

Univerza  
v Ljubljani  
Fakulteta  
*za gradbeništvo  
in geodezijo*

*Janova 2  
1000 Ljubljana, Slovenija  
telefon (01) 47 68 500  
faks (01) 42 50 681  
fgg@fgg.uni-lj.si*



Univerzitetni program Gradbeništvo,  
Konstrukcijska smer

Kandidat:

**Miha Jukić**

# **Algoritem za optimalno projektiranje armature v stenah, ploščah in lupinah**

**Diplomska naloga št.: 2945**

**Mentor:**

izr. prof. dr. Boštjan Brank

Ljubljana, 19. 4. 2007

## **IZJAVA O AVTORSTVU**

Podpisani MIHA JUKIĆ izjavljam, da sem avtor diplomske naloge z naslovom: »ALGORITEM ZA OPTIMALNO PROJEKTIRANJE ARMATURE V STENAH, PLOŠČAH IN LUPINAH«.

Izjavljam, da prenašam vse materialne avtorske pravice v zvezi z diplomsko nalogo na UL, Fakulteto za gradbeništvo in geodezijo.

Ljubljana, 5. 4. 2007

---

**BIBLIOGRAFSKO – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK**

**UDK:** 624.012.45:624.072.1:624.074.4(043.2)  
**Avtor:** Miha Jukić  
**Mentor:** izr. prof. dr. Boštjan Brank  
**Naslov:** Algoritem za optimalno projektiranje armature v stenah, ploščah in lupinah  
**Obseg in oprema:** 103 str., 2 pregl., 2 graf., 25 sl., 144 en., 1 pril.  
**Ključne besede:** gradbene konstrukcije, armiranobetonske lupine, plošče, stene, ortogonalna armatura, projektiranje

**Izveček**

V diplomskem delu sem predstavil postopek za določanje optimalne ortogonalne armature v armiranobetonskih stenah, ploščah in lupinah. Izhodišče postopka so linearno elastične notranje sile, izračunane po metodi končnih elementov. Privzel sem, da so sile takšne, da se lahko v vsaki točki konstrukcije pojavi črta plastičnega tečenja, ob kateri beton razpoka, armatura pa se plastificira. Pri ploščah in lupinah sta taki črti dve. Obremenitev sem uravnotežil s silami v armaturi in betonu ter izpeljal izraze zanje. Metoda temelji na teoremu spodnje meje plastične analize, zato so rezultati na varni strani.

Kot posebna primera lupin sem najprej obravnaval stene in plošče. Izpeljal sem izraze za sile oziroma momente za dimenzioniranje armature. Obravnaval sem tudi primere, v katerih armatura ni povsod potrebna. Naredil sem primerjavo z določili standarda Evrokod 2. Pri stenah je obravnavani postopek enak tistemu iz standarda, medtem ko o določanju armature pri ploščah standard ne govori.

Pri lupinah sem prišel do nedoločenega sistema nelinearnih enačb. Kot neznanke so nastopale količina armature ob zgornjem in spodnjem robu lupine, višini zgornje in spodnje tlačene cone in dve smeri razpok v betonu. Za rešitev tega problema sem napisal računalniški program, ki na osnovi podatkov o geometriji, materialu in notranjih silah iterativno določi potrebne prereze armature. Upošteval sem tudi posebne primere, v katerih armatura ni povsod potrebna. Predstavil sem določila Evrokoda 2, ki se nanašajo na določanje armature v lupinah.

Uporabo postopka sem prikazal na nekaj ilustrativnih primerih. Naredil sem tudi primerjavo s podobnimi algoritmi in z rezultati eksperimentov iz literature.

## **BIBLIOGRAPHIC – DOCUMENTALISTIC INFORMATION**

**UDC:** 624.012.45:624.072.1:624.074.4(043.2)  
**Author:** Miha Jukić  
**Supervisor:** Assoc. Prof. Boštjan Brank, Ph. D.  
**Title:** An algorithm for optimal design of reinforcement in walls, slabs and shells  
**Notes:** 103 p., 2 tab., 2 graph., 25 fig., 144 eq., 1 ann.  
**Key words:** reinforced concrete, shells, slabs, walls, orthogonal reinforcement

### **Abstract**

A procedure for calculation of optimal orthogonal reinforcement in reinforced concrete walls, slabs and shells is presented in this work. The starting point are linear elastic internal forces, determined by the finite element method. We assume the forces can cause the formation of a yield line along which the concrete cracks and the reinforcement yields. In slabs and shells there are two such lines. The forces in reinforcement and concrete are determined. The procedure is based on the lower bound theorem of plastic analysis of structures and therefore leads to safe results.

In the first part walls and slabs are considered. We derive expressions for forces or couples, needed for reinforcement design. Cases where reinforcement is not needed in all directions are also considered. The presented procedure for walls is identical to the one in Eurocode 2. The standard does not include any provisions for reinforcement design in slabs.

For shells an indeterminate system of nonlinear equations is obtained. The unknowns are the quantity of reinforcement at the shell top and bottom, depths of the top and bottom compression zones and orientations of the top and bottom concrete cracks. An iterative computer code is developed for the solution of the problem. Special cases in which reinforcement is not needed in all directions are taken into account. Provisions from Eurocode 2, regarding the design of reinforcement in shells, are presented.

The algorithm is illustrated with some examples and compared to similar procedures and experimental results, available in literature.

## **ZAHVALA**

Zahvaljujem se potrpežljivemu in zavzetemu mentorju izr. prof. dr. Boštjanu Branku. Hvala tudi Erni, Jaku, Mateju, Luku, Duletu in Agati za pomoč pri izdelavi diplomske naloge in staršema za podporo v času šolanja.

## KAZALO VSEBINE

<b>1</b>	<b>UVOD</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>STENE</b>	<b>4</b>
<b>2.1</b>	<b>Teorija</b>	<b>4</b>
<b>2.1.1</b>	<b>Vplivi notranjih sil</b>	<b>4</b>
<b>2.1.2</b>	<b>Mehanizem porušitve</b>	<b>5</b>
<b>2.1.3</b>	<b>Izpeljava izrazov za sile v armaturi iz kriterija porušitve</b>	<b>5</b>
<b>2.1.3.1</b>	<b>Transformacija notranjih sil</b>	<b>6</b>
<b>2.1.3.2</b>	<b>Nastavitev ravnotežja</b>	<b>7</b>
<b>2.1.3.3</b>	<b>Enačbe za optimalno armaturo</b>	<b>9</b>
<b>2.1.4</b>	<b>Izpeljava enačb s seštevanjem prispevkov armature in betona</b>	<b>10</b>
<b>2.1.4.1</b>	<b>Prispevek armature</b>	<b>11</b>
<b>2.1.4.2</b>	<b>Prispevek betona</b>	<b>11</b>
<b>2.1.4.3</b>	<b>Nastavitev ravnotežja</b>	<b>13</b>
<b>2.1.4.4</b>	<b>Različne možnosti razporeditve armature</b>	<b>14</b>
<b>2.1.5</b>	<b>Določitev prereзов armature in kontrola prereza</b>	<b>19</b>
<b>2.1.5.1</b>	<b>Račun prereзов armature</b>	<b>19</b>
<b>2.1.5.2</b>	<b>Kontrola betonskega prereza</b>	<b>19</b>
<b>2.2.</b>	<b>Primerjava s standardom Evrokod 2</b>	<b>20</b>
<b>2.2.1</b>	<b>Notranje sile (obremenitev)</b>	<b>21</b>
<b>2.2.2</b>	<b>Razmerje notranjih sil v oseh <math>x</math> in <math>y</math></b>	<b>21</b>
<b>2.2.3</b>	<b>Sile za dimenzioniranje armature</b>	<b>21</b>
<b>2.2.4</b>	<b>Sila za dimenzioniranje betona</b>	<b>22</b>
<b>2.2.5</b>	<b>Kot, pod katerim se pojavijo razpoke</b>	<b>22</b>
<b>2.2.6</b>	<b>Kriterij za potrebnost armature</b>	<b>23</b>
<b>2.2.7</b>	<b>Izpeljava enačb</b>	<b>24</b>
<b>2.2.8</b>	<b>Enačbe za optimalno armaturo</b>	<b>25</b>
<b>2.2.9</b>	<b>Omejitve pri uporabi splošnih enačb</b>	<b>27</b>

---

2.2.10	Račun armature	27
2.2.11	Kontrola betonskega prereza	28
2.3.	Primer	29
3	<b>PLOŠČE</b>	34
3.1	Teorija	34
3.1.1	Vplivi notranjih sil	34
3.1.2	Mehanizem porušitve	35
3.1.3	Izpeljava izrazov za sile v armaturi iz kriterija porušitve	35
3.1.3.1	Transformacija notranjih sil	35
3.1.3.2	Nastavitev ravnotežja	37
3.1.3.3	Določanje odpornostnih momentov za spodnjo armaturo	37
3.1.3.3.1	Različne možnosti razporeditve armature	38
3.1.3.4	Določanje odpornostnih momentov za zgornjo armaturo	41
3.1.3.4.1	Različne možnosti razporeditve armature	42
3.1.4	Kombiniranje enačb za zgornjo in spodnjo armaturo	45
3.1.5	Določitev prerezov armature	45
3.2	Dimenzioniranje plošč po standardu EC2	45
3.3	Primer	46
4	<b>LUPINE</b>	51
4.1	Teorija	51
4.1.1	Vplivi notranjih sil	51
4.1.2	Mehanizem prevzema obtežbe	52
4.1.3	Prispevek armature	53
4.1.4	Prispevek betona	53
4.1.4.1	Prevzem membranskih sil	54
4.1.4.2	Prevzem upogibnih sil	55
4.1.5	Splošne ravnotežne enačbe	55
4.1.6	Armaturo je potrebna v obeh zunanjih slojih	56

<b>4.1.6.1</b>	<b>Določanje predznakov kotov <math>\theta_i</math> in <math>\theta_b</math></b>	<b>57</b>
<b>4.1.6.2</b>	<b>Izpeljava enačb za iterativno reševanje</b>	<b>57</b>
<b>4.1.6.3</b>	<b>Postopek reševanja</b>	<b>59</b>
<b>4.1.6.4</b>	<b>Določitev armature in kontrola betona</b>	<b>59</b>
<b>4.1.6.5</b>	<b>Posebni primeri postavitve armature</b>	<b>60</b>
<b>4.1.7</b>	<b>Armatura je potrebna samo v spodnjem sloju</b>	<b>66</b>
<b>4.1.7.1</b>	<b>Mehanizem prevzema obtežbe</b>	<b>66</b>
<b>4.1.7.2</b>	<b>Trdnost betona</b>	<b>66</b>
<b>4.1.7.3</b>	<b>Primerjava trdnosti betona z EC2</b>	<b>67</b>
<b>4.1.7.4</b>	<b>Sistem ravnotežnih in konstitutivnih enačb</b>	<b>68</b>
<b>4.1.7.5</b>	<b>Izpeljava enačb za iterativno reševanje</b>	<b>70</b>
<b>4.1.7.6</b>	<b>Postopek reševanja</b>	<b>71</b>
<b>4.1.7.7</b>	<b>Določanje armature in kontrola betona</b>	<b>72</b>
<b>4.1.7.8</b>	<b>Posebna primera postavitve armature</b>	<b>72</b>
<b>4.1.8</b>	<b>Armatura je potrebna samo v zgornjem sloju</b>	<b>73</b>
<b>4.1.8.1</b>	<b>Sistem ravnotežnih in konstitutivnih enačb</b>	<b>73</b>
<b>4.1.8.2</b>	<b>Enačbe za iterativno reševanje</b>	<b>75</b>
<b>4.1.8.3</b>	<b>Posebna primera postavitve armature</b>	<b>75</b>
<b>4.1.9</b>	<b>Armatura ni potrebna</b>	<b>76</b>
<b>4.1.9.1</b>	<b>Mehanizem prevzema obtežbe</b>	<b>77</b>
<b>4.1.9.2</b>	<b>Trdnost betona</b>	<b>77</b>
<b>4.1.9.3</b>	<b>Sistem ravnotežnih in konstitutivnih enačb</b>	<b>77</b>
<b>4.1.9.4</b>	<b>Izpeljava enačb za iterativno reševanje</b>	<b>78</b>
<b>4.1.9.5</b>	<b>Postopek reševanja</b>	<b>79</b>
<b>4.2</b>	<b>Dimenzioniranje lupin v standardu Evrokod 2</b>	<b>80</b>
<b>4.2.1</b>	<b>Obremenitev lupine</b>	<b>80</b>
<b>4.2.2</b>	<b>Kontrola razpokanosti prereza</b>	<b>80</b>
<b>4.2.3</b>	<b>Mehanizem prevzema obtežbe</b>	<b>82</b>
<b>4.2.4</b>	<b>Dimenzioniranje na prečno strižno obremenitev</b>	<b>82</b>



---

<b>4.2.5</b>	<b>Dimenzioniranje na membranske in upogibne sile</b>	<b>84</b>
<b>4.2.6</b>	<b>Iterativno določanje debelin zunanjih slojev</b>	<b>87</b>
<b>4.3</b>	<b>Primeri</b>	<b>88</b>
<b>4.3.1</b>	<b>Primerjava različnih programov za določanje armature</b>	<b>88</b>
<b>4.3.2</b>	<b>Primerjava programov z rezultati eksperimentov</b>	<b>90</b>
<b>4.3.3</b>	<b>Prikaz uporabe programa za določanje armature</b>	<b>94</b>
<b>4.3.3.1</b>	<b>Cilindrični vodohran</b>	<b>94</b>
<b>4.3.3.2</b>	<b>Delno vpeta plošča</b>	<b>97</b>
<b>5</b>	<b>ZAKLJUČKI</b>	<b>101</b>
	<b>VIRI</b>	<b>103</b>

## **KAZALO PREGLEDNIC**

Preglednica 1: Medsebojna primerjava programov za dimenzioniranje armature v lupinah

Preglednica 2: Primerjava programov za dimenzioniranje armature v lupinah z eksperimenti

## **KAZALO GRAFIKONOV**

Grafikon 1: Primerjava trdnosti nerazpokanega betona po CEB-FIP in EC2

Grafikon 2: Potrebni prerezi horizontalne (obročne) armature po višini vodohrana

## KAZALO SLIK

- Slika 1: Delček stene: a) obremenitev, b) sile v armaturi, c) sile v betonu
- Slika 2: Transformacija sil v normalni koordinatni sistem
- Slika 3: Delček stene: a) obremenitev, b) prispevek armature, c) prispevek betona
- Slika 4: Prispevek betona: a) smer razpok, b) del prereza, ki sodeluje na enotskem prerezu z normalo  $x$ , c) del prereza, ki sodeluje na enotskem prerezu z normalo  $y$
- Slika 5: Povezava predznakov strižne sile in kota  $\theta$
- Slika 6: Različni primeri razporeditve armature
- Slika 7: Orientacija pozitivnih napetosti v EC2
- Slika 8: Računski model stenastega nosilca
- Slika 9: Elastične notranje sile v stenastem nosilcu
- Slika 10: Potrebni prerezi armature
- Slika 11: Delček plošče: a) obremenitev, b) armatura in razpoke v betonu zgoraj, c) armatura in razpoke v betonu spodaj
- Slika 12: Transformacija momentov v normalni koordinatni sistem
- Slika 13: Model vrtljivo podprte plošče čez dve polji
- Slika 14: Elastične notranje sile v plošči
- Slika 15: Potrebni odpornostni momenti armature
- Slika 16: Delček lupine: a) membranska obremenitev, b) upogibna obremenitev
- Slika 17: Mehanizem prevzema obtežbe v lupini
- Slika 18: Poenostavitev poteka napetosti v betonu za zgornji sloj
- Slika 19: Poseben primer postavitve armature
- Slika 20: Prevzem obremenitve pri dvoosnem tlaku zgoraj
- Slika 21: Prevzem obremenitve pri dvoosnem tlaku cele lupine
- Slika 22: Računski model cilindričnega vodohrana
- Slika 23: Računski model na treh robovih vpete plošče
- Slika 24: Elastične notranje sile v plošči
- Slika 25: Potrebni prerezi armature

**KAZALO PRILOG**

Priloga A: Program za račun armature v lupinah

## 1 UVOD

Lupine so tanke, po večini ukrivljene ploskovne konstrukcije, ki opravljajo hkrati funkciji nosilne in zaščitne konstrukcije. Najpogosteje so iz armiranega betona. Elegantna in enostavna oblika jim zagotavlja veliko nosilnost in togost ob skromni porabi materiala. V njihov prid pričajo številni dovršeni zgledi iz narave. Kljub mnogim odlikam pa se v širši uporabi niso tako uveljavile kot nekateri drugi konstrukcijski sistemi. Zaradi svoje zahtevnosti tako po projektantski kot tudi po izvedbeni plati ostajajo rezervirane predvsem za projekte, ki tako rešitev zahtevajo zaradi izjemnih dimenzij, posebne namembnosti, izrecnih želja in zamisli arhitektov.

V primerjavi z okvirji ali paličji so armiranobetonske lupine dosti bolj zapletene in temu primerno slabše raziskane. Njihovo nepoznavanje se odraža tudi v pomanjkanju splošno priznanih in uveljavljenih metod projektiranja. Glede splošnih načel so strokovnjaki enotnega mnenja, vendar pa ostaja odprto vprašanje, katera pot do rešitve je najprimernejša. V tem diplomskem delu je predstavljena ena od rešitev. Temelji predvsem na članku Lourença in Figueirasa (1993). Zaradi živahnega razvoja na tem področju je bila metoda od tedaj že mnogokrat dopolnjena in nadgrajena, vendar v osnovi ostaja enaka. Za vpogled v to področje je torej povsem primerna.

Potek projektiranja lahko opišemo v štirih korakih. Najprej je treba na podlagi izkušenj izbrati začetne dimenzije vseh konstrukcijskih elementov. Te dimenzije naj bi zadostile mejnim stanjem nosilnosti in uporabnosti. V drugem koraku se izvede globalna linearno-elastična analiza konstrukcije, s katero se v njej določi notranje sile zaradi zunanje obtežbe. Nato se preveri začetne dimenzije betonskih prereзов in določi potrebno armaturo, ki bo sposobna prevzeti izračunano obremenitev. Pri tem se upošteva mejna nosilnost posameznih prereзов. Zadnji korak je popolna nelinearna analiza konstrukcije v primeru neobičajnih oblik ali dimenzij.

Nelinearna analiza konstrukcije je močno orodje, ki za vsako stopnjo obtežbe zadosti tako ravnotežnim kot tudi kompatibilnostnim pogojem ob upoštevanju realnih konstitutivnih zakonov

betona in jekla. Tako omogoča natančno napoved obnašanja konstrukcije vse do porušitve. Vendar je taka analiza zahtevna in obsežna ter potrebuje natančne podatke o geometriji in armaturi. Za projektiranje je torej neprimerna. Očitno je pri projektiranju linearno-elastična analiza nepogrešljiva, nelinearna analiza pa služi le kot natančna kontrola.

V diplomski nalogi obravnavam lupino, armirano z ortogonalno armaturo v dveh slojih. Debelino lupine poznam, količino armature pa želim določiti. Z linearno-elastično analizo po metodi končnih elementov določim potek notranjih sil po konstrukciji. Iz njih izračunati potrebne prezeze armature pa ni čisto enostavno, saj tu v interakciji nastopajo osne in strižne sile ter upogibni in torzijski momenti. Ker je armirani beton izrazito nehomogen in anizotropen material, njihov vpliv na potrebe po armaturi ni jasen že na prvi pogled.

Kot posebna primera lupin najprej obravnavam stene, v katerih nastopajo le membranske sile, in plošče, kjer se pojavljajo samo upogibne sile. Pridobljeno znanje prenesem na splošni primer lupin. V vsakem poglavju za infinitezimalni delček konstrukcije nastavim ravnotežne enačbe in iz tega izpeljem izraze za sile v betonu in armaturi. Pri tem upoštevam idealno elasto-plastično obnašanje obeh materialov. Postopek pri lupinah pripelje do nedoločenega sistema nelinearnih enačb, ki jih rešim iterativno z računalniškim programom. Čeprav temelji na istih ravnotežnih enačbah, se rahlo razlikuje od programa Lourença in Figueirasa (1993). V njem namreč obravnavam posebne primere postavitve armature, ki sta jih omenjena avtorja opustila. Gre za primere, v katerih armatura v smeri ene od osi  $x$  in  $y$  ni potrebna. Ob primerjavi obeh programov se izkaže, da daje moj program le malenkostno boljše rezultate ob precej več izvedenih operacijah. S tega vidika sprememba torej ni preveč koristna, precej pa pripomore k preglednosti programske kode.

Diploma je sestavljena na naslednji način: v prvem poglavju obravnavam določanje armature pri stenah. Najprej sta prikazani dve možnosti izpeljave osnovnih enačb za sile v armaturi in betonu v odvisnosti od obremenitve. Enačbe nato poenostavim za različne primere postavitve armature. Na koncu sta podana primerjava izpeljanih enačb s tistimi, ki jih predpisuje Evrokod 2, in

računski primer. Drugo poglavje se nanaša na plošče. Izpeljavi enačb za potrebne odpornostne momente armature sledi njihova poenostavitev za posamezne primere postavitve armature. Predstavljene so določbe Evrokoda 2 na tem področju. Na koncu je prikazana uporaba enačb na računskem primeru. V tretjem poglavju prenesem izpeljave za stene iz prvega poglavja na lupine. Nastavim sistem ravnotežnih enačb, ki se za posebne primere armiranja spremeni, poenostavi. Zaradi kompleksnosti sistema enačb rešitve niso izpeljane analitično, ampak je opisan postopek iterativnega reševanja za računalnikom. Sledi opis reševanja problema po Evrokodu 2. Na koncu je predstavljenih nekaj primerov, v katerih rezultate uporabljenega računalniškega programa primerjam z rezultati drugih programov in eksperimentov. V prilogi je podana celotna koda programa.

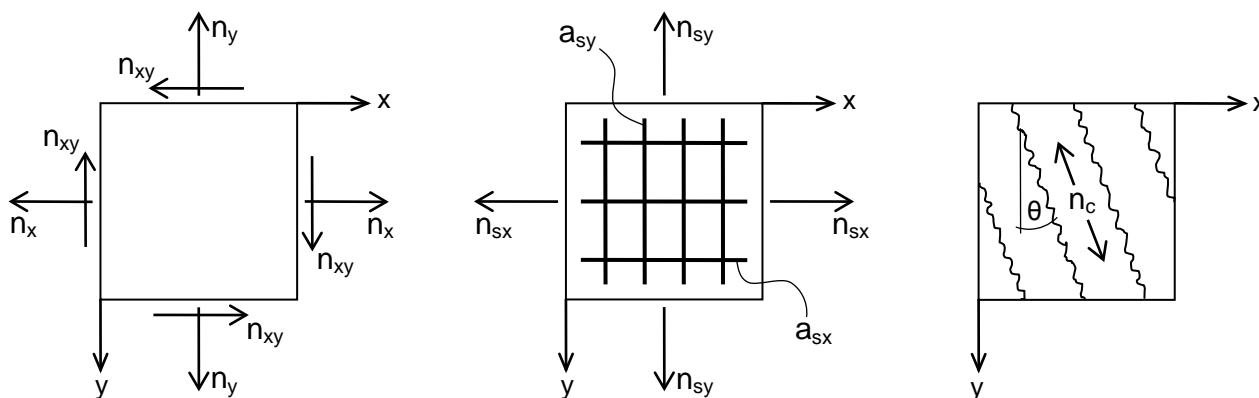


## 2 STENE

Stene so ploskovni konstrukcijski elementi, v katerih nastopajo le membranske sile. To so sile, ki delujejo v ravnini stene. Sil, ki delujejo pravokotno na ravnino stene, in momentov ni.

### 2.1 Teorija

Imamo steno, po kateri poznamo potek osnih sil  $n_x$  in  $n_y$  ter strižne sile  $n_{xy}$ . Želimo določiti potrebno armaturo v smereh obeh koordinatnih osi. V ta namen obravnavamo infinitezimalno majhen delček stene na sliki 1a.



Slika 1: Delček stene: a) obremenitev, b) sile v armaturi, c) sile v betonu

#### 2.1.1 Vplivi notranjih sil

Pozitivni osni sili  $n_x$  in  $n_y$  povzročata natege v ustrezni smeri. Strižna sila povečuje natege v obeh smereh  $x$  in  $y$ , tlaki se pojavijo v diagonalni smeri.

### 2.1.2 Mehanizem porušitve

Pri naraščanju obremenitve se v betonu pojavijo razpoke pod kotom  $\theta$  glede na os  $y$ . Formirajo se betonske tlačne diagonale (slika 1c). Natege prevzemajo armaturne palice (slika 1b). Ko napetosti v armaturi dosežejo mejo tečenja, pride do porušitve.

Kot  $\theta$  je odvisen od razmerja količin armature v smereh  $x$  in  $y$ . Gledano z druge strani lahko z izbiro kota, pod katerim naj pride do razpok, določimo razmerje armature v obeh oseh.

### 2.1.3 Izpeljava izrazov za sile v armaturi iz kriterija porušitve

Pri izpeljavi enačb z uporabo kriterija porušitve zapišemo ravnotežne enačbe pravokotno na razpoke. Pri tem upoštevamo, da se armatura v obeh smereh plastificira in da armaturne palice prenašajo le osno silo. Striga v armaturi ni. Predpostavimo le normalno komponento obremenitve v razpoki, strižno zanemarimo. Ker se razpoke pojavijo v smeri glavnih napetosti, je predpostavka upravičena.

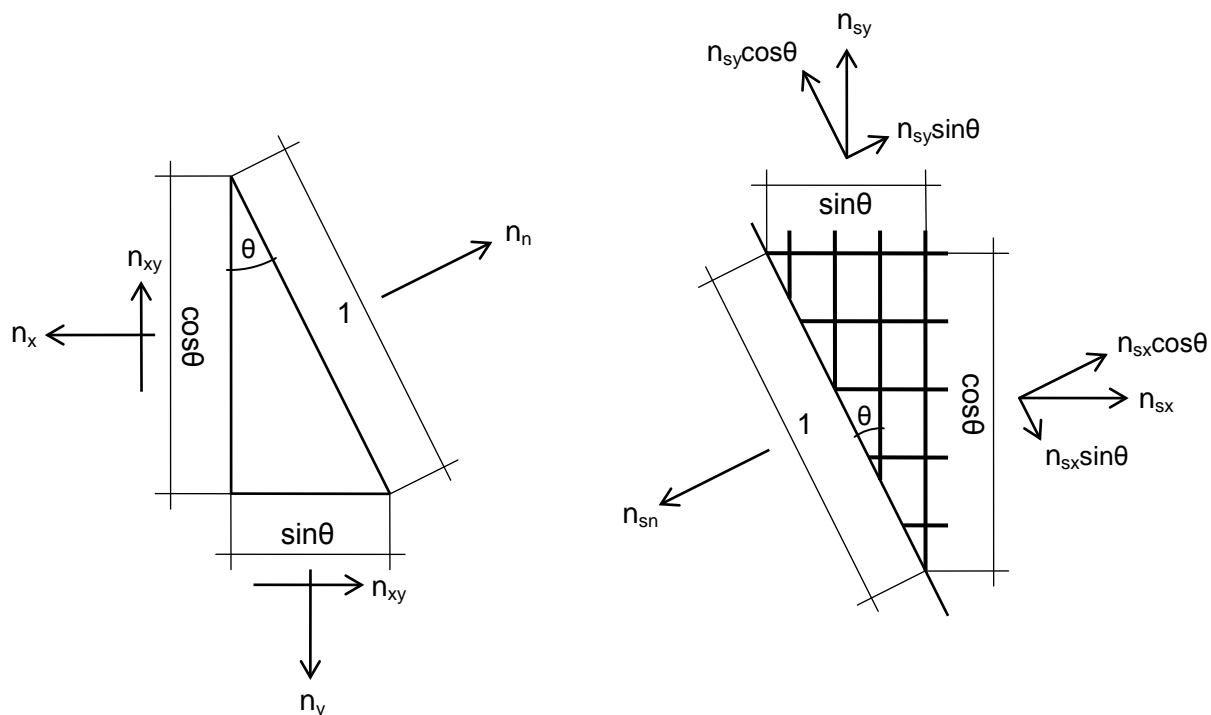
Prednost in hkrati slabost te izpeljave je, da se izognemo sili v betonu. V izbranem prerezu namreč vso obremenitev prevzame armatura. Osno silo v armaturi (odpornost armature) določimo z izrazoma:

$$\begin{aligned} n_{sx} &= a_{sx} \cdot f_{syd} \\ n_{sy} &= a_{sy} \cdot f_{syd} \end{aligned} \quad (1)$$

Tu je  $f_{syd}$  meja tečenja,  $a_{sx}$  in  $a_{sy}$  pa prereza armature v smereh  $x$  in  $y$ . Tako kot sile sta tudi prereza armature izražena na tekoči meter.

Vzdolž razpoke moramo obremenitve  $n_x$ ,  $n_y$  in  $n_{xy}$  uravnotežiti s silama v armaturi  $n_{sx}$  in  $n_{sy}$ . Najprej jih transformiramo, nato izenačimo normalni komponenti.

### 2.1.3.1 Transformacija notranjih sil



Slika 2: Transformacija sil v normalni koordinatni sistem: a) obremenitev, b) sile v armaturi

S transformacijo sil v armaturi  $n_{sx}$  in  $n_{sy}$  dobimo silo  $n_{sn}$  (slika 2b). Ker so sile izražene na tekoči meter je pri tem treba upoštevati tudi dolžine, na katerih delujejo. Če normalna sila  $n_{sn}$  deluje na enotski dolžini, delujeta sili  $n_{sx}$  in  $n_{sy}$  na dolžinah  $\cos\theta$  in  $\sin\theta$ .

$$\begin{aligned} n_{sn} \cdot 1 &= (n_{sx} \cos\theta) \cdot \cos\theta + (n_{sy} \sin\theta) \cdot \sin\theta \\ n_{sn} &= n_{sx} \cos^2\theta + n_{sy} \sin^2\theta \end{aligned} \quad (2)$$

Enako dobimo s transformacijo obremenitev  $n_x$ ,  $n_y$ , in  $n_{xy}$  silo  $n_n$  (slika 2a).

$$\begin{aligned} n_n \cdot 1 &= (n_x \cos\theta) \cdot \cos\theta - (n_{xy} \cos\theta) \cdot \sin\theta + (n_y \sin\theta) \cdot \sin\theta - (n_{xy} \sin\theta) \cdot \cos\theta \\ n_n &= n_x \cos^2\theta + n_y \sin^2\theta - 2n_{xy} \cos\theta \sin\theta \end{aligned} \quad (3)$$

### 2.1.3.2 Nastavitev ravnotežja

Odpornost  $n_{sn}$  mora biti večja ali enaka obremenitvi  $n_n$ .

$$n_{sn} \geq n_n$$

$$n_{sx} \cos^2 \theta + n_{sy} \sin^2 \theta \geq n_x \cos^2 \theta + n_y \sin^2 \theta - 2n_{xy} \cos \theta \sin \theta$$

$$n_{sx} + n_{sy} \tan^2 \theta \geq n_x + n_y \tan^2 \theta - 2n_{xy} \tan \theta$$

Določimo funkcijo  $f(\theta)$ , ki ustreza presežku odpornosti nad obremenitvijo. Ker je obremenitev  $(n_x, n_y, n_{xy})$  znana, je pri izbrani armaturi  $(n_{sx}, n_{sy})$  edina spremenljivka v izrazu (4) kot  $\theta$ .

$$f(\theta) = n_{sx} + n_{sy} \tan^2 \theta - n_x - n_y \tan^2 \theta + 2n_{xy} \tan \theta \geq 0 \quad (4)$$

Do nastanka razpok in porušitve pride v najbolj obremenjenem prerezu. Kritičen je prerez pri tistem kotu, pri katerem je presežek odpornosti nad obremenitvijo najmanjši. Iščemo torej minimum funkcije  $f(\theta)$ .

Funkcijo odvajamo in odvod izenačimo z 0.

$$\frac{df(\theta)}{d\theta} = \frac{df(\theta)}{d(\tan \theta)} \frac{d \tan \theta}{d\theta} = \frac{df(\theta)}{d(\tan \theta)} \cdot \sec^2 \theta = 0$$

Ker  $\sec^2 \theta$  ne more biti enako 0, mora biti:

$$\frac{df(\theta)}{d(\tan \theta)} = 2n_{sy} \tan \theta - 2n_y \tan \theta + 2n_{xy} = 0$$

Iz zgornje enačbe izrazimo  $n_{sy}$  z  $n_y$  in  $n_{xy}$ .

$$n_{sy} = n_y - \frac{n_{xy}}{\tan \theta} \quad (5)$$

Zgornji izraz velja za vse ekstreme funkcije  $f(\theta)$ . Ker iščemo minimum, mora biti drugi odvod funkcije pozitiven.

$$\frac{d^2 f(\theta)}{d\theta^2} = \frac{d^2 f(\theta)}{d(\tan \theta)^2} \frac{d \tan \theta}{d\theta} = \frac{d^2 f(\theta)}{d(\tan \theta)^2} \cdot \sec^2 \theta \geq 0$$

Izraz  $\sec^2 \theta$  je pozitiven, zato mora biti:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 f(\theta)}{d(\tan \theta)^2} &= 2n_{sy} - 2n_y \geq 0 \\ n_{sy} - n_y &\geq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Zgornja neenačba pove, da mora biti sila v armaturi  $n_{sy}$  večja ali enaka osni obremenitvi  $n_y$ . Z drugimi besedami to pomeni, da se mora zaradi vpliva strižne sile  $n_{xy}$  količina armature povečati, kar je skladno s pričakovanji.

Če v neenačbo (6) vstavimo izraz (5), dobimo:

$$\frac{n_{xy}}{\tan \theta} \leq 0 \quad (7)$$

Izraz za  $n_{sy}$  (5) vstavimo v neenačbo (4) in dobimo:

$$n_{sx} + \left( n_y - \frac{n_{xy}}{\tan \theta} \right) \tan^2 \theta - n_x - n_y \tan^2 \theta + 2n_{xy} \tan \theta = n_{sx} - n_x + n_{xy} \tan \theta \geq 0$$

$$n_{sx} \geq n_x - n_{xy} \tan \theta$$

Minimalno armaturo dobimo, ko velja enakost:

$$n_{sx} = n_x - n_{xy} \tan \theta \quad (8)$$

Iz neenačbe (7) je razvidno, da sta sila  $n_{xy}$  in tangens kota  $\theta$  različnega predznaka. Če to upoštevamo, lahko izraza (5) in (8) za osni sili v armaturi v smereh  $x$  in  $y$  preoblikujemo.

$$\begin{aligned} n_{sx} &= n_x + k \cdot |n_{xy}| \\ n_{sy} &= n_y + \frac{|n_{xy}|}{k} \end{aligned} \quad (9)$$

$$k = |\tan \theta|$$

Dobili smo enačbe (9), s katerimi lahko iz obremenitev  $n_x$ ,  $n_y$  in  $n_{xy}$  določimo potrebno armaturo v smereh  $x$  in  $y$ . Vendar rešitev ni enolična. Odvisna je od izbranega kota  $\theta$ , ki lahko zavzame vrednosti z intervala  $(-\pi/2, \pi/2)$ . Ker drugih omejitev za kot  $\theta$  ni, si ga lahko izberemo, tako da je skupna količina armature čim manjša.

### 2.1.3.3 Enačbe za optimalno armaturo

Določimo vsoto sil v armaturi  $\Sigma n$  v odvisnosti od parametra  $k$  oz. posredno od kota  $\theta$ . Njen odvod izenačimo z 0.

$$\Sigma n = n_{sx} + n_{sy} = n_x + n_y + |n_{xy}| \left( k + \frac{1}{k} \right)$$

$$\frac{d\Sigma n}{dk} = |n_{xy}| \left( 1 - \frac{1}{k^2} \right) = 0$$

-----

$n_{xy}$  je v splošnem različen od 0, zato mora biti:

$$\left(1 - \frac{1}{k^2}\right) = 0$$

Iz zadnje od enačb (9) sledi, da je  $k$  pozitiven, zato lahko zapišemo:

$$k = 1$$

$$|\tan \theta| = 1 \quad (10)$$

$$\theta = \pm 45^\circ$$

Minimalno armaturo torej dobimo, če upoštevamo nastanek razpok pod kotom  $\theta = \pm 45^\circ$ . Predznak je skladno z neenačbo (7) odvisen od usmeritve strižne sile  $n_{xy}$ . Zapišemo lahko poenostavljena izraza za  $n_{sx}$  in  $n_{sy}$ .

$$\begin{aligned} n_{sx} &= n_x + |n_{xy}| \\ n_{sy} &= n_y + |n_{xy}| \end{aligned} \quad (11)$$

#### 2.1.4 Izpeljava enačb s seštevanjem prispevkov armature in betona

Izpeljave se lahko lotimo tudi drugače. Obremenitev prevzemata armatura in beton, zato na eno stran ravnotežnih enačb napišemo obremenitve, na drugo pa vsoto prispevkov armature in betona.

$$n_x = n_{sx} + n_{cx}$$

$$n_y = n_{sy} + n_{cy} \quad (12)$$

$$n_{xy} = n_{sxy} + n_{cxy}$$

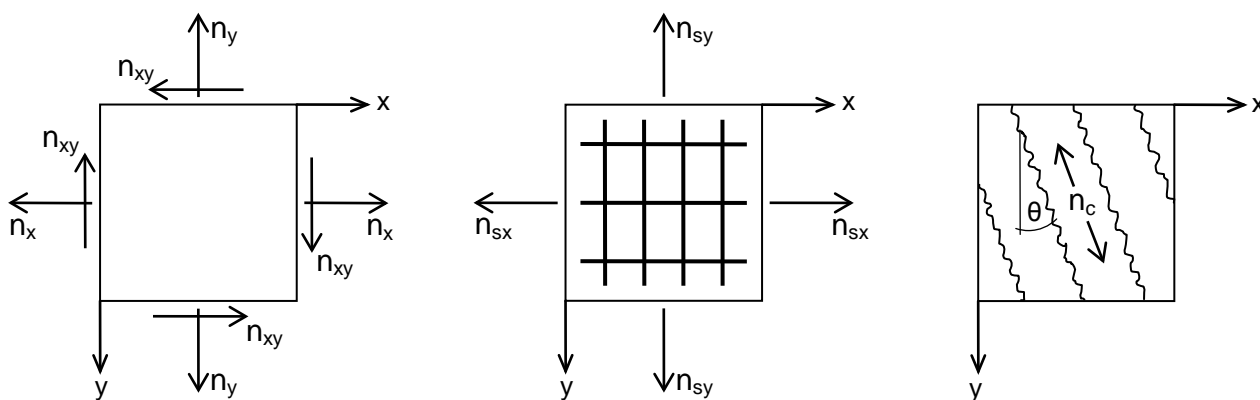
### 2.1.4.1 Prispevek armature

Prispevka armature ni težko določiti. Ker armaturne palice prenašajo le osno silo, ne pa tudi striga, sodeluje armatura le pri prevzemu osnih obremenitev  $n_x$  in  $n_y$ . K nosilnosti v smeri  $x$  prispeva armatura  $a_{sx}$  s silo  $n_{sx}$ , k nosilnosti v smeri  $y$  pa armatura  $a_{sy}$  s silo  $n_{sy}$ . Pri prevzemu strižne obremenitve  $n_{xy}$  armatura ne sodeluje (slika 3b).

$$n_{sxy} = 0 \quad (13)$$

### 2.1.4.2 Prispevek betona

Prispevek betona ni tako očiten. V njem se formirajo tlačne diagonale (slika 3c). Ker so poševne, prispevajo tako k osni, kot tudi k strižni nosilnosti. Razmerje prispevkov v posameznih smereh je odvisno od kota  $\theta$ , pod katerim nastanejo.



Slika 3: Delček stene: a) obremenitev, b) prispevek armature, c) prispevek betona

V betonu se pojavijo razpoke pod kotom  $\theta$  glede na os  $y$  (slika 4a). Vzporedno s smerjo razpok v betonu deluje sila tekoči meter  $n_c$ . Pozitiven predznak pomeni nateg. Na enotski prezek z normalo  $x$  deluje sila v betonu na širini  $\sin\theta$  (slika 4b). Komponenta v smeri osi  $x$  sodeluje pri prevzemu osne sile  $n_x$ , komponenta v smeri osi  $y$  pa pri prevzemu strižne sile  $n_{xy}$ . Ker so vse sile izražene

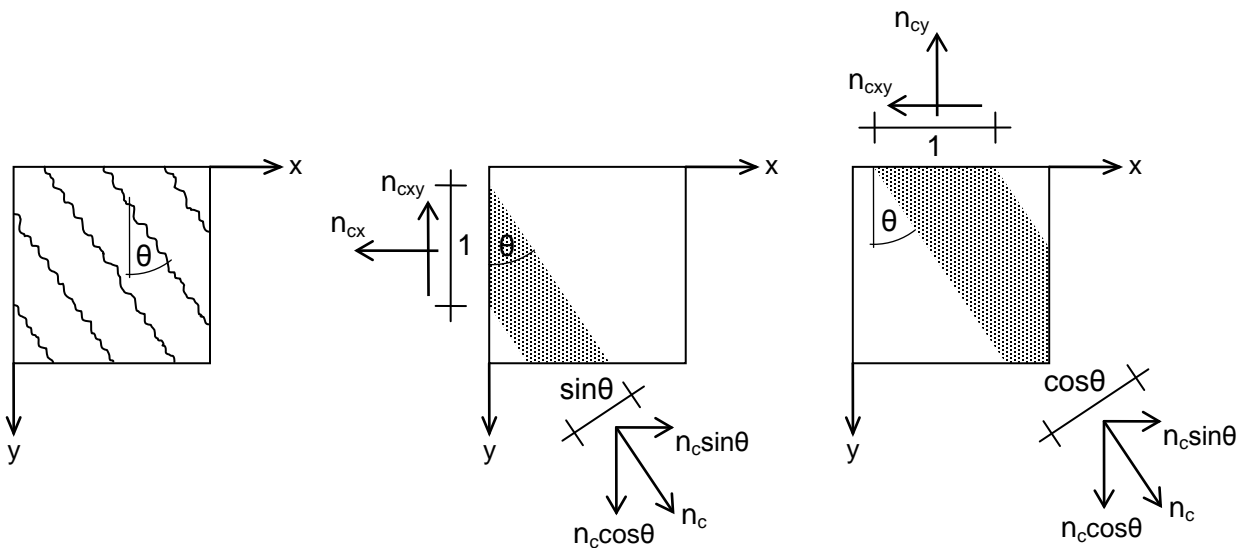


na tekoči meter, moramo pri zapisu enačb za prispevka  $n_{cx}$  in  $n_{cxy}$  upoštevati dolžine, na katerih delujejo.

$$\begin{aligned} n_{cx} &= (n_c \sin \theta) \sin \theta \\ n_{cxy} &= (n_c \sin \theta) \cos \theta \end{aligned} \quad (14)$$

Na enotski prerez z normalo  $y$  deluje sila  $n_c$  na širini  $\cos \theta$  (slika 4c). Razdelimo jo na komponento v smeri osi  $x$ , ki pomaga pri prevzemu strižne sile  $n_{xy}$ , in komponento v smeri osi  $y$ , ki pomaga pri prevzemu osne sile  $n_y$ . Zapišemo izraza za prispevka  $n_{cy}$  in  $n_{cxy}$ .

$$\begin{aligned} n_{cy} &= (n_c \cos \theta) \cos \theta \\ n_{cxy} &= (n_c \cos \theta) \sin \theta \end{aligned} \quad (15)$$



Slika 4: Prispevek betona: a) smer razpok, b) del prereza, ki sodeluje na enotskem prerezu z normalo  $x$ , c) del prereza, ki sodeluje na enotskem prerezu z normalo  $y$

### 2.1.4.3 Nastavitev ravnotežja

Izraze za posamezne prispevke (13), (14) in (15) vstavimo v ravnotežne enačbe (12).

$$\begin{aligned}n_x &= n_{sx} + n_c \sin^2 \theta \\n_y &= n_{sy} + n_c \cos^2 \theta \\n_{xy} &= n_c \sin \theta \cos \theta\end{aligned}\quad (16)$$

Sile v armaturi in silo v betonu hočemo imeti izraženo neposredno z obremenitvijo. Iz tretje enačbe izrazimo  $n_c$  v odvisnosti od  $n_{xy}$  in dobljeni izraz vstavimo v prvi enačbi. Nato iz le-teh izrazimo  $n_{sx}$  in  $n_{sy}$ .

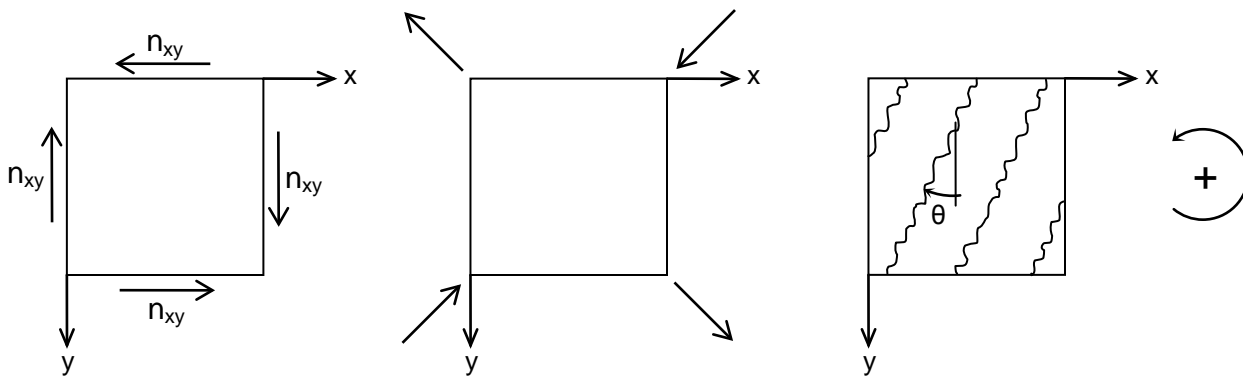
$$\begin{aligned}n_c &= \frac{n_{xy}}{\sin \theta \cos \theta} \\n_{sx} &= n_x - n_{xy} \tan \theta \\n_{sy} &= n_y - n_{xy} \cot \theta\end{aligned}\quad (17)$$

Druga in tretja enačba sta enaki kot enačbi (5) in (8) iz prejšnjega poglavja. Z drugo izpeljavo smo prišli do istega rezultata. Prva enačba se nanaša na silo v betonu. V prejšnji izpeljavi je nismo dobili, ker smo ravnotežje nastavili v prerezu, kjer beton ni sodeloval.

Iz enačb (17) na prvi pogled ni razvidno, če strižna sila povečuje ali zmanjšuje potrebo po armaturi. To razjasnimo, če upoštevamo, da imata sila  $n_{xy}$  in kot  $\theta$  nasproten predznak. Na steno na sliki 5a deluje pozitivna strižna sila  $n_{xy}$ . Glavne napetosti so usmerjene, kot kaže slika 5b. Do razpok pride pravokotno na smer glavnih nategov. Po definiciji pozitivnega kota v nasprotni smeri urinih kazalcev je torej kot  $\theta$  negativen (slika 5c). Velja omeniti, da osni sili  $n_x$  in  $n_y$  ne vplivata na predznak kota, ampak samo na njegovo absolutno vrednost. Ker je kot  $\theta$  omejen na  $\pm \pi/2$ , sta  $\tan \theta$  in  $\cot \theta$  enakega predznaka kakor sam kot.

$$\begin{aligned} n_{xy} \tan \theta &\leq 0 \\ n_{xy} \cot \theta &\leq 0 \end{aligned} \quad (18)$$

Vsebinsko to pomeni, da strižna sila ne glede na predznak deluje neugodno. Izpeljava v prejšnjem poglavju nas je pripeljala do iste ugotovitve v enačbi (7).



Slika 5: Povezava predznakov strižne sile in kota  $\theta$ : a) pozitivne strižne sile, b) usmerjenost glavnih napetosti, c) usmerjenost pripadajočega kota, d) definicija pozitivnega kota

Tudi produkt  $\sin\theta\cos\theta$  je enakega predznaka kakor kot  $\theta$ , torej nasprotnega kakor  $n_{xy}$ . To pomeni, da je sila v betonu vedno negativna, torej tlačna.

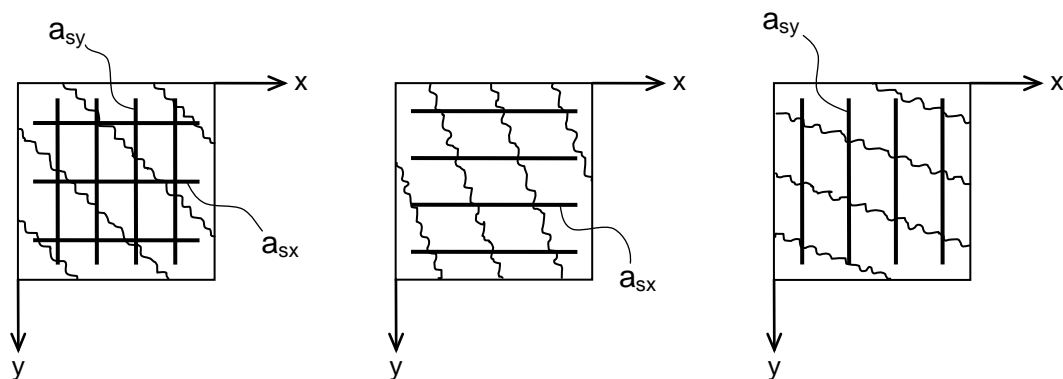
$$\frac{n_{xy}}{\sin \theta \cos \theta} \leq 0 \quad (19)$$

Z upoštevanjem neenačb (18) in (19) lahko enačbe (17) zapišemo v bolj pregledni obliki.

$$\begin{aligned} n_{sx} &= n_x + |n_{xy} \tan \theta| \\ n_{sy} &= n_y + |n_{xy} \cot \theta| \\ n_c &= - \left| \frac{n_{xy}}{\sin \theta \cos \theta} \right| \end{aligned} \quad (20)$$

#### 2.1.4.4 Različne možnosti razporeditve armature

Enačbe (20) smo izpeljali ob predpostavki, da je armatura potrebna v obeh smereh  $x$  in  $y$ . Vendar so v odvisnosti od obremenitve možni tudi primeri, ko jo potrebujemo le v eni od obeh osi ali v nobeni (slika 6).



Slika 6: Različni primeri razporeditve armature: a) armatura v obeh smereh, b) armatura samo v smeri  $x$ , c) armatura samo v smeri  $y$

##### a) armatura je potrebna v obeh smereh

Enačbe (20) nimajo enolične rešitve. Kot smo pokazali v prejšnjem poglavju, dobimo optimalno armaturo pri kotu  $\theta = \pm 45^\circ$ . Enačbe se poenostavijo.

$$\begin{aligned}n_{sx} &= n_x + |n_{xy}| \\n_{sy} &= n_y + |n_{xy}| \\n_c &= -|2n_{xy}|\end{aligned}\tag{21}$$

Armaturo je potrebna v obeh smereh, kadar po enačbah (21) dobimo za sili v armaturi  $n_{sx}$  in  $n_{sy}$  pozitivni vrednosti.

$$n_{sx} = n_x + |n_{xy}| \geq 0$$

$$n_{sy} = n_y + |n_{xy}| \geq 0$$

Oziroma ko  $n_x$  in  $n_y$  presežeta vrednost:

$$\begin{aligned} n_x &\geq -|n_{xy}| \\ n_y &\geq -|n_{xy}| \end{aligned} \quad (22)$$

Iz pogojev (22) lahko vidimo, da je armatura potrebna v obeh smereh, če sta osni sili  $n_x$  in  $n_y$  natezni oz. če sta tlačni, vendar po absolutni vrednosti manjši od strižne sile  $n_{xy}$ .

#### **b) armatura je potrebna samo v smeri x**

Kadar potrebujemo armaturo v obeh smereh, uporabljamo enačbe (21) za optimalno armaturo. Če po teh enačbah dobimo za silo  $n_{sy}$  negativno vrednost, to pomeni, da je armatura v smeri y tlačna, torej nepotrebna.

$$n_{sy} = n_y + |n_{xy}| \leq 0 \quad (23)$$

Ker armature v tlaku ne potrebujemo, jo odstranimo. Posledično se kot  $\theta$  spremeni, zato se moramo vrniti k splošnim enačbam (17). Sili  $n_{sy}$  priredimo vrednost 0.

OPOMBA: enačbe (17) smo uporabili namesto (20), ker bi bile absolutne vrednosti v nadaljnji izpeljavi v napoto.

$$n_{sy} = n_y - n_{xy} \cot \theta = 0 \quad (24)$$

Iz enačbe (24) izrazimo kot  $\theta$  s silama  $n_y$  in  $n_{xy}$ . Izločimo ga iz izrazov za  $n_{sx}$  in  $n_c$  v enačbah (17).

$$\cot \theta = \frac{n_y}{n_{xy}}$$

$$n_{sx} = n_x - n_{xy} \tan \theta = n_x - \frac{n_{xy}^2}{n_y}$$

$$n_c = \frac{n_{xy}}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{n_{xy} \cot \theta \sin \theta}{\sin \theta \cos \theta \cos \theta} = \frac{n_y}{\cos^2 \theta} (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = n_y + \frac{n_y}{\cot^2 \theta} \frac{n_y}{n_y} = n_y + \frac{n_{xy}^2}{n_y}$$

Dobimo novi enačbi za določanje sile v armaturi v smeri  $x$  in sile v betonu.

$$n_{sx} = n_x - \frac{n_{xy}^2}{n_y} \quad (25)$$

$$n_c = n_y + \frac{n_{xy}^2}{n_y}$$

Armatura v smeri  $x$  je potrebna, kadar je sila  $n_{sx}$  iz enačb (25) pozitivna. Ob upoštevanju pogoja (23) lahko torej ugotovimo, da je armatura potrebna samo v smeri  $x$ , kadar velja:

$$\begin{aligned} n_y &\leq -|n_{xy}| \\ n_x &\geq \frac{n_{xy}^2}{n_y} \end{aligned} \quad (26)$$

### c) armatura je potrebna samo v smeri $y$

Primer je analogen primeru b). Ker za silo  $n_{sx}$  iz enačb (21) dobimo negativno vrednost, jo postavimo na 0. To upoštevamo v enačbah (17).

$$n_{sx} = n_x - n_{xy} \tan \theta = 0$$

Kot  $\theta$  izrazimo z  $n_x$  in  $n_{xy}$  ter ga izločimo iz izrazov za  $n_{sy}$  in  $n_c$ . Dobimo novi enačbi za določanje sile v armaturi v smeri  $y$  in sile v betonu.

$$n_{sy} = n_y - \frac{n_{xy}^2}{n_x} \quad (27)$$

$$n_c = n_x + \frac{n_{xy}^2}{n_x}$$

Primer, v katerem je armatura potrebna le v smeri  $y$ , nastopi, ko sta izpolnjena spodnja pogoja.

$$n_x \leq -|n_{xy}| \quad (28)$$

$$n_y \geq \frac{n_{xy}^2}{n_x}$$

#### d) armatura ni potrebna

Armatura ni potrebna, kadar po enačbah (21) dobimo za obe sili v armaturi negativno vrednost

$$n_{sx} = n_x + |n_{xy}| \leq 0$$

$$n_{sy} = n_y + |n_{xy}| \leq 0$$

Torej kadar sta sili  $n_x$  in  $n_y$  tlačni in po absolutni vrednosti večji od strižne sile  $n_{xy}$ .

$$n_x \leq -|n_{xy}| \quad (29)$$

$$n_y \leq -|n_{xy}|$$

Beton v tem primeru ne razpoka, ampak se obnaša kot homogen, izotropen material. Glavne napetosti določimo z enačbo:

$$n_{c1,2} = \frac{n_x + n_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{n_x - n_y}{2}\right)^2 + n_{xy}^2} \quad (30)$$

### 2.1.5 Določitev prerezov armature in kontrola prereza

Ko poznamo sile, ki jih morata prenesti armatura in beton, lahko določimo tudi potrebna prereza armature  $a_{sx}$  in  $a_{sy}$  ter preverimo, če je debelina stene zadostna.

#### 2.1.5.1 Račun prerezov armature

Iz ustreznih enačb za posamezen primer določimo sili v armaturi  $n_{sx}$  in  $n_{sy}$ . Potrebna prereza dobimo iz enačb (1).

$$a_{sx} = \frac{n_{sx}}{f_{syd}} \quad a_{sy} = \frac{n_{sy}}{f_{syd}}$$

#### 2.1.5.2 Kontrola betonskega prereza

Silo v betonu delimo z debelino stene  $h$ . Dobljena napetost mora biti manjša od tlačne trdnosti betona. V primerih a), b) in c), ko beton razpoka, uporabimo za trdnost betona vrednost  $f_{cd2}$ , v primeru d) pa vrednost  $Kf_{cd1}$ .

$$f_{cd2} = 0,60 \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] f_{cd}$$



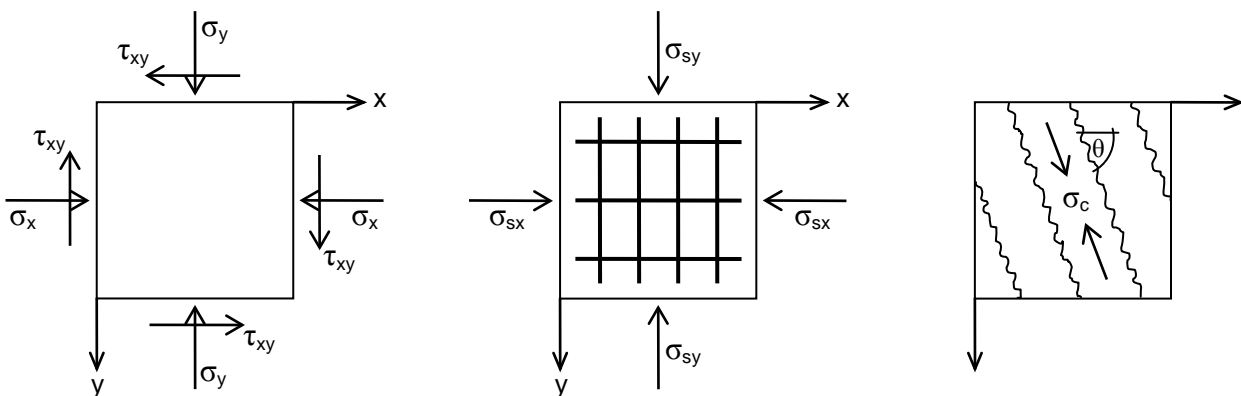
$$f_{cd1} = 0,85 \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] f_{cd} \quad K = \frac{1 + 3,65\alpha}{(1 + \alpha)^2} \quad \alpha = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \leq 1$$

Tu je  $f_{ck}$  karakteristična tlačna trdnost betona v [MPa],  $\sigma_1$  in  $\sigma_2$  pa glavni napetosti v dvoosnem tlačnem napetostnem stanju betona.

Trdnost razpokanega betona je enaka, kot jo določa Evrokod, za nerazpokan beton pa je naš kriterij strožji. Zaradi skladnosti z metodo iz članka Lourença in Figueirasa (1993), ki je bila preverjena tudi z eksperimenti, raje nismo privzeli večje trdnosti, ki jo predvideva Evrokod.

## 2.2. Primerjava s standardom Evrokod 2

Predpis Evrokod 2 podaja enačbe za dimezioniranje armature v stenah v delu EN 1992-1-1 (splošna pravila in pravila za stavbe). Nahajajo se v informativnem aneksu F, ki se ponovi tudi v EN 1992-2 (betonski mostovi). Enačbe se skladajo z zgoraj izpeljanimi. Nekaj razlik je v zapisu.



Slika 7: Orientacija pozitivnih napetosti v EC2: a) obremenitev, b) armatura, c) beton

### 2.2.1 Notranje sile (obremenitev)

Obremenitve so so v zgornjih izpeljavah podane kot sile na tekoči meter. Imamo osni sili  $n_x$  in  $n_y$  ter strižno silo  $n_{xy}$ . Pozitivne osne sile pomenijo nateg.

V EC2 so obremenitve podane kot napetosti. Normalni napetosti sta označeni s  $\sigma_{Edx}$  in  $\sigma_{Edy}$ , strižna pa s  $\tau_{Edxy}$ . Pozitivne normalne napetosti pomenijo tlak, zato se v enačbah njihov predznak spremeni. Pri strižni napetosti predznak ni pomemben, saj vedno nastopa v absolutni vrednosti ali pod kvadratom.

$$n_x \quad \rightarrow \quad -\sigma_{Edx}$$

$$n_y \quad \rightarrow \quad -\sigma_{Edy}$$

$$n_{xy} \quad \rightarrow \quad \tau_{Edxy}$$

### 2.2.2 Razmerje notranjih sil v oseh $x$ in $y$

Predpis EC2 privzema, da je os  $x$  bolj tlačena od osi  $y$  ( $\sigma_{Edx} > \sigma_{Edy}$ ), zato je potrebna previdnost pri vnosu podatkov. Pri nas takih omejitev ni. Primera, ko je armatura potrebna le v osi  $x$  ali le v osi  $y$ , moramo zato obravnavati posebej.

### 2.2.3 Sile za dimenzioniranje armature

Za dimenzioniranje armature uporabljamo sili  $n_{sx}$  in  $n_{sy}$ . Podani sta na tekoči meter. Sili delimo z mejo elastičnosti jekla  $f_{syd}$  in dobimo potrebne prereze armature na tekoči meter  $a_{sx}$ ,  $a_{sy}$ . Nategi so pozitivni.

Po EC2 se armatura dimenzionira na napetosti  $f_{tdx}$  in  $f_{tdy}$ , ki ju dobimo, če sili v armaturi razmažemo na ves betonski prerez, t.j. če sili na tekoči meter delimo z debelino stene. Da bi

določili potrebna prereza armature  $a_{sx}$  in  $a_{sy}$ , moramo torej napetosti najprej pomnožiti z debelino stene in nato deliti z mejo elastičnosti jekla. Nategi so pozitivni.

$$n_{sx} \quad \rightarrow \quad f_{tdx}$$

$$n_{sy} \quad \rightarrow \quad f_{tdy}$$

#### 2.2.4 Sila za dimenzioniranje betona

Beton dimenzioniramo na silo  $n_c$ , podano na tekoči meter. Ker je tlačna sila negativna, jo moramo deliti z »negativno« trdnostjo betona  $-f_{cd}$ , da dobimo potrebno debelino stene  $h$ .

V EC2 se beton dimenzionira na napetost  $\sigma_{cd}$ . Ker je tu tlak pozitiven, se ji predznak v enačbah spremeni.

$$n_c \quad \rightarrow \quad -\sigma_{cd}$$

#### 2.2.5 Kot, pod katerim se pojavijo razpoke

Pri nas je  $\theta$  kot med smerjo razpoke in osjo  $y$ .

V EC2 je  $\theta$  kot med smerjo razpoke in osjo  $x$ . Ustreza torej našemu kotu  $\pi/2-\theta$ . Zaradi tega se spremenijo trigonometrične funkcije v enačbah

$$\theta \quad \rightarrow \quad \pi/2-\theta$$

$$\tan\theta \quad \rightarrow \quad \cot\theta$$

## 2.2.6 Kriterij za potrebnost armature

Zaradi predpostavke EC2, da je os  $x$  bolj tlačena od osi  $y$ , lahko armatura nastopa v obeh smereh ali samo v smeri  $y$ . To ustreza našima primeroma a) in c). Primer z armaturo samo v smeri  $x$  ni mogoč.

V naši izpeljavi smo prišli do ugotovitve, da je armatura v primerih a) in c) potrebna, ko so izpolnjeni pogoji (22) oz. (28). Smiselno jih preoblikujemo in zapišemo za napetosti, kot so definirane v EC2.

$$\begin{aligned} \sigma_x &\leq |\tau_{xy}| \\ \sigma_y &\leq |\tau_{xy}| \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x &\geq |\tau_{xy}| \\ \sigma_y &\leq \frac{\tau_{xy}^2}{\sigma_x} \end{aligned} \quad (32)$$

EC2 predpisuje armaturo na mestih, kjer velja vsaj eden od pogojev:

$$\sigma_{Edy} \leq 0 \quad (33)$$

$$\sigma_{Edx} \cdot \sigma_{Edy} \leq \tau_{Edxy}^2 \quad (34)$$

Pogoj (33) zajame vse primere, v katerih so normalne napetosti vsaj v smeri  $y$  natezne. Ker je os  $x$  bolj tlačena, so normalne napetosti v smeri  $x$  lahko natezne ali tlačne.

Pogoj (34) se nanaša na primere, ko sta normalni napetosti v obeh smereh tlačni ( $\sigma_{Edx}, \sigma_{Edy} > 0$ ). Če sta obe manjši od absolutne vrednosti strižne napetosti, to ustreza našemu pogoju (31) za primer a). Če je  $\sigma_{Edx}$  večja od absolutne vrednosti strižne napetosti, mora biti  $\sigma_{Edy}$  omejena s spodnjo neenačbo. To ustreza našemu pogoju (32) za primer c).

$$\sigma_{Edy} \leq \frac{\tau_{Edxy}^2}{\sigma_{Edx}}$$

Pogoji v Evrokodu (33) in (34) so torej enakovredni našim (22) in (28), le da so za vse primere združeni. Zaradi poenostavitve iz samih pogojev ne moremo razbrati, če je steno potrebno armirati v eni ali obeh smereh.

### 2.2.7 Izpeljava enačb

Za izhodišče vzamemo enačbe (20), ki smo jih izpeljali v poglavju 1.1.2.

$$\begin{aligned} n_{sx} &= n_x + |\tan \theta| \cdot |n_{xy}| \\ n_{sy} &= n_y + \frac{|n_{xy}|}{|\tan \theta|} \end{aligned} \qquad n_c = -\left| \frac{n_{xy}}{\sin \theta \cos \theta} \right| = -|n_{xy}| \cdot \left| \tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} \right|$$

Vse sile so podane na tekoči meter. Če enačbe delimo z debelino stene  $h$ , dobimo napetosti. Normalne označimo s  $\sigma$ , strižne s  $\tau$ .

$$\begin{aligned} \sigma_{sx} &= \sigma_x + |\tan \theta| \cdot |\tau_{xy}| \\ \sigma_{sy} &= \sigma_y + \frac{|\tau_{xy}|}{|\tan \theta|} \end{aligned} \qquad \sigma_c = -|\tau_{xy}| \cdot \left| \tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} \right|$$

**POZOR:**  $\sigma_{sx}$  in  $\sigma_{sy}$  niso dejanske napetosti v jeklu, ampak njihova rezultanta, razmazana na ves betonski prerez.

Upoštevamo, da je usmeritev napetosti  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  obratna, kot je bila pri nas. Prej so pozitivne napetosti povečevale potrebo po armaturi, zdaj jo zmanjšujejo. Predznak se jim torej spremeni. Enako velja za napetosti v betonu  $\sigma_c$ . Prej so bile tlačne napetosti negativne, zdaj so pozitivne.

Drugačno definicijo kota  $\theta$  upoštevamo tako, da v naše enačbe namesto  $\theta$  vstavimo  $\pi/2-\theta$ . Funkcijo  $\tan\theta$  tako nadomesti  $\cot\theta$ .

Uporabimo še oznake, ki jih določa EC2 in dobimo enačbe:

$$\begin{aligned}f_{tdx} &= |\tau_{Edxy}| \cdot |\cot\theta| - \sigma_{Edx} \\f_{tdy} &= \frac{|\tau_{Edxy}|}{|\cot\theta|} - \sigma_{Edy} \\ \sigma_{cd} &= |\tau_{Edxy}| \cdot \left| \cot\theta + \frac{1}{\cot\theta} \right|\end{aligned} \quad (35)$$

V EC2 so absolutne vrednosti pri kotih izpuščene, očitno ob predpostavki, da je  $\cot\theta > 0$ . Pri uporabi enačb iz predpisa moramo torej za kot  $\theta$  ne glede na usmeritev vstaviti pozitivno vrednost.

### 2.2.8 Enačbe za optimalno armaturo

Kot v poglavju 2.1.4.4, tudi tukaj ločimo primera, ko je armatura potrebna v obeh smereh ali le v smeri  $y$ . V prvem primeru dobimo optimalno rešitev pri kotu  $\theta = 45^\circ$ . V drugem primeru določimo kot  $\theta$  iz pogoja, da armature v smeri  $x$  ni. Optimalne napetosti v armaturi označimo s  $f_{tdx}$  in  $f_{tdy}$ .

#### a) armatura je potrebna v obeh smereh

Armaturo v smeri  $x$  je potrebna, kadar je  $\sigma_{Edx} \leq |\tau_{Edxy}|$ . Ker je smer  $y$  bolj tegnjena od smeri  $x$ , velja takrat tudi  $\sigma_{Edy} \leq |\tau_{Edxy}|$ . Potrebujemo torej tudi armaturo v smeri  $y$ .

Za  $\sigma_{Edx} \leq |\tau_{Edxy}|$ :

$$f'_{idx} = |\tau_{Edxy}| - \sigma_{Edx}$$

$$f'_{idy} = |\tau_{Edxy}| - \sigma_{Edy} \quad (36)$$

$$\sigma_{cd} = 2|\tau_{Edxy}|$$

### b) armatura je potrebna le v smeri y

V smeri  $x$  armatura ni potrebna, kadar velja  $\sigma_{Edx} > |\tau_{Edxy}|$ . Kot  $\theta$  je različen od  $45^\circ$ , vendar enolično določen. V splošni enačbi (35) priredimo napetosti  $f'_{idx}$  vrednost 0 in kot  $\theta$  izrazimo s strižno in normalno napetostjo.

$$f'_{idx} = |\tau_{Edxy}| \cdot |\cot \theta| - \sigma_{Edx} = 0$$

$$|\cot \theta| = \frac{\sigma_{Edx}}{|\tau_{Edxy}|}$$

Vstavimo ga v izraza za  $f'_{idy}$  in  $\sigma_{cd}$ :

$$f'_{idy} = \frac{|\tau_{Edxy}|}{|\cot \theta|} - \sigma_{Edy} = \frac{|\tau_{Edxy}|^2}{\sigma_{Edx}} - \sigma_{Edy}$$

$$\sigma_{cd} = |\tau_{Edxy}| \cdot \left| \cot \theta + \frac{1}{\cot \theta} \right| = |\tau_{Edxy}| \cdot \left( \frac{\sigma_{Edx}}{|\tau_{Edxy}|} + \frac{|\tau_{Edxy}|}{\sigma_{Edx}} \right)$$

V zgornjih enačbah lahko zaradi kvadrata absolutno vrednost opustimo.

Za  $\sigma_{Edx} > |\tau_{Edxy}|$ :

$$f'_{idx} = 0$$

$$f'_{idy} = \frac{\tau_{Edxy}^2}{\sigma_{Edx}} - \sigma_{Edy} \quad (37)$$

$$\sigma_{cd} = \sigma_{Edx} + \frac{\tau_{Edxy}^2}{\sigma_{Edx}}$$

### 2.2.9 Omejitve pri uporabi splošnih enačb (35)

Zaradi omejitve razpok v mejnem stanju uporabnosti in zagotovitve zadostne sposobnosti deformiranja v mejnem stanju nosilnosti veljajo za armaturo, izračunano po splošnih enačbah, naslednja omejitvev: armatura v posamezni smeri ne sme biti več kot dvakrat večja in ne več kot pol manjša od optimalne armature v tej smeri.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} f'_{idx} &\leq f_{idx} \leq 2 f'_{idx} \\ \frac{1}{2} f'_{idy} &\leq f_{idy} \leq 2 f'_{idy} \end{aligned} \quad (38)$$

### 2.2.10 Račun armature

Pri določanju potrebnih prerezov armature po enačbah iz EC2 moramo biti pazljivi. Napetosti v armaturi  $f_{idx}$  in  $f_{idy}$ , ki jih dobimo iz enačb (36) ali (37), namreč niso dejanske napetosti v jeklu, ampak njihova rezultanta, razmazana na celoten betonski prerez. Do tega pride, ker enačbe (20), v katerih nastopajo sile na tekoči meter, pretvorimo v enačbe z napetostmi. Pri tem nikjer ne upoštevamo, da armatura ne deluje po celem prerezu, temveč le v enem sloju.



Napetosti  $f_{tdx}$  in  $f_{tdy}$  moramo najprej pomnožiti z debelino stene  $h$  in nato deliti z mejo elastičnosti jekla  $f_{syd}$ .

$$a_{sx} = \frac{f_{tdx} h}{f_{syd}} \quad a_{sy} = \frac{f_{tdy} h}{f_{syd}} \quad (39)$$

V predpisu so za določanje prerezov armature podane naslednje enačbe:

$$\begin{aligned} f_{tdx} &= \rho_x f_{syd} \\ f_{tdy} &= \rho_y f_{syd} \end{aligned} \quad (40)$$

Tu sta  $\rho_x$  in  $\rho_y$  deleža armiranja betonskega prereza v smereh  $x$  in  $y$ .

Enačbi (40) sta pravilni, saj sta  $f_{tdx}$  in  $f_{tdy}$  v bistvu dejanski napetosti v armaturi, pomnoženi s faktorjema  $\rho_x$  in  $\rho_y$ . Zato je z istima faktorjema pomnožena tudi meja tečenja. Vendar sta enačbi uporabni le, če prereza armature že poznamo in hočemo samo preveriti maksimalne napetosti v jeklu. Če želimo potrebna prereza šele določiti, moramo najprej izračunati deleža armiranja in ju nato pomnožiti z debelino stene. To nam prinese samo dodatno delo.

### 2.2.11 Kontrola betonskega prereza

Napetosti  $\sigma_{cd}$  so dejanske tlačne napetosti v betonu. Zaradi izbrane definicije tlakov so pozitivne. Preveriti moramo, ali so manjše od trdnosti betona.

Po EC2 je treba napetosti v betonu kontrolirati z realističnim modelom razpokanih prerezov (glej poglavje 6.109 'Membrane elements' v EN 1992-2), v splošnem pa naj napetosti ne bi presegle vrednosti  $v_{f_{cd}}$ . Pri tem v določimo z izrazom (6.5) iz poglavja 6.2.2 v EN 1992-1-1. Pridemo do naslednjega izraza, v katerem je  $f_{ck}$  izražen v [MPa].

$$\sigma_{cd} < 0,6 \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] f_{cd} \quad (41)$$

Če je beton v dvoosnem napetostnem stanju in sta obe glavni napetosti tlačni, lahko v skladu s poglavjem 6.109 v EN 1992-2 upoštevamo večjo trdnost betona.

$$\sigma_{cd} < 0,85 f_{cd} \frac{1 + 3,80\alpha}{(1 + \alpha)^2} \quad (42)$$

Trdnost razpokanega betona je v EC2 enaka kot pri nas. Drugače je s trdnostjo nerazpokanega betona. Zanj EC2 predvideva višjo vrednost kot mi. Primerjava obeh izrazov za različna napetostna stanja in različne trdnostne razrede betona je prikazana v poglavju 4.1.7.3.

### 2.3. Primer

Namen primera je zgolj prikaz uporabe enačb, ki smo jih izpeljali v prejšnjih poglavjih, ne pa tudi dejanskega projektiranja. Primer je zato zelo poenostavljen.

#### Postopek

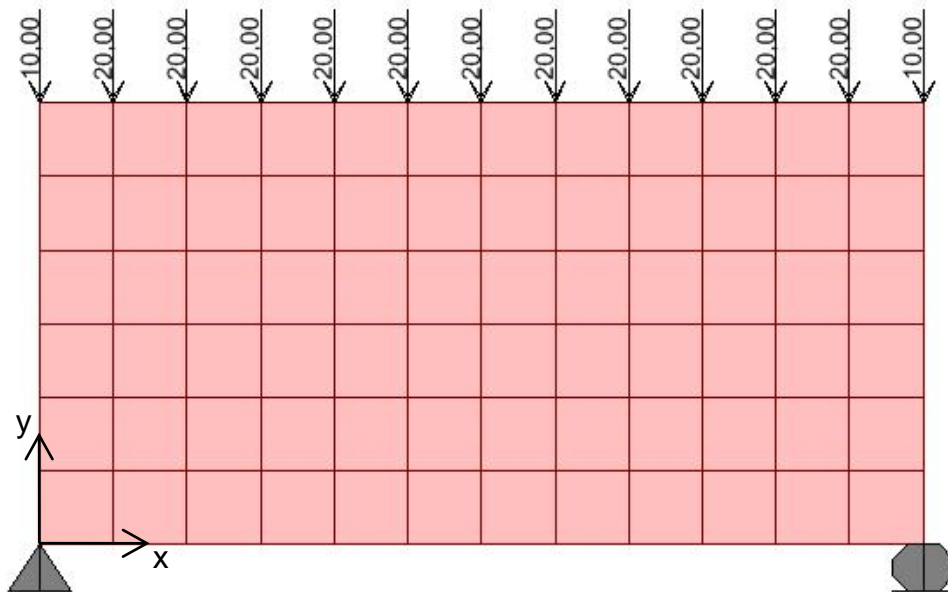
Z računalniškim programom, ki deluje po metodi končnih elementov, izračunamo notranje sile v steni. Rezultate izpišemo za vsak vogal posameznega končnega elementa. V vozlišču, kjer se stika več elementov, moramo uporabiti njihovo povprečno vrednost. Zaradi enostavnosti izračunamo kar njihovo aritmetično sredino. Za vsako vozlišče zdaj poznamo notranje sile  $n_x$ ,  $n_y$  in  $n_{xy}$ . Zdaj uporabimo enačbe (21), (25) ali (27) za določitev sil v armaturi in enačbe (1) za določitev potrebnih prereзов v smereh  $x$  in  $y$ . Rezultate predstavimo z izolinijami, ki povezujejo točke stene z enako potrebno armaturo v določeni smeri.

## Zasnova

Obravnavamo prostoležeči stenasti nosilec z razmerjem dolžine proti višini 2:1. Podprt je v spodnjih vogalih. Ena od podpor je drsna, druga fiksna. Obravnavamo ga kot ravninski problem, zato ni problemov z bočno zvrnitvijo. Dimenzije so  $l/h/d = 6m/3m/0,14m$  (slika 8).

## Končni elementi

Uporabimo ploskovne končne elemente tipa »shell«. Ker je treba enačbe iz vrednotiti v vsakem vozlišču, se omejimo pri številu elementov. Zato vzamemo elemente velikosti  $0,5 \times 0,5m$ .



Slika 8: Računski model stenastega nosilca

## Material

Armirani beton modeliramo kot izotropni, homogeni, elastični material s karakteristikama:  
 $E = 3 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$ ,  $\nu = 0,2$ .

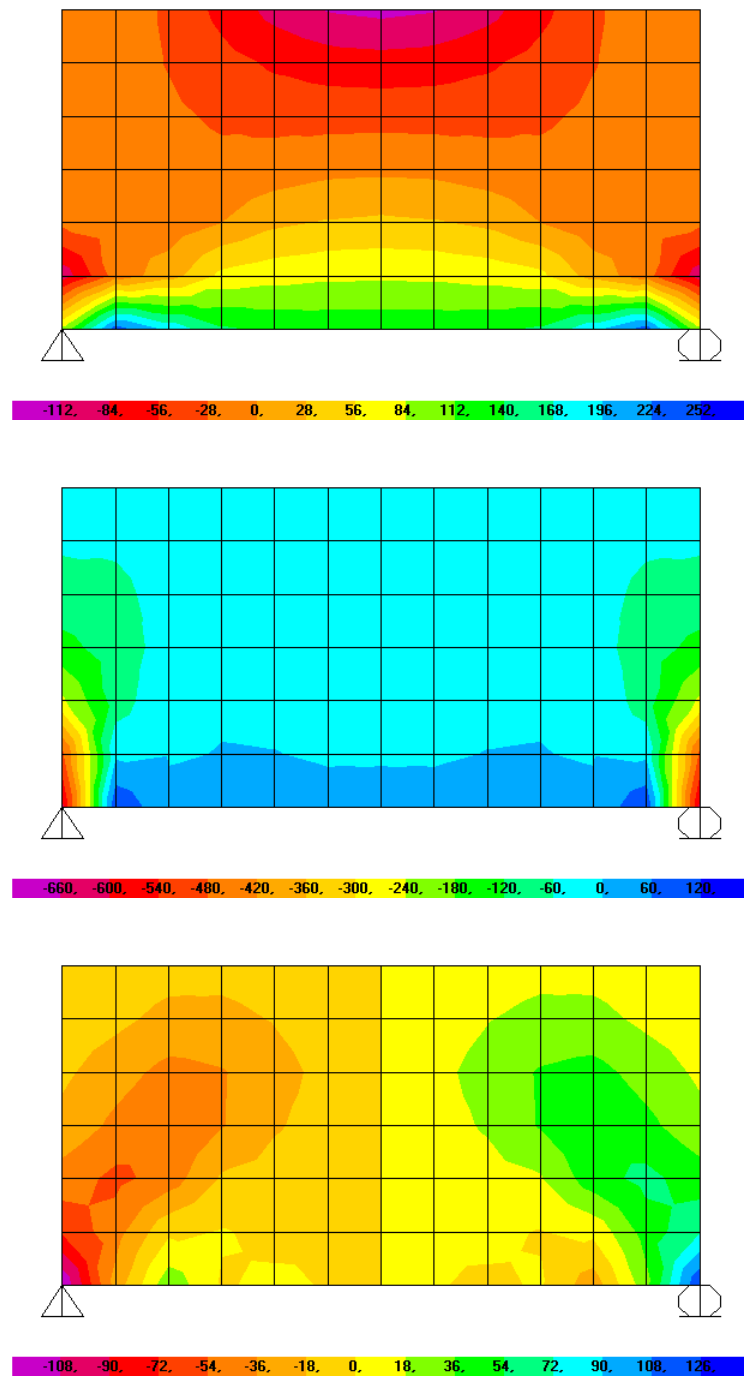
## **Obtežba**

Izberemo obtežbo, ki približno zajame vpliv lastne teže in koristne obtežbe. Predpostavimo, da deluje na zgornjem robu stenastega nosilca. Linijsko obtežbo velikosti  $40\text{ kN/m}$  razdelimo na točkovne sile v posameznih vozliščih. Velikost sil v vogalnih točkah je  $10\text{ kN}$ , v vmesnih pa  $20\text{ kN}$  (slika 8).

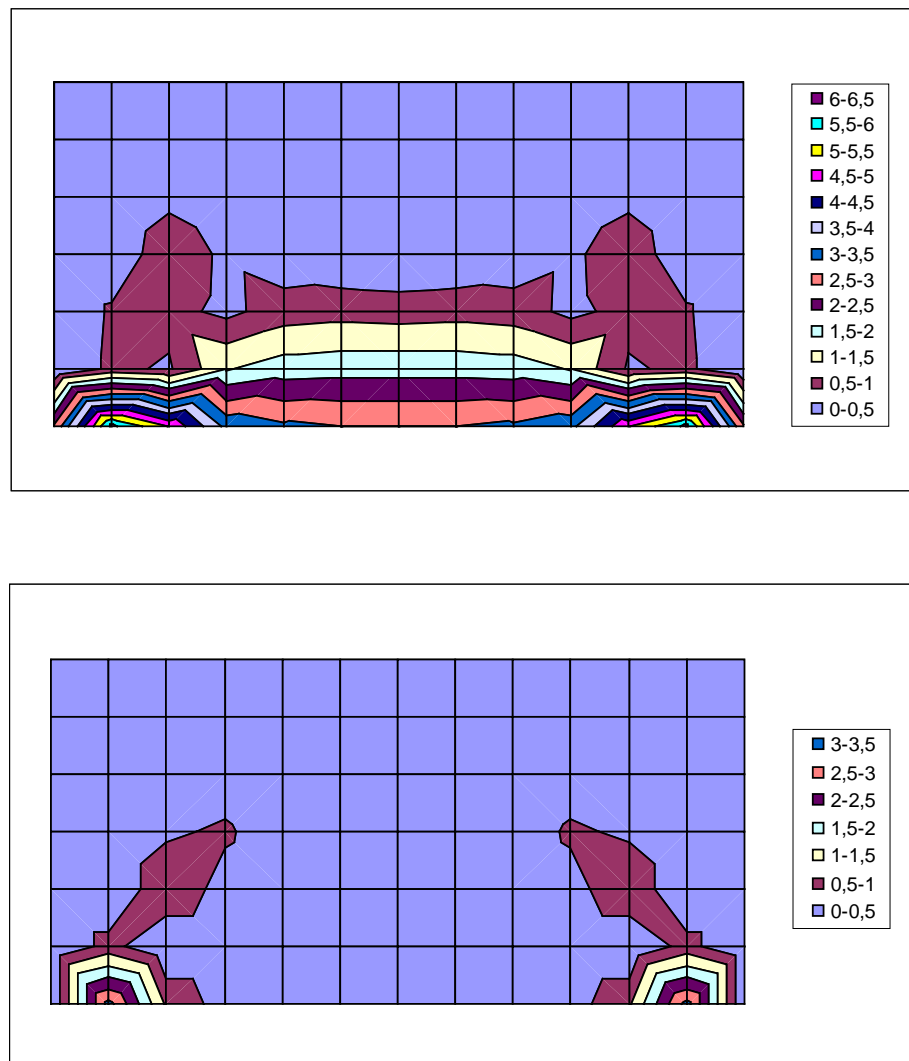
## **Rezultati**

Z računalniškim programom *SAP 2000* izračunamo notranje sile, predstavljene na sliki 9. V območju podpor lahko opazimo velike koncentracije napetosti. Tu bi morali zgostiti mrežo končnih elementov in premisliti o boljšem modelu podpiranja. Vendar za ilustrativni primer to ni tako pomembno.

Z ustreznimi enačbami iz notranjih sil določimo sile v armaturi in potrebne prereze v smereh  $x$  in  $y$ . Upoštevamo mejo elastičnosti jekla S500 ( $f_{syd} = 435\text{ MPa}$ ). Za vsako smer dobimo diagram, na katerem izolinije povezujejo točke z enakimi prerezi armature.



Slika 9: Elastične notranje sile v stenastem nosilcu v [kN/m]: a) osna sila  $n_x$ ,  
b) osna sila  $n_y$ , c) strižna sila  $n_{xy}$



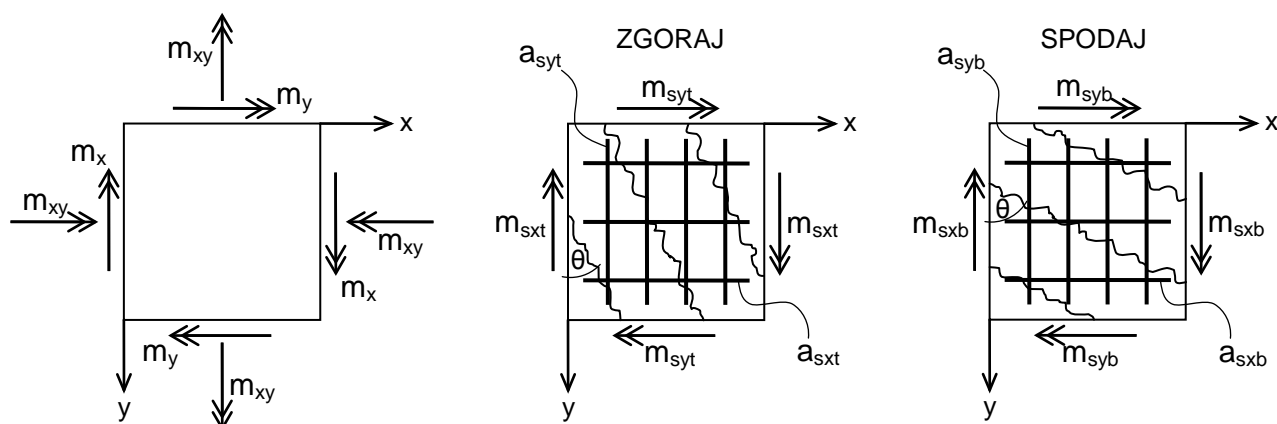
Slika 10: Potrebni prerezi armature v  $[\text{cm}^2/\text{m}]$ : a) horizontalna armatura – smer  $x$ ,  
b) vertikalna armatura – smer  $y$

### 3 PLOŠČE

Plošče so ploskovni konstrukcijski elementi, ki obtežbo prenašajo z upogibom. V njih nastopajo upogibna momenta, torzijski moment in prečni strižni sili. Osnih in strižnih sil v ravnini plošče ni. Dimenzioniranje na prečni strig se izvaja ločeno in ga mi ne bomo obravnavali.

#### 3.1 Teorija

Obravnavamo ploščo, po kateri poznamo razporeditev momentov  $m_x$ ,  $m_y$  in  $m_{xy}$ . Armirana je z ortogonalno armaturo v smereh  $x$  in  $y$ . Armaturne palice imamo v dveh slojih ob zgornjem in spodnjem robu. Določiti želimo potrebne prereze armature v obeh slojih v obeh smereh. V ta namen se posvetimo infinitezimalno majhnemu delčku plošče na sliki 11a.



Slika 11: Delček plošče: a) obremenitev, b) armatura in razpoke v betonu zgoraj,  
c) armatura in razpoke v betonu spodaj

##### 3.1.1 Vplivi notranjih sil

Momenti so usmerjeni tako, da so napetosti na spodnjem robu takšne kot pri stenah. Pozitivna upogibna momenta povzročata na spodnjem robu natege in na zgornjem tlake. Obratno je, če sta

negativna. Drugače je pri torzijskem momentu, ki ne glede na predznak povzroča na obeh robovih plošče natege.

Armaturu potrebujemo tam, kjer posamezni upogibni moment povzroča natege in kjer so nategi zaradi torzijskega momenta večji od tlakov zaradi upogibnega momenta.

### **3.1.2 Mehanizem porušitve**

V zgornjem in spodnjem sloju, kjer se pojavljajo nategi, beton razpoka. Razpoke nastanejo pod kotom  $\theta$  glede na os  $y$ . Kot je različen v obeh slojih. Formirajo se tlačne diagonale. Natege prenašata zgornji in spodnji armaturni sloj. Ko se armatura plastificira, pride do porušitve.

### **3.1.3 Izpeljava izrazov za sile v armaturi iz kriterija porušitve**

Tako kot pri stenah zapišemo ravnotežne enačbe vzdolž razpoke, kjer vso obremenitev prevzame armatura. Upoštevamo plastifikacijo armature v obeh smereh. Armaturne palice prenašajo samo osno silo, striga ne. Zato, gledano za celotni prerez, armatura prenaša samo upogibni moment. Od obremenitve upoštevamo samo normalni upogibni moment v razpoki. Strižno komponento zanemarimo. Ker se razpoke pojavijo v smeri glavnih napetosti, je predpostavka upravičena.

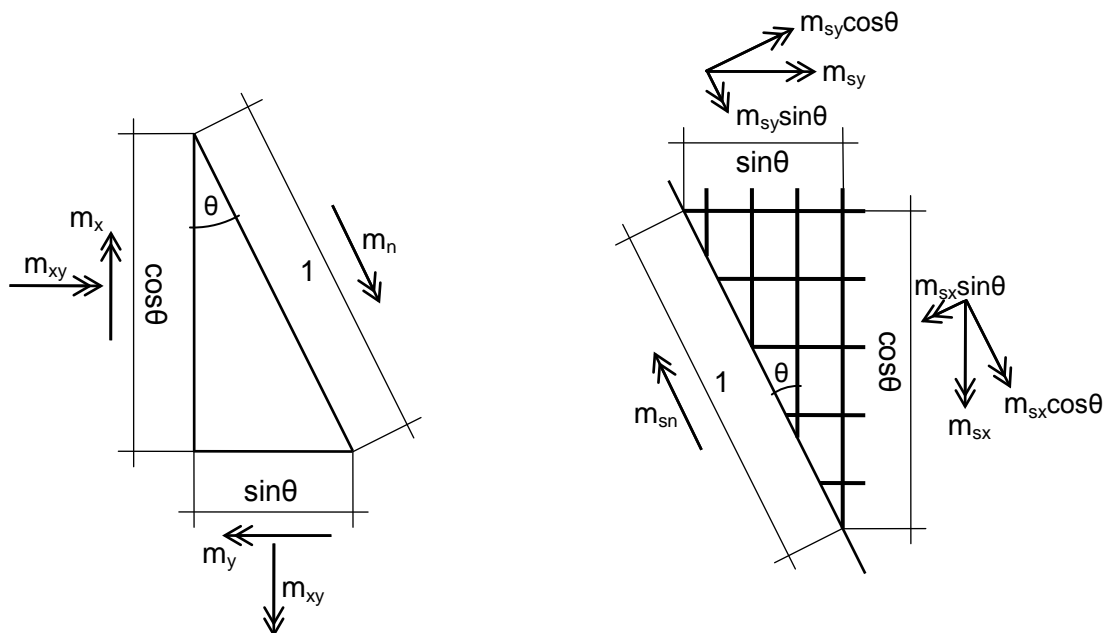
Ravnotežje moramo nastaviti posebej za zgornjo in spodnjo armaturo, upoštevajoč ustrezní kot  $\theta$  za posamezni sloj. Pri tem moramo paziti na predznake momentov.

S to izpeljavo se izognemo silam v betonu, a jih zato tudi ne moremo kontrolirati.

#### **3.1.3.1 Transformacija notranjih sil**

Da bi lahko zapisali ravnotežne enačbe, moramo obremenitev in notranje sile v armaturi najprej transformirati v normalni koordinatni sistem.





Slika 12: Transformacija momentov v normalni koordinatni sistem:

a) obremenitev, b) momenti v armaturi

Normalni odpornostni moment armature  $m_{sn}$  sestavimo iz prispevkov upogibnih momentov v armaturi  $m_{sx}$  in  $m_{sy}$  (slika 12b). Ker so izraženi na tekoči meter, moramo upoštevati dolžine, na katerih delujejo. Za enotsko dolžino prereza delujeta momenta  $m_{sx}$  in  $m_{sy}$  na dolžinah  $\cos\theta$  in  $\sin\theta$ .

$$m_{sn} \cdot 1 = (m_{sx} \cos \theta) \cdot \cos \theta + (m_{sy} \sin \theta) \cdot \sin \theta$$

$$m_{sn} = m_{sx} \cos^2 \theta + m_{sy} \sin^2 \theta \quad (43)$$

Na enak način dobimo s transformacijo obremenitev  $m_x$ ,  $m_y$  in  $m_{xy}$  normalni upogibni moment  $m_n$  (slika 12a).

$$m_n \cdot 1 = (m_x \cos \theta) \cdot \cos \theta - (m_{xy} \cos \theta) \cdot \sin \theta + (m_y \sin \theta) \cdot \sin \theta - (m_{xy} \sin \theta) \cdot \cos \theta$$

$$m_n = m_x \cos^2 \theta + m_y \sin^2 \theta - 2m_{xy} \cos \theta \sin \theta \quad (44)$$

### 3.1.3.2 Nastavitev ravnotežja

Da ne pride do porušitve, mora biti odpornost večja od obremenitve. Tu pride do razlike med zgornjo in spodnjo armaturo. Pri ravnotežju v spodnjem sloju natege povzročajo pozitivni momenti. Takšen je zato tudi odpornostni moment armature, ki mora biti večji od obremenitve. V zgornjem sloju povzročajo natege negativni momenti. Odpornostni moment armature mora biti po absolutni vrednosti večji od obremenitve, negativni predznak pa pove, da gre za zgornjo armaturo.

$$\begin{aligned} m_n &\geq 0 \\ m_{sn}^{sp} &\geq m_n \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} m_n &\leq 0 \\ m_{sn}^{zg} &\leq m_n \end{aligned} \quad (46)$$

### 3.1.3.3 Določanje odpornostnih momentov za spodnjo armaturo

V pogoj (45) za spodnjo armaturo vstavimo izraza (43) za  $m_{sn}$  in (44) za  $m_n$ .

$$m_{sx} \cos^2 \theta + m_{sy} \sin^2 \theta \geq m_x \cos^2 \theta + m_y \sin^2 \theta - 2m_{xy} \cos \theta \sin \theta$$

Neenačbo delimo s  $\cos^2 \theta$  in definiramo funkcijo  $f(\theta)$ , ki je sorazmerna s presežkom odpornosti nad obremenitvijo.

$$f(\theta) = m_{sx} + m_{sy} \tan^2 \theta - m_x - m_y \tan^2 \theta + 2m_{xy} \tan \theta \geq 0 \quad (47)$$

Do porušitve pride v prerezu, kjer je presežek najmanjši. Iščemo torej kot  $\theta$ , pri katerem ima funkcija  $f(\theta)$  najmanjšo vrednost. Ker ima funkcija popolnoma enako obliko kot izraz (4) v poglavju o stenah, izpeljave ni treba ponavljati. Ko upoštevamo, da je odvod funkcije enak 0, dobimo v skladu z enačbama (5) in (8) naslednja izrazaza  $m_{sx}$  in  $m_{sy}$ :

$$m_{sy} = m_y - \frac{m_{xy}}{\tan \theta} \quad (48)$$

$$m_{sx} = m_x - m_{xy} \tan \theta$$

Zgornji enačbi veljata za vse ekstreme funkcije  $f(\theta)$ . Ker iščemo minimum, mora biti drugi odvod pozitiven. Skladno z enačbo (7) lahko zapišemo:

$$\frac{m_{xy}}{\tan \theta} \leq 0 \quad (49)$$

Ugotovitev upoštevamo v enačbah (48) za odpornostna momenta  $m_{sx}$  in  $m_{sy}$ .

$$\begin{aligned} m_{sx} &= m_x + k \cdot |m_{xy}| \\ m_{sy} &= m_y + \frac{|m_{xy}|}{k} \end{aligned} \quad (50)$$

$$k = |\tan \theta|$$

Dobili smo splošne enačbe za določitev potrebnih odpornostnih momentov armature iz podane obremenitve  $m_x$ ,  $m_y$  in  $m_{xy}$ .

### 3.1.3.3.1 Različne možnosti razporeditve armature

Ločimo štiri primere postavitve armature, za katere zgornje enačbe preoblikujemo. Armatura je lahko v spodnjem sloju potrebna v obeh ali v eni ali v nobeni od osi  $x$  in  $y$ .

### a) armaturo v spodnjem sloju potrebujemo v obeh smereh

Enačbe (50) niso enolično rešljive. Rešitev je odvisna od kota  $\theta$ . Ker zanj ni nobenih omejitev, si ga lahko izberemo tako, da je vsota armature čim manjša. Najmanjša je takrat, ko je vsota odpornostnih momentov armature minimalna.

Določimo vsoto momentov  $\Sigma m$  v odvisnosti od parametra  $k$  oz. posredno od kota  $\theta$ .

$$\Sigma m = m_{sx} + m_{sy} = m_x + m_y + |m_{xy}| \left( k + \frac{1}{k} \right)$$

Izraz je seveda enak kot za vsoto sil v armaturi pri stenah. Ko odvod izenačimo z 0, ugotovimo, da optimalno armaturo dobimo, če upoštevamo razpoke pod kotom  $\theta = \pm 45^\circ$ . Enačbe (50) se poenostavijo.

$$\begin{aligned} m_{sx} &= m_x + |m_{xy}| \\ m_{sy} &= m_y + |m_{xy}| \end{aligned} \quad (51)$$

Armaturo je spodaj potrebna v obeh smereh, če sta vrednosti  $m_{sx}$  in  $m_{sy}$  iz enačb (51) pozitivni oz. ko veljata spodnja pogoja.

$$\begin{aligned} m_x &\geq -|m_{xy}| \\ m_y &\geq -|m_{xy}| \end{aligned} \quad (52)$$

Ploščo moramo torej spodaj armirati v obeh smereh, če sta upogibna momenta pozitivna, kar pomeni, da povzročata natege spodaj, ali če sta negativna in po absolutni vrednosti manjša od torzijskega momenta.

**b) armaturo v spodnjem sloju potrebujemo samo v smeri x**

Do tega primera pride, kadar iz enačb (51) za odpornostni moment armature v smeri y dobimo negativno vrednost, t.j. kadar je moment  $m_y$  negativen in po absolutni vrednosti večji od  $m_{xy}$ .

$$m_y \leq -|m_{xy}| \quad (53)$$

Armaturo v smeri y odstranimo in njenemu odpornostnemu momentu priredimo vrednost 0. Zaradi tega se kot razpok spremeni in se moramo vrniti k splošnim enačbam (50).

$$m_{sx} = m_x - m_{xy} \tan \theta$$

$$m_{sy} = m_y - \frac{m_{xy}}{\tan \theta} = 0$$

Iz spodnje enačbe izrazimo kot  $\theta$  in ga vstavimo v zgornjo. Dobimo nov izraz za  $m_{sx}$ .

$$m_{sx} = m_x - \frac{m_{xy}^2}{m_y} \quad (54)$$

V primeru, da je izpolnjen pogoj (53) in armature v smeri y ne potrebujemo, je armatura v smeri x potrebna, če da izraz (54) za  $m_{sx}$  pozitivno vrednost oz. velja:

$$m_x \geq \frac{m_{xy}^2}{m_y} \quad (55)$$

**c) armaturo v spodnjem sloju potrebujemo samo v smeri y**

Primer je analogen primeru b). Armature v smeri x ne potrebujemo, ko velja pogoj:

$$m_x \leq -|m_{xy}| \quad (56)$$

Takrat dobimo za odpornostni moment  $m_{sy}$  nov izraz.

$$m_{sy} = m_y - \frac{m_{xy}^2}{m_x} \quad (57)$$

Armatura v smeri  $y$  je potrebna, če velja:

$$m_y \geq \frac{m_{xy}^2}{m_x} \quad (58)$$

#### **d) armature v spodnjem sloju ne potrebujemo**

Do takega primera pride, če po enačbah (51) za oba odpornostna momenta dobimo negativni vrednosti, torej kadar velja:

$$\begin{aligned} m_x &\leq -|m_{xy}| \\ m_y &\leq -|m_{xy}| \end{aligned} \quad (59)$$

#### **3.1.3.4 Določanje odpornostnih momentov za zgornjo armaturo**

Pri določanju zgornje armature je edina razlika v tem, da so momenti negativni. Pri izpeljavi namesto pogoja (45) uporabimo pogoj (46). Vanj vstavimo izraza (43) za  $m_{sn}$  in (44) za  $m_n$ . Po deljenju s  $\cos^2 \theta$  pridemo do enakega izraza za funkcijo  $f(\theta)$ . Razlika je le v tem, da je zdaj izraz manjši od 0.

$$f(\theta) = m_{sx} + m_{sy} \tan^2 \theta - m_x - m_y \tan^2 \theta + 2m_{xy} \tan \theta \leq 0 \quad (60)$$

Funkcija še vedno predstavlja presežek odpornosti nad obremenitvijo, le da sta zdaj obe vrednosti negativni. Ker mora biti odpornost po absolutni vrednosti večja od obremenitve, je tudi presežek negativen. Iščemo kot  $\theta$ , pri katerem bo presežek po absolutni vrednosti čim manjši, torej maksimum funkcije  $f(\theta)$ . Njen drugi odvod mora biti zdaj negativen.

Namesto pogoja (49) torej dobimo:

$$\frac{m_{xy}}{\tan \theta} \geq 0 \quad (61)$$

Ko pogoj (61) upoštevamo v enačbah (48), dobimo splošne enačbe za določanje odpornostnih momentov zgornje armature.

$$\begin{aligned} m_{sx} &= m_x - k \cdot |m_{xy}| \\ m_{sy} &= m_y - \frac{|m_{xy}|}{k} \end{aligned} \quad (62)$$

$$k = |\tan \theta|$$

Enačbe (62) so po vsebini popolnoma enake enačbam (50) za spodnjo armaturo. Zdaj bolj negativna vrednost za  $m_{sx}$  in  $m_{sy}$  pomeni več armature. Negativna upogibna momenta  $m_x$  in  $m_y$  povečujeta potrebo po armaturi, prav tako torzijski moment  $m_{xy}$ .

#### 3.1.3.4.1 Različne možnosti razporeditve armature

Spet ločimo štiri primere postavitve armature, ki jo lahko potrebujemo v obeh ali v eni ali v nobeni od osi  $x$  in  $y$ .

### a) armaturo v zgornjem sloju potrebujemo v obeh smereh

Če je armatura v obeh smereh, enačbe (62) nimajo enolične rešitve. Enako kot prej poiščemo enačbe za optimalno armaturo. Dobimo jih pri kotu  $\theta = \pm 45^\circ$ .

$$\begin{aligned} m_{sx} &= m_x - |m_{xy}| \\ m_{sy} &= m_y - |m_{xy}| \end{aligned} \quad (63)$$

Armaturo je zgoraj potrebna v obeh smereh, če sta vrednosti  $m_{sx}$  in  $m_{sy}$  iz enačb (63) negativni oz. ko veljata spodnja pogoja.

$$\begin{aligned} m_x &\leq |m_{xy}| \\ m_y &\leq |m_{xy}| \end{aligned} \quad (64)$$

Ploščo moramo armirati zgoraj v obeh smereh, če sta upogibna momenta  $m_x$  in  $m_y$  negativna ali pozitivna in po absolutni vrednosti manjša od  $m_{xy}$ .

### b) armaturo v zgornjem sloju potrebujemo samo v smeri x

Če iz enačb (63) za  $m_{sy}$  dobimo pozitivno vrednost, armature zgoraj v smeri y ne potrebujemo.

$$m_y \geq |m_{xy}| \quad (65)$$

Enačba (54) za  $m_{sx}$  ostane nespremenjena.

$$m_{sx} = m_x - \frac{m_{xy}^2}{m_y}$$



-----

Armatura v smeri  $x$  je potrebna, če dobimo za  $m_{sx}$  negativno vrednost oz. če velja:

$$m_x \leq \frac{m_{xy}^2}{m_y} \quad (66)$$

**c) armaturo v zgornjem sloju potrebujemo samo v smeri  $y$**

Armature v smeri  $x$  ne potrebujemo, ko velja pogoj:

$$m_x \geq |m_{xy}| \quad (67)$$

Izraz (57) za odpornostni moment  $m_{sy}$  se ne spremeni.

$$m_{sy} = m_y - \frac{m_{xy}^2}{m_x}$$

Armatura v smeri  $y$  je potrebna, če velja:

$$m_y \leq \frac{m_{xy}^2}{m_x} \quad (68)$$

**d) armature v zgornjem sloju ne potrebujemo**

Do takega primera pride, če po enačbah (63) za oba odpornostna momenta dobimo pozitivni vrednosti, torej kadar velja:

$$\begin{aligned} m_x &\geq |m_{xy}| \\ m_y &\geq |m_{xy}| \end{aligned} \quad (69)$$

### **3.1.4 Kombiniranje enačb za zgornjo in spodnjo armaturo**

Za vsako vozlišče moramo rešiti dva kompleta enačb za zgornjo in spodnjo armaturo. Pri spodnji armaturi upogibni moment povečamo za absolutno vrednost torzijskega momenta, pri zgornji ga zmanjšamo. Če torzijski moment ni prevladujoč, dobimo armaturo v posamezni smeri le v enem sloju. Če torzijski moment prevlada, potrebujemo armaturo zgoraj in spodaj.

### **3.1.5 Določitev prerezov armature**

Določanje potrebnih prerezov armature je pri ploščah bolj zapleteno kot pri stenah. Odpornostnih momentov, tj momentov, ki jih mora armatura prevzeti, ni bilo težko izračunati. Tu pa se pojavijo težave. Za razliko od sten, kjer lahko iz sil neposredno določimo potrebne prereze, tega pri ploščah ne moremo narediti. Ne poznamo namreč ročic notranjih sil.

Za rešitev problema obstaja več podobnih predlogov, vendar so le približni. Pogosto je za ročice predlagana vrednost  $0,8h$ . Tu je  $h$  debelina plošče. Za določitev pravih ročic je najbolje uporabiti postopek, ki ga bomo uporabili pri lupinah. Plošče lahko obravnavamo kot lupine, pri katerih je osna obremenitev nična.

Če se vseeno odločimo za dimenzioniranje po zgornjem postopku, je ena od možnosti, da ploščo dimenzioniramo kot upogibni nosilec. Vsako smer obravnavamo ločeno. Pri tem naredimo manjšo napako, saj dobimo za vsako smer drugačno ročico notranjih sil.

## **3.2 Dimenzioniranje plošč po standardu EC2**

Trenutna verzija Evrokoda 2 ne podaja nikakršnih postopkov določanja armature v ploščah.

V eni starejših verzij (ENV 1992-1-1:1991, Appendix 2, točka A2.8) je bil podan algoritem, ki je povzemal zgoraj izpeljane enačbe. Potrebni odpornostni momenti armature so bili določeni enako kot pri nas. Kako iz njih dobiti potrebne prereze armature, ni bilo opisano.

### **3.3 Primer**

S primerom želimo prikazati le uporabo izpeljanih enačb, ne dejanskega projektiranja. Primer je zato zelo poenostavljen.

#### **Postopek**

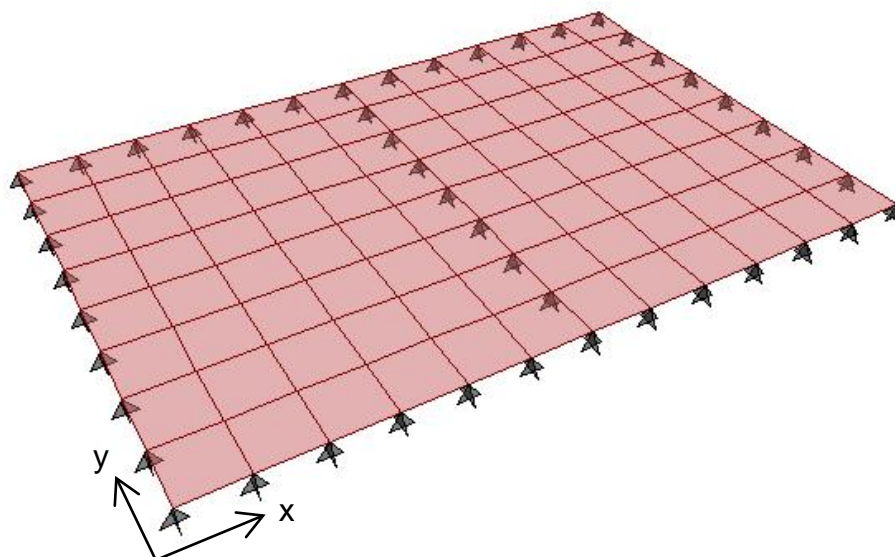
Z računalniškim programom dobimo notranje sile v vsakem vogalu posameznega končnega elementa. Za vsako vozlišče moramo povprečiti vrednosti stikajočih se elementov. Iz ustreznih enačb izračunamo potrebne odpornostne momente v armaturi. Ker ročic notranjih sil ne poznamo, nateznih sil v armaturnih palicah ne moremo natančno določiti. Kot rezultat zato predstavljamo kar potrebne odpornostne momente armature za vsak sloj in vsako smer.

#### **Zasnova**

Obravnavamo enostavno podprto ploščo čez dve polji. Dolžina enega polja je 3m, širina pa 4m. Plošča je debela 0,16m. Na robovih in med poljema je vrtljivo podprta. Preprečeni so pomiki, zasuki ne (slika 13).

#### **Končni elementi**

Uporabimo ploskovne končne elemente tipa »shell«. Ker je treba enačbe iz vrednotiti v vsakem vozlišču, se omejimo pri številu elementov. Zato vzamemo elemente velikosti  $0,5 \times 0,5m$ .



Slika 13: Model vrtljivo podprte plošče čez dve polji

## Material

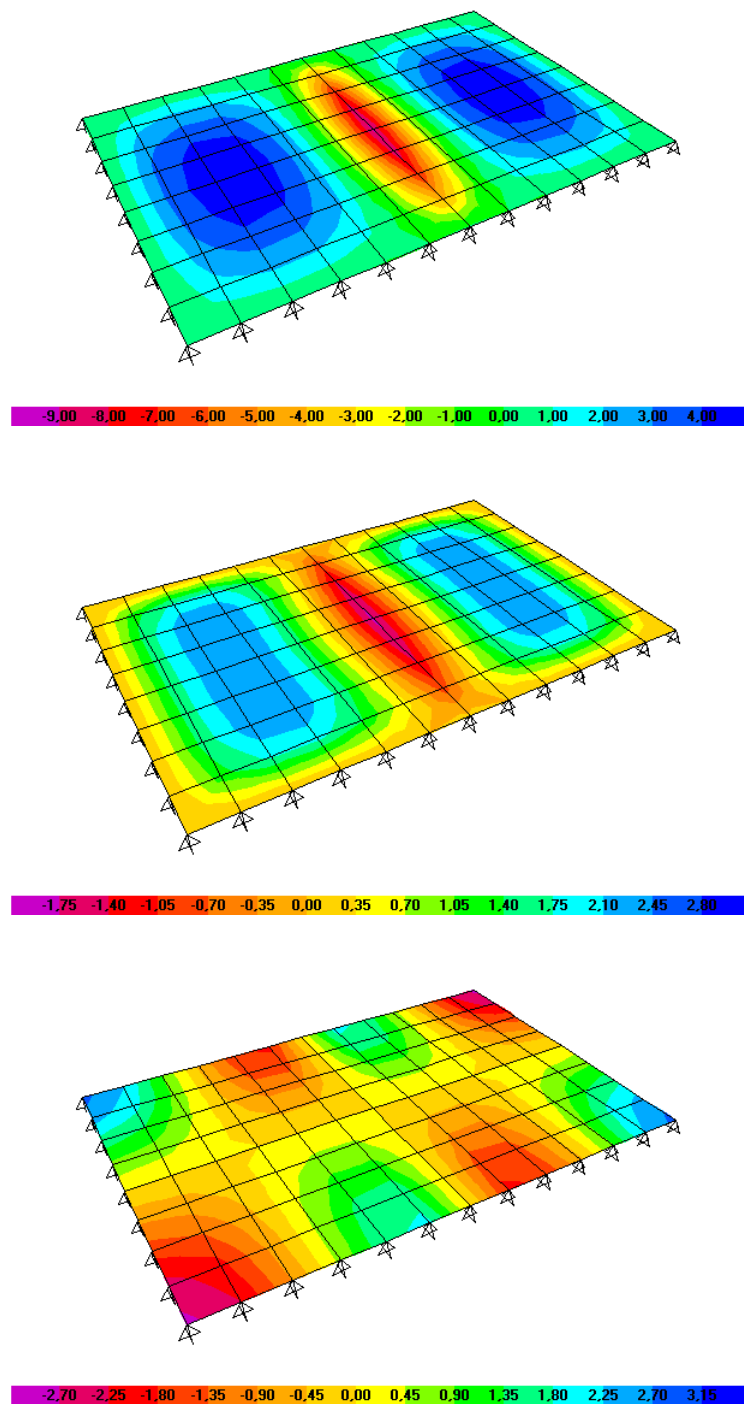
Za model armiranega betona uporabimo izotropen, homogen, elastičen material z naslednjima karakteristikama:  $E = 3 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$ ,  $\nu = 0,2$ .

## Obtežba

Izberemo obtežbo, ki približno zajame vpliv lastne teže in koristne obtežbe. Podamo jo kot ploskovno obtežbo velikosti  $10 \text{ kN/m}^2$ . Program jo sam pretvori v točkovne sile v vozliščih elementov.

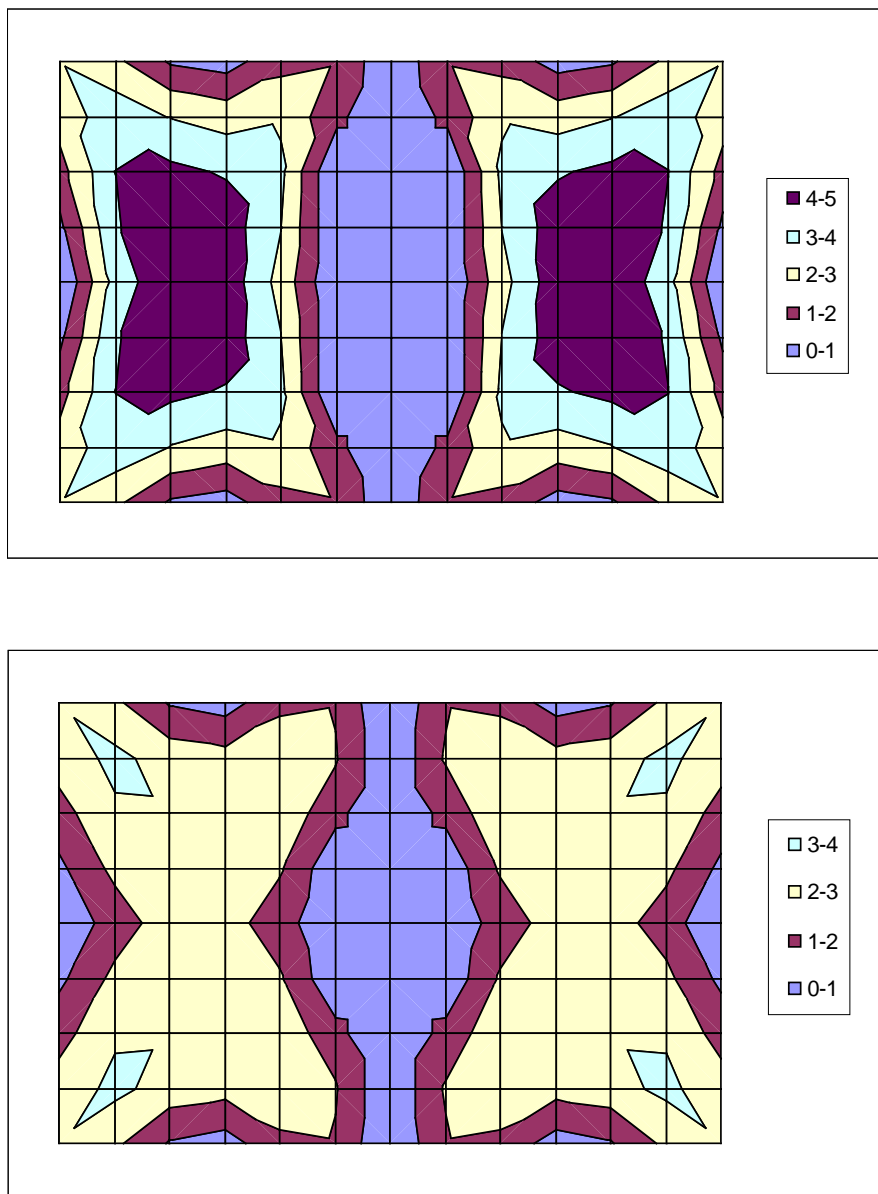
## Rezultati

S programom *SAP 2000* izračunamo notranje sile v plošči. Prikazane so na sliki 14.



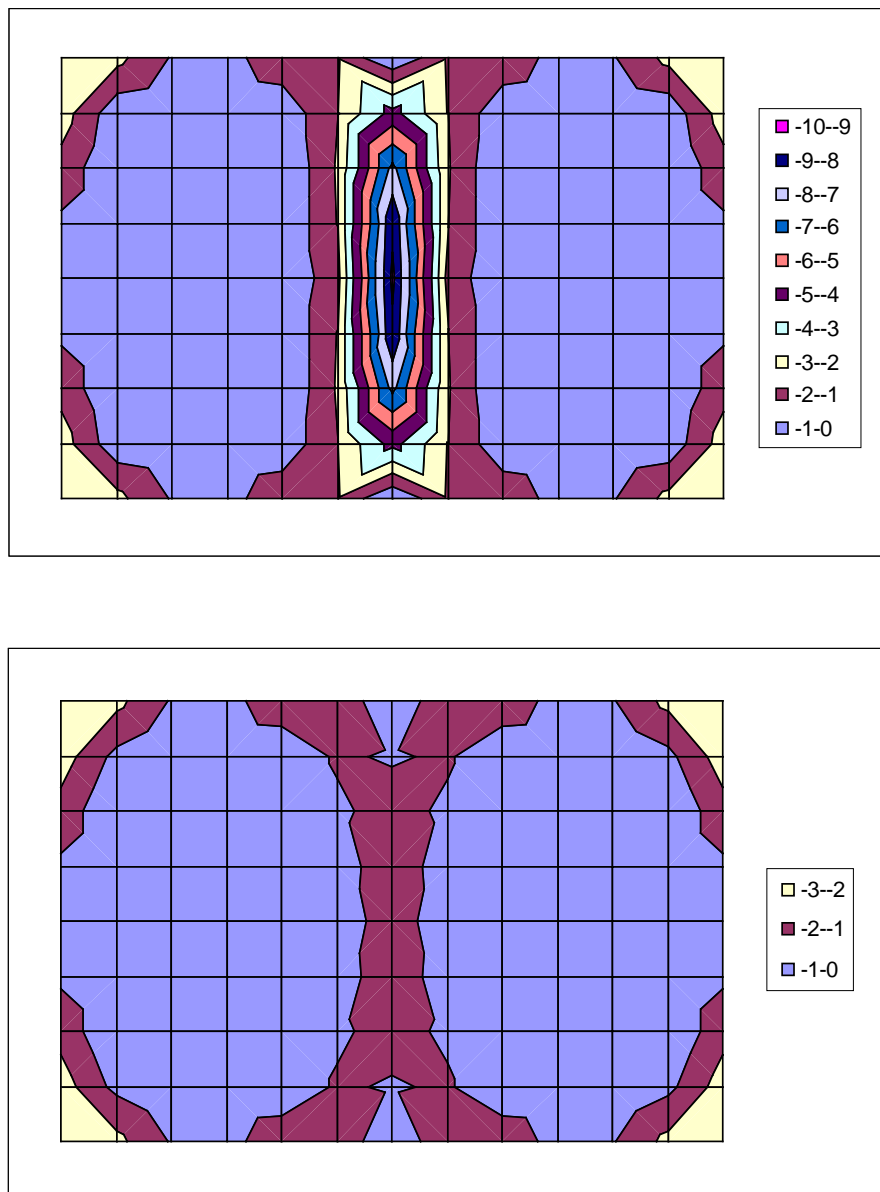
Slika 14: Elastične notranje sile v plošči v [kNm/m]: a) upogibni moment  $m_x$ ,  
b) upogibni moment  $m_y$ , c) torzijski moment  $m_{xy}$

Pretvorimo jih v potrebne odpornostne momente armature. Ti so predstavljeni posebej za zgornjo in spodnjo armaturo ter za smeri  $x$  in  $y$  na sliki 15. Izraženi so v  $\text{kNm/m}$ .



Slika 15: Potrebni odpornostni momenti armature v  $[\text{kNm/m}]$ :

a) spodaj v smeri  $x$ , b) spodaj v smeri  $y$



Slika 15: Potrebni odpornostni momenti armature v [kNm/m]:

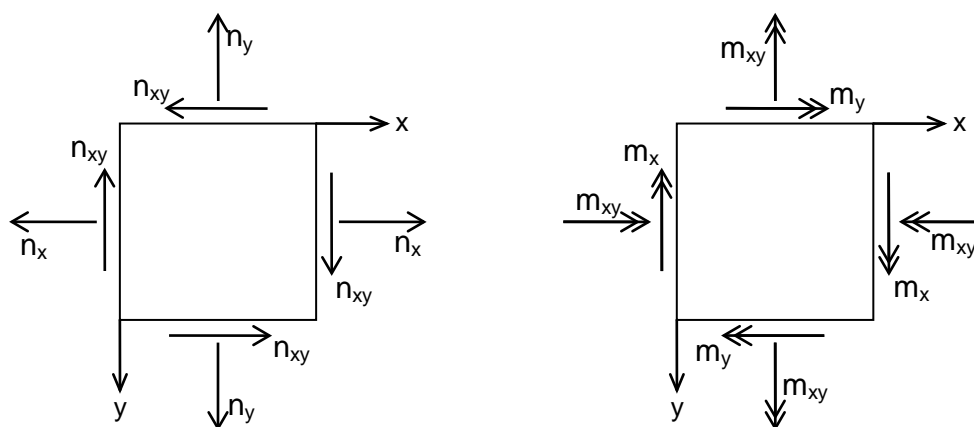
c) zgoraj v smeri  $x$ , d) zgoraj v smeri  $y$

## 4 LUPINE

Lupine so ploskovni konstrukcijski elementi, ki obtežbo prenašajo tako z upogibom kot tudi z osnimi silami. Notranje sile so kombinacija sil, ki nastopajo pri stenah in ploščah, torej membranskih in upogibnih sil.

### 4.1 Teorija

Obravnavamo lupino, armirano z ortogonalno armaturo v smereh  $x$  in  $y$ . Tako kot pri ploščah je armatura v dveh slojih - ob zgornjem in spodnjem robu lupine. Razpored membranskih sil  $n_x$ ,  $n_y$ ,  $n_{xy}$  in momentov  $m_x$ ,  $m_y$ ,  $m_{xy}$  po lupini poznamo. Zanimajo nas dimenzije armature, ki bo sposobna prevzeti obremenitev. Posvetimo se infinitezimalno majhnemu delčku lupine, ki je obremenjen, kot je prikazano na sliki 16.



Slika 16: Delček lupine: a) membranska obremenitev, b) upogibna obremenitev

#### 4.1.1 Vplivi notranjih sil

Notranje sile so orientirane tako kot v poglavjih o stenah in lupinah. Pozitivne osne sile povzročajo natege po celem prerezu. Pozitivni upogibni momenti povzročajo natege na spodnjem in tlake na zgornjem robu lupine.

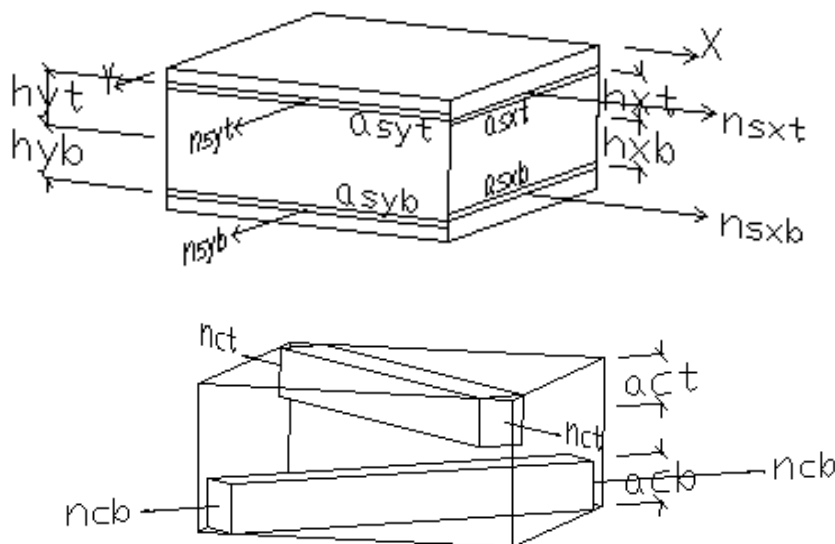


Strižna obremenitev v splošnem povečuje potrebo po armaturi, ne glede na predznak. To velja, če v prerezu nastopa samo strižna sila ali samo torzijski moment. V primeru hkratnega delovanja pa se njuni negativni učinki na enem robu seštevajo, na drugem odštevajo. Pozitivni torzijski moment namreč na spodnjem robu lupine povzroča istosmerne napetosti kot pozitivna strižna sila, na zgornjem robu ravno obratne.

#### 4.1.2 Mehanizem prevzema obtežbe

Lupino razdelimo na tri sloje. V zunanjih dveh beton zaradi nategov razpoka. V smeri vzdolž razpok je beton tlačno obremenjen. Smeri razpok in debelini slojev sta zgoraj in spodaj različni. Imamo torej dve skupini tlačnih diagonal, ki jih povezujeta dva natezna armaturna sloja. Vsak od njiju je sestavljen iz armaturnih palic v smereh  $x$  in  $y$ . Ko se armatura plastificira, pride do porušitve.

Prispevke armature in betona določimo podobno kot pri stenah v poglavju 2.1.4. Vse sile in prerezi so izraženi v enotah na tekoči meter.



Slika 17: Mehanizem prevzema obtežbe v lupini: a) sile v armaturi, b) sile v betonu

### 4.1.3 Prispevek armature

V lupini nastopata dva sloja armature, sestavljena iz armaturnih palic v smereh  $x$  in  $y$ . Imamo torej štiri skupine palic, katerih prereze označimo z  $a_{sxt}$ ,  $a_{syt}$ ,  $a_{sxb}$  in  $a_{syb}$ . Indeksa  $t$  in  $b$  označujeta zgornji (top) oz. spodnji (bottom) sloj, indeksa  $x$  in  $y$  pa smer armature (slika 17a).

Predpostavimo, da v armaturi nastopa samo osna sila. Strižno silo zanemarimo. Armatura torej sodeluje pri prevzemu osnih sil  $n_x$  in  $n_y$  s silami  $n_{sxt}$ ,  $n_{syt}$ ,  $n_{sxb}$  in  $n_{syb}$ . Izračunamo jih tako, da prereze armature pomnožimo z mejo elastičnosti. Pozitivni predznak pomeni nateg.

$$\begin{aligned} n_{sxt} &= a_{sxt} f_{syd} & n_{sxb} &= a_{sxb} f_{syd} \\ n_{syt} &= a_{syt} f_{syd} & n_{syb} &= a_{syb} f_{syd} \end{aligned} \quad (70)$$

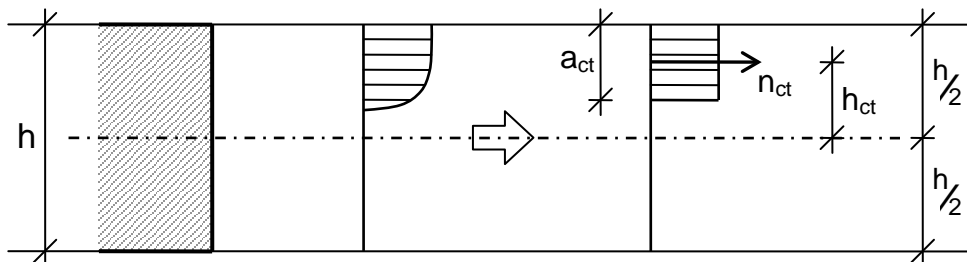
Ker sile delujejo izven srednje ravnine elementa, prispevajo tudi k upogibni nosilnosti. Njihove ročice določimo kot oddaljenost težišča posamezne skupine armature od srednje ravnine lupine in označimo s  $h_{xt}$ ,  $h_{yt}$ ,  $h_{xb}$  in  $h_{yb}$ . Prispevke sil v armaturi k prevzemu upogibnih momentov  $m_x$  in  $m_y$  dobimo, če jih pomnožimo z ustreznimi ročicami. Pri tem moramo paziti na predznake, saj pozitivne sile v spodnjem sloju povzročajo pozitivne momente, pozitivne sile v zgornjem sloju pa negativne.

$$\begin{aligned} m_{sxt} &= -n_{sxt} h_{xt} & m_{sxb} &= n_{sxb} h_{xb} \\ m_{syt} &= -n_{syt} h_{yt} & m_{syb} &= n_{syb} h_{yb} \end{aligned} \quad (71)$$

### 4.1.4 Prispevek betona

V lupini debeline  $h$  se na zgornjem in spodnjem robu pojavijo razpoke. Zgoraj nastanejo tlačne diagonale pod kotom  $\theta_t$ , spodaj pod kotom  $\theta_b$  glede na os  $y$ . Debelini zunanjih slojev označimo z  $a_{ct}$  in  $a_{cb}$ . Potek napetosti po prerezu poenostavimo. Predpostavimo, da so po vsej debelini zgornjega in spodnjega sloja konstantne, vmes pa enake 0 (slika 18). Ko je beton izkoriščen, so

napetosti v zunanjih slojih enake trdnosti betona. Ta je odvisna od napetostnega stanja, v katerem se beton nahaja.



Slika 18: Poenostavitev poteka napetosti v betonu za zgornji sloj

V betonu nastopata dve sili,  $n_{ct}$  v zgornji in  $n_{cb}$  v spodnji tlačni diagonali (slika 17b). Dobimo ju kot produkt trdnosti betona in debeline sloja. Orientirani sta tako, da negativna sila pomeni tlak.

$$n_{ct} = -a_{ct} f_{cd} \quad (72)$$

$$n_{cb} = -a_{cb} f_{cd}$$

Ker so napetosti po debelini posameznega sloja konstantne, deluje rezultanta na sredini sloja. Ročici sil v betonu izračunamo s spodnjima enačbama. Označimo ju s  $h_{ct}$  in  $h_{cb}$ .

$$h_{ct} = \frac{1}{2}(h - a_{ct}) \quad (73)$$

$$h_{cb} = \frac{1}{2}(h - a_{cb})$$

#### 4.1.4.1 Prezem membranskih sil

Prispevke k prevzemu membranskih sil določimo tako kot pri stenah v poglavju 2.1.4.2. Ker so sile izražene na tekoči meter, moramo ustrezne komponente pomnožiti tudi s širino diagonale, ki sodeluje pri enotskem prerezu. Skladno z enačbami (14) in (15) lahko zapišemo:

$$\begin{aligned}n_{cxt} &= n_{ct} \sin^2 \theta_t & n_{cxb} &= n_{cb} \sin^2 \theta_b \\n_{cxt} &= n_{ct} \cos^2 \theta_t & n_{cyb} &= n_{cb} \cos^2 \theta_b \\n_{cxyt} &= n_{ct} \sin \theta_t \cos \theta_t & n_{cxyb} &= n_{cb} \sin \theta_b \cos \theta_b\end{aligned}\quad (74)$$

Tu je npr.  $n_{cxyt}$  prispevek sile v zgornji tlačni diagonali  $n_{ct}$  k prevzemu strižne sile  $n_{xy}$ .

#### 4.1.4.2 Prevzem upogibnih sil

Sili  $n_{ct}$  in  $n_{cb}$  povzročata upogibna momenta okoli normale na razpoko v srednji ravnini lupine. Prva povzroča negativni, druga pozitivni moment. Za ročici veljata enačbi (73).

$$\begin{aligned}m_{ct} &= -n_{ct} h_{ct} \\m_{cb} &= n_{cb} h_{cb}\end{aligned}\quad (75)$$

Prispevke k prevzemu upogibnih sil dobimo z upoštevanjem ustreznih komponent in debelin tlačnih diagonal, popolnoma enako kot pri membranskih silah.

$$\begin{aligned}m_{cxt} &= m_{ct} \sin^2 \theta_t & m_{cxb} &= m_{cb} \sin^2 \theta_b \\m_{cxt} &= m_{ct} \cos^2 \theta_t & m_{cyb} &= m_{cb} \cos^2 \theta_b \\m_{cxyt} &= m_{ct} \sin \theta_t \cos \theta_t & m_{cxyb} &= m_{cb} \sin \theta_b \cos \theta_b\end{aligned}\quad (76)$$

#### 4.1.5 Splošne ravnotežne enačbe

Obremenitev prevzamemo s silami v armaturi in betonu. Na eno stran ravnotežnih enačb torej zapišemo obremenitve, na drugo pa vsoto ustreznih prispevkov. Pridemo do podobnih enačb kot pri stenah (16), le da imamo namesto enega dva sloja armature in namesto ene dve sili v betonu.

$$n_x = n_{sxt} + n_{sxb} + n_{ct} \sin^2 \theta_t + n_{cb} \sin^2 \theta_b \quad (77)$$

$$n_y = n_{syt} + n_{syb} + n_{ct} \cos^2 \theta_t + n_{cb} \cos^2 \theta_b \quad (78)$$

$$n_{xy} = n_{ct} \sin \theta_t \cos \theta_t + n_{cb} \sin \theta_b \cos \theta_b \quad (79)$$

$$m_x = m_{sxt} + m_{sxb} + m_{ct} \sin^2 \theta_t + m_{cb} \sin^2 \theta_b \quad (80)$$

$$m_y = m_{syt} + m_{syb} + m_{ct} \cos^2 \theta_t + m_{cb} \cos^2 \theta_b \quad (81)$$

$$m_{xy} = m_{ct} \sin \theta_t \cos \theta_t + m_{cb} \sin \theta_b \cos \theta_b \quad (82)$$

Dobljeni sistem enačb je na prvi pogled enostaven, vendar se pri reševanju zaplete. Pridemo namreč do nedoločenega sistema nelinearnih enačb. Zato ga rešujemo iterativno z računalnikom.

Do zgornjih enačb smo prišli ob predpostavki, da je armatura prisotna v zgornjem in spodnjem sloju v obeh smereh  $x$  in  $y$ . Vendar temu ni nujno tako. V odvisnosti od obremenitve namreč lahko pride do štirih različnih postavitev armature. Lahko je prisotna v obeh slojih, le v zgornjem, le v spodnjem ali v nobenem sloju. Poleg tega moramo obravnavati še posebne primere, ko je armatura v posameznem sloju potrebna le v eni smeri.

#### 4.1.6 Armatura je potrebna v obeh zunanjih slojih

Rešiti moramo sistem ravnotežnih enačb (77)-(82). Za začetek želimo čim bolj zmanjšati število neznank. Z upoštevanjem enačb (71) in (75) izrazimo odpornostne momente s silami v armaturi in betonu. Tako nam od neznank ostanejo: štiri sile v armaturi ( $n_{sxt}$ ,  $n_{sxb}$ ,  $n_{syt}$ ,  $n_{syb}$ ), dve sili v betonskih tlačnih diagonalah ( $n_{cb}$ ,  $n_{ct}$ ) in dva kota ( $\theta_t$ ,  $\theta_b$ ). Zaradi lažjega reševanja sistema enačb kot neznanki obdržimo tudi debelini zunanjih slojev lupine ( $a_{ct}$ ,  $a_{cb}$ ). Nastopata v ročicah sil v betonu.

OPOMBA: Zaradi preglednosti v nadaljevanju enačbe vsebujejo tudi ročice sil v betonu  $h_{ct}$ ,  $h_{cb}$  in  $h_c$ . Pri reševanju jih je potrebno izraziti z  $a_{ct}$ ,  $a_{cb}$ .

Imamo 10 neznank in 8 enačb - 6 ravnotežnih (77)-(82) in 2 konstitutivni (72). Sistem torej nima enolične rešitve. Želimo tako rešitev, ki bo dala najmanjšo količino armature. Iz izkušenj pri stenah določimo kotoma  $\theta_t$ ,  $\theta_b$  vrednost  $\pm 45^\circ$ . Predznak je odvisen od smeri strižne obremenitve in ga določimo za vsak primer posebej. Tako nam ostane 8 enačb za 8 neznank.

#### 4.1.6.1 Določanje predznakov kotov $\theta_t$ in $\theta_b$

Na usmerjenost razpok v posameznem sloju vpliva strižna sila v njem. Sestavljena je iz vplivov strižne sile  $n_{xy}$  in momenta  $m_{xy}$ , ki delujeta na celoten prerez. Tik pred nastankom razpok se beton obnaša kot homogen, izotropen material, v katerem armatura ni potrebna. Za strižni sili v zgornjem in spodnjem sloju  $n_{cxyt}$  in  $n_{cxyb}$  zato uporabimo enačbi (138), ki ju bomo izpeljali v poglavju 4.1.9 za primer, ko je celotna lupina v tlaku. Kot smo pokazali pri stenah, sta kota  $\theta_t$  in  $\theta_b$  nasprotnega predznaka kakor strižni sili.

$$n_{cxyt} = \frac{1}{h_c} [n_{xy} h_{cb} - m_{xy}]$$
$$n_{cxyb} = \frac{1}{h_c} [n_{xy} h_{ct} + m_{xy}]$$

#### 4.1.6.2 Izpeljava enačb za iterativno reševanje

V ravnotežni enačbi (79) in (82) za strižno obremenitev vstavimo izraza (75) za momenta  $m_{ct}$  in  $m_{cb}$ . Iz tega bomo izrazili sili v betonu  $n_{ct}$ ,  $n_{cb}$  v odvisnosti od debelin  $a_{ct}$ ,  $a_{cb}$  in kotov  $\theta_t$ ,  $\theta_b$ .

$$n_{xy} = n_{ct} \sin \theta_t \cos \theta_t + n_{cb} \sin \theta_b \cos \theta_b$$
$$m_{xy} = -h_{ct} n_{ct} \sin \theta_t \cos \theta_t + h_{cb} n_{cb} \sin \theta_b \cos \theta_b$$

Zgornjo enačbo pomnožimo enkrat z  $(-h_{cb})$  in drugič s  $(h_{ct})$ . Nato enačbi seštejemo. V prvem primeru izpeljemo izraz za  $n_{ct}$ , v drugem pa za  $n_{cb}$ .

$$n_{ct} = \frac{n_{xy} h_{cb} - m_{xy}}{h_c \sin \theta_t \cos \theta_t} \quad (83)$$

$$n_{cb} = \frac{n_{xy} h_{ct} + m_{xy}}{h_c \sin \theta_b \cos \theta_b}$$

Zaradi preglednosti smo vpeljali ročico  $h_c$ .

$$h_c = h_{ct} + h_{cb} = h - \frac{a_t + a_b}{2} \quad (84)$$

Zdaj se lotimo izpeljave enačb za sili v armaturi v smeri  $x$   $n_{sxt}$  in  $n_{sxb}$ . V enačbi (77) in (80) za ravnotežje sil in momentov v smeri  $x$  vstavimo izraze (71) in (75) za momente  $m_{sxt}$ ,  $m_{sxb}$ ,  $m_{ct}$ ,  $m_{cb}$ .

$$n_x = n_{sxt} + n_{sxb} + n_{ct} \sin^2 \theta_t + n_{cb} \sin^2 \theta_b$$

$$m_x = -n_{sxt} h_{xt} + n_{sxb} h_{xb} - n_{ct} h_{ct} \sin^2 \theta_t + n_{cb} h_{cb} \sin^2 \theta_b$$

Zgornjo enačbo pomnožimo z  $(-h_{xb})$  oz. s  $(h_{xt})$ , da se pri seštevanju enačb znebimo neznank  $n_{sxb}$  oz.  $n_{sxt}$ . V prvem primeru izpeljemo izraz za  $n_{sxt}$ , v drugem za  $n_{sxb}$ .

$$n_{sxt} = \frac{1}{h_{xt} + h_{xb}} \left[ n_x h_{xb} - m_x - n_{ct} (h_{xb} + h_{ct}) \sin^2 \theta_t - n_{cb} (h_{xb} - h_{cb}) \sin^2 \theta_b \right] \quad (85)$$

$$n_{sxb} = \frac{1}{h_{xt} + h_{xb}} \left[ n_x h_{xt} + m_x - n_{ct} (h_{xt} - h_{ct}) \sin^2 \theta_t - n_{cb} (h_{xt} + h_{cb}) \sin^2 \theta_b \right] \quad (86)$$

Enako iz enačb (78) in (81) za ravnotežje sil in momentov v smeri  $y$  izpeljemo enačbi za sili v armaturi v smeri  $y$   $n_{syt}$  in  $n_{syb}$ .

$$n_{syt} = \frac{1}{h_{yt} + h_{yb}} \left[ n_y h_{yb} - m_y - n_{ct} (h_{yb} + h_{ct}) \cos^2 \theta_t - n_{cb} (h_{yb} - h_{cb}) \cos^2 \theta_b \right] \quad (87)$$

$$n_{syb} = \frac{1}{h_{yt} + h_{yb}} \left[ n_y h_{yt} + m_y - n_{ct} (h_{yt} - h_{ct}) \cos^2 \theta_t - n_{cb} (h_{yt} + h_{cb}) \cos^2 \theta_b \right] \quad (88)$$

Da bi si olajšali reševanje, smo sistem ravnotežnih enačb (77)-(82) preoblikovali v enačbe za sile v betonu (83) in armaturi (85)-(88). Poleg teh šestih enačb imamo še vedno na razpolago enačbi (72), ki povezujeta sili v betonu z debelinama zunanjih slojev.

#### 4.1.6.3 Postopek reševanja

V štirih enačbah (72) in (83) nastopajo štiri neznanke ( $n_{ct}$ ,  $n_{cb}$ ,  $a_{ct}$ ,  $a_{cb}$ ). Če bi jih hoteli izračunati direktno, bi prišli do kvadratnih enačb. Izognemo se jim z iteracijskim reševanjem, ki ob uporabi računalnika ne predstavlja nikakršnih težav.

Najprej predpostavimo začetni debelini zunanjih slojev  $a_{ct}$ ,  $a_{cb}$ . Izkaže se, da je  $0,2h$  v splošnem dobra izbira. Za posebne primere lahko po izkušnjah izberemo drug približek. Zdaj lahko iz enačb (83) dobimo sili v tlačnih diagonalah  $n_{ct}$ ,  $n_{cb}$ . Iz enačb (72) izračunamo novi debelini  $a_{ct}$ ,  $a_{cb}$ . To ponavljamo, dokler količine ne konvergirajo.

Rezultate vstavimo v enačbe (85)-(88), iz katerih dobimo še preostale neznanke - sile v armaturi  $n_{sxt}$ ,  $n_{sxb}$ ,  $n_{syt}$ ,  $n_{syb}$ .

#### 4.1.6.4 Določitev armature in kontrola betona

Potrebne prereze armature  $a_{sxt}$ ,  $a_{sxb}$ ,  $a_{syt}$ ,  $a_{syb}$  dobimo iz sil v armaturi po enačbah (70).



Preverimo še betonski prerez. Če je vsota debelin zunanjih slojev manjša od celotne debeline lupine, prerez zadošča. V nasprotnem primeru ga moramo povečati. Pri kontroli upoštevamo trdnost razpokanega betona.

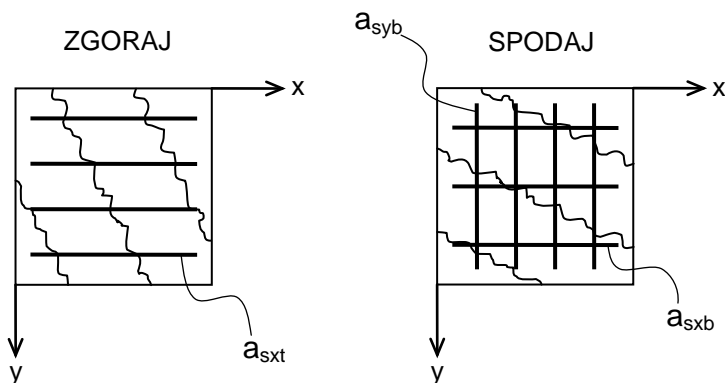
$$f_{cd2} = 0,60 \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] f_{cd} \quad (89)$$

Tu je  $f_{ck}$  karakteristična tlačna trdnost betona v [MPa].

#### 4.1.6.5 Posebni primeri postavitve armature

Zgornje enačbe so bile izpeljane ob predpostavki, da je armatura potrebna v obeh slojih v obeh smereh. V določenih primerih pa lahko dobimo za katero od štirih sil v armaturi negativno vrednost. To pomeni, da je tlačno obremenjena, torej nepotrebna. Ko jo odstranimo, se zgornje enačbe spremenijo.

##### a) zgornja armatura je potrebna le v smeri x



Slika 19: Poseben primer postavitve armature: a) zgoraj armatura v smeri y ni potrebna, b) spodaj je armatura potrebna v obeh smereh

Pri reševanju splošnih enačb dobimo za  $n_{syt}$  negativno vrednost. Iz tega ugotovimo, da armatura v zgornjem sloju v smeri osi  $y$  ni potrebna. Vrednost  $n_{syt}$  zato postavimo na 0. Kakor pri stenah se tudi tu spremeni kot razpok  $\theta_t$ . Ker je spodnji sloj armiran v obeh smereh, kot  $\theta_b$  ohrani vrednost  $\pm 45^\circ$ .

Znebili smo se torej neznanke  $n_{syt}$  in dobili novo  $\theta_t$ . Spet imamo sistem osmih enačb z osmimi neznankami.

V enačbi (87) upoštevamo  $n_{syt} = 0$ .

$$n_{syt} = \frac{1}{h_{yt} + h_{yb}} \left[ n_y h_{yb} - m_y - n_{ct} (h_{yb} + h_{ct}) \cos^2 \theta_t - n_{cb} (h_{yb} - h_{cb}) \cos^2 \theta_b \right] = 0$$

Za  $n_{ct}$ ,  $n_{cb}$  vstavimo izraza (83). Ko enačbo uredimo, pridemo do izraza za kot  $\theta_t$ .

$$\tan \theta_t = \frac{(h_{ct} + h_{yb})(n_{xy} h_{cb} - m_{xy})}{h_c (n_y h_{yb} - m_y) + (h_{cb} - h_{yb})(n_{xy} h_{ct} + m_{xy}) \cot \theta_b} \quad (90)$$

### Postopek reševanja

V iteracijski zanki se poleg prejšnjih neznank pojavi kot  $\theta_t$ .

Predpostavimo začetni vrednosti  $a_{ct}$ ,  $a_{cb}$  in iz enačbe (90) izračunamo kot  $\theta_t$ . Uporabimo ga v enačbah (83), da dobimo sili  $n_{ct}$ ,  $n_{cb}$ . Z izrazoma (72) izračunamo novi debelini  $a_{ct}$ ,  $a_{cb}$ . Ponavljamo, dokler količine ne konvergirajo.

Nato jih vstavimo v enačbe (85), (86), (88) in izračunamo sile v armaturi  $n_{sxt}$ ,  $n_{sxb}$ ,  $n_{syb}$ .

Določanje potrebnih prerezov armature in kontrola betonskega prereza poteka enako kot prej.

**b) zgornja armatura je potrebna le v smeri y**

Primer je analogen prejšnjemu. V enačbi (85) upoštevamo  $n_{sxt} = 0$ , za  $n_{cb}$ ,  $n_{ct}$  vstavimo izraza (83) in izpeljemo izraz za kot  $\theta_t$ .

$$\tan \theta_t = \frac{h_c (n_x h_{xb} - m_x) + (h_{cb} - h_{xb}) (n_{xy} h_{ct} + m_{xy}) \tan \theta_b}{(h_{ct} + h_{xb}) (n_{xy} h_{cb} - m_{xy})} \quad (91)$$

Postopek reševanja je enak kot prej.

**c) spodnja armatura je potrebna le v smeri x**

Zdaj se spremeni kot  $\theta_b$ . Kot  $\theta_t$  ostane  $\pm 45^\circ$ . Izraz za nov kot dobimo enako kot zgoraj. Izpeljemo ga iz enačbe (88), v kateri upoštevamo  $n_{syb} = 0$ .

$$\tan \theta_b = \frac{(h_{cb} + h_{yt}) (n_{xy} h_{ct} + m_{xy})}{h_c (n_y h_{yt} + m_y) + (h_{ct} - h_{yt}) (n_{xy} h_{cb} - m_{xy}) \cot \theta_t} \quad (92)$$

**d) spodnja armatura je potrebna le v smeri y**

Primer je podoben prejšnjim. Ob upoštevanju  $n_{sxb} = 0$  iz enačbe (86) izpeljemo izraz za  $\theta_b$ .

$$\tan \theta_b = \frac{h_c (n_x h_{xt} + m_x) + (h_{ct} - h_{xt}) (n_{xy} h_{cb} - m_{xy}) \tan \theta_t}{(h_{cb} + h_{xt}) (n_{xy} h_{ct} + m_{xy})} \quad (93)$$

V zgornjih štirih primerih ni bila potrebna ena od štirih skupin armature. V naslednjih nista potrebni dve, in sicer po ena v zgornjem in spodnjem sloju. Primere, v katerih armatura v enem sloju ni potrebna v nobeni smeri, bomo obravnavali kasneje.

**e) zgornja in spodnja armatura sta potrebni le v smeri  $x$**

V tem primeru je armatura v obeh slojih potrebna le v smeri  $x$ . Zato sili  $n_{syt}$ ,  $n_{syb}$  postavimo na vrednost 0. Spremenita se kota razpok  $\theta_t$ ,  $\theta_b$  v zgornjem in spodnjem sloju.

V enačbah (87) in (88) upoštevamo  $n_{syt} = 0$ ,  $n_{syb} = 0$ .

$$n_{syt} = \frac{1}{h_{yt} + h_{yb}} \left[ n_y h_{yb} - m_y - n_{ct} (h_{yb} + h_{ct}) \cos^2 \theta_t - n_{cb} (h_{yb} - h_{cb}) \cos^2 \theta_b \right] = 0$$

$$n_{syb} = \frac{1}{h_{yt} + h_{yb}} \left[ n_y h_{yt} + m_y - n_{ct} (h_{yt} - h_{ct}) \cos^2 \theta_t - n_{cb} (h_{yt} + h_{cb}) \cos^2 \theta_b \right] = 0$$

Prvo enačbo delimo s  $(h_{yb} - h_{cb})$ , drugo s  $(h_{yt} + h_{cb})$  in ju odštejemo. Znebimo se neznanke  $\theta_b$ , za  $\theta_t$  pa dobimo izraz:

$$\tan \theta_t = \frac{\left( \frac{h_{yb} + h_{ct}}{h_{yb} - h_{cb}} - \frac{h_{yt} - h_{ct}}{h_{yt} + h_{cb}} \right) \frac{n_{xy} h_{cb} - m_{xy}}{h_c}}{\frac{n_y h_{yb} - m_y}{h_{yb} - h_{cb}} - \frac{n_y h_{yt} + m_y}{h_{yt} + h_{cb}}} \quad (94)$$

Izraz za  $\theta_b$  dobimo, če delimo prvo enačbo s  $(h_{yb} + h_{ct})$ , drugo s  $(h_{yt} - h_{ct})$  in ju odštejemo.

$$\tan \theta_b = \frac{\left( \frac{h_{yb} - h_{cb}}{h_{yb} + h_{ct}} - \frac{h_{yt} + h_{cb}}{h_{yt} - h_{ct}} \right) \frac{n_{xy} h_{ct} + m_{xy}}{h_c}}{\frac{n_y h_{yb} - m_y}{h_{yb} + h_{ct}} - \frac{n_y h_{yt} + m_y}{h_{yt} - h_{ct}}} \quad (95)$$

## Postopek reševanja

V šestih enačbah (72), (83), (94) in (95) nastopa šest neznank ( $n_{ct}$ ,  $n_{cb}$ ,  $a_{ct}$ ,  $a_{cb}$ ,  $\theta_t$ ,  $\theta_b$ ). Spet jih rešujemo iterativno.

Predpostavimo začetni debelini zunanjih slojev  $a_{ct}$ ,  $a_{cb}$ . Iz (94) in (95) izračunamo kota  $\theta_t$ ,  $\theta_b$ . Vnesemo ju v enačbo (83) in izračunamo  $n_{ct}$ ,  $n_{cb}$ . Nato iz (72) dobimo novi debelini  $a_{ct}$ ,  $a_{cb}$ . To ponavljamo, dokler ne dosežemo željene natančnosti.

Dobljene količine vstavimo v enačbi (85), (86) in izračunamo sili  $n_{sxt}$ ,  $n_{sxb}$ .

Enako kot v prejšnjih primerih določimo prereza armature v smeri  $x$  in preverimo, če betonski prerez zadošča.

### f) zgornja in spodnja armatura sta potrebni le v smeri $y$

Primer je analogen prejšnjemu. Tokrat potrebujemo armaturo zgoraj in spodaj le v smeri osi  $y$ . Enačbi za kota  $\theta_t$ ,  $\theta_b$  izpeljemo iz enačb (85) in (86), v katerih upoštevamo  $n_{sxt} = 0$  in  $n_{sxb} = 0$ .

$$\tan \theta_t = \frac{\frac{n_x h_{xb} - m_x}{h_{xb} - h_{cb}} - \frac{n_x h_{xt} + m_x}{h_{xt} + h_{cb}}}{\left( \frac{h_{xb} + h_{ct}}{h_{xb} - h_{cb}} - \frac{h_{xt} - h_{ct}}{h_{xt} + h_{cb}} \right) \frac{n_{xy} h_{cb} - m_{xy}}{h_c}} \quad (96)$$

$$\tan \theta_b = \frac{\frac{n_x h_{xb} - m_x}{h_{xb} + h_{ct}} - \frac{n_x h_{xt} + m_x}{h_{xt} - h_{ct}}}{\left( \frac{h_{xb} - h_{cb}}{h_{xb} + h_{ct}} - \frac{h_{xt} + h_{cb}}{h_{xt} - h_{ct}} \right) \frac{n_{xy} h_{ct} + m_{xy}}{h_c}} \quad (97)$$

Enačbe rešujemo enako kot v prejšnjem primeru.

### **g) zgornja armatura je potrebna le v smeri $x$ , spodnja le v smeri $y$**

V enačbah (86) in (87) upoštevamo  $n_{sxb} = 0$  in  $n_{syt} = 0$ . Za  $n_{ct}$ ,  $n_{cb}$  vstavimo izraza (83) in pridemo do enakih enačb kot v primerih 1) in 4). Če želimo iz enačb (90) in (93) izločiti eno od neznank  $\theta_t$ ,  $\theta_b$  in drugo izračunati direktno, pridemo do kvadratne enačbe. Zato jih rešimo iterativno.

### **Postopek reševanja**

V tem primeru imamo dve iteracijski zanki. V notranji določamo kota  $\theta_t$  in  $\theta_b$ , v zunanji pa sili  $n_{ct}$ ,  $n_{cb}$  in debelini zunanjih slojev  $a_{ct}$ ,  $a_{cb}$ .

Izberemo začetna približka  $a_{ct}$ ,  $a_{cb}$ . Predpostavimo vrednost kota  $\theta_b$ . Kot  $\theta_t$  izračunamo iz enačbe (90). Iz (93) izračunamo nov kot  $\theta_b$ . To ponavljamo, dokler kota ne konvergirata. Sedaj iz (83) in (72) izračunamo sili  $n_{ct}$ ,  $n_{cb}$  in novi debelini  $a_{ct}$ ,  $a_{cb}$ . Vrnemo se na začetek in spet rešujemo enačbi za  $\theta_t$ ,  $\theta_b$ . Ponavljamo, dokler tudi debelini  $a_{ct}$ ,  $a_{cb}$  ne konvergirata.

Rezultate vnesemo v enačbi (85), (88) in izračunamo sili  $n_{sxt}$ ,  $n_{syb}$ .

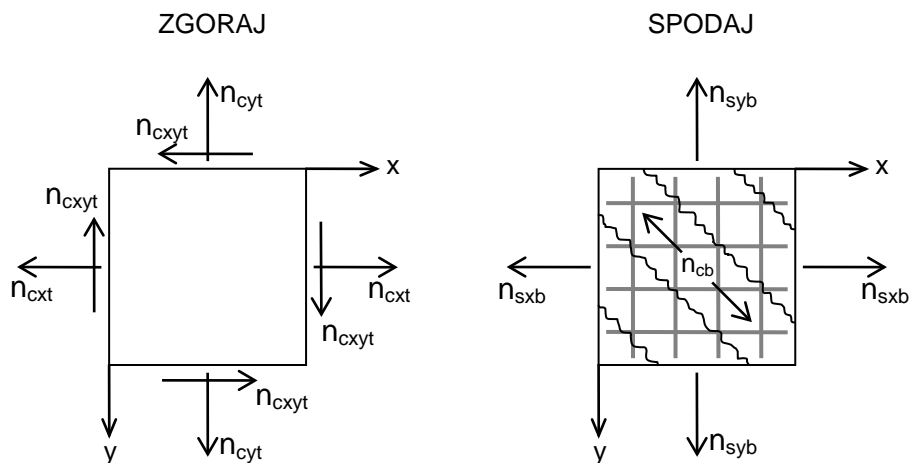
Iz (70) izračunamo prereza armature  $a_{sxt}$ ,  $a_{syb}$ . Prekontroliramo betonski prerez .

### **h) zgornja armatura je potrebna le v smeri $y$ , spodnja le v smeri $x$**

Primer je analogen zgornjemu. Kot v primerih 2) in 3) v enačbah (85) in (88) upoštevamo  $n_{sxt} = 0$  in  $n_{syb} = 0$ . Spet pridemo do enačb (91) in (92) za kota  $\theta_t$ ,  $\theta_b$ .

Reševanje poteka enako kot zgoraj.

#### 4.1.7 Armatura je potrebna samo v spodnjem sloju



Slika 20: Prezem obremenitve pri dvoosnem tlaku zgoraj: a) prispevek zgornjega, homogenega betonskega sloja, b) prispevek armature in razpokanega betona spodaj

##### 4.1.7.1 Mehanizem prevzema obtežbe

Kadar je zgornji sloj v obeh smereh tlačjen, se spremeni mehanizem prevzema obremenitve. Ker v sloju ni nobenih nategov, ne pride do nastanka razpok. Beton deluje kot homogen, izotropen material. Njegov prispevek k nosilnosti enostavno opišemo s komponentami  $n_{cxt}$ ,  $n_{cyt}$  in  $n_{cxyt}$ . Armature zgoraj ni.

Spodnji sloj se obnaša enako kot prej. Pod določenim kotom  $\theta_b$  se pojavijo razpoke. Preko betonskih diagonal se prenašajo tlaki, natege prevzamejo armaturne palice vzdolž osi  $x$  in  $y$ .

##### 4.1.7.2 Trdnost betona

Zaradi dvoosnega tlačnega napetostnega stanja lahko v zgornjem sloju upoštevamo večjo trdnost betona ( $Kf_{cd1}$ ). Odvisna je od razmerja glavnih napetosti v materialu. Pri tem je  $f_{ck}$  izražen v [MPa].

$$f_{cd1} = 0,85 \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] f_{cd} \quad (98)$$

$$K = \frac{1 + 3,65\alpha}{(1 + \alpha)^2} \quad \alpha = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \leq 1$$

V spodnjem sloju upoštevamo isto trdnost kot prej,  $f_{cd2}$  iz enačbe (89).

#### 4.1.7.3 Primerjava trdnosti betona z EC2

Za trdnost razpokanega betona Evrokod podaja isto vrednost, kot jo uporabljamo mi (poglavje 6.2.2 v EN 1992-1-1). Trdnosti betona v dvoosnem tlaku pa se pri nas in v standardu razlikujeta, zato naredimo primerjavo. Naša trdnost je povzeta po Lourençu in Figueirasu (1993). Avtorja sta jo vzela iz predpisa CEB-FIP (MC90). Označimo jo z  $f_{cd\_LF}$ , trdnost iz Evrokoda pa z  $f_{cd\_EC2}$ .

$$f_{cd\_LF} = 0,85 \cdot \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \cdot \frac{1 + 3,65\alpha}{(1 + \alpha)^2} \cdot f_{cd}$$

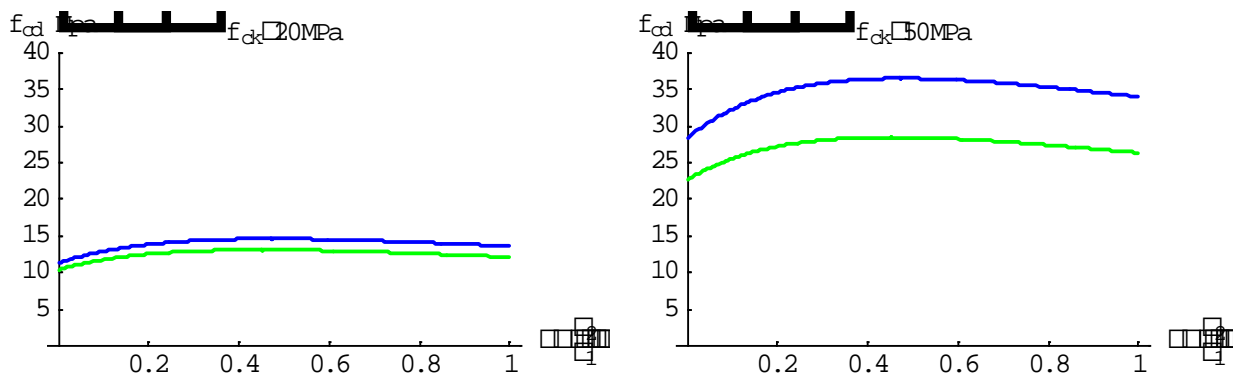
$$f_{cd\_EC2} = 0,85 \cdot \frac{1 + 3,80\alpha}{(1 + \alpha)^2} \cdot f_{cd}$$

Trdnosti sta odvisni od trdnostnega razreda betona in razmerja glavnih napetosti v betonu. Primerjamo ju za dva trdnostna razreda in za razmerje glavnih napetosti od 0 do 1.

V spodnjih grafikonih zelena črta predstavlja trdnost betona po naši enačbi, modra pa po enačbi iz Evrokoda. Vidimo, da pri betonih nizke trdnosti razlika ni zelo velika (grafikon 1a). Drugače je pri betonih visokega trdnostnega razreda, kjer se trdnosti že precej razlikujeta (grafikon 1b). V obeh primerih pa je trdnost, določena po EC2, večja od naše. V primerjavi s standardom smo na varni strani. Višje trdnosti, ki jo predvideva predpis, ne uporabimo zaradi skladnosti z metodo



Lourença in Figueirasa, ki se je v eksperimentih izkazala za primerno. Z uporabo višje trdnosti bi lahko preцениli varnost konstrukcije.



Grafikon 1: Primerjava trdnosti nerazpokanega betona po CEB-FIP in EC2:

a) beton nizke trdnosti, b) beton visoke trdnosti

#### 4.1.7.4 Sistem ravnotežnih in konstitutivnih enačb

V enačbah (77)-(82) upoštevamo prej naštete spremembe. Ker zgornje armature ni, so vsi njeni prispevki k nosilnosti enaki 0. Prispevke zgornje tlačne diagonale nadomestimo s prispevki betona kot homogenega sloja. Tako pridemo do novih ravnotežnih enačb.

$$n_x = n_{sxb} + n_{cxt} + n_{cb} \sin^2 \theta_b \quad (99)$$

$$n_y = n_{syb} + n_{cxt} + n_{cb} \cos^2 \theta_b \quad (100)$$

$$n_{xy} = n_{cxt} + n_{cb} \sin \theta_b \cos \theta_b \quad (101)$$

$$m_x = m_{sxb} + m_{cxt} + m_{cb} \sin^2 \theta_b \quad (102)$$

$$m_y = m_{syb} + m_{cxt} + m_{cb} \cos^2 \theta_b \quad (103)$$

$$m_{xy} = m_{cxt} + m_{cb} \sin \theta_b \cos \theta_b \quad (104)$$

Odpornostne momente zgornjega betonskega sloja dobimo tako, da komponente sil v sloju pomnožimo z ustrezno ročico. Ta je enaka, kot če je beton razpokan, saj za napetosti še vedno predpostavljamo konstanten potek po debelini sloja. Pazimo na predznak.

$$\begin{aligned}m_{ext} &= -n_{ext}h_{ct} \\m_{cxt} &= -n_{cxt}h_{ct} \\m_{cxt} &= -n_{cxt}h_{ct}\end{aligned}\quad (105)$$

Spremeni se tudi prva od konstitutivnih enačb (72). Namesto sile v tlačni diagonali  $n_{ct}$  v njej nastopa maksimalna tlačna sila v zgornjem sloju. Upoštevamo še trdnost dvoosno tlačnega betona, skladno z enačbo (98).

$$\begin{aligned}n_{ct1} &= -a_{ct}K_t f_{cd1} \\n_{cb} &= -a_{cb}f_{cd2}\end{aligned}\quad (106)$$

Z upoštevanjem vseh sprememb smo prišli do novega sistema enačb za primer tlačnega zgornjega sloja. Sestavljajo ga ravnotežne enačbe (99)-(104) in konstitutivni enačbi (106).

Pri reševanju sistema se kot neznank znebimo odpornostnih momentov betona in armature. V ravnotežnih enačbah (99)-(104) upoštevamo ustrezne izraze (71), (75) in (105). Tako nam od neznank ostanejo: tri sile v zgornjem sloju betona ( $n_{cxt}$ ,  $n_{cxt}$ ,  $n_{cxt}$ ), dve sili v armaturi ( $n_{sxb}$ ,  $n_{syb}$ ), sila v betonski tlačni diagonali spodaj ( $n_{cb}$ ) in kot, pod katerim nastanejo razpoke v spodnjem sloju ( $\theta_b$ ). Kot neodvisni neznanki obravnavamo tudi debelini zunanjih slojev ( $a_{ct}$ ,  $a_{cb}$ ), ki nastopata v ročicah sil v betonu.

Imamo devet neznank in osem enačb. Možnih je torej več rešitev. Išče tisto, ki zahteva najmanj armature. Zato kotu  $\theta_b$  pripišemo vrednost  $\pm 45^\circ$ . Predznak mora ustrezati obremenitvi za posamezen primer. Ostane nam osem enačb za osem neznank.

#### 4.1.7.5 Izpeljava enačb za iterativno reševanje

V enačbi (101), (104) za ravnotežje strižnih sil in torzijskih momentov vstavimo izraza (75) za  $m_{cb}$  in (105) za  $m_{cxyt}$ . Iz tega bomo izpeljali enačbi za strižno silo v zgornjem betonskem sloju  $n_{cxyt}$  in silo v spodnji tlačni diagonali  $n_{cb}$ .

$$n_{xy} = n_{cxyt} + n_{cb} \sin \theta_b \cos \theta_b$$

$$n_{xy} = -n_{cxyt} h_{ct} + n_{cb} h_{cb} \sin \theta_b \cos \theta_b$$

Prvo enačbo pomnožimo z  $(-h_{cb})$  oz. s  $(h_{ct})$  in enačbi seštejemo. Po krajšem urejanju dobimo izraz za  $n_{cxyt}$  oz.  $n_{cb}$ .

$$n_{cxyt} = \frac{n_{xy} h_{cb} - m_{xy}}{h_c} \quad (107)$$

$$n_{cb} = \frac{n_{xy} h_{ct} + m_{xy}}{h_c \sin \theta_b \cos \theta_b}$$

OPOMBA: Enačba za  $n_{cb}$  je enaka kot v primeru, ko imamo armaturo v obeh slojih (83).

Iz ravnotežnih enačb za smer  $x$  (99) in (102) bomo ob upoštevanju izrazov za (71) za  $m_{sxb}$ , (75) za  $m_{cb}$  in (105) za  $m_{cxt}$  izpeljali enačbi za sili  $n_{sxb}$  in  $n_{cxt}$ .

$$n_x = n_{sxb} + n_{cxt} + n_{cb} \sin^2 \theta_b$$

$$m_x = n_{sxb} h_{xb} - n_{cxt} h_{ct} + n_{cb} h_{cb} \sin^2 \theta_b$$

Zgornjo enačbo pomnožimo s  $(h_{ct})$  oz. z  $(-h_{xb})$ , da se pri seštevanju enačb znebimo neznanke  $n_{cxt}$  oz.  $n_{sxb}$ . Z urejanjem pridemo do naslednjih izrazov:

$$n_{cxt} = \frac{1}{h_{ct} + h_{xb}} \left[ n_x h_{xb} - m_x - n_{cb} (h_{xb} - h_{cb}) \sin^2 \theta_b \right] \quad (108)$$

$$n_{sxb} = \frac{1}{h_{ct} + h_{xb}} \left[ n_x h_{ct} + m_x - n_{cb} h_c \sin^2 \theta_b \right] \quad (109)$$

Na enak način iz enačb (100) in (103) za ravnotežje sil in momentov v smeri y izpeljemo izraza za  $n_{cyl}$ ,  $n_{syb}$ .

$$n_{cyl} = \frac{1}{h_{ct} + h_{yb}} \left[ n_y h_{yb} - m_y - n_{cb} (h_{yb} - h_{cb}) \cos^2 \theta_b \right] \quad (110)$$

$$n_{syb} = \frac{1}{h_{ct} + h_{yb}} \left[ n_y h_{ct} + m_y - n_{cb} h_c \cos^2 \theta_b \right] \quad (111)$$

Za uporabo enačb (107) in (98) potrebujemo še glavni sili v zgornjem sloju betona  $n_{ct1}$  in  $n_{ct2}$ . Izrazimo ju iz sil  $n_{cxt}$ ,  $n_{cyl}$  in  $n_{cxyt}$  s spodnjo enačbo. Sila  $n_{ct1}$  je po absolutni vrednosti večja od sile  $n_{ct2}$ .

$$n_{ct1,2} = \frac{n_{cxt} + n_{cyl}}{2} \mp \sqrt{\left( \frac{n_{cxt} - n_{cyl}}{2} \right)^2 + n_{cxyt}^2} \quad (112)$$

#### 4.1.7.6 Postopek reševanja

Kot v prejšnjih primerih, se tudi tu enačb lotimo z iterativnim reševanjem. Predpostavimo debelini zunanjih slojev  $a_{ct}$ ,  $a_{cb}$  in iz enačb (107) izračunamo sili  $n_{cxyt}$ ,  $n_{cb}$ . Iz enačb (108) in (110) izračunamo sili  $n_{cxt}$ ,  $n_{cyl}$ . Zdaj poznamo vse sile v zgornjem sloju betona in lahko iz (112) dobimo glavni sili. Uporabimo ju, da izračunamo trdnost nerazpokanega betona po enačbi (98). Iz enačb (106) dobimo novi debelini  $a_{ct}$ ,  $a_{cb}$ . To ponavljamo, dokler ne dosežemo željene natančnosti.

Uporabimo enačbi (109) in (111), da izračunamo sili v armaturi  $n_{sxb}$ ,  $n_{syb}$ .

#### 4.1.7.7 Določanje armature in kontrola betona

Potrebna prereza spodnje armature v smereh  $x$  in  $y$  dobimo iz ustreznih dveh od enačb (70).

Preverimo še betonski prerez. Vsota debelin  $a_{ct}$ ,  $a_{cb}$  mora biti manjša od debeline lupine  $h$ , sicer moramo prerez povečati.

#### 4.1.7.8 Posebna primera postavitve armature

V posebnih primerih obremenitve lahko za katero od sil v armaturi dobimo negativno vrednost, kar pomeni, da prenaša tlačno silo. Ker armature v tlaku ne rabimo, jo odstranimo. Zaradi tega se enačbe spremenijo.

##### a) armaturo potrebujemo samo spodaj v smeri $x$

Pri reševanju enačb za splošni primer tlaka v zgornjem sloju smo dobili za  $n_{syb}$  negativno vrednost. To pomeni, da armatura v smeri  $y$  ni potrebna. Sili  $n_{syb}$  priredimo vrednost 0. Spremeni se tudi kot, pod katerim se pojavijo razpoke  $\theta_b$ .

V enačbi (111) upoštevamo  $n_{syb} = 0$ .

$$n_{syb} = \frac{1}{h_{ct} + h_{yb}} \left[ n_y h_{ct} + m_y - n_{cb} h_c \cos^2 \theta_b \right] = 0$$

Za  $n_{cb}$  vstavimo izraz (107) in po ureditvi pridemo do enačbe za kot  $\theta_b$ .

$$\tan \theta_b = \frac{n_{xy} h_{ct} + m_{xy}}{n_y h_{ct} + m_y} \quad (113)$$

## Postopek reševanja

Predpostavimo debelini  $a_{ct}$ ,  $a_{cb}$ . Iz enačbe (113) izračunamo kot  $\theta_b$ . Iz (107) izračunamo  $n_{cxyt}$ ,  $n_{cb}$ . Ko iz enačb (108), (110) dobimo  $n_{cxt}$  in  $n_{cxt}$ , lahko iz (112) določimo glavne napetosti. Iz enačb (106) ob upoštevanju izrazov (89) in (98) izračunamo novi debelini zgornjega in spodnjega sloja. Postopek ponavljamo, dokler količine ne konvergirajo.

Iz enačbe (109) izračunamo silo v armaturi  $n_{sxb}$ .

Iz ustrezne od enačb (70) dobimo potreben prerez spodnje armature v smeri  $x$ . Preverimo, da vsota debelin zunanjih slojev ne presega debeline lupine.

### b) armaturo potrebujemo samo spodaj v smeri $y$

V enačbi (109) upoštevamo  $n_{sxb} = 0$ , za  $n_{cb}$  vstavimo izraz (107) in izpeljemo izraz za  $\theta_b$ .

$$\tan \theta_b = \frac{n_x h_{ct} + m_x}{n_{xy} h_{ct} + m_{xy}} \quad (114)$$

Postopek reševanja je enak kot zgoraj.

## 4.1.8 Armatura je potrebna samo v zgornjem sloju

Izpeljave enačb in postopki reševanja so enaki kot v poglavju 4.1.7, ko je armatura potrebna samo v spodnjem sloju. Spremenijo se le nekateri indeksi in predznaki v enačbah.

### 4.1.8.1 Sistem ravnotežnih in konstitutivnih enačb

Ravnotežne enačbe se za primer tlačnega spodnjega sloja glasijo:

$$n_x = n_{sxt} + n_{cxb} + n_{ct} \sin^2 \theta_t \quad (115)$$

$$n_y = n_{syt} + n_{cyb} + n_{ct} \cos^2 \theta_t \quad (116)$$

$$n_{xy} = n_{cxyb} + n_{ct} \sin \theta_t \cos \theta_t \quad (117)$$

$$m_x = m_{sxt} + m_{cxb} + m_{ct} \sin^2 \theta_t \quad (118)$$

$$m_y = m_{syt} + m_{cyb} + m_{ct} \cos^2 \theta_t \quad (119)$$

$$m_{xy} = m_{cxyb} + m_{ct} \sin \theta_t \cos \theta_t \quad (120)$$

Odpornostni momenti spodnjega betonskega sloja so določeni z izrazi:

$$\begin{aligned} m_{cxb} &= n_{cxb} h_{cb} \\ m_{cyb} &= n_{cyb} h_{cb} \\ m_{cxyb} &= n_{cxyb} h_{cb} \end{aligned} \quad (121)$$

Povečano trdnost betona zaradi dvoosnega napetostnega stanja upoštevamo v spodnjem sloju.

$$\begin{aligned} n_{ct} &= -a_{ct} f_{cd2} \\ n_{cb1} &= -a_{cb} K_b f_{cd1} \end{aligned} \quad (122)$$

Za silo v zgornji tlačni diagonali  $n_{ct}$  in strižno silo v spodnjem homogenem betonskem sloju  $n_{cxyb}$  dobimo izraza:

$$\begin{aligned} n_{ct} &= \frac{n_{xy} h_{cb} - m_{xy}}{h_c \sin \theta_t \cos \theta_t} \\ n_{cxyb} &= \frac{n_{xy} h_{ct} + m_{xy}}{h_c} \end{aligned} \quad (123)$$

#### 4.1.8.2 Enačbe za iterativno reševanje

Iz ravnotežnih enačb za smer  $x$  izpeljemo izraza za  $n_{sxt}$  in  $n_{cxb}$ , iz ravnotežnih enačb za smer  $y$  pa izraza za  $n_{syt}$  in  $n_{cyb}$ .

$$n_{sxt} = \frac{1}{h_{cb} + h_{xt}} [n_x h_{cb} - m_x - n_{ct} h_c \sin^2 \theta_t] \quad (124)$$

$$n_{cxb} = \frac{1}{h_{cb} + h_{xt}} [n_x h_{xt} + m_x - n_{ct} (h_{xt} - h_{ct}) \sin^2 \theta_t] \quad (125)$$

$$n_{syt} = \frac{1}{h_{cb} + h_{yt}} [n_y h_{cb} - m_y - n_{ct} h_c \cos^2 \theta_t] \quad (126)$$

$$n_{cyb} = \frac{1}{h_{cb} + h_{yt}} [n_y h_{yt} + m_y - n_{ct} (h_{yt} - h_{ct}) \cos^2 \theta_t] \quad (127)$$

#### 4.1.8.3 Posebna primera postavitve armature

Eanko kot prej imamo dva posebna primera, ko je armatura potrebna le v eni smeri.

##### a) armaturo potrebujemo samo zgoraj v smeri $x$

Za kot  $\theta_t$  dobimo enačbo:

$$\tan \theta_t = \frac{n_{xy} h_{cb} - m_{xy}}{n_y h_{cb} - m_y} \quad (128)$$



**b) armaturo potrebujemo samo zgoraj v smeri y**

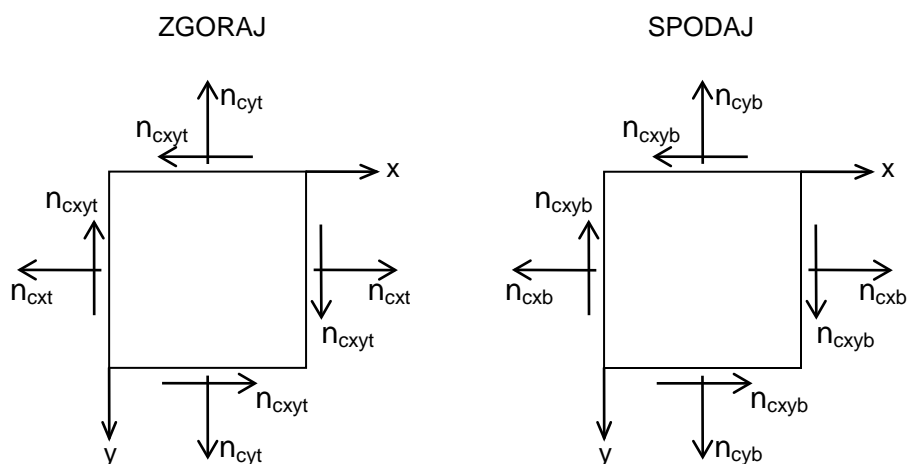
Za kot  $\theta_t$  izpeljemo izraz:

$$\tan \theta_t = \frac{n_x h_{cb} - m_x}{n_{xy} h_{cb} - m_{xy}} \quad (129)$$

Vse enačbe rešujemo na enak način kot v primeru armature spodaj.

**4.1.9 Armatura ni potrebna**

Do takega primera pride, ko je cel ploskovni element v tlaku. Zgornji in spodnji sloj lupine sta v obeh smereh  $x, y$  tlačena. Če uporabimo za določitev sil v armaturi katerega od zgornjih kompletov enačb, dobimo za vse od nič različne sile negativne vrednosti. Armature ne potrebujemo nikjer.



Slika 21: Prezem obremenitve pri dvoosnem tlaku cele lupine: a) prispevek nerazpokanega, homogenega zgornjega sloja, b) prispevek nerazpokanega, homogenega spodnjega sloja

#### 4.1.9.1 Mehanizem prevzema obtežbe

Kot v primeru enega tlačnega sloja, se tudi tu spremeni mehanizem prevzema sil. Ves betonski prerez je nerazpokan. Obnaša se homogeno in izotropno. Prispevek zgornjega oz. spodnjega sloja k nosilnosti opišemo s komponentami  $n_{cxt}$ ,  $n_{cxt}$ ,  $n_{cxt}$  OZ.  $n_{cxb}$ ,  $n_{cxb}$ ,  $n_{cxb}$ .

#### 4.1.9.2 Trdnost betona

Povečano trdnost betona zaradi dvoosnega tlačnega napetostnega stanja uporabimo v obeh slojih. Koeficient povečanja moramo določiti za vsak sloj posebej, saj je odvisen od dejanskih napetosti v posameznem sloju.

$$K_i = \frac{1 + 3,65\alpha_i}{(1 + \alpha_i)^2} \quad \alpha_i = \frac{\sigma_{2i}}{\sigma_{1i}} \quad i = t, b \quad (130)$$

#### 4.1.9.3 Sistem ravnotežnih in konstitutivnih enačb

V splošnih enačbah (77)-(82) črtamo vse prispevke armature, prispevke tlačnih diagonal pa nadomestimo s prispevki homogenih betonskih slojev. Ravnotežne enačbe dobijo dosti enostavnejšo obliko.

$$n_x = n_{cxt} + n_{cxb} \quad (131)$$

$$n_y = n_{cxt} + n_{cxb} \quad (132)$$

$$n_{xy} = n_{cxt} + n_{cxb} \quad (133)$$

$$m_x = m_{cxt} + m_{cxb} \quad (134)$$

$$m_y = m_{cxt} + m_{cxb} \quad (135)$$

$$m_{xy} = m_{cxt} + m_{cxb} \quad (136)$$

Za odpornostne momente sil v betonu veljajo iste enačbe kot v primerih tlaka v enem sloju (105) in (121).

$$\begin{aligned} m_{cxt} &= -n_{cxt} h_{ct} & m_{cxb} &= n_{cxb} h_{cb} \\ m_{cxt} &= -n_{cxt} h_{ct} & m_{cyb} &= n_{cyb} h_{cb} \\ m_{cxyt} &= -n_{cxyt} h_{ct} & m_{cxyb} &= n_{cxyb} h_{cb} \end{aligned}$$

V obeh konstitutivnih enačbah (72) silo v tlačni diagonali nadomestimo z največjo tlačno silo v sloju. Določimo jo po enačbi (112). Uporabimo trdnost nerazpokanega betona iz enačbe (98), kjer uporabimo faktorja  $K_i$  iz enačbe (130).

$$\begin{aligned} n_{ct1} &= -a_t K_t f_{cd1} \\ n_{cb1} &= -a_b K_b f_{cd1} \end{aligned} \quad (137)$$

Prišli smo do novega sistema osmih enačb, ki ga sestavljajo ravnotežne enačbe (131)-(136) in konstitutivni enačbi (137). V njih nastopajo naslednje neznanke: šest sil v betonu ( $n_{cxt}$ ,  $n_{cxt}$ ,  $n_{cxyt}$ ,  $n_{cxb}$ ,  $n_{cyb}$ ,  $n_{cxyb}$ ) in debelini zunanjih betonskih slojev ( $a_{ct}$ ,  $a_{cb}$ ).

Imamo torej osem enačb z osmimi neznankami. Rešitev je enolična. Zaradi nelinearnosti enačb jih tudi v tem primeru rešujemo iterativno.

#### 4.1.9.4 Izpeljava enačb za iterativno reševanje

Iz enačb za ravnotežje strižnih sil (133) in torzijskih momentov (136) izpeljemo izraza za strižni sili v zgornjem in spodnjem sloju.

Enačbo (133) pomnožimo z  $(-h_{cb})$  oz. z  $(-h_{ct})$  in jo prištejemo enačbi (136). Po krajšem urejanju pridemo do iskanih izrazov.

$$\begin{aligned}n_{cxyt} &= \frac{1}{h_c} [n_{xy} h_{cb} - m_{xy}] \\n_{cxyb} &= \frac{1}{h_c} [n_{xy} h_{ct} + m_{xy}]\end{aligned}\quad (138)$$

Ravnotežne enačbe za smeri  $x$  in  $y$  imajo popolnoma enako obliko, zato z izpeljavo izrazov za sile v betonu v obeh smereh nimamo težav.

$$\begin{aligned}n_{cxt} &= \frac{1}{h_c} [n_x h_{cb} - m_x] \\n_{cxb} &= \frac{1}{h_c} [n_x h_{ct} + m_x]\end{aligned}\quad (139)$$

$$\begin{aligned}n_{cyt} &= \frac{1}{h_c} [n_y h_{cb} - m_y] \\n_{cyb} &= \frac{1}{h_c} [n_y h_{ct} + m_y]\end{aligned}\quad (140)$$

#### 4.1.9.5 Postopek reševanja

Ker armature ni, moramo preveriti le nosilnost betonskega prereza. Za to moramo določiti debelini zunanjih slojev lupine ( $a_{ct}$ ,  $a_{cb}$ ).

Izberemo začetna približka debelin  $a_{ct}$ ,  $a_{cb}$ . Iz izrazov (138)-(140) izračunamo osne in strižne sile v obeh betonskih slojih. Za vsak sloj posebej določimo glavne napetosti, skladno z enačbo (112). S pomočjo enačb (130) določimo koeficienta povečanja nosilnosti betona in iz (137) izračunamo novi debelini slojev. Postopek ponavljamo, dokler ne dosežemo željene natančnosti.

Preverimo betonski prerez. Vsota debelin zunanjih betonskih slojev ne sme presegati debeline lupine.

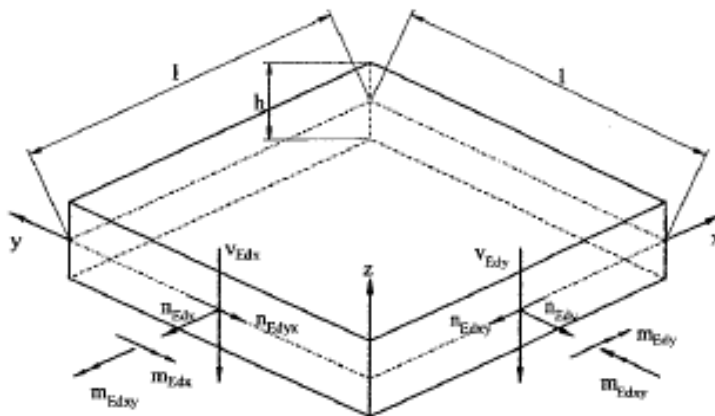
$$a_{ct} + a_{cb} < h$$

## 4.2 Dimenzioniranje lupin po standardu Evrokod 2

Evrokod 2 opisuje postopek dimenzioniranja lupin v delu EN 1992-2 (betonski mostovi) v informativnem aneksu LL. Postopek je drugačen kot naš iz poglavja 4.1. Glavna razlika je v tem, da lupine ne obravnava kot celoto, ampak jo razdeli na tri sloje. Za vsakega od njih določi pripadajočo obtežbo in jih dimenzionira ločeno. Zaradi tega ne more upoštevati različnih ročic armature in betona.

### 4.2.1 Obremenitev lupine

Lupina je obremenjena z osmimi komponentami notranjih sil. Poleg treh membranskih  $n_x$ ,  $n_y$ ,  $n_{xy}$  in treh upogibnih  $m_x$ ,  $m_y$ ,  $m_{xy}$  sta upoštevani še prečni strižni sili  $v_x$  in  $v_y$ . Mi smo ju izpustili, ker se dimenzioniranje na prečni strig izvaja ločeno in ga nismo obravnavali.



Obremenitev lupine (EN 1992-2, aneks LL, str. 66)

### 4.2.2 Kontrola razpokanosti prereza

Najprej moramo preveriti, če beton zaradi obremenitve razpoka. V ta namen je treba preveriti glavne napetosti po celem elementu. V praksi Evrokod predvideva kontrolo s spodnjo neenačbo. Če ji je zadoščeno, lahko element obravnavamo kot nerazpokan.

$$\Phi = \alpha \frac{J_2}{f_{cm}^2} + \lambda \frac{\sqrt{J_2}}{f_{cm}} + \beta \frac{I_1}{f_{cm}} - 1 \leq 0$$

Količine v neenačbi so določene z izrazi:

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

$$J_3 = (\sigma_1 - \sigma_m)(\sigma_2 - \sigma_m)(\sigma_3 - \sigma_m)$$

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

$$\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$$

$$\alpha = \frac{1}{9k^{1.4}}$$

$$\lambda = c_1 \cos \left[ \frac{1}{3} \arccos(c_2 \cos 3\theta) \right] \quad \text{za} \quad \cos 3\theta \geq 0$$

$$\lambda = c_1 \cos \left[ \frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \arccos(-c_2 \cos 3\theta) \right] \quad \text{za} \quad \cos 3\theta < 0$$

$$\beta = \frac{1}{3,7k^{1.1}}$$

$$\cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}}$$

---

$$c_1 = \frac{1}{0,7k^{0,9}}$$

$$c_2 = 1 - 6,8(k - 0,07)^2$$

$$k = \frac{f_{cm}}{f_{ctm}}$$

### 4.2.3 Mehanizem prevzema obtežbe

Če je element nerazpokan, se beton obnaša kot homogen, izotropen material. V tem primeru moramo le še preveriti glavne napetosti, ki morajo biti manjše od trdnosti betona  $f_{cd}$ . Upoštevati velja povečanje trdnosti v primeru večosnega tlaka v betonu.

Če element razpoka, ga razdelimo na tri sloje. Zunanja sloja z armaturo prevzameta membransko in upogibno obremenitev  $n_x, n_y, n_{xy}, m_x, m_y, m_{xy}$ , srednji sloj pa prečni strižni sili  $v_x, v_y$ . Vsak sloj obravnavamo posebej, zunanja kot steni, srednjega pa v glavni smeri kot nosilec.

### 4.2.4 Dimenzioniranje na prečno strižno obremenitev

Srednji sloj je obremenjen s prečnima strižnima silama  $v_x$  in  $v_y$ . Dimenzioniramo ga na glavno (največjo) strižno silo v sloju. Njeno velikost in smer dobimo po spodnjih enačbah.

$$v_{Ed0} = \sqrt{v_{Edx}^2 + v_{Edy}^2}$$

$$\tan \varphi_0 = \frac{v_{Edy}}{v_{Edx}}$$

V smeri glavnega striga se lupina obnaša kot upogibni nosilec, zato zanjo veljajo ista pravila. Za elemente brez strižne armature uporabimo enačbe iz točke 6.2.2, za elemente, ki jo potrebujejo, pa enačbe iz točke 6.2.3 istega predpisa.

#### a) strižna armatura ni potrebna

Zagotoviti moramo, da je strižna odpornost betona dovolj velika za prevzem celotne strižne sile. Določena je z enačbo:

$$V_{Rd.c} = [C_{Rd.c} k (100 \rho_1 f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d$$

z minimalno vrednostjo:

$$V_{Rd.c} = [v_{\min} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d$$

Odstotek armiranja  $\rho_1$  določimo iz deležev armature v smereh  $x$  in  $y$ . Izrazi za ostale koeficiente v enačbah so podani.

$$\rho_1 = \rho_x \cos^2 \varphi_0 + \rho_y \sin^2 \varphi_0$$

#### b) strižna armatura je potrebna

Kjer beton ne more sam prevzeti striga, potrebujemo strižno armaturo. Strižna odpornost prereza je določena kot manjša od vrednosti  $V_{Rd.s}$  in  $V_{Rd.max}$ . Prva pomeni strižno odpornost armature, druga pa strižno odpornost prereza glede na porušitev tlačnih diagonal.

$$V_{Rd.s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot \theta$$

$$V_{Rd.max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} / (\cot \theta + \tan \theta)$$



Za prevzem striga s pomočjo armature je predpostavljen mehanizem paličja. Zaradi tega moramo v primeru uporabljene strižne armature povečati tudi silo v vzdolžni armaturi. Prirastke določimo po spodnjih enačbah.

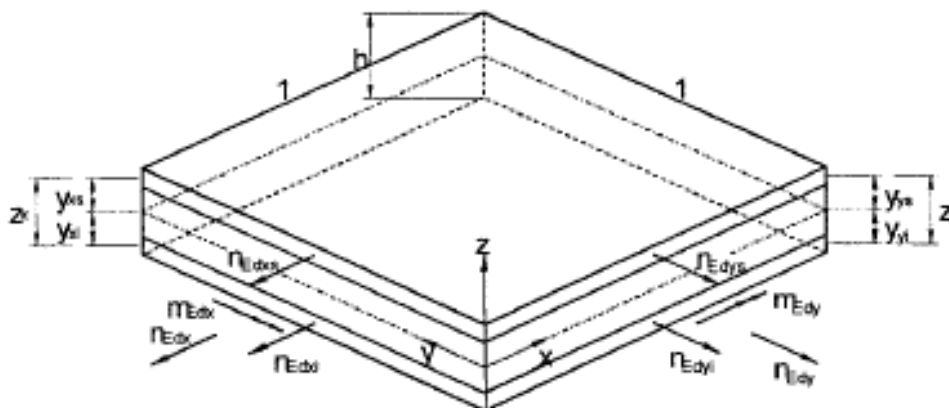
$$\begin{aligned}
 n_{Edxc} &= \frac{v_{Edx}^2}{v_{Ed0}} \cot \theta & n_{Edxyc} &= \frac{v_{Edx} v_{Edy}}{v_{Ed0}} \cot \theta \\
 n_{Edyc} &= \frac{v_{Edy}^2}{v_{Ed0}} \cot \theta & n_{Edyxc} &= n_{Edxyc} = \frac{v_{Edx} v_{Edy}}{v_{Ed0}} \cot \theta
 \end{aligned} \tag{141}$$

OPOMBA: Kot  $\theta$  v zgornjih enačbah označuje vertikalni naklon tlačnih diagonal v strigu.

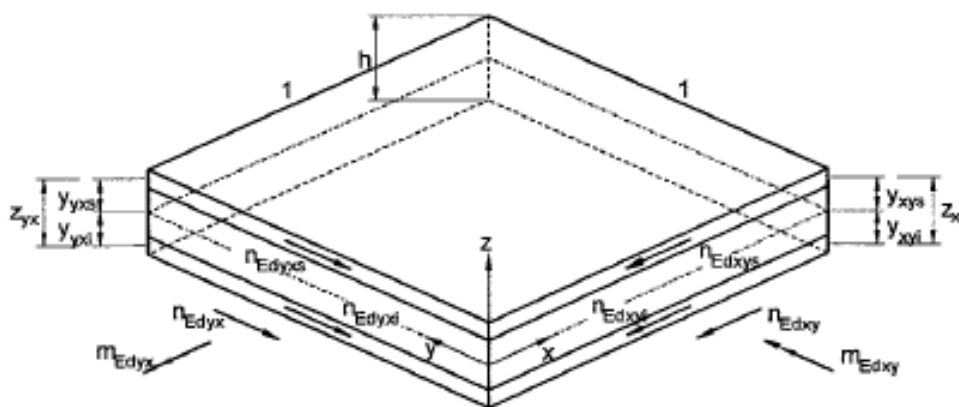
#### 4.2.5 Dimenzioniranje na membranske in upogibne sile

Membransko in upogibno obremenitev razdelimo med zunanja sloja. Pri tem upoštevamo ustrezne ročice sil v armaturi in betonu. Predpis predvideva v splošnem različne ročice notranjih sil glede na os, v kateri deluje obremenitev, pa tudi glede vrste obremenitve. Pri slednjem loči na eni strani upogibni moment in osno silo, na drugi pa torzijski moment in strižno silo. Enačbe za sile v zunanjih slojih so take:

$$\begin{aligned}
 n_{Edxs} &= n_{Edx} \frac{z_x - y_{xs}}{z_x} + \frac{m_{Edx}}{z_x} & n_{Edyxs} &= n_{Edyx} \frac{z_{yx} - y_{yxs}}{z_{yx}} + \frac{m_{Edyx}}{z_{yx}} \\
 n_{Edxi} &= n_{Edx} \frac{z_x - y_{xi}}{z_x} - \frac{m_{Edx}}{z_x} & n_{Edyxi} &= n_{Edyx} \frac{z_{yx} - y_{yxi}}{z_{yx}} - \frac{m_{Edyx}}{z_{yx}} \\
 n_{Edys} &= n_{Edy} \frac{z_y - y_{ys}}{z_y} + \frac{m_{Edy}}{z_y} & n_{Edxys} &= n_{Edxy} \frac{z_{xy} - y_{xys}}{z_{xy}} + \frac{m_{Edxy}}{z_{xy}} \\
 n_{Edyi} &= n_{Edy} \frac{z_y - y_{yi}}{z_y} - \frac{m_{Edy}}{z_y} & n_{Edxyi} &= n_{Edxy} \frac{z_{xy} - y_{xyi}}{z_{xy}} - \frac{m_{Edxy}}{z_{xy}}
 \end{aligned} \tag{142}$$



Osne sile, upogibni momenti in ustrezne ročice (EN 1992-2, aneks LL, str. 69)



Strižne sile, torzijski momenti in ustrezne ročice (EN 1992-2, aneks LL, str. 69)

Ročice notranjih sil glede na srednjo ravnino so označene z  $y$ . Indeksa  $s$  in  $i$  pomenita zgornji in spodnji sloj. Vsote ročic zgornjega in spodnjega sloja so označene z  $z$ .

$$\begin{aligned} z_x &= y_{xs} + y_{xi} & z_{xy} &= y_{xys} + y_{xyi} \\ z_y &= y_{ys} + y_{yi} & z_{yx} &= y_{yxs} + y_{yxi} \end{aligned}$$

Predpis dovoljuje poenostavljen pristop. Predpostavimo enake ročice v smereh  $x$  in  $y$ . Namesto indeksov  $x$  in  $y$  uporabimo indeks  $n$ , ki predstavlja normalne napetosti, namesto indeksov  $xy$  in  $yx$  pa indeks  $t$ , ki predstavlja strižne napetosti.

$$\begin{aligned}
y_{xs} &= y_{ys} = y_{ns} \\
y_{xi} &= y_{yi} = y_{ni} & z_x &= z_y = z_n = y_{ns} + y_{ni} \\
y_{xys} &= y_{yxs} = y_{ts} & z_{xy} &= z_{yx} = z_t = y_{ts} + y_{ti} \\
y_{xyi} &= y_{yxi} = y_{ti}
\end{aligned}$$

Nadalje lahko zanemarimo razliko med ročicami normalnih in strižnih sil ob predpostavki, da je debelina zunanjih slojev enaka dvakratni debelini krovnega sloja. To pomeni, da je armatura na sredi zunanjšega sloja.

$$\begin{aligned}
y_{ns} &= y_{ts} = y_s & z_n &= z_t = z \\
y_{ni} &= y_{ti} = y_i
\end{aligned} \quad (143)$$

Če upoštevamo zgornje poenostavitve, lahko na novo napišemo enačbe za sile v zgornjem in spodnjem sloju. Ker je  $n_{Edxy} = n_{Edyx}$ , sta po dve enačbi za strižne sile enaki in ju izpustimo. EC2 loči dva primera glede na prisotnost strižne armature.

#### a) strižna armatura ni potrebna

Če strižne armature ni, v enačbah za sile v zunanjih slojih (142) samo upoštevamo poenostavljene ročice sil (143).

$$\begin{aligned}
n_{Edxs} &= n_{Edx} \frac{z - y_s}{z} + \frac{m_{Edx}}{z} \\
n_{Edxi} &= n_{Edx} \frac{z - y_i}{z} - \frac{m_{Edx}}{z} & n_{Edxys} &= n_{Edxy} \frac{z - y_s}{z} + \frac{m_{Edxy}}{z} \\
n_{Edys} &= n_{Edy} \frac{z - y_s}{z} + \frac{m_{Edy}}{z} & n_{Edxyi} &= n_{Edxy} \frac{z - y_i}{z} - \frac{m_{Edxy}}{z} \\
n_{Edyi} &= n_{Edy} \frac{z - y_i}{z} - \frac{m_{Edy}}{z}
\end{aligned} \quad (144)$$

## b) strižna armatura je potrebna

Če je strižna armatura prisotna, moramo sile v zunanjih slojih (144) povečati za prirastke (141). Razdelimo jih pol na zgornjo in pol na spodnjo vzdolžno armaturo.

$$n_{Edxs} = n_{Edx} \frac{z - y_s}{z} + \frac{m_{Edx}}{z} + \frac{1}{2} \frac{v_{Edx}^2}{v_{Ed0}} \cot \theta$$

$$n_{Edxi} = n_{Edx} \frac{z - y_i}{z} - \frac{m_{Edx}}{z} + \frac{1}{2} \frac{v_{Edx}^2}{v_{Ed0}} \cot \theta$$

$$n_{Edys} = n_{Edy} \frac{z - y_s}{z} + \frac{m_{Edy}}{z} + \frac{1}{2} \frac{v_{Edy}^2}{v_{Ed0}} \cot \theta$$

$$n_{Edyi} = n_{Edy} \frac{z - y_i}{z} - \frac{m_{Edy}}{z} + \frac{1}{2} \frac{v_{Edy}^2}{v_{Ed0}} \cot \theta$$

$$n_{Edxys} = n_{Edxy} \frac{z - y_s}{z} + \frac{m_{Edxy}}{z} + \frac{1}{2} \frac{v_{Edx} v_{Edy}}{v_{Ed0}} \cot \theta$$

$$n_{Edxyi} = n_{Edxy} \frac{z - y_i}{z} - \frac{m_{Edxy}}{z} + \frac{1}{2} \frac{v_{Edx} v_{Edy}}{v_{Ed0}} \cot \theta$$

### 4.2.6 Iterativno določanje debelin zunanjih slojev

Ko določimo membranske sile v zunanjih slojih, posamezen sloj dimenzioniramo kot steno po pravilih iz aneksa F tega standarda. Ta je opisan v poglavju 2.2. Če se kontrola ne izide, Evrokod predvideva tri možne korake:

- Povečamo krovni sloj betona. Ob nespremenjeni debelini lupine to pomeni, da armaturo premaknemo bliže k sredini. Zmanjšajo se ročice sil v zunanjih slojih.
- Uporabimo različne ročice za normalne in strižne sile ( $z_n > z_r$ ). Napetosti v betonu potem seštejemo vektorsko.
- Povečamo debelino zunanjih slojev, da zadostimo kontroli napetosti v betonu, položaja armature pa ne spremenimo. Zaradi tega je slednja v slojih ekscentrična. Pojavita se dva

notranja upogibna momenta, ki ju je treba uravnotežiti. Sile v armaturi določimo po novih enačbah.

$$n_{Eds}^* = \left[ n_{Eds} \left( h - \frac{t_s}{2} - b'_i \right) + n_{Edi} \left( \frac{t_i}{2} - b'_i \right) \right] / (h - 2b'_i)$$

$$n_{Edi}^* = n_{Eds} + n_{Edi} - n_{Eds}^*$$

Tu sta  $t_s$  in  $t_i$  debelini zgornjega in spodnjega sloja,  $b'_i$  pa oddaljenost armature od zunanjih robov lupine.

Notranji sloj je treba preveriti za dodatno strižno silo, ki ustreza novi razdalji za prenos striga med slojema armature.

## 4.3 Primeri

### 4.3.1 Primerjava različnih programov za določanje armature

V tem poglavju bomo med seboj primerjali nekaj različnih programov. Poleg izvirnega programa Lourença in Figueirasa ter naše predelane verzije imamo na voljo še rezultate Guptovega algoritma in Minovega programa. Ogleдали si bomo tri primere.

Prva dva primera sta opisana v članku Lourença in Figueirasa (1993). Oba obravnavata lupino debeline 20 cm. Vse ročice sil v armaturi so dolžine 8 cm. Uporabljena sta beton C20 in armatura S400. Računska tlačna trdnost betona znaša 13,3 MPa, meja tečenja jekla pa 348 MPa. Edina razlika je v obremenitvi. V prvem primeru sta upogibna momenta  $m_x$  in  $m_y$  nasprotnega predznaka, zaradi česar je armatura potrebna v obeh zunanjih slojih, v drugem pa sta oba momenta pozitivna, zato armaturo potrebujemo le v spodnjem sloju.

$$n_x = -200 \text{ kN/m} \qquad m_x = \pm 60 \text{ kNm/m}$$

$$\begin{aligned}n_y &= 300 \text{ kN/m} & m_y &= 40 \text{ kNm/m} \\n_{xy} &= 75 \text{ kN/m} & m_{xy} &= -20 \text{ kNm/m}\end{aligned}$$

Primeri rešimo z izvirno in našo verzijo programa. S primerjavo rezultatov v tabeli 1 ugotovimo, da med njima ni bistvenih razlik. Naš program da za prvi primer malenkostno boljše rezultate. Vzrok je v tem, da sta avtorja izvirnega programa skrajšala postopek reševanja in zanemarila posebne primere, v katerih je armatura v posameznem sloju potrebna le v eni smeri. Za drugi primer sta rezultata obeh programov popolnoma enaka.

Tretji primer je obravnaval že Gupta (1986). Gre za lupino debeline 25,4 cm (10 in.). Vse ročice sil v armaturi so enake 10,16 cm (4 in.). Meja elastičnosti jekla znaša 413,8 MPa (60000 psi), dopustne tlačne napetosti v betonu pa 6,9 MPa (1000 psi). V programu moramo za  $f_{cd}$  podati ustrezno vrednost, da dobimo po enačbi (89) za trdnost razpokanega betona dopustno napetost. Obremenitev je taka:

$$\begin{aligned}n_x &= -2000 \text{ lb/in.} = -350,4 \text{ kN/m} & m_x &= -13500 \text{ lb}\cdot\text{in./in.} = -60,1 \text{ kNm/m} \\n_y &= 1700 \text{ lb/in.} = 297,8 \text{ kN/m} & m_y &= 2700 \text{ lb}\cdot\text{in./in.} = 12,0 \text{ kNm/m} \\n_{xy} &= 1000 \text{ lb/in.} = 175,2 \text{ kN/m} & m_{xy} &= 200 \text{ lb}\cdot\text{in./in.} = 0,9 \text{ kNm/m}\end{aligned}$$

Gupta je v svojem članku opisal algoritem za reševanje in izvedel nekaj iteracij, v katerih se zelo približa končnemu rezultatu. Min (2003) je svoj program za določanje armature v ploščah nadgradil z možnostjo upoštevanja minimalne armature. Primer reši na dva načina. Enkrat za minimalno vrednost sile v armaturi vzame vrednost nič, drugič pa 13,1 kN/m (75 lb/in.).

Rezultati so predstavljeni v tabeli 1. Vidimo, da tudi tu ni bistvenih razlik med rešitvami različnih avtorjev, saj temeljijo na isti teoriji. Rezultata našega programa in Guptovega algoritma sta praktično enaka. Tudi Minov primer brez minimalne armature se skoraj ne razlikuje od rešitve portugalskega para. Najbolj seveda odstopa primer z določeno minimalno armaturo, vendar so razlike še vedno majhne.

Preglednica 1: Medsebojna primerjava programov za dimenzioniranje armature v lupinah

Primer	Količine	Naš program	Lourenço Figueiras	Gupta	Min	
					$n_{min}=0$	$n_{min}=75 \text{ lb/in.}$
Lourenço - Figueiras upogibna momenta sta različnega predznaka	$a_{sxt}$ [cm <sup>2</sup> /m]	14,53	15,14			
	$a_{syt}$ [cm <sup>2</sup> /m]	2,18	2,27			
	$a_{sxb}$ [cm <sup>2</sup> /m]	0	1,00			
	$a_{syb}$ [cm <sup>2</sup> /m]	12,15	12,14			
	$\theta_t$ [°]	45	45			
	$\theta_b$ [°]	78,89	79,56			
Lourenço - Figueiras upogibna momenta sta enakega predznaka	$a_{sxt}$ [cm <sup>2</sup> /m]	0	0			
	$a_{syt}$ [cm <sup>2</sup> /m]	0	0			
	$a_{sxb}$ [cm <sup>2</sup> /m]	10,85	10,85			
	$a_{syb}$ [cm <sup>2</sup> /m]	14,19	14,19			
	$\theta_t$ [°]	/	/			
	$\theta_b$ [°]	45	45			
Gupta	$a_{sxt}$ [cm <sup>2</sup> /m]	5,55	5,70	5,54	5,69	5,80
	$a_{syt}$ [cm <sup>2</sup> /m]	4,05	4,03	4,06	4,03	4,01
	$a_{sxb}$ [cm <sup>2</sup> /m]	0	0,52	0	0,53	0,86
	$a_{syb}$ [cm <sup>2</sup> /m]	5,38	5,36	5,39	5,36	5,35
	$\theta_t$ [°]	45	45	45	45	45
	$\theta_b$ [°]	78,46	78,95	78,52	78,95	79,24

#### 4.3.2 Primerjava programov z rezultati eksperimentov

Teoretično rešitev je treba preveriti tudi eksperimentalno. Pri preizkusu se betonski element z znano geometrijo in razporeditvijo armature obremenjuje z izbranim tipom obtežbe do porušitve. Porušna obremenitev je izhodišče za teoretično določanje potrebne armature. Če se izračunana količina armature sklada z dejansko, je predlagana rešitev ustrezna.

Na področju lupin je eksperimente izvajalo kar nekaj avtorjev. Marti, Leesti in Khalifa (1987) so preizkušali devet različno armiranih elementov, podvrženih čistemu torzijskemu momentu. Ogledali si bomo vzorca ML7 in ML9. Oba sta imela debelino 20 cm. Prvi je bil zgoraj in spodaj v smereh obeh koordinatnih osi armiran z armaturo  $5 \text{ cm}^2/\text{m}$ . Ročice sil v armaturi so znašale v smeri osi  $x$  8,4 cm, v smeri osi  $y$  pa 7,3 cm. Meja tečenja jekla je bila 479 MPa. Drugi je bil štirikrat bolj armiran, torej v vsakem sloju v vsaki smeri  $20 \text{ cm}^2/\text{m}$ . Ročice sil v armaturi so znašale v smeri osi  $x$  8,2 cm in v smeri osi  $y$  6,6 cm. Meja elastičnosti jekla je bila 412 MPa. Pri obeh vzorcih je bila izmerjena enoosna tlačna trdnost betona 44,4 MPa. Pri stopenjskem obremenjevanju se je element ML7 porušil pri torzijskem momentu 42,5 kNm/m, element ML9 pa pri 101,5 kNm/m.

Pri dimenzioniranju armature z računalniškim programom vnesemo kot edino obremenitev mejni torzijski moment. Za tlačno trdnost betona uporabimo dejansko vrednost, ne računske. Izmerjene trdnosti torej ne delimo z materialnim varnostnim faktorjem. Isto velja za mejo elastičnosti jekla.

V tabeli 2 je podana primerjava armature, določene z različnimi programi, in dejanske armature iz eksperimenta. Za manj armirani element ML7 je ujemanje zelo dobro. Malo slabše je pri bolj armiranem ML9. Nismo na varni strani, saj z našim programom predvidimo 97% dejanske armature. Za olajševalno okoliščino lahko štejemo, da bi pri projektiranju uporabili računske trdnosti materialov.

Kirschner in Collins sta preizkušala lupino SE7 debeline 28,5 cm. Armaturne palice v smeri osi  $x$  so bile iz jekla z mejo tečenja 492 MPa in so bile od srednje ravnine oddaljene 12,2 cm. Njihov prerez je bil  $41,7 \text{ cm}^2/\text{m}$ . Za palice v smeri osi  $y$  je bila meja tečenja 479 MPa, razdalja od srednje



---

ravnine pa 10 cm. Prerez je znašal v vsakem sloju  $13,9 \text{ cm}^2/\text{m}$ . Uporabljen je bil beton s tlačno trdnostjo 41,8 MPa. Ob poružitvi je bila lupina obremenjena z upogibnim momentom  $m_x$  velikosti 235 kNm/m in strižno silo  $n_{xy}$  velikosti 1806 kN/m.

S primerjavo rezultatov v tabeli 2 ugotovimo, da z vsemi programi pridemo do zelo podobne količine potrebne armature. Edino odstopanje je pri Minovem programu, ki zahteva povsod vsaj minimalno armaturo. Vsi rezultati pa precej odstopajo od dejanske količine armature. Razlog je v tem, da njena razporeditev ni bila optimalna za ta obtežni primer. Za prevzem pozitivnih upogibnih momentov namreč armature zgoraj ne potrebujemo. Za boljšo oceno primernosti programov bi morali preizkus ponoviti z drugačno postavitvijo armature.

Polak in Vecchio (1994) sta preizkušala skupino enako armiranih elementov pod različnimi obremenitvami. Vsi so bili debeline 31,6 cm. Armaturne palice v smeri  $x$  s prerezom  $39,5 \text{ cm}^2/\text{m}$  na sloj so bile od srednje ravnine oddaljene 12,3 cm. Bile so iz jekla z mejo elastičnosti 425 MPa. Za palice v smeri  $y$  prerezom  $13,2 \text{ cm}^2/\text{m}$  je bila meja elastičnosti 430 MPa. Njihove ročice so znašale 9,8 cm. Razlike med elementi SM1, SM2 in SM3 so bile v tipu obremenitve in trdnosti betona. V prvem primeru je bil uporabljen beton s tlačno trdnostjo 47 MPa, v drugem 62 MPa in v tretjem 56 MPa. Element SM1 je bil obremenjen samo s pozitivnim upogibnim momentom  $m_x$ . Element SM2 je bil poleg tega obremenjen še z natezno osno silo  $n_x$  v smeri upogibnega momenta in tlačno osno silo  $n_y$  pravokotno na smer upogiba. Sili sta bili po velikosti enaki in številsko štirikrat večji od momenta. Element SM3 je bil obremenjen z dvoosnim upogibom. Moment v smeri  $x$  je bil 3,2-krat večji od momenta v smeri  $y$ . Oba sta bila pozitivna. Porušne obremenitve so podane spodaj.

SM1:  $m_x = 477 \text{ kNm/m}$

SM2:  $n_x = 1684 \text{ kN/m}$ ,  $n_y = -1684 \text{ kN/m}$ ,  $m_x = 421 \text{ kNm/m}$

SM3:  $m_x = 488 \text{ kNm/m}$ ,  $m_y = 151 \text{ kNm/m}$

Rezultati dimenzioniranja s predlaganimi metodami so prikazani v tabeli 2. Podobno kot pri elementu SE7 se rezultati različnih programov tudi tu skoraj ne razlikujejo. Spet odstopa Minov pogoj za minimalno armaturo. Tudi v teh primerih pride do razhajanja med eksperimentom in računskim predlogom armature. Razlog je isti kot prej. Element SM1 je v smeri  $x$  obremenjen s pozitivnim upogibnim momentom, zato je armatura zgoraj odvečna. V smeri  $y$  ni nobene obtežbe, zato tudi tu armatura ni potrebna. Pri elementu SM2 je v smeri  $x$  vpliv upogibnega elementa prevladujoč, obremenitev v smeri  $y$  pa je tlačna. Zato je armatura potrebna le spodaj v smeri  $x$ . Pri SM3 je zaradi dvoosnega upogiba armatura potrebna spodaj v obeh smereh.

Preglednica 2: Primerjava programov za dimenzioniranje armature v lupinah z eksperimenti

Primer	Količine	Preizkus	Naš program	Lourenço Figueiras	Min
<b>ML7</b>	$a_{sxt}$ [cm <sup>2</sup> /m]	5,0	5,0	5,0	5,2
	$a_{syt}$ [cm <sup>2</sup> /m]	5,0	5,0	5,0	5,2
	$a_{sxb}$ [cm <sup>2</sup> /m]	5,0	5,0	5,0	5,2
	$a_{syb}$ [cm <sup>2</sup> /m]	5,0	5,0	5,0	5,2
<b>ML9</b>	$a_{sxt}$ [cm <sup>2</sup> /m]	20,0	19,4	19,4	19,2
	$a_{syt}$ [cm <sup>2</sup> /m]	20,0	19,4	19,4	19,2
	$a_{sxb}$ [cm <sup>2</sup> /m]	20,0	19,4	19,4	19,2
	$a_{syb}$ [cm <sup>2</sup> /m]	20,0	19,4	19,4	19,2
<b>SE7</b>	$a_{sxt}$ [cm <sup>2</sup> /m]	41,7	0,0	0,0	0,3
	$a_{syt}$ [cm <sup>2</sup> /m]	13,9	17,6	17,6	17,4
	$a_{sxb}$ [cm <sup>2</sup> /m]	41,7	38,1	38,1	38,2
	$a_{syb}$ [cm <sup>2</sup> /m]	13,9	18,8	18,8	18,8
<b>SM1</b>	$a_{sxt}$ [cm <sup>2</sup> /m]	39,5	0,0	0,0	0,3
	$a_{syt}$ [cm <sup>2</sup> /m]	13,2	0,0	0,0	0,3
	$a_{sxb}$ [cm <sup>2</sup> /m]	39,5	45,4	45,4	50,2
	$a_{syb}$ [cm <sup>2</sup> /m]	13,2	0,0	0,0	0,3
<b>SM2</b>	$a_{sxt}$ [cm <sup>2</sup> /m]	39,5	0,0	0,0	0,3
	$a_{syt}$ [cm <sup>2</sup> /m]	13,2	0,0	0,0	0,3
	$a_{sxb}$ [cm <sup>2</sup> /m]	39,5	58,2	58,2	58,8
	$a_{syb}$ [cm <sup>2</sup> /m]	13,2	0,0	0,0	0,3
<b>SM3</b>	$a_{sxt}$ [cm <sup>2</sup> /m]	39,5	0,0	0,0	0,3
	$a_{syt}$ [cm <sup>2</sup> /m]	13,2	0,0	0,0	0,3
	$a_{sxb}$ [cm <sup>2</sup> /m]	39,5	44,7	44,7	49,0
	$a_{syb}$ [cm <sup>2</sup> /m]	13,2	15,1	15,1	16,7

#### 4.3.3 Prikaz uporabe programa za določanje armature

Namen primerov je le prikazati uporabo izpeljanih enačb in računalniškega programa za določanje armature v lupinah, zato sta zelo poenostavljena.

#### 4.3.3.1 Cilindrični vodohran

##### Postopek

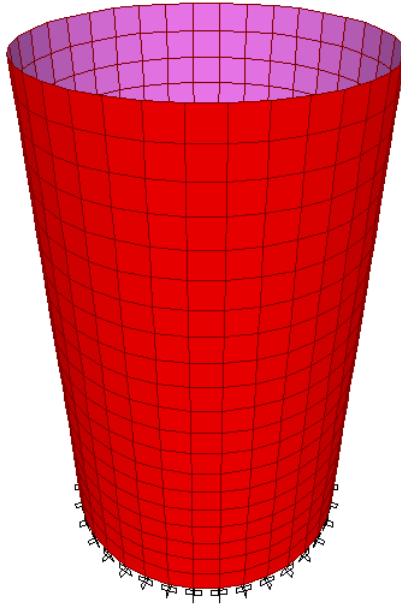
S programom za analizo konstrukcij po metodi končnih elementov določimo notranje sile za vsako vozlišče posameznega elementa. V vozliščih, kjer se stika več elementov, vzamemo povprečne vrednosti. V naš program vnesemo podatke o debelini lupine, položaju armature (ročice sil v armaturi), računski tlačni trdnosti betona in meji elastičnosti jekla. Nato moramo za vsako vozlišče vnesti obremenitev in zagnati program. Tako za vsako točko dobimo potrebne prereze armature v zgornjem in spodnjem sloju v smereh  $x$  in  $y$ .

##### Zasnova

Obravnavamo 5m visok armirano betonski cilindrični vodohran premera 3m. Debelina stene je 0,20m. V vozliščih na spodnjem robu so preprečeni vsi pomiki in zasuki (slika 22).

##### Končni elementi

Ob spodnjem robu pričakujemo zaradi vpetosti motnjo v poteku notranjih sil, zato želimo malo gostejšo mrežo. Ker je primer osnosimetričen in ni treba analizirati vseh vozlišč, si to lahko privoščimo. Uporabimo končne elemente tipa »shell« velikosti približno  $0,25 \times 0,25m$ .



Slika 22: Računski model cilindričnega vodohrana

### Material

Armirani beton modeliramo kot homogen, izotropen, elastičen material z naslednjimi karakteristikami:  $\gamma = 24 \text{ kN/m}^3$ ,  $E = 3 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$ ,  $\nu = 0,2$ .

### Obtežba

Vodohran je obremenjen s hidrostatičnim pritiskom vode in lastno težo. Slednjo iz specifične teže betona določi sam program.

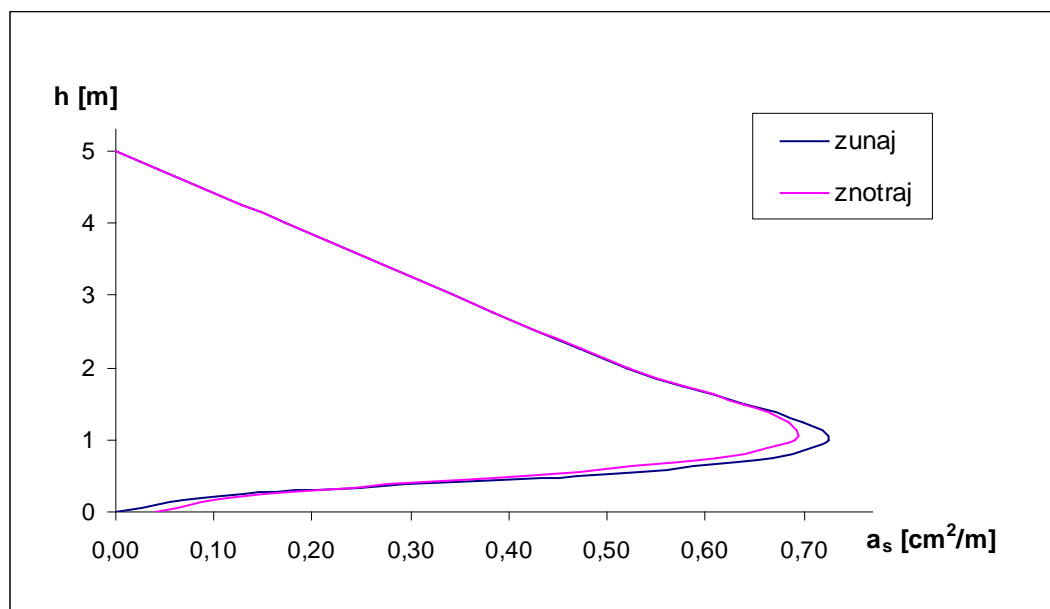
### Rezultati

S programom *SAP 2000* izračunamo notranje sile v konstrukciji. Prevladujoča je natezna osna sila v horizontalni smeri. Največjo vrednost ima na višini okoli 1m. Osna sila v vertikalni smeri

je tlačna. Upogibna momenta sta skoraj zanemarljiva. Torzijskega momenta in strižnih sil v ravnini lupine zaradi simetrije ni.

Za izračun armature v program vnesemo še podatke o geometriji in materialu. Ročici sil v horizontalni (obročni) armaturi sta dolgi 8 cm, v vertikalni armaturi pa 7 cm. Uporabljen je beton razreda C30 ( $f_{cd} = 20$  MPa) in armatura S500 ( $f_{syd} = 435$  MPa).

Potrebni prerezi armature v horizontalni smeri so prikazani na grafikonu 2. Iz rezultatov je razvidno, da največ armature potrebujemo v spodnjem delu. Tu je treba zaradi vpliva upogibnega momenta lupino ob zunanjem robu bolj armirati kot ob notranjem. Proti vrhu je armatura vedno bolj simetrična. Izračunani prerezi ne presegajo  $1\text{cm}^2/\text{m}$ , zato bi bila verjetno merodajna minimalna armatura. Vertikalno armaturo potrebujemo samo na notranji strani tik ob dnu vodohrana ( $0,21\text{cm}^2/\text{m}$ ). Ker drugje računsko ni potrebna, je na grafikonu nismo prikazali.



Grafikon 2: Potrební prerezi horizontalne (obročne) armature po višini vodohrana

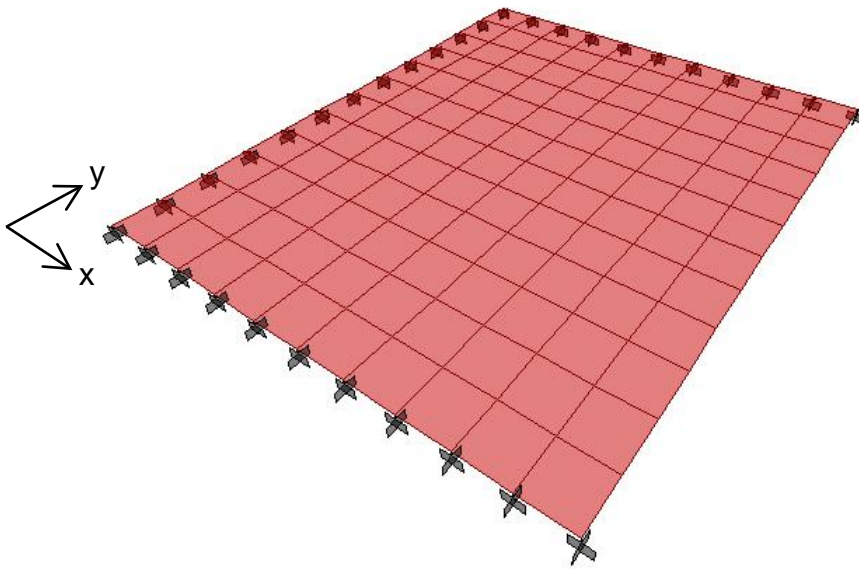
### 4.3.3.2 Delno vpeta plošča

#### Postopek

Kot poseben primer lupin lahko obravnavamo tudi plošče. Postopek je enak kot v prejšnjem primeru, le da od obremenitev tu nastopajo samo momenti.

#### Zasnova

Obravnavamo ploščo dimenzij  $6\text{m} \times 5\text{m}$  na sliki 23. Obe krajši in ena od daljših stranic so toga podprte. Četrta rob je prost. Debelina plošče je  $0,15\text{m}$ .



Slika 23: Računski model na treh robovih vpete plošče

#### Končni elementi

Uporabimo končne elemente tipa »shell« velikosti  $0,5 \times 0,5\text{m}$ .

## Material

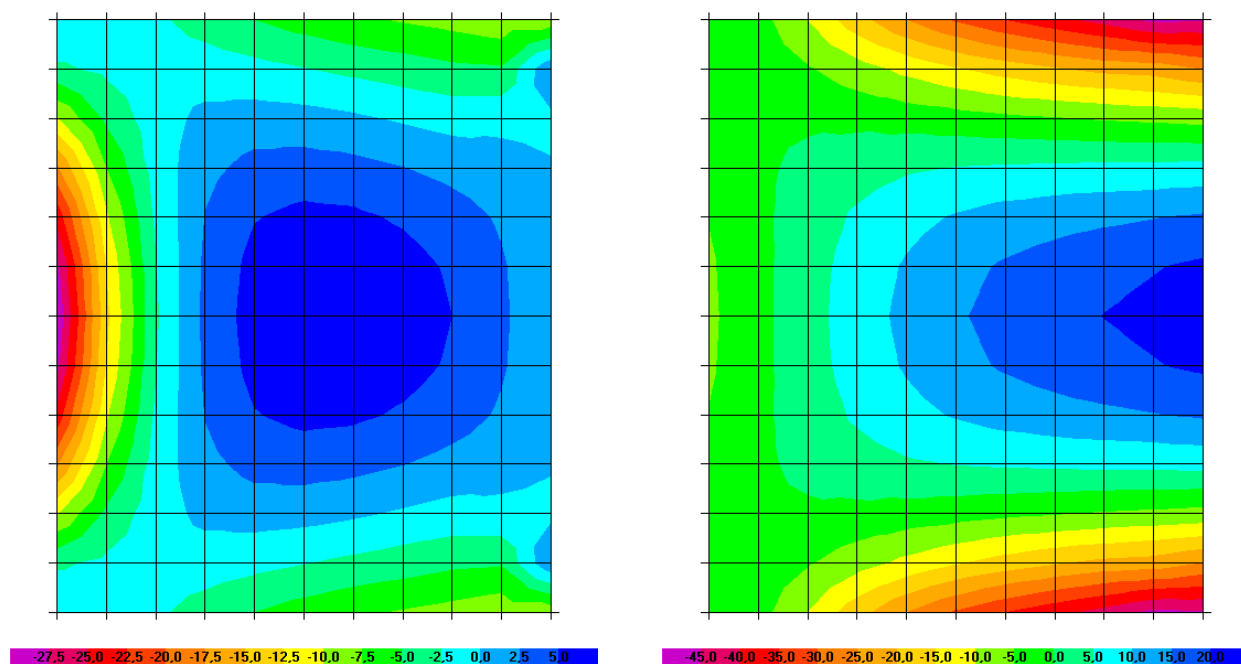
Za model armiranega betona uporabimo izotropen, homogen, elastičen material z naslednjimi karakteristikami:  $E = 3 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$ ,  $\nu = 0,2$ .

## Obtežba

Plošča je obtežena z vertikalno ploskovno obtežbo velikosti  $15 \text{ kN/m}^2$ . Program jo sam prevede na točkovno obtežbo v vozliščih končnih elementov.

## Rezultati

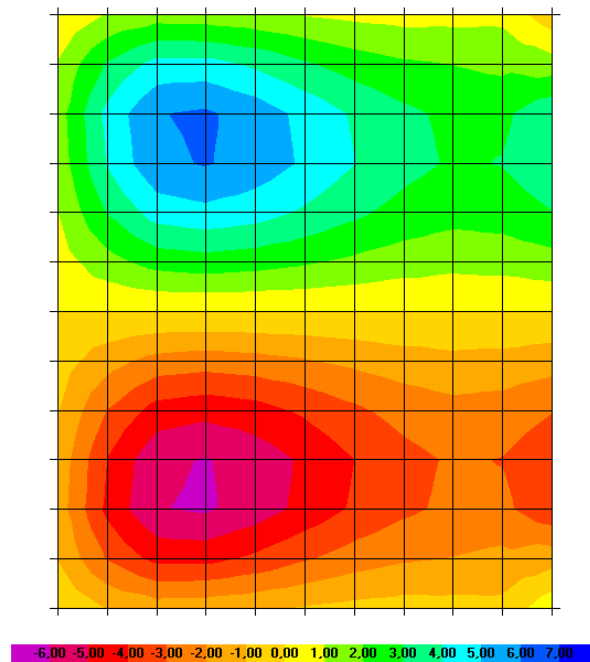
S programom *SAP 2000* dobimo naslednje notranje sile. Izražene so v  $\text{kNm/m}$ .



Slika 24: Elastične notranje sile v plošči v  $[\text{kNm/m}]$ :

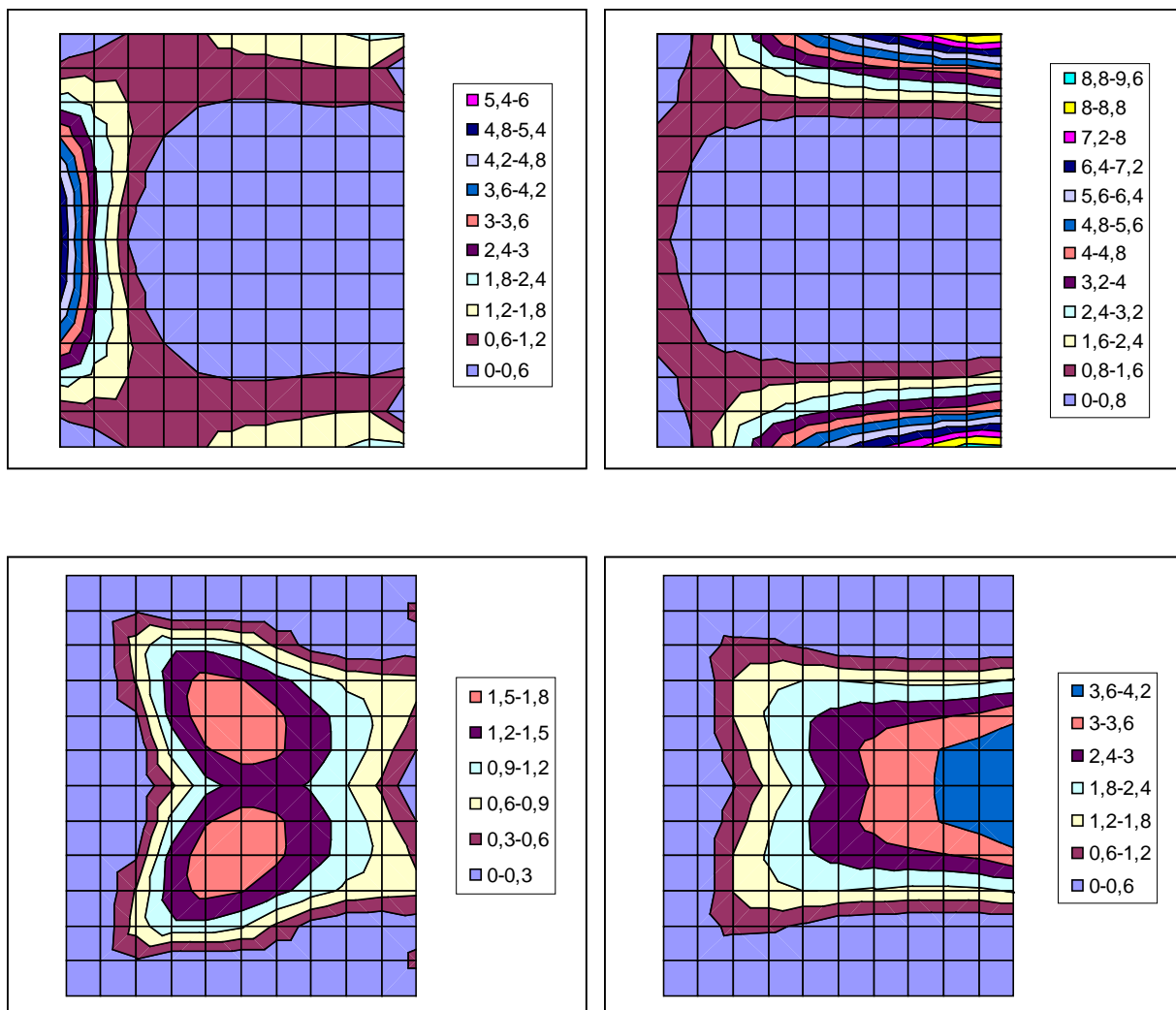
a) upogibni moment  $m_x$ , b) upogibni moment  $m_y$





Slika 24: Elastične notranje sile v plošči v [kNm/m]: c) torzijski moment  $m_{xy}$

Z našim programom določimo potrebne prereze armature, ki bo sposobna prevzeti zgornje obremenitve. Upoštevamo ročice sil v armaturi dolžine 5,5 cm. Uporabljen je bil beton razreda C30 ( $f_{cd} = 20$  MPa) in armatura S500 ( $f_{syd} = 435$  MPa). Rezultati, predstavljeni na sliki 25, so izraženi v  $\text{cm}^2/\text{m}$ .



Slika 25: Potrebni prerezi armature v  $[\text{cm}^2/\text{m}]$ : a) zgoraj v smeri  $x$ , b) zgoraj v smeri  $y$ ,  
c) spodaj v smeri  $x$ , d) spodaj v smeri  $y$

---

## 5 ZAKLJUČKI

V tej diplomski nalogi sem se posvetil določanju armature v armiranobetonskih lupinah. Ker je to v primerjavi z nekaterimi drugimi konstrukcijskimi sistemi, kot so npr. okvirji, dokaj zapleteno, sem si kot posebna primera lupin najprej ogledal stene in plošče.

Stene so ploskovni konstrukcijski elementi, ki obtežbo prenašajo z membranskimi silami. Pri tem sodelujeta beton, ki prenaša tlake, in armatura, ki prenaša natege. Izpeljave izrazov za sile v armaturi sem se lotil na dva načina in obakrat prišel do istega rezultata. Enkrat sem izhajal iz pogoja porušitve, ki pravi, da se element poruši, ko beton razpoka in začne armatura v razpoki teči, drugič sem obremenitve izenačil z vsoto prispevkov armature in betona. V obeh primerih sem ugotovil, da so sile v armaturi odvisne od kota, pod katerim nastanejo razpoke. Zanimalo me je, pri katerem kotu je skupna količina armature najmanjša. Izkazalo se je, da je za splošni primer kot enak  $45^\circ$ . Enačbe dobijo takrat enostavnejšo obliko. Armatura v posamezni smeri mora prevzeti natežno osno silo v tej smeri, povečano za absolutno vrednost strižne sile. V posebnih primerih, ko je armatura potrebna le v eni od smeri  $x$  in  $y$ , je kot drugačen, vendar enolično določen. Enačbe sem primerjal tudi z določili standarda Evrokod 2 in ugotovil popolno skladnost.

Plošče prenašajo obtežbo z upogibom. V njih nastopata poleg torzijskega in upogibnih momentov tudi prečni strižni sili, vendar ju v tem sklopu nisem obravnaval. Dimenzioniranje na prečni strig se namreč izvaja ločeno. Izpeljave izrazov za sile v armaturi sem se lotil podobno kot v prvem primeru pri stenah, le da so v enačbah namesto sil nastopali momenti, ki so jih povzročale sile v armaturi. Tudi tu sem prišel do ugotovitve, da dobim optimalno armaturo, kadar nastanejo razpoke pod kotom  $45^\circ$ . Enačbe sem lahko poenostavil na enak način kot prej. Do težav pa je prišlo, ko je bilo treba iz odpornostnih momentov določiti sile v armaturi, saj nisem poznal njihovih ročic. Pomagal sem si z ugotovitvami drugih avtorjev. Predstavil sem poenostavljeno rešitev, a se za splošni primer odločil plošče obravnavati na enak način kot lupine. V Evrokodu nisem našel nobenih navodil za določanje armature v ploščah.

Lupine so ploskovni konstrukcijski elementi, ki obtežbo prenašajo tako z membranskimi kot tudi z upogibnimi silami. Tlake prevzemajo betonske diagonale, natege armatura. Z izpeljavo enačb za sile v armaturi sem začel tako kot v drugem primeru pri stenah, torej s seštevanjem prispevkov armature in betona. Razlika je bila v tem, da so sile v armaturi in betonskih tlačnih diagonalah zdaj nastopale v dveh slojih. Ker so delovale izven srednje ravnine lupine, so prispevale tudi k prevzemu momentov. Prišel sem do sistema šestih ravnotežnih in dveh konstitutivnih enačb z desetimi neznankami, med katerimi sta bila tudi kota nastanka razpok v zgornjem in spodnjem sloju. Po izkušnjah, ki sem jih dobil pri stenah, sem kotoma določil vrednost  $45^\circ$ . Tako sem imel na voljo dovolj enačb za določitev ostalih neznak. Ker je bil sistem nelinearen, sem se odločil za iterativno reševanje z računalnikom. Obravnaval sem tudi posebne primere, v katerih armatura ni bila potrebna v obeh slojih v obeh smereh. V vsakem od njih se je sistem enačb rahlo spremenil. Za reševanje enačb sem napisal računalniški program, ki za vhodne podatke zahteva geometrijo lupine, trdnostne lastnosti materialov in obremenitev, kot izhodne podatke pa izpiše potrebne prereze armature za posamezen sloj in posamezno smer. Primerjal sem ga s podobnimi programi in ugotovil, da so razlike zanemarljive. Do večjih razhajanj je prišlo v primerjavi z eksperimenti, vendar je bil razlog v tem, da pri nekaterih preizkusih armatura ni bila razporejena optimalno za delujočo obremenitev. Tako je bila ponekod armatura tlačena. Za boljšo primerjavo bi bilo treba te eksperimente ponoviti z drugačno postavitvijo armature. Preveril sem še, kaj o določanju armature v lupinah pravi Evrokod 2. Tam predlagani postopek je drugačen od mojega. Lupine ne obravnava celostno, ampak jo razdeli na tri sloje (sendvič model). Zunanja sloja potem obravnava kot dve ločeni steni.

Lupine so v primerjavi z bolj običajnimi konstrukcijskimi sistemi še vedno precej slabo raziskane. To se odraža tudi v odsotnosti splošno priznane metode reševanja in nedorečenosti navodil v predpisih. Vendar se to področje hitro razvija. Pri določanju armature v lupinah se upošteva vse več vplivov, od prečnega striga do nelinearnosti materiala in geometrije. Glede na podobnost rezultatov različnih avtorjev je slej kot prej pričakovati oblikovanje enotne teorije. Kljub temu pa bo do splošne uveljavitve verjetno moralo preteči še kar nekaj časa.

---

**VIRI**

Gupta, A. K. 1986. Combined membrane and flexural reinforcement in plates and shells. *Journal of Structural Engineering* 112, 3: 550-557.

Lourenço, P. B., Figueiras, J. A. 1993. Automatic design of reinforcement in concrete plates and shells. *Engineering Computations* 10: 519-541.

Lourenço, P. B., Figueiras, J. A. 1995. Solution for the design of reinforced concrete plates and shells. *Journal of Structural Engineering* 121, 5: 815-823.

Marti, P., Leesti, P., Khalifa, W. U. 1987. Torsion tests on reinforced concrete slab elements. *Journal of Structural Engineering* 113, 5: 994-1010.

Min, C.-s. 2004. Design and ultimate behavior of RC plates and shells. *Nuclear Engineering and Design* 228: 207-223.

Park, R., Gamble, W. L. 2000. *Reinforced Concrete Slabs; Second Edition*. New York, John Wiley & Sons, Inc.: 715 str.

Polak, M. A., Vecchio, F. J. 1994. Reinforced concrete shell elements subjected to bending and membrane loads. *Structural Journal* 91, 3: 261-268.

Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij – Del 1-1: Splošna pravila in pravila za stavbe. SIST EN 1992-1-1:2005.

Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij – Del 2: Betonski mostovi - Projektiranje in pravila za konstruiranje. SIST EN 1992-2:2005.

Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij – Del 1-1: Splošna pravila in pravila za stavbe. SIST ENV 1992-1-1:1999

## **PRILOGA A: PROGRAM ZA RAČUN ARMATURE V LUPINAH**

Priloženi program za določanje armature in kontrolo betonskega prereza v lupinah je napisan v programu *Visual Basic for Applications*, ki je vključen v skupino programov *Microsoft Office*. Zato je priročen za uporabo v programih iz te skupine, npr. v urejevalniku tabel *Excel*.

Program je sestavljen iz več procedur, katerih kratki opisi sledijo.

### **glavna() :**

osrednja procedura, ki se sklicuje na podprocedure, s katerimi prebere in obdela vhodne podatke, izračuna iskane količine in izpiše rezultate

### **beri() :**

iz preglednice v *Excelu* prebere podatke o debelini lupine, ročicah armature, trdnosti betona in jekla ter obremenitvi

### **uvod() :**

določi konstanto  $\pi$ , toleranci za natančnost iterativnega določanja debelin in kotov, trdnosti betona v razpokanem in nerazpokanem stanju, začetne približke debelin zunanjih slojev in predznak kota razpok v skladu z obremenitvijo

### **racunaj() :**

določi sile v armaturi in betonu. Sklicuje se na podprocedure, ki so določene za vsak primer postavitve armature in so označene z barvami: **rdeca()** za primer armature v obeh zunanjih slojih, **modra()** oz. **zelena()** za primer armature samo v spodnjem oz. samo v zgornjem sloju in **oranzna()**, če armatura ni potrebna. Posebni primeri, ko armatura le v eni od smeri x in y ni potrebna so označeni s črkami od A do L, npr. **rdeca\_A()**. V vsaki od »barvnih« procedur se po izračunu sil preveri postavitve armature. Če se le-ta izkaže za različno od predpostavljene, se račun ponovi v drugi proceduri

---

**zaključek() :**

iz sil v armaturi izračuna potrebne prereze armature in preveri, če pride do porušitve betonskega prereza

**pis() :**

izpiše rezultate v preglednico v *Excelu*

V nadaljevanju je priložena celotna programska koda.

```
Option Explicit
Dim Nx As Single, Ny As Single, Nxy As Single, Mx As Single, My As Single, Mxy
As Single
Dim Nsxt As Single, Nsyt As Single, Nsxb As Single, Nsyb As Single
Dim Ncxt As Single, Ncyt As Single, Ncxyt As Single, Ncxb As Single, Ncyb As
Single, Ncxyb As Single
Dim Nct As Single, Ncb As Single, Nct1 As Single, Ncb1 As Single, Nct2 As
Single, Ncb2 As Single
Dim Kt As Single, Kb As Single, alfat As Single, alfab As Single
Dim tolhe As Single, tolan As Single, icrush As Byte
Dim fcd As Single, fcd1 As Single, fcd2 As Single, fsyd As Single
Dim h As Single, hxt As Single, hxb As Single, hyt As Single, hyb As Single,
hc As Single
Dim at As Single, ab As Single, oldat As Single, oldab As Single
Dim tetat As Single, tetab As Single, oldtetat As Single, oldtetab As Single
Dim Asxt As Single, Asyt As Single, Asxb As Single, Asyb As Single
Dim pi As Double, barva As String
```

---

```
Sub uvod()

pi = 4 * Atn(1)
tolhe = 0.00001 * h
tolan = 0.000001 / 180 * pi

fcd1 = 0.85 * (1 - fcd * 1.5 / 250) * fcd * 1000
fcd2 = 0.6 * (1 - fcd * 1.5 / 250) * fcd * 1000

at = 0.2 * h
ab = at
hc = h - (ab + at) / 2
Ncxyt = ((h - ab) * Nxy - 2 * Mxy) / 2 / hc
Ncxyb = ((h - at) * Nxy + 2 * Mxy) / 2 / hc

If Ncxyt = 0 Then
    Ncxyt = 0.0000001
End If
If Ncxyb = 0 Then
    Ncxyb = 0.0000001
End If

tetat = -pi / 4 * Abs(Ncxyt) / Ncxyt
tetab = -pi / 4 * Abs(Ncxyb) / Ncxyb

barva = "rdeca"

End Sub
```

---



```

-----

Sub rdeca()

Do
  hc = h - (ab + at) / 2
  Nct = (0.5 * (h - ab) * Nxy - Mxy) / (hc * Sin(tetat) * Cos(tetat))
  Ncb = (0.5 * (h - at) * Nxy + Mxy) / (hc * Sin(tetab) * Cos(tetab))
  oldat = at
  oldab = ab
  at = -Nct / fcd2
  ab = -Ncb / fcd2

  If (at + ab) > h Then
    barva = ""
    pocisti_sile
    Exit Sub
  End If
Loop While Abs(oldat - at) > tolhe Or Abs(oldab - ab) > tolhe

Nsxt = (Nx * hxb - Mx - Nct * (hxb + 0.5 * (h - at)) * Sin(tetat) ^ 2 - Ncb *
(hxb - 0.5 * (h - ab)) * Sin(tetab) ^ 2) / (hxt + hxb)
Nsxb = (Nx * hxt + Mx - Nct * (hxt - 0.5 * (h - at)) * Sin(tetat) ^ 2 - Ncb *
(hxt + 0.5 * (h - ab)) * Sin(tetab) ^ 2) / (hxt + hxb)
Nsyt = (Ny * hyb - My - Nct * (hyb + 0.5 * (h - at)) * Cos(tetat) ^ 2 - Ncb *
(hyb - 0.5 * (h - ab)) * Cos(tetab) ^ 2) / (hyt + hyb)
Nsyb = (Ny * hyt + My - Nct * (hyt - 0.5 * (h - at)) * Cos(tetat) ^ 2 - Ncb *
(hyt + 0.5 * (h - ab)) * Cos(tetab) ^ 2) / (hyt + hyb)

If Nsxt <= 0 And Nsyt <= 0 And Nsxb <= 0 And Nsyb <= 0 Then
  barva = "oranzna"
  Exit Sub
End If

If Nsxt <= 0 And Nsyt <= 0 And Nsyb <= 0 Then
  barva = "modra_I"
  Exit Sub
End If

If Nsxt <= 0 And Nsyt <= 0 And Nsxb <= 0 Then
  barva = "modra_J"
  Exit Sub
End If

If Nsyt <= 0 And Nsxb <= 0 And Nsyb <= 0 Then
  barva = "zelena_K"
  Exit Sub
End If

If Nsxt <= 0 And Nsxb <= 0 And Nsyb <= 0 Then
  barva = "zelena_L"
  Exit Sub
End If

```

```
If Nsxt <= 0 And Nsyt <= 0 Then
    barva = "modra"
    Exit Sub
End If
If Nsxb <= 0 And Nsyb <= 0 Then
    barva = "zelena"
    Exit Sub
End If

If Nsyt <= 0 And Nsyb <= 0 Then
    barva = "rdeca_E"
    Exit Sub
End If
If Nsxt <= 0 And Nsxb <= 0 Then
    barva = "rdeca_F"
    Exit Sub
End If
If Nsyt <= 0 And Nsxb <= 0 Then
    barva = "rdeca_G"
    Exit Sub
End If
If Nsxt <= 0 And Nsyb <= 0 Then
    barva = "rdeca_H"
    Exit Sub
End If

If Nsyt <= 0 Then
    barva = "rdeca_A"
    Exit Sub
End If
If Nsxt <= 0 Then
    barva = "rdeca_B"
    Exit Sub
End If
If Nsyb <= 0 Then
    barva = "rdeca_C"
    Exit Sub
End If
If Nsxb <= 0 Then
    barva = "rdeca_D"
    Exit Sub
End If

barva = ""

End Sub
```

---

```

-----

Sub rdeca_A()

Do
    hc = h - (ab + at) / 2
    tetat = Atn(((0.5 * (h - at) + hyb) / hc * (0.5 * (h - ab) * Nxy - Mxy)) /
(-My + Ny * hyb + (0.5 * (h - ab) - hyb) / hc * (0.5 * (h - at) * Nxy + Mxy) /
Tan(tetab)))
    Nct = (0.5 * (h - ab) * Nxy - Mxy) / (hc * Sin(tetat) * Cos(tetat))
    Ncb = (0.5 * (h - at) * Nxy + Mxy) / (hc * Sin(tetab) * Cos(tetab))
    oldat = at
    oldab = ab
    at = -Nct / fcd2
    ab = -Ncb / fcd2

    If (at + ab) > h Then
        barva = ""
        pocisti_sile
        Exit Sub
    End If
Loop While Abs(oldat - at) > tolhe Or Abs(oldab - ab) > tolhe

Nsxt = (Nx * hxb - Mx - Nct * (hxb + 0.5 * (h - at))) * Sin(tetat) ^ 2 - Ncb *
(hxb - 0.5 * (h - ab)) * Sin(tetab) ^ 2) / (hxt + hxb)
Nsxb = (Nx * hxt + Mx - Nct * (hxt - 0.5 * (h - at))) * Sin(tetat) ^ 2 - Ncb *
(hxt + 0.5 * (h - ab)) * Sin(tetab) ^ 2) / (hxt + hxb)
Nsyb = 0
Nsyt = (Ny * hyt + My - Nct * (hyt - 0.5 * (h - at))) * Cos(tetat) ^ 2 - Ncb *
(hyt + 0.5 * (h - ab)) * Cos(tetab) ^ 2) / (hyt + hyb)

If Nsxt <= 0 And Nsxb <= 0 And Nsyb <= 0 Then
    barva = "oranzna"
    Exit Sub
End If

If Nsxt <= 0 And Nsyb <= 0 Then
    barva = "modra_I"
    Exit Sub
End If
If Nsxt <= 0 And Nsxb <= 0 Then
    barva = "modra_J"
    Exit Sub
End If
If Nsxb <= 0 And Nsyb <= 0 Then
    barva = "zelena_K"
    Exit Sub
End If

If Nsxt <= 0 Then
    barva = "modra"
    Exit Sub
End If

```

```
If Nsyb <= 0 Then
    barva = "rdeca_E"
    Exit Sub
End If
If Nsxb <= 0 Then
    barva = "rdeca_G"
    Exit Sub
End If

barva = ""

End Sub

Sub rdeca_B()

Do
    hc = h - (ab + at) / 2
    tetat = Atn((-Mx + Nx * hxb + (0.5 * (h - ab) - hxb) / hc * (0.5 * (h -
at) * Nxy + Mxy) * Tan(tetab)) / ((0.5 * (h - at) + hxb) / hc * (0.5 * (h -
ab) * Nxy - Mxy)))
    Nct = (0.5 * (h - ab) * Nxy - Mxy) / (hc * Sin(tetat) * Cos(tetat))
    Ncb = (0.5 * (h - at) * Nxy + Mxy) / (hc * Sin(tetab) * Cos(tetab))
    oldat = at
    oldab = ab
    at = -Nct / fcd2
    ab = -Ncb / fcd2

    If (at + ab) > h Then
        barva = ""
        pocisti_sile
        Exit Sub
    End If
Loop While Abs(oldat - at) > tolhe Or Abs(oldab - ab) > tolhe

Nsxt = 0
Nsxb = (Nx * hxt + Mx - Nct * (hxt - 0.5 * (h - at)) * Sin(tetat) ^ 2 - Ncb *
(hxt + 0.5 * (h - ab)) * Sin(tetab) ^ 2) / (hxt + hxb)
Nsyt = (Ny * hyb - My - Nct * (hyb + 0.5 * (h - at)) * Cos(tetat) ^ 2 - Ncb *
(hyb - 0.5 * (h - ab)) * Cos(tetab) ^ 2) / (hyt + hyb)
Nsyb = (Ny * hyt + My - Nct * (hyt - 0.5 * (h - at)) * Cos(tetat) ^ 2 - Ncb *
(hyt + 0.5 * (h - ab)) * Cos(tetab) ^ 2) / (hyt + hyb)

If Nsyt <= 0 And Nsxb <= 0 And Nsyb <= 0 Then
    barva = "oranzna"
    Exit Sub
End If

If Nsyt <= 0 And Nsyb <= 0 Then
    barva = "modra_I"
    Exit Sub
End If
```

```

-----
If Nsyb <= 0 And Nsxb <= 0 Then
    barva = "modra_J"
    Exit Sub
End If
If Nsxb <= 0 And Nsyb <= 0 Then
    barva = "zelena_L"
    Exit Sub
End If

```

```

If Nsyb <= 0 Then
    barva = "modra"
    Exit Sub
End If

```

```

If Nsxb <= 0 Then
    barva = "rdeca_F"
    Exit Sub
End If
If Nsyb <= 0 Then
    barva = "rdeca_H"
    Exit Sub
End If

```

```
barva = ""
```

```
End Sub
```

---

```
Sub rdeca_C()
```

```
Do
```

```

    hc = h - (ab + at) / 2
    tetab = Atn(((0.5 * (h - ab) + hyt) / hc * (0.5 * (h - at) * Nxy + Mxy)) /
(My + Ny * hyt + (0.5 * (h - at) - hyt) / hc * (0.5 * (h - ab) * Nxy - Mxy) /
Tan(tetat)))
    Nct = (0.5 * (h - ab) * Nxy - Mxy) / (hc * Sin(tetat) * Cos(tetat))
    Ncb = (0.5 * (h - at) * Nxy + Mxy) / (hc * Sin(tetab) * Cos(tetab))
    oldat = at
    oldab = ab
    at = -Nct / fcd2
    ab = -Ncb / fcd2

```

```

    If (at + ab) > h Then
        barva = ""
        pocisti_sile
        Exit Sub
    End If

```

```
Loop While Abs(oldat - at) > tolhe Or Abs(oldab - ab) > tolhe
```

```

Nsxt = (Nx * hxb - Mx - Nct * (hxb + 0.5 * (h - at)) * Sin(tetat) ^ 2 - Ncb *
(hxb - 0.5 * (h - ab)) * Sin(tetab) ^ 2) / (hxt + hxb)
Nsxb = (Nx * hxt + Mx - Nct * (hxt - 0.5 * (h - at)) * Sin(tetat) ^ 2 - Ncb *
(hxt + 0.5 * (h - ab)) * Sin(tetab) ^ 2) / (hxt + hxb)

```

```
Nsyt = (Ny * hyb - My - Nct * (hyb + 0.5 * (h - at)) * Cos(tetat) ^ 2 - Ncb *  
(hyb - 0.5 * (h - ab)) * Cos(tetab) ^ 2) / (hyt + hyb)  
Nsyb = 0
```

```
If Nsxt <= 0 And Nsyt <= 0 And Nsxb <= 0 Then  
    barva = "oranzna"  
    Exit Sub  
End If
```

```
If Nsxt <= 0 And Nsyt <= 0 Then  
    barva = "modra_I"  
    Exit Sub  
End If
```

```
If Nsyt <= 0 And Nsxb <= 0 Then  
    barva = "zelena_K"  
    Exit Sub  
End If
```

```
If Nsxt <= 0 And Nsxb <= 0 Then  
    barva = "zelena_L"  
    Exit Sub  
End If
```

```
If Nsxb <= 0 Then  
    barva = "zelena"  
    Exit Sub  
End If
```

```
If Nsyt <= 0 Then  
    barva = "rdeca_E"  
    Exit Sub  
End If
```

```
If Nsxt <= 0 Then  
    barva = "rdeca_H"  
    Exit Sub  
End If
```

```
barva = ""
```

```
End Sub
```

---

```

-----

Sub rdeca_D()

Do
    hc = h - (ab + at) / 2
    tetab = Atn((Mx + Nx * hxt + (0.5 * (h - at) - hxt) / hc * (0.5 * (h - ab)
* Nxy - Mxy) * Tan(tetat)) / ((0.5 * (h - ab) + hxt) / hc * (0.5 * (h - at) *
Nxy + Mxy)))
    Nct = (0.5 * (h - ab) * Nxy - Mxy) / (hc * Sin(tetat) * Cos(tetat))
    Ncb = (0.5 * (h - at) * Nxy + Mxy) / (hc * Sin(tetab) * Cos(tetab))
    oldat = at
    oldab = ab
    at = -Nct / fcd2
    ab = -Ncb / fcd2

    If (at + ab) > h Then
        barva = ""
        pocisti_sile
        Exit Sub
    End If
Loop While Abs(oldat - at) > tolhe Or Abs(oldab - ab) > tolhe

Nsxt = (Nx * hxb - Mx - Nct * (hxb + 0.5 * (h - at)) * Sin(tetat) ^ 2 - Ncb *
(hxb - 0.5 * (h - ab)) * Sin(tetab) ^ 2) / (hxt + hxb)
Nsxb = 0
Nsyt = (Ny * hyb - My - Nct * (hyb + 0.5 * (h - at)) * Cos(tetat) ^ 2 - Ncb *
(hyb - 0.5 * (h - ab)) * Cos(tetab) ^ 2) / (hyt + hyb)
Nsyb = (Ny * hyt + My - Nct * (hyt - 0.5 * (h - at)) * Cos(tetat) ^ 2 - Ncb *
(hyt + 0.5 * (h - ab)) * Cos(tetab) ^ 2) / (hyt + hyb)

If Nsxt <= 0 And Nsyt <= 0 And Nsyb <= 0 Then
    barva = "oranzna"
    Exit Sub
End If

If Nsxt <= 0 And Nsyt <= 0 Then
    barva = "modra_J"
    Exit Sub
End If
If Nsyt <= 0 And Nsyb <= 0 Then
    barva = "zelena_K"
    Exit Sub
End If
If Nsxt <= 0 And Nsyb <= 0 Then
    barva = "zelena_L"
    Exit Sub
End If

If Nsyb <= 0 Then
    barva = "zelena"
    Exit Sub
End If

```

```
If Nsxt <= 0 Then
    barva = "rdeca_F"
    Exit Sub
End If
If Nsyx <= 0 Then
    barva = "rdeca_G"
    Exit Sub
End If

barva = ""

End Sub

Sub rdeca_E()

Do
    hc = h - (ab + at) / 2
    tetat = Atn((((hyb + 0.5 * (h - at)) / (hyb - 0.5 * (h - ab)) - (hyt - 0.5 * (h - at)) / (hyt + 0.5 * (h - ab))) * (0.5 * (h - ab) * Nxy - Mxy) / hc) / ((Ny * hyb - My) / (hyb - 0.5 * (h - ab)) - (Ny * hyt + My) / (hyt + 0.5 * (h - ab))))
    tetab = Atn((((hyb - 0.5 * (h - ab)) / (hyb + 0.5 * (h - at)) - (hyt + 0.5 * (h - ab)) / (hyt - 0.5 * (h - at))) * (0.5 * (h - at) * Nxy + Mxy) / hc) / ((Ny * hyb - My) / (hyb + 0.5 * (h - at)) - (Ny * hyt + My) / (hyt - 0.5 * (h - at))))
    Nct = (0.5 * (h - ab) * Nxy - Mxy) / (hc * Sin(tetat) * Cos(tetat))
    Ncb = (0.5 * (h - at) * Nxy + Mxy) / (hc * Sin(tetab) * Cos(tetab))
    oldat = at
    oldab = ab
    at = -Nct / fcd2
    ab = -Ncb / fcd2

    If (at + ab) > h Then
        barva = ""
        pocisti_sile
        Exit Sub
    End If
Loop While Abs(oldat - at) > tolhe Or Abs(oldab - ab) > tolhe

Nsxt = (Nx * hxb - Mx - Nct * (hxb + 0.5 * (h - at)) * Sin(tetat) ^ 2 - Ncb * (hxb - 0.5 * (h - ab)) * Sin(tetab) ^ 2) / (hxt + hxb)
Nsxb = (Nx * hxt + Mx - Nct * (hxt - 0.5 * (h - at)) * Sin(tetat) ^ 2 - Ncb * (hxt + 0.5 * (h - ab)) * Sin(tetab) ^ 2) / (hxt + hxb)
Nsyx = 0
Nsyb = 0

If Nsxt <= 0 And Nsxb <= 0 Then
    barva = "oranzna"
    Exit Sub
End If
```



```

-----
If Nsxt <= 0 Then
    barva = "modra_I"
    Exit Sub
End If
If Nsxb <= 0 Then
    barva = "zelena_K"
    Exit Sub
End If

```

```
barva = ""
```

```
End Sub
```

---

```
Sub rdeca_F()
```

```
Do
```

```

    hc = h - (ab + at) / 2
    tetat = Atn(((Nx * hxb - Mx) / (hxb - 0.5 * (h - ab)) - (Nx * hxt + Mx) /
(hxt + 0.5 * (h - ab))) / (((hxb + 0.5 * (h - at)) / (hxb - 0.5 * (h - ab)) -
(hxt - 0.5 * (h - at)) / (hxt + 0.5 * (h - ab))) * (0.5 * (h - ab) * Nxy -
Mxy) / hc))

```

```

    tetab = Atn(((Nx * hxb - Mx) / (hxb + 0.5 * (h - at)) - (Nx * hxt + Mx) /
(hxt - 0.5 * (h - at))) / (((hxb - 0.5 * (h - ab)) / (hxb + 0.5 * (h - at)) -
(hxt + 0.5 * (h - ab)) / (hxt - 0.5 * (h - at))) * (0.5 * (h - at) * Nxy +
Mxy) / hc))

```

```
    Nct = (0.5 * (h - ab) * Nxy - Mxy) / (hc * Sin(tetat) * Cos(tetat))
```

```
    Ncb = (0.5 * (h - at) * Nxy + Mxy) / (hc * Sin(tetab) * Cos(tetab))
```

```
    oldat = at
```

```
    oldab = ab
```

```
    at = -Nct / fcd2
```

```
    ab = -Ncb / fcd2
```

```
    If (at + ab) > h Then
```

```
        barva = ""
```

```
        pocisti_sile
```

```
        Exit Sub
```

```
    End If
```

```
Loop While Abs(oldat - at) > tolhe Or Abs(oldab - ab) > tolhe
```

```
Nsxt = 0
```

```
Nsxb = 0
```

```
Nsyt = (Ny * hyb - My - Nct * (hyb + 0.5 * (h - at)) * Cos(tetat) ^ 2 - Ncb *
(hyb - 0.5 * (h - ab)) * Cos(tetab) ^ 2) / (hyt + hyb)
```

```
Nsyb = (Ny * hyt + My - Nct * (hyt - 0.5 * (h - at)) * Cos(tetat) ^ 2 - Ncb *
(hyt + 0.5 * (h - ab)) * Cos(tetab) ^ 2) / (hyt + hyb)
```

```
If Nsyt <= 0 And Nsyb <= 0 Then
```

```
    barva = "oranzna"
```

```
    Exit Sub
```

```
End If
```

```
If Nsyb <= 0 Then
    barva = "modra_J"
    Exit Sub
End If
If Nsyb <= 0 Then
    barva = "zelena_L"
    Exit Sub
End If

barva = ""

End Sub

Sub rdeca_G()

Do
    hc = h - (ab + at) / 2

    Do
        oldtetat = tetat
        oldtetab = tetab
        tetat = Atn(((0.5 * (h - at) + hyb) / hc * (0.5 * (h - ab) * Nxy -
Mxy)) / (-My + Ny * hyb + (0.5 * (h - ab) - hyb) / hc * (0.5 * (h - at) * Nxy
+ Mxy) / Tan(tetab)))
        tetab = Atn((Mx + Nx * hxt + (0.5 * (h - at) - hxt) / hc * (0.5 * (h -
ab) * Nxy - Mxy) * Tan(tetat)) / ((0.5 * (h - ab) + hxt) / hc * (0.5 * (h -
at) * Nxy + Mxy)))
        Loop While Abs(oldtetat - tetat) > tolan Or Abs(oldtetab - tetab) > tolan

        Nct = (0.5 * (h - ab) * Nxy - Mxy) / (hc * Sin(tetat) * Cos(tetat))
        Ncb = (0.5 * (h - at) * Nxy + Mxy) / (hc * Sin(tetab) * Cos(tetab))
        oldat = at
        oldab = ab
        at = -Nct / fcd2
        ab = -Ncb / fcd2

        If (at + ab) > h Then
            barva = ""
            pocisti_sile
            Exit Sub
        End If
    Loop While Abs(oldat - at) > tolhe Or Abs(oldab - ab) > tolhe

Nsxt = (Nx * hxb - Mx - Nct * (hxb + 0.5 * (h - at)) * Sin(tetat) ^ 2 - Ncb *
(hxb - 0.5 * (h - ab)) * Sin(tetab) ^ 2) / (hxt + hxb)
Nsxb = 0
Nsyb = 0
Nsyb = (Ny * hyt + My - Nct * (hyt - 0.5 * (h - at)) * Cos(tetat) ^ 2 - Ncb *
(hyt + 0.5 * (h - ab)) * Cos(tetab) ^ 2) / (hyt + hyb)
```

```
-----  
If Nsxt <= 0 And Nsyb <= 0 Then  
    barva = "oranzna"  
    Exit Sub  
End If
```

```
If Nsxt <= 0 Then  
    barva = "modra_J"  
    Exit Sub  
End If
```

```
If Nsyb <= 0 Then  
    barva = "zelena_K"  
    Exit Sub  
End If
```

```
barva = ""
```

```
End Sub
```

---

```
Sub rdeca_H()
```

```
Do
```

```
    hc = h - (ab + at) / 2
```

```
    Do
```

```
        oldtetat = tetat
```

```
        oldtetab = tetab
```

```
        tetat = Atn((-Mx + Nx * hxb + (0.5 * (h - ab) - hxb) / hc * (0.5 * (h - at) * Nxy + Mxy) * Tan(tetab)) / ((0.5 * (h - at) + hxb) / hc * (0.5 * (h - ab) * Nxy - Mxy)))
```

```
        tetab = Atn(((0.5 * (h - ab) + hyt) / hc * (0.5 * (h - at) * Nxy + Mxy)) / (My + Ny * hyt + (0.5 * (h - at) - hyt) / hc * (0.5 * (h - ab) * Nxy - Mxy) / Tan(tetat)))
```

```
    Loop While Abs(oldtetat - tetat) > tolan Or Abs(oldtetab - tetab) > tolan
```

```
    Nct = (0.5 * (h - ab) * Nxy - Mxy) / (hc * Sin(tetat) * Cos(tetat))
```

```
    Ncb = (0.5 * (h - at) * Nxy + Mxy) / (hc * Sin(tetab) * Cos(tetab))
```

```
    oldat = at
```

```
    oldab = ab
```

```
    at = -Nct / fcd2
```

```
    ab = -Ncb / fcd2
```

```
    If (at + ab) > h Then
```

```
        barva = ""
```

```
        pocisti_sile
```

```
        Exit Sub
```

```
    End If
```

```
Loop While Abs(oldat - at) > tolhe Or Abs(oldab - ab) > tolhe
```

```
Nsxt = 0
Nsxb = (Nx * hxt + Mx - Nct * (hxt - 0.5 * (h - at))) * Sin(tetat) ^ 2 - Ncb *
(hxt + 0.5 * (h - ab)) * Sin(tetab) ^ 2) / (hxt + hxb)
Nsyt = (Ny * hyb - My - Nct * (hyb + 0.5 * (h - at))) * Cos(tetat) ^ 2 - Ncb *
(hyb - 0.5 * (h - ab)) * Cos(tetab) ^ 2) / (hyt + hyb)
Nsyb = 0

If Nsyt <= 0 And Nsxb <= 0 Then
    barva = "oranzna"
    Exit Sub
End If

If Nsyt <= 0 Then
    barva = "modra_I"
    Exit Sub
End If

If Nsxb <= 0 Then
    barva = "zelena_L"
    Exit Sub
End If

barva = ""

End Sub
```

---

```
Sub modra()
```

```
Do
```

```
    hc = h - (ab + at) / 2
    Ncxyt = (0.5 * (h - ab) * Nxy - Mxy) / hc
    Ncb = (0.5 * (h - at) * Nxy + Mxy) / (hc * Sin(tetab) * Cos(tetab))
    Ncxt = (Nx * hxb - Mx - Ncb * (hxb - 0.5 * (h - ab))) * Sin(tetab) ^ 2) /
(0.5 * (h - at) + hxb)
    Ncyt = (Ny * hyb - My - Ncb * (hyb - 0.5 * (h - ab))) * Cos(tetab) ^ 2) /
(0.5 * (h - at) + hyb)
    Nct1 = (Ncxt + Ncyt) / 2 - Sqr(((Ncxt - Ncyt) / 2) ^ 2 + Ncxyt ^ 2)
    Nct2 = (Ncxt + Ncyt) / 2 + Sqr(((Ncxt - Ncyt) / 2) ^ 2 + Ncxyt ^ 2)
    alfat = Nct2 / Nct1
    Kt = (1 + 3.65 * alfat) / (1 + alfat) ^ 2
    oldat = at
    oldab = ab
    at = -Nct1 / (Kt * fcd1)
    ab = -Ncb / fcd2
```

```
    If (at + ab) > h Then
        barva = ""
        pocisti_sile
        Exit Sub
    End If
```

```
Loop While Abs(oldat - at) > tolhe Or Abs(oldab - ab) > tolhe
```

```

-----

Nsxt = 0
Nsxb = (Nx * 0.5 * (h - at) + Mx - Ncb * hc * Sin(tetab) ^ 2) / (0.5 * (h -
at) + hxb)
Nsyt = 0
Nsyb = (Ny * 0.5 * (h - at) + My - Ncb * hc * Cos(tetab) ^ 2) / (0.5 * (h -
at) + hyb)

If Nsxb <= 0 And Nsyb <= 0 Then
    barva = "oranzna"
    Exit Sub
End If

If Nsyb <= 0 Then
    barva = "modra_I"
    Exit Sub
End If

If Nsxb <= 0 Then
    barva = "modra_J"
    Exit Sub
End If

barva = ""

End Sub

```

---

```

Sub modra_I()

Do
    hc = h - (ab + at) / 2
    tetab = Atn((0.5 * (h - at) * Nxy + Mxy) / (0.5 * (h - at) * Ny + My))
    Ncxyt = (0.5 * (h - ab) * Nxy - Mxy) / hc
    Ncb = (0.5 * (h - at) * Nxy + Mxy) / (hc * Sin(tetab) * Cos(tetab))
    Ncxt = (Nx * hxb - Mx - Ncb * (hxb - 0.5 * (h - ab)) * Sin(tetab) ^ 2) /
(0.5 * (h - at) + hxb)
    Ncyt = (Ny * hyb - My - Ncb * (hyb - 0.5 * (h - ab)) * Cos(tetab) ^ 2) /
(0.5 * (h - at) + hyb)
    Nct1 = (Ncxt + Ncyt) / 2 - Sqr(((Ncxt - Ncyt) / 2) ^ 2 + Ncxyt ^ 2)
    Nct2 = (Ncxt + Ncyt) / 2 + Sqr(((Ncxt - Ncyt) / 2) ^ 2 + Ncxyt ^ 2)
    alfat = Nct2 / Nct1
    Kt = (1 + 3.65 * alfat) / (1 + alfat) ^ 2
    oldat = at
    oldab = ab
    at = -Nct1 / (Kt * fcd1)
    ab = -Ncb / fcd2

    If (at + ab) > h Then
        barva = ""
        pocisti_sile
        Exit Sub
    End If
Loop While Abs(oldat - at) > tolhe Or Abs(oldab - ab) > tolhe

```

```
Nsxt = 0
Nsxb = (Nx * 0.5 * (h - at) + Mx - Ncb * hc * Sin(tetab) ^ 2) / (0.5 * (h -
at) + hxb)
Nsyt = 0
Nsyb = 0

If Nsxb <= 0 Then
    barva = "oranzna"
    Exit Sub
End If

barva = ""

End Sub

Sub modra_J()

Do
    hc = h - (ab + at) / 2
    tetab = Atn((0.5 * (h - at) * Nx + Mx) / (0.5 * (h - at) * Nxy + Mxy))
    Ncxyt = (0.5 * (h - ab) * Nxy - Mxy) / hc
    Ncb = (0.5 * (h - at) * Nxy + Mxy) / (hc * Sin(tetab) * Cos(tetab))
    Ncxt = (Nx * hxb - Mx - Ncb * (hxb - 0.5 * (h - ab)) * Sin(tetab) ^ 2) /
(0.5 * (h - at) + hxb)
    Ncyt = (Ny * hyb - My - Ncb * (hyb - 0.5 * (h - ab)) * Cos(tetab) ^ 2) /
(0.5 * (h - at) + hyb)
    Nct1 = (Ncxt + Ncyt) / 2 - Sqr(((Ncxt - Ncyt) / 2) ^ 2 + Ncxyt ^ 2)
    Nct2 = (Ncxt + Ncyt) / 2 + Sqr(((Ncxt - Ncyt) / 2) ^ 2 + Ncxyt ^ 2)
    alfat = Nct2 / Nct1
    Kt = (1 + 3.65 * alfat) / (1 + alfat) ^ 2
    oldat = at
    oldab = ab
    at = -Nct1 / (Kt * fcd1)
    ab = -Ncb / fcd2

    If (at + ab) > h Then
        barva = ""
        pocisti_sile
        Exit Sub
    End If
Loop While Abs(oldat - at) > tolhe Or Abs(oldab - ab) > tolhe

Nsxt = 0
Nsxb = 0
Nsyt = 0
Nsyb = (Ny * 0.5 * (h - at) + My - Ncb * hc * Cos(tetab) ^ 2) / (0.5 * (h -
at) + hyb)

If Nsyb <= 0 Then
    barva = "oranzna"
    Exit Sub
End If
```

-----

```
barva = ""
```

```
End Sub
```

---

```
Sub zelena()
```

```
Do
```

```
    hc = h - (ab + at) / 2
```

```
    Nct = (0.5 * (h - ab) * Nxy - Mxy) / (hc * Sin(tetat) * Cos(tetat))
```

```
    Ncxyb = (0.5 * (h - at) * Nxy + Mxy) / hc
```

```
    Ncxb = (Nx * hxt + Mx - Nct * (hxt - 0.5 * (h - at))) * Sin(tetat) ^ 2) /  
(0.5 * (h - ab) + hxt)
```

```
    Ncyb = (Ny * hyt + My - Nct * (hyt - 0.5 * (h - at))) * Cos(tetat) ^ 2) /  
(0.5 * (h - ab) + hyt)
```

```
    Ncb1 = (Ncxb + Ncyb) / 2 - Sqr(((Ncxb - Ncyb) / 2) ^ 2 + Ncxyb ^ 2)
```

```
    Ncb2 = (Ncxb - Ncyb) / 2 + Sqr(((Ncxb - Ncyb) / 2) ^ 2 + Ncxyb ^ 2)
```

```
    alfab = Ncb2 / Ncb1
```

```
    Kb = (1 + 3.65 * alfab) / (1 + alfab) ^ 2
```

```
    oldat = at
```

```
    oldab = ab
```

```
    at = -Nct / fcd2
```

```
    ab = -Ncb1 / (Kb * fcd1)
```

```
    If (at + ab) > h Then
```

```
        barva = ""
```

```
        pocisti_sile
```

```
        Exit Sub
```

```
    End If
```

```
Loop While Abs(oldat - at) > tolhe Or Abs(oldab - ab) > tolhe
```

```
Nsxt = (Nx * 0.5 * (h - ab) - Mx - Nct * hc * Sin(tetat) ^ 2) / (0.5 * (h -  
ab) + hxt)
```

```
Nsxb = 0
```

```
Nsyt = (Ny * 0.5 * (h - ab) - My - Nct * hc * Cos(tetat) ^ 2) / (0.5 * (h -  
ab) + hyt)
```

```
Nsyb = 0
```

```
If Nsxt <= 0 And Nsyt <= 0 Then
```

```
    barva = "oranzna"
```

```
    Exit Sub
```

```
End If
```

```
If Nsyt <= 0 Then
```

```
    barva = "zelena_K"
```

```
    Exit Sub
```

```
End If
```

```
If Nsxt <= 0 Then
```

```
    barva = "zelena_L"
```

```
    Exit Sub
```

```
End If
```

barva = ""

End Sub

---

Sub zelena\_K()

Do

```
hc = h - (ab + at) / 2
tetat = Atn((0.5 * (h - ab) * Nxy - Mxy) / (0.5 * (h - ab) * Ny - My))
Nct = (0.5 * (h - ab) * Nxy - Mxy) / (hc * Sin(tetat) * Cos(tetat))
Ncxyb = (0.5 * (h - at) * Nxy + Mxy) / hc
Ncxb = (Nx * hxt + Mx - Nct * (hxt - 0.5 * (h - at))) * Sin(tetat) ^ 2 /
(0.5 * (h - ab) + hxt)
Ncyb = (Ny * hyt + My - Nct * (hyt - 0.5 * (h - at))) * Cos(tetat) ^ 2 /
(0.5 * (h - ab) + hyt)
Ncb1 = (Ncxb + Ncyb) / 2 - Sqr(((Ncxb - Ncyb) / 2) ^ 2 + Ncxyb ^ 2)
Ncb2 = (Ncxb + Ncyb) / 2 + Sqr(((Ncxb - Ncyb) / 2) ^ 2 + Ncxyb ^ 2)
alfab = Ncb2 / Ncb1
Kb = (1 + 3.65 * alfab) / (1 + alfab) ^ 2
oldat = at
oldab = ab
at = -Nct / fcd2
ab = -Ncb1 / (Kb * fcd1)
```

```
If (at + ab) > h Then
    barva = ""
    pocisti_sile
    Exit Sub
```

End If

Loop While Abs(oldat - at) > tolhe Or Abs(oldab - ab) > tolhe

```
Nsxt = (Nx * 0.5 * (h - ab) - Mx - Nct * hc * Sin(tetat) ^ 2) / (0.5 * (h -
ab) + hxt)
Nsxb = 0
Nsyt = 0
Nsyb = 0
```

```
If Nsxt <= 0 Then
    barva = "oranzna"
    Exit Sub
```

End If

barva = ""

End Sub

---



---

```

Sub zelena_L()
Do
  hc = h - (ab + at) / 2
  tetat = Atn((0.5 * (h - ab) * Nx - Mx) / (0.5 * (h - ab) * Nxy - Mxy))
  Nct = (0.5 * (h - ab) * Nxy - Mxy) / (hc * Sin(tetat) * Cos(tetat))
  Ncxyb = (0.5 * (h - at) * Nxy + Mxy) / hc
  Ncxb = (Nx * hxt + Mx - Nct * (hxt - 0.5 * (h - at))) * Sin(tetat) ^ 2) /
(0.5 * (h - ab) + hxt)
  Ncyb = (Ny * hyt + My - Nct * (hyt - 0.5 * (h - at))) * Cos(tetat) ^ 2) /
(0.5 * (h - ab) + hyt)
  Ncb1 = (Ncxb + Ncyb) / 2 - Sqr((((Ncxb - Ncyb) / 2) ^ 2 + Ncxyb ^ 2))
  Ncb2 = (Ncxb + Ncyb) / 2 + Sqr((((Ncxb - Ncyb) / 2) ^ 2 + Ncxyb ^ 2))
  alfab = Ncb2 / Ncb1
  Kb = (1 + 3.65 * alfab) / (1 + alfab) ^ 2
  oldat = at
  oldab = ab
  at = -Nct / fcd2
  ab = -Ncb1 / (Kb * fcd1)

  If (at + ab) > h Then
    barva = ""
    pocisti_sile
    Exit Sub
  End If
Loop While Abs(oldat - at) > tolhe Or Abs(oldab - ab) > tolhe

Nsxt = 0
Nsxb = 0
Nsyt = (Ny * 0.5 * (h - ab) - My - Nct * hc * Cos(tetat) ^ 2) / (0.5 * (h -
ab) + hyt)
Nsyb = 0

If Nsyt <= 0 Then
  barva = "oranzna"
  Exit Sub
End If

barva = ""

End Sub

```

---

```

Sub oranzna()

Do
  hc = h - (ab + at) / 2
  Ncxyt = (0.5 * (h - ab) * Nxy - Mxy) / hc
  Ncxyb = (0.5 * (h - at) * Nxy + Mxy) / hc
  Ncxt = (0.5 * (h - ab) * Nx - Mx) / hc
  Ncxb = (0.5 * (h - at) * Nx + Mx) / hc
  Ncyt = (0.5 * (h - ab) * Ny - My) / hc
  Ncyb = (0.5 * (h - at) * Ny + My) / hc
  Nct1 = (Ncxt + Ncyt) / 2 - Sqr((((Ncxt - Ncyt) / 2) ^ 2 + Ncxyt ^ 2))

```

```
Nct2 = (Ncxt + Ncyt) / 2 + Sqr(((Ncxt - Ncyt) / 2) ^ 2 + Ncxyt ^ 2)
Ncb1 = (Ncxb + Ncyb) / 2 - Sqr(((Ncxb - Ncyb) / 2) ^ 2 + Ncxyb ^ 2)
Ncb2 = (Ncxb + Ncyb) / 2 + Sqr(((Ncxb - Ncyb) / 2) ^ 2 + Ncxyb ^ 2)
alfat = Nct2 / Nct1
Kt = (1 + 3.65 * alfat) / (1 + alfat) ^ 2
alfab = Ncb2 / Ncb1
Kb = (1 + 3.65 * alfab) / (1 + alfab) ^ 2
oldat = at
oldab = ab
at = -Nct1 / (Kt * fcd1)
ab = -Ncb1 / (Kb * fcd1)

If (at + ab) > h Then
    barva = ""
    pocisti_sile
    Exit Sub
End If
Loop While Abs(oldat - at) > tolhe Or Abs(oldab - ab) > tolhe

Nsxt = 0
Nsxb = 0
Nsynt = 0
Nsyb = 0

barva = ""

End Sub

Sub zakljucek()

Asxt = Nsxt / fsyd / 1000
Asxb = Nsxb / fsyd / 1000
Asyt = Nsynt / fsyd / 1000
Asyb = Nsyb / fsyd / 1000

If (at + ab) > h Then
    icrush = 1
Else
    icrush = 0
End If

End Sub

Sub racunaj()

If barva = "rdeca" Then
    rdeca
End If
If barva = "rdeca_A" Then
    rdeca_A
End If
```

---

```
If barva = "rdeca_B" Then
    rdeca_B
End If
If barva = "rdeca_C" Then
    rdeca_C
End If
If barva = "rdeca_D" Then
    rdeca_D
End If
If barva = "rdeca_E" Then
    rdeca_E
End If
If barva = "rdeca_F" Then
    rdeca_F
End If
If barva = "rdeca_G" Then
    rdeca_G
End If
If barva = "rdeca_H" Then
    rdeca_H
End If
If barva = "modra" Then
    modra
End If
If barva = "modra_I" Then
    modra_I
End If
If barva = "modra_J" Then
    modra_J
End If
If barva = "zelena" Then
    zelena
End If
If barva = "zelena_K" Then
    zelena_K
End If
If barva = "zelena_L" Then
    zelena_L
End If
If barva = "oranzna" Then
    oranzna
End If

End Sub
```

---

```
Sub beri()
```

```
h = Sheet1.Cells(5, 2).Value / 100
hxt = Sheet1.Cells(6, 2).Value / 100
hyt = Sheet1.Cells(7, 2).Value / 100
hxb = Sheet1.Cells(8, 2).Value / 100
hyb = Sheet1.Cells(9, 2).Value / 100
```

```
Nx = Sheet1.Cells(5, 6).Value  
Ny = Sheet1.Cells(6, 6).Value  
Nxy = Sheet1.Cells(7, 6).Value  
Mx = Sheet1.Cells(8, 6).Value  
My = Sheet1.Cells(9, 6).Value  
Mxy = Sheet1.Cells(10, 6).Value  
  
fcd = Sheet1.Cells(13, 2).Value  
fsyd = Sheet1.Cells(14, 2).Value
```

```
End Sub
```

---

```
Sub pisi()
```

```
Sheet1.Cells(21, 2).Value = Asxb * 10000  
Sheet1.Cells(22, 2).Value = Asyb * 10000  
Sheet1.Cells(21, 6).Value = Asxt * 10000  
Sheet1.Cells(22, 6).Value = Asyt * 10000  
  
Sheet1.Cells(24, 2).Value = tetab * 180 / pi  
Sheet1.Cells(24, 6).Value = tetat * 180 / pi
```

```
If icrush = 0 Then  
    Sheet1.Cells(21, 9).Font.Color = RGB(0, 255, 0)  
    Sheet1.Cells(21, 9).Value = "PREREZ ZADOSCA"  
Else  
    Sheet1.Cells(21, 9).Font.Color = RGB(255, 0, 0)  
    Sheet1.Cells(21, 9).Value = "PREREZ NE ZADOSCA"  
End If
```

```
End Sub
```

---

```
Sub brisi()
```

```
Sheet1.Cells(21, 2).Value = ""  
Sheet1.Cells(22, 2).Value = ""  
Sheet1.Cells(21, 6).Value = ""  
Sheet1.Cells(22, 6).Value = ""  
  
Sheet1.Cells(24, 2).Value = ""  
Sheet1.Cells(24, 6).Value = ""  
  
Sheet1.Cells(21, 9).Value = ""
```

```
End Sub
```

---

---

```
Sub pocisti_sile()
```

```
Nsxt = 0  
Nsxb = 0  
Nsyt = 0  
Nsyb = 0  
tetat = 0  
tetab = 0
```

```
End Sub
```

---

```
Sub glavna()
```

```
    beri  
    uvod  
    racunaj  
    zakljucek  
    pisi
```

```
End Sub
```