzeto po: Möser et al., 2000)

Delno odstopanje je odstopanje Δl deljenega dela dejanske dolžine l_i od njegove teoretične dolžine l_s :

$$\Delta l_i = l_i - l_s. \quad (7.12)$$

Kot deljeni del velja razmak dveh poljubnih črtic ali oznak znotraj celotne dolžine enega dela. Za zgornjo mejo delnega odstopanja je pripravljena naslednja enačba:

$$\Delta l_i = \pm(a + bl_s), \quad (7.13)$$

kjer sta a in b določena koeficienta za določene vrednosti vplivov temperature in vlečne sile.

Kot se je izkazalo, lahko razmak dveh poljubnih črtic pri 20°C in vlečni sili 50 N odstopa od njegove nominalne vrednosti za največ:

$$\Delta l_i = \pm(0,2 + l_s \cdot 10^{-4}). \quad (7.14)$$

Konstanta merskega traku

Za precizna merjenja sta konstanta traku Δl ter odgovarjajoča korekcija k_0 nujno določljivi, tedaj se lahko tukaj z namenom obravnava napaka merila, ki temeljno vpliva na natančnost. Korekcija se izračuna z zvezo:

$$k_0 = \frac{\Delta l}{l} l_a, \quad (7.15)$$

kjer je:

- l skupna dolžina traku,
- l_a delna dolžina (odčitana vrednost).

Konstanta traku se ugotovi na komparatorjih ali na primerjavi raztezanj, ki omogočajo naslednje natančnosti $\sigma_{\Delta l}$:

- a) komparatorji: $\sigma_{\Delta l} = 0,2$ do $0,3$ mm,
b) primerjava raztezanj $\sigma_{\Delta l} = 1,0$ do $1,5$ mm.

Pomembno vprašanje je konstantnost konstante traku, ki je pri jeklenih trakovih ležečih v predalih skozi daljše časovno obdobje nespremenljiva. Toda invar ima nestabilno molekulsko strukturo in lahko tukaj vsekakor nastopijo spremembe do velikostnega reda pol milimetra. Daljše spremembe dolžin tja do $0,5$ mm lahko nastanejo kot posledica večje občutljivosti pregibov. Pri merjenjih visoke natančnosti se zato ne sme odpovedati kompariranju invar trakov pred in po merjenju. Ostanek odstopanja $\sigma_{\Delta l}$ se glede na položaj traku obravnava kot slučajno odstopanje, medtem ko deluje pri večjih položajih traku kot sistematično, toda z neznanim predznakom. Za delno dolžino l_a je vpeljana sorazmerno kot k_a .

Notranje delno odstopanje

Konstanta traku se deli na posamezne preizkušene črtice merskega traku in se te vrednosti primerjajo s teoretično mero. Tako pridobimo vrsto odstopanj, ki se združujejo k delnim odstopanjem.

Temperatura

Temperaturna korekcija k_t se izračuna iz poznane fizikalne enačbe

$$k_t = \alpha l(t - t_0), \quad (7.16)$$

kjer je:

- α temperaturni rezteznostni koeficient materiala traku,
 l merjena dolžina,
 t_0 referenčna temperatura $t_0 = 20^\circ\text{C}$,
 t merjena temperatura.

Zaradi malenkostnega raztezka invarja je dovolj računati z linearno korekcijo, tudi določanje temperature ne igra pomembne vloge. Drugačne so razmere pri jeklu, kjer se zaradi velikega razteznostnega koeficienta po možnosti točno določa temperatura jeklenega traku. Različne raziskave so pokazale, da lahko imata temperatura zraka in temperatura traka znatne razlike. Zanesljivi rezultati se dosežejo pri oblačnem nebu s kontaktnim termometrom.

Odstopanja zaradi vlečne sile

Za elastično razteznost se po Hookovem zakonu glasi izraz:

$$\Delta l = \frac{l(F - F_0)}{AE}, \quad (7.17)$$

kjer je:

F_0	referenčna vlečna sila,
F	dejanska vlečna sila,
A	preseki traku,
E	elastični modul.

S tem dobimo korekcijo razteznosti

$$k_r = \frac{l(F - F_0)}{EA}. \quad (7.18)$$

F_0 je referenčna vlečna sila uporabljena pri umerjanju ter F dejansko prisotna dejanska vlečna sila.

Pri vertikalnem merjenju dolžin delujejo na dejansko vlečno silo:

- sila napenjalne uteži F_1
- sila teže celotnega traku vključno z navijalnim telesom F_2

- polovična sila teže prostovisečega odseka traku z negativnim predznakom $-F_3$

F_2 in F_3 vsebujeta tudi onesnaženje traku in vlažnost, medtem ko sta pri horizontalnem umerjanju traku zaradi nastajajočega trenja zanemarjena. Tako dobimo zvezo za dejansko vlečno silo

$$F = F_1 + F_2 - F_3. \quad (7.19)$$

7.2.2 Izračun posameznih popravkov oz. korekcij odčitkov na merskem traku

Za vse posamezne odčitke M_0 do M_3 , ki jih prikazuje *Tabela 7.6*, smo izračunali popravke oz. korekcije, ki smo jih navedli v poglavju 7.2.1. *Priloga D* (Certifikat oz. poročilo kompariranja merskega traka št. 24259) prikazuje posamezna delna odstopanja posameznih odsekov traku ter ostale pripadajoče podatke. *Tabela 7.7* prikazuje vrednosti posameznih popravkov, ki so bili izračunani na osnovi enačb predstavljenih v prejšnjem poglavju. V tabeli so zapisane izmerjene temperature na posameznih odčitkih.

Razteznostni koeficient za invar, uporabljen v izračunu popravkov, je naslednji:

$$\alpha = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}.$$

Trak smo obremenili z napenjalno silo 100 N, kot je bil obremenjen pri kopariranju. Enačba (7.19) prikazuje dejansko vlečno silo:

$$F = F_1 + F_2 - F_3,$$

kjer je po Möserju et al. (2000):

- sila napenjalne uteži F_1 ,
- sila teže celotnega traku vključno z navijalnim telesom F_2 ,

- polovična sila teže prostovisečega odseka traku z negativnim predznakom $-F_3$.

V našem primeru ni bil raztegnjen cel trak in tudi ohišje traku oz. navijalno telo ni prosto viselo, tako da naša sila F_2 ne vsebuje celotne sile teže (trak + navijalno telo). Ker je prosto viselo le 26 m traku smo to izrazili v odstotkih sile teže visečega dela traku (52 %). Masa traku je 2,316 kg. Tako smo dobili za sile naslednje vrednosti:

- $F_1 = 100 \text{ N}$,
- $F_2 = 0,52 \cdot 23,16 \text{ N} = 12,04 \text{ N}$,
- $F_3 = 6,02 \text{ N}$

in skupna dejanska vlečna sila:

$$F = F_1 + F_2 - F_3 = 106,02 \text{ N}.$$

Modul elastičnosti za invar zanaša:

$$E = 210\,000 \text{ N/mm}^2,$$

prerez traku (A) pa (*Priloga D*):

$$A = 12 \cdot 0,4 \text{ mm}^2 = 4,8 \text{ mm}^2.$$

Ko smo izračunali vse popravke k_0 , k_t in k_r , smo njihove vrednosti prišteli prvotnim odčitkom in smo tako dobili popravljene vrednosti odčitkov M_0 do M_3 .

$$\text{Pop. } M_i = M_i + k_{0,i} + k_{t,i} + k_{r,i}. \quad (7.20)$$

V *Tabeli 7.7* so prikazane vrednosti popravkov ter popravljene vrednosti M_i .

Tabela 7.7: Izračunani popravki odčitkov ter popravljene vrednosti odčitkov

	Odčitki	t [°C]	Popravki			Pop. odčitki
	[m]		k _t [mm]	k ₀ [mm]	k _r [mm]	[m]
M₀	0,2368625	26,2	0,002	0,000	0,001	0,236866
M₁	20,790738	26,1	0,190	-0,416	0,124	20,790636
M₂	20,788088	26,5	0,203	-0,416	0,124	20,787999
M₃	0,253275	26,5	0,002	0,000	0,002	0,253279

7.2.3 Izračun višine reperja R_{KAL} ter višine začetne točke barometra

Na podlagi popravljenih odčitkov lahko sedaj po enačbah (7.10) in (7.11) izračunamo višinsko razliko med reperjema R_{FGG4} in R_{KAL} ter višino reperja R_{KAL}. Iz *Tabele 7.5* lahko dobimo podatke za izračun višinskih razlik med reperjem R_{FGG4} in izmeniščema 1 in 2 ter odčitke O₁ in O_{KAL}. Iz *Tabele 7.7* pa lahko tvorimo višinske razlike iz odčitkov na merskem traku. Če priključimo enačbi (7.10) in (7.11) dobimo naslednje vrednosti višinskih razlik:

$$\begin{aligned} \Delta H_{R_{FGG4}}^{R_{KAL}} &= \Delta H_{R_{FGG4}}^1 + O_1 + (M_1 - M_0) - O_{KAL} = \\ &= -0,011350 + 1,41965 + 20,553770 - 1,020050 = \\ &= \underline{\underline{20,94202}} \text{ m} \end{aligned}$$

ter

$$\begin{aligned} \Delta H_{R_{KAL}}^{R_{FGG4}} &= O_{KAL} + (M_3 - M_2) - O_1 + \Delta H_2^{R_{FGG4}} \\ &= 1,01755 - 20,534720 - 1,435925 + 0,011050 \\ &= \underline{\underline{-20,94204}} \text{ m} \end{aligned}$$

Višino reperja R_{KAL} smo pridobili z izravnavo programa VIM. Izpis rezultatov izravnave je podan v *Prilogi E*. Višina reperja R_{KAL} tako znaša:

$$H_{R_{KAL}} = \underline{\underline{315.6402}} \text{ m.}$$

Iz rezultatov izravnave lahko vidimo, da znaša odstopanje zaključene zanke 0 mm, srednji pogrešek utežne enote $m_0 = 0,001$ mm/km, se pravi, da je bil prenos korektno izveden. Rečemo lahko, da znaša natančnost določitve ortometrične višine oz. normalno ortometrične višine reperja R_{KAL} 0,1 mm do 1 mm, saj tudi natančnost določitve višine reperja R_{FGG4} znaša 0,1 mm, upoštevati pa še moramo to, da je bil merski trak nazadnje kalibriran meseca decembra leta 1970. Kot je bilo povedano ima invar nestabilno molekulska strukturo in lahko pri daljšem časovnem obdobju pride do odstopanj velikostnega reda do pol milimetra. Do pol milimetrskega odstopanja pa lahko pride tudi, če je trak zelo zgiban, kar v našem primeru ni bil.

Višino reperja R_{KAL} smo določili. Sedaj še moramo določiti višino gladine živega srebra v rezervoarju barometra oz. začetne točke živosrebrnega barometra Princo 469 NOVA™ Economy model. Izračunati moramo tudi višino točke, za katero je bil določen težnostni pospešek, da bomo lahko dobili višinsko razliko med začetno točko barometra in točko, na kateri je bil določen težnostni pospešek g , ker še moramo to vrednost popraviti za popravek prostega zraka. Prenos višine smo zopet opravili s klasičnim nivelirjem NI 007 proizvajalca Carl Zeiss Jena.

Tabela 7.8: Odčitki pri prenosu višin iz reperja R_{KAL}

Na točko		Lata zadaj: Lz			Lata spredaj: Ls		
Zadaj	Spredaj		Odčitek	Sredina		Odčitek	Sredina
R_{KAL}	Bar	zg	3817	3817,5	zg		29
		sp	64468		sp		
R_{KAL}	R_g	zg	3843	3843,5	zg	16781	16780,5
		sp	64494		sp	77430	

Tabeli 7.8 in 7.9 prikazujeta odčitke ter višinske razlike pri prenosu višin iz reperja R_{KAL} .

Tabela 7.9: Odčitki ter višinske razlike v metrih

Na točko		Lz	Ls	Lz – Ls (ΔH)
Zadaj	Spredaj	[m]	[m]	[m]
R_{KAL}	Bar	0,190875	0,001450	0,189425
R_{KAL}	R_g	0,192175	0,839025	-0,646850

Na podlagi izračunanih višinskih razlik iz *Tabele 7.9*, izračunamo višini točk Bar ter R_g. Točka Bar je začetna točka živosrebrnega barometra Princo 469 NOVA™ Economy Model, točka R_g pa točka na tleh v laboratorijski sobi, za katero je bil izmerjen težnostni pospešek g.

$$\begin{aligned} H_{Bar} &= H_{R_{KAL}} + \Delta H_{R_{KAL}}^{Bar} = \\ &= 315,6402 + 0,1894 = \\ &= \underline{\underline{315,8296}} \text{ m} \end{aligned}$$

ter

$$\begin{aligned} H_{R_g} &= H_{R_{KAL}} + \Delta H_{R_{KAL}}^{R_g} = \\ &= 315,6402 - 0,6468 = \\ &= \underline{\underline{314,9934}} \text{ m.} \end{aligned}$$

Sedaj, ko imamo višini točk Bar in R_g, še izračunamo njuno višinsko razliko

$$\begin{aligned} \Delta H_{R_g}^{Bar} &= H_{Bar} - H_{R_g} = \\ &= 315,8296 - 314,9934 = \\ &= \underline{\underline{0,8362}} \text{ m,} \end{aligned}$$

ki jo rabimo za popravek merjene vrednosti težnostnega pospeška za vrednost popravka prostega zraka v poglavju 5.2.

7.2.4 Pretvorba normalne ortometrične višine ničelne točke barometra v geopotencialno višino

Vse višine, ki smo jih določili, so določene v državnem višinskem sistemu. V našem državnem višinskem sistemu se uporabljajo normalne ortometrične višine. Zato moramo geometrično določeno višino H_{Bar} pretvoriti v t.i. geopotencialno višino, ki jo uporabljajo meteorološke službe. Ko imamo geopotencialno višino, lahko reduciramo zračni tlak izmerjen na postaji, na srednji nivo morja. Pretvorbo naredimo s pomočjo enačbe, ki je predpisana z enačbo za ICAO standardno atmosfero, z enačbo (2.19):

$$H = \frac{rh}{r + h}, \quad (7.21)$$

Kjer je H geopotencialna višina in h geometrična višina, r pa nominalni radij Zemlje po ICAO (1993), ($r = 6\,356\,766$ m).

$$\begin{aligned} H &= \frac{6356766 \cdot 315,8296}{6356766 + 315,8296} = \\ &= \underline{\underline{315,8139}} \text{ m.} \end{aligned}$$

Višina začetne točke živosrebrnega barometra Princo 469 NOVA™ Economy model je tako določena z geopotencialno višino in se lahko uporabi za redukcijo zračnega tlaka na srednji morski nivo.

8 PRIMER ODČITKA NA ŽIVOSREBRNEM BAROMETRU PRINCO 469 NOVA™ ECONOMY MODEL

Živosrebrni barometer Princo 469 NOVA™ Economy model ima skalo v milimetrih (mm Hg) in inčih živega srebra (in. Hg). Odčitek smo opravili v torek, 15.11.2005, ob 15 uri. Odčitavali smo v skladu z navodili odčitavanja, ki so podrobneje razložena v poglavju 4.3.6.

Najprej smo čitali temperaturo na pritrjenem termometru. Temperatura je znašala 18 °C. Nato je sledilo čitanje višine stolpca živega srebra. Višina stolpca h je znašala 734,90 mm.

V skladu s poglavjem 4.3.7 sledijo popravki in redukcije odčitka barometra:

- instrumentalni popravek,
- temperaturni popravek,
- popravek zaradi zemeljske težnosti.

Instrumentalni popravek

Barometer Princo 469 NOVA™ Economy model je bil pri izdelavi primerjan z barometrom tipa Fortin, kateri je bil kalibriran v National Institute of Standards & Technology (N.I.S.T), in nastavljen tako, da je instrumentalni popravek blizu nič (PRINCO, 2001). Ker ni certifikata za omenjeni barometer, smo za instrumentalni popravek B_i vzeli vrednost nič:

$$B_i = 0 \text{ mm.}$$

Temperaturni popravek C_t

V skladu z enačbo (4.5) izračunamo temperaturni popravek za barometer tipa Fortin:

$$C_t = -\frac{B(\alpha - \beta)t}{1 + \alpha t}, \quad (8.1)$$

kjer je:

- C_t popravek pri temperaturi t °C,
- α koeficient volumske razteznosti živega srebra ($0,0001818 \text{ m}^3/\text{m}^3\text{°C}$),
- β koeficient linearne razteznosti skale ($0,0000184 \text{ m/m}^\circ\text{C}$),
- B odčitek barometra pri temperaturi 0 °C,
- t temperatura barometra v času čitanja tlaka.

Če vstavimo v enačbo (8.1) numerične vrednosti, dobimo temperaturni popravek odčitka:

$$\begin{aligned} C_t &= -\frac{734,9 \cdot (0,0001818 - 0,0000184) \cdot 18}{1 + 0,0001818 \cdot 18} = \\ &= -2,15 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Tako znaša odčitek B_l , popravljen za temperaturni popravek, $732,75 \text{ mm Hg}$.

Popravek zaradi zemeljske težnosti

Enačba (4.3) podaja izraz za redukcijo odčitka barometra zaradi vpliva zemeljske težnosti:

$$B_n = B_l + B_l \left(\frac{g_{\phi,H}}{\gamma_0} - 1 \right), \quad (8.2)$$

kjer je:

- B_l reduciran odčitek barometra na standardno temperaturo, vendar ne na standardno težnost, in popravljen za instrumentalni popravek,
- B_n reduciran odčitek barometra na standardno temperaturo in na standardno težnost in popravljen za instrumentalni popravek,

$g_{\varphi,H}$ lokalni težnostni pospešek (v cm/s^2) na postaji z geografsko širino φ
in višino H nad nivojem morja,
 γ_0 standardni težnostni pospešek ($980,665 \text{ cm/s}^2$).

Izmerjeni lokalni težnostni pospešek $g_{\varphi,H}$ na nivoju gladine živega srebra barometra znaša (poglavje 5.2):

$$g_{\varphi,H} = 980,609502 \text{ cm/s}^2$$

Z vstavitvijo vrednosti v enačbo (8.2), dobimo naslednjo vrednost:

$$\begin{aligned} B_n &= 732,75 + 732,75 \cdot \left(\frac{980,609502}{980,665} - 1 \right) = \\ &= 732,70 \text{ mm Hg.} \end{aligned}$$

Se pravi, da znaša popravek za vpliv zemeljske težnosti $C_g = -0,04 \text{ mm}$.

Sledi izračun tlaka v mbar po enačbi (4.1):

$$p = \rho gh.$$

Gostota ρ živega srebra v barometru 469 NOVATM Economy model znaša $13593,9 \text{ kg/m}^3$.
Zdaj lahko izračunamo lokalni tlak p :

$$\begin{aligned} p_1 &= 13593,9 \cdot 9,80609502 \cdot 0,73270 = \\ &= \underline{\underline{976,71 \text{ mbar}}}. \end{aligned}$$

Če pa upoštevamo $1 \text{ mm Hg} = 1,333224 \text{ mbar}$, dobimo:

$$\begin{aligned} p_2 &= 732,70 \cdot 1,333224 = \\ &= \underline{\underline{976,86 \text{ mbar}}} \end{aligned}$$

Sledi še redukcija na srednji nivo morja s pomočjo enačbe (4.16):

$$C = 34,68 \frac{H_p}{T_v} \text{ mbar} \quad (8.3)$$

kjer je:

- H_p višina postaje v geopotencialnih metrih in
- T_v je srednja običajna letna vrednost dejanske temperature na postaji v K.

Vnos vrednosti za H_p in T_v nam da vrednost popravka:

$$\begin{aligned} C &= 34,68 \cdot \frac{315,8139}{293,15} = \\ &= 37,36 \text{ mbar.} \end{aligned}$$

Popravek C prištejemo vrednosti lokalnega tlaka barometra in dobimo vrednost tlaka na srednjem morskem nivoju p_{st} :

$$\begin{aligned} p_{st_1} &= p_1 + C = \\ &= 976,71 + 37,36 = \\ &= \underline{\underline{1014,07 \text{ mbar}}}, \end{aligned}$$

ali

$$\begin{aligned} p_{st_2} &= p_2 + C = \\ &= 976,86 + 37,36 = \\ &= \underline{\underline{1014,22 \text{ mbar}}}. \end{aligned}$$

Tlak smo izračunali tudi s pomočjo Exelovega dokumenta za avtomatsko redukcijo tlaka, ki smo ga dobili na spletni strani proizvajalca omenjenega barometra (URL7). Dobili smo naslednje vrednosti, za pretvorbo v mbar smo upoštevali zvezo $1 \text{ mm Hg} = 1,333224 \text{ mbar}$:

- tlak v sobi:

$$p = 732,78 \text{ mm Hg} = \underline{\underline{976,96 \text{ mbar}}}$$

- reduciran tlak na nivo morja

$$p_{sl} = 760,84 \text{ mm Hg} = \underline{\underline{1014,37 \text{ mbar}}}$$

Priloga F prikazuje vrednosti redukcij, ki smo jih pridobili s pomočjo avtomatske redukcije. Za vhodne podatke v avtomatski redukciji, smo morali podati odčitek višine stolpca živega srebra, temperaturo, geografsko širino φ , za katero smo privzeli kar približno geografsko širino stebra FGG3 na strehi FGG ($\varphi = 46^{\circ}02'45''$) in geopotencialno višino barometra (315,8139 m).

Za konec smo še kontaktirali Agencijo Republike Slovenije za okolje (ARSO), za posredovanje vrednosti tlaka v Ljubljani, v torek 15.11.2005, ob 15 uri. Odgovorili so nam, da je vrednost tlaka, reducirana na srednji nivo morja, ob 15.00 znašala:

$$p_{sl} = \underline{\underline{1015,2 \text{ mbar}}}.$$

Vidimo, da se naš izmerjeni tlak, na nivoju morja, razlikuje od tlaka, izmerjenega s strani ARSO-ja, razlikuje za 1 mbar. Rečemo lahko, da je bil naš odčitek korektno izveden ter so korektno bile izvedene vse korekcije.

9 ZAKLJUČEK

V začetku naloge je bilo na kratko predstavljeno, kako je sestavljeno ozračje Zemlje, ki s svojo silo teže povzroča na površju Zemlje silo tlaka. To silo tlaka, ki ji pravimo zračni tlak, pa v praksi lahko izmerimo z različnimi instrumenti. Najstarejši instrument za merjenje zračnega tlaka je živosrebrni barometer. Zračni tlak ni konstantna vrednost na neki lokaciji, saj je odvisen od temperature ozračja, gostote ozračja in višine. Videli smo, kako se omenjene količine spreminjajo v ozračju.

Živosrebrni barometer deluje na principu ravnovesja tlaka, ki ga tvori stolpec živega srebra in atmosferskega oz. zračnega tlaka. Vendar nam vrednost odčitka, ki ga neposredno odčitamo na barometru, ne daje prave vrednosti zračnega tlaka, saj so barometri narejeni tako, da dajejo prave vrednosti pod točno določenimi pogoji – pod standardno temperaturo in standardno vrednostjo težnosti. Na odčitke pa ne vplivata samo temperatura in težnost, ampak tudi sama izdelava barometra, postavitvev barometra ter ostali vplivi, ki so bili predstavljeni v nalogi. Zato je potrebno narediti posamezne redukcije odčitka barometra, da dobimo prave vrednosti zračnega tlaka.

Kot smo omenili, je vrednost odčitka odvisna od lokalnega težnostnega pospeška. Ker je bilo v literaturi za meteorologe zaslediti le končne oblike enačb za lokalni težnostni pospešek oz. za normalni težnostni pospešek, smo v nalogi predstavili težnostno polje Zemlje. Prišli smo do spoznanja, da meteorologi uporabljajo svoj Meteorološki težnostni sistem, ki temelji na mednarodnem referenčnem elipsoidu iz leta 1935. Težnostnega sistema niso spremenili, čeprav se je ta spremenil. Sedanji aktualni referenčni elipsoid je GRS80, enačbe meteorologov, za izračun normalnega in lokalnega težnostnega pospeška, pa še vedno temeljijo na mednarodnem elipsoidu iz leta 1935.

Predstavljeno je bilo, da meteorologi uporabljajo geopotencialne višine. Te geopotencialne višine so v bistvu dinamične višine. Razlika med njimi je v tem, da se pri geopotencialnih višinah vrednost težnostnega potenciala deli z neko referenčno težnostjo ter se ta referenčna

težnost uporablja za vse geografske širine, medtem ko se pri dinamičnih višinah deli težnostni potencial s srednjo referenčno težnostjo obravnavanega območja, se pravi, se referenčna težnost, s katero delimo težnostni potencial, spreminja glede na geografsko širino obravnavanega območja.

Na koncu še pokomentirajmo rezultat odčitka živosrebrnega barometra, ki smo ga naredili. Opazimo lahko, da se rezultat redukcije, ki smo jo opravili na podlagi enačb, ki so bile predstavljene v nalogi in rezultat avtomatske redukcije razlikujeta za 0,1 mbar. Če pogledamo posamezne vrednosti popravkov iz poglavja 8 in *Priloge F*, vidimo, da se edino popravka zaradi težnosti razlikujeta. Vzrok temu je, da smo mi računali redukcijo, zaradi težnosti, z dejanskim izmerjenim težnostnim pospeškom, avtomatska redukcija pa računa lokalni težnostni pospešek na podlagi enačb za normalni težnostni pospešek na mednarodnem elipsoidu 1935. Enačba za izračun lokalnega težnostnega pospeška, v avtomatskih redukcijah, ne upošteva višine barometra, kar še dodatno poveča razliko.

S tem, ko smo določili lokalni težnostni pospešek na nivoju barometra ter višino barometra, je barometer postal uporaben za praktično uporabo.

VIRI

Guide to meteorological instruments and observing practices. Second edition. WMO – No. 8. TP. 3. 1961. Geneva, World Meteorological Organization, Secretariat of the World Meteorological Organization

Handbook of meteorological instruments. Second edition. Volume 1. Measurement of atmospheric pressure. 1980. London, Her Majesty's Stationary Office, Meteorological office.

Heiskanen, A., W., Moritz, H. 1996. Physical Geodesy. Reprint. Graz, Austria, Institute of Physical Geodesy, Technical University: 364 str.

Instruction Booklet for use with PRINCO Fortin type mercurial Barometers. English Language Edition. 2001. Southampton, Princo Instruments, Inc.: 24 str.

Kraut, B. 1981. Strojniški priročnik. Šesta slovenska izdaja. Popolnoma predelana in izpopolnjena. Ljubljana, Strojniški vestnik: 684 str.

Kuhar, M. 2000. Geofizika. Študijski pripomoček. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Oddelek za geodezijo: 85 str.

Lisec, A. 2002. Analiza višinskih sistemov na osnovi nivelmanske in relativne gravimetrične izmere nivelmanske zanke Malija. Diplomaska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Oddelek za geodezijo: 139 str.

List, R., J. 1951. Smithsonian meteorological tables. Smithsonian Miscellaneous Collections. Volume 114, Publication 4014. (Whole Volume). Sixth revised edition. City of Washington, Smithsonian institution: 527 str.

Manual of the ICAO standard atmosphere extended to 80 kilometres (262 500 feet). = Manuel de l' atmosphère type OACI élargie jusqu'à 80 kilometres (262 500 pieds). Doc 7488/3. Third edition. 1993. Montreal, International Civil Aviation Organization.

Möser, M., Müller, G., Schlemmer, H., Werner, H. 2000. Handbuch Ingenieurgeodäsie. Grundlagen. 3., völlig neubearbeitete und erweiterte Auflage. Heidelberg, Germany, Herbert Wichmann Verlag: 642 str.

Rakovec, J., Vrhovec, T. 2000. Osnove meteorologije za naravoslovce in tehnike. 2. popravljena izdaja. Ljubljana, Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije: 329 str.

Stropnik, J. 2001. Mehanika tekočin. 1. del – Statika tekočin (Gradiva za predavanja pri predmetu Tehniška mehanika II). Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za strojništvo: 121 str.

Svatovšek, P. 2000. Umerjanje barometrov za zračni tlak – zahteve za letalstvo in umeritveni postopek. Diplomaska naloga višješolskega študija. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za strojništvo: 61. str.

Torge, W. 1989. Gravimetry. Berlin, New York, Walter de Gruyter: 465 str.

Torge, W. 1991. Geodesy. Second Edition. Berlin, New York, Walter de Gruyter: 264 str.

Urek, D. 2005. Avtomatska obdelava in analiza testnih meritev z relativnim gravimetrom Scintrex CG-3M. Diplomaska naloga. Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Oddelek za geodezijo: 106 str.

Spletni naslovi:

URL1: Manual of the ICAO standard atmosphere. Calculations by the NACA. Technical note 3182. 1954. Washington, National advisory committee for aeronautics, International Civil Aviation Organization, Langley Aeronautical Laboratory, NACA: 136 str. = <http://naca.larc.nasa.gov/reports/1954/naca-tn-3182/> (02.03.2005)

URL2: <http://www.upscale.utoronto.ca/GeneralInterest/Harrison/Barometer/Barometer.html> (23.02.2005)

URL3: <http://mtp.jpl.nasa.gov/notes/altitude/altitude.html> (06.011.2005)

URL4: <http://kremen.arso.gov.si/NVatlas/ewmap.asp> (26.10.2005)

URL5: Schmith, T., Alexandersson, H., Iden, K., Tuomenvirta, H. 1997. Technical report 97-3. North Atlantic-European pressure observations 1868-1995. (WASA dataset version 1.0). Copenhagen, Danish Meteorological Institute: 14 str. = <http://www.dmi.dk/dmi/tr97-3.pdf> (27.05.2005)

URL6: <http://prostor.gov.si/preg/index.htm> (28.10.2005)

URL7: <http://www.princoinstruments.com/barometers.htm> (23.02.2005)

<http://www.arso.gov.si> (16.11.2005)

<http://www.npl.co.uk/pressure/faqs/usehgbaro.html#setfiducial> (23.02.2005)

http://www.aeroballisticsonline.com/ballistics/us_standard_atmosphere.html (02.03.2005)

<http://science.csustan.edu/stkrm/INFO/BAROMETER-MOVIE/barometer-mov.htm> (23.02.2005)

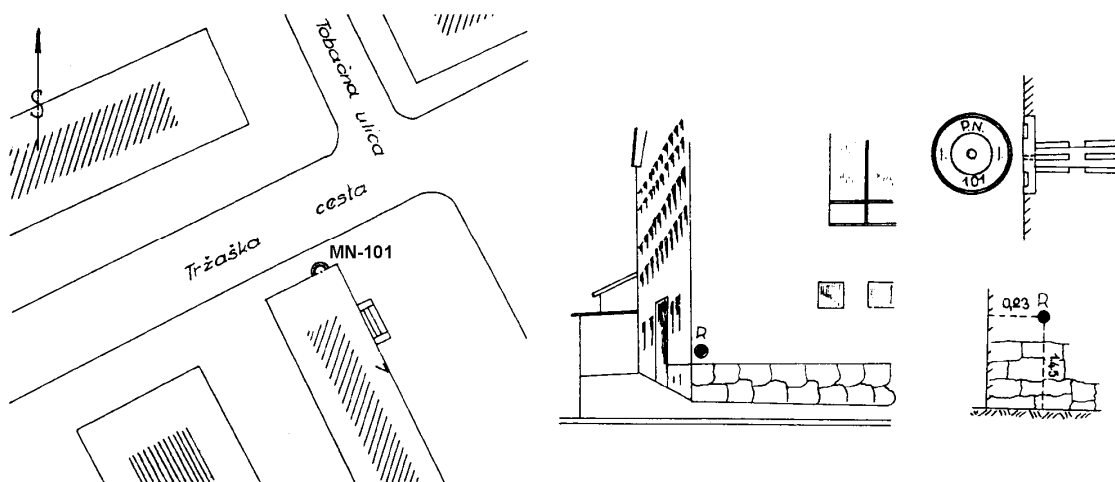
http://www.kayelaby.npl.co.uk/general_physics/2_1/2_1_2.html (08.10.2005)

PRILOGE

PRILOGA A: Topografija reperja MN-101 (povzeto po: URL6)

Podatki o višinski geodetski točki:
Katastrska občina: 2679 GRADIŠČE II
Št. reperja: MN-101

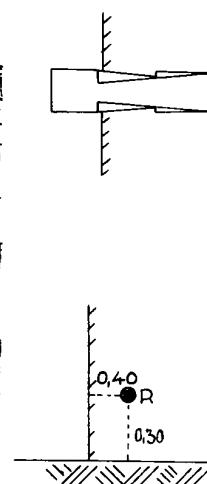
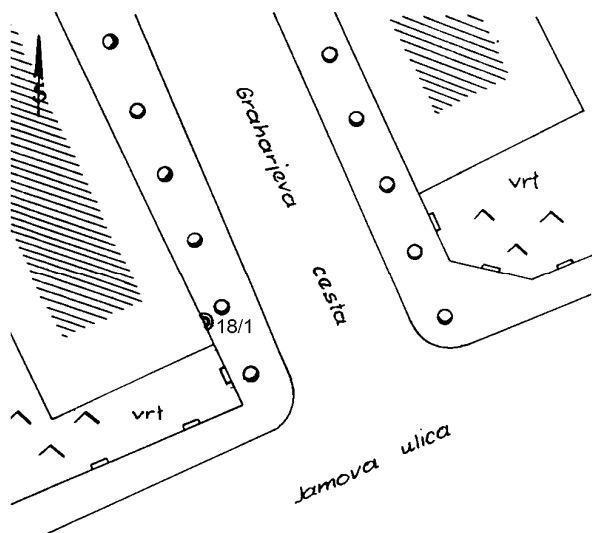
Šifra za red, vrsto mreže	1
Št. nivelmanskega poligona	22-1
Št. reperja	MN-101
Leto stabilizacije reperja	1962
Način stabilizacije	2
Šifra oblike reperja	2
Nadmorska višina	298.0119
Leto meritve	-
Ime datoteke, kjer so izračunane višine	1-22-1
Zaporedna številka sanacije točke	0
Šifra uporabnosti reperja	-
Koordinata Y	461300
Koordinata X	100465
Šifra IOGU	23
Šifra katastrske občine	2679
Ime katastrske občine	GRADIŠČE II
Tekstualni opis	V STAVBI, TRG MLADINSKIH DELAVNIH BRIGAD 7
Opomba	DANI V MN LJ
List TTN5	5 E 24-43
List TK25	012-4-4
Podatki o topografiji	2123084



PRILOGA B: Topografija reperja 18/1 (povzeto po: URL6)

Podatki o višinski geodetski točki:
Katastrska občina: 2679 GRADIŠČE II
Št. reperja: 18/1

Šifra za red, vrsto mreže	5
Št. nivelmanskega poligona	1
Št. reperja	18/1
Leto stabilizacije reperja	0
Način stabilizacije	-
Šifra oblike reperja	-
Nadmorska višina	294.9393
Leto meritve	1993
Ime datoteke, kjer so izračunane višine	BAR93.REZ
Zaporedna številka sanacije točke	-
Šifra uporabnosti reperja	-
Koordinata Y	461370
Koordinata X	100310
Šifra IOGU	23
Šifra katastrske občine	2679
Ime katastrske občine	GRADIŠČE II
Tekstualni opis	GROHARJEVA 6
Opomba	-
List TTN5	5 E 24-43
List TK25	013-3-3
Podatki o topografiji	2129633



PRILOGA C: Izpis rezultatov izravnave zanke iz programa VIM

Izravnava VIšinske geodetske Mreže
Program: VIM, ver.4.0, dec. 02
Copyright (C) Tomaž Ambrožič & Goran Turk

Ime datoteke s podatki: Nivelman.pod
Ime datoteke za rezultate: Nivelman.rez
Ime datoteke za deformacijsko analizo: Nivelman.def
Ime datoteke za S-transformacijo: Nivelman.str

Datum: 23.10.2005
Čas: 0:20:38

NADMORSKE VIŠINE REPERJEV

```
=====
Reper          Nadm.viš.   Opomba
R101           296.4146   Dani reper
RFGG4          290.0000   Novi reper
R18/1          290.0000   Novi reper
B              290.0000   Novi reper
```

Število vseh reperjev = 4
Število danih reperjev = 1
Število novih reperjev = 3

MERITVE VIŠINSKIH RAZLIK IN DOLŽIN

```
=====
Reper          Reper      Merjena     Merjena
zadaj          spredaj    viš.razlika dolžina
RFGG4          R18/1      0.2396      74.5860
R18/1          R101       1.4769      188.7290
R101          B          -0.1184     34.3720
B              RFGG4      -1.5979     256.4130
```

Število opazovanj = 4

Vektor normalnih enačb je zaseden 0.00 %.

ENAČBE POPRAVKOV VIŠINSKIH RAZLIK

```
=====
Št. Reper      Reper      Koeficienti
op. zadaj      spredaj    a1  a2  f      Utež
1 RFGG4        R18/1     -1.  1.  -0.2396  13.4073
2 R18/1        R101      -1.  0.  4.9377  5.2986
3 R101         B         0.  -1.  6.2962  29.0934
4 B            RFGG4     1.  -1.  -1.5979  3.9000
```

IZRAČUNANI POPRAVKI VIŠINSKIH RAZLIK

```
=====
Št. Reper      Reper      Merjena     Popravek     Definitivna
op. zadaj      spredaj    viš.razl.  viš.razl.  viš.razlika
1 RFGG4        R18/1     0.2396     0.0000     0.2396
2 R18/1        R101      1.4769     -0.0001    1.4768
3 R101         B        -0.1184     0.0000    -0.1184
4 B            RFGG4     -1.5979     -0.0001    -1.5980
```

Srednji pogrešek utežne enote, $m_0 = 0.00039$

Izračunano odstopanje = -0.3 mm ($s = 0.554 \text{ km}$).

Dopustni odstopanji v sklenjeni niv. zanki:

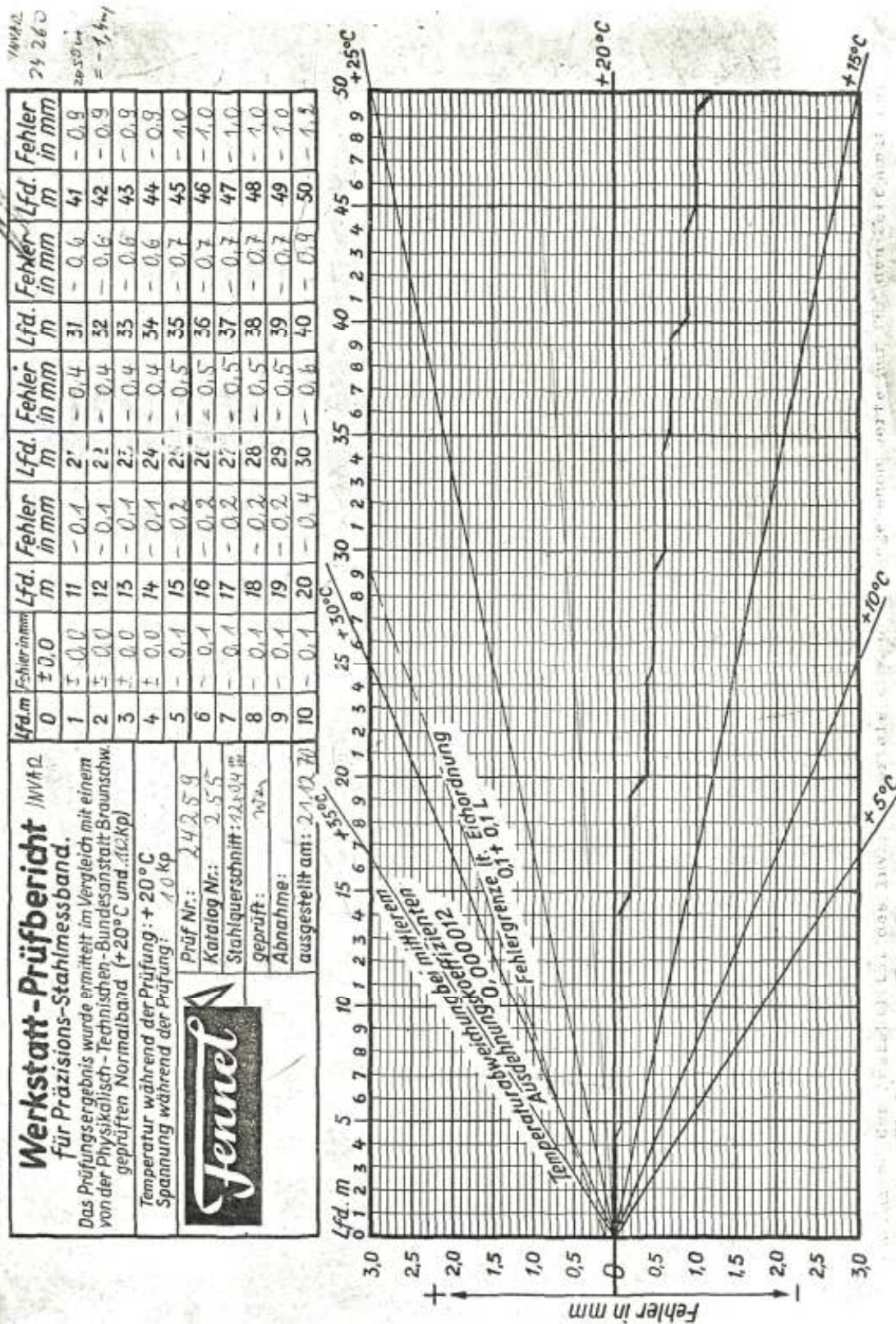
- mreža NVM $f = \pm 1 \cdot \text{SQRT}(s+0.04 \cdot s^2) = 0.8 \text{ mm}$

- mestna niv. mreža 1. reda $f = \pm 2 \cdot \text{SQRT}(s+0.04 \cdot s^2) = 1.5 \text{ mm}$

IZRAVNANE NADMORSKE VIŠINE REPERJEV

Reper	Približna višina	Popravek višine	Definitivna višina	Sred.pog. višine
RFGG4	290.0000	4.6982	294.6982	0.0001
R18/1	290.0000	4.9378	294.9378	0.0001
B	290.0000	6.2962	296.2962	0.0001

PRILOGA D: Certifikat merskega traku



PRILOGA E: Izpis rezultatov izravnave(prenosa višine v 4. nadstropje) iz programa VIM

Izravnava VIŠINSKE geodetske Mreže
Program: VIM, ver.4.0, dec. 02
Copyright (C) Tomaž Ambrožič & Goran Turk

Ime datoteke s podatki: Faks.pod
Ime datoteke za rezultate: Faks.rez
Ime datoteke za deformacijsko analizo: Faks.def
Ime datoteke za S-transformacijo: Faks.str

Datum: 19.11.2005
Čas: 19:27:22

NADMORSKE VIŠINE REPERJEV

```
=====
Reper          Nadm.viš.   Opomba
RFGG4          294.6982   Dani reper
1              294.0000   Novi reper
2              294.0000   Novi reper
RKAL           320.0000   Novi reper
```

Število vseh reperjev = 4
Število danih reperjev = 1
Število novih reperjev = 3

MERITVE VIŠINSKIH RAZLIK IN DOLŽIN

```
=====
Reper          Reper      Merjena      Merjena
zadaj          spredaj    viš.razlika  dolžina
RFGG4          1           -0.0114      12.0000
1              RKAL        20.9534      22.0000
RKAL           2          -20.9531      22.0000
2              RFGG4       0.0110       12.0000
```

Število opazovanj = 4

Vektor normalnih enačb je zaseden 0.00 %.

ENAČBE POPRAVKOV VIŠINSKIH RAZLIK

```
=====
Št. Reper      Reper      Koeficienti      Utež
op. zadaj      spredaj    a1  a2      f
1 RFGG4        1           0. -1.    0.6869  83.3333
2 1            RKAL        -1. 1.    5.0466  45.4545
3 RKAL         2           1. -1.    5.0469  45.4545
4 2            RFGG4       -1. 0.    0.6872  83.3333
```

IZRAČUNANI POPRAVKI VIŠINSKIH RAZLIK

```
=====
Št. Reper      Reper      Merjena      Popravek      Definitivna
op. zadaj      spredaj    viš.razl.    viš.razl.    viš.razlika
1 RFGG4        1           -0.0114      0.0000      -0.0113
2 1            RKAL        20.9534      0.0000      20.9534
3 RKAL         2          -20.9531      0.0000      -20.9531
4 2            RFGG4       0.0110       0.0000       0.0111
```

Srednji pogrešek utežne enote, $m_0 = 0.00010$

Izračunano odstopanje = 0.0 mm (s = 0.068 km).

Dopustni odstopanji v sklenjeni niv. zanki:

- mreža NVM $f = \pm 1 \cdot \sqrt{s+0.04 \cdot s^2} = 0.3$ mm
- mestna niv. mreža 1. reda $f = \pm 2 \cdot \sqrt{s+0.04 \cdot s^2} = 0.5$ mm

IZRAVNANE NADMORSKE VIŠINE REPERJEV

Reper	Približna višina	Popravek višine	Definitivna višina	Sred.pog. višine
1	294.0000	0.6869	294.6869	0.0000
2	294.0000	0.6872	294.6872	0.0000
RKAL	320.0000	-4.3598	315.6402	0.0000

PRILOGA F: Izpis iz avtomatske redukcije vrednosti tlaka

English
MS Excel 2000 Spreadsheet for
Automatic Barometer Corrections



Courtesy of **Princo Instruments, Inc.**
 Manufacturer of level and density controls, barometers and thermometers.
 Visit our web site at: <http://www.princoinstruments.com>

Input Data Field (type data in light shaded boxes)

Type institution, location, time, date, or other optional data; in light shaded box below:

XYZ Barometric Service
 1 Your Street, Any Town, ST ZIP+4 U.S.A.
 10:33 pm 19 August 1999

Barometer reading, type in light shaded box at right	734,9	mm Hg @
Temperature of barometer, type in light shaded box	18	18°C °C
Normal data settings, type in light shaded boxes:		
Reading units (in., in, cm, mm, mb, kPa)	mm	
Certificate correction if any, + or -	0	mm
Temperature units (F, C)	C	
Latitude, degrees N or S	46,045833	°
True altitude	315,8139	meters
Altitude units (feet, meters, metres)	meters	

Results Field (automatically computed)

Barometer scale system of units, English or metric	metric	
Coefficient of volume thermal expansion of mercury, M	0,0001818	m ³ /m ³ °C
Coefficient of linear thermal expansion of brass, L	0,0000184	m/m°C
Temperature, in the barometer scale system of units, t	18	°C
Standard temperature for the barometer scales, t _s	0	°C
Standard temperature for the density of mercury, t _m	0	°C
Standard pressure at sea level, p ₀	760	mm Hg @ 0°C
Multiplier for temperature correction, M _{tc}	-0,002932	mm/mm
Multiplier for gravity correction, M _{gc}	0,000046	mm/mm
		mm Hg @
1. Barometer reading and temperature	734,9	18°C
2. Certificate correction if any, + or -	0	mm
		mm Hg @
3. Certificate corrected reading	734,9	18°C

se nadaljuje

nadaljevanje

4a. Temperature correction, not rounded	-2,154438	mm
4. Correction for temperature	<u>-2,15</u>	mm mm Hg @
5. Temperature corrected reading	732,75	0°C
6a. Gravity correction, not rounded	0,033922	mm
6. Correction for gravity, + or -	<u>0,03</u>	mm mm Hg @
7a. Local station pressure, not rounded	732,78392	0°C
7. Local station pressure	732,78	0°C mm Hg @
8a. Pressure altitude, not rounded	306,51922	meters
8. Pressure altitude	306,5	meters
9. Minus (-) the true altitude	<u>-315,8139</u>	meters
10a. Pressure altitude differential, + or -, not rounded	-9,294683	meters
10. Pressure altitude differential, + or -	-9,3	meters mm Hg @
11. Sea level pressure	760,84	0°C