

Univerza
v Ljubljani
Fakulteta
*za gradbeništvo
in geodezijo*

*Janova 2
1000 Ljubljana, Slovenija
telefon (01) 47 68 500
faks (01) 42 50 681
fgg@fgg.uni-lj.si*



Univerzitetni program Gradbeništvo,
Hidrotehniška smer

Kandidat:

Davor Rozman

Testiranje programov za račun vodnega udara in uporaba na realnem primeru derivacijske hidroelektrarne

Diplomska naloga št.: 3166

Mentor:
prof. dr. Matjaž Četina

Somentor:
doc. dr. Anton Bergant, dr. Andrej Širca

Ljubljana, 27. 5. 2011

IZJAVA O AVTORSTVU

Skladno s 27. členom Pravilnika o diplomskem delu UL Fakultete za gradbeništvo in geodezijo,

**Podpisani DAVOR ROZMAN izjavljam, da sem avtor diplomske naloge z naslovom:
TESTIRANJE PROGRAMOV ZA RAČUN VODNEGA UDARA IN UPORABA NA
REALNEM PRIMERU DERIVACIJSKE HIDROELEKTRARNE.**

**Izjavljam, da prenašam vse materialne avtorske pravice v zvezi z diplomsko nalogo na
UL, Fakulteto za gradbeništvo in geodezijo.**

Noben del tega zaključnega dela ni bil uporabljen za pridobitev strokovnega naziva ali druge strokovne kvalifikacije na tej ali na drugi univerzi ali izobraževalni inštituciji.

Ljubljana, 13 .05. 2011

BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

UDK: 627.8 (043.2)
Avtor: Davor Rozman
Mentor: Prof. dr. Matjaž Četina
Dr. Andrej Širca
Somentor: Izr. prof. dr. Anton Bergant
Naslov: Testiranje programov za račun vodnega udara in uporaba na
realnem primeru derivacijske hidroelektrarne.
Obseg in oprema: 85 str., 23 preg., 30 sl., 88 en.
prehodni pojavi, vodni udar, numerične metode, metoda
karakteristik, implicitna metoda, računalniški program, VODU,
Ključne besede: VU, WHAMO, derivacijska hidroelektrarna

Izveček:

Namen diplomske naloge je spoznati hidravlične prehodne pojave, ki nastopajo v hidroelektrarnah in opisati numerične metode reševanja osnovnih enačb. Nato se na podlagi testiranja različnih programov za račun vodnega udara izbere optimalnega, s katerim se izvede izračun konkretne derivacijske hidroelektrarne za različne manevre zapiranja in odpiranja turbin.

Ugotovili smo, da so pri simulacijah pretočnih sistemov s krajšim časom zapiranja za izračun vodnega udara primerni vsi trije programi VU, VODU in WHAMO. Pri simulaciji pretočnega sistema z daljšimi časi zapiranja pa se pri programih VODU in VU pojavijo prevelika nihanja, katerih vzrok je numerična napaka ki nastane pri zaokroževanju rezultatov izračuna. Za takšne simulacije je najprimernejši program WHAMO.

BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION

UDC: 627.8 (043.2)
Author: Davor Rozman
Supervisor: Prof. Ph. D. Matjaž Četina
Ph. D. Andrej Širca
Co-supervisor: Assoc. Prof. Ph. D. Anton Bergant
Testing programs for the calculation of water hammer and their application in the design of a derivation hydroelectric power plant.
Notes: 85 p., 23 tab., 30 fig., 88 eq.
transient flow, water hammer, numerical methods, method of characteristics, implicit method, computer program, VODU,
Key Words: VU, WHAMO, derivation hydroelectric power plant.

Abstract:

The purpose of this work is to study hydroelectric transients that occur in hydroelectric power plants and describe the numerical methods which solve basic equations. Then, based on the testing of various computer programs that calculate water hammer effect, we chose the optimal program. With the program a calculation was made for the various closing and opening maneuvers of the turbines in an existing derivation hydroelectric power plant.

Investigation showed good matching between results of all three programs VU, VODU and WHAMO for the simulation of water hammer in hydraulic passage systems with shorter closing times. It is much harder to get good results using programs VODU and VU for the simulation of water hammer in hydraulic passage systems with longer closing times. Numerical error caused by rounding results of the calculation leads to major fluctuations. For such simulations the most appropriate program is WHAMO.

ZAHVALA

Za pomoč pri nastajanju diplomske naloge se iskreno zahvaljujem mentorju prof. dr. Matjažu Četini in somentorjema dr. Andreju Širci in izr. prof. dr. Antonu Bergantu. Hvala družini in prijateljem, ki mi vseskozi stojijo ob strani. Hvala tudi ostalim, ki so kakorkoli pripomogli pri nastanku te diplomske naloge in me spodbujali v celotnem času študija.

KAZALO VSEBINE

| | | |
|--------------|--|-----------|
| 1. | UVOD | 1 |
| 1.1 | Prehodni pojavi v hidravličnih sistemih | 2 |
| 1.2 | Razvrstitev hidravličnih prehodnih pojavov | 2 |
| 1.3 | Blažitev vodnega udara v hidroelektrarnah | 3 |
| 2. | OPIS IN ENAČBE VODNEGA UDARA | 5 |
| 2.1 | Opis gibanja tlačnih valov v cevovodu | 5 |
| 2.2 | Enačbe vodnega udara | 8 |
| 2.2.1 | Dinamična enačba | 8 |
| 2.2.2 | Kontinuitetna enačba | 11 |
| 2.2.3 | Hitrost širjenja tlačnih valov | 15 |
| 2.3 | Metoda karakteristik za reševanje enačb vodnega udara | 19 |
| 2.4 | Ostale metode reševanja | 21 |
| 2.4.1 | Grafična metoda | 21 |
| 2.4.2 | Algebraična metoda | 21 |
| 2.4.3 | Implicitna metoda | 21 |
| 2.4.4 | Metoda končnih elementov | 22 |
| 2.5 | Stabilnost, difuzija in dušenje numeričnih metod reševanja | 23 |
| 2.5.1 | Stabilnost | 23 |
| 2.5.2 | Difuzija | 25 |
| 2.5.3 | Dušenje | 25 |
| 3. | OPIS RAČUNALNIŠKIH PROGRAMOV | 26 |
| 3.1 | Program VODU | 26 |
| 3.2 | Program VU | 33 |
| 3.3 | Program WHAMO | 37 |
| 4. | PRIMERJAVA RAČUNOV Z LABORATORIJSKIMI PODATKI | 40 |
| 4.1 | Opis laboratorijskega poskusa | 40 |
| 4.2 | Vpliv dolžine časovnega koraka na rezultate | 43 |
| 4.3 | Primerjava rezultatov računov z laboratorijskimi podatki ter komentar | 47 |

| | | |
|----------------|--|-----------|
| 5. | PRERAČUN SISTEMA DERIVACIJSKE HIDROELEKTRARNE | 49 |
| 5.1 | Pretočni sistem derivacijske hidroelektrarne | 49 |
| 5.2 | Računski model pretočnega sistema derivacijske hidroelektrarne | 52 |
| 5.3 | Opis in analiza vhodnih podatkov, ki vplivajo na natančnost izračuna primera derivacijske hidroelektrarne | 53 |
| 5.4 | Račun hidravličnega udara derivacijske hidroelektrarne | 62 |
| 5.4.1 | Linearno zapiranje | 62 |
| 5.4.1.1 | Linearno zapiranje turbin v času 5 s | 62 |
| 5.4.1.2 | Linearno zapiranje turbin v času 25 s | 65 |
| 5.4.1.3 | Linearno zapiranje turbin v času 60 s | 68 |
| 5.4.2 | Linearno odpiranje | 71 |
| 5.4.2.1 | Linearno odpiranje turbin v času 5 s | 71 |
| 5.4.2.2 | Linearno odpiranje turbin v času 25 s | 74 |
| 5.4.2.3 | Linearno odpiranje turbin v času 60 s | 77 |
| 6. | ZAKLJUČEK | 80 |
| | VIRI | 82 |
| | PRILOGE | 85 |

KAZALO PREGLEDNIC

| | |
|--|----|
| Preglednica 1: Vhodni podatki za laboratorijski primer | 43 |
| Preglednica 2: Vhodni podatki za laboratorijski primer | 44 |
| Preglednica 3: Vhodni podatki za laboratorijski primer | 45 |
| Preglednica 4: Velikost amplitude tlačne višine v prvi periodi | 47 |
| Preglednica 5: Velikost amplitude tlačne višine v trinajsti periodi | 48 |
| Preglednica 6: Tehnični podatki za derivacijsko hidroelektrarno | 50 |
| Preglednica 7: Vhodni podatki za primer derivacijske hidroelektrarne, linearno zapiranje v času 60 s | 54 |
| Preglednica 8: Vhodni podatki za primer derivacijske hidroelektrarne, linearno zapiranje v času 60 s | 55 |
| Preglednica 9: Vhodni podatki za primer derivacijske hidroelektrarne, linearno zapiranje v času 60 s | 57 |
| Preglednica 10: Maksimalni prirast tlačne višine za primer derivacijske hidroelektrarne, linearno zapiranje v času 60 s (merjeno od statične kote vode v bazenu) | 60 |
| Preglednica 11: Velikost amplitude tlačne višine v 120 s po začetku zapiranja za primer derivacijske hidroelektrarne, linearno zapiranje v času 60 s | 60 |
| Preglednica 12: Vhodni podatki za primer linearnega zapiranja turbin v času 5 s | 62 |
| Preglednica 13: Rezultati za primer linearnega zapiranja turbin v času 5 s | 64 |
| Preglednica 14: Vhodni podatki za primer linearnega zapiranja turbin v času 25 s | 65 |
| Preglednica 15: Rezultati za primer linearnega zapiranja turbin v času 25 s | 67 |
| Preglednica 16: Vhodni podatki za primer linearnega zapiranja turbin v času 60 s | 68 |
| Preglednica 17: Rezultati za primer linearnega zapiranja turbin v času 60 s | 70 |
| Preglednica 18: Vhodni podatki za primer linearnega odpiranja turbin v času 5 s | 71 |
| Preglednica 19: Rezultati za primer linearnega odpiranja turbin v času 5 s | 73 |
| Preglednica 20: Vhodni podatki za primer linearnega odpiranja turbin v času 25 s | 74 |
| Preglednica 21: Rezultati za primer linearnega odpiranja turbin v času 25 s | 76 |
| Preglednica 22: Vhodni podatki za primer linearnega odpiranja turbin v času 60 s | 77 |
| Preglednica 23: Rezultati za primer linearnega odpiranja turbin v času 60 s | 79 |

KAZALO SLIK

| | |
|--|----|
| Slika 1: Gibanje tlačnih valov v hidravličnem sistemu | 5 |
| Slika 2: Elementarni odsek cevi | 10 |
| Slika 3: Ravnotežni pogoji na enotno dolžino cevi | 12 |
| Slika 4: Tekočinski delec | 15 |
| Slika 5: Okenski prikaz programa VODU v programskem jeziku BASIC | 26 |
| Slika 6: Numerična mreže za metodo karakteristik | 28 |
| Slika 7: Okenski prikaz programa VU v programskem jeziku FORTRAN | 33 |
| Slika 8: Okenski prikaz programa WHAMGR | 38 |
| Slika 9: Rezultati eksperimenta pri stacionarni hitrosti $v_0 = 0,30$ m/s | 42 |
| Slika 10: Rezultati računalniškega programa VODU za primer laboratorijskega eksperimenta pri različnem številu uporabljenih odsekov in za različne časovne korake | 44 |
| Slika 11: Rezultati računalniškega programa VU za primer laboratorijskega eksperimenta pri različnem številu uporabljenih odsekov in za različne časovne korake | 45 |
| Slika 12: Rezultati računalniškega programa WHAMO za primer laboratorijskega eksperimenta pri različnih časovnih korakih in za različno število uporabljenih odsekov | 46 |
| Slika 13: Primerjava rezultatov računalniških programov VODU, VU in WHAMO z rezultati laboratorijskega poskusa | 48 |
| Slika 14: Računski model pretočnega sistema | 52 |
| Slika 15: Rezultati računalniškega programa VODU za primer derivacijske hidroelektrarne, linearno zapiranje v času 60 s | 54 |
| Slika 16: Rezultati računalniškega programa VU za primer derivacijske hidroelektrarne, linearno zapiranje v času 60 s | 56 |
| Slika 17: Rezultati računalniškega programa WHAMO za primer derivacijske hidroelektrarne, linearno zapiranje v času 60 s | 57 |
| Slika 18: Primerjava rezultatov računalniških programov VODU, VU in WHAMO za primer derivacijske hidroelektrarne, linearno zapiranje v času 60 s | 61 |

| | |
|---|----|
| Slika 19: Kota tlačne višine tik pred turbinami za primer linearnega zapiranja v času 5 s | 63 |
| Slika 20: Ovojnica kot tlačnih višin za primer linearnega zapiranja turbin v času 5 s | 63 |
| Slika 21: Kota tlačne višine tik pred turbinami za primer linearnega zapiranja v času 25 s | 66 |
| Slika 22: Ovojnica kot tlačnih višin za primer linearnega zapiranja turbin v času 25 s | 66 |
| Slika 23: Kota tlačne višine tik pred turbinami za primer linearnega zapiranja v času 60 s | 69 |
| Slika 24: Ovojnica kot tlačnih višin za primer linearnega zapiranja turbin v času 60 s | 69 |
| Slika 25: Kota tlačne višine tik pred turbinami za primer linearnega odpiranja v času 5 s | 72 |
| Slika 26: Ovojnica kot tlačnih višin za primer linearnega odpiranja turbin v času 5 s | 72 |
| Slika 27: Kota tlačne višine tik pred turbinami za primer linearnega odpiranja v času 25 s | 75 |
| Slika 28: Ovojnica kot tlačnih višin za primer linearnega odpiranja turbin v času 25 s | 75 |
| Slika 29: Kota tlačne višine tik pred turbinami za primer linearnega odpiranja v času 60 s | 78 |
| Slika 30: Ovojnica kot tlačnih višin za primer linearnega odpiranja turbin v času 60 s | 78 |

NOMENKLATURA

| Oznaka | Opis | Enota |
|-----------|----------------------------------|-------------------|
| | LATINSKE ČRKE | |
| a | hitrost tlačnih valov | m/s |
| A | prečni presek cevi | m ² |
| D | premer cevovoda | m |
| E | modul elastičnosti | N/m ² |
| e | debelina cevovoda | m |
| F | sila | N |
| F_g | gravitacijska sila na enoto mase | N/kg |
| F_{tr} | sila trenja na enoto mase | N/kg |
| g | gravitacijski pospešek | m/s ² |
| H | piezometrična višina | m |
| h | brezdimenzijska tlačna višina | - |
| K | modul stisljivosti | N/m ² |
| k | hrapavost | mm |
| p | tlak | N/m ² |
| Q | pretok | m ³ /s |
| T | čas | s |
| T_{zap} | čas zapiranja | s |
| v | hitrost tekočine | m/s |
| x | razdalja, dolžina | m |
| z | višina cevovoda | m |

GRŠKE ČRKE

| | | |
|-----------------|-------------------------------------|---------------------------|
| γ | specifična teža | $\text{kg/s}^2\text{m}^2$ |
| d_ε | specifična deformacija | - |
| λ | darcy-Weissbachov koeficient trenja | - |
| ν | poissonov količnik | - |
| ζ | koeficient lokalnih izgub | - |
| ρ | gostota vode | kg/m^3 |
| σ | napetost | N/m^2 |
| φ | naklonski kot cevovoda | ° |

1. UVOD

Hidrotehnični objekti se lahko zaradi delovanja prehodnih pojavov močno poškodujejo ali celo porušijo. Učinke teh pojavov je zato potrebno v fazi načrtovanja dobro preučiti ter določiti mejne vrednosti, za katere se bo dimenzionirala hidromehanska oprema, ki bo sposobna prenesti dane obremenitve. Za analizo se v zadnjem času v veliki meri uporablja cela kopica računalniških programov, ki pa so bolj ali manj preverjeni in validirani z rezultati iz dejanskih hidrotehničnih objektov. V diplomski nalogi bomo med sabo preverili dva slovenska programa in enega ameriškega ter na koncu izbrali najprimernejšega za izračun vodnega udara v derivacijski hidroelektrarni.

Naloga je razdeljena na dva dela. V prvem delu bomo opisali značilnosti vodnega udara in izpeljali izhodiščne enačbe. Predstavljena je metoda karakteristik za reševanje enačb vodnega udara. Nato bomo podrobno opisali tri računalniške programe za račun vodnega udara: program VODU (Rajar, 1980), VU in WHAMO (Fitzgerald in ostali, 1998).

V drugem delu bomo primerjali rezultate vseh treh programov z izsledki laboratorijskega poskusa prof. Berganta. Nato bomo izvedli izračun še za konkretni primer derivacijske hidroelektrarne, kjer se je računalniški program WHAMO izkazal za najprimernejšega. S programom WHAMO bomo simulirali pojav vodnega udara v primeru derivacijske hidroelektrarne za tri različne manevre zapiranja in odpiranja turbin, kjer bomo preverjali spremembo tlačne višine v točki tik pred turbino (ventilom). Dobljene vrednosti bomo kritično ovrednotili ter podali komentar na rezultate.

1.1 Prehodni pojavi v hidravličnih sistemih

Do hidravličnega prehodnega pojava oziroma vodnega udara pride takrat, ko se pojavijo časovne spremembe hidrodinamičnih količin hidravličnega sistema. Odstopanje od stacionarnega stanja pomeni motnjo v hidravličnem sistemu oziroma prehodni pojav. Motnje nastopajo v naslednjih primerih:

- zagon, obremenitev ali razbremenitev turbine,
- vklop ali izklop črpalke v črpalnem režimu,
- odpiranje, zapiranje ali vibracije hidromehanske opreme na cevovodu,
- vibracije lopatic turbine ali črpalke,
- hitra sprememba vtoka ali iztoka pri odpiranju ali zapiranju kontrolnih zapornic,
- povečanje pretoka vodotoka kot posledica vremenskih ekstremov,
- prelom cevovoda,
- okvara ali porušitev jezu.

1.2 Razvrstitev hidravličnih prehodnih pojavov

Hidravlične prehodne pojave lahko razvrstimo v tri skupine:

- prehodni pojavi pri toku s prosto gladino,
- prehodni pojavi pri toku pod tlakom ali vodni udar,
- sestavljeni prehodni tok.

Prehodne pojave pri toku s prosto gladino razdelimo na dve skupini. Počasna sprememba pretoka v vodotoku, ki je posledica vremenskih ekstremov, povzroči poplavne valove. Hitra sprememba pretoka povzroči obratovalne valove, ki nastanejo kot posledica odpiranja ali zapiranja zapornic oziroma spremembe pretoka skozi turbino v hidroelektrarni. Pod to skupino spadajo tudi porušitveni valovi zaradi okvare ali porušitve jezu ter plimni valovi.

Tudi prehodne pojave pri toku pod tlakom lahko razdelimo na dve skupini: elastični in togi sistem. Pri izračunu elastičnega sistema upoštevamo stisljivost tekočine in uporabimo parcialne diferencialne enačbe. Upoštevanje stisljivosti tekočine pride do izraza pri sistemih z daljšimi cevovodi (premer cevovoda je mnogo manjši od dolžine cevovoda). Z elastičnim simuliranjem prehodnega pojava pod tlakom opisujemo pojave v derivacijskih hidroelektrarnah, črpališčih, vodovodnih sistemih, plinovodih ter naftovodih.

Pri togih sistemih pa upoštevamo, da se spremembe pretočnih količin zgodijo istočasno po celotnem hidravličnem sistemu, to pomeni, da predpostavimo nestisljivost tekočine. Togi sistem prehodnega pojava pod tlakom uporabljamo pri sistemih s krajšimi cevovodi (premer in dolžina cevovoda sta istega velikostnega reda), na primer: nihanje vodne gladine v vodostanu ali prehodni pojavi v pretočnih hidroelektrarnah z vgrajenimi Kaplanovimi ali cevnimi turbinami.

Sestavljeni prehodni pojavi so značilni za kanalizacijska omrežja po večjem naliwu in pri iztoku vode iz turbine v odvodni tunel pri hitrih spremembah pretoka.

1.3 Blažitev vodnega udara v hidroelektrarnah

Analiza vodnega udara pri načrtovanju hidroelektrarne je pomembna iz dveh razlogov:

- varno obratovanje hidroelektrarne in
- ustrezno dimenzioniranje hidromehanske opreme.

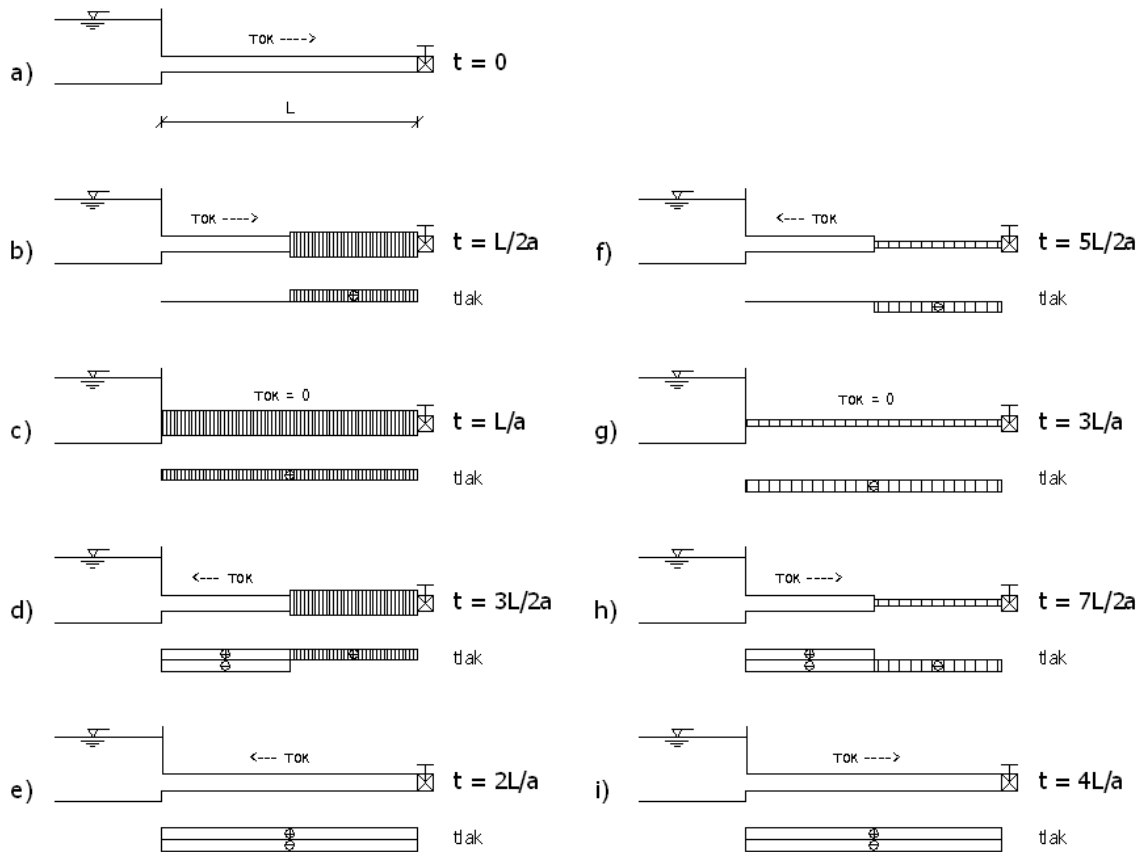
V hidroelektrarnah večina sprememb v prehodnem režimu nastane zaradi zapiranja ali odpiranja turbine, vodilnika turbine ali zapornega organa (ventila). Ekstremne tlake, ki zaradi tega nastanejo, lahko odpravimo z razmeroma enostavnimi ukrepi:

- *Povečanje časa zapiranja.* Maksimalni nadtlak je obratno sorazmeren s časom zapiranja, zato je ukrep razmeroma enostavno izvesti, saj skoraj nikoli nimamo trenutnega zapiranja. Pri hidroelektrarnah so zaporni elementi (vodilniki turbine, ventili) konstruirani tako, da hipno zapiranje ni možno. Pri črpalkah se počasno zapiranje doseže z dovolj veliko maso rotirajočih delov.
- *Projektiranje cevovoda.* Glavni ukrep je povečanje premera cevovoda, saj se s tem posredno zmanjša začetna hitrost (ob istem pretoku), zmanjša se tudi hitrost širjenja tlačnega vala a .
- *Vsrkavanje/vpihovanje zraka.* V odsekih, kjer se pojavljajo podtlaki, z dodajanjem zračnih mehurčkov zmanjšamo modul stisljivosti vode, kar zmanjša hitrost propagacije vodnega udara.
- *Zračni kotel.* Če cev povežemo z zračnim kotlom, to na ekstremne tlake vpliva podobno, kot če vodi zmanjšamo modul stisljivosti.
- *Cev ovalnega preseka.* Ko se cev pod tlakom deformira v okrogli presek, se pri istem obodu poveča presek cevi. S tem zmanjšamo modul elastičnosti cevi in hitrost propagacije vodnega udara.
- *Obvod.* Posebni cevovod z ventilom obvozi turbinski sklop. V primeru hipne spremembe pretoka se ventil v obvodu odpre in poskrbi za počasno ustavitev pretoka. Obvod ima funkcijo povečanja časa zapiranja.
- *Vodostan.* Z vgradnjo vodostana lahko popolnoma preprečimo širjenje tlačnih valov v dovodni cevovod. Tudi v tlačnem cevovodu se maksimalni tlaki zmanjšajo, ker se zmanjša dolžina cevovoda, saj se za izračun hitrosti vodnega udara šteje le del cevovoda pod vodostanom.

2. OPIS IN ENAČBE VODNEGA UDARA

2.1 Opis gibanja tlačnih valov v cevovodu

Tlačni val, ki ga povzroči nenadna sprememba hidrodinamičnih količin, potuje navzgor in navzdol po cevovodu in se zaradi trenja po določenem času zaduši. Mehanizem potovanja tlačnega vala bomo prikazali na enostavnem hidravličnem sistemu rezervoar-cevovod-ventil (slika 1). (Bergant, 2007).



Slika 1: Gibanje tlačnih valov v hidravličnem sistemu

Dolžina cevovoda je L , hitrost širjenja tlačnih valov je enaka a , začetna višina H_0 in pretočna hitrost v_0 . Trenje v sistemu zanemarimo, predpostavimo elastične stene cevovoda, tekočina pa je stisljiva. Vodni udar povzročimo s trenutnim zapiranjem ventila na dolvodnem koncu cevovoda v času $t = 0$ s.

Potek potovanja tlačnega vala razdelimo na štiri faze (Bergant, 2007):

1. *Potovanje tlačnega vala od ventila proti rezervoarju* (slika 1: a, b in c, $0 \leq t < L/a$). V trenutku zaprtja ventila ($t = 0$ s) se zaustavi in stisne parcialni volumen tekočine tik ob ventilu. V naslednjem trenutku se zaustavi in stisne parcialni volumen ob že zaustavljenem delčku tekočine. Zaustavitev tekočine potuje kot tlačni val s hitrostjo a proti rezervoarju. Na zgornji strani čela vala (čelo motnje gledamo v smeri potovanja vala) je tok stacionaren (H_0 , v_0 , motnja ga še ni dosegla), na spodnji strani pa kapljevina miruje ($H_0 + \Delta H$, $v = 0$ m/s). Tlačni val prispe do rezervoarja v času $t = L/a$.
2. *Odboj tlačnega vala pri rezervoarju in potovanje proti ventilu* (slika 1: d in e, $L/a \leq t < 2L/a$). V trenutku, ko tlačni val prispe do rezervoarja, vsa tekočina v cevovodu miruje, tlačna višina pa je enaka $H_0 + \Delta H$. Ker je gladina vode v rezervoarju konstantna H_0 , v času $t = L/a$ obstaja neravnovesje med tlačno višino v rezervoarju H_0 in cevovodu $H_0 + \Delta H$. Tekočina začne teči proti rezervoarju, tlačna višina v cevovodu pa se izenači z višino v rezervoarju. Negativni tlačni val tako potuje od rezervoarja proti ventilu. Na zgornji strani čela vala tekočina miruje ($H_0 + \Delta H$, $v = 0$ m/s), na spodnji strani pa je tok kapljevine usmerjen proti rezervoarju (H_0 , $v = -v_0$). Tlačni val prispe do ventila v času $t = 2L/a$.
3. *Odboj tlačnega vala pri ventilu in potovanje proti rezervoarju* (slika 1: f in g, $2L/a \leq t < 3L/a$). V času $t = 2L/a$ po zaprtju ventila je tlačna višina v cevovodu enaka začetni vrednosti H_0 , vsa tekočina teče v smeri proti rezervoarju ($v = -v_0$). Ker je ventil zaprt, ne moremo doseči hitrosti $-v_0$ pri ventilu (ni dotoka tekočine). Tok tekočine v smeri proti rezervoarju se zato pri ventilu ustavi, tlačna višina pa se zmanjša na $H_0 - \Delta H$. Zaustavitev gibanja tekočine potuje kot negativni tlačni val proti rezervoarju. Na

zgornji strani čela vala pa kapljevina miruje ($H_0 - \Delta H$, $v = 0$ m/s). Tlačni val prispe do rezervoarja v času $t = 3L/a$.

4. *Odboj tlačnega vala pri rezervoarju in potovanje proti ventilu* (slika 1: h in i, $3L/a \leq t < 4L/a$). V času $t = 3L/a$ po zaprtju ventila doseže negativni tlačni val rezervoar, vsa kapljevina v cevovodu miruje ($v = 0$ m/s), tlačna višina v cevovodu je enaka $H_0 - \Delta H$. Ponovno obstaja neravnovesje med tlačno višino v rezervoarju H_0 in cevovodu $H_0 - \Delta H$, kar je vzrok za ponovno odtekanje tekočine proti ventilu, tlačna višina v cevovodu pa se izenači z višino v rezervoarju. Na zgornji strani čela vala tekočina miruje ($H_0 - \Delta H$, $v = 0$ m/s), na spodnji strani čela vala pa je tok kapljevine usmerjen proti ventilu (H_0 , v_0), to pomeni, da so pretočni pogoji enaki začetnim (stacionarnim). Ko tlačni val v času $t = 4L/a$ prispe do zaprtega ventila, so pretočni pogoji v cevovodu enaki začetnim v času trenutnega zaprtja ventila $t = 0$ s.

Opisan časovni interval $0 \leq t < 4L/a$ imenujemo teoretična perioda cevovoda pri pojavu vodnega udara. Ob predpostavki, da se izgube zaradi trenja zanemarijo, se obravnavani proces nadaljuje s periodo $4L/a$. Čas $t = 2L/a$, ki poteče med začetkom tlačnega vala na zapornem elementu (ventil) in njegovim povratkom na začetno mesto, imenujemo faza. Kadar se zaporni element zapre trenutno, se v cevovodu pojavijo maksimalni nadtlaki, ki ustrezajo polnemu vodnemu udaru. Razlikujemo dve možnosti (Rajar, 1980):

- čas zapiranja je krajši od $t = 2L/a$ in
- čas zapiranja je daljši od $t = 2L/a$.

V prvem primeru lahko pojav razčlenimo na faze, ki so prikazane na sliki 1. Pri takem načinu zapiranja se pri ventilu in vzdolž cevovoda pojavljajo maksimalni nadtlaki, ki ustrezajo polnemu vodnemu udaru. Dolžina odseka cevi, na kateri se pojavljajo maksimalni nadtlaki, je odvisna od dolžine cevi L , hitrosti zapiranja ter hitrosti potovanja tlačnega vala a .

V drugem primeru pa počasno zapiranje reducira maksimalni tlak in s tem ščiti najbolj obremenjene dele hidromehanske opreme pred maksimalnim vodnim udarom.

2.2 Enačbe vodnega udara

Obravnavamo "malo stisljivo cev", kar pomeni, da je vpliv stisljivosti tekočine istega reda velikosti, kot vpliv raztegljivosti cevi.

Osnovni enačbi za malo raztegljivo cev bomo izpeljali ob naslednjih predpostavkah (Rajar, 1980):

- tok v cevovodu je enodimenzionalen,
- hitrost je enakomerno porazdeljena po preseku,
- presek cevi je enak vzdolž celotne dolžine cevi (cev enotnega prereza),
- material cevi ima linearno elastične lastnosti,
- spremembe gostote tekočine so zelo majhne v primerjavi z gostoto samo,
- stisljivost tekočine in elastičnost cevi imata približno enak vpliv na propagacijo tlačnih valov,
- notranjega trenja v tekočini ni. Upoštevamo le trenje med tekočino in stenami cevovoda in sicer kot zunanjo silo.

2.2.1 Dinamična enačba

Dinamično enačbo zapišemo za elementarni odsek cevi dolžine δx , ki je omejen z dvema paralelnima ploskvama A in B pravokotno na os cevovoda, kot je prikazano na sliki 2.

Izhajamo iz osnovne dinamične enačbe za smer x :

$$\frac{dv}{dt} = \sum F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.1)$$

ki jo zapišemo za elementarni odsek cevi dolžine δx , kar je razvidno iz slike 2.

V členu ΣF_x sta zajeti naslednji dve sili:

$$\sum F_x = F_g + F_{tr} \quad (2.2)$$

F_g težnostna sila na enoto mase:

$$F_g = g \sin \alpha \quad (2.3)$$

F_{tr} sila trenja na enoto mase:

$$F_{tr} = -\lambda \frac{v^2}{2D} \quad (2.4)$$

Silo trenja na enoto mase smo dobili s pomočjo strižne napetosti ob steni τ_0 , ki jo izrazimo z empirično enačbo:

$$\tau_0 = \lambda \frac{\rho v^2}{8} \quad (2.5)$$

Negativni predznak je posledica dejstva, da je sila trenja nasprotna osnovni smeri gibanja. Če to vstavimo v enačbo (2.1), dobimo:

$$\frac{dv}{dt} = g \sin \alpha - \lambda \frac{v^2}{2D} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.6)$$

Z upoštevanjem, da tlak izrazimo s pomočjo piezometrične višine:

$$p = \gamma(H - z) \quad (2.7)$$

ter da je cev nagnjena pod kotom α :

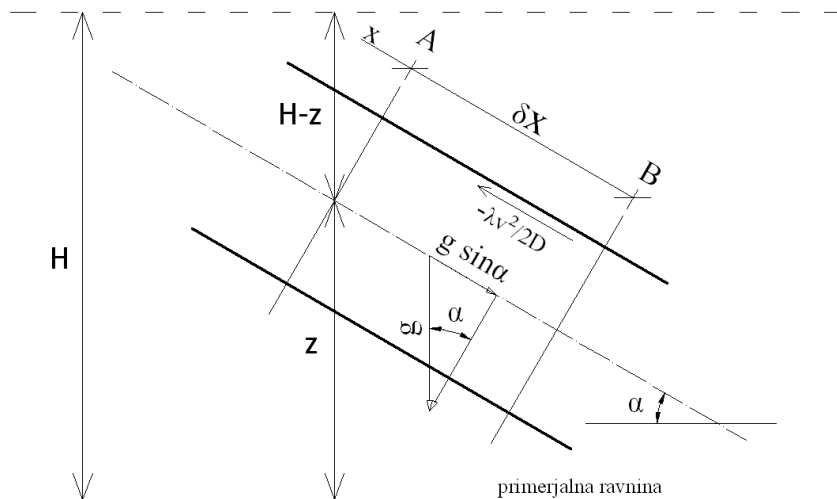
$$-\frac{\partial z}{\partial x} = \sin \alpha \quad (2.8)$$

dobimo:

$$\frac{dv}{dt} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \lambda \frac{v^2}{2D} = 0 \quad (2.9)$$

Če totalni diferencial hitrosti zamenjamo s parcialnim in upoštevamo, da mora tretji člen vedno obdržati smer, ki je nasprotna hitrosti, dobimo dinamično enačbo v končni obliki:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\lambda v |v|}{2D} = 0 \quad (2.10)$$



Slika 2: Elementarni odsek cevi

2.2.2 Kontinuitetna enačba

Izhajamo iz osnovne oblike kontinuitetne enačbe, ki izraža, da je časovna sprememba mase v določenem elementu (v našem primeru element volumna $A\delta x$) enaka neto masnemu pretoku skozi površino elementa (Rajar, 1980):

$$-\frac{\partial(\rho Av)}{\partial x} \delta x = \frac{\partial(\rho A)}{\partial t} \delta x \quad (2.11)$$

ali

$$-\left[\rho A \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial A}{\partial x} + v A \frac{\partial \rho}{\partial x} \right] \delta x = \rho \frac{\partial A}{\partial t} \delta x + A \frac{\partial \rho}{\partial t} \delta x \quad (2.12)$$

dalje dobimo:

$$-\left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{v}{A} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{v}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right] \delta x = \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.13)$$

če zgornjo enačbo razstavimo na komponente dobimo:

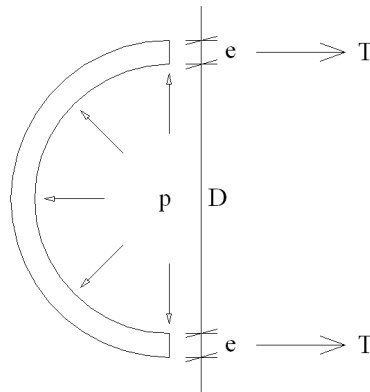
$$\underbrace{\frac{v}{A} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial t}}_{\frac{1}{A} \frac{dA}{dt}} + \underbrace{\frac{v}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t}}_{\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt}} + \underbrace{\frac{\partial v}{\partial x}}_{\frac{\partial v}{\rho x}} = 0 \quad (2.14)$$

Prvi člen v enačbi (2.14) izraža vpliv elastičnosti cevi.

Predpostavimo, da je cev tenkostenska in sestavljena iz linearno elastičnega materiala ter pogoj ravnovesja na enoto dolžine, ki je razviden iz slike 3:

$$pD = 2T \quad (2.15)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{D}{2} \frac{dp}{dt} \quad (2.16)$$



Slika 3: Ravnotežni pogoji na enotno dolžino cevi

Napetost v steni cevi je $\sigma = T/e$ in je zato:

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{D}{2e} \frac{dp}{dt} \quad (2.17)$$

Ob upoštevanju Hookovega zakona $\sigma = \epsilon E$, kjer je ϵ specifični raztezek in E elastični modul materiala cevi, dobimo:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{D}{2eE} \frac{dp}{dt} \quad (2.18)$$

$$d\epsilon = \frac{dO}{O} = \frac{d(2\pi r)}{2\pi r} = \frac{dr}{r} \quad (2.19)$$

kjer je specifični raztezek oboda cevi:

$$dr = d\varepsilon \frac{d}{2} \quad (2.20)$$

povečanje ploščine kroga je:

$$dA = \pi D r = \pi D d\varepsilon \frac{D}{2} \quad (2.21)$$

tako dobimo končno enačbo za vpliv elastičnosti cevi:

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{D}{eE} \frac{dp}{dt} \quad (2.22)$$

Drugi člen v enačbi (2.14) izraža stisljivost tekočine.

Modul stisljivosti vode izrazimo z gostoto:

$$K = \rho \frac{dp}{dt} \quad (2.23)$$

Če drugi člen enačbe (2.14) izrazimo z modulom stisljivosti, dobimo:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{K} \frac{dp}{dt} \quad (2.24)$$

Izraza (2.22) in (2.24) vstavimo v enačbo (2.14) in s tem se kontinuitetna enačba glasi:

$$\frac{D}{eE} \frac{dp}{dt} + \frac{1}{K} \frac{dp}{dt} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (2.25)$$

Izpostavimo člen, ki upošteva stisljivost kapljevine:

$$\frac{1}{K} \frac{dp}{dt} \left(1 + \frac{KD}{eE} \right) + \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad (2.26)$$

in zapišemo drugače:

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt} + a^2 \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad (2.27)$$

pri tem je:

$$a^2 = \frac{K}{\rho \left(1 + \frac{KD}{eE} \right)} \quad (2.28)$$

V naslednjem poglavju 2.2.3 bomo pokazali, da a predstavlja hitrost širjenja tlačnih valov.

Tlak izrazimo s pomočjo enačbe (2.6) in odvajamo po času t :

$$\frac{dp}{dt} = v \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.29)$$

$$\frac{dp}{dt} = \rho g v \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial x} \right) + \rho g \left(\frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial z}{\partial t} \right) \quad (2.30)$$

Ker je cev v fiksnem položaju, je člen $\partial z / \partial t = 0$, uporabimo še enačbo (2.8) in zapišemo kontinuitetno enačbo v končni obliki:

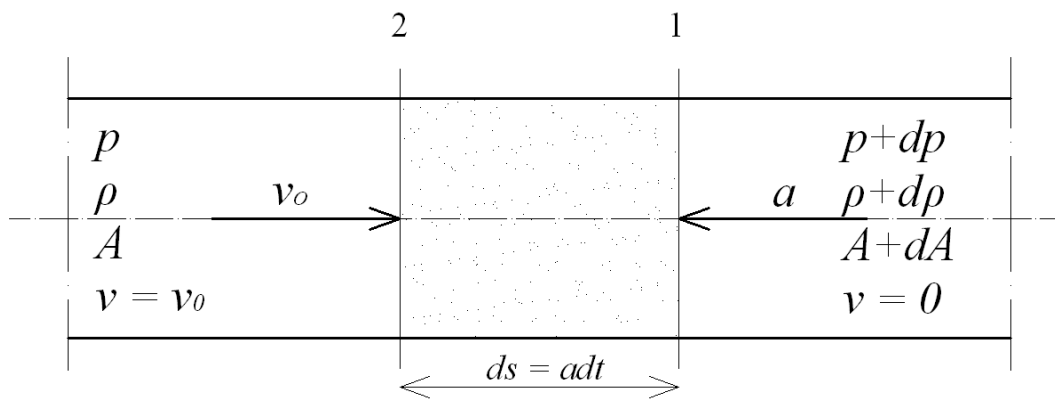
$$\frac{a^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} + v \sin \alpha = 0 \quad (2.31)$$

Dinamična enačba (2.10) in kontinuitetna enačba (2.31) predstavljata sistem nelinearnih parcialnih diferencialnih enačb prvega reda, hiperboličnega tipa.

2.2.3 Hitrost širjenja tlačnih valov

V enačbi (2.27) je a^2 konstanta, odvisna od lastnosti tekočine in lastnosti cevi. Prikazali bomo, da ta člen predstavlja kvadrat hitrosti širjenja tlačnih valov po cevovodu.

Opazujemo element tekočine, ki je omejen z dvema vzporednima presekom pravokotnima na os cevovoda, kot je prikazano na sliki 4 (Bergant, 1981).



Slika 4: Tekočinski delec

V času t tlačni val pride do preseka 1 in v njem povzroči povečanje tlaka ($p+dp$), gostote ($\rho+d\rho$) in preseka ($A+dA$) ter zaustavitev pretoka. V času dt tlačni val prispe do preseka 2.

Masa tekočinskega elementa med presekom 1 in 2 se poveča za maso, ki priteče v ta element.

Postavimo enačbo:

$$\rho A v_0 dt = (\rho + d\rho)(A + dA)adt - \rho Aadt \quad (2.32)$$

Ki jo razvijemo, zanemarimo člene višje stopnje in dobimo:

$$\left(\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} \right) a = v_0 \quad (2.33)$$

Uporabimo izraz za modul stisljivosti (2.23) in prvi člen v oklepaju zapišemo na naslednji način:

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dp}{K} \quad (2.34)$$

Podobno naredimo za drugi člen v oklepaju. Uporabimo izraza (2.18) in (2.22) in zapišemo spremembo preseka cevovoda v enoti preseka:

$$\frac{dA}{A} = 2d\varepsilon \quad (2.35)$$

Zmanjšanje hitrosti pretoka in s tem povečanje tlaka povzroči v cevovodu napetosti in deformacije.

V našem primeru obravnavamo tankostenski cevovod ($e \ll D$). V pravokotnem prerezu cevi nastopa aksialna normalna napetost σ_1 , v radialnem prerezu tangentska normalna napetost σ_2 , v tangencialni ravnini na notranji strani cevovoda pa radialna normalna napetost $\sigma_r = -p$.

Napetosti v steni cevovoda so:

$$\sigma_1 = \frac{pD}{2e} \quad (2.36)$$

$$\sigma_2 = \frac{pD}{4e} \quad (2.37)$$

Aksialne in tangencialne deformacije zapišemo s pomočjo napetosti (Srpčič, 2003):

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu(-p + \sigma_2)) = \frac{pD(1-2\nu)}{4eE} \quad (2.38)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \nu(-p + \sigma_1)) = \frac{pD(2-\nu)}{4eE} \quad (2.39)$$

V našem primeru predpostavimo, da je cevovod vpet tako, da so preprečene aksialne deformacije.

Sprememba preseka cevovoda je odvisna od tangencialnih napetosti in s tem posledično tangencialnih deformacij.

Predpostavko o aksialnih deformacijah uporabimo v enačbi (2.38) in napišemo enačbo (2.35) v novi obliki:

$$\frac{dA}{A} = 2d\varepsilon_2 = dp \frac{D}{Ee} (1-\nu^2) \quad (2.40)$$

Z upoštevanjem enačb (2.34) in (2.40) dobimo iz enačbe (2.33):

$$dp \left(\frac{a}{K} + a \frac{D}{Ee} (1-\nu^2) \right) a = v_0 \quad (2.41)$$

Iz zakona o gibalni količini za tekočinski element med presekom 1 in 2, kot je prikazano na sliki 4, določimo povečanje tlaka dp . V času t se ta element giblje s hitrostjo $v + v_0$, v času $t + dt$ pa je $v = 0$.

Zapišemo enačbo za gibalno količino:

$$(\rho + d\rho)(A + dA)av_0 dt = (A + dA)dp dt \quad (2.42)$$

Zanemarimo spremembo gostote in dobimo:

$$dp = \rho v_0 a \quad (2.43)$$

Vstavimo v enačbo (2.41) in dobimo:

$$a = \frac{\sqrt{K}}{\sqrt{\rho \left(1 + \frac{KD}{Ee} (1 - v^2) \right)}} \quad (2.44)$$

ali v splošni obliki:

$$a = \frac{\sqrt{K}}{\sqrt{\rho \left(1 + \frac{KD}{Ee} C \right)}} \quad (2.45)$$

Vidimo da je enačba (2.45) enaka enačbi (2.28), razlikuje se z faktor C . Ta korekcijski faktor zajema vpliv vgraditve cevovoda oziroma je odvisen od tega, ali je cevovod zakopan ali posebej fiksiran. V primeru enačbe (2.28) je njegova vrednost enaka 1, kar ustreza modelu cevovoda, ki je vpet na zgornjem koncu. Korekcijski koeficienti so podani v literaturi, lahko pa uporabimo diagrame za direktno določanje hitrosti širjenja tlačnih valov (Rajar, 1980).

2.3 Metoda karakteristik za reševanje enačb vodnega udara

Rešitev problema vodnega udara je v tem, da določimo odvisni spremenljivki H (tlačna višina) in v (hitrost) v vsakem profilu x in v vsakem času t . Torej iščemo neznani funkciji $H(x,t)$ in $v(x,t)$. Ti funkciji dobimo iz sistema enačb (2.10) in (2.31) (dinamična in kontinuitetna enačba) (Rajar, 1980).

Nestalni tok v cevi je sestavljen iz elementarnih tlačnih valov, ki se ves čas propagirajo v obeh smereh. Ker je zato sistem enačb (2.10) in (2.31) tudi hiperboličen, je najprimernejša metoda reševanja metoda karakteristik.

Enačbe karakteristik dobimo iz sistema enačb (2.10) in (2.31) ter še dveh enačb, ki dajeta zvezo med totalnimi in parcialnimi diferenciali. V matrični obliki to lahko zapišemo:

$$\begin{pmatrix} g & 0 & v & 1 \\ v & 1 & \frac{a^2}{g} & 0 \\ dx & dt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dt \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \frac{\partial H}{\partial x} \\ \frac{\partial H}{\partial t} \\ \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\lambda v |v|}{2D} \\ -v \sin \alpha \\ dH \\ dv \end{pmatrix} \quad (2.46)$$

Ugotovimo, da so parcialni odvodi nedefinirani, torej mora biti determinanta koeficientov enaka nič. Determinanta, kjer enega od stolpcev osnovne determinante zamenjamo s stolpcem na desni strani enačbe, mora biti prav tako enaka nič. Če determinanto koeficientov torej izenačimo z nič, dobimo prvi enačbi karakteristik:

$$\frac{dx}{dt} = v + a \quad (2.47)$$

$$\frac{dx}{dt} = v - a \quad (2.48)$$

Vrednost v lahko zanemarimo, saj je hitrost vode v primerjavi s hitrostjo propagacije elementarnih valov zelo majhna. Za praktičen primer ($v = 2-3$ m/s, $a \approx 1100$ m/s) predstavlja zanemaritev člena v v enačbah (2.47) in (2.48) kvečjemu 0,3 % napako. Tako zapišemo enačbe karakteristik s konstantnim naklonom:

$$\frac{dx}{dt} = a \quad (2.49)$$

$$\frac{dx}{dt} = -a \quad (2.50)$$

Če zamenjamo enega od stolpcev determinante koeficientov z vektorjem na desni strani enačbe (2.46) in to determinanto izenačimo z nič, dobimo drugi dve enačbi karakteristik:

$$\frac{dH}{dt} + \frac{a}{g} \frac{dv}{dt} + v \sin \alpha + \frac{a\lambda v|v|}{2gD} = 0 \quad (2.51)$$

$$\frac{dH}{dt} - \frac{a}{g} \frac{dv}{dt} + v \sin \alpha - \frac{a\lambda v|v|}{2gD} = 0 \quad (2.52)$$

Dobili smo štiri enačbe karakteristik. Prvi dve enačbi (2.49) in (2.50) določata potovanje čela elementarnih valov (iz njih lahko določimo x in t – torej mesto in čas srečanja dveh elementarnih valov), drugi dve enačbi (2.51) in (2.52) pa določata tlačno višino H in hitrost v , ki nastaneta na mestu srečanja.

2.4 Ostale metode reševanja

2.4.2 Grafična metoda

Grafična metoda predstavi enačbo:

$$\sum \Delta H = \pm \frac{a}{g} \sum \Delta v \quad (2.53)$$

grafično v diagramu $H - v$, H na ordinatni osi in v na abscisni osi. Trenje se upošteva naknadno s korekcijo diagrama. Njena prednost je v nazorni predstavitvi fizikalnih pojavov med prehodnim režimom obratovanja turbine, postane pa nepregledna in dolgotrajna pri zapletenih pretočnih sistemih (Wylie, Streeter in Sou, 1993).

2.4.3 Algebraična metoda

Algebraična metoda je poseben primer metode karakteristik. Uporablja se za reševanje problemov v hidravličnih sistemih z majhnim trenjem in občutljivimi dinamičnimi robnimi pogoji. Njena glavna prednost pa je, da lahko obravnavane enačbe uporabljamo za več cevni odsekov z različnimi premeri, s tem da uporabimo časovni interval enega odseka ($\Delta t = \Delta x/a$). Metoda je primerna za reševanje z računalnikom (Wylie, Streeter in Sou, 1993), (Bergant, 1981).

2.4.4 Implicitna metoda

Implicitna metoda temelji na metodi končnih razlik, zato pričakujemo, da bodo rezultati manj natančni na območjih naglih sprememb (strmo čelo vala), vendar pri praktični uporabi ugotovimo, da z njimi lahko dobimo rezultate z zadovoljivo natančnostjo (Perkins, 1963). Perkins je prikazal, da se pri simulaciji vodnega udara rezultati implicitnih metod dobro ujemajo z rezultati metod karakteristik. V nekaterih primerih se pojavljajo oscilacije na

območjih naglih sprememb pri zelo kratkih časih zapiranja, toda oscilacije se hitro zadušijo brez da bi vplivale vpliva na točnost celotnega izračuna. Šum je možno preprečiti s skrbnim izborom časovnega koraka, ki mora zadoščati Courantovemu pogoju (Fitzgerald in ostali, 1998).

2.4.5 Metoda končnih elementov

Metoda končnih elementov je splošno sprejeta metoda za reševanje problemov v mehaniki trdnih teles in tekočin, vendar se za enkrat pri reševanju problemov prehodnih pojavov uporablja redkeje. Metoda je uspešna pri prehodnih pojavih pri katerih se hidrodinamične količine spreminjajo zvezno. Pri hitrih spremembah prihaja v rezultatih do visokofrekvenčnih oscilacij hidrodinamičnih spremenljivk (Wylie, Streeter in Sou, 1993).

2.5 Stabilnost, difuzija in dušenje numeričnih metod reševanja

Ker pri nobeni od metod končnih razlik niti pri eksplicitnih, niti pri implicitnih shemah ne moremo parcialnih odvodov nadomestiti z izrazi končnih razlik popolnoma točno, ampak so to le aproksimacije, nastanejo pri vseh teh metodah določene napake, ki se pri vsakem časovnem koraku lahko še sumirajo. V zvezi s tem je posebno pri eksplicitnih shemah pereč problem numerične stabilnosti, difuzije in dušenja (Rajar, 1980).

2.5.1 Stabilnost

Govorimo le o numerični stabilnosti oz. nestabilnosti, ki nastane zaradi netočne aproksimacije odvodov. To pomeni, da zaokroževanje rezultatov v danem koraku ne vpliva na natančnost rezultatov v naslednjih korakih izračuna (Bergant, 2001). Pri eksplicitnih metodah sta torej v nekem času t_n obe odvisni spremenljivki, npr. v in H , izračunani z neko napako:

$$v_n = v_n^* + \Delta v_n \quad (2.54)$$

$$H_n = H_n^* + \Delta H_n \quad (2.55)$$

kjer sta v_n^* in H_n^* točni vrednosti, Δv_n in ΔH_n pa napaki.

Ko dalje računamo obe funkciji v času $t_{n+1} = t_n + \Delta t$, naredimo dodatno napako. Pri tem obstajata dve možnosti:

- a) nova (skupna) napaka $\Delta v_{n+1} > \Delta v_n$ je torej večja od prejšnje, v vsakem časovnem intervalu se napaka veča, dokler ne dobimo popolnoma nesmiselnih rezultatov
- b) kljub temu, da pri vsakem novem časovnem intervalu povzročamo nove napake, pa ima računsko shema to lastnost, da vsakokrat prevlada tendenca konvergiranja k točni vrednosti, tako da vsaka napaka ostane omejena, vse rešitve pa so približne, vendar točne do neke majhne napake ε . Taka shema je stabilna.

S Fourierovo analizo je možno napraviti analizo stabilnosti za nekoliko poenostavljeno (linearizirano) obliko osnovnih enačb. Ta analiza pokaže, da je pri eksplisitivnih metodah stabilnost večinoma odvisna od časovnega intervala Δt . Dobimo t.i. Courantov pogoj stabilnosti:

$$\frac{a\Delta t}{\Delta x} \leq C \quad (2.56)$$

- a ... hitrost vala [m/s]
- Δt ... časovni korak [s]
- Δx ... dolžina odseka [m]
- C ... konstanta odvisna od konkretne enačbe, ki računa Δt in Δx

Enačba (2.56) torej pove, da je shema stabilna, če je pogoj izpolnjen v vseh točkah mreže x, t . Če pa je Δt prevelik, nastane pri računu tolikšna napaka, da rešitev ne konvergira več k pravi vrednosti.

Vidimo lahko, da je pogoj (2.56) enak enačbama (2.49) in (2.50), ki smo ju izpeljali iz enačb karakteristik, pri čemer je vrednost konstante C enaka 1. S tem je Courantovem pogoju avtomatsko zadoščeno in ga pri metodah karakteristik ni potrebno dodatno upoštevati.

Treba pa je poudariti, da pogoj (2.56) pri ostalih metodah ni vedno zadosten. Zaradi določenih poenostavitev pri analizi stabilnosti vrednost Δt po enačbi (2.56) ni popolnoma točna. Ker je detajlna analiza kompletnih enačb dokaj težka, se za praktično uporabo upošteva še koeficient z vrednostjo 0,5 do 0,9, s katerim se pomnoži vrednost Δt .

2.5.2 Difuzija

Tudi ta pojav obravnavamo v povezavi z napakami, ki nastanejo pri numeričnem računanju.

Vsak val si lahko po Fourierovi analizi razstavimo na osnovne valove različnih amplitud in različne frekvence. Vsak tak val se propagira s svojo hitrostjo, skupaj pa v vsakem trenutku sestavljajo celotni val. Pri računanju z numeričnimi metodami pa hitrost posameznih valov ni točna. Zato nam numerična rešitev poda drugačno interferenco valov v vsakem času in je tudi integralna slika vala zato netočna. Lastnost, pri kateri v numeričnih shemah elementarni valovi ne potujejo tako kot dejanski elementarni valovi, imenujemo difuzija.

2.5.3 Dušenje

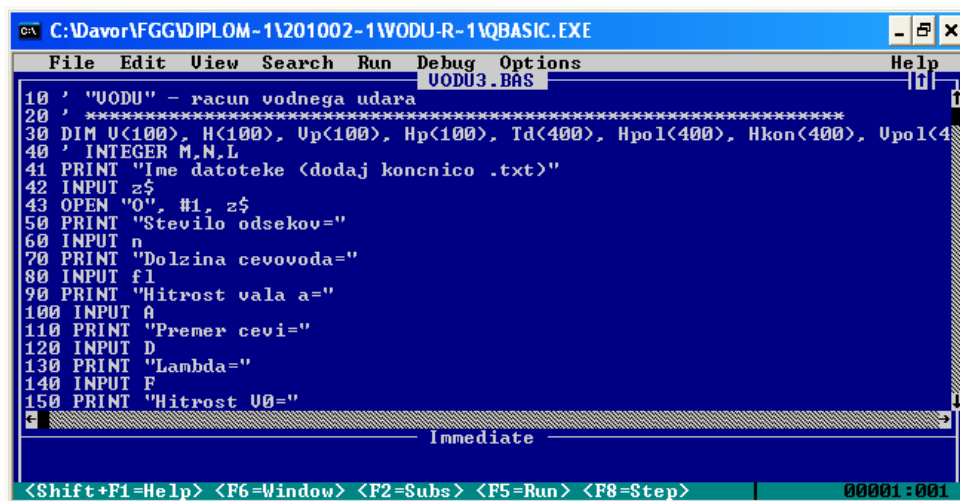
Pri numeričnem reševanju nastane napaka (podobno kot pri simulaciji propagacijske hitrosti posameznih valov) tudi pri računu amplitud posameznih valov. To imenujemo dušenje (lahko je tudi ojačanje) valov, kar zopet vodi k splošni netočnosti rezultatov. Z detajlnejšimi analizami za posamezne metode približno ugotavljamo tako faktorje difuzije kot faktorje dušenja, ki dajejo red točnosti posamezne metode.

3. OPIS RAČUNALNIŠKIH PROGRAMOV

3.1 VODU

Računalniški program VODU je razložen za primer vodnega udara v nagnjeni ravni cevi s stalnim prerezom in enakomerno debelino stene t.j. v cevi s konstantno karakteristiko. Program je napisal dr. Rudi Rajar in se nahaja v učbeniku kot priloga (Rajar, 1980). Matematični model rešuje sistem enačb po metodi karakteristik. Sistem enačb predstavljajo gibalna in kontinuitetna enačba, robni in začetni pogoji hidravličnega sistema. Program računa tlačno višino in hitrost v definiranih točkah (vozliščih) hidravličnega sistema.

VODU je bil razvit na FGG (Rajar, 1980) in je zapisan v programskem jeziku BASIC, ki je bil razvit v 60. letih prejšnjega stoletja. V tistih časih je uporabo računalnika pogojevalo kompleksno znanje programiranja, BASIC pa je bil prvi programski jezik, ki je bil dovolj enostaven in je omogočal uporabo računalnika tudi laičnim uporabnikom. BASIC temelji na programskih jezikih FORTRAN II in ALGOL 60. Koda programa VODU je zapisana v prevajalniku QBASIC, program je brezplačen in je prosto dostopen na internetu. Prevajalnik QBASIC omogoča poganjanje programa samo preko uporabnikovega vmesnika in nima opcije izdelave .exe datoteke, preko katere bi lahko samostojno pognali numerični izračun.



```
10 ' "VODU" - racun vodnega udara
20 ' *****
30 DIM U(100), H(100), Up(100), Hp(100), Td(400), Hpol(400), Hkon(400), Upol(4
40 ' INTEGER M,N,L
41 PRINT "Ime datoteke (dodaj koncenco .txt)"
42 INPUT z$
43 OPEN "0", #1, z$
50 PRINT "Stevilo odsekov="
60 INPUT n
70 PRINT "Dolzina cevovoda="
80 INPUT fl
90 PRINT "Hitrost vala a="
100 INPUT a
110 PRINT "Premer cevi="
120 INPUT D
130 PRINT "Lambda="
140 INPUT F
150 PRINT "Hitrost U0="
```

Slika 5: Okenski prikaz programa VODU v programskem jeziku BASIC

Vhodne podatke za računalniški program VODU po zagonu vnašamo ročno za vsako spremenljivko posebej, ki jo potrdimo s tipko enter.

| | |
|---|---|
| "Ime datoteke" | podamo ime datoteke, v katero se izpišejo rezultati (dodamo končnico .txt) |
| "Število odsekov=" | število odsekov, s katerim razdelimo cevovod na N delov (spremenljivka n) |
| "Dolžina cevovoda=" | dolžina cevovoda v m (spremenljivka l) |
| "Hitrost vala a =" | hitrost vala po cevovodu v m/s (spremenljivka A) |
| "Premer cevi=" | premer cevi v m (spremenljivka D) |
| "Lambda=" | vrednost koeficienta trenja λ (spremenljivka F) |
| "Hitrost v_0 =" | začetna hitrost v cevovodu v m/s (spremenljivka V_0) |
| "Tmax=" | celotni čas simulacije v s (spremenljivka T_{max}) |
| "Cas zapiranja=" | čas zapiranja ventila v s (spremenljivka T_{zap}) |
| "Visina v rezervoarju=" | kota vode v rezervoarju v m n.v (spremenljivka H_r) |
| "Padec cevi – $\sin(\alpha)$ =" | naklon cevi v m/m (spremenljivka S_{ina}) |
| "Na koliko časovnih korakov zelite imeti izpis" | s tem številom povemo, na koliko časovnih korakov bo program izpisal rezultate |

Izračunane rezultate program zapiše v izhodno datoteko v ASCII obliki, katere ime smo podali pred začetkom izračuna. V izhodni datoteki so zapisane vrednosti vhodnih podatkov, časovni korak, tlačna višina na vtoku v cev, tlačna višina na sredini cevi, tlačna višina na koncu cevi (tik pred ventilom) ter hitrost vode na sredini cevi. Primer izhodne datoteke je prikazan v prilogi A.

Cev, FL dolgo, razdelimo na N enakih odsekov, pri čemer en odsek dolžine FL/N predstavlja diferenčno razdaljo Δx . V vseh točkah v vsakem časovnem koraku Δt na koncih teh odsekov (točk je $M = N + 1$, slika 6) računamo tlačne višine H in hitrost v .

Pred začetkom zapiranja ventila na spodnjem koncu cevi teče po cevi konstanten pretok Q_0 .

Račun je razdeljen na štiri dele:

- Račun začetnih pogojev, t.j. tlakov in hitrosti v vseh točkah cevi pred začetkom zapiranja (stacionarno stanje)

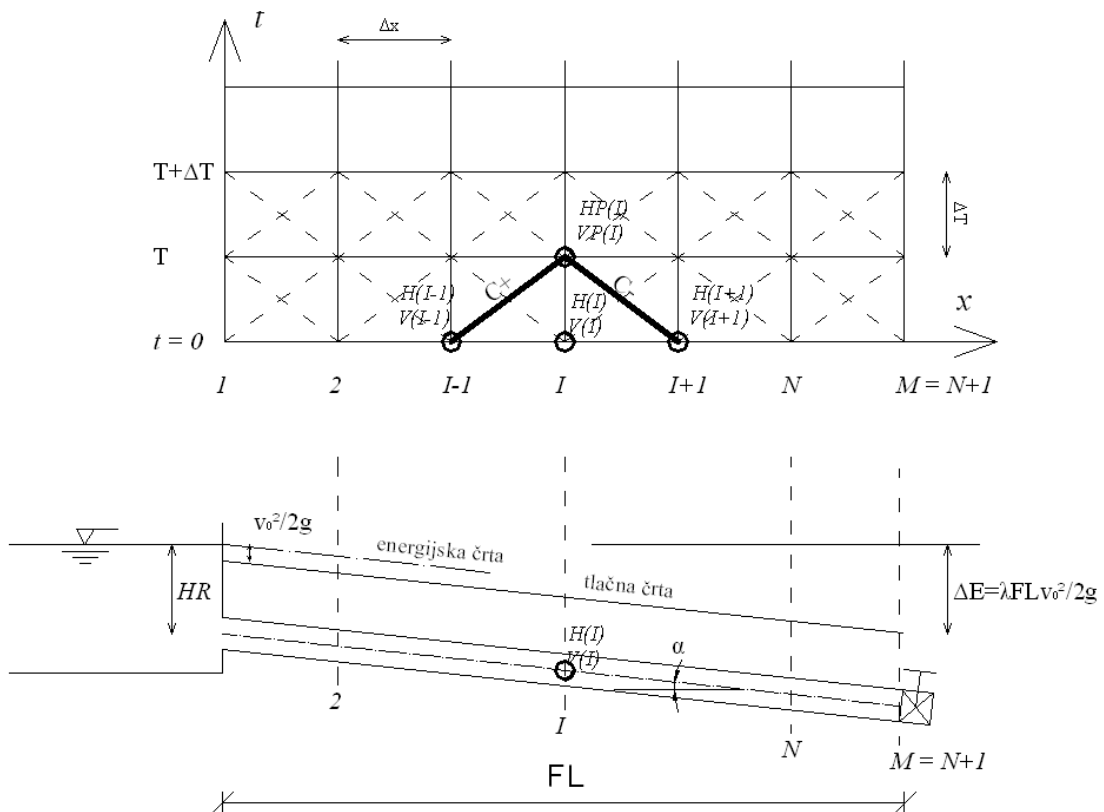
V času $t = 0$ moramo izračunati tlačno višino H in hitrost v vseh točkah cevi od 1 do M .

Hitrost v cevi je konstantna, torej je $v(I) = v_0$, kjer je v_0 znana količina ($v_0 = \frac{4Q_0}{\pi D^2}$).

Tlačno višino $H(I)$ za vsak profil določimo po enačbi:

$$H(I) = HR - v_0^2/2g - \lambda FL/D * v_0^2/2g * (I-1) \Delta x / FL + (I-1) \Delta x \sin \alpha \quad (3.1)$$

S tem imamo znane vse štiri spremenljivke x , t , H in v v vsaki točki cevovoda v času $t = 0$.



Slika 6: Numerična mreža za metodo karakteristik

- *Račun notranjih točk mreže v diagramu x,t po metodi karakteristik*

Predpostavljamo, da imamo v času T že izračunane odvisne spremenljivke $H(I)$ in $v(I)$ v vseh profilih cevi, ki smo jih izračunali bodisi iz začetnih pogojev, bodisi iz stanja v času $T - \Delta T$. Predstavljamo si, da v času T odpotujeta po cevi dva opazovalca, prvi iz profila $(I-1)$ s tokom, drugi pa iz profila $(I+1)$ proti toku. Srečata se po času ΔT v točki (I) . Ta čas ΔT lahko izračunamo iz enačb (2.49) ali (2.50), kjer za dx vzamemo Δx in za dt vzamemo ΔT .

Ker poznamo mesto (x) in čas $(T = T + \Delta T)$ srečanja obeh opazovalcev (valov), lahko iz enačb (2.51) in (2.52) izračunamo $HP(I)$ in $VP(I)$ v novi točki. V enačbi (2.51) pomeni:

$$dH = HP(I) - H(I-1) \quad (3.2)$$

$$dv = VP(I) - V(I-1) \quad (3.3)$$

$$dt = \Delta T \quad (3.4)$$

v enačbi (2.52) pa pomenijo:

$$dH = HP(I) - H(I+1) \quad (3.5)$$

$$dv = VP(I) - V(I+1) \quad (3.6)$$

$$dt = \Delta T \quad (3.7)$$

Te izraze vstavimo v enačbi (2.51) in (2.52) in dobimo:

$$HP(I) - H(I-1) + a/g [VP(I) - V(I-1)] + V(I-1) \sin \alpha \Delta T + a \lambda \Delta T / 2gD * V(I-1) / |I-1| = 0 \quad (3.8)$$

$$HP(I) - H(I+1) - a/g [VP(I) - V(I-1)] + V(I+1) \sin \alpha \Delta T - a \lambda \Delta T / 2gD * V(I+1) / |I+1| = 0 \quad (3.9)$$

Iz teh dveh enačb lahko direktno izračunamo neznanke $HP(I)$ in $VP(I)$:

$$HP(I) = 0,5 [H(I-1) + H(I+1) + a/g [V(I-1) - V(I+1)] - \sin \alpha \Delta T [V(I-1) + V(I+1)] - \lambda \Delta T / 2gD [V(I-1) / |I-1| - V(I+1) / |I+1|]] \quad (3.10)$$

$$VP(I) = 0,5 [V(I-1) + V(I+1) + a/g [H(I-1) - H(I+1)] - g/a * \sin \alpha \Delta T [V(I-1) - V(I+1)] - \lambda \Delta T / 2D [V(I-1) / |I-1| + V(I+1) / |I+1|]] \quad (3.11)$$

S tema dvema enačbama lahko s pomočjo znanih spremenljivk v času T izračunamo vse spremenljivke v profilih 2 do N v času $T + \Delta T$. V profilih 1 in M pa je postopek sledeč.

- *Račun levih (zgornjih) robnih točk v profilu 1*

Za začetno točko ($I = 1$, $T = T + \Delta T$) imamo samo eno enačbo, to je enačbo negativne karakteristike za $I = 1$ (3.9), imamo pa dve neznanki $HP(I)$ in $VP(I)$. Torej potrebujemo še eno dodatno enačbo.

Osnovni primer, pri katerem se cev na zgornjem koncu začne v rezervoarju, kjer je znana globina vode HR nad ustjem cevi, lahko računamo tlak v cevi tik pri vtoku po enačbah za stalni tok – smatramo, da je v kratkem časovnem intervalu ΔT tok stalen:

$$HP(I) = HR - VP(I)^2 / 2g \quad (3.12)$$

če teče voda iz rezervoarja v cev. Če pa je tok obratno usmerjen, to je, če voda izteka iz cevi v rezervoar, potem smatramo, da se kinetična višina $v^2 / 2g$ reducira v vrtincih kot energijska izguba pri razširitvah in enačba se glasi:

$$HP(I) = HR \quad (3.13)$$

Sedaj imamo na voljo ustrezne enačbe, da lahko izračunamo neznanki $HP(I)$ in $VP(I)$. Ker pa imamo v obeh enačbah odvisne člene, jih ne moremo direktno eksplicitno izpostaviti.

Pomagamo si s členom:

$$C5 = H(2) - \sin \alpha \Delta T * V(2) - a/g(V(2) - \lambda \Delta T / 2D * V(2) | V(2) |) \quad (3.14)$$

Za tok iz rezervoarja v cev ($v \geq 0$) tako lahko zapišemo enačbe:

$$VP(I) = a((1+2g(HR-C5)/a^2)^{0.5} - 1) \quad (3.15)$$

$$HP(I) = C5 + VP(I) \cdot a/g \quad (3.16)$$

Za tok iz cevi v rezervoar ($v < 0$) pa velja:

$$HP(I) = HR \quad (3.17)$$

$$VP(I) = (HP - C5) \cdot g/a \quad (3.18)$$

- Račun desnih (spodnjih) robnih točk v profilu M

Na desnem – dolvodnem koncu cevi, imamo samo enačbo pozitivne karakteristike (3.8) za $I = M$, neznanki pa sta dve: $HP(M)$ in $VP(M)$. Potrebujemo še eno enačbo. Kot primer je v tem preseku vzet ventil, ki se zapira. Enačba pretoka skozi ventil je za primer stalnega toka:

$$Q = S \cdot v_0 = C_d \cdot S_v \sqrt{(2gH_0)} \quad (3.19)$$

kjer je:

| | |
|-----------------|---|
| S | preseki cevi |
| H_0 | tlačna višina tik pred ventilom |
| $C_d \cdot S_v$ | preseki odprtine pomnožen s koeficientom iztoka |
| v_0 | hitrost stalnega toka v cevi |

V splošnem pa je pri nestalnem toku:

$$S \cdot VP(M) = C_d \cdot S_v \sqrt{(2gHP(M))} \quad (3.20)$$

Če to enačbo delimo z zgornjo, dobimo:

$$\frac{VP(M)}{v_0} = \tau \sqrt{\frac{HP(M)}{H_0}} \quad (3.21)$$

τ je brezdimenzijski parameter, ki pove, v kolikšni meri je ventil odprt. Pri stalnem toku, ko je ventil še odprt, je $\tau = 1$, medtem ko je $\tau = 0$, kadar je ventil zaprt. τ je navadno podan kot funkcija časa. Če imamo linearno zapiranje v času T_0 , je:

$$\tau = 1 - T/T_0 \quad (3.22)$$

Iz enačbe (3.21) in (3.10) lahko izračunamo neznanki $HP(M)$ in $VP(M)$. Ker pa imamo v obeh enačbah odvisne člene, jih ne moremo direktno eksplicitno izpostaviti.

Pomagamo si s členom:

$$C1 = V(N) + g/a(H(N) - \sin\alpha\Delta T * V(N)) - \lambda\Delta T/2D * (V(N)|V(N)|) \quad (3.23)$$

$$C3 = \tau^2 * V_0^2 * a/2gH_0 \quad (3.24)$$

V času zapiranja ventila ($T < T_0$) veljata enačbi:

$$VP(M) = (C3^2/4 + C3 * C1)^{0.5} - C3/2 \quad (3.25)$$

$$HP(M) = a/g * (C1 - VP(M)) \quad (3.26)$$

Po zaprtju ventila ($T \geq T_0$) pa veljata enačbi:

$$VP(M) = 0 \quad (3.27)$$

$$HP(M) = a/g * C1 \quad (3.28)$$

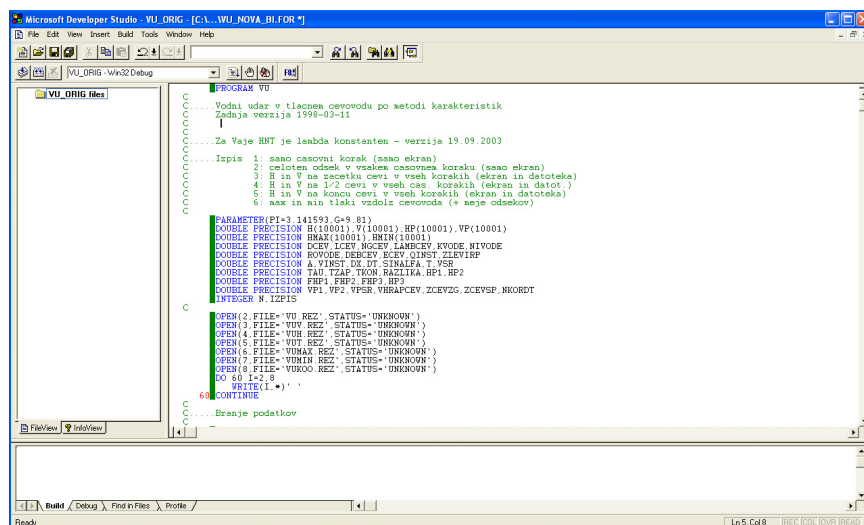
Ko so znane vse vrednosti v času $T + \Delta T$, moramo deklarirati vrednosti $HP(I)$ in $VP(I)$ kot vrednosti $H(I)$ in $V(I)$. Iz teh pa lahko ponovno izračunamo vrednosti $HP(I)$ in $VP(I)$ v naslednjem časovnem koraku (Rajar, 1980).

Koda računalniškega programa VODU se nahaja v prilogi B.

3.2 VU

Računalniški program VU obravnava problem vodnega udara v nagnjeni ravni cevi s stalnim prerezom in enakomerno debelino stene. Program je bil razvit v podjetju IBE d.d. in je delo dr. Andreja Širce. Matematični model rešuje sistem enačb po metodi karakteristik. Sistem enačb predstavljajo gibalna in kontinuitetna enačba ter robni in začetni pogoji hidravličnega sistema. Program računa tlačno višino in hitrost v definiranih točkah (vozliščih) hidravličnega sistema.

VU je zapisan v programskem jeziku FORTRAN, ki je nastal leta 1954 v podjetju IBM. Namenjen je predvsem znanstveno-tehničnim aplikacijam, saj zelo dobro podpira matematične operacije. FORTRAN je zelo uporabno orodje na področjih kot so vremenski modeli, analize končnih elementov, dinamike tekočin, itd. Koda programa VU je zapisana v programskem okolju Fortran PowerStation 4.0, ki pa je v primerjavi s QBASIC-om veliko močnejše. Omogoča namreč zapis kompleksnejših funkcij in izdelavo vgnezenih podprogramov. S pomočjo programskega okolja Fortran PowerStation 4.0 lahko programsko kodo pregledno urejamo, pri zaganjanju programa nam javlja konkretne napake, možen pa je tudi zagon programa po korakih. Program lahko zapišemo tudi v .exe obliki in ga neodvisno zaženemo.



```
PROGRAM VU
.....Vodni udar v tlačnem cevovodu po sestavi karakteristik
Zadnja verzija 1998-03-11
.....
.....Za Veje HNT je lambda konstanten - verzija 19.09.2003
.....Izpis: 1) samo časovni korak (samo ekran)
2) celoten odsek v vsakem časovnem koraku (samo ekran)
3) H in V na začetku cevi v vseh korakih (ekran in datoteka)
4) H in V na 1/2 cevi v vseh čas. korakih (ekran in datot.)
5) H in V na koncu cevi v vseh korakih (ekran in datoteka)
6) max in min tlaki vzdolž cevovoda (+ vse odseke)
.....
PARAMETER(IP=3, IPI=59, G=9.81)
DOUBLE PRECISION H(10001), V(10001), HP(10001), VP(10001)
DOUBLE PRECISION RMAX(10001), RMIN(10001)
DOUBLE PRECISION XCEV, LCEV, RCEV, LANCVEY, KYODE, NIYODE
DOUBLE PRECISION ROVODE, DEBEV, ECEV, QINSE, ZLEVIRP
DOUBLE PRECISION A, VIBSE, DV, SVARAF, T, PSR
DOUBLE PRECISION TAD, TZAP, TRON, RAZLIKA, HPI, HP2
DOUBLE PRECISION FPEP, FPE3, FPE2, FPE3
DOUBLE PRECISION VPI, VP2, VP3R, VHRAPCEV, ZCEVZG, ZCEVSP, NKORBD
INTEGER N, IZPIS
.....
OPEN(2, FILE='VU.REZ', STATUS='UNKNOWN')
OPEN(3, FILE='VUV.REZ', STATUS='UNKNOWN')
OPEN(4, FILE='VUB.REZ', STATUS='UNKNOWN')
OPEN(5, FILE='VUT.REZ', STATUS='UNKNOWN')
OPEN(6, FILE='VUNAK.REZ', STATUS='UNKNOWN')
OPEN(7, FILE='VUNIM.REZ', STATUS='UNKNOWN')
OPEN(8, FILE='VUKOO.REZ', STATUS='UNKNOWN')
DO 60 I=1, 9
WRITE(I,*)
60 CONTINUE
.....Branje podatkov
```

Slika 7: Okenski prikaz programa VU v programskem jeziku FORTRAN

Program VU zajema vhodne podatke računalniški iz vhodne datoteke VU.dat. Primer se nahaja v prilogi C.

Računalniški program VU ima več možnosti izpisa rezultatov, ki jih zapiše v izhodne datoteke v ASCII obliki. Možnost izpisa definiramo v vhodni datoteki VU.dat.

- izpis 1: program izpiše samo časovni korak na ekran,
- izpis 2: program izpiše na ekran izračun tlačne višine in hitrosti za vse odseke za vsak časovni korak,
- izpis 3: program izpiše na ekran izračun tlačne višine in hitrosti na začetku cevi za vsak časovni korak, rezultate zapiše tudi v datoteke VU.rez, VUT.rez, VUH.rez in VUV.rez,
- izpis 4: program izpiše na ekran izračun tlačne višine in hitrosti na sredini cevi za vsak časovni korak, rezultate zapiše tudi v datoteke VU.rez, VUT.rez, VUH.rez in VUV.rez,
- izpis 5: program izpiše na ekran izračun tlačne višine in hitrosti na koncu cevi (tik pred ventilom) za vsak časovni korak, rezultate zapiše tudi v datoteke VU.rez, VUT.rez, VUH.rez in VUV.rez (priloga Č),
- izpis 6: program izpiše na ekran maksimalne in minimalne tlake vzdolž cevovoda, rezultate zapiše tudi v datoteke VUMAX.rez, VUMIN.rez in VUKOO.rez.

Račun je prav tako kot pri programu VODU razdeljen na štiri dele: račun začetnih pogojev, račun levih robnih pogojev (na vtoku v cev), račun notranjih točk mreže ter račun desnih robnih pogojev (tik pred ventilom). Izračun začetnih pogojev in račun notranjih točk je identičen kot pri programu VODU, zato bomo podrobno opisali samo izračun levih in desnih robnih pogojev.

- *Račun levih robnih točk (vtok v cev)*

Problem predstavljajo iste enačbe kot v poglavju 3.1, to je enačba negativne karakteristike (3.11) ter enačbi (3.12) in (3.13), s katerima računamo tlačno višino (odvisno od smeri toka). Pri toku vode iz cevi v rezervoar ($v < 0$) izračun neznank ni težaven, saj enačbo (3.13) vstavimo v enačbo negativne karakteristike (3.8) in ko izpostavimo neznanko $VP(1)$, dobimo:

$$HP(1) = HR \quad (3.29)$$

$$VP(1) = g/a*(HP(1)-H(2)+V(2)*\sin\alpha\Delta T - a\lambda\Delta T/2gD*V(2)|V(2)|)+V(2) \quad (3.30)$$

V primeru, ko voda teče iz rezervoarja v cev, pa upoštevamo izgubo tlačne višine zaradi hitrosti vode. Tako se pri enačbah (3.29) in (3.30) spet pojavi problem, kako izračunati neznanke, ker imamo v obeh enačbah odvisne člene in jih ne moremo direktno eksplicitno izpostaviti.

V programu VU problem rešimo numerično s pomočjo bisekcije. Najbolj preprosta metoda reševanja nelinearnih enačb temelji na dejstvu, da ima funkcija na intervalu $[a,b]$ vsaj eno ničlo. Nelinearno enačbo dobimo tako, da enačbo (3.29) vstavimo v enačbo (3.30) in jo zapišemo v implicitni obliki:

$$VP(1) - V(2) - g/a*((HR - VP(1))^2/2g - H(2) + V(2)*\sin\alpha\Delta T - a\lambda\Delta T/2gD*V(2)|V(2)|) = 0 \quad (3.31)$$

Če ima funkcija v robnih točkah intervala nasproten predznak, ničlo poiščemo tako, da interval zaporedoma razpolavljamo (do poljubne natančnosti) in pri vsakem koraku zavržemo tisto robno točko prejšnjega intervala, kjer ima funkcija enak predznak kot nova točka. Ker ne poznamo oblike funkcije, moramo vzeti dovolj velik razpon intervala, da smo na varni strani, zato prevzamemo vrednosti $VP(1)$ $[-100,100]$ (m/s).

Metoda bisekcije je zelo preprosta in deluje pri vsaki funkciji, vendar je časovno zelo zahtevna metoda, saj pri vsakem koraku interval s korenem le razpolovimo, tako da za vsaka tri decimalna mesta potrebujemo 10 iteracij (Bohte, 1985).

- *Račun desnih robnih točk (tik pred ventilom)*

Za račun desnih robnih točk uporabimo isti enačbi kot v poglavju 3.1. In sicer enačbo pozitivne karakteristike (3.9) ter enačbo za tok skozi ventil (3.21). V obeh enačbah imamo odvisne člene, ki jih ne moremo direktno eksplicitno izpostaviti. Kot v primeru levih robnih pogojev problem rešimo numerično s pomočjo bisekcije.

Nelinearno enačbo dobimo tako, da enačbo (3.21) vstavimo v enačbo (3.9) in jo zapišemo v implicitni obliki:

$$\begin{aligned} &HP(N)-H(N) + a/g*(V0*\tau*(HP(N)/H(N))^{0.5}-V(N)) + V(N)*\sin\alpha\Delta T + \\ &+ a\lambda\Delta T/2GD*V(N)|V(N)| = 0 \end{aligned} \quad (3.32)$$

Ker ne poznamo oblike funkcije, moramo vzeti dovolj velik razpon intervala, da smo na varni strani, zato prevzamemo vrednosti $HP(I)$ $[-10000,10000]$ (m n.v).

Ko so znane vse vrednosti v času $T + \Delta T$, deklariramo vrednosti $HP(I)$ in $VP(I)$ kot vrednosti $H(I)$ in $V(I)$ iz katerih pa lahko ponovno izračunamo vrednosti $HP(I)$ in $VP(I)$ v naslednjem časovnem koraku.

3.3 WHAMO

Računalniški program WHAMO (Water Hammer Aand Mass Oscillation) je izdelek ameriških vojaških inženirjev (Fitzgerald in ostali, 1998) in je brezplačno dostopen na spletu. Namenjen je simulaciji prehodnih pojavov v hidroelektrarnah, črpalnih postajah, pri distribuciji vode in drugih tekočin. Program je zmožen analize kompleksnih sistemov, ki lahko vsebujejo različne hidrotehnične elemente (cevovodi, vodostani, ventili, turbine, črpalke). Za potrebe diplomske naloge in za primerjavo s programoma VODU in VU, bomo v programu WHAMO uporabili samo osnovna elementa - cev in ventil, s katerim modeliramo zapiranje turbine.

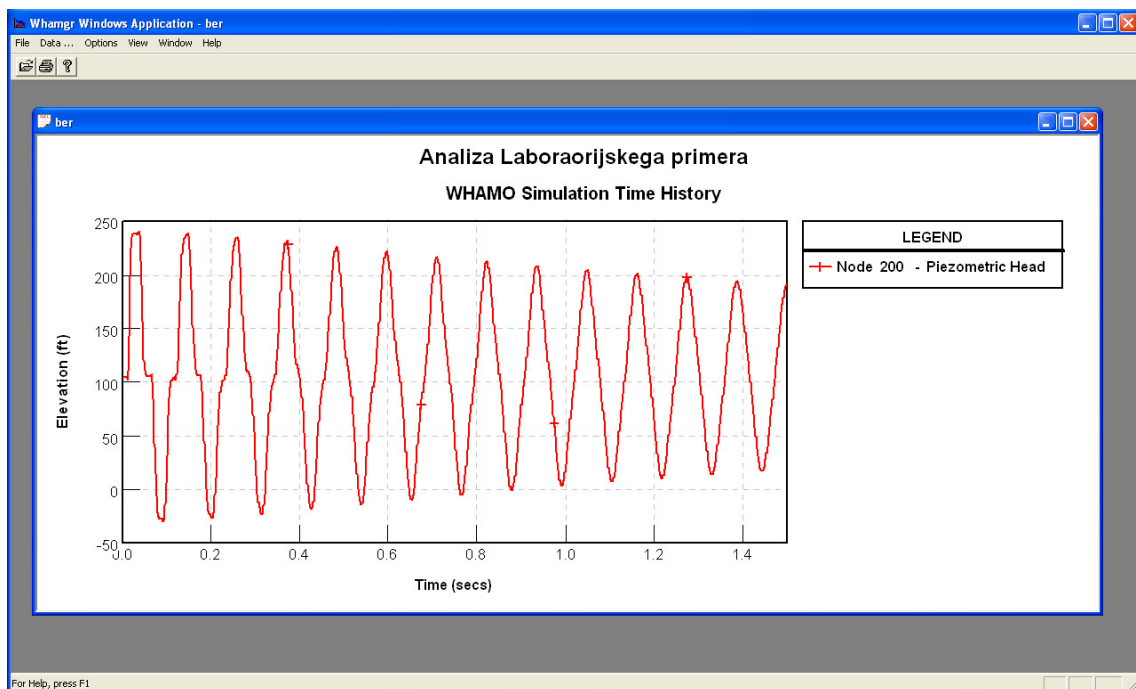
Vhodne podatke računalniški program WHAMO zajema iz vhodne datoteke v ASCII obliki s končnico .inp. Vhodna datoteka je razdeljena na šest delov:

- System connectivity: v tej rubriki definiramo vse elemente za naš hidravlični sistem ter njihovo medsebojno povezanost,
- Element properties: definiramo geometrijske lastnosti elementov (dolžina, premer, koeficient hrapavosti za cevi) in hitrost udarnega vala a ,
- Flow boundary operating schedule: definiramo začetni pretok in čas zapiranja ventila
- Output requests: določimo, katere izračunane vrednosti bomo izpisali v izhodne datoteke,
- Computational parameter: definiramo računski korak ΔT , časovni korak izpisa ter skupni čas simulacije,
- Execution control: določimo vrsto izračuna. Poženemo lahko celotni izračun, izračunamo samo začetne pogoje (stacionarno stanje) ali pa preverimo skladnost vhodnih podatkov.

Primer vhodne datoteke se nahaja v prilogi D.

Ko poženemo program, ta od nas zahteva da navedemo ime vhodne datoteke. Nato moramo vpisati še imena izhodnih datotek:

- izhodna datoteka s končnico .out: v datoteki so zapisani geometrijski podatki o hidrotehničnih elementih (premer cevi, dolžina cevi, število segmentov, površina prereza cevi, itd.), izračun začetnih pogojev in rezultati izračuna vodnega udara (tlačna višina in pretok za vsak segment ter za vsak časovni korak) (priloga E),
- izhodna datoteka s končnico .tab: v datoteki so zapisani podatki o tlačni višini in pretoku za vsak segment ter za vsak časovni korak, datoteka je primerna za nadaljnjo računalniško obdelavo (npr. Excel),
- izhodna datoteka s končnico .plt: datoteko lahko odpiramo v programu WHAMGR, ki je priložen programu WHAMO. WHAMGR prikazuje numerične rezultate v grafični obliki (slika 8).



Slika 8: Okenški prikaz programa WHAMGR

WHAMO za razliko od programov VODU in VU, ki za reševanje enačb uporabljata metodo karakteristik, uporablja implicitno metodo končnih razlik za izračun pretoka in tlaka v cevi za različna časovna obdobja.

Numerične metode, ki se uporabljajo za izračun parcialnih diferencialnih enačb (te izhajajo iz dinamične in kontinuitetne enačbe), delimo na: metode karakteristik, eksplicitne in implicitne metode. Implicitne metode zahtevajo postavitve sistema enačb za celoten odsek cevovoda za posamezen časovni korak, medtem ko pri eksplicitnih metodah (ali metodah po enačbah karakteristik) lahko računamo spremenljivke za vsak odsek cevovoda posebej. Implicitne metode zahtevajo veliko računskega časa, saj mora računalnik računati velik sistem enačb za vsak časovni korak, vendar metoda ni omejena s fiksnim časovnim korakom, tako kot metode karakteristik ali eksplicitne metode. Pri teh je časovni korak omejen z geometrijo cevovoda (dolžina) in pa številom računskih odsekov. WHAMO dovoljuje spreminjanje časovnega koraka med simulacijo, saj je na začetku pojava vodnega udara, kjer se pojavljajo nihanja z visoko frekvenco, potreba po kratkem časovnem koraku. Kasneje, ko postane vpliv masne oscilacije močnejši od vpliva vodnega udara, pa lahko v simulaciji uporabimo daljši časovni korak, brez da bi to vplivalo na natančnost izračuna.

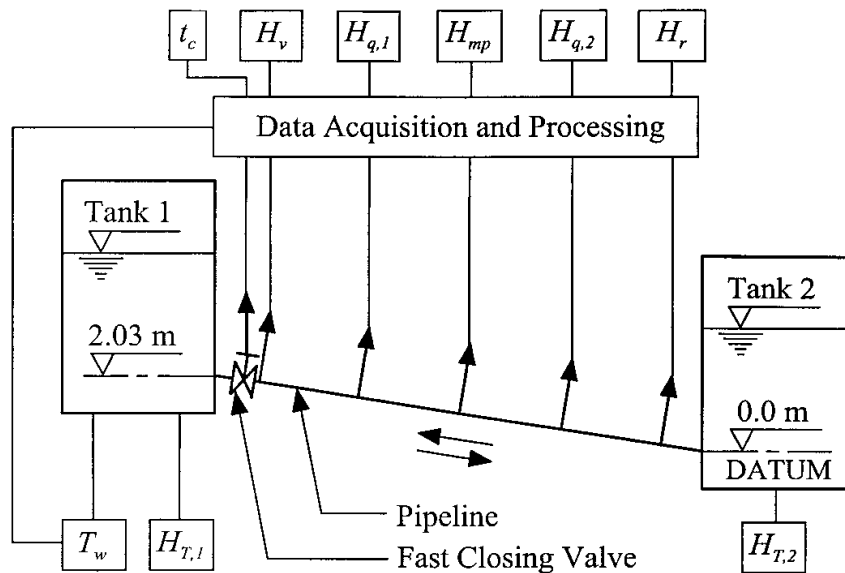
4. PRIMERJAVA RAČUNOV Z LABORATORIJSKIMI PODATKI

4.1 Opis laboratorijskega poskusa

Za raziskavo pojava vodnega udara v cevovodih je bil v Robin-ovem hidravličnem laboratoriju na Univerzi Adelaide (Avstralija) izveden laboratorijski eksperiment (Bergant in ostali, 2001). Glavni del aparature je predstavljala 37,23 m dolga bakrena cev z notranjim premerom 22,1 mm in debelino stene 1,63 mm. Cev je položena v stalnem naklonu 5,45 % in se proti iztočnemu koncu dviga. Na obeh koncih je povezana s posodama, ki sta pod pritiskom. Zračni pritisk v obeh posodah nadzira računalniški kontrolni sistem. Kapaciteta zračnega kompresorja in vsebina vode v obeh posodah sta dimenzionirana tako, da omogočata pritisk 400 kPa (40 m v.s.) in hitrost vode v cevi 1,5 m/s. Na iztočnem delu cevi je vgrajen kroglični ventil. Hitro zapiranje ventila omogoča torzijska vzmet, ki ima zapiralni čas 9 milisekund. Podatke med poskusom zajemajo tlačni senzorji, ki merijo tlak v cevi na petih točkah in so enakomerno porazdeljeni po dolžini cevi (napaka senzorja znaša $\pm 0,7\%$). Dodaten senzor zajema podatke med zapiranjem ventila.

Uporovni listič, nameščen na vgrajeni senzor, zazna tlačno spremembo v obliki spremembe upornosti. Analogne podatke iz senzorjev sprejema enota UNIX, ki podatke digitalizira in pripravi za uporabo na osebem računalniku. Hitrost vodnega udara a se določi iz časa, ki ga val potrebuje od ventila pa do prvega senzorja na zadnji četrtini cevi.

Vsak eksperiment sestoji iz dveh faz. Najprej se vzpostavi stacionarno stanje z določenim pretokom (pretok se določi po volumetrični metodi). Ko pa se ugotovi, da dejansko stanje ustreza predpisanemu, se začne druga faza, to je da se sproži zapiranje ventila in pojav vodnega udara.



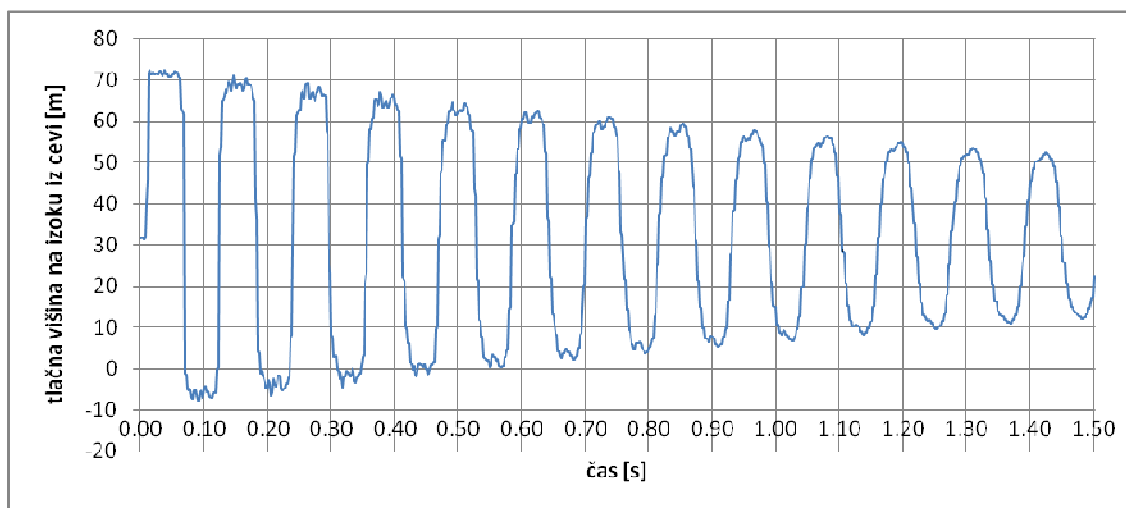
Eksperimentalna aparatura z bakreno cevjo (Bergant in ostali, 2001, str. 251)

Laboratorijski eksperiment se je izvedel trikrat pri treh različnih vrednostih hitrosti vodnega toka in sicer: $v_0 = 0,10$ m/s, $0,20$ m/s in $0,30$ m/s. Različne hitrosti pri stacionarnem stanju so bile določene tako, da so predstavljale tri različne režime toka v cevi (Bergant in ostali, 2001):

- pri hitrosti $v_0 = 0,10$ m/s v stacionarnem stanju znaša Reynoldsovo število sistema 1870 (temperatura vode = $15,4$ °). Pri tem Reynoldsovem številu je tok v cevi laminaren;
- pri hitrosti $v_0 = 0,20$ m/s v stacionarnem stanju znaša Reynoldsovo število sistema 3750 (temperatura vode = $15,4$ °). Pri tem Reynoldsovem številu je tok v cevi prehodni (vmesno stanje med laminarnim in turbulentnim tokom);
- pri hitrosti $v_0 = 0,30$ m/s v stacionarnem stanju znaša Reynoldsovo število sistema 5600 (temperatura vode = $15,5$ °). Pri tem Reynoldsovem številu je tok v cevi turbulenten.

Ker je pri večjih derivacijskih hidroelektrarnah tok v dovodnem cevovodu vedno turbulenten (visoka Reynoldseva števila), za nadaljnje analize uporabimo rezultate tretjega eksperimenta, pri katerem hitrost vode pri stacionarnem stanju znaša $0,30$ m/s.

Tudi tokrat bomo za primerjavo laboratorijskih eksperimentov z računalniškimi programi primerjali samo tlačno višino na iztoku iz cevi.



Slika 9: Rezultati eksperimenta pri stacionarni hitrosti $v_0 = 0,30$ m/s

4.2 Vpliv dolžine časovnega koraka na rezultate

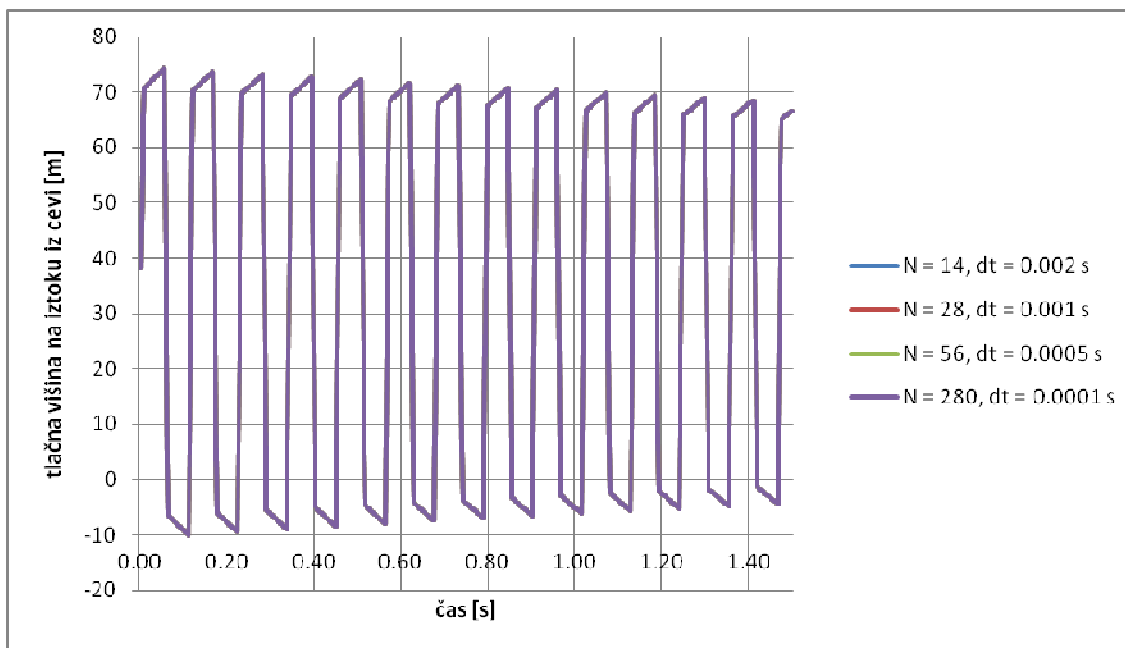
V poglavju 4.2 smo določili najbolj optimalen časovni korak računa za vse tri računalniške programe VODU, VU in WHAMO. Kot referenčno vrednost za primerjavo z izračuni vzamemo izmerjene tlačne višine na ventilu v primeru laboratorijskega poskusa (Bergant in ostali, 2001) vodnega udara z začetno hitrostjo $v_0 = 0,30$ m/s. Primerjali bomo rezultate računalniških programov za različne časovne korake dt (oz. različno število segmentov N) od $dt = 0,002$ s ($N = 14$), $dt = 0,001$ s ($N = 28$), $dt = 0,0005$ s ($N = 56$) in $dt = 0,0001$ s ($N = 280$). Ostale vhodne podatke razberemo iz poglavja 4.1.

Računalniški program VODU

Vhodni podatki za račun vodnega udara s programom VODU za laboratorijski primer z linearnim zapiranjem ventila v času 60 s so podani v preglednici 1, rezultati v grafični obliki pa so prikazani na sliki 11.

Preglednica 1: Vhodni podatki za laboratorijski primer

| | |
|------------------------------|--------------------------|
| dolžina cevovoda L | 37,23 m |
| število odsekov N | 14, 28, 56 in 280 |
| hitrost vala a | 1319 m/s |
| premer cevi D | 0,0221 m |
| lambda λ | 0,035 |
| hitrost osnovnega toka v_0 | 0,30 m/s |
| čas simulacije Tmax | 1,50 s |
| čas zapiranja ventila T0 | 0,009 s |
| višina v rezervoarju Hr | 32 m |
| padec cevi – sin(alfa) | -0,0545 |
| izpis | na vsak časovni korak |



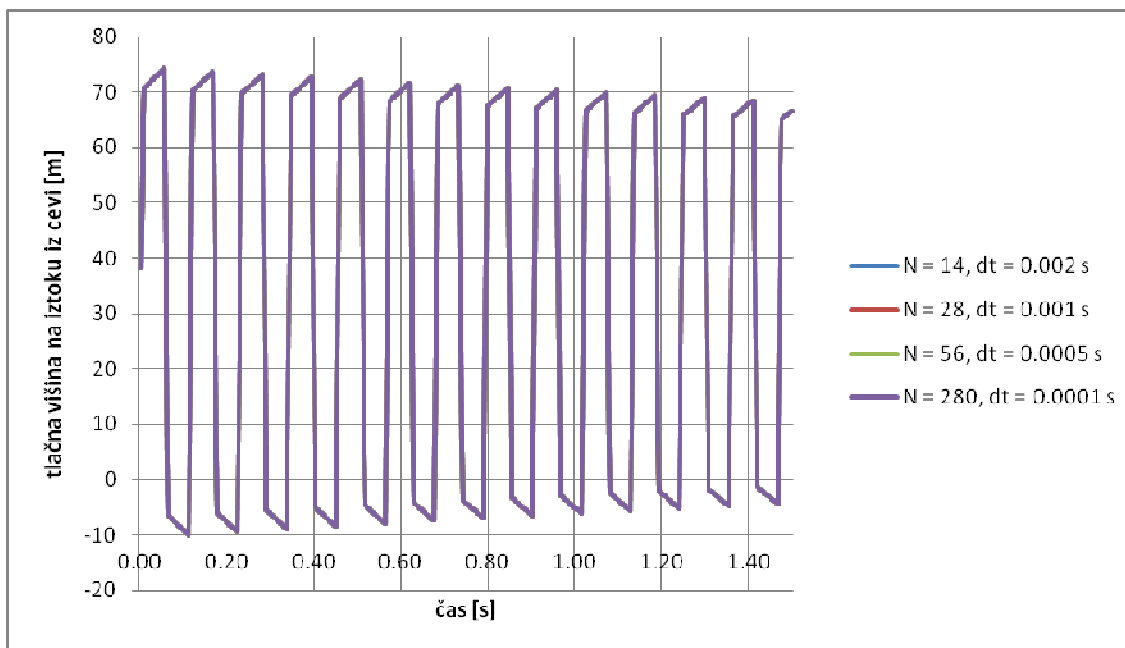
Slika 10: Rezultati računalniškega programa VODU za primer laboratorijskega eksperimenta pri različnem številu uporabljenih odsekov in za različne časovne korake

Računalniški program VU

Vhodni podatki za račun vodnega udara s programom VU za laboratorijski primer z linearnim zapiranjem ventila v času 60 s so podani v preglednici 2, rezultati v grafični obliki pa so prikazani na sliki 11.

Preglednica 2: Vhodni podatki za laboratorijski primer

| | |
|---|--------------------------|
| inštalirana hitrost vode v cevovodu VINST | 0,30 m/s |
| hitrost udarnega vala A | 1319 m/s |
| dolžina cevovoda LCEV | 37,23 m |
| premer cevovoda DCEV | 0,0221 m |
| koeficient trenja NGCEV | 0,035 |
| zgornja kota osi cevovoda ZGCEV | 100,00 m n.v. |
| spodnja kota osi cevovoda SPCEV | 102,03 m n.v. |
| levi robni pogoj – kota ZLEVRP | 132,00 m n.v. |
| desni robni pogoj – čas zapiranja TZAP | 0,009 s |
| število računskih odsekov N | 14, 28, 56 in 280 |
| končni čas simulacije TKON | 1,50 s |
| tip izpisa rezultatov IZPIS | 5 |



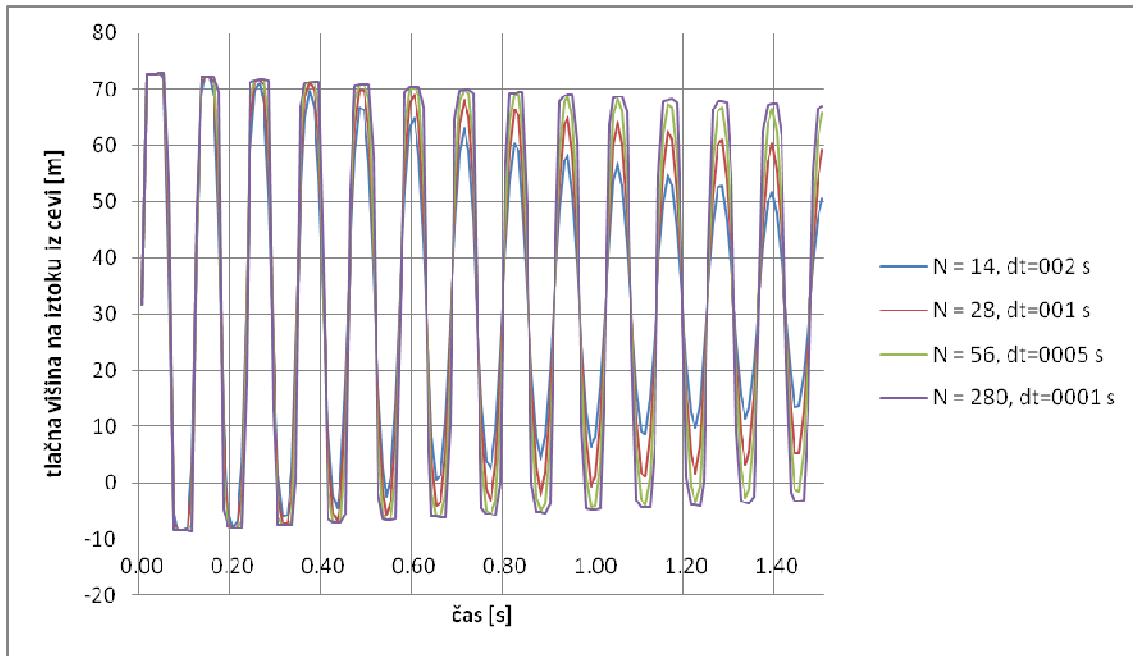
Slika 11: Rezultati računalniškega programa VU za primer laboratorijskega eksperimenta pri različnem številu uporabljenih odsekov in za različne časovne korake

Računalniški program WHAMO

Vhodni podatki za račun vodnega udara s programom WHAMO za laboratorijski primer z linearnim zapiranjem ventila v času 60 s so podani v preglednici 3, rezultati v grafični obliki pa so prikazani na sliki 12.

Preglednica 3: Vhodni podatki za laboratorijski primer

| | |
|---------------------------------|--|
| dolžina cevovoda | 122,11 ft (37,23 m) |
| število odsekov | 28 |
| premer cevi | 0,072 ft (0,0221 m) |
| lambda | 0,035 |
| hitrost potovanja vodnega udara | 4326,3 ft/s (1319 m/s) |
| pretok osnovnega toka | 0,00406 ft ³ /s (1,84 l/s) |
| čas zapiranja ventila | 0,009 s |
| kota vode v rezervoarju | 104,96 ft (32 m) |
| kota ventila | 6,66 ft (2,03 m) |
| časovni korak | 0,002 s (N=14), 0,001 s (N=28), 0,0005 s (N=56) in 0,0001 s (N=280) |
| čas simulacije Tmax | 1,50 s |
| izpis | na vsake 0,02 s |



Slika 12: Rezultati računalniškega programa WHAMO za primer laboratorijskega eksperimenta pri različnih časovnih korakih in za različno število uporabljenih odsekov

Ker program WHAMO za reševanje diferencialnih enačb uporablja implicitno metodo, za doseg želene natančnosti ne smemo upoštevati samo števila odsekov, ampak moramo podati tudi časovni korak Δt . Da zagotovimo želeno natančnost, upoštevamo Courantov pogoj stabilnosti (2.56).

4.3 Primerjava rezultatov računov z laboratorijskimi podatki ter komentar

Iz rezultatov programov VODU in VU je razvidno, da manjšanje časovnega koraka dt oziroma večanje števila segmentov N ne vpliva na natančnost izračuna. Pri programu WHAMO pa imajo različne vrednosti dt na natančnost izračuna večji vpliv. Pri vrednostih dt , večjih od 0,001 s ($N=28$), je iz grafov na sliki 12 jasno razviden vpliv numeričnega dušenja. Pri programu WHAMO tako lahko sklepamo, da je optimalna velikost časovnega koraka dt enaka 0,0005 s. Da bodo izračuni med različnimi programi primerljivi za računski korak, pri programih VODU in VU vzamemo isto vrednost $dt = 0,0005$ s oziroma število segmentov N je enako 56.

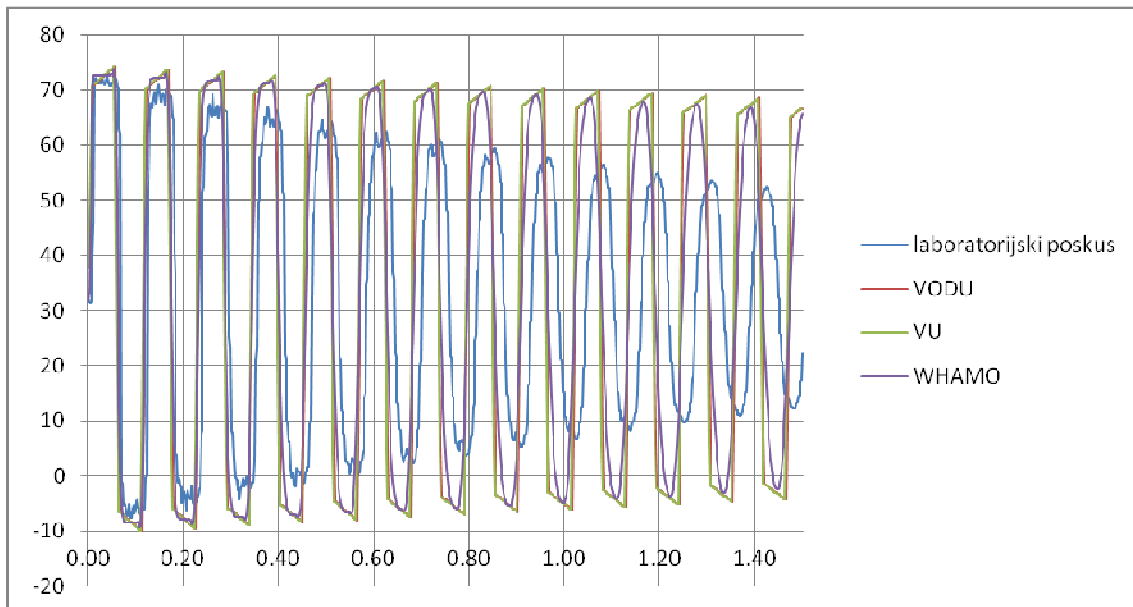
Primerjave rezultatov programov VODU, VU in WHAMO se nahajajo v preglednici 4 in 5 ter na sliki 14. Iz preglednice 4 lahko razberemo, da so rezultati računalniških programov na začetku izračuna neobčutiljivi na velikost računskega koraka, pri programu WHAMO pa pride pri daljšem času računanja do izraza velikost dt (preglednica 5). Iz slike 13 je razvidno, da so rezultati treh računalniških programov pri izbiri ustreznega dt primerljivi oz. usklajeni. Po primerjavi rezultatov računalniških programov z laboratorijskimi podatki pa lahko sklepamo, da programi efekta dušenja vodnega udara zaradi trenja vode ob stene cevovoda ne simulirajo dovolj natančno. Če bi želeli dušenje bolj natančno simulirati, lahko uporabimo Ziekov ali Brunon-ov model nestacionarnega trenja. (Bergant in ostali, 2001)

Preglednica 4: Velikost amplitude tlačne višine v prvi periodi

| dt [s] (N) | VODU | VU | WHAMO | laboratorijski poskus |
|---------------------|-------|-------|-------|--------------------------|
| 0,002 (14) | 84,35 | 84,37 | 81,22 | 80,02 |
| 0,001 (28) | 84,37 | 84,39 | 81,22 | 80,02 |
| 0,0005 (56) | 84,38 | 84,40 | 81,31 | 80,02 |
| 0,0001 (280) | 84,38 | 84,40 | 81,34 | 80,02 |

Preglednica 5: Velikost amplitude tlačne višine v trinajsti periodi

| <i>dt</i> [s] (<i>N</i>) | VODU | VU | WHAMO | laboratorijski poskus |
|---------------------------------|-------------|-----------|--------------|----------------------------------|
| 0,002 (14) | 72,82 | 72,84 | 46,68 | 40,26 |
| 0,001 (28) | 72,83 | 72,88 | 61,40 | 40,26 |
| 0,0005 (56) | 72,83 | 72,88 | 69,76 | 40,26 |
| 0,0001 (280) | 72,83 | 72,88 | 70,67 | 40,26 |



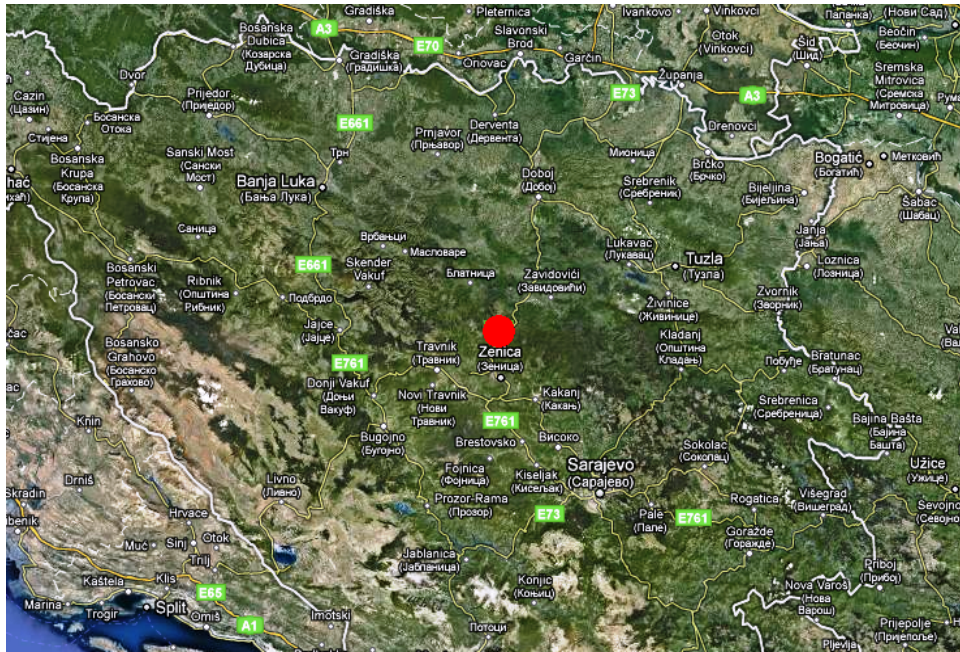
Slika 13: Primerjava rezultatov računalniških programov VODU, VU in WHAMO z rezultati laboratorijskega poskusa (Bergant in ostali, 2001)

5. PRERAČUN SISTEMA DERIVACIJSKE HIDROELEKTRARNE

5.1 Pretočni sistem derivacijske hidroelektrarne

Derivacijska hidroelektrarna leži v osrednjem delu Bosne in Hercegovine. Hidroelektrarna bi izkoriščala veliki meander, po katerem teče reka Bosna in pri tem ustvarja relativno velik padec. Ta padec bi izkoristili z izgradnjo derivacijskega tunela. Za izgradnjo pregrade s prelivnimi polji je možnih več variant. Pri umeščanju strojnice, pa smo omejeni z ozkim kanjonom Bosne, ki omogoča zelo majhen prostor za gradnjo. Derivacijski tunel je omejen z že obstoječim železniškim ter cestnim tunelom.

Na začetku meandra bi se zgradila pregrada s prelivnimi polji, ki bi bila zmožna prevajati visoke vode s pretokom $1914 \text{ m}^3/\text{s}$. Pregrada bi za potrebe hidroelektrarne na vtoku v derivacijski tunel držala koto vode na 293,50 m n.v. Na vtoku v derivacijski tunel je predviden vtočni objekt pravokotne oblike dimenzij 6,6 m x 6,6 m, ki se po 20 m spremeni v cevovod okroglega prereza premera 6,6 m. Derivacijski tunel naj bi bil dolg 1476 m in bi se zaključil s razcepom na tri cevovode premera 3,2 m dolžine 17 m, ki se končajo vsak na svojem kroglastem zasunu, ki mu sledi turbina tipa Kaplan z vertikalno gredjo (kota horizontalne osi gonilnika znaša 270,20 m n.v.). Zaradi omejenega prostora na iztoku, bi iztočna sesalna cev potekala v isti smeri kot dovodna ter se nato skoraj pravokotno priključila na iztok v reko Bosno. Kota vodne gladine na iztoku (pri instaliranem pretoku $Q_i = 100 \text{ m}^3/\text{s}$) znaša 271,34 m n.v.



Lokacija derivacijske hidroelektrarne (www.maps.google.com)

V spodnji preglednici so podani tehnični podatki o derivacijski hidroelektrarni.

Preglednica 6: Tehnični podatki za derivacijsko hidroelektrarno

| | |
|--|---|
| Kota na vtoku v derivacijski bazen | 293,50 m n.v. |
| Kota na iztoku (pri $Q_i = 100 \text{ m}^3/\text{s}$) | 271,34 m n.v. |
| Derivacijski tunel | |
| Dolžina | 1476 m |
| Notranji premer | 6,6 m |
| Debelina betonske obloge | 0,30 m |
| Elastični modul betona | $2,00\text{E}+10 \text{ N/m}^2$ |
| Elastični modul kamnine | $2,50\text{E}+10 \text{ N/m}^2$ |
| Elastični modul vode | $2,20\text{e}+09 \text{ N/m}^2$ |
| Absolutna hrapavost cevovoda | 1,00 mm |
| Hitrost vodnega udara | 1194 m/s |
| Turbina | |
| Tip turbine | 3 x Kaplanova turbina z vertikalno gredjo |
| Nominalna moč turbine | 3 x 7,43 MW |
| Instalirani pretok | 3 x $33,3 \text{ m}^3/\text{s}$ |
| Središčna linija gonilnika | 270,20 m n.v. |

Neugodna lokacija iztočnega dela derivacije zahteva minimiziranje gabaritov hidrotehničnih objektov (vodostan, strojnica in iztočni del cevovoda). Obstoječe geološke raziskave kažejo, da je izvedba derivacijskega tunela premera 6,6 m možna, vprašljiva pa je izgradnja vodostana, saj so geološke razmere na predvidenem mestu neugodne.

Ker je derivacijska hidroelektrarna namenjena produkciji pasovne energije kot pretočna hidroelektrarna, se lahko z omejitvami manevrov zapiranja in odpiranja turbin izognemo izgradnji vodostana.

Za potrebe idejnega projekta izgradnje derivacijske hidroelektrarne smo predpostavili tri različne manevre zapiranja (in odpiranja) turbin:

- *Zapiranje turbin.* Ta primer obratovanja nastopi, ko pride do izpada generatorja iz električnega omrežja. Izpad iz omrežja povzroči nenadno razbremenitev turbine in hitro povečanje vrtilne frekvence. To povečanje zazna regulacijski mehanizem turbine, ki sproži zapiranje vodilnih lopatic (ali ventila), to pa vodi k zmanjševanju pretoka in pojava vodnega udara v cevovodu.

Za primer zapiranja turbin bomo izračunali tri primere za različne karakteristične čase:

- linearno zapiranje v 5 s
- linearno zapiranje v 25 s
- linearno zapiranje v 60 s

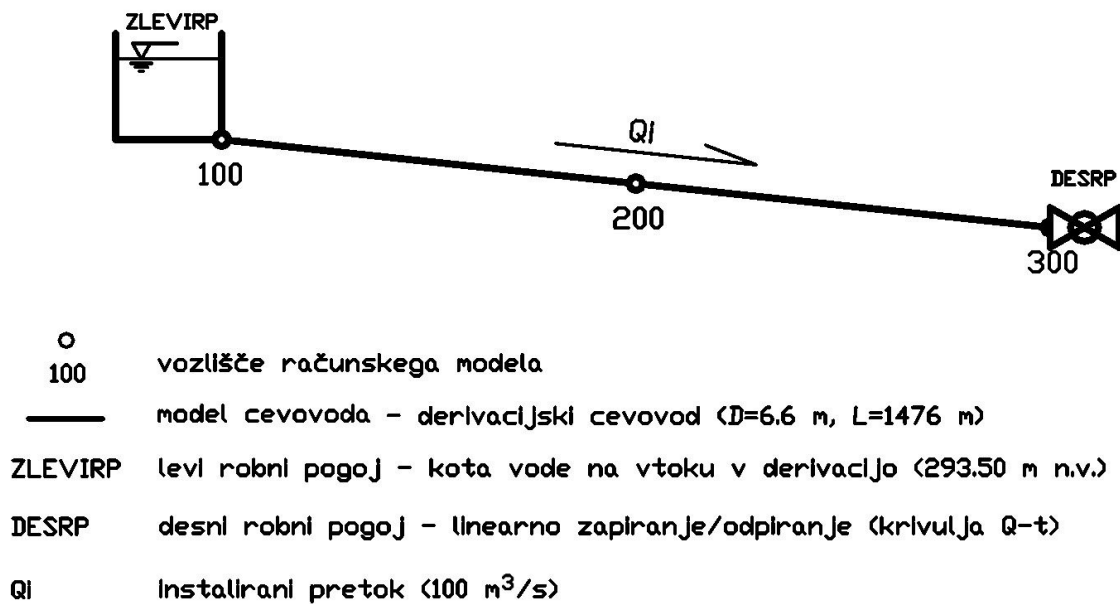
- *Odpiranje turbin.* Pri zagonu sistema se v določenem času v turbini vzpostavi instalirani pretok. Naraščanje pretoka prav tako povzroči pojav vodnega udara.

Za primer odpiranja turbin bomo izračunali tri primere za različne karakteristične čase:

- linearno odpiranje v 5 s
- linearno odpiranje v 25 s
- linearno odpiranje v 60 s

5.2 Računski model pretočnega sistema derivacijske hidroelektrarne

Pri računu hidravličnih prehodnih pojavov je potrebno definirati računski model pretočnega sistema. Sestavljen je iz posameznih hidravličnih elementov, ki so programirani v skladu s pravili programa WHAMO. Računski model pretočnega sistema je prikazan na sliki 14.



Slika 14: Računski model pretočnega sistema

Računski model zajema zgornji bazen, derivacijski cevovod ter ventil s katerim lahko spreminjamo pretok vode. Za zgornji rezervoar predpostavimo konstantno gladino vode (293,50 m n.v.). Cevovod je modeliran kot elastični cevovod, definiran z geometrijskimi karakteristikami, koeficientom tlačnih izgub in hitrostjo širjenja tlačnih valov. Na ventilu podamo desni robni pogoj in sicer linearno $Q-h$ krivuljo, ki simulira zapiranje ali odpiranje turbine. Izračun poteka v časovnih intervalih Δt , ki jih narekujejo pogoji numerične stabilnosti.

5.3 Opis in analiza vhodnih podatkov, ki vplivajo na natančnost izračuna primera derivacijske hidroelektrarne

Pri manevrih zapiranja (in odpiranja) ventila se pri daljših časih zapiranja oz. odpiranja pri rezultatih računalniških programov pojavi problem, saj postanejo občutljivi na vhodni podatek višine bazena na vtoku v cev (*ZLEVIRP*). Ta pojav je bolj izrazit pri daljših časih zapiranja, zato bomo analizo občutljivosti izpeljali za primer linearnega zapiranja v 60 sekundah. Primerjali bomo različne vrednosti vhodnega podatka *ZLEVIRP* (100, 1000 in 5000 m n.v.) za vse tri računalniške programe VODU, VU in WHAMO. Za primerjavo bomo priložili še rezultate dveh metod za določitev največjih tlakov iz literature in sicer metodo Đorđevića (1989) ter metodo iz Hydroelectric Handbook (1950).

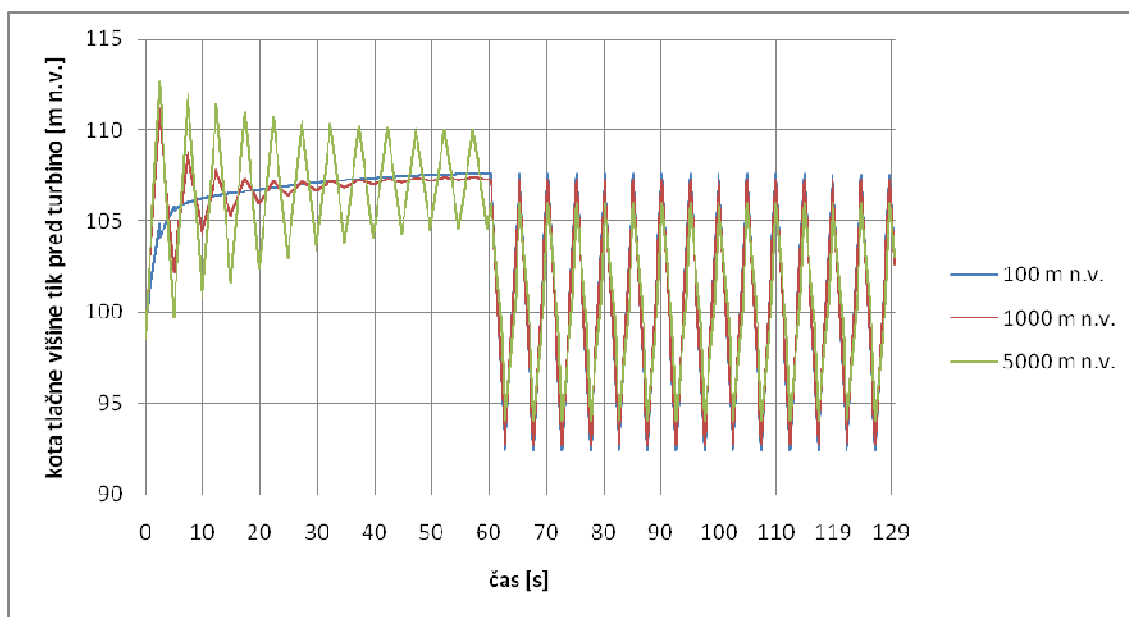
Ostali vhodni podatki so razvidni iz predhodnega poglavja, število računskih segmentov cevi N oziroma računski korak dt smo določili v poglavju 4.3, za programa VODU in VU znaša $N = 56$, za program WHAMO pa je dt enak 0,0005 s.

Računalniški program VODU

Vhodni podatki za račun vodnega udara s programom VODU za primer derivacijske hidroelektrarne, linearnega zapiranja ventila v času 60 s so podani v preglednici 7, rezultati v grafični obliki pa so prikazani na sliki 15.

Preglednica 7: Vhodni podatki za primer derivacijske hidroelektrarne, linearno zapiranje v času 60 s

| | |
|---------------------------|-------------------------------------|
| dolžina cevovoda L | 1476 m |
| število odsekov N | 56 |
| hitrost vala a | 1194 m/s |
| premer cevi D | 6,6 m |
| lambda λ | 0,012 |
| hitrost osnovnega toka v0 | 2,92 m/s |
| čas simulacije Tmax | 130 s |
| čas zapiranja ventila T0 | 60 s |
| višina v rezervoarju Hr | 100 m, 1000 m in 5000 m n.v. |
| padec cevi – sin(alfa) | 0 |
| izpis | na vsak časovni korak |



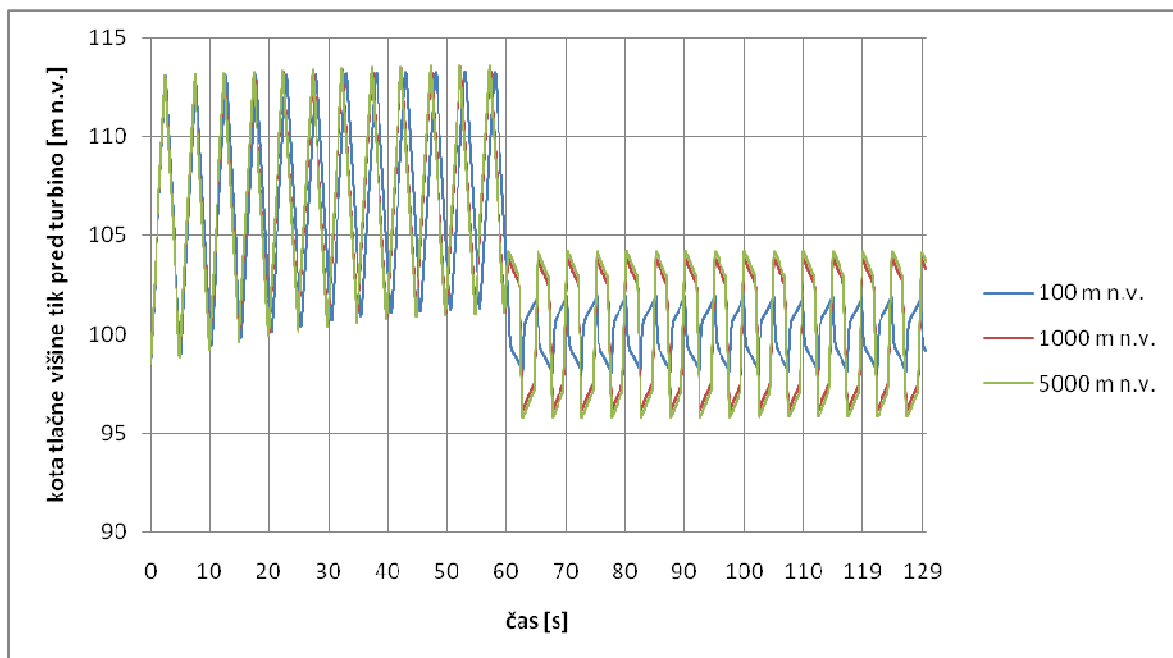
Slika 15: Rezultati računalniškega programa VODU za primer derivacijske hidroelektrarne, linearno zapiranje v času 60 s (op. rezultati izračuna za 1000 in 5000 m n.v. so preneseni na začetno koto 100 m n.v.)

Računalniški program VU

Vhodni podatki za račun vodnega udara s programom VU za primer derivacijske hidroelektrarne, v primeru linearnega zapiranja ventila v času 60 s so podani v preglednici 8, rezultati v grafični obliki pa so prikazani na sliki 16.

Preglednica 8: Vhodni podatki za primer derivacijske hidroelektrarne, linearno zapiranje v času 60 s

| | |
|---|--------------------------------------|
| inštalirana hitrost vode v cevovodu VINST | 2,92 m/s |
| hitrost udarnega vala A | 1194 m/s |
| dolžina cevovoda LCEV | 1476 m |
| premer cevovoda DCEV | 6,6 m |
| koeficient trenja NGCEV | 0,012 |
| zgornja kota osi cevovoda ZGCEV | 100,00 m n.v. |
| spodnja kota osi cevovoda SPCEV | 100,00 m n.v. |
| levi robni pogoj – kota ZLEVRP | 100 m , 1000 m in 5000 m n.v. |
| desni robni pogoj – čas zapiranja TZAP | 60 s |
| število računskih odsekov N | 56 |
| končni čas simulacije TKON | 130 s |
| tip izpisa rezultatov IZPIS | 5 |



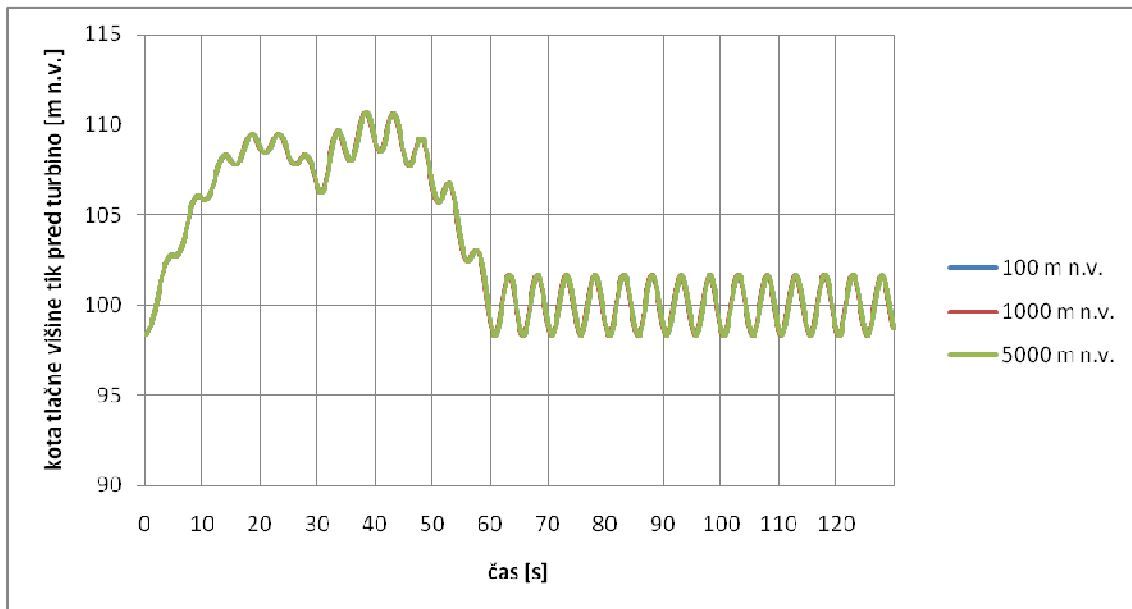
Slika 16: Rezultati računalniškega programa VU za primer derivacijske hidroelektrarne, linearno zapiranje v času 60 s (op. rezultati izračuna za 1000 in 5000 m n.v. so preneseni na začetno koto 100 m n.v.)

Računalniški program WHAMO

Vhodni podatki za račun vodnega udara s programom WHAMO za primer derivacijske hidroelektrarne, v primeru linearnega zapiranja v času 60 s so podani v preglednici 9, rezultati v grafični obliki pa so prikazani na sliki 17.

Preglednica 9: Vhodni podatki za primer derivacijske hidroelektrarne, linearno zapiranje v času 60 s

| | |
|---------------------------------|--|
| dolžina cevovoda | 4841,28 ft (1476 m) |
| število odsekov | 56 |
| premer cevi | 21,65 ft (6,6 m) |
| lambda | 0,012 |
| hitrost potovanja vodnega udara | 3916,32 ft/s (1194 m/s) |
| pretok osnovnega toka | 3531,47 ft ³ /s (100 m ³ /s) |
| čas zapiranja ventila | 60 s |
| kota vode v rezervoarju | 328 ft (100 m n.v.), 3280 ft (1000m n.v.) in 16400 ft (5000 m n.v.) |
| kota ventila | 0 |
| časovni korak | 0,0005 s |
| čas simulacije Tmax | 130 s |
| izpis | na vsake 0,1 s |



Slika 17: Rezultati računalniškega programa WHAMO za primer derivacijske hidroelektrarne, linearno zapiranje v času 60 s (op. rezultati izračuna za 1000 in 5000 m n.v. so preneseni na začetno koto 100 m n.v.)

Metoda Đorđevića

Predpostavke in formule za nepopolni vodni udar pri postopnem linearnem zapiranju v času 60 s so povzeti po literaturi (Đorđević, 1989) in so naslednji:

$$T_z \geq t_f$$

$$T_f = \frac{2L}{a}, T_f = 2,47 \text{ s} \quad \dots \text{ faza sistema [s]}$$

$$T_z = 60 \text{ s} \quad \dots \text{ čas zapiranja [s]}$$

$$\Delta p_{\max} = \frac{2\rho L v_0}{T_z} \quad \dots \text{ se zgodi na koncu 1. faze oscilacije}$$

$$\Delta H_{\max} = \frac{2\rho L v_0}{T_z} = 15,00 \text{ m v.s.} \quad (\text{merjeno od statične kote gladine vode v bazenu})$$

Metoda Hydroelectric Handbook

Formule za nepopolni vodni udar pri postopnem linearnem zapiranju v času 60 s so povzeti po literaturi Hydroelectric Handbook (Creager, 1950):

$$\rho = \frac{av_0}{2gH_0} = 7,52 \quad \dots \text{ karakteristika cevovoda}$$

$$\Theta = \frac{aT}{2L} = 44,04 \quad \dots \text{ časovni parameter}$$

$$Z^2 = \frac{(H_0 + H)}{H_0} = 1,18 \quad \dots \text{ parameter za oceno hidravličnega udara}$$

(odčitamo iz grafa Allievi-ja)

$$\Delta H_{\max} = H_0(Z^2 - 1) = 8,8 \text{ m v.s.} \quad (\text{merjeno od statične kote gladine vode v bazenu})$$

Iz rezultatov programa VU je razvidno, da se med manevrom linearnega zapiranja pojavijo oscilacije, ki so numeričnega izvora. Te oscilacije pa so posledica zaokroževanja izračunov pri levem in desnem robnem pogoju.

Prva napaka, ki je posledica zaokroževanja, se pojavi pri izračunu hitrosti na levem robnem pogoju – vtoku v cev. Napaka nato "potuje" preko enačb pozitivne karakteristike do desnega robnega pogoja – ventila (kjer računamo tlačno višino za naš primer) in povzroči, da posledično izračunamo preveliko tlačno višino. Čas, ki je potreben da napaka pride iz levega v desni robni pogoj, je enak L/a .

V istem trenutku se pri izračunu hitrosti na desnem robu – ventilu pojavi druga napaka. Ta potuje preko enačb negativne karakteristike do levega robnega pogoja – vtoka v cev, tam spremeni smer (se odbije), nato pa potuje po enačbah pozitivne karakteristike nazaj do desnega robnega pogoja. Tu pa povzroči izračun premajhne tlačne višine. Čas, ki je potreben da napaka pride od levega do desnega robna, znaša $2L/a$, kar je enako fazi sistema (čas ki ga potrebuje tlačni val s hitrostjo a , da prepotuje dolžino cevi L v obe smeri).

Iz tega lahko sklepamo, da se napaki, ki povzročata prevelik/premajhen izračun tlačne višine na desnem robu – ventilu, izmenjujeta s fazo L/a , kar je tudi razvidno iz slike 18. Zgornja razlaga je razvidna v ročnem izračunu, ki je za poenostavljen sistem prikazana za računalniški program VU in se nahaja v prilogi F.

Izračuni tlačne višine na desnem robu torej oscilirajo okrog neke srednje vrednosti. Če za primer z začetno višino vode v rezervoarju $H_r = 100$ m n.v. primerjamo rezultate na sliki 18, vidimo da kota tlačne višine oscilira okrog neke srednje vrednosti, ki jo predstavlja rezultat programa VODU, ki je zaradi drugače nastavljenih formul za izračun desnega in levega robnega pogoja (opisano v poglavjih 3.1 in 3.2) manj občutljiv na vhodni podatek *ZLEVIRP*.

Iz slike 17 ter preglednic 10 in 11 lahko sklepamo, da program WHAMO na vhodni podatek *ZLEVIRP* ni občutljiv, zato ga lahko vzamemo za referenčni primer in določimo merodajno vrednost *ZLEVIRP* pri programih VODU in VU.

Iz preglednic 10 in 11 je razvidno, da se z rezultati najbolj približamo vrednostim programa WHAMO, če pri programu VU vzamemo čim manjšo vrednost, to je $ZLEVIRP = 100$ m n.v. (pri vrednostih, manjših od 100 m n.v., nam program ne zažene izračuna). Rezultati programa se tudi lepo skladajo s srednjo vrednostjo rezultatov metode Đorđevića in rezultatov metode iz Hydroelectric Handbook, ki nam predstavljajo okvir mejnih vrednosti.

Program VODU pa pri vseh vrednostih $ZLEVIRP$ daje neprimerljive rezultate pri daljših časih izračuna, zato ni primeren za računanje vodnega udara z dolgimi časi zapiranja.

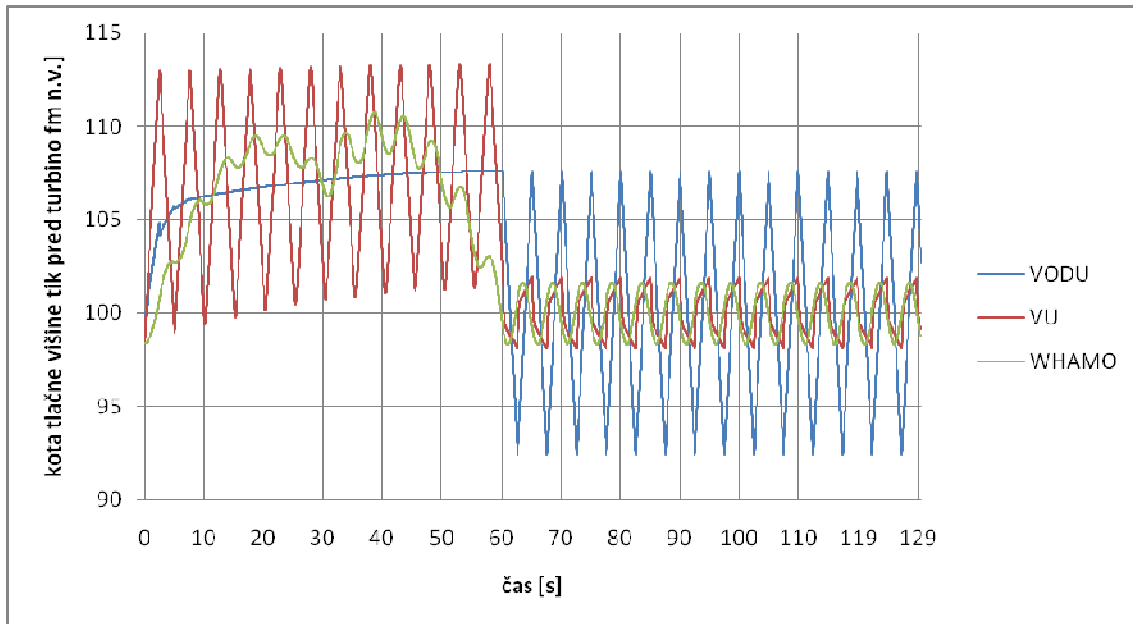
Tabela 10: Maksimalna prirast tlačne višine za primer derivacijske hidroelektrarne, linearno zapiranje v času 60 s (merjeno od statične kote vode v bazenu)

| ZLEVIRP [m n.v.] | VODU | VU | WHAMO | Đorđević * | Hydroelectric Handbook * |
|-----------------------------------|-------------|-----------|--------------|-------------------|---------------------------------|
| 100 | 7,60 | 13,31 | 10,70 | 15,00 | 8,80 |
| 1000 | 11,18 | 13,53 | 10,70 | 15,00 | 8,80 |
| 5000 | 12,66 | 13,62 | 10,70 | 15,00 | 8,80 |

* formule niso odvisne od statične kote vode v bazenu $ZLEVIRP$

Tabela 11: Velikost amplitude tlačne višine v času 120 s po začetku zapiranja za primer derivacijske hidroelektrarne, linearno zapiranje v času 60 s

| ZLEVIRP [m n.v.] | VODU | VU | WHAMO | Đorđević | Hydroelectric Handbook |
|-----------------------------------|-------------|-----------|--------------|-----------------|-------------------------------|
| 100 | 15,15 | 3,72 | 3,29 | / | / |
| 1000 | 14,56 | 7,60 | 3,29 | / | / |
| 5000 | 12,00 | 8,39 | 3,29 | / | / |



Slika 18: Primerjava rezultatov računalniških programov VODU, VU in WHAMO za primer derivacijske hidroelektrarne, linearno zapiranje v času 60 s

Iz zgornjih zaključkov lahko sklepamo, da programa VU in VODU za računanje vodnega udara z daljšimi časi zapiranja nista primerna. Program VU ima težave z oscilacijami pri računu do časa zaprtja (T_{zap}), program VODU pa računa prevelike vrednosti po času zaprtja (T_{zap}).

Za izračun vodnega udara v derivacijski hidroelektrarni bomo uporabili program WHAMO, saj na velikost levega robnega pogoja (*ZLEVIRP*) ni občutljiv, ter ob pravi izbiri časovnega koraka dt daje ustrezne rezultate.

5.4 Račun hidravličnega udara derivacijske hidroelektrarne

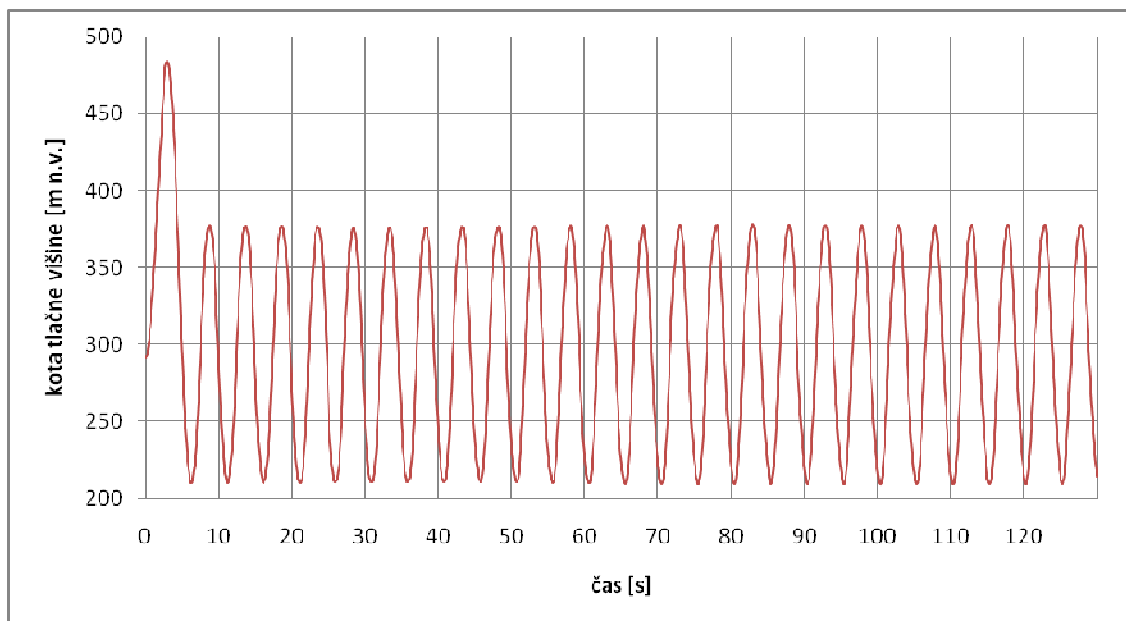
5.4.1 Linearno zapiranje

5.4.1.1 Linearno zapiranje turbin v času 5 s

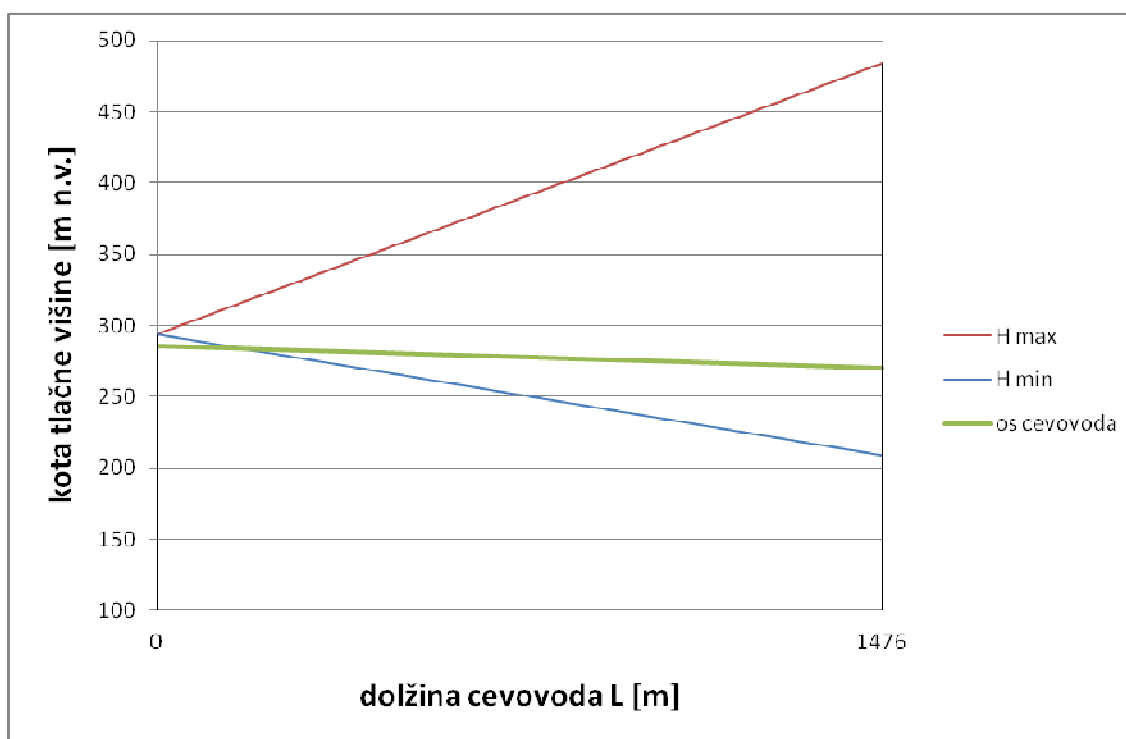
Vhodni podatki za račun vodnega udara za primer linearnega zapiranja turbin v času 5 s so podani v preglednici 12, rezultati v grafični obliki so prikazani na slikah 19 in 20, ekstremne vrednosti izračunanih veličin pa v preglednici 13.

Preglednica 12: Vhodni podatki za primer linearnega zapiranja turbin v času 5 s

| | |
|---------------------------------|--|
| dolžina cevovoda | 4841,28 ft (1476 m) |
| število odsekov | 56 |
| premer cevi | 21,65 ft (6,6 m) |
| lambda | 0,012 |
| hitrost potovanja vodnega udara | 3916,32 ft/s (1194 m/s) |
| pretok osnovnega toka | 3531,47 ft ³ /s (100 m ³ /s) |
| čas zapiranja ventila (turbine) | 5 s |
| kota vode v rezervoarju | 962,68 ft (293,50 m n.v) |
| kota ventila (turbine) | 886,26 ft (270,20 m n.v) |
| časovni korak | 0,0005 s |
| čas simulacije Tmax | 130 s |
| izpis | na vsake 0,1 s |



Slika 19: Kota tlačne višine tik pred turbinami za primer linearnega zapiranja v času 5 s



Slika 20: Ovojnica kot tlačnih višin za primer linearnega zapiranja turbin v času 5 s

Preglednica 13: Rezultati za primer linearne zapiranja turbin v času 5 s

| Maksimalna kota tlačne višine tik pred turbino H_{max} [m n.v.] | Minimalna kota tlačne višine tik pred turbino H_{min} [m n.v.] | Maksimalna tlačna višina tik pred turbino $H_{max} - z$ [m] | Minimalna tlačna višina tik pred turbino $H_{min} - z$ [m] |
|---|--|---|--|
| 483,90 | 208,99 | 213,70 | -61,21 |

Na sliki 19 je prikazan izračun kote tlačne višine tik pred turbinami. Zaradi hipne ustavitve pretoka je opazen velik porast tlačne višine, nato pa takoj sledi velik upad. Po zaprtju turbine ($T > 5$ s) je opazno periodično nihanje, pri katerem lahko opazimo, da je skoraj povsem brez vpliva dušenja. To je posledica nenatančnega simuliranja efekta dušenja vodnega udara zaradi trenja vode ob steni cevovoda. Če bi želeli dušenje bolj natančno simulirati, bi lahko uporabili Ziekov ali Brunon-ov model nestacionarnega trenja (Bergant in ostali, 2001).

Na sliki 20 je prikazana ovojnica kot tlačnih višin, iz katere je razvidno, da od stacionaže 186,7 do 1476 obstaja nevarnost pretrganja vodnega stebra (kavitacije).

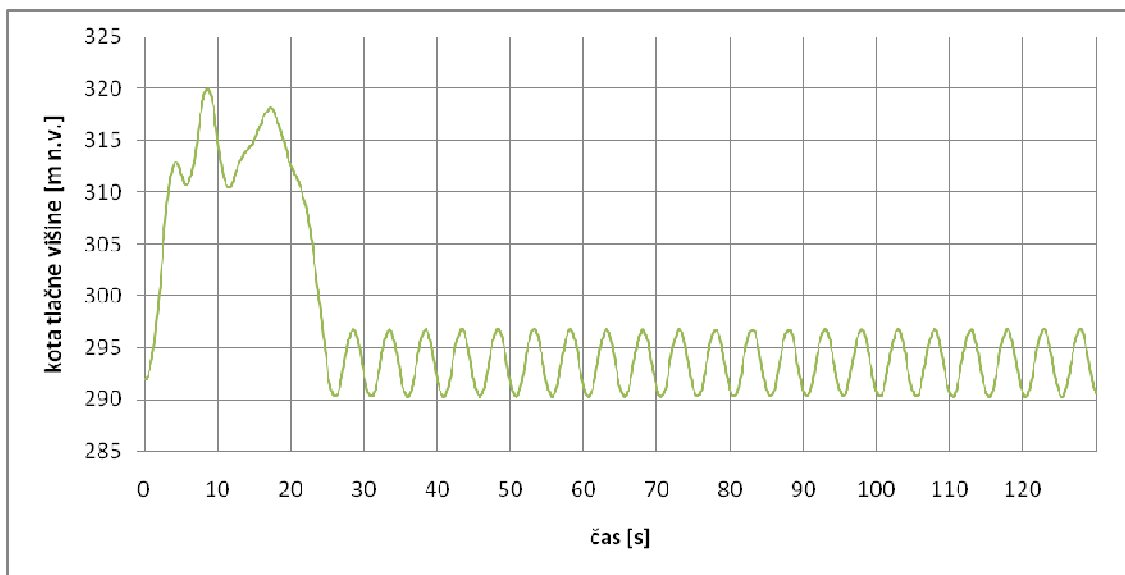
Iz zgornjih rezultatov lahko sklepamo, da izvedba cevovoda brez dodatnih ukrepov (vodostan, zračna komora, obvod) za čas zapiranja $T = 5$ s ni mogoča. Ker do časa zapiranja 5 s že zaradi tehnoloških omejitev hidrotehnične opreme (ventil, lopatice vodilnika) v praksi težko pride, rezultate tega primera vzamemo le kot orientacijske vrednosti.

5.4.1.2 Linearno zapiranje turbin v času 25 s

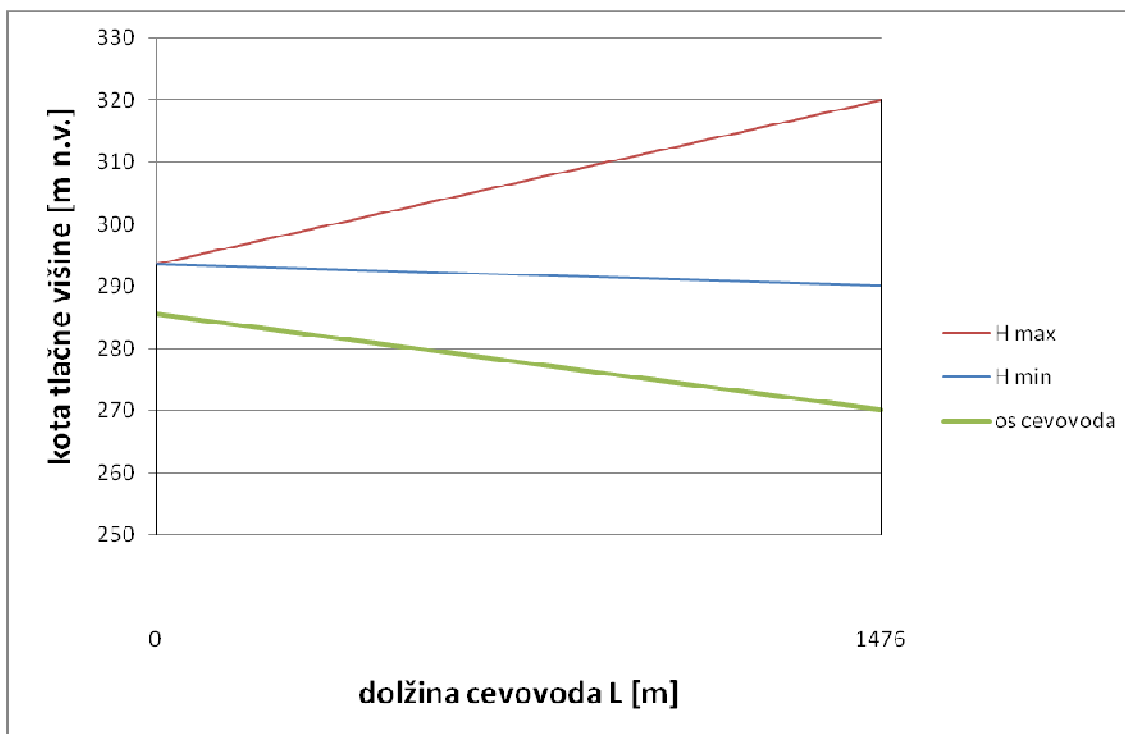
Vhodni podatki za račun vodnega udara za primer linearnega zapiranja turbin v času 25 s so podani v preglednici 14, rezultati v grafični obliki so prikazani na slikah 21 in 22, ekstremne vrednosti izračunanih veličin pa v preglednici 15.

Preglednica 14: Vhodni podatki za primer linearnega zapiranja turbin v času 25 s

| | |
|---------------------------------|--|
| dolžina cevovoda | 4841,28 ft (1476 m) |
| število odsekov | 56 |
| premer cevi | 21,65 ft (6,6 m) |
| lambda | 0,012 |
| hitrost potovanja vodnega udara | 3916,32 ft/s (1194 m/s) |
| pretok osnovnega toka | 3531,47 ft ³ /s (100 m ³ /s) |
| čas zapiranja ventila (turbine) | 25 s |
| kota vode v rezervoarju | 962,68 ft (293,50 m n.v) |
| kota ventila (turbine) | 886,26 ft (270,20 m n.v) |
| časovni korak | 0,0005 s |
| čas simulacije Tmax | 130 s |
| izpis | na vsake 0,1 s |



Slika 21: Kota tlačne višine tik pred turbinami za primer linearnega zapiranja v času 25 s



Slika 22: Ovojnica kot tlačnih višin za primer linearnega zapiranja turbin v času 25 s

Preglednica 15: Rezultati za primer linearnega zapiranja turbin v času 25 s

| Maksimalna kota tlačne višine tik pred turbino H_{max} [m n.v.] | Minimalna kota tlačne višine tik pred turbino H_{min} [m n.v.] | Maksimalna tlačna višina tik pred turbino $H_{max} - z$ [m] | Minimalna tlačna višina tik pred turbino $H_{min} - z$ [m] |
|--|---|---|--|
| 319,93 | 290,21 | 49,73 | 20,01 |

Na sliki 21 je prikazan izračun kote tlačne višine tik pred turbinami. Tlak med zapiranjem naraste, po zaprtju turbine ($T > 25$ s) pa se pojavi periodično nihanje brez vpliva dušenja.

Na sliki 22 je prikazana ovojnica kot tlačnih višin. Iz slike je razvidno, da ni nevarnosti, da se pojavi pretrganje vodnega stebra (kavitacija).

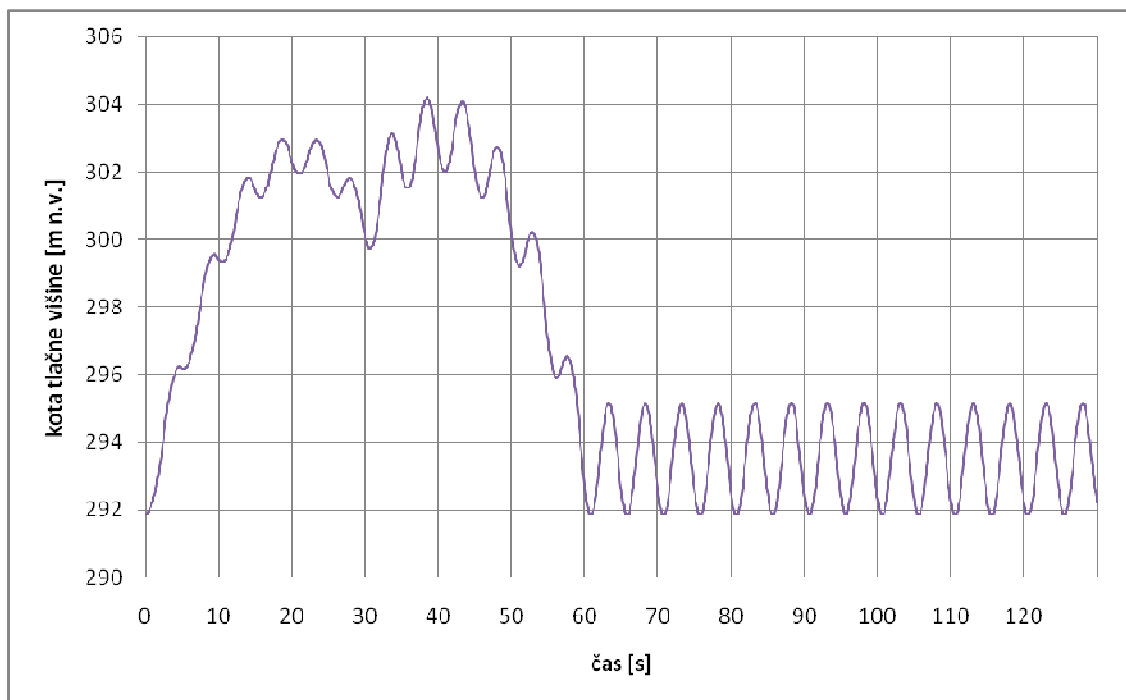
Iz zgornjih rezultatov lahko sklepamo, da je izvedba cevovoda brez dodatnih ukrepov (vodostan, zračna komora, obvod) za čas zapiranja $T = 25$ s možna. Pogoj je ustrezno dimenzioniranje obloge cevovoda na predvideno maksimalno tlačno višino (49,73 m v.s.), ki je posledica pojava vodnega udara.

5.4.1.3 Linearno zapiranje turbin v času 60 s

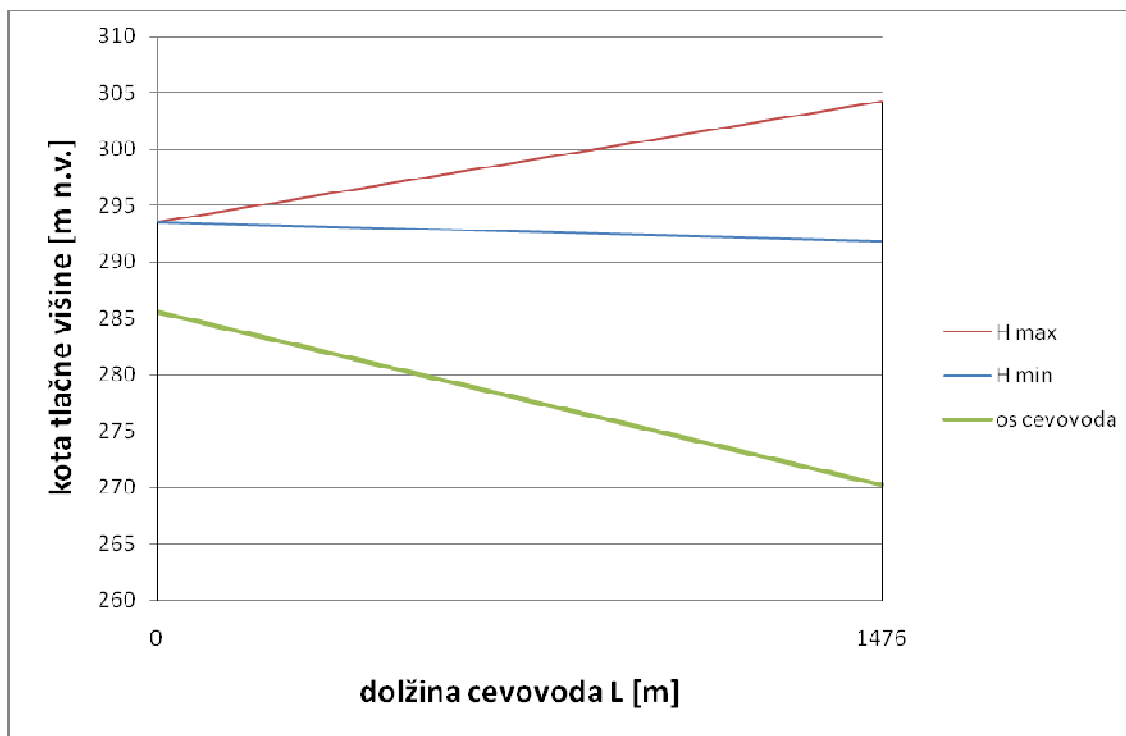
Vhodni podatki za račun vodnega udara za primer linearnega zapiranja turbin v času 60 s so podani v preglednici 16, rezultati v grafični obliki so prikazani na slikah 23 in 24, ekstremne vrednosti izračunanih veličin pa v preglednici 17.

Preglednica 16: Vhodni podatki za primer linearnega zapiranja turbin v času 60 s

| | |
|---------------------------------|--|
| dolžina cevovoda | 4841,28 ft (1476 m) |
| število odsekov | 56 |
| premer cevi | 21,65 ft (6,6 m) |
| lambda | 0,012 |
| hitrost potovanja vodnega udara | 3916,32 ft/s (1194 m/s) |
| pretok osnovnega toka | 3531,47 ft ³ /s (100 m ³ /s) |
| čas zapiranja ventila (turbine) | 60 s |
| kota vode v rezervoarju | 962,68 ft (293,50 m n.v) |
| kota ventila (turbine) | 886,26 ft (270,20 m n.v) |
| časovni korak | 0,0005 s |
| čas simulacije Tmax | 130 s |
| izpis | na vsake 0,1 s |



Slika 23: Kota tlačne višine tik pred turbinami za primer linearne zapiranja v času 60 s



Slika 24: Ovojnica kot tlačnih višin za primer linearne zapiranja turbin v času 60 s

Preglednica 17: Rezultati za primer linearne zapiranja turbin v času 60 s

| Maksimalna kota tlačne višine tik pred turbino H_{max} [m n.v.] | Minimalna kota tlačne višine tik pred turbino H_{min} [m n.v.] | Maksimalna tlačna višina tik pred turbino $H_{max} - z$ [m] | Minimalna tlačna višina tik pred turbino $H_{min} - z$ [m] |
|--|---|---|--|
| 304,20 | 291,85 | 34,00 | 21,65 |

Na sliki 23 je prikazan izračun kote tlačne višine tik pred turbinami. Tlak med zapiranjem naraste, po zaprtju turbine ($T > 60$ s) pa se pojavi periodično nihanje brez vpliva dušenja.

Na sliki 24 je prikazana ovojnica kot tlačnih višin. Iz slike je razvidno, da ni nevarnosti, da se pojavi pretrganje vodnega stebra (kavitacija).

Iz zgornjih rezultatov lahko sklepamo, da je izvedba cevovoda brez dodatnih ukrepov (vodostan, zračna komora, obvod) za čas zapiranja $T = 60$ s možna. Pogoj je ustrezno dimenzioniranje obloge cevovoda na predvideno maksimalno tlačno višino (34,00 m v.s.), ki je posledica pojava vodnega udara.

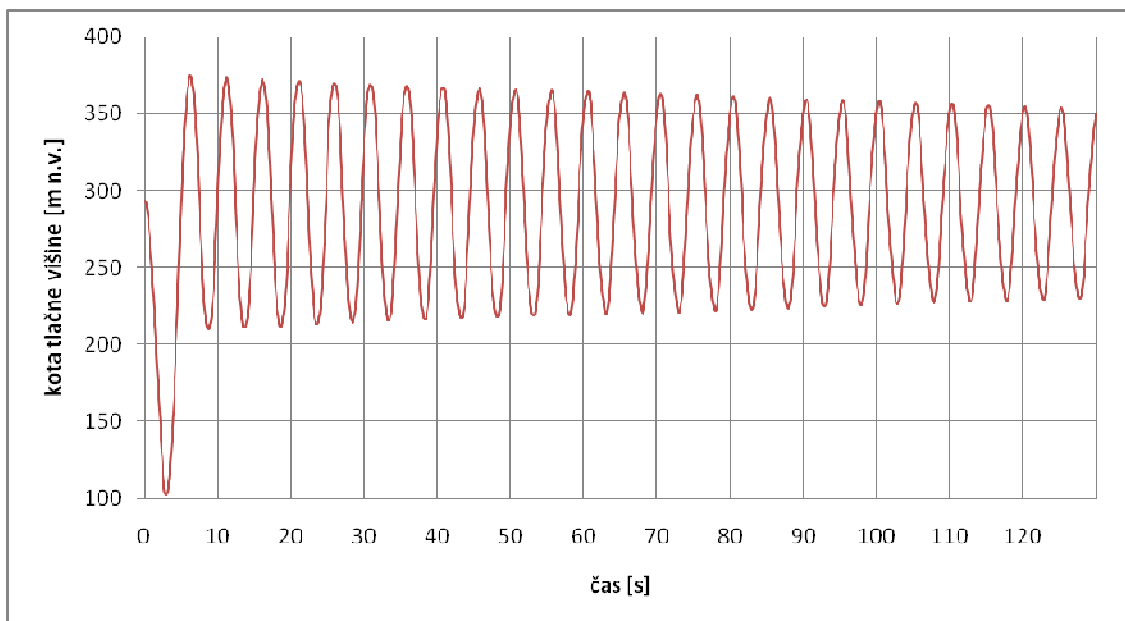
5.4.2 Linearno odpiranje

5.4.2.1 Linearno odpiranje turbin v času 5 s

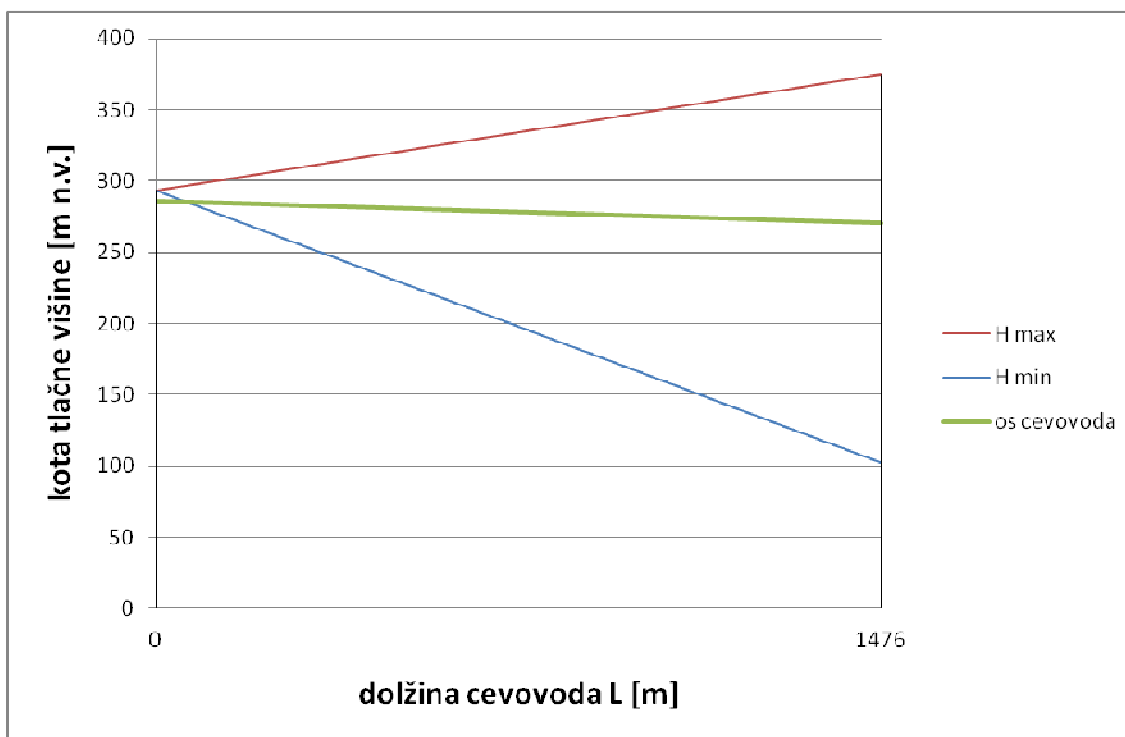
Vhodni podatki za račun vodnega udara za primer linearnega odpiranja turbin v času 5 s so podani v preglednici 18, rezultati v grafični obliki so prikazani na slikah 25 in 26, ekstremne vrednosti izračunanih veličin pa v preglednici 19.

Preglednica 18: Vhodni podatki za primer linearnega odpiranja turbin v času 5 s

| | |
|---------------------------------|--|
| dolžina cevovoda | 4841,28 ft (1476 m) |
| število odsekov | 56 |
| premer cevi | 21,65 ft (6,6 m) |
| lambda | 0,012 |
| hitrost potovanja vodnega udara | 3916,32 ft/s (1194 m/s) |
| pretok osnovnega toka | 3531,47 ft ³ /s (100 m ³ /s) |
| čas odpiranja ventila (turbine) | 5 s |
| kota vode v rezervoarju | 962,68 ft (293,50 m n.v) |
| kota ventila (turbine) | 886,26 ft (270,20 m n.v) |
| časovni korak | 0,0005 s |
| čas simulacije Tmax | 130 s |
| izpis | na vsake 0,1 s |



Slika 25: Kota tlačne višine tik pred turbinami za primer linearnega odpiranja v času 5 s



Slika 26: Ovojnica kot tlačnih višin za primer linearnega odpiranja turbin v času 5 s

Preglednica 19: Rezultati za primer linearnega odpiranja turbin v času 5 s

| Maksimalna kota tlačne višine tik pred turbino H_{max} [m n.v.] | Minimalna kota tlačne višine tik pred turbino H_{min} [m n.v.] | Maksimalna tlačna višina tik pred turbino $H_{max} - z$ [m] | Minimalna tlačna višina tik pred turbino $H_{min} - z$ [m] |
|--|---|---|--|
| 374,45 | 102,22 | 104,25 | -167,98 |

Na sliki 25 je prikazan izračun kote tlačne višine tik pred turbinami. Zaradi hipnega zagona pretoka je opazen velik padec tlačne višine, nato pa takoj sledi veliko naraščanje. Po popolnem odprtju turbine ($T > 5$ s) se pojavi periodično nihanje brez vpliva dušenja.

Na sliki 26 je prikazana ovojnica kot tlačnih višin, iz katere je razvidno, da od stacionaže 66,3 do 1476 obstaja nevarnost pretrganja vodnega stebra (kavitacije).

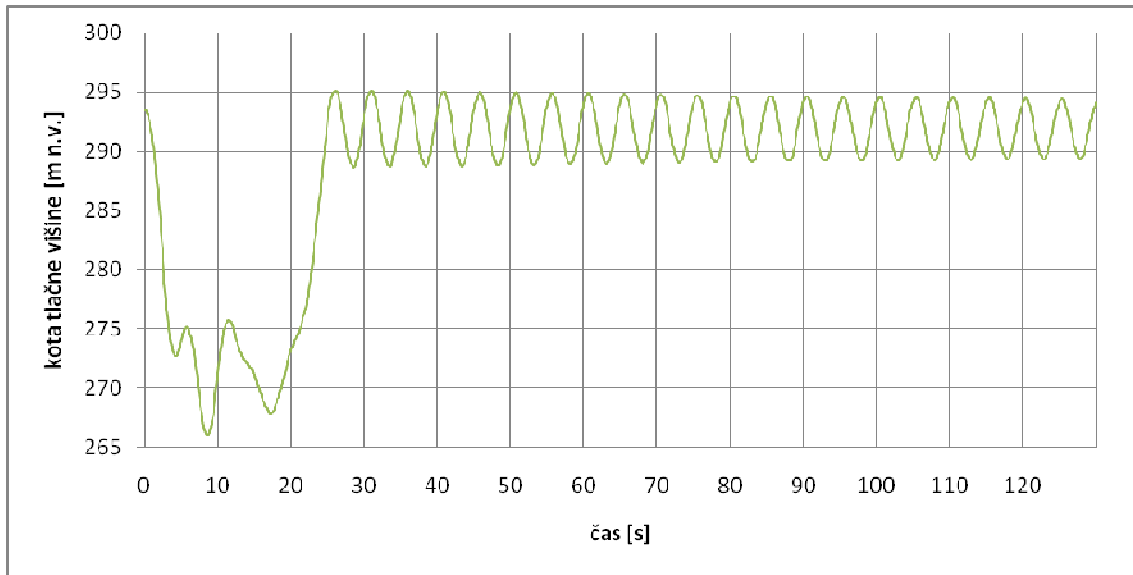
Iz zgornjih rezultatov lahko sklepamo, da izvedba cevovoda brez dodatnih ukrepov (vodostan) za čas odpiranja $T_{odp} = 5$ s ni mogoča. Ker do časa odpiranja 5 s že zaradi inercijskih lastnosti vode in tehnoloških omejitev hidrotehnične opreme (ventil, lopatice vodilnika), v praksi težko pride, rezultate tega primera vzamemo le kot orientacijske vrednosti.

5.4.2.2 Linearno odpiranje turbin v času 25 s

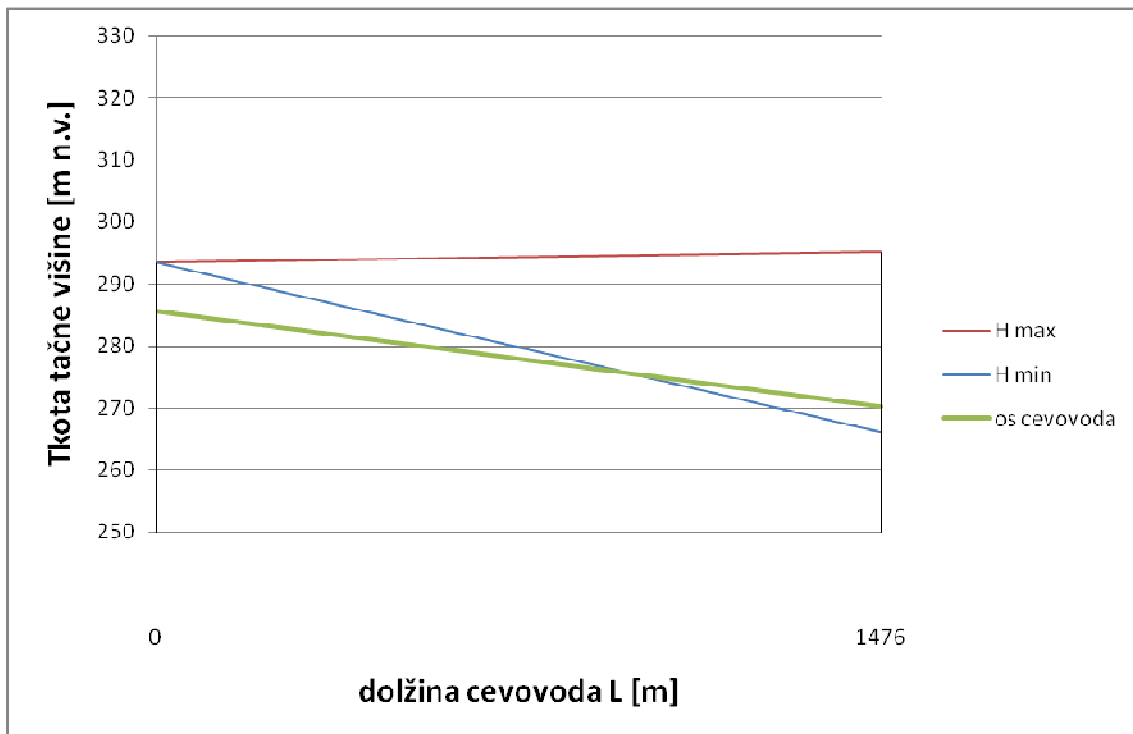
Vhodni podatki za račun vodnega udara za primer linearnega odpiranja turbin v času 25 s so podani v preglednici 20, rezultati v grafični obliki so prikazani na slikah 27 in 28, ekstremne vrednosti izračunanih veličin pa v preglednici 21.

Preglednica 20: Vhodni podatki za primer linearnega odpiranja turbin v času 25 s

| | |
|---------------------------------|--|
| dolžina cevovoda | 4841,28 ft (1476 m) |
| število odsekov | 56 |
| premer cevi | 21,65 ft (6,6 m) |
| lambda | 0,012 |
| hitrost potovanja vodnega udara | 3916,32 ft/s (1194 m/s) |
| pretok osnovnega toka | 3531,47 ft ³ /s (100 m ³ /s) |
| čas odpiranja ventila (turbine) | 25 s |
| kota vode v rezervoarju | 962,68 ft (293,50 m n.v) |
| kota ventila (turbine) | 886,26 ft (270,20 m n.v) |
| časovni korak | 0,0005 s |
| čas simulacije Tmax | 130 s |
| izpis | na vsake 0,1 s |



Slika 27: Kota tlačne višine tik pred turbinami za primer linearnega odpiranja v času 25 s



Slika 28: Ovojnica kot tlačnih višin za primer linearnega odpiranja turbin v času 25 s

Preglednica 21: Rezultati za primer linearnega odpiranja turbin v času 25 s

| Maksimalna kota tlačne višine tik pred turbino H_{max} [m n.v.] | Minimalna kota tlačne višine tik pred turbino H_{min} [m n.v.] | Maksimalna tlačna višina tik pred turbino $H_{max} - z$ [m] | Minimalna tlačna višina tik pred turbino $H_{min} - z$ [m] |
|--|---|---|--|
| 295,12 | 266,09 | 24,92 | -29,00 |

Na sliki 27 je prikazan izračun kote tlačne višine tik pred turbinami. Tlak med odpiranjem pade, po popolnem odprtju turbine ($T > 25$ s) pa se pojavi periodično nihanje brez vpliva dušenja.

Na sliki 28 je prikazana ovojnica kot tlačnih višin, iz katere je razvidno, da od stacionaže 970,9 do 1476 obstaja nevarnost pretrganja vodnega stebra (kavitacije).

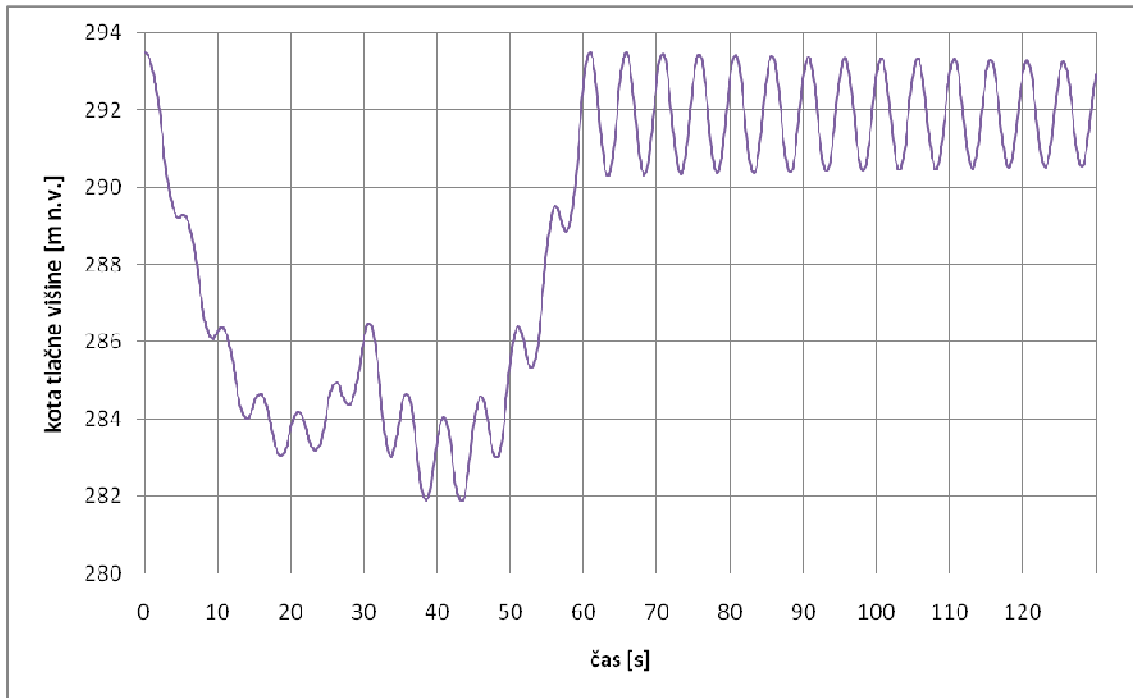
Iz zgornjih rezultatov lahko sklepamo, da izvedba cevovoda brez dodatnih ukrepov (vodostan) za čas odpiranja $T = 25$ s ni mogoča.

5.4.2.3 Linearno odpiranje turbin v času 60 s

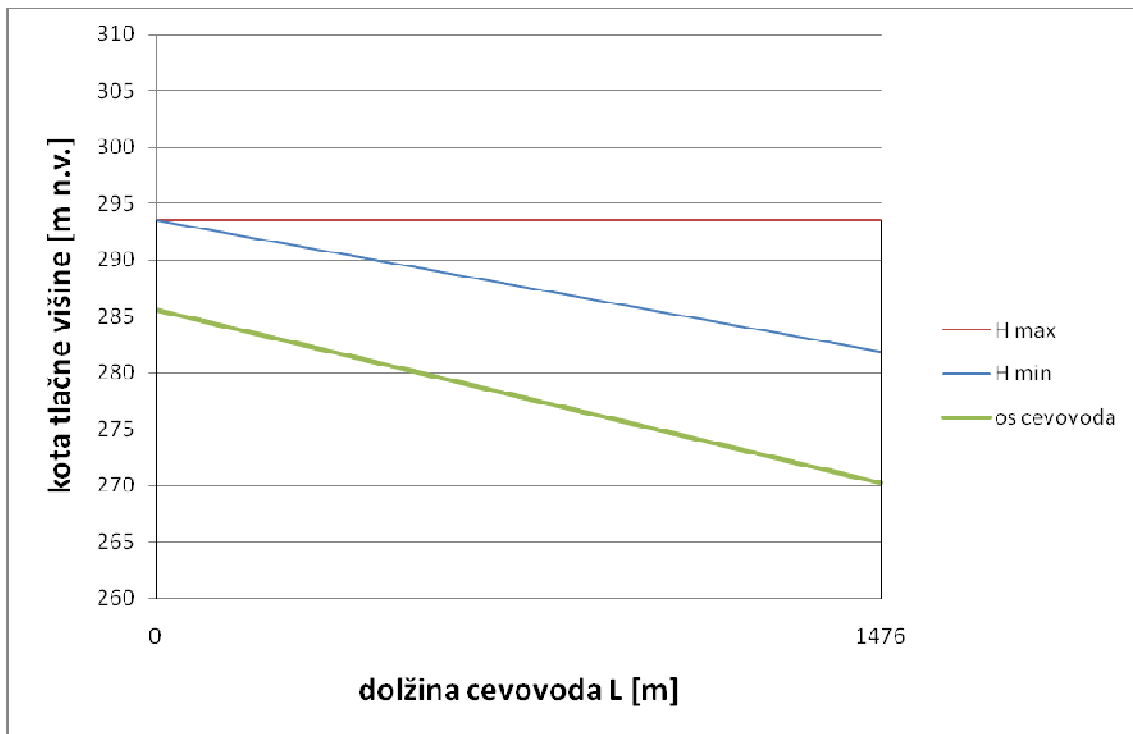
Vhodni podatki za račun vodnega udara za primer linearnega odpiranja turbin v času 60 s so podani v preglednici 22, rezultati v grafični obliki so prikazani na slikah 29 in 30, ekstremne vrednosti izračunanih veličin pa v preglednici 23.

Preglednica 22: Vhodni podatki za primer linearnega odpiranja turbin v času 60 s

| | |
|---------------------------------|--|
| dolžina cevovoda | 4841,28 ft (1476 m) |
| število odsekov | 56 |
| premer cevi | 21,65 ft (6,6 m) |
| lambda | 0,012 |
| hitrost potovanja vodnega udara | 3916,32 ft/s (1194 m/s) |
| pretok osnovnega toka | 3531,47 ft ³ /s (100 m ³ /s) |
| čas odpiranja ventila (turbine) | 60 s |
| kota vode v rezervoarju | 962,68 ft (293,50 m n.v) |
| kota ventila (turbine) | 886,26 ft (270,20 m n.v) |
| časovni korak | 0,0005 s |
| čas simulacije Tmax | 130 s |
| izpis | na vsake 0,1 s |



Slika 29: Kota tlačne višine tik pred turbinami za primer linearnega odpiranja v času 60 s



Slika 30: Ovojnica kot tlačnih višin za primer linearnega odpiranja turbin v času 60 s

Preglednica 23: Rezultati za primer linearnega odpiranja turbin v času 60 s

| Maksimalna kota tlačne višine tik pred turbino H_{max} [m n.v.] | Minimalna kota tlačne višine tik pred turbino H_{min} [m n.v.] | Maksimalna tlačna višina tik pred turbino $H_{max} - z$ [m] | Minimalna tlačna višina tik pred turbino $H_{min} - z$ [m] |
|--|---|---|--|
| 293,50 | 291,88 | 23,30 | 21,68 |

Na sliki 29 je prikazan izračun kote tlačne višine tik pred turbinami. Tlak med odpiranjem pade, po popolnem odprtju turbine ($T > 60$ s) pa se pojavi periodično nihanje brez vpliva dušenja.

Na sliki 30 je prikazana ovojnica kot tlačnih višin. Iz slike je razvidno, da ni nevarnosti, da se pojavi pretrganje vodnega stebra (kavitacija).

Iz zgornjih rezultatov lahko sklepamo, da je izvedba cevovoda brez dodatnih ukrepov (vodostan) za čas zapiranja $T = 60$ s možna. Pogoj je ustrezno dimenzioniranje obloge cevovoda na predvideno maksimalno tlačno višino (23,30 m v.s.), ki je posledica pojava vodnega udara.

6. ZAKLJUČEK

V diplomski nalogi smo obravnavali pojav vodnega udara v derivacijski hidroelektrarni kot posledico zmanjševanja ali povečevanja pretoka vode skozi turbine. Osnovni enačbi, ki opisujeta pojav vodnega udara, sta dinamična in kontinuitetna. Ti dve enačbi tvorita sistem parcialnih diferencialnih enačb hiperboličnega tipa, ki je rešljiv z različnimi numeričnimi metodami. Podrobneje smo opisali metodo karakteristik ter implicitno metodo, ki se uporabljata za reševanje sistemov z dolgimi cevovodi.

Naša naloga je bila opis in testiranje treh različnih programov za izračun vodnega udara (VODU, VU in WHAMO) in njihova uporaba na realnem primeru projektiranja derivacijske hidroelektrarne. Rezultate omenjenih programov smo primerjali z izsledki laboratorijskega poskusa, ki ga je izvedel dr. Anton Bergant na univerzi Adelaide v Avstraliji. Po primerjavi podatkov smo ugotovili, da vsi trije programi opisujejo laboratorijski poskus z zadovoljivo natančnostjo.

Drugi del naše naloge je bila uporaba računalniškega programa na realnem primeru hidroelektrarne. Rezultati programov VODU in VU, ki računata sistem diferencialnih enačb po metodi karakteristik, se niso skladali s teoretičnimi okvirji in približnimi empiričnimi enačbami. V času zapiranja je bilo na krivulji, ki ponazarja naraščanje kote tlačne višine tik pred turbino, prisotno preveliko nihanje. Ugotovili smo, da na nihanje vpliva levi robni pogoj, to je kota vode v zgornjem bazenu in dolžina časa zapiranja turbine. Po analizi vseh robnih pogojev, ki v računalniških programih vplivajo na natančnost računov, smo prišli do zaključka, da je vzrok za prevelika nihanja numerična napaka, ki nastane pri zaokroževanju rezultatov. Programa VODU in VU zato nista primerna za izračun vodnega udara z daljšimi časi zapiranja. Za tak izračun je primernejši program WHAMO, ki za račun sistema parcialnih diferencialnih enačb uporablja implicitno metodo in ni občutljiv na različne vednosti levega robnega pogoja.

Na koncu smo z izbranim programom WHAMO simulirali pojav vodnega udara za primer derivacijske hidroelektrarne za tri različne manevre zapiranja in odpiranja turbin. Vodni udar, ki se pri teh manevrih pojavi, je potrebno zmanjšati na dopustne meje z ustreznim krmiljenjem. Ugotovili smo, da je za manever zapiranja turbine minimalni potrební čas zapiranja enak 25 s, za manever odpiranja pa minimalno 60 s, da ni potrebno uporabiti dodatnih ukrepov za preprečevanje vodnega udara. Če bi turbino zaprli/odprli v krajšem času, bi v dovodnem cevovodu lahko prišlo do pojava pretrganja vodnega stebra (kavitacije). Cevovod je potrebno projektirati tako, da prenese maksimalne tlačne višine, ki jih pokažejo posamezni izračuni za različne primere delovanja sistema.

VIRI

Bergant, A. 1981. Analiza dosedanjih raziskav hidrodinamičnih prehodnih pojavov v HE s Francis-ovimi turbinami. Diplomaska naloga, Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za strojništvo: 209 str.

Bergant, A., Simpson, A. R., 1991. Quadratic-equation inaccuracy for water hammer. *Journal of Hydraulic Engineering* 117, 11: 1572-1574.

Bergant, A., Simpson, A. R., Vítkovský, J. 2001. Developments in unsteady pipe flow friction modelling. *Journal of hydraulic research* 39, 3: 249-258.

Bergant, A. 2007. Obratovanje hidravličnega turbostroja med prehodnimi pojavi. *Strojniški vestnik* 49, 3: 150-160.

Bohte, Z. 1985. Numerične metode. Ljubljana, Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS, Zveza organizacij za tehnično kulturo Slovenije: 160 str.

Chaudhry, M. H., 1987. *Applied hydraulic transients*. New York, Van Nostrand Reinhold Company: 521 str.

Creager, W. P. 1950. *Hydroelectric handbook*. New York, J. Wiley & Sons: 1151 str.

Đorđević, B. 1989. *Korišćenje vodnih snaga. 2, Objekti hidroelektrana*. Beograd, Naučna knjiga, Građevinski fakultet: 474 str.

Fitzgerald, R., Van Blaricum, V. L. 1998. *Water Hammer and Mass Oscillation (WHAMO) 3.0 User's Manual*. Washington, US Army Corps of Engineers, Construction Engineering Research Laboratories: 258 str.

Jordan, V., 1983. Prehodni režimi v hidravličnih cevnih sistemih. Ljubljana, Partizanska knjiga, TOZD Založba: 331 str.

Karadžić, U., Bergant, A., Vukoslavčević, P. 2009. A Novel Pelton Turbine Model for Water Hammer Analysis. Strojniški vestnik 55, 6: 369-380.

Mazij, M., 2009. Hidravlični prehodni pojavi v hidroelektrarnah z vgrajenimi Francis-ovimi turbinami. Diplomaska naloga, Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 91 str.

Parmakian, J. 1963. Water hammer analysis. New York, Dover publications: 161 str.

Rajar, R. 1980. Hidravlika nestalnega toka. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 279 str.

Spletni iskalnik zemljevidov GOOGLE: <http://maps.google.com/> (12.04.2011)

Srpčič, S. 2003. Mehanika trdnih teles. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 651 str.

Steinman, F. 1991. Hidravlika. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 294 str.

Streeter, V., L. 1962. Fluid mechanics. New York, McGraw-Hill Book Company: 556 str.

Streeter, V.,L., Wylie, E. B. 1987. Fluid transients, New York, McGraw-Hill Book Company: 384 str.

Wylie, E. B., Streeter, V. L. 1993. Fluid transients in systems. New York, Prentice Hall, Engelwood Cliffs: 463 str.

PRILOGE

Priloga A: Primer izhodne datoteke programa VODU

Priloga B: Program VODU zapisan v programskem jeziku BASIC

Priloga C: Primer vhodne datoteke programa VU

Priloga Č: Primer izhodne datoteke VU.rez programa VU

Priloga D: Primer vhodne datoteke programa WHAMO

Priloga E: Primer izhodne datoteke programa WHAMO

Priloga F: Prikaz izračuna računalniškega programa VU

Priloga A: Primer izhodne datoteke programa VODU

Dolzina cevovoda L= 37.23 stevilo odsekov N= 56.45186

Hitrost vala a= 1319 , premer cevi D= .0221

Lambda= .035 , hitrost osnovnega toka V0= .3

Tmax= 1.5 , cas zapiranja T0= .009

Visina v rezervoarju Hr= 32

Padec cevi - sin(alfa)=-.0545

Izpis je na vsakih 5 casovnih korakov

| T | H(A) | H(L/2) | H(B) | V(L/2) |
|--------------|----------|-----------|-----------|---------------|
| 0 | 31.99541 | 30.87936 | 29.69808 | .3 |
| .002 | 31.99541 | 30.87939 | 35.66194 | .3000713 |
| .004 | 31.99541 | 30.87942 | 43.06673 | .3001426 |
| 6.000001E-03 | 31.99541 | 30.87945 | 52.23371 | .3002137 |
| .008 | 31.9954 | 30.87949 | 63.52446 | .3002849 |
| .01 | 31.9954 | 30.87952 | 70.09383 | .300356 |
| .012 | 31.9954 | 30.87955 | 70.10822 | .3004271 |
| .014 | 31.9954 | 30.87838 | 70.1226 | .3004892 |
| .016 | 31.9954 | 35.22138 | 70.13698 | .2682568 |
| .018 | 31.99539 | 42.22772 | 70.15135 | .2162229 |
| 1.999999E-02 | 31.99539 | 50.91204 | 70.16573 | .1517192 |
| 2.199999E-02 | 31.99539 | 61.62913 | 70.1801 | 7.210716E-02 |
| 2.399999E-02 | 31.99539 | 71.23547 | 70.19447 | 7.646607E-04 |
| 2.599998E-02 | 31.99538 | 71.24982 | 70.20885 | 7.643639E-04 |
| 2.799998E-02 | 31.99538 | 71.26414 | 70.22321 | 7.639598E-04 |
| 2.999998E-02 | 31.9977 | 71.27848 | 70.23513 | 7.637282E-04 |
| 3.199998E-02 | 31.99946 | 71.29282 | 70.2494 | 7.633836E-04 |
| 3.399998E-02 | 31.99994 | 71.30714 | 70.26373 | 7.630397E-04 |
| 3.599998E-02 | 32 | 71.32147 | 70.27801 | 7.627535E-04 |
| 3.799999E-02 | 32 | 71.33581 | 70.29232 | 7.623542E-04 |
| 3.999999E-02 | 32 | 71.35014 | 70.3066 | 7.620122E-04 |
| .042 | 32 | 69.99892 | 70.3209 | -9.39449E-03 |
| .044 | 32 | 63.73862 | 70.3352 | -5.604372E-02 |
| .046 | 32 | 55.96458 | 70.34949 | -.1139669 |
| 4.800001E-02 | 32 | 46.3414 | 70.36376 | -.1856382 |
| 5.000001E-02 | 32 | 34.50243 | 70.37806 | -.2737794 |
| 5.200002E-02 | 32 | 31.14204 | 70.39237 | -.2988455 |
| 5.400002E-02 | 32 | 31.142 | 70.40663 | -.2989167 |
| 5.600002E-02 | 32 | 31.14198 | 70.42093 | -.2989877 |
| 5.800003E-02 | 32 | 31.14195 | 58.55645 | -.2990587 |
| 6.000003E-02 | 32 | 31.1419 | 43.81922 | -.2991297 |
| 6.200004E-02 | 32 | 31.14187 | 25.56685 | -.2992007 |
| 6.400004E-02 | 32 | 31.14183 | 3.08508 | -.2992713 |
| 6.600004E-02 | 32 | 31.14179 | -10.02127 | -.2993423 |
| 6.800005E-02 | 32 | 31.14176 | -10.03567 | -.2994131 |
| 7.000005E-02 | 32 | 31.14292 | -10.05002 | -.299475 |
| 7.200006E-02 | 32 | 26.81765 | -10.06431 | -.2673742 |
| 7.400006E-02 | 32 | 19.83808 | -10.07864 | -.2155389 |
| 7.600006E-02 | 32 | 11.18526 | -10.09293 | -.1512693 |
| 7.800007E-02 | 32 | .5075567 | -10.10725 | -7.194959E-02 |
| 8.000007E-02 | 32 | -9.068497 | -10.12157 | -8.319265E-04 |
| 8.200008E-02 | 32 | -9.092269 | -10.13582 | -7.609028E-04 |
| 8.400008E-02 | 32 | -9.106533 | -10.15015 | -7.605259E-04 |
| 8.600008E-02 | 32 | -9.120823 | -10.16201 | -7.603549E-04 |
| 8.800009E-02 | 32 | -9.135081 | -10.17619 | -7.598225E-04 |
| 9.000009E-02 | 32 | -9.149335 | -10.19046 | -7.594958E-04 |
| .0920001 | 31.99796 | -9.163595 | -10.20469 | -7.591478E-04 |
| .0940001 | 31.99549 | -9.177858 | -10.21894 | -7.589062E-04 |
| 9.600011E-02 | 31.99549 | -9.192139 | -10.23315 | -7.585937E-04 |
| 9.800011E-02 | 31.99549 | -7.845929 | -10.24735 | 9.360168E-03 |
| .1000001 | 31.99549 | -1.608147 | -10.2616 | 5.584164E-02 |
| .1020001 | 31.99549 | 6.138594 | -10.27583 | .1135614 |
| .1040001 | 31.99548 | 15.72726 | -10.29001 | .1849755 |
| .1060001 | 31.99548 | 27.51785 | -10.30427 | .2727564 |
| .1080001 | 31.99548 | 30.88068 | -10.31849 | .2978406 |
| .1100001 | 31.99548 | 30.88076 | -10.33272 | .2979116 |
| .1120001 | 31.99547 | 30.88078 | -10.34694 | .2979824 |
| .1140001 | 31.99547 | 30.8808 | 1.474284 | .2980531 |
| .1160001 | 31.99547 | 30.88087 | 16.15963 | .2981239 |
| .1180001 | 31.99547 | 30.88089 | 34.34752 | .2981946 |
| .1200002 | 31.99546 | 30.88093 | 56.74098 | .2982649 |

Priloga A: Primer izhodne datoteke programa VODU

| | | | | |
|----------|-----------|-----------|---------------|---------------|
| .1220002 | 31.99546 | 30.88097 | 69.82433 | .2983357 |
| .1240002 | 31.99546 | 30.88101 | 69.83886 | .2984062 |
| .1260002 | 31.99546 | 30.87983 | 69.85313 | .2984679 |
| .1280001 | 31.99546 | 35.18921 | 69.86735 | .266485 |
| .1300001 | 31.99545 | 42.14419 | 69.88163 | .2148324 |
| .1320001 | 31.99545 | 50.76661 | 69.89584 | .1507885 |
| .134 | 31.99545 | 61.40398 | 69.9101 | 7.176812E-02 |
| .136 | 31.99545 | 70.94669 | 69.92432 | 8.982031E-04 |
| .138 | 31.99545 | 70.97979 | 69.93853 | 7.57068E-04 |
| .14 | 31.99545 | 70.994 | 69.95275 | 7.566657E-04 |
| .1419999 | 31.99773 | 71.00822 | 69.96459 | 7.564382E-04 |
| .1439999 | 31.99947 | 71.02241 | 69.97869 | 7.559276E-04 |
| .1459999 | 31.99995 | 71.0366 | 69.99288 | 7.554736E-04 |
| .1479999 | 32 | 71.05078 | 70.00706 | 7.553033E-04 |
| .1499998 | 32 | 71.06499 | 70.0212 | 7.549629E-04 |
| .1519998 | 32 | 71.0792 | 70.03538 | 7.546793E-04 |
| .1539998 | 32 | 69.73856 | 70.04949 | -9.322154E-03 |
| .1559998 | 32 | 63.52532 | 70.06368 | -5.562062E-02 |
| .1579997 | 32 | 55.80717 | 70.07783 | -.1131272 |
| .1599997 | 32 | 46.25278 | 70.09194 | -.184286 |
| .1619997 | 32 | 34.50737 | 70.10616 | -.2717303 |
| .1639997 | 32 | 31.14081 | 70.12029 | -.296842 |
| .1659996 | 32 | 31.14064 | 70.13444 | -.2969132 |
| .1679996 | 32 | 31.14062 | 70.14861 | -.2969839 |
| .1699996 | 32 | 31.14059 | 58.37487 | -.2970543 |
| .1719996 | 32 | 31.14053 | 43.74447 | -.2971247 |
| .1739995 | 32 | 31.14051 | 25.62162 | -.2971952 |
| .1759995 | 32 | 31.14045 | 3.311917 | -.2972652 |
| .1779995 | 32 | 31.14042 | -9.753364 | -.2973357 |
| .1799995 | 32 | 31.14039 | -9.768062 | -.2974059 |
| .1819994 | 32 | 31.14156 | -9.782295 | -.2974674 |
| .1839994 | 32 | 26.84964 | -9.79645 | -.2656142 |
| .1859994 | 32 | 19.92104 | -9.810673 | -.2141576 |
| .1879994 | 32 | 11.32969 | -9.824802 | -.1503443 |
| .1899993 | 32 | .7311076 | -9.839012 | -7.161206E-02 |
| .1919993 | 32 | -8.781649 | -9.853157 | -9.642325E-04 |
| .1939993 | 32 | -8.824021 | -9.867296 | -7.538092E-04 |
| .1959992 | | | | |
| 32 | -8.838169 | -9.881442 | -7.531781E-04 | |
| .1979992 | 32 | -8.852328 | -9.893241 | -7.52972E-04 |

Priloga B: Program VODU zapisan v programskem jeziku BASIC

```
10 ' "VODU" - racun vodnega udara
20 ' *****
30 DIM V(100), H(100), vp(100), Hp(100), Td(400), Hpo1(400), Hkon(400), Vpo1(400),
Vpo(400)
40 ' INTEGER M,N,L
50 PRINT "Stevilo odsekov="
60 INPUT N
70 PRINT "Dolzina cevovoda="
80 INPUT F1
90 PRINT "Hitrost vala a="
100 INPUT A
110 PRINT "Premer cevi="
120 INPUT D
130 PRINT "Lambda="
140 INPUT F
150 PRINT "Hitrost v0="
160 INPUT V0
170 PRINT "Tmax="
180 INPUT Tmax
190 PRINT "Cas zapiranja="
200 INPUT T0
210 PRINT "Visina v rezervoarju="
220 INPUT Hr
230 PRINT "Padec cevi - sin(alfa)="
240 INPUT Sina
250 PRINT "Na koliko casovnih korakov zelite imeti izpis"
260 INPUT IZpis
270 ' *****
280 '
290 PRINT "Dolzina cevovoda L="; F1; ", stevilo odsekov N="; N
300 PRINT "Hitrost vala a="; A; ", premer cevi D="; D
310 PRINT "Lambda="; F; ", hitrost osnovnega toka v0="; v0
320 PRINT "Tmax="; Tmax; ", cas zapiranja T0="; T0
330 PRINT "Visina v rezervoarju Hr="; Hr
340 PRINT "Padec cevi - sin(alfa)="; Sina
350 IF IZpis <> 1 THEN 380
360 PRINT "Izpis je na vsak casovni korak"
380 IF IZpis <> 2 THEN 410
390 PRINT "Izpis je na vsaka dva casovna koraka"
400 GOTO 450
410 IF IZpis <= 4 THEN 440
420 PRINT "Izpis je na vsakih "; IZpis; " casovnih korakov"
430 GOTO 450
440 PRINT "Izpis je na vsake "; IZpis; " casovne korake"
450 PRINT
460 PRINT
470 '
480 ' *****
490 '
500 ' RACUN STALNEGA TOKA
510 '
520 G = 9.81
530 D1 = F1 / N
540 Db = D1 * Sina
550 Dzo = F1 * Sina
560 Dh = F * D1 * V0 * V0 / (2 * G * D)
570 H0 = Hr - V0 * V0 / (2 * G) + N * (Db - Dh)
580 M = N + 1
590 L = INT(M / 2)
600 K = 1
610 FOR I = 1 TO M
620 V(I) = V0
630 Te = M - I
640 H(I) = H0 + Te * Dh
650 NEXT I
660 T = 0
670 H1 = H(I) - Dzo
680 H1 = H(L) - INT(M - L) * D1 * Sina
690 PRINT "T "; "H(A) "; "H(L/2) "; "H(B) "; "V(L/2)"
```

Priloga B: Program VODU zapisan v programskem jeziku BASIC

```
700 'image 5x,1A,8x,4A,11x,6a,9x,4a,8x,6a
710 PRINT T, H1, H1, H(M), V0
730 C2 = G / A
740 C4 = V0 * V0 / (C2 * H0)
750 dt = F1 / (A * N)
760 Ff = F * dt / (2 * D)
770 Sd = Sina * dt
780 J = 1
790 Td(1) = 0
800 Hpol(1) = H(L)
810 vpol(1) = V(L)
820 Hkon(1) = H(M)
830 T = T + dt
840 J = J + 1
850 Td(J) = T
860 Hpol(J) = H(L)
870 vpol(J) = V(L)
880 Hkon(J) = H(M)
890 IF T - Tmax <= 0 THEN 940
900 IF T - Tmax > 0 THEN 1410
910 '
920 ' RACUN NOTRANJJIH TOCK MREZE PO METODI KARAKTERISTIK
940 FOR I = 2 TO N
950 Vp(I) = .5 * (V(I - 1) + V(I + 1) + C2 * (H(I - 1) - H(I + 1) - Sd * (V(I - 1)
- V(I + 1)))) - Ff * (V(I - 1) * ABS(V(I - 1)) + V(I + 1) * ABS(V(I + 1)))
960 Hp(I) = .5 * (H(I - 1) + H(I + 1) + (V(I - 1) - V(I + 1)) / C2 - Sd * (V(I - 1)
+ V(I + 1)) - Ff * (V(I - 1) * ABS(V(I - 1)) - V(I + 1) * ABS(V(I + 1))) / C2)
970 NEXT I
980 '
990 ' ZGORNJI ROBNI POGOJ
1010 C5 = H(2) - Sd * V(2) - (V(2) - Ff * V(2) * ABS(V(2))) / C2
1020 IF V(2) < 0 THEN 1040
1030 IF V(2) >= 0 THEN 1070
1040 Hp(1) = Hr + Dzo
1050 Vp(1) = C2 * (Hp(1) - C5)
1060 GOTO 1120
1070 Vp(1) = A * (SQR(1 + 2 * G * (Hr + Dzo - C5) / (A * A)) - 1)
1080 Hp(1) = C5 + Vp(1) / C2
1090 '
1100 ' SPODNJI ROBNI POGOJ - LINEARNO ZAPIRANJE V CASU T0
1120 C1 = V(N) + C2 * (H(N) - Sd * V(N)) - Ff * (V(N) * ABS(V(N)))
1130 IF T - T0 < 0 THEN 1150
1140 IF T - T0 >= 0 THEN 1200
1150 Tau = 1 - T / T0
1160 C3 = Tau * Tau * C4
1170 Vp(M) = SQR(C3 * C3 / 4 + C3 * C1) - .5 * C3
1180 Hp(M) = (C1 - Vp(M)) / C2
1190 GOTO 1260
1200 Vp(M) = 0
1210 Hp(M) = C1 / C2
1220 Hkon(J) = Hp(M)
1230 Hrg = Hr
1250 '
1260 K = K + 1
1270 FOR I = 1 TO M
1280 V(I) = Vp(I)
1290 H(I) = Hp(I)
1300 NEXT I
1310 IF K - IZpis < 0 THEN 830
1320 IF K - IZpis >= 0 THEN 1330
1330 Hp1 = Hp(1) - Dzo
1340 Hp1 = Hp(L) - INT(M - L) * D1 * Sina
1350 Hpol(J) = Hp1
1360 vpol(J) = V(L)
1370 PRINT T, Hp1, Hp1, Hp(M), V(L)
1380 ' image ...
1390 K = 1
1400 GOTO 830
1410 END
```

Priloga C: Primer vhodne datoteke programa VU

```
' vodni udar v tlacnem cevovodu HNT/vaja3 - jeklena cev'  
' Trenutno zapiranje brez trenja'  
' Izracunano 2003-09-19 17:00'  
' GEOMETRIJA IN KARAKTERISTIKE'  
0.3      'instalirana hitrost (vneseno!) VINST'      '(m/s)'  
1319.00  'hitrost udarnega vala(vneseno!) A'      '(m/s)'  
37.23    'dolzina cevovoda      LCEV'      '(m)'  
0.0221   'premer cevovoda      DCEV'      '(m)'  
0.035    '(koeficient trenja)   NGCEV'      '(s/m**(1/3))'  
0.00163  'debelina stene cevovoda      DEBCEV'      '(m)'  
1.17e+10 'E (Youngov modul) cevi      ECEV'      '(N/m2)'  
1.0e-06  'visina hrap cevovoda      VHRAPCEV'      '(m)'  
100.00   'zgornja kota osi cevovoda      ZCEVZG'      '(mnm)'  
102.03   'spodnja kota osi cevovoda      ZCEVSP'      '(mnm)'  
' ZACETNI IN ROBNI POGOJI'  
0.0001841 'instalirani pretok      QINST'      '(m3/s)'  
132.00    'levi RP - kota      ZLEVIRP'      '(mnm)'  
0.009     'desni RP - cas zapiranja      TZAP'      '(s)'  
' KARAKTERISTIKE VODE'  
999.03    'gostota      ROVODE'      '(kg/m3)'  
2.0e+09   'stisljivost      KVODE'      '(N/m2)'  
1.1818e-06 'kinematicna viskoznost      NIVODE'      '(m2/s)'  
' RACUN IN IZPISI'  
7         'stevilo racunskih odsekov      N'      '(-)'  
1.5       'koncni cas simulacije      TKON'      '(s)'  
5         'tip izpisa rezultatov      IZPIS'      '(-)'
```

Priloga Č: Primer izhodne datoteke VU.rez programa VU

Vodni udar v tlačnem cevovodu HNT/vaja3 - jeklena cev
Trenutno zapiranje brez trenja
Izračunano 2003-09-19 17:00

GEOMETRIJA IN KARAKTERISTIKE

| | | |
|-------------|-------------------------------------|--------------------|
| .30000000 | instalirana hitrost (vneseno!) VINS | (m/s) |
| ***** | hitrost udarnega vala(vneseno!) A | (m/s) |
| 37.23000000 | dolžina cevovoda | LCEV (m) |
| .02210000 | premer cevovoda | DCEV (m) |
| .0350 | (koeficient trenja) | NGCEV (s/m**(1/3)) |
| .00163000 | debelina stene cevovoda | DEBCEV (m) |
| .12D+11 | E (Youngov modul) cevi | ECEV (N/m2) |
| .00000100 | visina hrap cevovoda | VHRAPCEV (m) |
| 100.0000 | zgornja kota osi cevovoda | ZCEVZG (mnm) |
| 102.0300 | spodnja kota osi cevovoda | ZCEVSP (mnm) |

ZACETNI IN ROBNI POGOJI

| | | |
|--------------|--------------------------|---------------|
| .00018410 | instalirani pretok | QINST (m3/s) |
| 132.00000000 | levi RP - kota | ZLEVIRP (mnm) |
| .0090 | desni RP - čas zapiranja | TZAP (s) |

KARAKTERISTIKE VODE

| | | |
|--------------|------------------------|----------------|
| 999.03000000 | gostota | ROVODE (kg/m3) |
| .20D+10 | stisljivost | KVODE (N/m2) |
| .12D-05 | kinematična viskoznost | NIVODE (m2/s) |

RACUN IN IZPISI

| | | |
|--------|---------------------------|-----------|
| 7 | število računskih odsekov | N (-) |
| 1.5000 | končni čas simulacije | TKON (s) |
| 5 | tip izpisa rezultatov | IZPIS (-) |

IZRACUNANI POMOZNI PARAMETRI

| | | |
|-----------|-----------------------------|-----------------|
| 1319.0000 | hitrost udarnega vala | A (m/s) |
| .3000 | največja hitrost v cevovodu | VINST (m/s) |
| 5.3186 | prostorski korak | DX (m) |
| .0040 | časovni korak | DT (s) |
| 371.9984 | število časovnih korakov | NKORDT (-) |
| -.0544 | naklonski kot cevovoda | SINALFA (stop.) |

KONCNI REZULTATI

| | | |
|-------------|----------------|--------------|
| MAX tlak | pred turbino = | 174.297500 |
| MAX hitrost | pred turbino = | 1.760798E-01 |
| MIN tlak | pred turbino = | 89.978250 |
| MIN hitrost | pred turbino = | 0.000000E+00 |

Izračunano s programom VU, A. Sirca, IBE, 1997

Priloga D: Primer vhodne datoteke programa WHAMO

Analiza Laboratorijskega primera

C SYSTEM CONNECTIVITY

SYSTEM
EL HW AT 100
EL PIPE LINK 100 200
JUNCTION AT 200
EL PIP2 LINK 200 300
EL FBC AT 300
NODE 200 ELEV 3.33
NODE 300 ELEV 6.66
FINISH

C ELEMENT PROPERTIES

RESERVOIR ID HW ELEV 104.96 FINISH
CONDUIT ID PIPE LENGTH 61.1 NUMSEG 14 DIAM 0.072 FRICTION 0.035
CELERITY 4326.3 FINISH
CONDUIT ID PIP2 AS PIPE FINISH
FLOWBC ID FBC QSCHED 1 FINISH

C FLOW BOUNDARY OPERATING SCHEDULE

SCHEDULE QSCHED 1
TIME 0. Q 0.00406 T 0.009 Q 0.
FINISH

C OUTPUT REQUESTS

HISTORY
NODE 100 PIEZ Q FINISH
HISTORY
NODE 200 PIEZ Q FINISH
HISTORY
NODE 300 PIEZ Q FINISH
PLOT
NODE 100 PIEZ Q FINISH
PLOT
NODE 200 PIEZ Q FINISH
PLOT
NODE 300 PIEZ Q FINISH
SPREADSHEET
NODE 100 Q PIEZ FINISH
SPREADSHEET
NODE 200 Q PIEZ FINISH
SPREADSHEET
NODE 300 Q PIEZ FINISH
DISPLAY ALL FINISH

C COMPUTATIONAL PARAMETER

CONTROL
DTCOMP 0.0005 DTOUT 0.002 TMAX 1.5
FINISH

C EXECUTION CONTROL

C CHECK
GO
GOODBYE

Priloga E: Primer izhodne datoteke programa WHAMO

SYSTEM COMPONENTS

=====

| | |
|------------------------|---|
| ELEMENTS | 4 |
| CONDUITS | 2 |
| PUMPS | 0 |
| PUMP-TURBINES | 0 |
| TURBINES | 0 |
| VALVES | 0 |
| DIAMETER CHANGES | 0 |
| DUMMY ELEMENTS | 0 |
| RESERVOIRS | 1 |
| FLOW BOUNDARIES | 1 |
| SURGE TANKS | 0 |
| SIMPLE JUNCTIONS | 0 |
| TEE JUNCTIONS | 0 |
| GOVERNORS | 0 |
| COMPUTATIONAL ELEMENTS | 5 |
| NODES | 3 |
| BRANCHES | 3 |

SYSTEM ELEMENTS

=====

| ELEMENT IDENTIFIER | TYPE |
|--------------------|---------------|
| ----- | ----- |
| HW | RESERVOIR |
| FBC | FLOW BOUNDARY |
| PIP2 | CONDUIT |
| PIPE | CONDUIT |

CONDUIT DATA

=====

| FRICTION FACTOR | CELERITY IDENTIFIER (FT/SEC) | LENGTH (FEET) | NUMBER OF SEGMENTS | SEGMENT LENGTH (FEET) | DIAMETER (FEET) | AREA (SQ FT) |
|-----------------|------------------------------|---------------|--------------------|-----------------------|-----------------|--------------|
| ----- | ----- | ----- | ----- | ----- | ----- | ----- |
| .035 | PIPE 4326.3 | 61.1 | 14 | 4.4 | .07 | .00 |
| .035 | PIP2 4326.3 | 61.1 | 14 | 4.4 | .07 | .00 |

BOUNDARY CONDITION DATA

=====

| IDENTIFIER | CONSTANT ELEVATION (FEET) | ELEVATION SCHEDULE NUMBER | CONSTANT DISCHARGE (CFS) | DISCHARGE SCHEDULE NUMBER |
|------------|---------------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------|
| ----- | ----- | ----- | ----- | ----- |

Priloga E: Primer izhodne datoteke programa WHAMO

| | | | | |
|-----|--------|---|---|---|
| HW | 104.96 | - | - | - |
| FBC | - | - | - | 1 |

=====

VALVE, LOAD, AND BOUNDARY CONDITION SCHEDULES

=====

BOUNDARY DISCHARGE SCHEDULE 1 DISCHARGE (CFS) VERSUS TIME (SECONDS)

| | | | |
|-------|-----|-----|-----|
| TIME | .00 | .00 | .01 |
| VALUE | .00 | .00 | .00 |

SYSTEM CONNECTIVITY

=====

SERIAL BRANCH NUMBER 1

| | | |
|-----------|-----|--------------|
| NODES: | 100 | 200 |
| ELEMENTS: | HW | --- PIPE --- |

JUNCTION BRANCH NUMBER 2

NODE 200 LINKING 2 BRANCHES

SERIAL BRANCH NUMBER 3

| | | |
|-----------|----------|-------------|
| NODES: | 200 | 300 |
| ELEMENTS: | --- PIP2 | --- FBC --- |

JUNCTIONS OR DIAMETER CHANGES

* INDICATES SYSTEM DEFAULTS FOR

SYSTEM ELEVATIONS

=====

| NODE NUMBER | ELEVATION (FT-MSL) |
|----------------|-----------------------|
| 100 | ***** |
| 200 | 3.33 |
| 300 | 6.66 |

OUTPUT REQUESTS

=====

TIME HISTORIES

Priloga E: Primer izhodne datoteke programa WHAMO

| | LOCATION | PARAMETER | DIAMETER | ELEVATION | ADJOINING NODE |
|--|----------|-------------|----------|-----------|-------------------|
| | ----- | ----- | ----- | ----- | ----- |
| | NODE 100 | PIEZ. ELEV. | .1 | N.A. | N.A. |
| | NODE 100 | DISCHARGE | N.A. | N.A. | N.A. |
| | NODE 200 | PIEZ. ELEV. | .1 | N.A. | N.A. |
| | NODE 200 | DISCHARGE | N.A. | N.A. | N.A. |
| | NODE 300 | PIEZ. ELEV. | .1 | N.A. | N.A. |
| | NODE 300 | DISCHARGE | N.A. | N.A. | N.A. |

SIMULATION CONTROLS

=====

COMPUTATION PARAMETERS

WEIGHTING RATIO (THETA) = .60
 SYSTEM OF UNITS: ENGLISH
 MAXIMUM SIMULATION TIME = 1.50 SECONDS
 FROM .00 SECONDS TO 1.50 SECONDS
 COMPUTATIONAL TIME STEP = .00 SECONDS
 OUTPUT TIME STEP = .02

MATRIX SOLUTION ACCURACY TESTING

SELECTIVE PRINT-OUT OPTION:
 HEADS WILL BE PRINTED ONLY IF ERROR EXCEEDS .100
 FLOWS WILL BE PRINTED ONLY IF ERROR EXCEEDS 1.00

SUMMARY OF INPUT ERRORS

NO INPUT ERRORS

RUN STATUS

THIS RUN IS A SIMULATION RUN

SIMULATION SUMMARY

=====

RUN OF 11/17/10 AT 23: 5:33
 TITLED: Analiza Laboraorijskega primera

| TIME (SEC) | NODE NUMBER | MAXIMUM ENERGY ELEV. (FEET) | TIME (SEC) | MINIMUM ENERGY ELEV. (FEET) | TIME (SEC) | MAXIMUM DISCHARGE (CFS) | TIME (SEC) | MINIMUM DISCHARGE (CFS) |
|---------------|----------------|-----------------------------------|---------------|-----------------------------------|---------------|-------------------------------|---------------|-------------------------------|
| ----- | ----- | ----- | ----- | ----- | ----- | ----- | ----- | ----- |
| .1 | 100 | 105.0 | .0 | 105.0 | .0 | .0 | .0 | .0 |

Priloga E: Primer izhodne datoteke programa WHAMO

| | | | | | | | | |
|----|-----|-------|----|-------|----|----|----|----|
| .1 | 200 | 240.6 | .0 | -29.4 | .1 | .0 | .0 | .0 |
| .1 | | 240.6 | .0 | -29.4 | .1 | .0 | .0 | .0 |
| .0 | 300 | 242.5 | .1 | -31.2 | .1 | .0 | .0 | .0 |

SIMULATION OUTPUT

=====

TIME HISTORIES FOR RUN OF 11/17/10 AT 23: 5:33
 TITLED: Analiza Laboraorijskega primera

| 300 | TIME ELEV. (CFS) | NODE NO 100 DISCHARGE (FEET) | NODE NO 100 DISCHARGE (CFS) | NODE NO 200 PIEZ. ELEV. (FEET) | NODE NO 200 DISCHARGE (CFS) | NODE NO PIEZ. (FEET) |
|-----|------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------|----------------------------|
| .0 | .00 | 104.9 | .0 | 104.5 | .0 | 104.0 |
| .0 | .02 | 104.9 | .0 | 189.2 | .0 | 238.3 |
| .0 | .04 | 104.9 | .0 | 240.6 | .0 | 238.6 |
| .0 | .06 | 104.9 | .0 | 105.6 | .0 | 158.8 |
| .0 | .08 | 104.9 | .0 | -9.3 | .0 | -27.6 |
| .0 | .10 | 104.9 | .0 | -10.3 | .0 | -28.0 |
| .0 | .12 | 104.9 | .0 | 104.0 | .0 | 149.9 |
| .0 | .14 | 104.9 | .0 | 230.9 | .0 | 236.7 |
| .0 | .16 | 104.9 | .0 | 169.9 | .0 | 237.3 |
| .0 | .18 | 104.9 | .0 | 103.7 | .0 | 7.6 |
| .0 | .20 | 105.0 | .0 | -23.5 | .0 | -26.1 |
| .0 | .22 | 104.9 | .0 | 71.2 | .0 | -27.5 |
| .0 | .24 | 104.9 | .0 | 128.6 | .0 | 220.2 |
| .0 | .26 | 105.0 | .0 | 235.1 | .0 | 235.3 |
| .0 | .28 | 104.9 | .0 | 121.7 | .0 | 212.1 |
| .0 | .30 | 104.9 | .0 | 49.5 | .0 | -17.7 |
| .0 | .32 | 105.0 | .0 | -19.5 | .0 | -24.5 |
| .0 | .34 | 104.9 | .0 | 96.3 | .0 | 49.7 |
| .0 | .36 | 104.9 | .0 | 187.8 | .0 | 230.5 |
| .0 | .38 | 105.0 | .0 | 210.9 | .0 | 234.0 |
| .0 | .40 | 104.9 | .0 | 109.4 | .0 | 103.7 |
| .0 | .42 | 105.0 | .0 | 3.5 | .0 | -21.6 |
| .0 | .44 | 104.9 | .0 | 24.7 | .0 | -24.3 |

Priloga E: Primer izhodne datoteke programa WHAMO

| | | | | | | |
|----|------|-------|----|-------|----|-------|
| .0 | .46 | 104.9 | .0 | 108.7 | .0 | 152.1 |
| .0 | .48 | 105.0 | .0 | 218.1 | .0 | 231.6 |
| .0 | .50 | 104.9 | .0 | 160.3 | .0 | 227.9 |
| .0 | .52 | 104.9 | .0 | 85.3 | .0 | 26.0 |
| .0 | .54 | 105.0 | .0 | -13.3 | .0 | -21.3 |
| .0 | .56 | 104.9 | .0 | 69.3 | .0 | 2.5 |
| .0 | .58 | 104.9 | .0 | 145.8 | .0 | 203.7 |
| .0 | .60 | 105.0 | .0 | 221.0 | .0 | 230.8 |
| .0 | .62 | 104.9 | .0 | 128.8 | .0 | 178.1 |
| .0 | .64 | 104.9 | .0 | 45.4 | .0 | -3.7 |
| .0 | .66 | 105.0 | .0 | -1.0 | .0 | -20.7 |
| .0 | .68 | 104.9 | .0 | 91.7 | .0 | 72.1 |
| .0 | .70 | 105.0 | .0 | 183.9 | .0 | 220.5 |
| .0 | .72 | 105.0 | .0 | 194.5 | .0 | 229.5 |
| .0 | .74 | 104.9 | .0 | 107.5 | .0 | 97.6 |
| .0 | .76 | 105.0 | .0 | 11.0 | .0 | -14.1 |
| .0 | .78 | 105.0 | .0 | 34.5 | .0 | -13.7 |
| .0 | .80 | 104.9 | .0 | 115.9 | .0 | 146.9 |
| .0 | .82 | 105.0 | .0 | 208.1 | .0 | 225.7 |
| .0 | .84 | 104.9 | .0 | 157.2 | .0 | 209.2 |
| .0 | .86 | 104.9 | .0 | 77.5 | .0 | 36.4 |
| .0 | .88 | 105.0 | .0 | -.6 | .0 | -16.6 |
| .0 | .90 | 104.9 | .0 | 68.4 | .0 | 24.5 |
| .0 | .92 | 104.9 | .0 | 150.4 | .0 | 192.4 |
| .0 | .94 | 105.0 | .0 | 206.0 | .0 | 226.6 |
| .0 | .96 | 104.9 | .0 | 128.2 | .0 | 154.8 |
| .0 | .98 | 105.0 | .0 | 41.9 | .0 | 4.9 |
| .0 | 1.00 | 105.0 | .0 | 14.2 | .0 | -15.2 |
| .0 | 1.02 | 104.9 | .0 | 94.4 | .0 | 88.5 |
| .0 | 1.04 | 105.0 | .0 | 183.0 | .0 | 213.0 |
| .0 | 1.06 | 105.0 | .0 | 181.8 | .0 | 219.8 |
| .0 | 1.08 | 104.9 | .0 | 102.1 | .0 | 89.5 |
| .0 | 1.10 | 105.0 | .0 | 16.0 | .0 | -7.8 |
| .0 | 1.12 | 105.0 | .0 | 43.3 | .0 | 1.4 |

Priloga E: Primer izhodne datoteke programa WHAMO

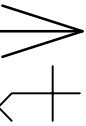
| | | | | | | |
|----|------|-------|----|-------|----|-------|
| .0 | 1.14 | 104.9 | .0 | 122.7 | .0 | 148.2 |
| .0 | 1.16 | 105.0 | .0 | 199.4 | .0 | 220.5 |
| .0 | 1.18 | 105.0 | .0 | 151.8 | .0 | 190.4 |
| .0 | 1.20 | 104.9 | .0 | 71.2 | .0 | 39.5 |
| .0 | 1.22 | 105.0 | .0 | 10.7 | .0 | -11.7 |
| .0 | 1.24 | 104.9 | .0 | 72.0 | .0 | 43.4 |
| .0 | 1.26 | 105.0 | .0 | 154.6 | .0 | 187.2 |
| .0 | 1.28 | 105.0 | .0 | 192.8 | .0 | 220.5 |
| .0 | 1.30 | 104.9 | .0 | 122.6 | .0 | 135.0 |
| .0 | 1.32 | 105.0 | .0 | 38.8 | .0 | 9.3 |
| .0 | 1.34 | 105.0 | .0 | 27.0 | .0 | -5.9 |
| .0 | 1.36 | 104.9 | .0 | 101.0 | .0 | 103.3 |
| .0 | 1.38 | 105.0 | .0 | 182.2 | .0 | 208.3 |
| .0 | 1.40 | 105.0 | .0 | 170.8 | .0 | 206.4 |
| .0 | 1.42 | 104.9 | .0 | 94.6 | .0 | 80.2 |
| .0 | 1.44 | 105.0 | .0 | 20.7 | .0 | -3.2 |
| .0 | 1.46 | 105.0 | .0 | 52.2 | .0 | 18.3 |
| .0 | 1.48 | 104.9 | .0 | 130.1 | .0 | 152.6 |
| .0 | 1.50 | 105.0 | .0 | 191.5 | .0 | 215.6 |

GOODBYE

PRIKAZ IZRAČUNA RAČUNALNIŠKEGA PROGRAMA VU

Pri ročnem izračunu smo upeljali nekatere poenostavitve:

- naklonski kot SIN(ALFA) je enak nič
- izračun dvoh neznank VP(i) in HP(i) v levem in desnem robnem pogoju ne računamo s pomočjo bisekcije ampak uporabimo vrednosti v prejšnjem koraku (VP(i) = V(i) in HP(i) = H(i)) - prvi red natančnosti



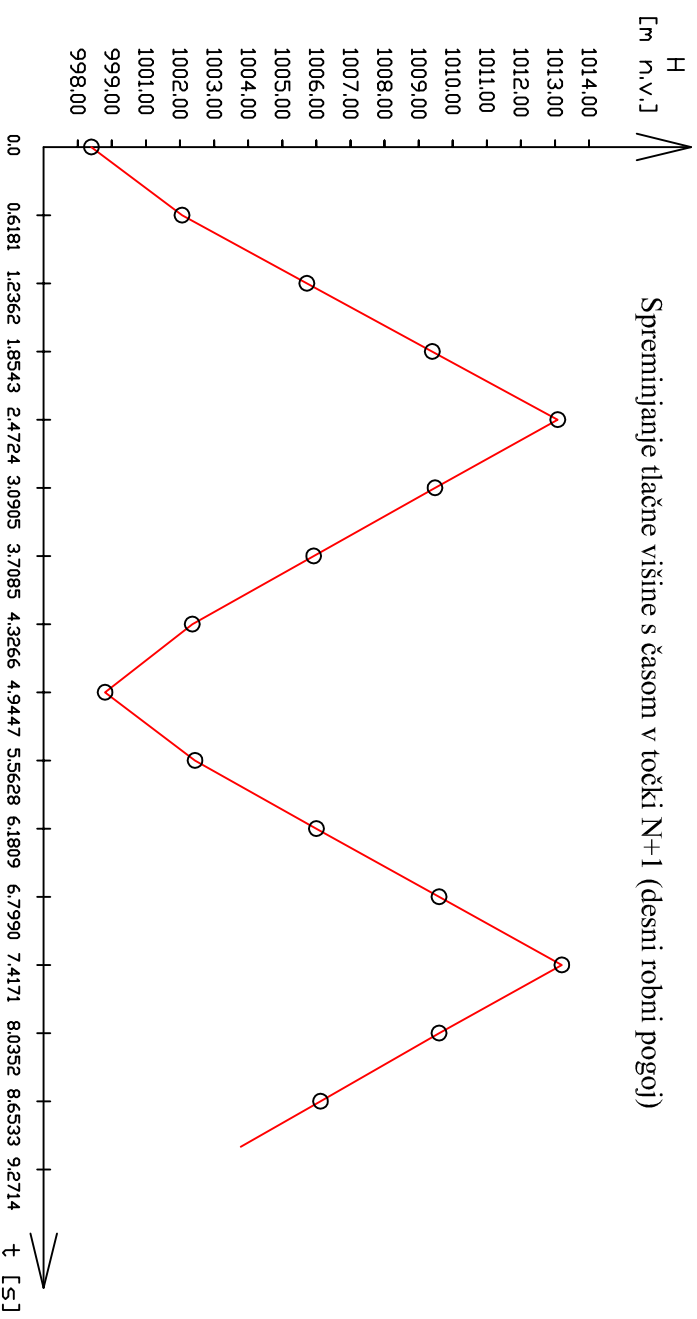
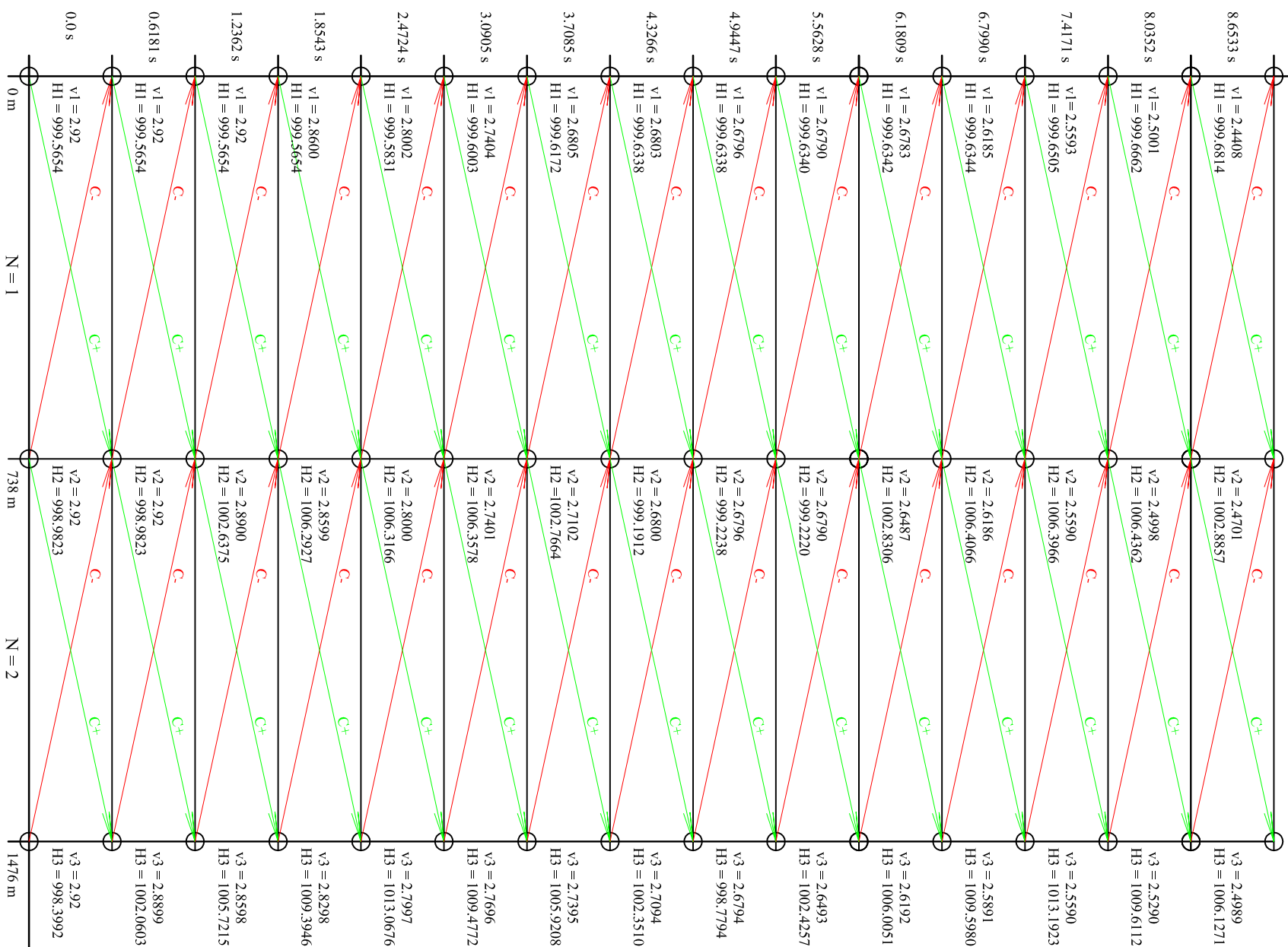
Vhodni podatki:
 ZLEVIIRP = 1000 m.n.v DT = 0,6181 s
 VINST = 2,92 m/s DCEV = 6,6 m
 LAMBCEV = 0,012 TZAP = 60 s
 G = 9,81 m/s² N = 2

Enačbe za izračun začernih pogojev:
 H(i) = ZLEVIIRP + VINST²*g/81 * (1 + LAMBCEV*N*D/DCEV)
 V(i) = VINST

Enačbe za izračun levih robnih pogojev:
 HP(1) = ZLEVIIRP - VP(1)²/2*g/81
 VP(1) = G/(HP(1) - H2) - (A*LAMBCEV*DT/2*G*DCEV)*V2*|V2| + V2

Enačbe za izračun desnih robnih pogojev:
 HP(2) = 0,5*(H1+H3) + AG/(V1-V2) - (A*LAMBCEV*DT/2*G*DCEV)/(V1*|V1| - V3*|V3|)
 VP(2) = 0,5*(V1+V3) + G/(H1-H3) - (LAMBCEV*DT/2*DCEV)/(V1*|V1| + V3*|V3|)

Enačbe za izračun desnih robnih pogojev:
 TAU = 1 - (T/TZAP)
 VP(3) = VINST*TAU*(H3/H3)^{0,5}
 HP(3) = H2 - AG/(VP(1) - V2) - (A*LAMBCEV*DT/2*G*DCEV)*V2*|V2|



| t [s] | H [m] | V [m/s] | VP [m] | HP [m] | TAU |
|--------|--------|---------|----------|----------|--------|
| 0,0 | 1000,0 | 2,92 | 999,5654 | 998,9823 | 0,9897 |
| 0,6181 | 1000,0 | 2,92 | 999,5654 | 998,9823 | 0,9897 |
| 1,2362 | 1000,0 | 2,92 | 999,5654 | 998,9823 | 0,9897 |
| 1,8543 | 1000,0 | 2,92 | 999,5654 | 998,9823 | 0,9897 |
| 2,4724 | 1000,0 | 2,92 | 999,5654 | 998,9823 | 0,9897 |
| 3,0905 | 1000,0 | 2,92 | 999,5654 | 998,9823 | 0,9897 |
| 3,7085 | 1000,0 | 2,92 | 999,5654 | 998,9823 | 0,9897 |
| 4,3266 | 1000,0 | 2,92 | 999,5654 | 998,9823 | 0,9897 |
| 4,9447 | 1000,0 | 2,92 | 999,5654 | 998,9823 | 0,9897 |
| 5,5628 | 1000,0 | 2,92 | 999,5654 | 998,9823 | 0,9897 |
| 6,1809 | 1000,0 | 2,92 | 999,5654 | 998,9823 | 0,9897 |
| 6,7990 | 1000,0 | 2,92 | 999,5654 | 998,9823 | 0,9897 |
| 7,4171 | 1000,0 | 2,92 | 999,5654 | 998,9823 | 0,9897 |
| 8,0352 | 1000,0 | 2,92 | 999,5654 | 998,9823 | 0,9897 |
| 8,6533 | 1000,0 | 2,92 | 999,5654 | 998,9823 | 0,9897 |