

Univerza
v Ljubljani
Fakulteta
za gradbeništvo
in geodezijo



Jamova 2
1000 Ljubljana, Slovenija
<http://www3.fgg.uni-lj.si/>

DRUGG – Digitalni repozitorij UL FGG
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

V zbirki je originalna različica izdajatelja.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujete na bibliografske podatke, kot je navedeno:

University
of Ljubljana
Faculty of
*Civil and Geodetic
Engineering*



Jamova 2
SI – 1000 Ljubljana, Slovenia
<http://www3.fgg.uni-lj.si/en/>

DRUGG – The Digital Repository
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

This is a publisher's version PDF file.

When citing, please refer to the publisher's bibliographic information as follows:

Ilc, A., Turk, G. in Trtnik, G. 2011. Numerično modeliranje poladiabatnega poskusa. V: Eberlinc, M. (ur.) in Širok, B. (ur.). Kuhljevi dnevi 2011. Zbornik del. Mengeš, 22. september, 2011. Ljubljana, Slovensko društvo za mehaniko: str. 75–82.



Numerično modeliranje poladiabatnega poskusa

A. Ilc¹, G. Turk², G. Trtnik³

Numerical modelling of semi-adiabatic test

Povzetek. V prispevku je predstavljena možnost uporabe poladiabatnega poskusa za določitev adiabatne krivulje, s katero opišemo sproščanje hidrationske toplote svežega betona. Pri tem poskusu tako merimo temperaturo v nekaj točkah betonskega preizkušanca, nato pa z računsko korekcijo, s katero upoštevamo toplotne izgube, določimo adiabatno krivuljo. Ta nato predstavlja vhodni podatek za numerični model preizkušanca, s katerim z metodo končnih elementov izračunamo temperaturni potek na merilnih mestih. Primerjava med izmerjenimi in izračunanimi vrednostmi temperatur potrjuje tako primernost uporabe poladiabatne metode za določitev adiabatne krivulje kot tudi ustreznost samega numeričnega modela.

Abstract. The paper deals with the possibility of using a semi-adiabatic test to determine the adiabatic hydration curve of concrete mixtures. Therefore, a temperature was measured at certain points of a concrete specimen during the test and an adiabatic temperature rise was estimated with a numerically determined heat loss compensation. The determined adiabatic hydration curve was inserted into a numerical program, which is used to calculate a temperature field within the concrete element using a finite element method. A comparison between numerically and experimentally determined values indicates the adequacy of the proposed numerical model. Moreover, the semi-adiabatic test proved to be an appropriate method to determine the adiabatic temperature rise.

1 Uvod

Sproščanje hidrationske toplote med strjevanjem betona pri gradnji večine gradbenih konstrukcij ne povzroča težav, nasprotno pa lahko pri masivnih betonskih konstrukcijah zaradi oteženega odvajanja toplote povzroča pregrevanje betona, kar lahko vodi v nižjo trdnost betona in nastanek razpok. Zato moramo pri betonih večje debeline temperaturni potek vnaprej oceniti. V literaturi je predstavljenih veliko numeričnih postopkov za temperaturno analizo betona med strjevanjem, zasnovanih na diferenčni metodi [9] oziroma na metodi končnih elementov [2, 4, 9].

¹ Primorje d. d.

² Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

³ Igmat d. d.

Za računsko napoved razvoja temperaturnega polja v betonskih elementih potrebujemo adiabatno krivuljo, ki opisuje dvig temperature zaradi hidratacije cementa v adiabatnih pogojih, kar pomeni, da je beton od okolice popolnoma izoliran. Adiabatno krivuljo določimo z adiabatnim ali s poladiabatnim poskusom [7] oziroma jo ocenimo na podlagi sestave betona [5]. Pri adiabatnem poskusu preprečujemo izgubo energije tako, da skušamo s temperaturo okolice betona čimbolj slediti temperaturi strjujočega se betona, medtem ko pri poladiabatnem poskusu preizkušane le izoliramo, nastale toplotne izgube pa opišemo z računsko korekcijo, ki jo prištejemo izmerjenim vrednostim.

V prispevku je prikazan postopek določitve adiabatne krivulje s poladiabatnim poskusom na podlagi merjenja temperature betona v vnaprej izbranih karakterističnih točkah betonskega preizkušanca. Iz rezultatov meritev je z računsko korekcijo, s katero upoštevamo toplotne izgube, določena adiabatna krivulja, ki predstavlja vhodni podatek numeričnega modela za izračun temperaturnega polja v betonskih elementih. Na podlagi primerjave med izmerjenimi in izračunanimi vrednostmi je ocenjena upravičenost računske korekcije pri poladiabatnem poskusu.

2 Prevajanje toplote po betonu

Časovno spreminjanje temperatur v strjujočem se betonu določimo z rešitvijo znane Fourierove parcialne diferencialne enačbe prevajanja toplote v trdni snovi

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q. \quad (1)$$

Enačbo (1) rešimo z upoštevanjem naslednjih robnih in začetnih pogojev:

$$k_x \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k_y \frac{\partial T}{\partial y} n_y + k_z \frac{\partial T}{\partial z} n_z + h (T - T_A) + \sigma e (T^4 - T_R^4) = 0, \quad (2)$$

$$T(x, y, z, t) = T_B(t), \quad (3)$$

$$T(x, y, z, 0) = T_0(x, y, z), \quad (4)$$

kjer sta ρ in c_p gostota in specifična toplota betona, k_x , k_y in k_z pa so toplotne prevodnosti betona v smereh x , y in z . V enačbah (1–4) je $T = T(x, y, z, t)$ temperatura betona pri času t , Q pa je sproščena hidratacijska toplota betona, ki jo določimo na osnovi adiabatnega ali poladiabatnega poskusa. V enačbi (2) so n_x , n_y in n_z označene komponente vektorja normale na robno ploskev, T_A je temperatura okolice, h prestopni koeficient zraka, T_R temperatura sevajočih teles v okolici obravnavane konstrukcije, σ Stefan – Boltzmanova konstanta in e emisivnost sevajoče površine. T_B v enačbi (3) je predpisana temperatura na površini betonskega elementa, T_0 v enačbi (4) pa je začetna temperatura betona.

Skladno z metodo končnih elementov lahko enačbo (1) zapišemo v diskretizirani obliki [4]

$$\mathbf{Kt} + \mathbf{Ct}_t = \mathbf{f}, \quad (5)$$

kjer so \mathbf{K} , \mathbf{C} in \mathbf{f} globalna prevodnostna matrika, globalna kapacitetna matrika in globalni vektor desnih strani, \mathbf{t} je vektor vozliščnih temperatur, \mathbf{t}_t pa vektor časovnih odvodov vozliščnih temperatur.

Sproščeno toploto $Q_a(t)$ v adiabatnih razmerah določimo na osnovi adiabatne krivulje $T_a(t)$ z enačbo

$$Q_a(t) = T_a(t) \rho c_p. \quad (6)$$

V literaturi zasledimo različne enačbe za modeliranje adiabatne krivulje [1, 3, 6]. V prikazanem numeričnem postopku modeliramo adiabatno krivuljo s krivuljo sigmoidne oblike [1]

$$T_a(t) = a + b \cdot e^{-(c/t)^d}, \quad (7)$$

pri čemer materialne parametre a , b , c in d določimo z metodo najmanjših kvadratov za vsako betonsko mešanico posebej.

Ker adiabatnih pogojev običajno ni, moramo količino sproščene hidratacijske toplote betona ustrezno popraviti. S tem namenom vpeljemo zrelostno funkcijo f_A , s katero v analizi upoštevamo vpliv temperature in časa na sproščanje hidratacijske toplote. V našem modelu smo uporabili Arrheniusovo zrelostno funkcijo, ki jo določa enačba

$$f_A(T, Q_a) = \exp \left(-\frac{E_A}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{\left(\frac{Q_a}{\rho c_p} \right) + T_0^a} \right) \right). \quad (8)$$

V enačbi (8) R predstavlja plinsko konstanto ($R = 8,315$ J/mol K), E_A aktivacijsko energijo, T_0^a pa začetno temperaturo betona pri adiabatnem preizkusu. Količino sproščene hidratacijske toplote v betonski konstrukciji izrazimo z enačbo

$$Q = f_A \cdot Q_a. \quad (9)$$

3 Poladiabatni poskus

Za pet betonskih mešanic smo izvedli poladiabatne poskuse, kot je opisano v članku [7]. Preizkušane v obliki kocke s stranico 50 cm je obdan z 10 cm ekstrudiranega polistirena in z 2,8 cm debelim lesenim opažem. Ker je kocka glede na tri ravnine popolnoma simetrična, smo temperaturni potek merili le na mestih, označenih na sliki 1.

Pri poladiabatnem poskusu dopustimo toplotne izgube, zato jih moramo oceniti in računsko upoštevati. Če označimo pravi adiabatni dvig temperature s T_G , povprečno temperaturo betona s T_V in začetno temperaturo betona s T_P , potem so toplotne izgube H_L sorazmerne z razliko med adiabatnim dvigom temperature in dejanskim dvigom temperature $T_V - T_P$:

$$H_L = V_C \cdot \rho_C \cdot c_C (T_G - (T_V - T_P)), \quad (10)$$

kjer so V_C , ρ_C in c_C prostornina, gostota in specifična toplota betonskega preizkušanca.

Če označimo s k skupno toplotno prevodnost ovoja in napišemo nadomestno enodimenzijsko Fourierjevo enačbo (1) za ovoj, lahko izrazimo toplotne izgube kot:

$$\frac{\partial H_L}{\partial t} = k(T_S - T_A), \quad (11)$$

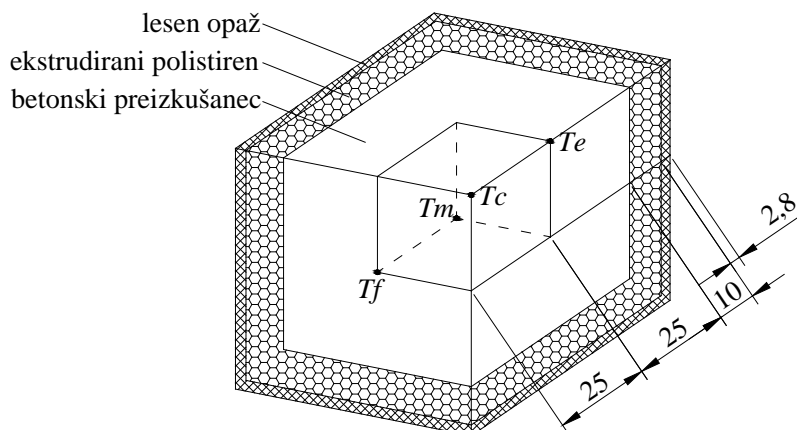
kjer je T_S povprečna temperatura betonskega preizkušanca, T_A pa temperatura okolice.

Z združitvijo enačb (10) in (11) lahko izrazimo adiabatni dvig temperature T_G kot:

$$T_G = (T_V - T_P) + \lambda \int_0^t (T_S - T_A) dt, \quad (12)$$

pri čemer je $\lambda = \frac{k}{V_C \rho_C c_C}$ karakteristika posameznega poskusa in jo določimo po koncu sproščanja hidratacijske toplote z odvajanjem enačbe (12) po času ob predpostavljenem konstantnem adiabatnem dvigu temperatur T_G . Tako dobimo:

$$\lambda = - \frac{\frac{\partial T_V}{\partial t}}{(T_S - T_A)}. \quad (13)$$



Slika 1: Geometrija preizkušanca pri adiabatnem poskusu in merilna mesta.

Povprečno temperaturo betonskega preizkušanca T_V in povprečno temperaturo njegove površine T_S izračunamo iz izmerjenih temperatur (slika 1) po enačbah, podanih v članku [7]:

$$T_V = \frac{64}{125} T_m + \frac{48}{125} T_f + \frac{12}{125} T_e + \frac{1}{125} T_c, \quad (14)$$

$$T_S = \frac{16}{25} T_f + \frac{8}{25} T_e + \frac{1}{25} T_c. \quad (15)$$

4 Primerjava med eksperimentalnimi in numeričnimi rezultati

Da bi ugotovili primernost opisanega postopka poladiabatnega poskusa, smo adiabatni dvig temperature, ki smo ga dobili s poladiabatnim poskusom preko računske korekcije po enačbi (12), aproksimirali s krivuljo sigmoidne oblike (enačba 7, preglednica 1) in jo uporabili kot vhodni podatek v računalniškemu programu za račun poteka temperatur po trdni snovi, pripravljenim na osnovi enačb v drugem poglavju. V nadaljevanju smo izračunane vrednosti temperatur na mestih meritev primerjali z izmerjenimi vrednostmi.

4.1 Numerični model

Za določitev poteka temperatur smo pripravili dva numerična modela. Najprej smo potek temperatur v kocki modelirali z ravninskim potekom temperatur (2D model), drugi model pa je tridimenzionalen (3D model). Pri obeh modelih smo upoštevali simetrijske ravnine kocke, tako da smo obakrat modelirali le njen del. Pri 2D modelu mrežo sestavlja 121 štirivozličnih

izoparametričnih končnih elementov, pri 3D modelu pa 1331 osemvozliščnih izoparametričnih končnih elementov.

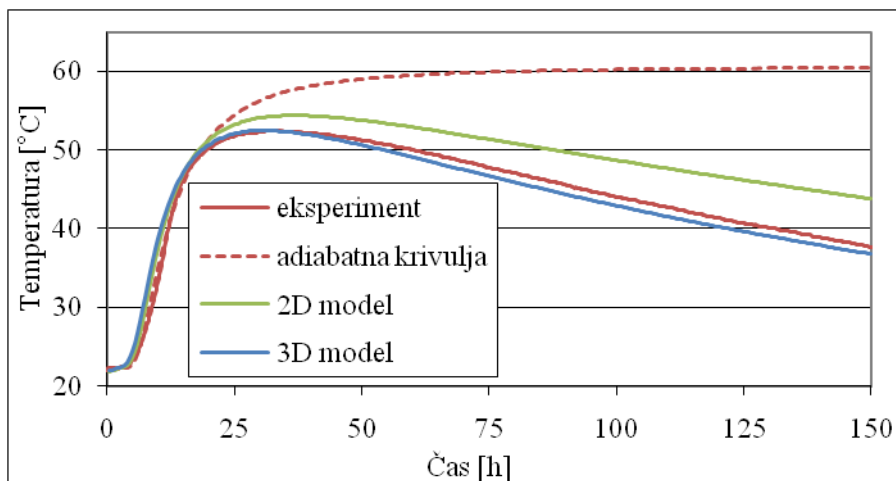
Ker ostali materialni parametri, ki jih potrebujemo pri računu, niso bili izmerjeni, smo v analizi za te predpostavili vrednosti, dobljene v literaturi [9] in prikazane v preglednici 2. Temperatura zraka je bila približno 20°C, za prestopni koeficient zraka pa smo izbrali vrednost 50000 J/h m² °C, kar ustreza mirnemu ozračju v laboratoriju. Za vrednost aktivacijske energije smo izbrali 44500 J/mol [8]. Temperature v vozliščih končnih elementov smo zaradi relativno dolgega obdobja merjenja računali na vsake pol ure. Za časovno integracijo enačbe (5) smo uporabili implicitno metodo.

Preglednica 1: Parametri adiabatne krivulje in začetna temperatura betona.

Oznaka mešanice	a [°C]	b [°C]	c [1/h]	d	T_0 [°C]
A1	1,48	42,88	10,99	3,55	13,5
A2	1,21	44,60	11,63	3,22	16,3
B1	0,48	38,33	10,5	2,01	21,8
B2	2,46	31,61	25,17	1,20	22,2
B3	1,44	40,9	16,61	2,45	22,5

Preglednica 2: Materialni parametri.

Material	k [J/m h °C]	c [J/kg °C]	ρ [kg/m ³]
Beton	9200	1000	2430
Ekstrudirani polistiren	118	1450	25
Les	470	2800	500



Slika 2: Temperatura v središču poladiabatnega preizkušanca - primerjava med 2D in 3D modelom za beton B1.

4.2 Primerjava med dvo- in tridimenzionalnim modelom

Slika 2 prikazuje primerjavo med rezultati dvodimenzionalnega (2D) in tridimenzionalnega (3D) modela. Pri 2D modelu smo s predpostavko o ravninskem temperaturnem stanju predpostavili, da sta ploskvi kocke, ki sta vzporedni z obravnavano ravnino, popolnoma izolirani. Tako se toplota izgublja le skozi štiri in ne skozi šest ploskev, kot pri realnejšem 3D modelu, zato je razlika med končno temperaturo središča preizkušanca in adiabatnim potekom pri 2D modelu le dve tretjini tiste pri 3D modelu. Rezultati zadnjega se posledično bolje ujemajo z eksperimentalnimi podatki in v nadaljevanju tako prikazujemo le rezultate 3D modela.

4.3 Primerjava med eksperimentalnimi in numeričnimi rezultati

V preglednici 3 je prikazana primerjava med rezultati, dobljeni z numeričnim računom za 3D model, in rezultati eksperimenta. V tem primeru se izmerjena in izračunana najvišja dosežena temperatura ujemata na 1,5°C natančno. Do razlik pride zaradi aproksimacije adiabatne krivulje s krivuljo sigmoidne oblike (enačba 7), zaradi predpostavljenih materialnih parametrov in pa zaradi napake metode poladiabatnega poskusa. Iz slike 3 vidimo, da se tudi potek temperatur po preizkušancu za celo obdobje trajanja preizkusa dobro ujema.

Preglednica 3: Primerjava eksperimentalno in numerično določene najvišje dosežene temperature.

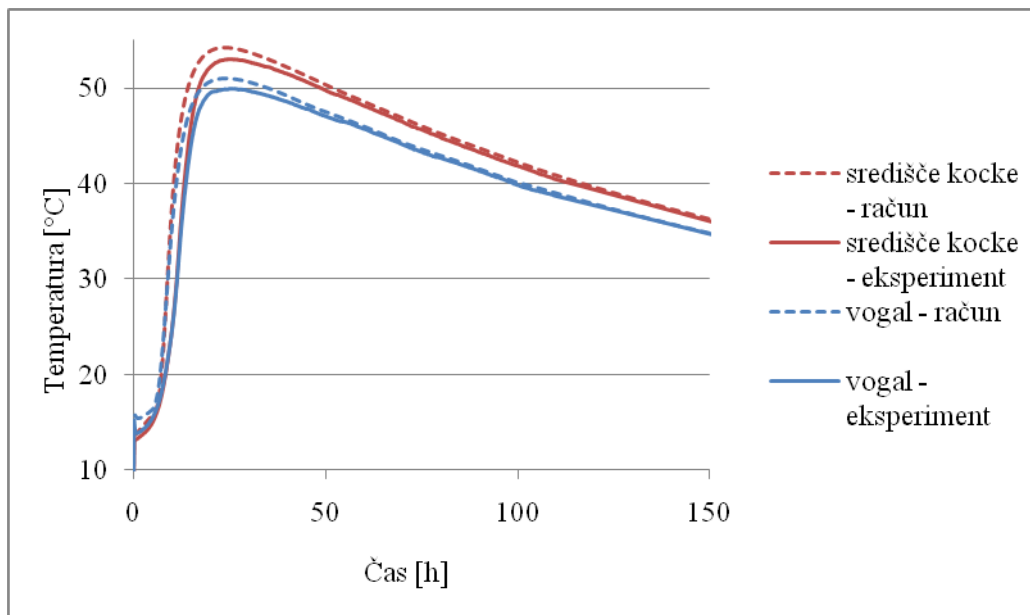
Oznaka mešanice	T_{max} [°C]		razlika [°C]
	eksperiment	račun	
A1	53,0	54,2	1,2
A2	56,8	56,6	-0,2
B1	52,4	52,5	0,1
B2	46,2	44,8	-1,4
B3	56,2	54,7	-1,5

Med obravnavanimi betoni izstopa mešanica B2, saj ima visok delež mineralnega dodatka, zato je njena z eksperimentom določena adiabatna krivulja drugačna od ostalih in se slabo prilega funkciji, podani z enačbo 7 (slika 4). Tako smo jo aproksimirali še s funkcijo:

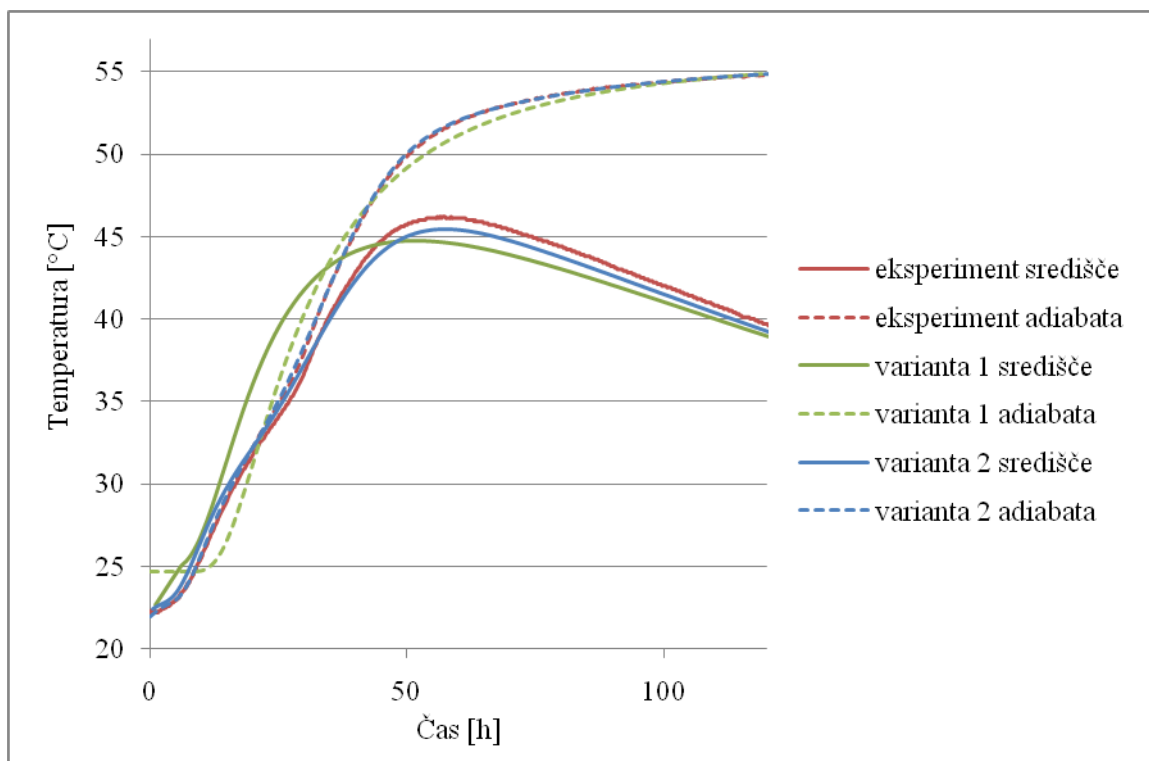
$$T_a(t) = b_1 e^{-(c_1/t)^{d_1}} + b_2 (1 - e^{-c_2(t-d_2)}) + b_3 e^{-(c_3(t-d_3)^2)}, \quad (16)$$

kjer so vrednosti parametrov: $b_1 = 23,69$, $c_1 = 16,85$, $d_1 = 1,39$, $b_2 = 10,52$, $c_2 = 0,0486$, $d_2 = -1,53$, $b_3 = -8,10$, $c_3 = 0,00348$ in $d_3 = 24,28$.

Iz slike 4 vidimo, da se tako določena adiabatna skoraj povsem prekriva z eksperimentalno določeno krivuljo, zato se tudi potek temperature bolje prilega eksperimentalno določenim vrednostim. Najvišja dosežena temperatura znaša 45,5°C in je le še za 0,7°C nižja od izmerjene vrednosti (preglednica 3). Ta napaka je lahko posledica napake poladiabatnega poskusa ali pa napake v oceni materialnih parametrov.



Slika 3: Temperatura v središču in v vogalu poladiabatnega preizkušanca - primerjava med izračunanimi in eksperimentalno določenimi vrednostmi za beton A1.



Slika 4: Primerjava med potekom adiabatnih krivulj in temperatur v središču za beton B2. Pri varianti 1 je adiabata aproksimirana z enačbo (7), pri varianti 2 pa z enačbo (16).

5 Zaključek

V prispevku smo prikazali numerični model poladiabatnega poskusa, pri katerem z računsko korekcijo določimo adiabatno krivuljo sproščanja hidratacijske toplote.

Preizkušane v obliki kocke s stranico 50 cm smo modelirali z 2D in 3D modeloma. Medsebojna primerjava rezultatov kaže, da 2D model za tako geometrijo ne da dovolj dobrih rezultatov, ker ne upošteva izgub skozi dve mejni ploskvi.

Rezultate tridimenzionalnega numeričnega modela smo primerjali z vrednostmi temperatur, izmerjenih pri poladiabatnem poskusu. Rezultati se dobro ujemajo, največja razlika med izmerjeno in izračunano najvišjo doseženo temperaturo je 1,5°C, z natančnejšo aproksimacijo adiabatne krivulje z matematično funkcijo pa se razlike še zmanjšajo. Iz tega lahko najprej sklepamo, da opisani numerični model dobro opiše preizkušane. Relativno majhna razlika med izmerjenimi in izračunanimi temperaturami kaže tako na primernost opisanega numeričnega postopka za napoved temperaturnega polja v preizkušancu kot tudi na ustreznost uporabe poladiabatnega poskusa za določitev adiabatne krivulje betonske mešanice.

Zahvala

Raziskavo sta financirala Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada in Ministrstvo za visoko šolstvo, znanost in tehnologijo v sklopu projekta Mladi raziskovalci iz gospodarstva.

Literatura

- [1] C. Ammar, P. Dutron, H. Motteu, J. Dubois, *La progression des betons et des mortiers par basses temperatures*, C.S.T.C. - C.R.I.C. - SECO, Bruxelles, 1973.
- [2] J. M. Araujo, A. M. Awruch, *Cracking safety evaluation on gravity concrete dams during the construction phase*, Computers & Structures 66, 1, 93-104, 1998.
- [3] K. Van Breugel, *Simulation of Hydration and Formation of Structure of Hardening Cement-Based Materials – HYMOSTRUC*, doktorska disertacija, Delft University of Technology, Delft, 1997.
- [4] R. Cook, D. Malkus, M. Plesha, *Concepts and applications of finite element analysis*, Wiley, New York, 1989.
- [5] K. Maekava, R. Chaube, T. Kishi, *Modelling of concrete performance*, Routledge, New York, 1999.
- [6] P. Morabito, *Apparent Activation Energy - An example for determination from adiabatic hydration tests*, IPACS report BE96-3043/2001:19-2, Lulea, Sweden, 2001.
- [7] P. L. Ng, I. Y. T. Ng, A. K. H. Kwan, *Heat loss compensation in semi-adiabatic curing test of concrete*, ACI materials journal 105 (1), 52-61, 2008.
- [8] A. K. Schindler, T. Dossey, B. F. McCullough, *Temperature control during construction to improve the long term performance of portland cement concrete pavements*, Texas Department of Transportation, Research project No. 0-1700-2, The University of Texas at Austin, 2002.
- [9] G. Turk, *Programska oprema za račun nelinearnega in nestacionarnega prevajanja toplote z upoštevanjem raznih robnih pogojev in notranjega vira toplote zaradi hidratacije cementa*, diplomska naloga, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, 1987.